

Problema de Post

Como já observamos, podemos construir a tabela verdade de uma fórmula conhecidos os valores verdade das fórmulas que a compõem.

O problema recíproco se coloca: para toda TV existe uma fórmula que a determina?

Este problema é conhecido como o **Problema de Post** (Emil Leon Post, 1888-1995) e pode ser resolvido obtendo-se uma FND ou FNC que satisfaça a TV dada.

Para se obter uma FND:

1. Observamos todas as linhas da TV que possuam V na última coluna.
2. Construímos para cada uma dessas linhas as conjunções correspondentes(\wedge).
3. Fazemos a disjunção(\vee) destas conjunções, obtendo, assim, uma fórmula FND que satisfaz a TV.

Exemplo de FND:

p	q	fórmula FND
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Resposta: $(p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$

Para se obter uma FNC:

1. Observamos todas as linhas da TV que possuam F na última coluna.
2. Para cada uma destas linhas, construímos as disjunções(\vee) correspondentes, com os Valores invertidos.
3. Fazemos a conjunção(\wedge) destas disjunções, obtendo, assim, uma fórmula em FNC que satisfaz a TV.

Exemplo de FNC:

p	q	fórmula FNC
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Resposta: $(\neg p \vee q) \wedge (p \vee \neg q)$

Exercicio:

Faça a FND e a FNC das seguintes TV
das seguintes TV

1.

p	q	fórmula FNC
V	V	F
V	F	V
F	V	F
F	F	F

Resposta:

- FND: $p \wedge \neg q$
- FNC: $(\neg p \vee \neg q) \wedge (p \vee \neg q) \wedge (p \vee q)$

2.

p	q	r	fórmula FNC
V	V	V	V
V	V	F	F
V	F	V	F
V	F	F	V

p	q	r	fórmula FNC
F	V	V	F
F	V	F	F
F	F	V	F
F	F	F	V

Resposta:

- FND: $(p \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r)$
- FNC: $(\neg p \vee \neg q \vee r) \wedge (\neg p \vee q \vee \neg r) \wedge (p \vee \neg q \vee \neg r) \wedge (p \vee \neg q \vee r) \wedge (p \vee q \vee \neg r) \wedge (\neg p \vee \neg q \vee \neg r)$