
CPE Lyon - 3IRC Année 2021/2022
Structures de données et algorithmes avancés
Séance 2 - Complexité des algorithmes



Exercice 1. Déénombrer le nombre d'instructions d'un programme

Pour chacun des extraits de code suivants, exprimez à l'aide d'un $\mathcal{O}(f(n))$ le nombre d'opérations élémentaires effectuées (on négligera le temps passé par l'instruction `for` elle-même) :

1. Programme 1 :

```
1 test = 0
2 for i in range(n):
3     test = test + 1
4
5 for j in range(n):
6     test = test - 1
```

💡 En Python, `range(n)` renvoie l'intervalle des nombres entiers $[0; n - 1]$.

2. Programme 2 :

```
1 test = 0
2 for i in range(n):
3     for j in range(n):
4         test = test + i * j
```

3. Programme 3 :

```
1 a=5
2 b=6
3 c=10
4 for i in range(n):
5     for j in range(n):
6         x = i * i
7         y = j * j
8         z = i * j
9 for k in range(n):
10    w = a*k + 45
11    v = b*b
12 d = 33
```

4. Programme 4 :

```
1 i = n
2 while i > 0:
3     k = 2 + 2
4     i = i // 2
```

5. Programme 5 :

```
1 sum = 0
2 for i from 1 to n*n:
3     for j from 1 to i:
4         for k from 1 to 6:
5             sum = sum + 1;
```

Exercice 2. Croissance de fonctions

Classez les fonctions suivantes par ordre de croissance :

| | | |
|-------------|------------------|---------------|
| 2^n | $\lg \lg n$ | $n^3 + \lg n$ |
| $\lg n$ | $n - n^2 + 5n^3$ | 2^{n-1} |
| n^2 | n^3 | $n \lg n$ |
| $(\lg n)^2$ | \sqrt{n} | 6 |
| $n!$ | n | $(3/2)^n$ |

💡 Pour des exemples d'algorithmes ayant ces complexités : https://en.wikipedia.org/wiki/Time_complexity

Exercice 3. Comparaison de temps d'exécution

Pour chaque fonction $f(n)$ et durée de calcul t du tableau suivant, déterminer la plus grande taille n d'un problème pouvant être résolu pendant la durée t , en supposant que si $n = 1$, le problème est résolu est $f(n)$ microsecondes.

| | 1 second | 1 minute | 1 hour | 1 day | 1 month | 1 year | 1 century |
|------------|-------------|-------------|-----------|----------|------------|-----------|--------------|
| $\lg n$ | | | | | | | |
| \sqrt{n} | | | | | | | |
| n | | | | | | | |
| $n \lg n$ | | | | | | | |
| n^2 | | | | | | | |
| n^3 | | | | | | | |
| 2^n | | | | | | | |
| $n!$ | | | | | | | |

Exercice 4. Notations \mathcal{O}

Vrai ou faux ?

- $11x^3 = \mathcal{O}(87x^2)$
- $x^{13} = \mathcal{O}(3^x)$
- $-2x = \mathcal{O}(58 \log_{35} x)$
- $4x^3 + 12x^2 + 36 = \mathcal{O}(x^3)$
- $0,01x^5 = \mathcal{O}(48x^4)$
- $4^x = \mathcal{O}(x^7)$
- $3x \log_2 x = \mathcal{O}(25x)$
- $23 \ln x = \mathcal{O}(3x)$
- $7x^5 = \mathcal{O}(x^5)$
- $x^5 = \mathcal{O}(7x^5)$

Exercice 5. Notations $\mathcal{O}, \Omega, \Theta$

En utilisant les *définitions*, montrez que $3n^2 - 100n + 6 = \Theta(n^2)$.