

## Projet du cours “Systèmes de décision”

**Membres du groupe :** Tristan Basler, Vivien Conti, Clément Boulay

### Séance 1 :

#### Objectif de la séance 1 :

- Appréhender le sujet du projet
- Proposer une première modélisation par la programmation linéaire (définir les variables de décision, les contraintes et les fonctions objectifs).

### 1 – Description générale du projet

Le projet consiste en une optimisation d'**allocation de ressources** (les travailleurs d'une entreprise, *CompuOpti*) **sur des jours** (ouvrés) **de travail**. La cliente est la directrice de l'entreprise, Margaux Dourtille. Margaux possède des clients (des entreprises ayant besoin de prestations d'ingénierie) qui lui soumettent des **projets à réaliser** (ou pas !) dans un **délai fixé**. Pour chaque projet réalisé, Margaux tire un **bénéfice** (paiement de l'entreprise cliente). Pour chaque projet non-réalisé (volontairement ou non), l'entreprise de Margaux est **pénalisée**.

Le personnel de *CompuOpti* est un ensemble d'ingénieur(e)s qui possèdent chacun des compétences (sous-ensemble de  $\{A, B, C, D, E\}$  par exemple). Les projets sont formulés de la façon suivante :

Projet P1 :  $\{4.A, 3.B, 2.C\}$ . Cela se lit : le projet 1 nécessite 4 apports unitaires de compétence A, 3 de la compétence B et 2 de la compétence C. Il faudra alors (pour réussir le projet) allouer le personnel disponible (attention : le personnel peut prendre des congés !) pour valider les besoins du projet.

En somme, il s'agit de faire des emplois pour les membres du personnel de façon à maximiser le **bénéfice net** de l'entreprise **sur l'horizon de temps fixé** que l'on se donne. Attention : bénéfice ne signifie pas "somme des gains des projets réalisés" car il faut y soustraire les pertes/pénalités liés aux projets en retard.

### 2 - Définition des variables de décision

On va définir les variables suivantes :

$NP = \{1, \dots, n_p\}$  : les différents projets proposés,

$NC = \{1, \dots, n_c\}$  : les différents collaborateurs,

$NA = \{1, \dots, n_a\}$  : les différentes aptitudes des collaborateurs

$h$  : l'horizon du problème (en jours, considérés comme des entiers insécables)

$G = \{q_1, \dots, q_{n_p}\}$  : l'ensemble des gains (en points) des projets disponibles,

$X = \{x_1, \dots, x_{n_p}\}$  : les projets choisis ( $x_i = 1$  si le projet  $i$  est choisi,  $x_i = 0$  sinon)

$P = \{p_{i,j}\}$  : les pénalités (en points) des projets (la multiplication entre les pénalités unitaires et le nombre de jours de retard pris est implicite)

- $p_{i,j}$  correspond à la pénalité en point du rendu du projet  $i$  avec un retard  $j$ .

$R = \{r_{i,j}\}$  : la matrice des compétences (de taille  $n_c * n_a$ )

- $r_{i,j} = 1$  quand le collaborateur  $i$  possède la compétence  $j$

$Pc = \{pc_{i,j}\}$  : la matrice des compétences pour chaque projet

- $pc_{i,j}$  vaut  $k$  si le projet  $i$  a besoin de  $k$  jours de la compétence  $j$

$A = \{a_{i,j,k}\}$  : la matrice des affections des collaborateurs de taille  $n_c * h * n_p * n_a$

- $a_{i,j,k} = 1$  si le collaborateur  $i$  est affecté au temps  $j$  au projet  $k$  avec la compétence  $l$
- Sinon 0
- On en extrait une matrice  $A_p = \{ap_{j,k}\}$  indiquant si à l'instant  $j$  le projet vient d'être rendu

$C = \{c_{i,j}\}$  : la matrice des congés des collaborateurs de taille  $n_c * h$

- $c_{i,j} = 1$  si le collaborateur  $i$  est en congé au temps  $j$
- Sinon 0

### 3 - Définition des objectifs

De la description du sujet, nous pouvons tirer **3 objectifs distincts** (décrits d'abord avec des mots puis mathématiquement) :

- Objectif 1 (O1) : maximiser le bénéfice net de l'entreprise *CompuOpti* sur l'horizon de temps donné
- Objectif 2 (O2) : minimiser le nombre de projets **différents** sur lesquels sont affectés les collaborateurs de l'entreprise (cela revient à minimiser le nombre de projets différents sur lesquels est affecté le collaborateur qui est affecté sur le plus grand nombre de projets différents).
- Objectif 3 (O3) : minimiser les temps de validation des projets. Par temps de validation, on entend le nombre de jours qu'aura mis le projet à être terminé (du jour où le projet commence, c'est-à-dire le jour où le premier apport de compétence intervient, au jour final, c'est-à-dire le jour où le dernier apport intervient). Cela revient à minimiser le nombre de jours pris sur le projet qui aura duré le plus longtemps.

Mathématiquement, cela revient à :

1.  $\max_i (\sum x_i q_i - 1 \cdot A_p \cdot P)$
2.  $\min_i \max_j \left\{ \max_k \sum_k a_{i,j,k} \right\}$
3.  $\min_k \max \left( \max_{i,j} (a_{i,j,k} = 1) - \min_{i,j} (a_{i,j,k} = 1) \right)$

#### 4 - Définition des contraintes

Nous pouvons de même dériver 5 contraintes distinctes :

- Contrainte 1 (C1) : un membre du personnel ne peut être affecté à une qualification d'un projet que s'il possède cette qualification (contrainte de qualification du personnel).
- Contrainte 2 (C2) : à tout instant, un membre du personnel ne peut être affecté qu'à un seul projet et qu'à une seule qualification intervenant dans ce projet (contrainte d'unicité de l'affectation quotidienne du personnel).
- Contrainte 3 (C3) : un membre de personnel ne peut pas être affecté à une qualification de projet un jour de congé (contrainte de congé).
- Contrainte 4 (C4) : un projet n'est considéré réalisé que si tous les jours de travail dédié à chacune des qualifications intervenant dans le projet ont été couverts par des membres du personnel (contrainte de couverture des qualifications du projet).
- Contrainte 5 (C5) : enfin, un projet ne peut être réalisé qu'une fois sur une période de temps donnée (contrainte d'unicité de la réalisation d'un projet).

Mathématiquement, cela donne :

1.  $\forall i, j, k, l \ a_{i,j,k,l} \leq r_{i,l}$
2.  $\forall i, j \ \sum_k a_{i,j,k} \leq 1$
3.  $\forall i, j \ \sum_k a_{i,j,k} \leq 1 - c_{i,j}$
4.  $\forall k \ x_k \Rightarrow (\forall l, \sum a_{i,j,k,l} \geq p c_{k,l})$
5.  $\forall k \ x_k \leq 1$