Calcolo Numerico - Esercitazione 6

Laurea Triennale in Informatica a.a. 2023-2024

1 Metodo del gradiente per l'ottimizzazione in $\mathbb{R}^n$

Exercise 1.1. Si consideri $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ differenziabile. Scrivere una function Python che implementi il metodo di discesa del gradiente per risolvere il problema di minimo:

$$\arg\min_{x \in \mathbb{R}^n} f(x)$$

Utilizzare una flag per scegliere se utilizzare:

- step size $\alpha > 0$ costante, passato in input;
- step size α_k variabile, calcolato secondo la procedura di backtracking ad ogni iterazione k-esima.

Exercise 1.2. Si consideri la seguente funzione

$$f(x, y) = 3(x - 2)^2 + (y - 1)^2$$

che ha un minimo globale in $(2, 1)$ dove $f(2, 1) = 0$.

- plottare la superficie $f(x, y)$ con il comando `plot_surface` nel dominio $[-1.5, 3.5] \times [-1, 5]$.
- plottare le curve di livello di $f(x, y)$ con il comando `contour` nello stesso dominio.
- determinare il punto di minimo di $f(x, y)$ utilizzando la funzione precedentemente scritta (sia con passo fisso che con passo variabile) usando come punto iniziale $(3, 5)$.
- si analizzino i risultati in entrambi i casi.

Exercise 1.3. Si consideri la seguente funzione detta funzione di Rosenbrock:

$$f(x, y) = 100(y - x^2)^2 + (1 - x)^2$$

che ha un minimo globale in $(1, 1)$ dove $f(1, 1) = 0$. Si eseguano le richieste dell'esercizio precedente nel dominio $[-2, 2] \times [-1, 3]$, usando come punto iniziale $(-0.5, 1)$.

Suggerimento per l'analisi dei risultati: confrontare l'accuratezza e il numero di iterazioni dei metodi al variare del punto iniziale,dei parametri per i criteri di arresto, dei valori α quando il passo è costante e nel caso del passo variabile. Spiegare il comportamento dei metodi nei diversi casi