=1

Afleveringsopgave uge 4

Noah Rahbek Bigum Hansen

22. / 9. - 2024

Opgave 4.18

Givet ligningen:

$$2z^2 + 4z + 8 = 0.$$

Ønskes fundet begge de komplekse løsnigner. Derudover ønskes at finde den polære form for de komplekse løsninger.
For andengradsligniner gælder at de har to komplekse løsninger er givet ved:

$$z = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

Først simplificeres den givne ligning ved division med 2:

$$z^2 + 2 + 4 = 0.$$

Koefficienterne fra denne givne ligning indsættes i løsningsformlen for andengradsligniner:

$$z = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 4}}{2} = -1 \pm \frac{i\sqrt{12}}{2}.$$

2.-leddet simplificeres:

$$z = -1 \pm \frac{2i\sqrt{3}}{2} = -1 \pm i\sqrt{3}.$$

Den absolutte værdi findes:

$$|z| = \sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{4} = 2.$$

Og dernæst skal argumentet findes. Det kan hurtigt ses at de to løsninger ligger i hhv. 2.- og 3.-kvadrant i et koordinatsystem. Her vil blot findes argumentet til løsningen i 2.-kvadrant idet argumentet til løsningen i 3.kvadrant blot er løsningen i 2.-kvadrants multipliceret med -1. For at finde løsningen omtalt før starter vi med at 'dreje' koordinatsystemet 90 grader, hvilket der tages højde for ved at addere det endelige resultet med $\frac{1}{2}\pi$:

$$\arg(z) = \pm\frac{1}{2}\pi + \alpha.$$

Denne vinkel, α kan findes vha. simpel trignometri, idet vi har:

$$|z| \sin \alpha = 1.$$

Altså har vi:

$$\alpha = \sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\pi}{6}.$$

Og dermed fås:

$$\arg(z) = \pm\frac{2}{3}\pi.$$

Nu er opgaven streng talt løst, men for god ordens skyld opskrives løsningerne også på polær form:

$$z = 2e^{\pm\left(\frac{2}{3}i\pi\right)}.$$