

# Fysik og Mekanik – formelsamling

Noah Rahbek Bigum Hansen

Efteråret 2024

## Indhold

<b>1</b>	<b>Grundlæggende og afledte SI-enheder</b>	<b>3</b>
1.1	SI-prefixer . . . . .	3
1.2	De 7 grundlæggende SI-enheder . . . . .	3
1.3	De 22 afledte SI-enheder . . . . .	4
1.4	Andre hyppigt brugte enheder . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Enheder, fysiske størrelser og vektorer</b>	<b>5</b>
2.1	Vektorprodukter (1.10) . . . . .	5
2.1.1	Skalarproduktet . . . . .	5
2.1.2	Krydsproduktet . . . . .	5
<b>3</b>	<b>Bevægelse langs en ret linje</b>	<b>5</b>
3.1	Strækning, tid og hastighed (2.1-2) . . . . .	5
3.1.1	Gennemsnitlig hastighed . . . . .	5
3.1.2	Øjeblikshastighed (Eng: <i>Instantaneous velocity</i> ) . . . . .	5
3.2	Acceleration (2.3) . . . . .	6
3.2.1	Gennemsnitlig acceleration . . . . .	6
3.2.2	Øjebliksacceleration (Eng: <i>Instantaneous acceleration</i> ) . . . . .	6
3.3	Bevægelse med konstant acceleration . . . . .	6
3.3.1	Hastighed ved konstant acceleration . . . . .	6
3.3.2	Position ved konstant acceleration . . . . .	6
3.4	Hastighed og position ved integration (2.6) . . . . .	7
3.4.1	Hastighed som integralet af acceleration . . . . .	7
3.4.2	Position som integralet af hastighed . . . . .	7
<b>4</b>	<b>Bevægelse i to eller tre dimensioner</b>	<b>7</b>
4.1	Hastighedsvektorer (3.1) . . . . .	7

## INDHOLD

---

4.1.1	Gennemsnitshastighedsvektor (Eng: <i>Average velocity vector</i> ) . . . . .	7
4.1.2	Øjeblikshastighedsvektor (Eng: <i>instantaneous velocity vector</i> ) . . . . .	7
4.1.3	Hastighedskomposanter . . . . .	7
4.1.4	Størrelsen af hastighedsvektoren fra komposanter . . . . .	7
4.2	Accelerationsvektorer (3.2) . . . . .	8
4.2.1	Gennemsnitsaccelerationsvektor (Eng: <i>Average acceleration vector</i> ) . . . . .	8
4.2.2	Øjebliksaccelerationssvektor (Eng: <i>instantaneous acceleration vector</i> ) . . . . .	8
4.2.3	Accelerationskomposanter . . . . .	8
4.2.4	Størrelsen af accelerationsvektoren fra komposanter . . . . .	8
4.3	Det skrå kast (Eng: <i>Projectile motion</i> ) (3.3) . . . . .	8
4.3.1	Afstand ved skråt kast . . . . .	8
4.3.2	Højde ved skråt kast . . . . .	8
4.3.3	Horisontal hastighed ved skråt kast . . . . .	8
4.3.4	Vertikal hastighed ved skråt kast . . . . .	9
4.4	Bevægelse i en cirkel (3.4) . . . . .	9
4.4.1	Acceleration for uniform cirkulær bevægelse – (Centripetalacceleration) . . . . .	9
4.5	Relativ hastighed (3.5) . . . . .	9
4.5.1	Den gallilæiske hastighedstransformation (Eng: <i>The Galilean velocity transformation</i> ) . . . . .	9
<b>5</b>	<b>Newtons bevægelseslove</b>	<b>9</b>

## 1 Grundlæggende og afledte SI-enheder

### 1.1 SI-prefixer

Navn	Symbol	Størrelse
quetta	Q	$10^{30}$
ronna	R	$10^{27}$
yotta	Y	$10^{24}$
zetta	Z	$10^{21}$
exa	E	$10^{18}$
peta	P	$10^{15}$
tera	T	$10^{12}$
giga	G	$10^9$
mega	M	$10^6$
kilo	k	$10^3$
hekto	h	$10^2$
deka	da	$10^1$
-	-	$10^0$
deci	d	$10^{-1}$
centi	c	$10^{-2}$
mili	m	$10^{-3}$
mikro	$\mu$	$10^{-6}$
nano	n	$10^{-9}$
pico	p	$10^{-12}$
femto	f	$10^{-15}$
atto	a	$10^{-18}$
zepto	z	$10^{-21}$
yocto	y	$10^{-24}$
ronto	r	$10^{-27}$
quecto	q	$10^{-30}$

