

Prøveeksamen – Termodynamik

Noah Rahbek Bigum Hansen – 202405538

26. Maj 2025

Opgave 1.

Luft ved 25 °C ekspanderes i en adiabatisk proces fra et volumen på 1 L til 2 L. Bestem tryk, densitet og specifik enthalpi i sluttilstanden.

Vi antager at trykket i starttilstanden er atmosfæretryk, $p_1 = 101,325$ kPa. Såfremt det antages at processen er isentropisk kan de velkendte sammenhænge fra isentropiske processer bruges:

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma$$
$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1}.$$

For at finde densiteten antages at luften er en idealgas og derfor kan idealgasloven benyttes som:

$$\rho_2 = \frac{P_2}{RT_2}.$$

Entalpien for luften kan slutteligt findes som:

$$h_2 = c_p T_2.$$

Dette er regnet i EES som:

```
gamma = 1,4
R = 0,287 [kJ/kg K]
cp = gamma*R/(gamma - 1)
T1 = 298 [K]
P1 = 101,325 [kPa]
V1 = 0,001 [m3]
V2 = 0,002 [m3]

T2 = T1*(V1/V2)^(gamma - 1)
P2 = P1*(V1/V2)^gamma
rho2 = P2/(R*T2)
h2 = cp*T2
```

EES giver her et resultat på $p_2 = 38,39$ kPa, $\rho_2 = 0,5924 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ og $h_2 = 227,2 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$.

Opgave 2.

En turbine har følgende egenskaber: en isentropisk virkningsgrad på 83%, et indgangstryk på 30 bar, et udgangstryk på 80 bar, og en udgangstemperatur på 327 °C. Arbejdsmediet er damp og massestrømmen gennem turbinen er 20 kg/s. Bestem dampens indgangstemperatur og arbejdet turbinen kan udføre.

Idet vi har to tilstandstørrelser til sluttilstanden kan vi regne de resterende vha. stofdatakald i EES således fås:

$$h_2 = 3113 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$
$$s_2 = 7,38 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}.$$

Desuden kan den isentropiske virkningsgrad regnes som:

$$\eta_{\text{is}} = \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_{2s}} = 0,83.$$

Heri kan h_{2s} regnes vha. et stofdatakald i EES som:

```
h_s[2] = enthalpy(Water;P=P[2];s=s[1])
```

Dermed er den eneste ubekendte i formelen for η_{is} altså h_1 . Denne kan iterativt findes i EES ved at gætte på en starttemperatur. Dette giver en temperatur $T_1 = 588^\circ\text{C}$ for at den isentropiske virkningsgrad passer med den angivne værdi. Dermed er to tilstandstørrelser også kendt for begyndelsestilstanden, hvorved de resterende kan findes vha. stofdatakald i EES til hhv.

$$h_1 = 3523 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$
$$s_1 = 7,205 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$
$$h_{2,s} = 3078 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}.$$

Dermed kan det specifikke arbejde udført af turbinen findes som:

$$w = h_1 - h_2 = 3523 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} - 3154 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} = 369 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}.$$

Og dermed kan den samlede effekt findes som:

$$\dot{W} = 20 \frac{\text{kg}}{\text{s}} \cdot 369 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} = 7,38 \text{ MW}.$$

Opgave 3.

Damp ved 150 °C og atmosfærisk tryk anvendes til at fjerne is fra nogle køleribber. Umiddelbart før afrimningen har isen en gennemsnitstemperatur på -3°C og en masse på 2 kg. Antag at dampen kun udveksler varme med isen og at dampen forlader systemet med en kvalitet på 80%. Bestem den samlede mængde af damp som er nødvendigt for at smelte alt isen.

Der kan opstilles en energibalancel idet energien der skal bruges af isen må være summen af den energi det kræves at opvarme isen fra -3°C til 0°C og den energi det kræver at smelte isen. Dette må altså være:

$$Q_{\text{ice}} = m_{\text{ice}} \cdot (h_{\text{ice}} + h_{f,\text{ice}}).$$

Idet vi både har trykket og temperaturen på isen i starten og ved smeltepunktet kan begge entalpi-værdier findes vha. stofdatakald i EES.

Energien frigivet pr. kilogram damp er lig entalpiforskellen på dampen før og efter det har passeret igennem systemet. Begge disse kan findes med stofdatakald i EES. Dernæst kan massen af damp påkrævet regnes som:

$$m_s = \frac{Q_{\text{ice}}}{\Delta h}.$$

Dette er gjort i EES, hvorved massen af damp påkrævet er fundet til $m_s = 1,228 \text{ kg}$.

