
Константы

```
In[1]:= If[True,  
  y... [истина  
    A      = - 0.024 (**);  
    B      = 1.69 (**);  
    CC     = 0.5 (**);  
    α      = 10-5      (* K-1 *);  
    T0     = 300      (* K *);  
    Young  = 1.75 * 1011 (* Па *);  
    σf     = 1.1 * 108  (* Па *);  
    εf     = 0.000628571;  
    l      = 10      (* Длина стержня *);  
    Tf     = 22.2     (* Конечный момент времени *);  
    τ      = 0.2      (* Шаг времени *);  
    a      = 50       (* Просто константа *);  
    n      = 10       (* Число узлов сетки *);  
    h      = 0.1      (* Шаг сетки *);  
  ];
```

In[2]:=

Определение всех необходимых функций

```
In[3]:= F[x_] := a Sin[  
    
  ];
```

```
In[4]:= T1[x_, t_] := T0 + F[x] t Sin[t];  
    
  T2[ x_, t_ ] := T0 + F[x] Cos[2 t] Sin[3 t];  
    
  
```

Тепловые деформации

```
In[6]:= εT [T_] := α (T - T0);
```

Полные деформации

```
In[7]:= ε[u_] := D[u, {x, 1}];  
  
```

Аналитическое решение (перемещения)

```
In[8]:= uAnalytical =
  First[Flatten[
    DSolve[{
      D[D[u[x, t], {x, 1}] - εT[T1[x, t]], {x, 1}] == 0,
      u[0, t] == 0,
      u[l, t] == 0
    }, u[x, t], {x, t}]]
] [[2]]
Out[8]= 
$$\frac{5 t \sin[t] - t x \sin[t] - 5 t \cos\left[\frac{\pi x}{10}\right] \sin[t]}{1000 \pi}$$

```

Численное решение (метод конечных разностей)

```
In[9]:= f = D[εT[T1[x, t]], {x, 1}]
Out[9]= 
$$\frac{\pi t \cos\left[\frac{\pi x}{10}\right] \sin[t]}{20000}$$

```

Проверки для шага и количества точек (можем выставлять и то, и то)

```
In[10]:= If[NumberQ[n],
  h =  $\frac{l}{n}$ ,
  If[NumberQ[h], n = IntegerPart[ $\frac{l}{h}$ ]; h =  $\frac{l}{n}$ ]
];
```

Составляем разностное уравнение

```
In[11]:=  $\frac{d^2 u}{dx^2} == f;$ 
In[12]:=  $\frac{u_{i+1} - 2 u_i + u_{i-1}}{h^2} == f$ 
Out[12]=  $u_{-1+i} - 2 u_i + u_{1+i} == \frac{\pi t \cos\left[\frac{\pi x}{10}\right] \sin[t]}{20000}$ 
```

Создаем массив точек и значений функции f в них, далее решаем СЛАУ: $Au = F(f(x_1), \dots, f(x_n))$. В идеале прогонкой

```
In[13]:= points = Table[i * h, {i, 0, n}];
In[14]:= values = {0} ~Join~ Table[f /. {x → points[[i]]}, {i, 1, n - 1}] ~Join~ {0};
```

```

In[15]:= H = Table[
  |таблица значений
  Table[
    |таблица значений
    If[i == j,
      |условный оператор
      If[i == 0 || i == n, 1,  $\frac{-2}{h^2}$ ],
      |условный оператор
      If[(i == j - 1 || i == j + 1) && j != 0 && j != n,  $\frac{1}{h^2}$ , 0]
    ]
  ], {i, 0, n}],
  {j, 0, n}
];

```

```

In[16]:= H // MatrixForm
|матричная форма

```

Out[16]/MatrixForm=

$$\begin{pmatrix}
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
 \end{pmatrix}$$

Численно найденные значения перемещений путем решения ДУ

In[17]:= **uNumerical = LinearSolve[H, values]**
 [решить линейные уравнения]

