

# Afleveringsopgave uge 12

Noah Rahbek Bigum Hansen

14. November 2024

## Opg. 1.39

If  $E[X] = 3$  and  $\text{Var}(x) = 1$ , find

(a)

$$E[(4X - 1)^2]$$

Først udvides argumentet til middelværdi-operatoren som

$$(4X - 1)^2 = 16X^2 - 8X + 1.$$

Vi kan dernæst omskrive udtrykket fra opgaven til

$$E[(4X - 1)^2] = 16E[X^2] - 8E[X] + 1.$$

Vi har brug for at finde  $E[X^2]$  for at kunne komme videre. For at finde værdien heraf bruger vi at variansen er givet som

$$\text{Var}(X) = E[X^2] - E[X]^2.$$

Sættes kendte størrelser ind i formelen fås at

$$\begin{aligned} 1 &= E[X^2] - 3^2 \\ E[X^2] &= 10. \end{aligned}$$

Og da bliver det trivielt at løse udtrykket fra opgaven som

$$E[(4X - 1)^2] = 16E[X^2] - 8E[X] + 1 = 16 \cdot 10 - 8 \cdot 3 + 1 = 137.$$

Altså er svaret 137.

---

(b)

$$\text{Var}(5 - 2X)$$

Vi bruger at følgende sammenhæng gælder for variansen

$$\text{Var}(aX + b) = a^2 \text{Var}(X)$$

og får at

$$\text{Var}(5 - 2X) = (-2)^2 \cdot \text{Var}(X) = 4 \cdot 1 = 4.$$

Altså er svaret 4.

## Opg. D

To typer antibiotika bliver sammenlignet mod mellemørebetændelse. Det ene (Aoxicillin) er billigt, men ikke så effektivt. Det andet (Cefalor) er effektivt, men også lidt dyrere. I det følgende vil vi regne på hvilken behandling der er at foretrække ud fra et økonomisk synspunkt. Det oplyses at:

For Amoxicillin er der sandsynlighed 0,75 for at blive rask. Hvis patienten bliver rask af behandlingen, er udgiften 60 kr., hvorimod hvis patienten ikke bliver rask af behandlingen er de samlede udgifter 96 kr.

For Cefalor er der sandsynlighed 0,9 for at blive rask. Hvis patienten bliver rask af behandlingen, er udgiften 70 kr., hvorimod hvis patienten ikke bliver rask af behandlingen er de samlede omkostninger 106 kr.

Udregn middelmkostningerne for de to typer af antibiotika Amoxicillin og Cefalor. Hvilken type skal vi vælge, hvis vi vil minimere udgifterne?

Middelmkostningerne,  $E[X]$ , forbundet med en given type medicin må være det sandsynlighedsvægtede gennemsnit af omkostningerne så

$$E[X] = P(\text{rask}) \cdot X_{\text{rask}} + P(\text{syg}) \cdot X_{\text{syg}}.$$

For Aoxicillin er dette

$$E[A] = 0,75 \cdot 60 + (1 - 0,75) \cdot 96 = 69.$$

Altså er den forventede omkostning for Aoxicillin-kuren 69 kr. Det samme kan gøres for Cefalor, med samme fremgangsmåde, som

$$E[C] = 0,9 \cdot 70 + (1 - 0,9) \cdot 106 = 73,6.$$

Den forventede omkostning for Cefalor-kuren må da være 73,6 kr. Derfor må det også gælde at Aoxicillin kuren er bedst ift. at minimere udgifterne idet  $E[A] = 69 < E[C] = 73,6$ .