布尔控制网络综述

汇报人：周善康

content

目录

一

引言与概述

1

BCN概念简介

布尔控制网络

布尔控制网络（BCNs）是一种数学模型，用于描述和分析复杂系统中的动态行为，特别适用于生物网络和计算机科学领域。

二值逻辑

BCNs基于二值逻辑，即系统状态被简化为开或关两种状态，这有助于简化复杂系统的分析和控制。

动力学特性

通过布尔函数描述节点间的相互作用，BCNs能够模拟系统随时间演化的动力学特性，如稳定状态和周期性行为。

控制理论应用

BCNs结合控制理论，允许我们设计策略来改变系统状态，实现对复杂系统的有效管理和干预。

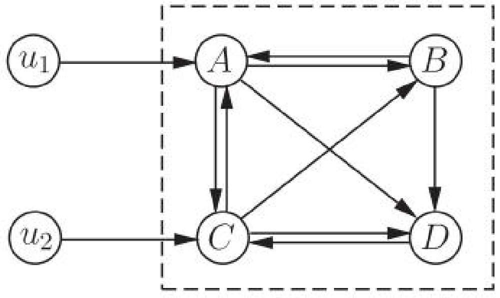

Figure 1. A Boolean (control) network.

参考资料：0.Analysis and control of BCNs

半张量积(STP)解析

BCNs动力学方程:

$$\begin{cases} x_1(t+1) = f_1\left(u_1(t),\ldots,u_m(t),x_1(t),\ldots,x_n(t)\right) \\ x_2(t+1) = f_2\left(u_1(t),\ldots,u_m(t),x_1(t),\ldots,x_n(t)\right) \\ \qquad\vdots \\ x_n(t+1) = f_n\left(u_1(t),\ldots,u_m(t),x_1(t),\ldots,x_n(t)\right) \end{cases}$$

BCNs代数形式:

$$\begin{cases} \mathbf{x}_1(t+1) = F_1 \ltimes \mathbf{u}(t) \ltimes \mathbf{x}(t) \\ \mathbf{x}_2(t+1) = F_2 \ltimes \mathbf{u}(t) \ltimes \mathbf{x}(t) \\ \qquad\vdots \\ \mathbf{x}_n(t+1) = F_n \ltimes \mathbf{u}(t) \ltimes \mathbf{x}(t) \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$\mathbf{x}(t+1) = F \ltimes \mathbf{u}(t) \ltimes \mathbf{x}(t)$$

STP定义

半张量积（STP）是一种数学工具，用于将布尔逻辑运算转换为矩阵运算，简化了布尔控制网络（BCN）的动力学分析过程。

STP作用

通过STP，复杂的布尔逻辑规则可以被表示成易于处理的矩阵形式，这不仅提升了计算效率，也使得BCN的动力学特性更加直观，并且可以利用相关矩阵知识。

STP示例

通过半张量积(STP)将布尔逻辑转换为矩阵运算，将动力学方程转化为代数形式x(t+1) = L⊗ u(t) ⊗ x(t)。

参考资料：0.Analysis and control of BCNs

系统控制与分析

2

可控性研究

可达性指系统从某一初始状态到达某目标状态的能力，是评估系统控制潜力的关键指标。

可控性确保系统能通过外部输入从任何状态转移到任意状态，是实现有效控制的前提条件。

可达性关注内部状态转移，可控性则侧重于输入影响下的状态变化，二者研究在STP利用下转为对输入状态关联矩阵的研究。

可达性概念

可控性定义

关系解析

参考资料：1、Controllability of Boolean Control Networks via Perron-Frobenius Theory
2、Controllability of probabilistic Boolean control networks based on transition probability matrices

稳定性与稳定化策略

BCNs动力学方程:

$$x_1(t+1) = f_1(x_1, \ldots, x_n)$$
$$x_2(t+1) = f_2(x_1, \ldots, x_n)$$
$$\vdots$$
$$x_n(t+1) = f_n(x_1, \ldots, x_n), \quad x_i \in \mathscr{D},$$