### 1.2 De 7 grundlæggende SI-enheder

Størrelse	Grundenhed	Enhedssymbol
Tid	Sekund	s
Længde	Meter	m
Masse	Kilogram	kg
Strømstyrke	Ampere	A
Temperatur	Kelvin	K
Stofmængde	Mol	mol
Lysintensitet	Candela	cd

## 1.3 De 22 afledte SI-enheder

Enhedsnavn	Symbol	Størrelse	I standard enheder	I andre SI-enheder
Radian	rad	Planvinkel	$\text{m m}^{-1}$	1
Steradian	sr	Rumvinkel	$\text{m}^2 \text{m}^{-2}$	1
Hertz	Hz	Frekvens	$\text{s}^{-1}$	
Newton	N	Kraft	$\text{kg m s}^{-2}$	
Pascal	Pa	Tryk	$\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-2}$	$\text{N m}^{-2} = \text{J m}^{-3}$
Joule	J	Energi, arbejde	$\text{kg m}^2 \text{s}^{-2}$	$\text{N m} = \text{Pa m}^3$
Watt	W	Effekt	$\text{kg m}^2 \text{s}^{-3}$	$\text{J s}^{-1}$
Coulomb	C	Elektrisk ladning	$\text{s A}$	
Volt	V	Elektrisk spænding	$\text{kg m}^2 \text{s}^{-3} \text{A}^{-1}$	$\text{W A}^{-1} = \text{J C}^{-1}$
Farad	F	Kapacitans	$\text{kg}^{-1} \text{m}^{-2} \text{s}^4 \text{A}^2$	$\text{W A}^{-1} = \text{J C}^{-1}$
Ohm	$\Omega$	Modstand	$\text{kg m}^2 \text{s}^{-3} \text{A}^{-2}$	$\text{V A}^{-1} = \text{J s C}^{-2}$
Siemens	S	Konduktans	$\text{kg}^{-1} \text{m}^{-2} \text{s}^3 \text{A}^2$	$\Omega^{-1}$
Weber	Wb	Magnetisk flux	$\text{kg m}^2 \text{s}^{-2} \text{A}^{-1}$	$\text{V s}$
Tesla	T	Magnetisk fluxtæthed	$\text{kg s}^{-2} \text{A}^{-1}$	$\text{Wb m}^{-2}$
Henry	H	Induktans	$\text{kg m}^2 \text{s}^{-2} \text{A}^{-2}$	$\text{Wb A}^{-1}$
Grader Celsius	$^{\circ}\text{C}$	Temperatur	K	
Lumen	lm	Lysflux	$\text{cd m}^2 \text{m}^{-2}$	$\text{cd sr}$
Lux	lx	Illuminans	$\text{cd m}^2 \text{m}^{-4}$	$\text{lm m}^{-2} = \text{cd sr m}^2$
Becquerel	Bq	Radioaktiv aktivitet	$\text{s}^{-1}$	
Gray	Gy	Absorberet dosis	$\text{m}^2 \text{s}^{-2}$	$\text{J kg}^{-1}$
Sievert	Sv	Ækvivalent dosis	$\text{m}^2 \text{s}^{-2}$	$\text{J kg}^{-1}$
Katal	kat	Katalytisk aktivitet	$\text{mol s}^{-1}$	

## 1.4 Andre hyppigt brugte enheder

**Længde:**

$$1 \text{ light-year} = 9,461 \cdot 10^{15} \text{ m}$$

**Tid:**

$$1 \text{ min} = 60 \text{ s}$$

$$1 \text{ h} = 3600 \text{ s}$$

$$1 \text{ d} = 86\,400 \text{ s}$$

$$1 \text{ y} = 365,24 \text{ d} = 3,156 \cdot 10^7 \text{ s}$$

**Vinkel:**

$$1 \text{ rad} = 57,30^{\circ} = 180^{\circ}/\pi$$

$$1^{\circ} = 0,017\,45 \text{ rad} = \pi/180 \text{ rad}$$

$$1 \text{ rev} = 360^{\circ} = 2\pi \text{ rad}$$

$$1 \text{ rev/min(rpm)} = 0,1047 \text{ rad/s}$$

## 2 Enheder, fysiske størrelser og vektorer

### 2.1 Vektorprodukter (1.10)

#### 2.1.1 Skalarproduktet

Lad  $\vec{A}$  og  $\vec{B}$  være to vektorer. Prikproduktet  $\vec{A} \cdot \vec{B}$  er da defineret som

