

# 数字图像处理实验

## 第六次

### ——图像恢复

班级：自动化 65

姓名：姚润昭

学号：2160504132

提交日期：2019.4.2

【摘要】 本实验设计了算数均值滤波器、几何均值滤波器、谐波均值滤波器、逆谐波均值滤波器、中值滤波器，最大值、最小值、中点滤波器修正的阿尔法均值滤波器以及自适应局部降低噪声滤波器和自适应中值滤波器。并且比较了在高斯噪声和椒盐噪声上的滤波效果。证明了维纳滤波器，并用维纳滤波器和约束最小二乘滤波器对运动模糊噪声图像进行滤波。

## 一．几种典型的滤波器模型

### 1) 算数均值滤波器

$$f^{\wedge}(x, y) = \frac{1}{mn} \sum_{(s,t) \in S} g(s, t)$$

其中，图像大小为  $m \times n$ ， $S$  为滤波模板。

### 2) 几何均值滤波

$$f^{\wedge}(x, y) = \left[ \prod_{(s,t) \in S} g(s, t) \right]^{\frac{1}{mn}}$$

### 3) 谐波均值滤波器

$$f^{\wedge}(x, y) = \frac{mn}{\sum_{(s,t) \in S} g(s, t)^{-1}}$$

### 4) 逆谐波均值滤波器

$$f^{\wedge}(x, y) = \frac{\sum_{(s,t) \in S} g(s, t)^{Q+1}}{\sum_{(s,t) \in S} g(s, t)^Q}$$

### 5) 中值滤波器

$$f^{\wedge}(x, y) = \underset{(s,t) \in S}{median} \{g(s, t)\}$$

### 6) 最大滤波器和最小滤波器

$$f^{\wedge}(x, y) = \underset{(s,t) \in S}{max} \{g(s, t)\}$$

$$f^{\wedge}(x, y) = \underset{(s,t) \in S}{min} \{g(s, t)\}$$

### 7) 中点滤波器

$$f^{\wedge}(x, y) = \frac{1}{2} \left[ \underset{(s,t) \in S}{max} \{g(s, t)\} + \underset{(s,t) \in S}{min} \{g(s, t)\} \right]$$

8) 修正的阿尔法均值滤波器

$$f^{\wedge}(x,y) = \frac{1}{mn-d} \sum_{(s,t) \in S} g_r(s,t)$$

$g_r(s, t)$  为去掉最低灰度值  $d/2$  和最高灰度值的  $d/2$

9) 自适应局部降低噪声滤波器和自适应均值滤波器。

## 二、实验结果

1. 在测试图像上产生高斯噪声 lena 图-需能指定均值和方差; 并用多种滤波器恢

复图像, 分析各自优缺点;

指定均值为 0, 方差为 0.01

1) 均值滤波器 (功率谱比为 94.62%)



2) 几何均值滤波器 (功率谱比为 88.26%)



### 3) 谐波均值滤波器 (功率谱比为 83.78%)



### 4) 逆谐波均值滤波器

当  $Q=2$  时功率谱比为 112.56%



当  $Q=-2$  时功率谱比为 76.63%



通过比较上述滤波器发现，高斯滤波减少噪声的同时，边缘变得模糊了，且功率谱比依次变得更小（逆谐波滤波器  $Q < 0$  时），且除均值滤波以外，都出现了黑色点域，只是由于灰度点相乘造成的黑色区域扩大。

5) 中值滤波器 (功率谱比为 95.1282%)



6) 最大值滤波器 (功率谱比为 169.6502%)



噪声减少，图像变得模糊，功率谱比增大，图像整体变“白”出现白色的点域。

7) 最小滤波器 (功率谱比为 47.1505%)



噪声减少，图像变得模糊，功率谱比变小，图像整体变“黑”出现黑色的点域。

8) 中点滤波器滤波器 (功率谱比为 95.6173%)



