

ENTRAÎNEMENT**Exercice 1 :**1. Compléter les pointillés par \in ou \notin .

a) $\frac{15}{5} \dots \text{IN}$; $\frac{36}{16} \dots \text{IN}$; $\frac{36}{16} \dots \text{Q}$.

b) $\frac{21}{7} \dots \emptyset$; $-\frac{20}{12} \dots \text{Q}$; $\frac{575}{125} \dots \text{Q}^+$.

c) $-\frac{365}{73} \dots \text{Z}$; $\frac{121}{11} \dots \text{Q}$; $\frac{42}{6} \dots \text{ID}$

d) $15, 5 \dots \text{Q}$; $\frac{41}{3} \dots \emptyset$; $\frac{3}{4} \dots \text{Q}$; $-\frac{45}{3} \dots \text{IN}$.

2. Compléter les pointillés par \subset ou $\not\subset$.

$\text{IN} \dots \text{Q}$; $\text{Z} \dots \text{IN}$; $\emptyset \dots \text{ID}$; $\text{Q} \dots \text{ID}$.

Exercice 2 :

On donne les nombres

Le PGCD et le PPCM a = 492 et B = 504

1. Décompose les nombres a et b en produit de facteurs premiers

2. Calcule PGCD (504 ; 492) et le PPCM (504 ; 492)

3. Simplifie la fractions : $A = \frac{504}{492}$

4. Calcule $A = \frac{-5}{492} + \frac{7}{504}$

Exercice 3 :

On considère les nombres rationnels suivantes :

$\frac{64}{192}$; $\frac{18}{84}$; $+\frac{84}{28}$; $\frac{7}{21}$; $-\frac{120}{160}$; $-\frac{16}{-48}$ et $\frac{210}{-441}$.

1. Simplifie l'écriture de chacun des nombres rationnels ci-dessous.

2. Précise ceux qui sont des opposés ?

3. Précise ceux qui sont des inverses ?

4. Range ces nombres dans l'ordre décroissant.

Exercice 4 :

1. Calcule les sommes suivantes puis simplifie :

$A = \frac{3}{4} + \frac{5}{-3}$; $B = \left(-\frac{2}{7}\right) + \left(-\frac{3}{2}\right)$; $C =$

$\left(-\frac{2}{13}\right) + \left(\frac{-7}{13}\right)$

2. Calcule les différences suivantes puis simplifie :

$A = \frac{3}{4} - \frac{2}{3}$; $B = 3 - \left(-\frac{3}{2}\right)$; $C =$

$\left(-\frac{12}{15}\right) - \left(\frac{-7}{15}\right)$

3. Calcule les produits suivants (simplifie) :

a) $A = -3 \times \frac{3}{4}$; $B = 3 \times \left(-\frac{3}{2}\right)$; $C = \left(-\frac{2}{15}\right) \times +35$.

b) $A = \frac{4}{3} \times -\frac{9}{12}$; $B = \frac{125}{14} \times \frac{49}{-50}$; $C = \frac{-248}{4} \times \frac{16}{-21}$.

4. Calcule les quotients suivants (simplifie) :

a) $A = -\frac{7}{5} : 3$; $B = \frac{4}{6} : -12$; $C = \left(-\frac{2}{15}\right) : -8$.

b) $A = -\frac{\frac{2}{3}}{\frac{-5}{4}}$; $B = \frac{\frac{5}{3}}{\frac{-5}{8}}$; $C = \frac{-5}{\frac{-7}{8}}$; $D = -\frac{4}{15} : +\frac{14}{25}$

5. Calcule les puissances suivantes (simplifie) :

$A = \left(+\frac{2}{5}\right)^5$; $B = \left(-\frac{3}{2}\right)^3 \times \left(\frac{2}{9}\right)^5$; $C = \left(+\frac{1}{2}\right)^{-5}$

COMPRENDRE ET RAISONNER :**Exercice 5 :**1-Ecris les rationnels suivants sous la forme $a^n \times b^m$ avec n et m sont des entiers relatifs non nuls :

$J = a^{-5} \times \frac{a^3}{b^{-2}} \times \frac{b^6}{a^{-2}} \times \frac{a^2}{b^3} \times b^{-7}$; $K = \frac{a^4 b^3 y^2}{a^3 b y} : \frac{a^{-5} y^3}{a^3 y^4}$

$L = \frac{a^2 \times (bc^3)^4}{a^{-2} \times b^2 \times c^2}$; $M = \frac{a^2 \times (bc^3)^4}{a^{-2} \times b^2 \times c^2}$

2) Mettre les expressions suivantes sous la forme de puissances simples.

