感知机与逻辑回归实验报告

18340040 冯大纬

感知机

感知机原理

感知机是二分类的线性分类模型，属于监督学习算法。输入为实例的特征向量，输出为实例的类别（取+1和-1）。感知机旨在求出将输入空间中的实例划分为两类的分离超平面。为求得超平面，感知机导入了基于误分类的损失函数，利用梯度下降法对损失函数进行最优化求解。

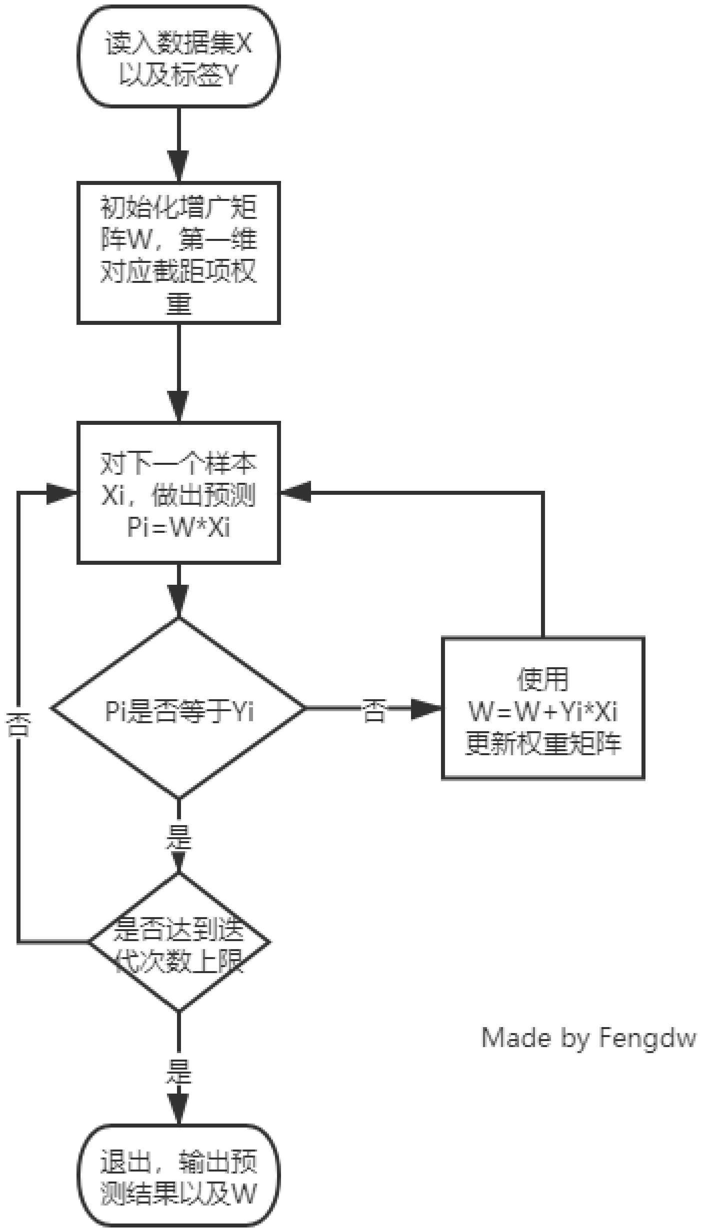
如果训练数据集是线性可分的，则感知机一定能求得分离超平面。如果是非线性可分的数据，则无法获得超平面。

感知机可以表示为：$f(x) = sign(w * x + b)$

感知机的几何解释：线性方程$w * x + b$对应于特征空间R^n的一个分离超平面；平面将特征空间分为两部分，位于两部分的点分别对应于正、负样本

伪代码与流程图

- **流程图**



- **伪代码**

```
为w1,w2....wn设置随机值
输入每一个训练数据
        输入的训练数据所得到的结果与期望值是否一致
                一致，进行下一组运算
                不一致，按照来进行运算
        在上一组循环运算中w的值是否发生了改变
                被改变了，那么再重复一此上述的循环
                没有改变（所有的值都是期望值），训练结束
```

