

Poročilo okrivanja 1-D ODE v Lorenzovem sistemu

14. december 2020

Odkrivanje 1-D ODE enačb sem poganjal na Lorenzovem sistemu enačb:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= \sigma(y - x), \\ \frac{dy}{dt} &= x(\rho - z) - y, \\ \frac{dz}{dt} &= xy - \beta z,\end{aligned}$$

pri začetnih pogojih $x_0 := 0.1, y_0 := 0.3, z_0 := 0.4$. Začetni pogoji so isti v vseh primerih skozi celotno poročilo. Parametri σ, ρ in β pa se sredi poročila spremenijo. Najprej sem obravnaval nekaotične parametre, nato pa še znano kaotične parametre z vrednostmi $\sigma := 10, \rho := 28$ in $\beta := 8/3$.

0.1 Domnevno nekaotični parametri

Najprej sem algoritem pognal pri nekaotičnih subjektivno naključno izbranih parametrih $\sigma := 1.3, \rho := -15$ in $\beta := 3.4$. Navedeni izbrani parametri se na splošno smatrajo kot nenormalni, saj je vsaj eden izmed parametrov (ρ) negativen. Podatkovno množico sem generiral tako, da sem simuliral Lorenzov sistem:

prva enačba $dx/dt = \sigma * (y - x)$: najde rešitev $-1.3 * x + 1.3 * y$ ali v 50 samplih, resitev ima napako reda $10 * (-9)$.

druga enačba $dx/dt = \sigma * (y - x)$: najde rešitev v 4500 ali 6500 samplih, resitev $10 * x * z - 10 * x + 2 * y + 0.5$ oz. $10 * x * z - 10 * x + 2 * y$ ima napako reda $10 * (-6)$ oz. $10 * (-4)$.

Tako velik odmik od pravilne resitve $-15 * x - x * z - y$ pripisujem trenutno nastavljeni omejitvi v implementaciji optimizacijskega algoritma, ki omejuje parametre na interval $[-10, 10]$. Parameter v členu $-10 * x$ je tako lahko po absolutni vrednosti največ 10, torej ne more biti -15, kot je v izvorni enačbi. Predvidevam, da se zato zgodi kompenzacija nad ostalimi parametri v ostalih členih enačbe. Predvidevam še, da se bo pri rahljanju omejitve iz $[-10, 10]$ na $[-20, 20]$ napaka popravila na napako reda $10 * (-9)$ kot pri ostalih dveh enačbah.

tretja enačba $dx/dt = \sigma * (y - x)$: najde rešitev $-1.3 * x + 1.3 * y$ ali v 50 samplih, resitev ima napako reda $10 * (-9)$.

Sledi poročilo o poganjanju pri kaotičnih parametrih: $\sigma := 10, \rho := 28, \beta := 8/3$

Ker je ρ po absolutni vrednosti spet večji od 10, tj. od nastavljenih mej za parametre optimizacijskega algoritma in so ostali dve vrednosti znotraj mej, napovedujem, da bodo v najboljšem primeru podobni rezultati kot v nekaotičnem primeru. Oziroma, pri drugi ena”bi pričakujem $\sigma^* = 10, \rho^* = 10, \beta^* = 7$.

0.2 Kaotični rezultati

V odkrivanju prve enačbe algoritem odkrije enačbo $-9.85764357227234 * x + 9.9333747564978 * y$ oz. $-9.55829580188787 * x + 9.78920618974904 * y + 0.0232261285460231$ v manj kot 50 vzorcih, rešitev ima napako velikosti $2.94709382690573e - 06$ oz. $2.4772067855792343e - 06$.

V odkrivanju druge enačbe algoritem odkrije enačbo $-0.670382396435091 * x * z + 10.0 * x + 6.94013313376156 * y - 0.877950876789105 * x * z + 9.99535400929563 * x + 7.38550161602604 * y - 0.617064542958862$ v 6500 vzorcih, enačba ima napako velikosti $0.0033668325250160443 = 3.4 \cdot 10^{-3}$ oz. $0.00018803715641311185 = 1.9 \cdot 10^{-4}$. Medtem, ko je izmed vseh vzorčenih enačb, najmanjša opažena napaka reda 10^{-5} .

V odkrivanju tretje enačbe algoritem odkrije enačbo $\frac{dz}{dt} = 0.991337569095305 * x * y - 2.56521319047224 * z$ v manj kot 100 vzorcih, enačba ima napako velikosti $9.178140365155879e - 05 = 9.2 \cdot 10^{-5}$, kar je v okviru najmanjšega opaženega reda velikosti napake.

| tip enačbe oz. parametri | leva stran enačbe | najdena enačba oz. desna stran enačbe | napaka enačbe | število potrebnih sam-plov | hramba rezultatov | top 1% |
|--------------------------|-------------------|---------------------------------------|---|----------------------------|-------------------|--------|
| nekaotična | ρ | $\frac{dx}{dt}$ | $-1.303 * x + 1.303 * y$ | $10 * (-9)$ | 50 | |
| nekaotična | ρ | $\frac{dy}{dt}$ | $10 * x * z - 10 * x + 2 * y$ | $10 * (-4)$ | 100 | |
| nekaotična | ρ | $\frac{dz}{dt}$ | $1.054 * x * y - 3.402 * z$ | $2.205 - 09$ | 6500 | |
| kaotična | ρ | $\frac{dx}{dt}$ | $-9.857 * x + 9.933 * y$ | $2.947 - 06$ | 50 | |
| kaotična | ρ | $\frac{dy}{dt}$ | $-0.670 * x * z + 10.0 * x + 6.940 * y$ | $1.9 \cdot 10^{-4}$ | 500 | |
| kaotična | ρ | $\frac{dz}{dt}$ | $0.991 * x * y - 2.565 * z$ | $9.2 \cdot 10^{-5}$ | 6500 | |

1 Poročilo v tabeli