$A = (3 \times 2)^{-4} \times (3^3)^{-2} \times 2^2 \times 3^{-2}$; $B = (5^3 \times 3^4)^{-2} \times (5^3)^{-2} \times 45 \times 3$.

$C = \frac{7^3 \times 3^{-2} \times (7^{-1})^3 \times 3^3}{(3^2)^2 \times (7^2 \times 3)^{+3}}$; $D = \frac{14 \times 3^{-2} \times 0,5 \times (2^{-1})^{-3} \times 7^3}{(7^2)^{-2} \times (2^2 \times 7)^{-3}}$

Exercice 6 : Calcule puis rend irréductible

$A = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{2}{7} \times \frac{1}{4}} + \frac{\frac{4}{5} \times \frac{1}{8}}{\frac{1}{7} : \frac{5}{2} \times 4}$; $B = \frac{(-2)^2 \times \frac{5}{3}}{7 - \frac{2}{3}} : \frac{(-1)^9 + \frac{4}{9}}{1 - \frac{2}{11}}$

$C = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{2}{7} \times \frac{1}{4}} - \frac{\frac{4}{5} \times \frac{1}{8}}{\frac{1}{7} \times \frac{3}{4}}$; $D = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{2}{7} + \frac{1}{4}} \times \frac{\frac{4}{5} - \frac{1}{8}}{\frac{1}{7} - \frac{5}{3} + 4}$

Exercice 7 :

On sait que :

$a \leq b$ (a et b rationnels)

Compare les rationnels suivants :

$a - \frac{1}{5}$ et $b - \frac{1}{5}$; $-a$ et $-b$

$a - \frac{1}{7}$ et $b - \frac{1}{8}$; $\frac{3}{4} - \frac{2}{5}a$ et $\frac{3}{4} - \frac{2}{5}b$

$\frac{1}{4}a + \frac{1}{5}$ et $\frac{1}{4}b + \frac{3}{4}$

Exercice 8 :1- a et p désignent des entiers relatifs non nuls. Ecris chacun des nombres ci-dessous sous la forme $a.10^p$, p ayant la plus grande valeur possible.

20000000 ; 0,000000037 ; -0,0123 ; $-\frac{45}{10000}$; $-9,2 \times (-1,45)$.

2-Donne l'écriture décimale de chacun des nombres suivants :

$$375 \times 10^{-2} ; 245.10^{-1} \quad 5427.10^{-6} ; 17,42.10^{-1}$$

3-Donne l'écriture scientifique de chacun des nombres suivants :

$$1250 ; -64,3 ; 0,00037 ; 0,0000045 ; 250^2 ; 20^3$$

Simplifie en utilisant les puissances de 10

$$A = \frac{10^{-5} \times 10^2}{10^{-7} \times 10^{-4}} ; \quad B = \frac{8 \times 10^5 \times 25 \times 10^{-6}}{20 \times (10^2)^5 \times 100}$$

$$C = \frac{0,25 + 0,5.10^{-2} - 15.10^{-2}}{5.10^{-3}} ; \quad D = \frac{4 \times 10^{-5} \cdot 0,5 \times 10^7}{10^7 \times 2.10^{-9}}$$

On donnera les résultats en écriture scientifique si possible

Exercice 9:

1-Ecrire les expressions suivantes sans le symbole de valeur absolue.

$$A = \left| 4 - \frac{9}{7} \right| ; B = \left| 1 - \frac{1}{4} : 7 \right| ; C = \left| \frac{3}{4} - \frac{4}{3} \right| ; D = \left| \frac{2}{3} - \frac{1}{2} : 3 \right|$$

2- On considère les nombres rationnels : a, b et c tels que :

$$a > 0, b < 0 \text{ et } c > 0.$$

Ecrire les expressions suivantes sans le symbole de valeur absolue.

$$A = |a| + |b| - |c| ; B = |-7abc| ; C = \left| a \times \frac{b}{c} \right| ; D = |-a+b|$$

Exercice 10:

1-On considère les encadrements suivants :

$$1,720 < x < 1,721 \text{ et } 1,5 < y < 1,51.$$

a. Donne un encadrement d'ordre 1 de $x + y$.

b. Donne un encadrement d'ordre 2 de $x - y$ puis en déduis sa valeur approchée par défaut.