Opgave 4.

En varmemaskine arbejder mellem temperaturniveauerne 250°C og 10°C . Den får tilført 10 MW varme ved den høje temperatur og afgiver 3 MW varme ved den lave temperatur. Resten bliver omdannet til arbejde. Argumenter for om det kan lade sig gøre ift. termodynamikkens første og anden lov.

Termodynamikkens 1. lov er om energibevarelse. I dette tilfælde tilføres der mere energi end der afgives idet $E_{\text{tilført}} = 10 \text{ MW} > E_{\text{afgivet}} = 3 \text{ MW}$. Dermed er der intet problematisk ift. den 1. lov.

Termodynamikkens 2. lov foreskriver bl.a. at varmemaskiner ikke kan have en virkningsgrad bedre end Carnots virkningsgraden for en tilsvarende proces. I dette tilfælde er den egentlige virkningsgrad for varmemaskinen:

$$\eta_{\text{egentlig}} = \frac{\dot{W}}{\dot{Q}_H} = \frac{7 \text{ MW}}{10 \text{ MW}} = 70\%.$$

Carnot virkningsgraden for en tilsvarende proces er:

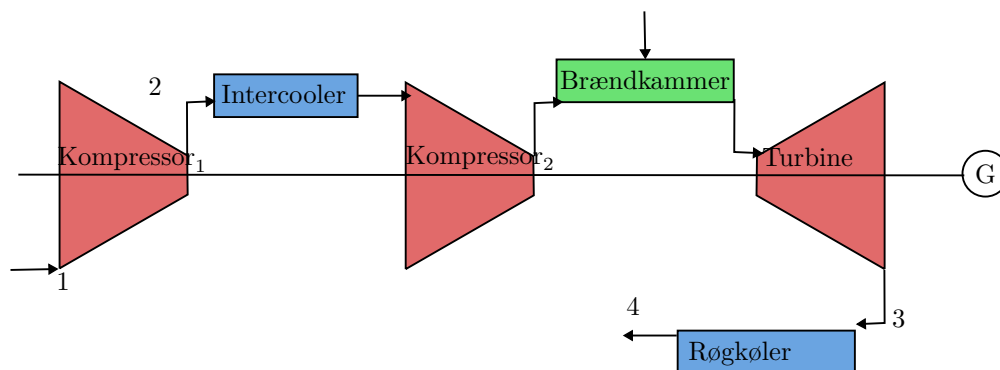
$$\eta_{\text{carnot}} = 1 - \frac{T_L}{T_H} = 1 - \frac{283 \text{ K}}{523 \text{ K}} = 45,9\%.$$

Dermed er virkningsgraden for maskinen bedre end den teoretisk optimale og dermed bryder maskinen termodynamikkens 2. lov.

Opgave 5.

Tegn et procesdiagram for en gasmotor som anvender en Brayton kredspocess. Motoren skal kunne anvende spildvarmen fra udstødningsgassen til fjernvarme og anvende to kompressorer med mellemkøling. Angiv mindst 4 relevante tilstandsnumre og et groft bud på tryk og temperatur i de nummererede tilstande.

På **Figur 1** ses et bud på procesdiagrammet for processen. Her optages atmosfærisk luft i tilstand 1, hvorfor $T_1 = 20^{\circ}\text{C}$ og $p_1 = 1 \text{ bara}$. I tilstand 2 er dette blevet komprimeret i det første komprimeringsstrin. Her er et bud på temperatur og tryk hhv. $T_2 = 140^{\circ}\text{C}$ $p_2 = 3,16 \text{ bara}$. I tilstand 3 er gassen blevet ført igennem turbinen og dermed må det have et tryk tæt på $p_3 = 1 \text{ bar}$ her er temperaturen nok fortsat høj, omend ikke så høj som i brændelseskammeret. Et bud på en temperatur kunne være $T_3 = 600^{\circ}\text{C}$. I tilstand 4 er dette blevet røggaskølet og her er temperaturen nok ikke meget over $T_4 = 100^{\circ}\text{C}$ ved et tryk på $p_4 = 1 \text{ bara}$.



Figur 1: Procesdiagram

Opgave 6.

Indtegn følgende proces på et passende T - s -diagram og P - v -diagram: CO_2 ved et tryk på 1 bar og en temperatur på 100°C afkøles til 40°C ved en isobar process. Herefter komprimeres gassen adiabatisk og isentropisk til et tryk på 50 bar. Til slut afkøles gassen ved konstant volumen til 15°C .

