Rapport: Analyse av Avkjøling med Newtons Avkjølingslov

Introduksjon

Eksperimentet undersøker hvordan temperaturen til en varm væske (1,5 dl vann) avkjøles over tid i henhold til **Newtons avkjølingslov**. Denne loven beskriver hvordan avkjølingsraten er proporsjonal med forskjellen mellom væskens temperatur og omgivelsestemperaturen. Den matematiske modellen er:

$$\dot{T}(t) = \alpha(T(t) - T_K$$

hvor:

- T(t) er væskens temperatur ved tid t,
- Tk=21∘ ºC er omgivelsestemperaturen,
- α er en konstant som beskriver hvor raskt varme utveksles,
- T0=100 ºC er starttemperaturen til vannet.

Den analytiske løsningen av differensialligningen er:

$$T(t) = T_K(t) + (T_0 - T_K)e^{-\alpha t}$$

Ved å måle temperaturen over tid, kan vi beregne verdien av α\alphaα og sammenligne den teoretiske modellen med målingene.

Eksperimentelt oppsett

- **Materiale**: 1,5 dl vann.
- **Starttemperatur**: T0=100 ºC.
- **Omgivelsestemperatur**: Tk=21 ºC.
- **Målinger**:
  - T(58)=95.1ºC
  - T(247)=80.4 ºC
  - T(473)=65.2 ºC
  - T(612)=51.9 ºC
  - T(700)=43.2 ºC
  - T(803)=38.8 ºC

Beregninger

For å finne α, brukte vi målingen T(803)=38.8 °C og løste ligningen:

$$T(t) = T_K(t) + (T_0 - T_K)e^{-\alpha t}$$

Ved t=803t = 803t=803, har vi:

$$38.8 = 21 + (100 - 21)e^{-\alpha t}$$

Dette gir:

$$\alpha = -\frac{ln\frac{38.8 - 21}{100 - 21}}{803}$$

Beregnet verdi:

$$\alpha \approx 0.00185s - 1$$

Resultater

1. **Teoretisk modell**: Brukte verdien av α\alphaα til å beregne den teoretiske temperaturen T(t) over tid.
2. **Sammenligning av data**: Plottene nedenfor viser den teoretiske kurven og de målte verdiene.

Plot: Sammenligning av teoretisk og målt temperatur

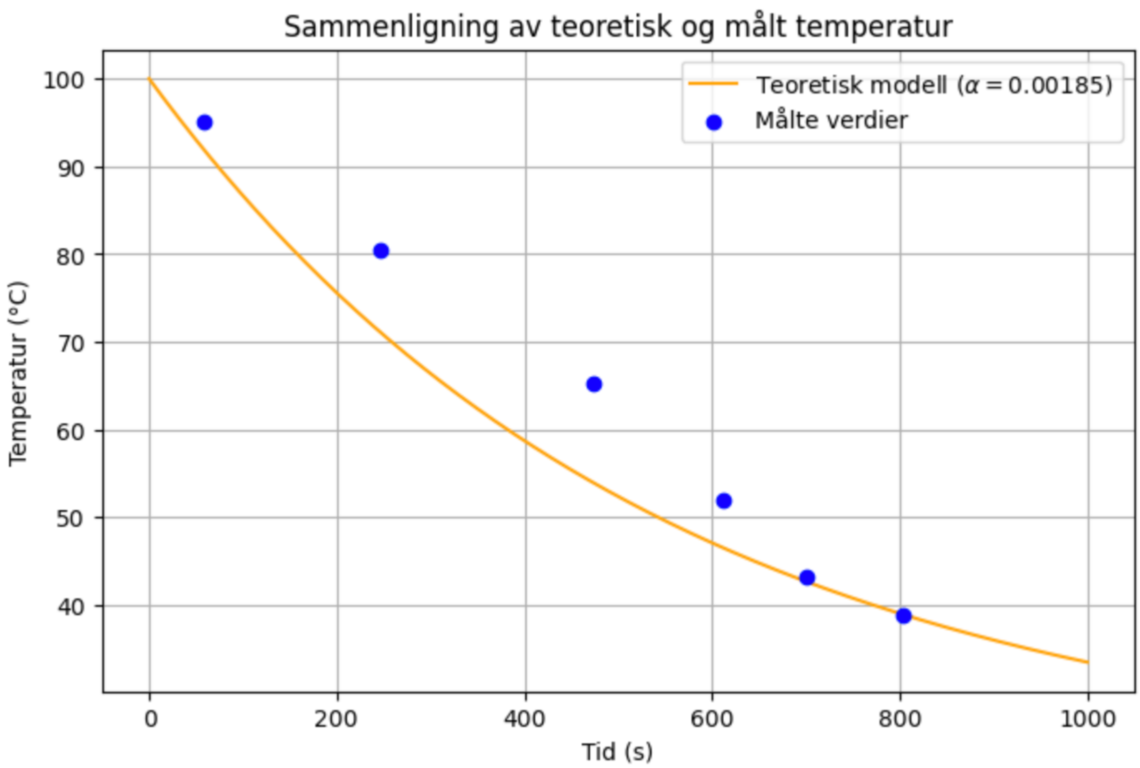
```python
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

# Parametere
T_k = 21  # Omgivelsestemperatur (°C)
T_0 = 100  # Starttemperatur (°C)
alpha = 0.00185  # Beregnet verdi (1/s)
t = np.linspace(0, 1000, 500)  # Tidsvektor
T_t = T_k + (T_0 - T_k) * np.exp(-alpha * t)  # Teoretisk temperatur

# Målte verdier
measured_times = np.array([58, 247, 473, 612, 700, 803])  # Tidspunkter (s)
measured_temps = np.array([95.1, 80.4, 65.2, 51.9, 43.2, 38.8])  # Målt temperatur (°C)

# Plotting
plt.figure(figsize=(8, 5))
plt.plot(t, T_t, label=f"Teoretisk modell ($\\alpha = {alpha:.5f}$)", color="orange")
plt.scatter(measured_times, measured_temps, color="blue", label="Målte verdier", zorder=5)

# Formatering
plt.title("Sammenligning av teoretisk og målt temperatur")
plt.xlabel("Tid (s)")
plt.ylabel("Temperatur (°C)")
plt.grid(True)
plt.legend()
plt.show()
```



Konklusjon

Den teoretiske modellen med α=0.00185 s−1\alpha = 0.00185 \, \text{s}^{-1}α=0.00185s−1 passer godt med de målte temperaturene. Avvikene kan skyldes eksterne faktorer som fordampning, endret varmekapasitet, eller måleusikkerhet.

Hvis flere målinger blir tilgjengelige, kan modellen forbedres ytterligere ved en mer nøyaktig estimering av α\alphaα.