2-On considère les encadrements suivants :

$$3,80 < x < 3,81 \text{ et } 1,5 < y < 1,51.$$

a. Donne un encadrement de $3x + 2y$ à 10^{-1} puis en déduis sa valeur approchée par excès.

b. Donne un encadrement de $2x - 3y$ à 10^{-2} près.

c. Donner un encadrement de $\frac{x}{y}$ à 10^{-1} près.

4-Soient x et y deux nombres rationnels tels que :

$$x = \frac{7934}{934} \text{ et } y = \frac{3794}{973}.$$

a- Trouver les entiers a et b tels que :

$$a \leq x < a+1 \text{ et } b \leq y < b+1.$$

b- Donner un encadrement de : $x + y$.

APPROFONDISSEMENT

Exercice 11 :

Soient a et b deux rationnels non nuls dont le produit est différents de 1.

$$1) \text{ Démontre que } \frac{a - \frac{1}{b}}{b - \frac{1}{a}} = \frac{a}{b}$$

2) Utilise le résultat précédent pour écrire plus simplement :

$$\frac{b - \frac{1}{a}}{a - \frac{1}{b}} \quad \text{et} \quad \frac{\frac{1}{a} - b}{a - \frac{1}{b}}$$

3) Pourquoi fallait-il supposer $ab \neq 1$?

Exercice 12:

On suppose que a, b et c sont trois rationnels tels que :

$$a \leq b+c \quad b \leq a+c \quad c \leq a+b$$

Démontre les inégalités suivantes :

$$a-b \leq c \quad b-c \leq a \quad c-a \leq b$$

Exercice 11:

Soient $\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$ deux rationnels positifs avec

$$b \neq 0 \text{ et } d \neq 0$$

On suppose que $a > c$ et $b < d$

$$\text{Démontre que } \frac{a}{b} + \frac{c}{d} > \frac{c}{b} + \frac{a}{d}$$

Simplifie le rationnel

Exercice 13:

On sait que : $a \leq b$ (a et b rationnels)

Compare les rationnels suivants :

$$a - \frac{1}{5} \text{ et } b - \frac{1}{5} ; -a \text{ et } -b$$

$$a - \frac{1}{7} \text{ et } b - \frac{1}{8} \quad \frac{3}{4} - \frac{2}{5}a \text{ et } \frac{3}{4} - \frac{2}{5}b$$

$$\frac{1}{4}a + \frac{1}{5} \text{ et } \frac{1}{4}b + \frac{3}{4}$$

Exercice 14:

Soient a et b deux rationnels non nuls dont le produit est différents de 1.

$$1\text{-On donne } A = \left(\frac{5 - \frac{3}{14}}{7 - \frac{14}{3}} \right) \text{ Montre que } A = \frac{5}{7}$$

2-En déduis une écriture simplifiée de :

$$B = \left(\frac{7 - \frac{3}{10}}{5 - \frac{3}{14}} \right) \text{ et de } C = - \left(\frac{5 - \frac{3}{14}}{7 - \frac{3}{10}} \right)$$

3 a) Justifie que A et B sont des inverses

a) Justifie que A et C sont des opposés

b) Que peut-on dire des rationnels B et C ?

Exercice de recherche :

a) Calcule successivement les différences suivantes :

$$1 - \frac{1}{2} ; \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \quad \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \quad \frac{1}{4} - \frac{1}{5} \quad \frac{1}{5} - \frac{1}{6}$$

b) n étant un nombre entier naturel non nul,

$$\text{vérifie que : } \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = \frac{1}{n(n+1)}$$

c) utilise ce résultat et calcule :

$$Z = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56} + \frac{1}{72} + \frac{1}{92}$$