Exercice sur l'héritage

Programmation C++ avancée

1 Enoncé

- Créer une classe Fonction avec 3 méthodes principales :
 - 1. float operator()(float x) const qui évalue la fonction en x
 - 2. Fonction* derivée() const retournant la fonction derivée (voir section 2)
 - 3. float inverse(float y) const calculant l'antécédent de y par la méthode de Newton (voir section 3)

Les deux premières sont virtuelles pures, car on ne sait pas quoi faire concrètement pour une fonction générique. Donc Fonction est une classe abstraite.

- Ecrire une classe Polynome, enfant de Fonction, et une classe Affine enfant de Polynome. Il suffit pour la classe affine (fonction $x \to ax + b$) de faire un constructeur spécifique prenant les paramètres a et b plutôt qu'un tableau de coefficients.
- Écrire une classe Trigo, enfant de Fonction, prenant comme paramètre un chaîne de caractères ("cos", "sin" ou "tan").
- Utiliser ces fonctions pour calculer $27^{1/3} = 3$ (inverse du polynôme $x \to x^3$) et $4*atan(1) = \pi$ (inverse de la fonction Trigo associée à "tan").

2 Calcul de la dérivée

- Pour la classe Polynome, la dérivée est à nouveau un polynôme, et il est facile d'implémenter sa methode derivee.
- Pour la classe Trigo, on a un problème car la dérivée de la fonction tan n'est ni une fonction trigonométrique ni un polynôme ¹. Plus généralement, pour les classes dont on ne peut pas représenter la dérivée, on procède de la façon suivante :
 - On crée une sous-classe Derivee de Fonction.
 - On ajoute un champ Fonction* integrale à la classe Derivee.

^{1.} mais c'est un polynôme trigonométrique!

— Derivee::operator() renvoie la dérivée calculée par différence finie:

$$f'(x) \sim \frac{f(x+\epsilon) - f(x-\epsilon)}{2\epsilon}$$

- avec $\epsilon = 10^{-2}$. La fonction f de cette formule est le champ integrale.
- Trigo::derivee doit donc retourner une nouvelle fonction de type Derivee dont le champ integrale est une copie de l'objet appelé.
- Pour éviter qu'une Derivee soit dépendante d'une fonction intégrale dont elle n'a pas le contrôle de la durée de vie, on préfère faire des copies de fonctions. On va donc ajouter un "constructeur virtuel" clone au niveau de Fonction (abstrait) et au niveau de ses sousclasses, qui renvoie une copie (allouée par new) de l'objet.
- La Fonction qui sera passée au constructeur de Derivee sera donc immédiatement clonée pour remplir le champ integrale et la Derivee va pouvoir vivre sa vie sans dépendre de l'objet Fonction avec lequel on l'a créée.
- Noter que la bonne définition de Fonction* Derivee::derivee() const (une ligne de code) permet même de calculer des dérivées seconde et supérieures! Faire calculer par exemple $\tan'(\pi/4) = 2$ et $\tan''(\pi/4) = 4$.

3 Méthode de Newton

— On fait au plus 100 itérations :

$$x_{i+1} = x_i + \frac{y - f(x_i)}{f'(x_i)}$$

tant que $|x_{i+1} - x_i| > 10^{-5}$.

- Pour éviter la dérivée nulle en 0 de la fonction cube, partir de $x_0=1$.
- À noter que la classe Affine peut avoir sa propre implémentation de inverse, car le calcul est trivial. On n'y gagne cependant pas grand chose, car la méthode de Newton converge en une seule itération dans ce cas!