#### 9) 修正的阿尔法滤波器 (95.2485%)



取滤波模板大小为  $5 \times 5$ ,  $d$  为 2, 理论上滤波器的效果介于中值滤波器和均值滤波器之间, 实际的滤波效果也比较好。

#### 10) 自适应局部降低噪声滤波器 (频率谱比为 77.13%)



观察图像发现噪声滤除效果较好, 但是存在一会黑点, 造成的原因可能是不一定满足区全局方差大于局部方差。

#### 11)

自适应中值滤波器（功率谱比为 95.0775%）



噪声消除比中值滤波器要好，边界也比较清晰。

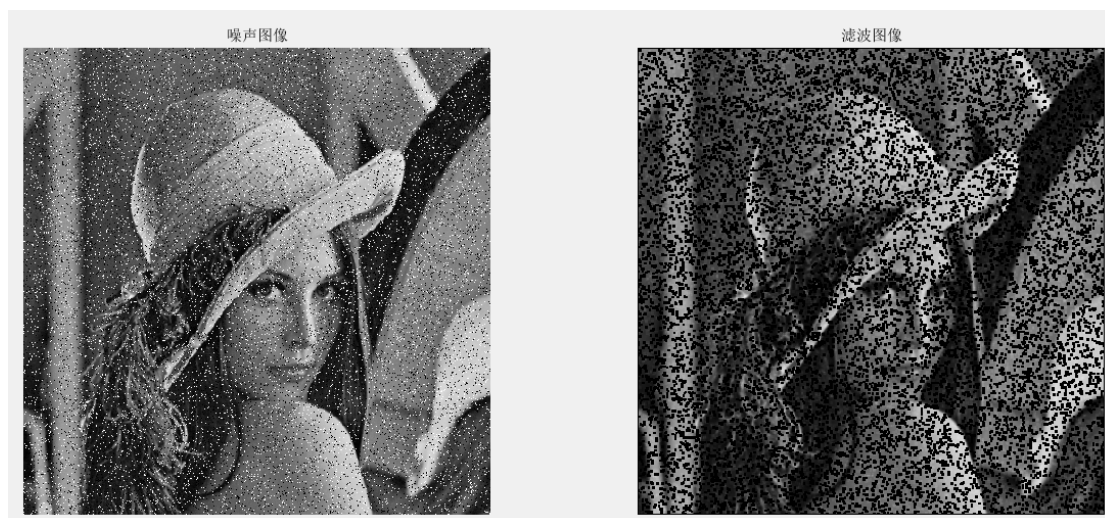
2. 在测试图像 lena 图加入椒盐噪声（椒和盐噪声密度均是 0.1）；用学过的滤波器恢复图像；在使用反谐波分析  $Q$  大于 0 和小于 0 的作用；

1) 均值滤波器（功率谱比为 87.2050%）

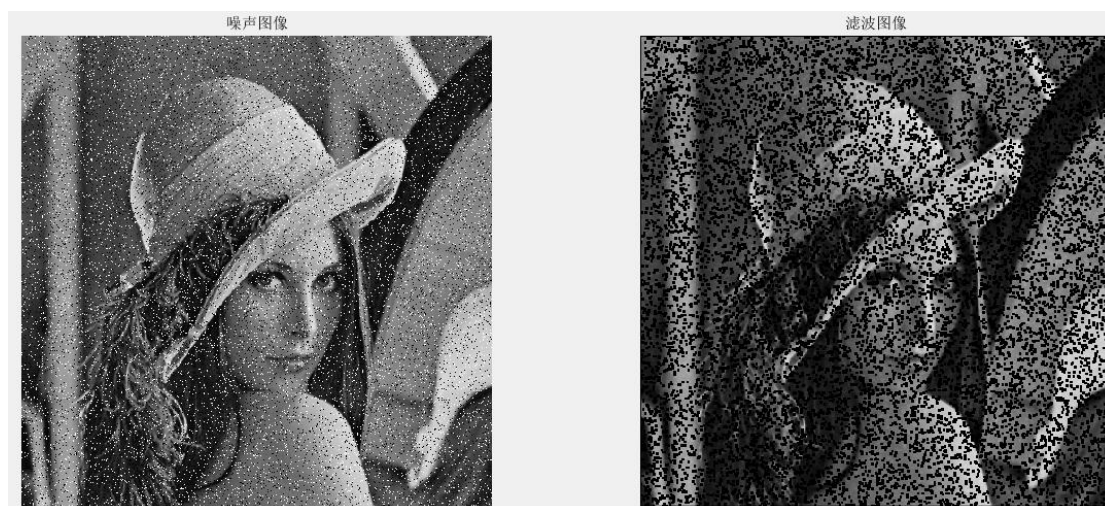


2) 几何均值滤波器（功率谱比为 57.0287%）





3) 谐波均值滤波器 (功率谱比为 55.5630%)