关键代码

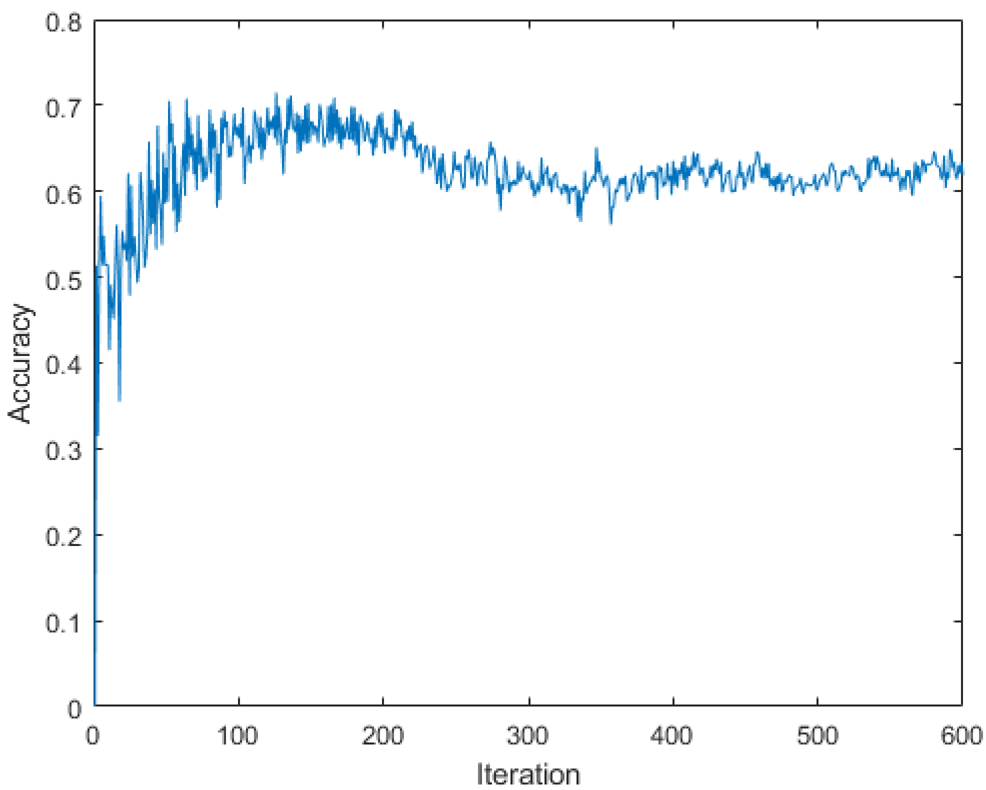
```python
def train(self):
    """
    感知机训练函数
    :return: None
```

```
    """
    t = threading.Thread(target=self.__show_progress)  # 声明一个显示训练进度的线程
    t.setDaemon(True)  # 将显示进度的线程设置为守护线程
    t.start()  # 运行该线程
    for self.it in range(1, self.max_iter + 1):
        self.valid()  # 使用当前w在验证集上验证
        self.__accList.append(self.get_accuracy())  # 获取验证准确率
        self.__argsList.append(self.__w)  # 保存权重w
        predict = self.__run_1_epoch('train')  # 进行一轮预测
        flag = True
        for j in range(len(predict)):
            if predict[j] != self.trainDataLabel[j]:  # 获取一个和预测不符的特征
                flag = False
                self.__optimize(self.trainDataFeature[j],
self.trainDataLabel[j])  # 使用该特征更新w
                break
        if flag:  # 如果全部预测正确，结束
            break
    self.__w = self.__argsList[self.__accList.index(max(self.__accList))]  # 获取
准确率最高的w作为模型权重
    print('\rTraining Finished', flush=True)
```