稳定性

探讨集稳定（常见：固定点、震荡），揭示BCNs动态特性。

集稳定性

系统有一个全局的吸引子集，所有状态都会进入这个集合，并且之后系统一直处在集合状态之中

稳定化途径

可以通过研究关联矩阵来实现稳定化，但是关联矩阵实现稳定化的条件是充分条件；利用转移矩阵则是更好研究稳定化条件。

利用关联矩阵:

$$[\mathscr{I}(F)]^{(k)} = 0,$$

利用转移矩阵:

$$\mathscr{I}(F^k) = 0.$$

参考资料：3、Stability and stabilization of Boolean networks
4、Set stability and set stabilization of Boolean control networks based on invariant subsets
5、Set stabilization for switched Boolean control networks

控制策略实施

3

状态反馈控制

BCNs系统状态与控制输入的代数形式:

$$
\begin{cases}
\mathbf{x}_1(t+1) = F_1 \ltimes \mathbf{u}(t) \ltimes \mathbf{x}(t) \\
\mathbf{x}_2(t+1) = F_2 \ltimes \mathbf{u}(t) \ltimes \mathbf{x}(t) \\
\qquad \vdots \\
\mathbf{x}_n(t+1) = F_n \ltimes \mathbf{u}(t) \ltimes \mathbf{x}(t)
\end{cases}
$$

$$
\begin{cases}
\mathbf{u}_1(t) = K_1 \mathbf{x}(t) \\
\mathbf{u}_2(t) = K_2 \mathbf{x}(t) \\
\qquad \vdots \\
\mathbf{u}_m(t) = K_m \mathbf{x}(t)
\end{cases}
$$

控制输入结构矩阵与k步状态表示:

$$K = \delta_{2^m}(p_1, p_2, \dots, p_{2^n})$$

$$
\begin{aligned}
\mathbf{x}(1; \mathbf{x}_0; K\mathbf{x}_0) &= F \ltimes (K\delta_{2^n}(i)) \ltimes \delta_{2^n}(i) \\
&= F \ltimes \delta_{2^m}(p_i) \ltimes \delta_{2^n}(i) \\
&= \delta_{2^n}\left(\alpha_{(p_i-1)2^n+i}\right).
\end{aligned}
$$

基本原理

状态反馈控制直接利用系统当前状态,通过设计控制器调整系统动态行为,实现期望的性能指标。

设计步骤

1. 通过可达性集合确定反馈矩阵; 2. 利用恢复器获得稳定律结构函数; 3. 设计稳定律调整以优化系统响应。

适用场景

适用于需要精确控制状态变化,确保系统稳定性和性能的场合。

参考资料: 6、State Feedback Stabilization for Boolean Control Networks
7、State feedback stabilization for probabilistic Boolean networks

输出调节控制

BCNs动力学方程形式与参考系统：

$$\begin{cases} x_1(t+1) = f_1(X(t), U(t)), \\ x_2(t+1) = f_2(X(t), U(t)), \\ \quad \vdots \\ x_n(t+1) = f_n(X(t), U(t)); \\ y_j(t) = h_j(X(t)), \quad j = 1, \cdots, p, \end{cases} \qquad \begin{cases} \widehat{x}_1(t+1) = \widehat{f}_1(\widehat{X}(t)), \\ \widehat{x}_2(t+1) = \widehat{f}_2(\widehat{X}(t)), \\ \quad \vdots \\ \widehat{x}_{n_1}(t+1) = \widehat{f}_{n_1}(\widehat{X}(t)); \\ \widehat{y}_j(t) = \widehat{h}_j(\widehat{X}(t)), \quad j = 1, \cdots, p, \end{cases}$$