4) 逆谐波均值滤波器

当  $Q=1$  时功率谱比为 121.5864%





当  $Q=-1$  时功率谱比为 55.1368%



通过比较上述滤波器发现, 算数均值滤波可以滤除椒盐噪声, 但是图像变得模糊。

几何均值滤波和谐波均值滤波器可以去除盐噪声, 但是椒噪声会被放大, 能量谱比大约为 0.5。

对于逆谐波均值滤波器

当  $Q>0$  时, 可以去除椒噪声, 但会放大盐噪声

当  $Q<0$  时, 可以去除盐噪声, 但是会放大概椒噪声。

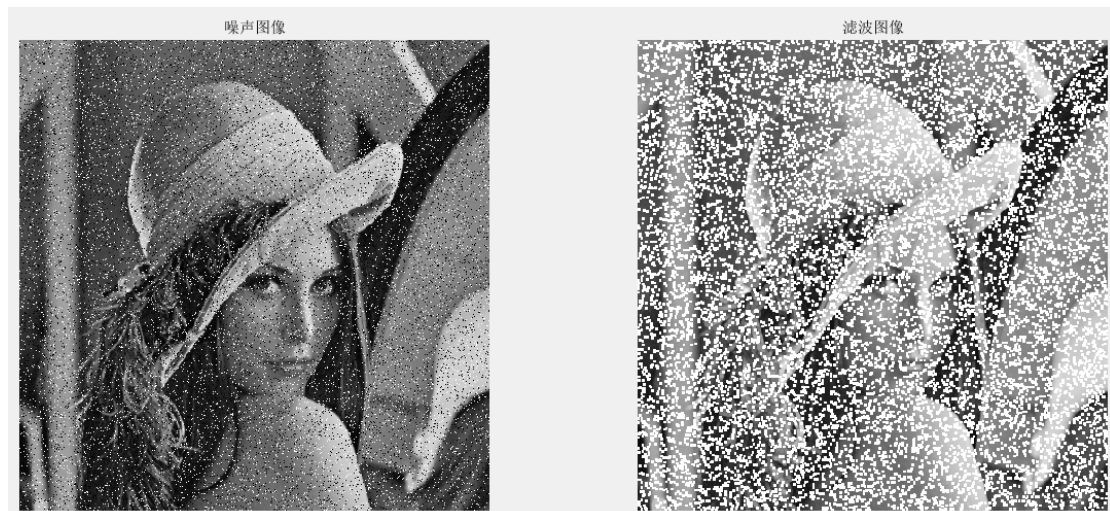
5) 中值滤波器 (功率谱比为 86.0210%)