实验结果

训练验证集划分：10组交叉验证，准确率取平均值

使用固定迭代次数，权重初始化为零，每次迭代按顺序从第一个样例开始找下一个错误的样例，共训练100次，最高准确率0.715，绘图如下

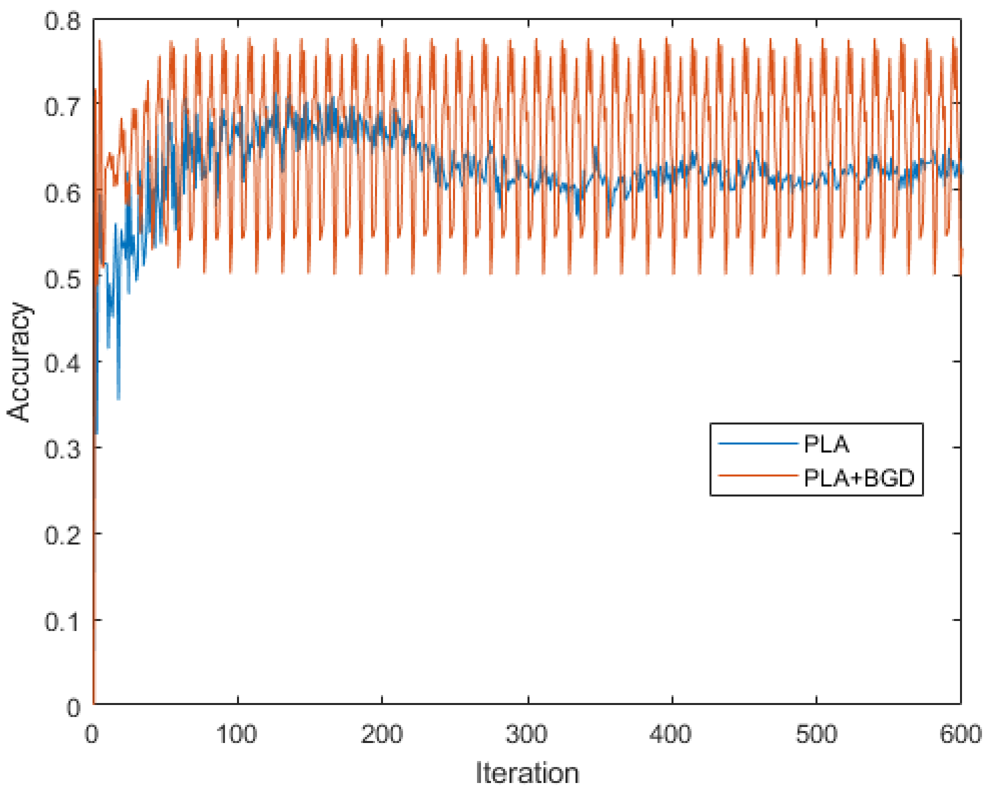


优化

将原来的每次只使用一个错误样本来更新W改为按batch更新，得到的最高准确率和普通的方法对比如下

	最高准确率
PLA	0.715
PLA+BGD	0.7775

迭代600轮绘制出图像如下



可见，使用了BGD以后可以明显地看出准确率以0.65附近为基准不断振荡，幅度越来越大，大约60次迭代以后幅度稳定，在最高点可以获得比普通PLA更好的准确率

十组交叉验证准确率

两种方法分别在十组训练/验证集上取得了如下效果

	准确率	平均准确率
PLA	[0.7075, 0.725, 0.7475, 0.73875, 0.7425, 0.735, 0.71875, 0.7375, 0.755, 0.74625]	0.735
PLA+BGD	[0.77625, 0.7725, 0.77875, 0.77, 0.765, 0.7675, 0.76125, 0.765, 0.79, 0.77375]	0.772