Følgende EES kode er blevet fremstillet til at beregne alle tilstandsstørrelser:

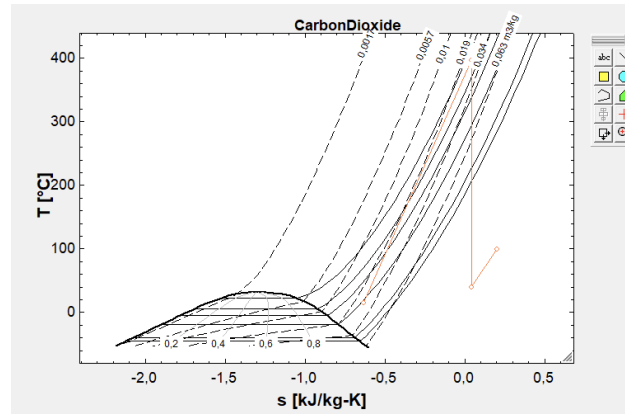
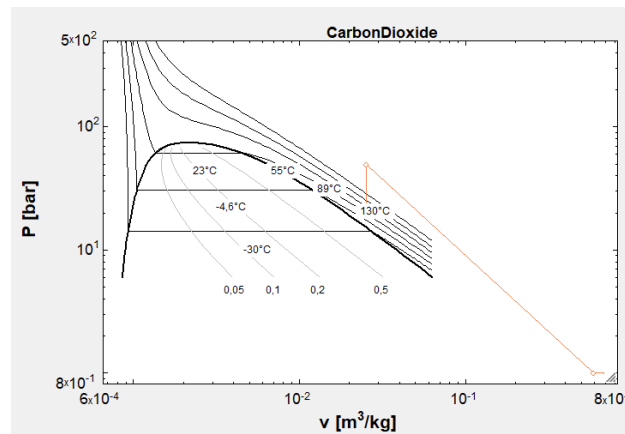
```
P[1] = 1 [bar]
T[1] = 100 [C]
s[1] = Entropy(CarbonDioxide;P=P[1];T=T[1])
v[1] = volume(CarbonDioxide;P=P[1];T=T[1])

P[2] = P[1]
T[2] = 40 [C]
s[2] = Entropy(CarbonDioxide;P=P[2];T=T[2])
v[2] = volume(CarbonDioxide;P=P[2];T=T[2])

P[3] = 50 [bar]
s[3] = s[2]
T[3] = temperature(CarbonDioxide;P=P[3];s=s[3])
v[3] = volume(CarbonDioxide;P=P[3];s=s[3])

v[4] = v[3]
T[4] = 15 [C]
P[4] = pressure(CarbonDioxide;T=T[4];v=v[4])
s[4] = entropy(CarbonDioxide;T=T[4];v=v[4])
```

Med afsæt i resultatet af dette kan de to nedenstående diagrammer fremstilles.

Figur 2: Ts -diagramFigur 3: Pv -diagram

Opgave 7.

Tag udgangspunkt i den generelle udgave af termodynamikkens første lov (**Ligning 1**) og argumenter for at der er enthalpibevarelse for en stationær, adiabatisk strømning gennem en dysse.

$$\dot{Q}_{\text{in}} + \dot{W}_{\text{in}} + \sum_{i \in \text{in}} \dot{m}_i \left(h_i + \frac{V_i^2}{2} + gz_i \right) = \dot{Q}_{\text{out}} + \dot{W}_{\text{out}} + \sum_{i \in \text{out}} \dot{m}_i \left(h_i + \frac{V_i^2}{2} + gz_i \right) + \frac{dE}{dt} \quad (1)$$

For en stationær adiabatisk dysse med ens massestrøm ind og ud af dyssen får vi:

$$\begin{aligned} \dot{W}_s &= 0 \\ \dot{Q} &= 0 \\ z_1 &\approx z_2 \implies g\Delta z \approx 0 \\ \dot{m}_1 &= \dot{m}_2 \implies V_1 = V_2. \end{aligned}$$

Dermed reduceres formelen til:

$$\dot{m}(h_1) = \dot{m}(h_2) \implies h_1 = h_2.$$

Altså er der entalpibevarelse igennem dyssen.

Opgave 8.

