

河內塔問題，最早提出這個問題的人是一位法國數學家François Édouard Anatole Lucas，根據傳說，在越南河內有一間寺廟有三根銀棒，其中一根棒子上有64個圓盤，由上到下，依序排列由小到大的圓盤，另外兩根棒子沒掛任何東西，如果能把那64個圓盤掛到另外一根棒子，且由上到下以由小到大排列，規則是每次只能移動一個圓盤，大圓盤不可以在小圓盤上面，預言說，如果成功的話，世界就會滅亡。假設有n個圓盤(圓盤由小到大依序編號為1,2,3,...,n)，還有A、B、C的棒子，先討論數量較少的情形，n=2時，把1放到B，把2放到C，最後把1放到C，移動的步數為3次，移動依序為1, 2, 1；n=3時，把1放到C，把2放到B，把1放到B，把3放到C，把1放到A，把2放到C，最後把1放到C，移動步數為7次，移動次序為1, 2, 1, 3, 1, 2, 1，透過上面兩個例子可以發現，這個問題可以拆成三個步驟，第一步先做出n-1的塔，放到輔助的棒子上(B)，第二步放下第n塊圓盤(最大塊)在目標的棒子上(C)，第三步在目標的棒子上(C)再做一次n-1的塔，而n-1的塔又可以拆成n-1和n-2，先做n-2的塔，再放置n-1的圓盤(第二大塊)，最後再n-1的圓盤上做n-2的塔，以此類推，每次蓋塔的方式都一樣，但是塔的規模會越來越小，直到做到n=1的塔時，再做回n=n的塔，因次可以透過遞迴的方法來模擬圓盤移動的情形以及計算圓盤移動的步驟與次數。在計算移動步數方面可以想成要疊n塊圓盤的塔，要由兩組n-1塊的塔組合，再加上1步，藉由數學遞迴關係式： $a_n = pa_{n-1} + q$, $a_1 = p^{n-1} - 1$ ， p 帶入2、 q 帶入1，最後導出n塊圓盤的塔所需的移動步數(最快)為 $2^n - 1$ 。以下以c語言計算河內塔的步數：

```
#include <stdio.h>

int moved=0;

void hanoi(int n, char A, char B, char C) {
```

```
if(n == 1) {  
  
    printf("Move sheet from %c to %c\n", A, C);  
  
    moved++;  
  
}  
  
else {  
  
    hanoi(n-1, A, C, B);  
  
    hanoi(1, A, B, C);  
  
    hanoi(n-1, B, A, C);  
  
}  
  
}  
  
int main() {  
  
    int n;  
  
    printf("Please key-in number of sheet:");  
  
    scanf("%d", &n);  
  
    hanoi(n, 'A', 'B', 'C');  
  
    printf("\nTotal moved %d steps\n\n",moved);
```

```
        system("pause");

    return 0;

}
```

執行結果：

Total moved 65535 steps

Mon Mar 28 20:15:32 2022

Mon Mar 28 20:15:37 2022

執行n=16時，總共需要5秒。

處理器型號 Intel(R) Core(TM) i7-10750H CPU @ 2.60GHz 2.59 GHz