控制器设计：

$$u(t) = Gx(t)\widehat{x}(t),$$

增广系统矩阵形式：

$$\begin{cases} z(t+1) = \widetilde{L}u(t)z(t), \\ w(t) = \widetilde{H}z(t), \end{cases}$$

输入控制转化为集稳定：

$$\mathcal{O}_j = \left\{ \delta^i_{2^{n+n_1}} : Col_i(\widetilde{H}) = \delta^j_{2^p} \ltimes \delta^j_{2^p} \right\}.$$

输出调节定义

输出调节控制旨在调整系统输出，能够跟踪参考系统的输出。

控制目标

设计一个反馈矩阵控制输入，使得系统的输出 y(t) 能够跟踪参考系统的输出 y~ (t)，并且在有限时间内达到并保持在参考系统的输出中。

实现机制

在常见收敛参考系统中，可以转化为稳定问题来解决；对于一般问题，则利用反馈回路监测实际输出与目标值差异，动态调整控制信号，直至误差最小化，但是难以实现，故采用增广系统来实现跟踪，转而研究增广系统的集稳定。

参考资料：8、Output reachability analysis and output regulation control design of Boolean control networks
9、Output Regulation of Boolean Control Networks

牵制控制

BCNs动力学方程：

$$\begin{cases} x_1(t+1) = f_1(x_1(t), \ldots, x_n(t)) \\ x_2(t+1) = f_2(x_1(t), \ldots, x_n(t)) \\ \vdots \\ x_n(t+1) = f_n(x_1(t), \ldots, x_n(t)) \end{cases}$$

牵制节点与普通节点的区别：

$$x_i(t+1) = F_i(u_i(t), x_1(t), \ldots, x_n(t)), \quad i = 1, 2, \ldots, k$$

$$x_j(t+1) = f_j(x_1(t), \ldots, x_n(t)), \quad j = k+1, \ldots, n$$

结构矩阵与反馈增益矩阵代数式：

$$\begin{cases} M_{\oplus_1} \bar{M}_1 (I_{2^n} \otimes M_1) \Phi_n = M'_1 \\ \vdots \\ M_{\oplus_k} \bar{M}_k (I_{2^n} \otimes M_k) \Phi_n = M'_k \end{cases}$$

关键节点识别

牵制控制首先需识别网络中的关键节点，这些节点对整体行为有显著影响。

控制策略应用

通过调整关键节点的状态，实现对整个网络动态的有效控制。

设计步骤

1、首先设计出满意条件的转移矩阵；2、通过转移矩阵得到逻辑函数的结构函数与反馈增益矩阵；3、进一步得到稳定律。

参考文献：10、Pinning Control Design for the Stabilization of Boolean Networks
11、Set Stabilization of Boolean Networks under Pinning Control Strategy