中值滤波的效果非常好, 滤除了椒盐噪声, 且高频信息也保留了下来, 但是能量

还是有一定的减小。

#### 6) 最大值滤波器 (功率谱比为 228.4901%)



最大值滤波后能量增大了 2 倍, 图像的盐噪声被放大, 椒噪声消失, 噪声很明显, 滤波效果比较差。

#### 7) 最小滤波器 (功率谱比为 45.6024%)



最小噪声滤波同样消除了盐噪声, 放大了椒噪声, 滤波效果很差。

#### 9) 中点滤波器滤波器 (功率谱比为 103.1207%)



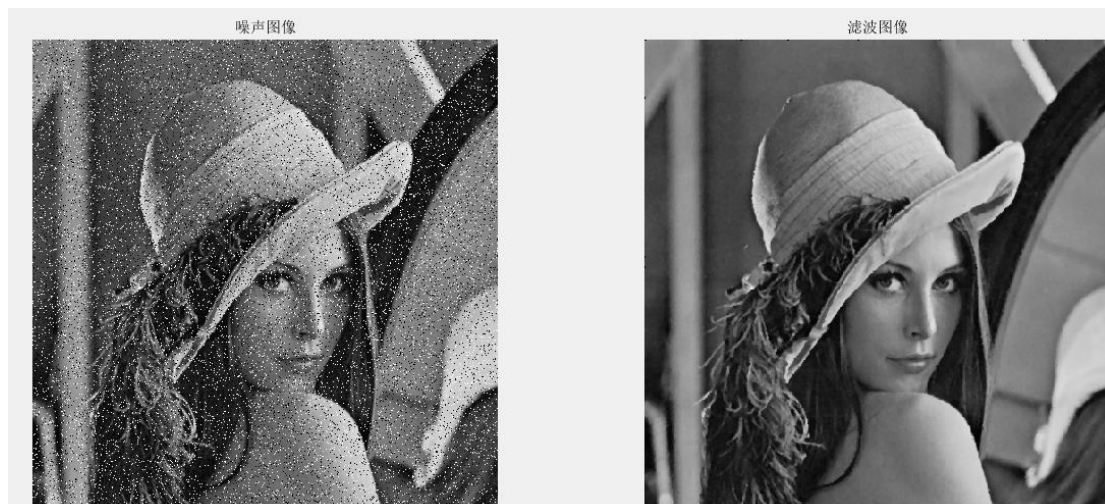
中点滤波消除了椒盐噪声, 但是出现了更多的灰色噪声, 使得图像变得更模糊了。

#### 9) 修正的阿尔法滤波器 (84.8657%)



取滤波模板大小为  $5 \times 5$ ,  $d$  为 2, 滤出了椒盐噪声, 但是边缘变得模糊, 高频信息被破坏了, 不如中值滤波的效果好。

#### 10) 自适应中值滤波器 (功率谱比为 85.8865%)



椒盐噪声都被滤除了，且滤波后的图像非常清晰，高频信息没有被破坏，效果很好。理论上，因为自适应中值滤波模板输出为原值或者中值，更接近原始图像，比中值滤波更好一些。

总结：对于椒盐噪声来说，自适应中值滤波器效果最优，中值滤波器次之，逆谐波滤波器的  $Q>0$  时，可以滤除椒噪声，当  $Q<0$  时，可以滤除盐噪声，其他滤波器对椒盐噪声的滤除效果都不理想。

3.推导维纳滤波器并实现下边要求；

(a) 实现模糊滤波器如方程 Eq. (5.6-11).

(b) 模糊 lena 图像：45 度方向， $T=1$ ；

(c) 再模糊的 lena 图像中增加高斯噪声，均值= 0 ， 方差=10 pixels 以产生模糊图像；

(d)分别利用方程 Eq. (5.8-6)和(5.9-4)，恢复图像；并分析算法的优缺点.

1) 推导维纳滤波器表达式

图像的退化模型为：

$$x(n_1, n_2) = b(n_1, n_2) * s(n_1, n_2) + w(n_1, n_2) \quad (1)$$

其中， $s(n_1, n_2)$ 为原始图像， $b(n_1, n_2)$ 为退化函数， $w(n_1, n_2)$ 为噪声函数， $x(n_1, n_2)$ 为退化的图像。并假设  $s$  与  $w$  不相关， $w$  为 0 均值的平稳随机过程。

图像的复原模型为：

$$\hat{s}(n_1, n_2) = h(n_1, n_2) * x(n_1, n_2) = \sum_{l_1} \sum_{l_2} h(l_1, l_2) \times x(n_1 - l_1, n_2 - l_2) \quad (2)$$

其中， $\hat{s}(n_1, n_2)$  为恢复的图像， $h(n_1, n_2)$  为恢复滤波器。

误差度量为：

$$e^2 = E\{(s(n_1, n_2) - \hat{s}(n_1, n_2))^2\} \quad (3)$$

基于正交性原理，若要求误差最小，则必有下列式成立：

$$E\{e(n_1, n_2) \times x^*(m_1, m_2)\} = 0 \quad (4)$$

将 (3) 式带入 (4) 式有：

$$E\{s(n_1, n_2) \times x^*(m_1, m_2)\} = E\{\hat{s}(n_1, n_2) \times x^*(m_1, m_2)\} \quad (5)$$

即

$$(6)$$

换元得：

$$R_{sx}(n_1, n_2) = h(n_1, n_2) * R_{xx}(n_1, n_2) \quad (7)$$

等式两端同时取傅里叶变换得：

$$P_{sx}(w_1, w_2) = H(w_1, w_2) \times P_x(w_1, w_2) \quad (8)$$

即

$$H(w_1, w_2) = \frac{P_{sx}(w_1, w_2)}{P_x(w_1, w_2)} \quad (9)$$

公式 (8) 中

---


$$(10)$$

公式 (10) 两端同时取傅里叶变换得:

$$P_{sx}(w_1, w_2) = B^*(w_1, w_2) \times P_s(w_1, w_2) \tag{11}$$

公式 (8) 中


( 12 )

公式 (12) 两端同时取傅里叶变换:

$$P_x(w_1, w_2) = |B(w_1, w_2)|^2 \times P_s(w_1, w_2) + P_w(w_1, w_2) \tag{13}$$

将 (11) 式和 (13) 式带入 (8) 式得

$$H(w_1, w_2) = \frac{B^*(w_1, w_2) \times P_s(w_1, w_2)}{|B(w_1, w_2)|^2 \times P_s(w_1, w_2) + P_w(w_1, w_2)} \tag{14}$$