由此，有理由相信使用BGD方法以后的PLA算法可以得到更优的结果

逻辑回归

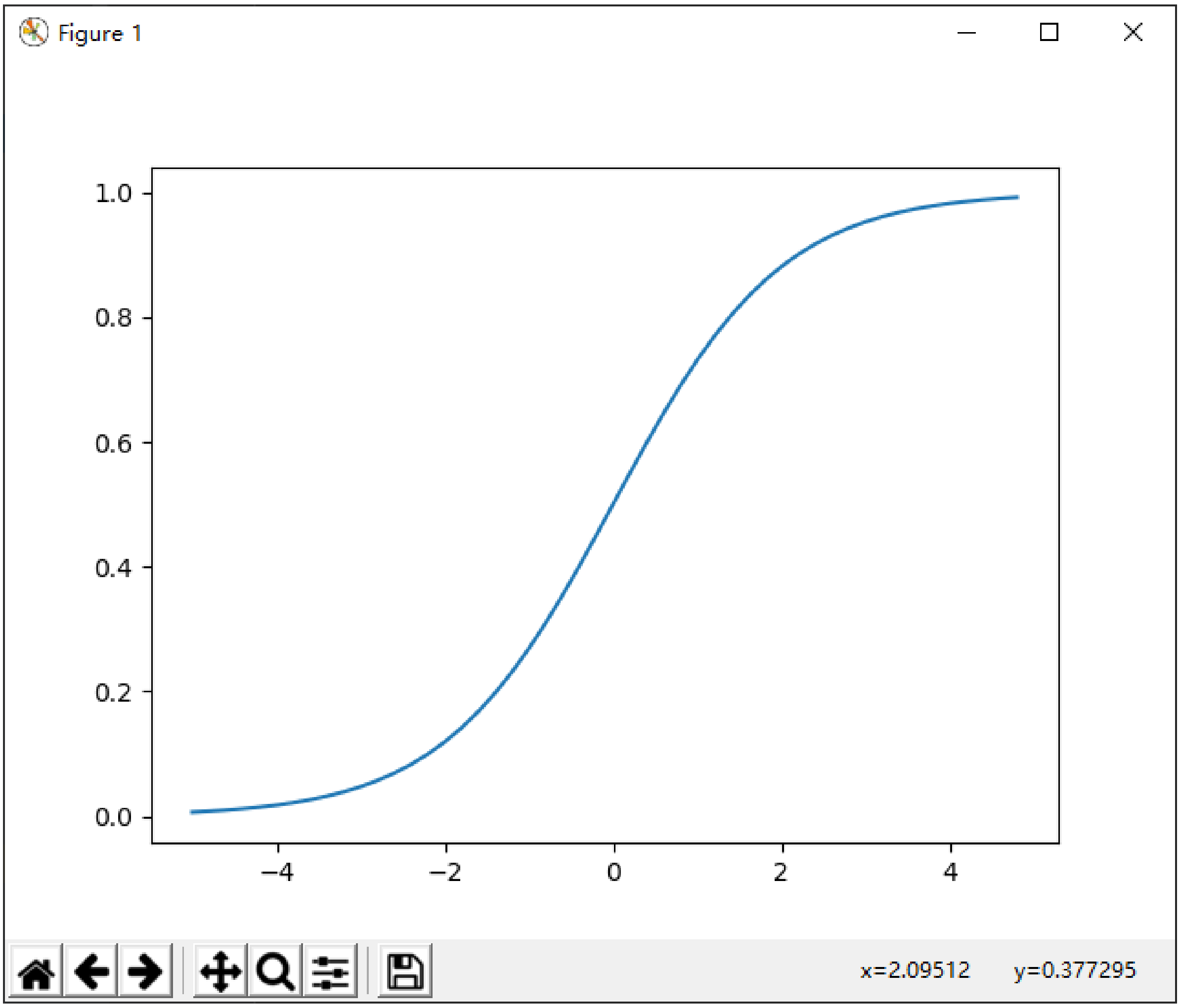
逻辑回归原理

逻辑回归通常针对二分类问题，输入是样本的特征向量$x \in R^n$，输出是样本属于某个类别$y \in 0, 1$的概率

使用sigmoid将预测结果映射到(0,1)的区间，作为标签为1的概率

sigmoid函数

$$F(x) = \frac{1}{1 + e^{-Wx}} \tag{1}$$