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \phi = |\vec{A}| |\vec{B}| \cos \phi$$

Hvor  $A$  og  $|\vec{A}|$  er størrelsen af  $\vec{A}$ ,  $B$  og  $|\vec{B}|$  er størrelsen af  $\vec{B}$  og  $\phi$  er vinklen mellem de to vektorer, hvis de lægges så deres "startpunkter" er sammenfaldende. For  $0^\circ < \phi < 90^\circ$  er skalarproduktet positivt mens det for  $90^\circ < \phi < 180^\circ$  er negativt – for  $\phi = 90^\circ$  er skalaproduktet 0.

Skalarproduktet kan også skrives som

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z.$$

Hvor  $\vec{A} = (A_x, A_y, A_z)$  og  $\vec{B} = (B_x, B_y, B_z)$ .

#### 2.1.2 Krydsproduktet

Lad  $\vec{A}$  og  $\vec{B}$  være to vektorer. Krydsproduktet  $\vec{A} \times \vec{B}$  er da defineret som

$$|\vec{C}| = |\vec{A}| |\vec{B}| \sin \phi.$$

Hvor  $|\vec{C}|$  er længden af den resulterende vektor som fås fra krydsproduktet.  $|\vec{A}|$  og  $|\vec{B}|$  er længden af hhv.  $\vec{A}$  og  $\vec{B}$  mens  $\phi$  er vinklen mellem de to vektorer, hvis de lægges så deres "startpunkter" er sammenfaldende.

Komposanterne til den resulterende vektor af krydsproduktet  $\vec{C} = (C_x, C_y, C_z)$  kan findes som

$$C_x = A_y B_z - A_z B_y, \quad C_y = A_z B_x - A_x B_z, \quad C_z = A_x B_y - A_y B_x.$$

Hvor  $\vec{A} = (A_x, A_y, A_z)$  og  $\vec{B} = (B_x, B_y, B_z)$ .

## 3 Bevægelse langs en ret linje

### 3.1 Strækning, tid og hastighed (2.1-2)

#### 3.1.1 Gennemsnitlig hastighed

Den gennemsnitlige hastighed er givet som ændringen i strækning  $\Delta x = x_2 - x_1$  over ændringen i tid  $\Delta t = t_2 - t_1$ . Altså har vi at

$$v_{avx} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}.$$

#### 3.1.2 Øjeblikshastighed (Eng: *Instantaneous velocity*)

Øjeblikshastigheden i  $x$ -retningen  $v_x$  er givet ved den gennemsnitlige hastighed når  $\Delta \rightarrow 0$ . Altså

$$v_x = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}.$$

## 3.2 Acceleration (2.3)

### 3.2.1 Gennemsnitlig acceleration

Vi betragter en partikel der bevæger sig langs  $x$ -aksen. Lad  $P_1$  angive et punkt hvor partiklen har hastighed  $v_{1x}$  til tiden  $t_1$  og  $P_2$  angive et tilsvarende punkt hvor partiklen istedet har hastigheden  $v_{2x}$  til tiden  $t_2$ . Idet partiklen bevæger sig fra  $P_1$  til  $P_2$  på  $\Delta t = t_2 - t_1$  og ændrer sin hastighed med  $\Delta v_x = v_{2x} - v_{1x}$  så er den gennemsnitlige acceleration givet som

$$a_{av_x} = \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{v_{2x} - v_{1x}}{t_2 - t_1}.$$