Tag udgangspunkt i den generelle udgave af termodynamikkens første lov (**Ligning 1**) og anden lov (**Ligning 2**) og argumenter for at der altid sker en entropiskabelse i et blandingsbatteri, hvor en varm og kold vandstrøm kommer ind hver for sig og en blanding med homogen temperatur forlader systemet. Antag at der er tale om en stationær strømning.

$$\frac{\dot{Q}_{\text{in}}}{T_{\text{in}}} + \sum_{i \in \text{in}} \dot{m}_i s_i + \dot{S}_{\text{gen}} = \frac{\dot{Q}_{\text{out}}}{T_{\text{out}}} + \sum_{i \in \text{out}} \dot{m}_i s_i + \frac{dS}{dt} \quad (2)$$

For et generelt knudepunkt (som i opgaven) har vi at:

$$\begin{aligned} \dot{m}_{\text{cold}} h_{\text{cold}} + \dot{m}_{\text{hot}} h_{\text{hot}} &= \dot{m}_{\text{out}} h_{\text{out}} \\ \dot{m}_{\text{cold}} + \dot{m}_{\text{hot}} &= \dot{m}_{\text{out}}. \end{aligned}$$

Entropibalancen giver:

$$\dot{S}_{\text{gen}} = (\dot{m}_1 s_1 + \dot{m}_2 s_2)_{\text{in}} - (\dot{m}_3 s_3)_{\text{out}} \geq 0.$$

Der må ske en overførsel af varme Q fra den varme strøm til den kolde. Dermed må entropien for de to strømme ændres som:

$$\begin{aligned} \Delta S_{\text{hot}} &= -\frac{Q}{T_{\text{hot}}} \\ \Delta S_{\text{cold}} &= \frac{Q}{T_{\text{cold}}}. \end{aligned}$$

Derfor er den totale \dot{S}_{gen} også:

$$\dot{S}_{\text{gen}} = Q \left(\frac{1}{T_{\text{cold}}} - \frac{1}{T_{\text{hot}}} \right).$$

Dermed ses at der altså må genereres en entropi.

Opgave 9.

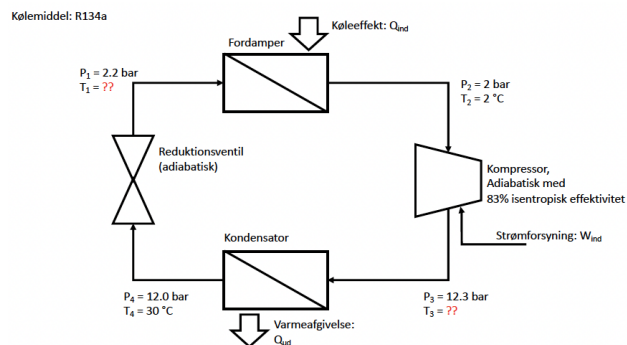
En dampturbine arbejder med et indgangstryk på 10 bar og et udgangstryk på 3 bar. Indgangstemperaturen er 300 °C. Turbinen leverer 10 kW i stationær drift, og har et varmetab på 1 kW til omgivelserne. For at forøge virkningsgraden isoleres turbinen nu, så varmetabet reduceres med 50%. Det leverede arbejde, trykforholdet og indgangstemperaturen forbliver konstant. Beregn det tabte arbejde før og efter ændringen og vurder hvor meget turbinens virkningsgrad forøges som følge af ændringen.

Vi kan beregne hele starttilstanden i EES vha. stofdatakald da vi kender to tilstandsstørrelser her. Vi kan dernæst finde tilstand 2s (den isentropiske version af tilstand 2) idet vi her har et nyt tryk og samme entropi som i starttilstanden. Dermed kan det idealiserede specifikke arbejde regnes til:

$$\Delta h = h_2 - h_{2s} = 232 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}.$$

Opgave 10.

En kølekreds er beskrevet ved følgende skitse **Figur 4**. Kølemidlet er R134a. Lav en EES kode, som beregner følgende i alle nummererede tilstande: Tryk, temperatur, specifik volumen, specifik enthalpi, specifik entropi. Plot derudover et Ts -diagram for kredsprocessen.



Figur 4: Kølekreds

Opgave 11.

I brændkammeret på en lille raket motor er trykket 8 bar og temperaturen 1200 K. Gassen fra forbrændingen kan antages at opføre sig som en idealgas med $\frac{C_p}{C_v} = 1.4$. Gassen forlader brændkammeret gennem en dysse, hvor den accelereres i en adiabatisk og isentropisk proces. Uden for dyssen er trykket 0,5 bar (raketten er allerede i luften). Bestem hastigheden, som gassen forlader dyssen med.

Opgave 12.

Et elektrolyseapparat laver 21,5 kg brint ved brug af 1 MWh elektricitet. Beregn førsteløvs effektiviteten ift. den øvre brændværdi (HHV) for brint.