$$\text{Out[17]} = \left\{ 0, \frac{-10 \pi t \sin[t] - 2 \sqrt{5} \pi t \sin[t] - \sqrt{2(5 - \sqrt{5})} \pi t \sin[t] - 2 \sqrt{2(5 + \sqrt{5})} \pi t \sin[t]}{200000}, \right. \\
\frac{-5 \pi t \sin[t] - 2 \sqrt{5} \pi t \sin[t] - \sqrt{2(5 - \sqrt{5})} \pi t \sin[t] - 2 \sqrt{2(5 + \sqrt{5})} \pi t \sin[t]}{100000}, \\
\frac{-20 \pi t \sin[t] - 12 \sqrt{5} \pi t \sin[t] - 6 \sqrt{2(5 - \sqrt{5})} \pi t \sin[t] - 7 \sqrt{2(5 + \sqrt{5})} \pi t \sin[t]}{400000}, \\
\frac{-15 \pi t \sin[t] - 11 \sqrt{5} \pi t \sin[t] - 8 \sqrt{2(5 - \sqrt{5})} \pi t \sin[t] - 6 \sqrt{2(5 + \sqrt{5})} \pi t \sin[t]}{400000}, \\
\frac{-2 \pi t \sin[t] - 2 \sqrt{5} \pi t \sin[t] - \sqrt{2(5 - \sqrt{5})} \pi t \sin[t] - \sqrt{2(5 + \sqrt{5})} \pi t \sin[t]}{80000}, \\
\frac{-5 \pi t \sin[t] - 2 \sqrt{5} \pi t \sin[t] - \sqrt{2(5 - \sqrt{5})} \pi t \sin[t] - 2 \sqrt{2(5 + \sqrt{5})} \pi t \sin[t]}{200000}, \\
\frac{-10 \pi t \sin[t] + 2 \sqrt{5} \pi t \sin[t] + \sqrt{2(5 - \sqrt{5})} \pi t \sin[t] - 3 \sqrt{2(5 + \sqrt{5})} \pi t \sin[t]}{400000}, \\
\frac{-5 \pi t \sin[t] + 3 \sqrt{5} \pi t \sin[t] + 4 \sqrt{2(5 - \sqrt{5})} \pi t \sin[t] - 2 \sqrt{2(5 + \sqrt{5})} \pi t \sin[t]}{400000}, \\
\left. \frac{4 \sqrt{5} \pi t \sin[t] + 2 \sqrt{2(5 - \sqrt{5})} \pi t \sin[t] - \sqrt{2(5 + \sqrt{5})} \pi t \sin[t]}{400000}, 0 \right\}$$

Нахождение деформаций $\left(\frac{du}{dx}\right)$

In[18]:= **duNumerical = Table** $\left[\frac{\text{uNumerical}[[i+1]] - \text{uNumerical}[[i]]}{h}, \{i, 1, n\}\right];$
 [таблица значений]

Решение на каждом временном слое

In[19]:= **σ = Table[0, {i, 1, n}];**
 [таблица значений]
 σ_{fv} = Table[σf , {i, 1, n}];
 [таблица значений]
 ϵ = Table[0, {i, 1, n}];
 [таблица значений]
 $\epsilon \epsilon$ = Table[0, {i, 1, n}];
 [таблица значений]
 ϵcrk = Table[0, {i, 1, n}];
 [таблица значений]
T = Table[0, {i, 1, n}];
 [таблица значений]

```

In[25]:= data = {};
For[tt = 0, tt <= Tf, tt = tt + τ,
  ⚭цикл⚭длЯ
  temp = {};
  For[i = 1, i < n, ++i,
    ⚭цикл⚭длЯ
    T[[i]] = T1[points[[i]], tt] /. t → tt;
    ε[[i]] = duNumerical[[i]] /. t → tt;
    εε[[i]] = ε[[i]] - εT[T[[i]]] - εcrk[[i]] /. t → tt;
    If[Young * εε[[i]] < σfv[[i]],
      ⚭условный оператор⚭
      σ[[i]] = Young * εε[[i]],
      σfv[[i]] = σf (A + B e-CC *  $\frac{\epsilon[[i]] - \epsilon T[T[[i]]]}{\epsilon f}$ );
      σ[[i]] = σfv[[i]]; εcrk[[i]] = ε[[i]] - εT[T[[i]]] -  $\frac{\sigma[[i]]}{Young}$ ;
    ];
    AppendTo[temp, {tt, T[[i]], σ[[i]], ε[[i]], ε[[i]] - εT[T[[i]]], εcrk[[i]]}]
    ⚭добавить в конец к⚭
  ];
  AppendTo[data, temp]
  ⚭добавить в конец к⚭
];

```

Картиночки

```

In[27]:= ListPlot[Table[{data[[i, 2, 1]], data[[i, 2, 4]]}, {i, 1, IntegerPart@  $\frac{Tf}{\tau}$ }],
[диаграмм...] [таблица значений] [целая часть]

Joined → True, AxesLabel → {"t", "ε"}
[соединё...] [истина] [обозначения на осях]

ListPlot[Table[{data[[i, 2, 1]], data[[i, 2, -1]]}, {i, 1, IntegerPart@  $\frac{Tf}{\tau}$ }],
[диаграмм...] [таблица значений] [целая часть]

Joined → True, AxesLabel → {"t", "εcrk"}
[соединё...] [истина] [обозначения на осях]

ListPlot[Table[{data[[i, 2, 1]], data[[i, 2, 3]]}, {i, 1, IntegerPart@  $\frac{Tf}{\tau}$ }],
[диаграмм...] [таблица значений] [целая часть]

Joined → True, AxesLabel → {"t", "σ"}
[соединё...] [истина] [обозначения на осях]

ListPlot[Table[{data[[i, 2, 5]], data[[i, 2, 3]]}, {i, 1, IntegerPart@  $\frac{Tf}{\tau}$ }],
[диаграмм...] [таблица значений] [целая часть]

Joined → True, AxesLabel → {"ε - εT", "σ"}
[соединё...] [истина] [обозначения на осях]

ListPlot[Table[{data[[i, 2, 1]], data[[i, 2, 2]]}, {i, 1, IntegerPart@  $\frac{Tf}{\tau}$ }],
[диаграмм...] [таблица значений] [целая часть]

Joined → True, AxesLabel → {"t", "T"}
[соединё...] [истина] [обозначения на осях]

```