### 3.2.2 Øjeblikssacceleration (End: *Instantaneous acceleration*)

Øjeblikssaccelerationen i  $x$ -retningen  $a_x$  er defineret som den gennemsnitlige acceleration når  $\Delta t \rightarrow 0$ . Altså

$$a_x = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{dv_x}{dt}.$$

## 3.3 Bevægelse med konstant acceleration

### 3.3.1 Hastighed ved konstant acceleration

Vi betragter en partikel, der bevæger sig langs  $x$ -aksen. Lad  $v_{0x}$  være partiklens hastighed til  $t = 0$ ,  $a_x$  være partiklens *konstante* acceleration og  $t$  være tiden. Hastigheden i  $x$ -retningen  $v_x$  til tiden  $t$  er da givet som

$$v_x = v_{0x} + a_x t.$$

Har man i stedet fået givet to punkter  $x$  og  $x_0$  men ingen tid  $t$  kan følgende formel benyttes i stedet

$$v_x^2 = v_{0x}^2 + 2a_x(x - x_0).$$

### 3.3.2 Position ved konstant acceleration

Vi betragter en partikel, der bevæger sig langs  $x$ -aksen. Lad  $x_0$  være partiklens position til  $t = 0$ ,  $v_{0x}$  være partiklens hastighed til  $t = 0$ ,  $a_x$  være partiklens *konstante* acceleration og  $t$  være tiden. Positionen af partiklen til tiden  $t$  er da givet som

$$x = x_0 + v_{0x}t + \frac{1}{2}a_x t^2.$$

Har man ikke fået opgivet den konstante acceleration  $a_x$  men i stedet en start og en sluthastighed  $v_{0x}$  og  $v_x$  kan følgende formel benyttes

$$x - x_0 = \frac{1}{2}(v_{0x} + v_x)t.$$

Her er det værd at bemærke at formlen ovenfor kun kan benyttes for konstant acceleration, dette gælder selvom denne acceleration ikke er givet.

### 3.4 Hastighed og position ved integration (2.6)

#### 3.4.1 Hastighed som integralet af acceleration

Har man fået oplyst en funktion  $a_x$  der beskriver accelerationen som funktion af tid samt en initialhastighed  $v_{0x}$  kan hastigheden  $v_x$  til tiden  $t$  findes som

$$v_x = v_{0x} + \int_0^t a_x \, dt.$$

#### 3.4.2 Position som integralet af hastighed

Har man fået oplyst en funktion  $v_x$  der beskriver hastigheden som funktion af tid samt en initialposition  $x_0$  kan positionen  $x$  til tiden  $t$  findes som

$$x = x_0 + \int_0^t v_x \, dt.$$

## 4 Bevægelse i to eller tre dimensioner

### 4.1 Hastighedsvektorer (3.1)

#### 4.1.1 Gennemsnitshastighedsvektor (Eng: *Average velocity vector*)

På samme måde som i 3.1.1: **Gennemsnitlig hastighed** kan vi finde gennemsnitshastighedsvektoren  $\vec{v}_{av}$  som kvotienten mellem ændringen i positionsvektoren  $\Delta\vec{r}$  og ændringen i tid  $\Delta t$ . Altså

$$\vec{v}_{av} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{t_2 - t_1}.$$

#### 4.1.2 Øjeblikshastighedsvektor (Eng: *instantaneous velocity vector*)

På samme måde som i 3.1.2: **Øjeblikshastighed** (Eng: *Instantaneous velocity*) kan vi finde øjeblikshastighedsvektoren  $\vec{v}$  som kvotienten mellem ændringen i positionsvektoren  $\Delta\vec{r}$  og ændringen i tid  $\Delta t$  når  $\Delta t \rightarrow 0$ . Altså

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}.$$

#### 4.1.3 Hastighedskomponenter

Hastigheden i en given retning er blot ændringen i position i denne retning over tid. Altså

$$v_x = \frac{dx}{dt}, v_y = \frac{dy}{dt}, v_z = \frac{dz}{dt}.$$

#### 4.1.4 Størrelsen af hastighedsvektoren fra komponenter

Givet størrelsen på komponenterne,  $(v_x, v_y, v_z)$  til hastighedsvektoren  $\vec{v}$  kan størrelsen af hastighedsvektoren  $|\vec{v}|$  findes med Pythagoras som