4

总结与问题

总结

布尔控制网络

- **网络结构与拓扑**
  - 动力学方程+网络结构
- STP是用来解决BCNs问题的工具，可以将布尔控制网络的动力学转换为离散时间线性动力学，称为布尔控制网络的代数形式。
- **控制**
  - 可控可达
    - 可达性是一个系统在状态X0处是可达的，如果存在一个控制序列可以到达指定的Xd；可控性是一个系统在状态X0处是可控的，如果存在一个控制序列，使得系统可以从 X0转移到任意目标状态 Xd。
    - 利用STP将对于BCNs的可控性研究转而对于特定矩阵的研究，在此基础上可以运用很多的相关代数知识，例如：利用Perron-Frobenius Theory去研究BCNs的转移关联矩阵Q，将PBCNs中随机状态转移转化为转移概率矩阵利用新算子<>得到最大转移概率矩阵。
    - 1、Controllability of Boolean Control Networks via Perron-Frobenius Theory
    - 2、Controllability of probabilistic Boolean control networks based on transition probability matrices
- 可观测性
- **稳定性与鲁棒性**
  - 集稳定
    - 稳定与镇定
      - 集稳定是指BCNs能够收敛到一个给定的状态子集；固定点是指BCNs在某个时间点后不再发生变化的状态；震荡是指BCNs在某些状态之间周期性地变化；全局稳定是BCNs收敛到一个特定的固定点；同步是指多个布尔网络或布尔控制网络的状态在某个时间点后变得一致，后四者（固定点、震荡、全局稳定、同步）都可以被视为集稳定的特殊情况。
      - 关联矩阵反映了布尔网络的拓扑结构，即哪些节点之间存在直接的影响关系；转移矩阵描述布尔网络动态行为的矩阵；全局稳定的需要稳定的条件以及全局的条件；开环控制是指控制输入 u(t) 不依赖于系统的状态 x(t)，而是预先设定的一组控制序列；闭环控制是指控制输入 u(t) 依赖于系统的状态 x(t)，即 u(t)=G(x(t))；稳定控制器设计可以利用逻辑映射关联矩阵的k次方=0（这个是充分条件）或逻辑映射k次方的关联矩阵=0（这个是充要条件，并且这个会转化为转移矩阵L的讨论）。
      - 3、Stability and stabilization of Boolean networks
      - 4、Set stability and set stabilization of Boolean control networks basedon invariant subsets
      - 5、Set stabilization for switched Boolean control networks
    - 状态反馈控制
      - 状态反馈控制是一种控制策略，控制输入 u(t) 是通过对系统状态 x(t) 进行某种逻辑或数学运算得到的。
      - 设计稳定控制器可以利用可达性集合可以得到控制输入（利用可达性集合可以高效地稳定），进而得到控制输入的结构矩阵，再通过恢复器得到稳定律，进而得到稳定控制器。
      - 6、State Feedback Stabilization for Boolean Control Networks
      - 7、State feedback stabilization for probabilistic Boolean networks
    - 输出调节控制
      - 输出可达性是指在BCNs中，从某个初始状态出发，通过一系列控制输入，能够使系统的输出达到某个期望的输出值。输出调节控制是指设计一个反馈控制器，使得闭环系统的输出能够跟踪由外部系统产生的参考信号。吸引子集是指在布尔控制网络中，系统状态最终会收敛到的状态集合。吸引子集可以分为以下2种情况：固定点：系统状态最终会收敛到一个固定点。周期轨道：系统状态最终会收敛到一个周期轨道。
      - 对于参考系统是收敛的，可以利用吸引子集来设计反馈控制器，保证系统在一定时间步内跟踪参考系统；对于不收敛的参考系统，通过构造增广系统并设计状态反馈增益矩阵，使得增广系统的输出轨迹在某个时间实例后保持在特定集合中。这种方法有效地将输出调节问题转化为一个稳定问题，并通过设计合适的控制器来实现输出调节。
      - 8、Output reachability analysis and output regulation control design of Boolean control networks
      - 9、Output Regulation of Boolean Control Networks
    - 牵制控制
      - 通过控制网络中的部分节点（称为牵制节点）来影响整个网络的行为，从而达到期望的系统状态，牵制控制只需要控制一部分节点不需要控制整个系统的节点（实际上，操作全部的节点准确无误是十分困难）。
      - 牵制控制关键就是寻找关键节点，可以通过寻找合适转移矩阵L'，发现变化的f逻辑函数的结构矩阵，所对应的节点就是牵制节点，同时可以解出稳定控制器的设计。在集稳定设计的时候，利用不稳定状态索引集，可以快速获得状态反馈控制器，降低了计算复杂度。
      - 10、Pinning Control Design for the Stabilization of Boolean Networks
      - 11、Set Stabilization of Boolean Networks under Pinning Control Strategy
- 干扰解耦

问题

1、将强化学习与布尔网络什么方向结合?

控制问题是NP难度的，就要采用启发式的方法;

2、什么方面的知识可以与布尔网络结合?

代数知识可以在验证BCNs问题的时候方便，还不是类似强化学习这样的结合;

THANKS