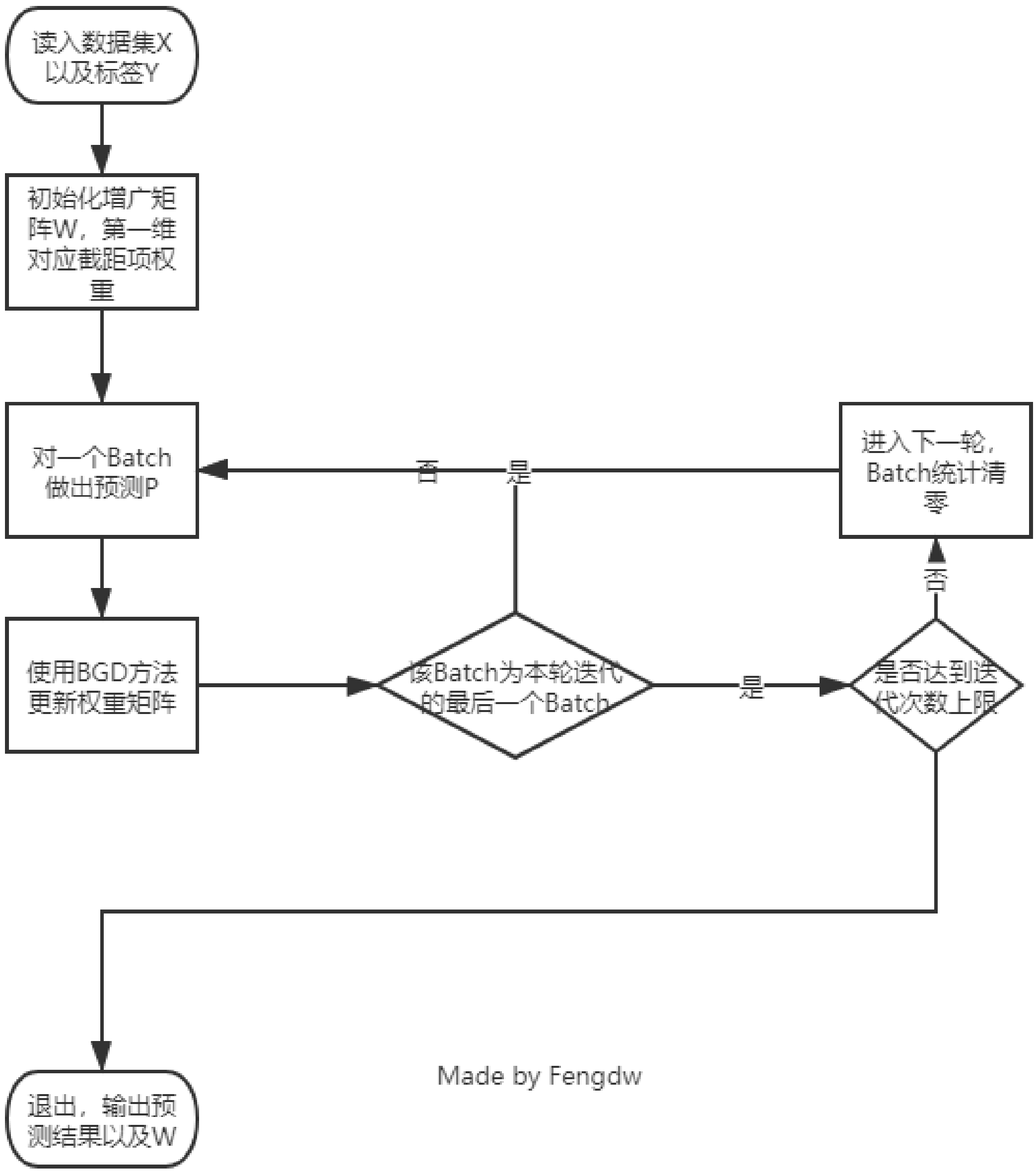


$F(+\infty) = 1$ 当加权求和结果无穷大，样本属于正类别的概率为1

$F(-\infty) = 0$ 当加权求和结果无穷小，样本属于正类别的概率为0

伪代码与流程图

- 流程图



- 伪代码

```
构造sigmoid函数
重复循环I次
    计算数据集梯度
    更新线性函数参数
确定最终的sigmoid函数
输入训练（测试）数据集
运用最终sigmoid函数求解分类
```