$$|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}.$$

## 4.2 Accelerationsvektorer (3.2)

### 4.2.1 Gennemsnitsaccelerationsvektor (Eng: *Average acceleration vector*)

På samme måde som i 3.2.1: **Gennemsnitlig acceleration** kan vi finde gennemsnitsaccelerationsvektoren  $\vec{a}_{av}$  som kvotienten mellem ændringen i hastighedsvektoren  $\Delta\vec{v}$  og ændringen i tid  $\Delta t$ . Altså

$$\vec{a}_{av} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1}.$$

### 4.2.2 Øjeblikksaccelerationssvektor (Eng: *instantaneous acceleration vector*)

På samme måde som i 3.2.2: Øjeblikksacceleration (Eng: *Instantaneous acceleration*) kan vi finde øjeblikksaccelerationsvektoren  $\vec{a}$  som kvotienten mellem ændringen i hastighedsvektoren  $\Delta\vec{v}$  og ændringen i tid  $\Delta t$  når  $\Delta t \rightarrow 0$ . Altså

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}.$$

### 4.2.3 Accelerationskomponenter

Accelerationen i en given retning er blot ændringen i position i denne retning over tid. Altså

$$a_x = \frac{dv_x}{dt}, a_y = \frac{dv_y}{dt}, a_z = \frac{dv_z}{dt}.$$

### 4.2.4 Størrelsen af accelerationsvektoren fra komponenter

Givet størrelsen på komponenterne,  $(a_x, a_y, a_z)$  til accelerationsvektoren  $\vec{a}$  kan størrelsen af accelerationsvektoren  $|\vec{a}|$  findes med Pythagoras som

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}.$$

## 4.3 Det skrå kast (Eng: *Projectile motion*) (3.3)

### 4.3.1 Afstand ved skråt kast

Givet en initialhastighed  $v_0$ , en kastevinkel  $\alpha_0$  og en tid  $t$  kan den tilbagelagte horisontale afstand for et skråt kast findes som

$$x = (v_0 \cos \alpha_0)t.$$

### 4.3.2 Højde ved skråt kast

Givet en initialhastighed  $v_0$ , en kastevinkel  $\alpha_0$  kan højden  $y$  til tiden  $t$  findes som

$$y = (v_0 \sin \alpha_0)t - \frac{1}{2}gt^2.$$

### 4.3.3 Horisontal hastighed ved skråt kast

Givet en initialhastighed  $v_0$  og en kastevinkel  $\alpha_0$  kan hastigheden i  $x$ -retningen  $v_x$  findes som

$$v_x = v_0 \cos \alpha_0.$$



#### 4.3.4 Vertikal hastighed ved skråt kast

Givet en initialhastighed  $v_0$  og en kastevinkel  $\alpha_0$  kan den vertikale hastighed  $v_y$  til tiden  $t$  findes som

$$v_y = v_0 \sin \alpha_0 - gt.$$

### 4.4 Bevægelse i en cirkel (3.4)

#### 4.4.1 Acceleration for uniform cirkulær bevægelse – (Centripetalacceleration)

Idet et objekt i cirkulær bevægelse er nødt til konstant at ændre sin bevægelsesretning for at følge cirkelbevægelsen rundt. Dette betyder at objektet er nødt til at have en acceleration selvom størrelsen på dens hastighed ikke ændrer sig. Denne acceleration kaldes *centripetalaccelerationen* og kan findes ud fra en given hastighed  $v$  og radiussen af cirkelbevægelsen  $R$  som

$$a_{cp} = \frac{v^2}{R}.$$

Idet hastigheden kan findes ud fra radiussen  $R$  og perioden  $T$  som

$$v = \frac{2\pi R}{T}$$

kan centripetalaccelerationen findes som

$$a_{rad} = \frac{4\pi^2 R}{T^2}.$$

### 4.5 Relativ hastighed (3.5)

#### 4.5.1 Den gallilæiske hastighedstransformation (Eng: *The Galilean velocity transformation*)

Givet et objekt  $P$ 's hastighed, i forhold til et referencesystem  $B$ ,  $\vec{v}_{P/B}$  og referencesystem  $B$ 's hastighed i forhold til et andet referencesystem  $A$ ,  $\vec{v}_{B/A}$  kan objektet  $P$ 's hastighed i forhold til  $A$  findes som

$$\vec{v}_{P/A} = \vec{v}_{P/B} + \vec{v}_{B/A}.$$

## 5 Newtons bevægelseslove