将符号化成与书中一致的表示

$$\tag{15}$$

故表达式由下式给出

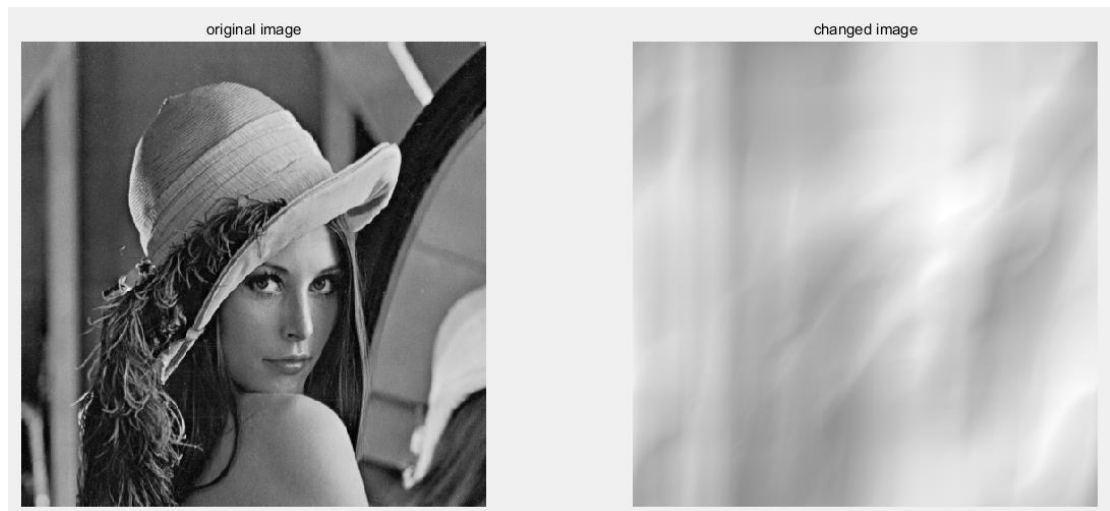
$$\tag{16}$$

## 2) 实现运动模糊

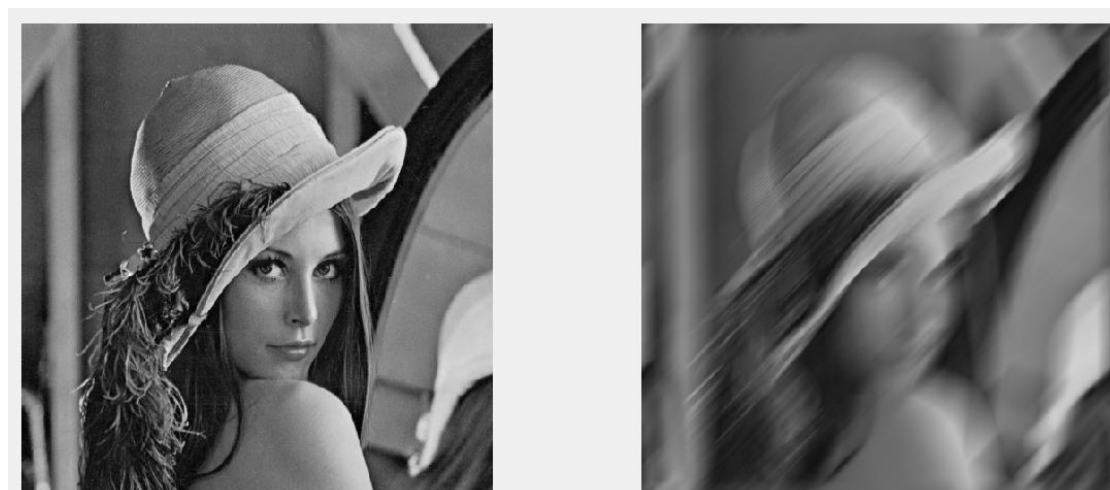
频域的退化函数为:

$$H(u, v) = \frac{T}{\pi(ua + vb)} \sin(\pi(ua + vb)) e^{-i\pi\pi(ua+vb)}$$

取  $T=1$ ,  $a=0.1$ ,  $b=0.1$  时得到的退化图像为



调用系统函数得到的模糊图像为



对比发现两结果都实现了运动模糊, 但是图一的灰度偏白, 故用图二做后续处理。

3) 加高斯噪声, 均值为 0, 方差为 10 像素





#### 4) 用约束最小二乘方滤波



用维纳滤波器滤波



发现结果都不理想，但是约束最小二乘好于维纳滤波器。分析原因如下，实验中对于维纳滤波器参数  $K$  是取的一个恒值，而在维纳滤波器的推导结果中  $K$  是噪声的功率谱和为退化图像的功率谱之比，所以对结果造成了较大的影响。

对于约束最小二乘滤波，运动模糊有一定的修复，但是图像也变得很模糊。