关键代码

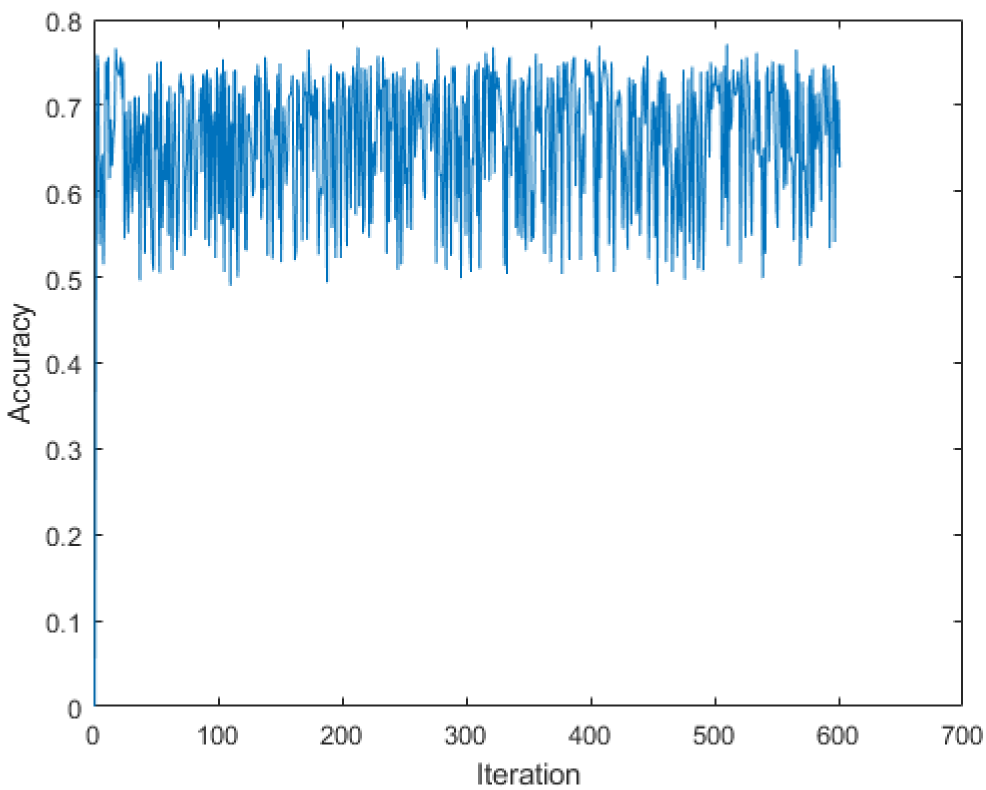
```python
def train(self):
    """
    Logistic训练
    :return: None
    """
    t = threading.Thread(target=self.__show_progress)  # 声明一个显示训练进度的线程
    t.setDaemon(True)  # 将显示进度的线程设置为守护线程
```

```python
    t.start()  # 运行该线程
    for self.it in range(1, self.max_iter + 1):
        self.valid()  # 使用当前w在验证集上验证
        self.__accList.append(self.get_accuracy())  # 获取验证准确率
        self.__argsList.append(self.__w)  # 保存权重w
        if self.__mode == 'BGD':  # BGD模式
            for j in range(len(self.trainDataLabel)):
                self.__optimize(self.trainDataFeature[j],
self.trainDataLabel[j])  # 更新权重
        elif self.__mode == 'SGD':  # SGD模式
            j = random.randint(0, len(self.trainDataLabel))  # 随机选择一个样本
            self.__optimize(self.trainDataFeature[j], self.trainDataLabel[j])  #
更新权重
    self.__w = self.__argsList[self.__accList.index(max(self.__accList))]  # 获取
准确率最高的w作为模型权重
    print('\rTraining Finished', flush=True)
```

实验结果

训练验证集划分：10组交叉验证，准确率取平均值

使用固定迭代次数，权重初始化为零，使用批梯度下降优化，共训练100次，最高准确率0.715，绘图如下



优化

由于逻辑回归需要运算e^x，BGD迭代的运算速度很慢，迭代600次花费时间46.9989866s，所以尝试SGD迭代，效果对比如下

	最高准确率
Logistic+BGD	0.77125
Logistic+SGD	0.77375

十组交叉验证准确率

两种方法分别在十组训练/验证集上取得了如下效果

	准确率	平均准确率	平均时间
Logistic+BGD	[0.72125, 0.73125, 0.71875, 0.7175, 0.7275, 0.73875, 0.71875, 0.7125, 0.71125, 0.74375]	0.724125	0.0724 s
Logistic+SGD	[0.77, 0.775, 0.76, 0.735, 0.74375, 0.765, 0.74875, 0.74125, 0.77125, 0.73125]	0.754125	0.0033 s

SGD虽然有可能无法到达全局最优解，但速度非常快，所以我认为在实际训练中使用SGD迭代效果会更好

思考题

1. **不同的学习率η对模型收敛有何影响？从收敛速度和是否收敛两方面来回答。**

   答：如果学习率过小，收敛速度会非常慢，但可以保证到达局部最优解；如果学习率过大，收敛速度会很快，但有可能无法收敛，最后在局部最优解附近振荡。

2. **使用梯度的模长是否为零作为梯度下降的收敛终止条件是否合适，为什么？一般如何判断模型收敛？**

   答：使用梯度的模长大小是否趋近于零 作为梯度下降的收敛终止条件并不合适 。 梯度趋于零可能是落入到了局部最优解，或鞍点，或大面积的平坦区域。它有可能并没有收敛到最优点。对于逻辑回归，因为它是凹的所以不存在局部最优和鞍点。一般当迭代了一定次数且损失函数长期处于一个固定值时，可以认为模型收敛了。