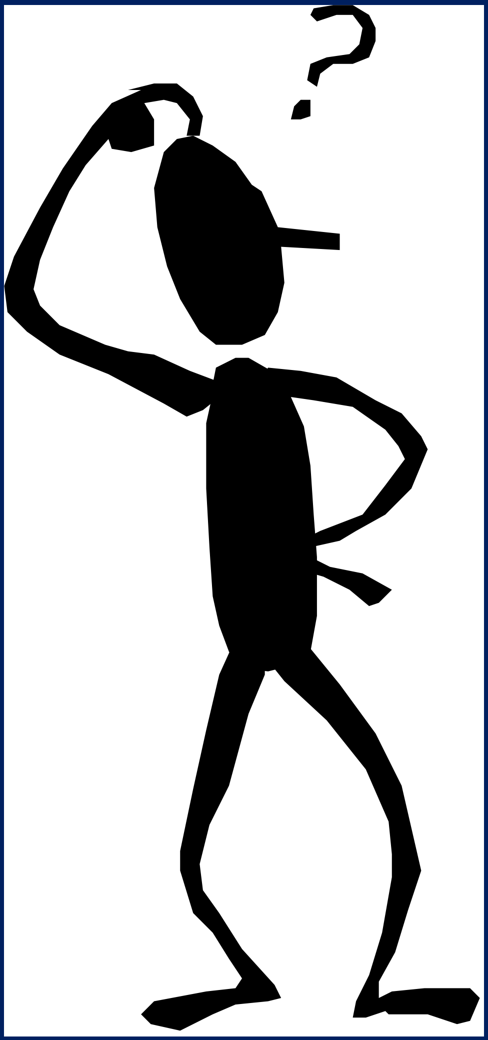
STABILITE
DES OUVRAGES

(36 heures)

—

Chargé du cours et TD :

Dr. Seick Omar SORE



UN OUVRAGE OU UN ELEMENT D'OUVRAGE est soumis a différentes actions extérieures

IL DOIT ETRE CONCU POUR ETRE **STABLE ET RESISTER** A TOUTES CES ACTIONS

<u>Objectif</u> :

Assurer la **STABILITE DES OUVRAGES** contres toutes les Actions qui leurs sont soumises

CONTENU DU COURS

CHAPITRE 1: RAPPELS ET INTRODUTION A LA STABILITE

CHAPITRE 2: ACTIONS ET STABILITE DES OUVRAGES

CHAPITRE 3: MATERIAUX ET STABILITE DES OUVRAGES (Notion de sécurité)

CHAPITRE 1 : RAPPELS ET INTRODUCTION

I.1 Modélisation

I.2 Caractéristiques géométriques

I.3 Concepts utilisés en mécanique

I.4 Elément de réduction d'un système d'actions par rapport à un point P

I.5 Liaison entre solides

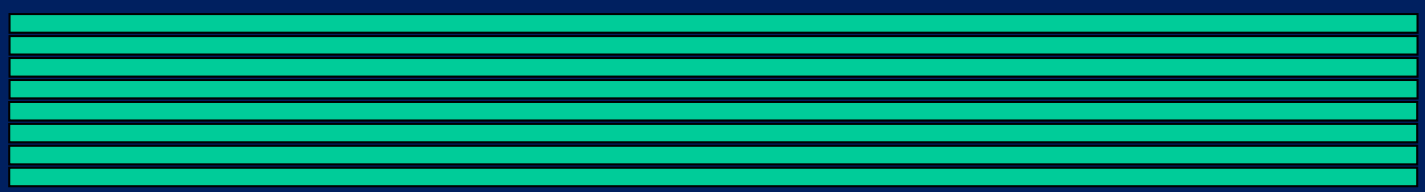
I.6 Notions essentielles

I.7 Les objectifs du calcul

I.9 Conclusions

Fibres matérielles et modélisation des solides

Fibre matérielle : cylindre de très grande longueur par rapport à son diamètre



Poutre : une agglomération de fibres matérielles.

Figure 2 ***Fibre matérielle***

- Définition de la poutre (cas général)

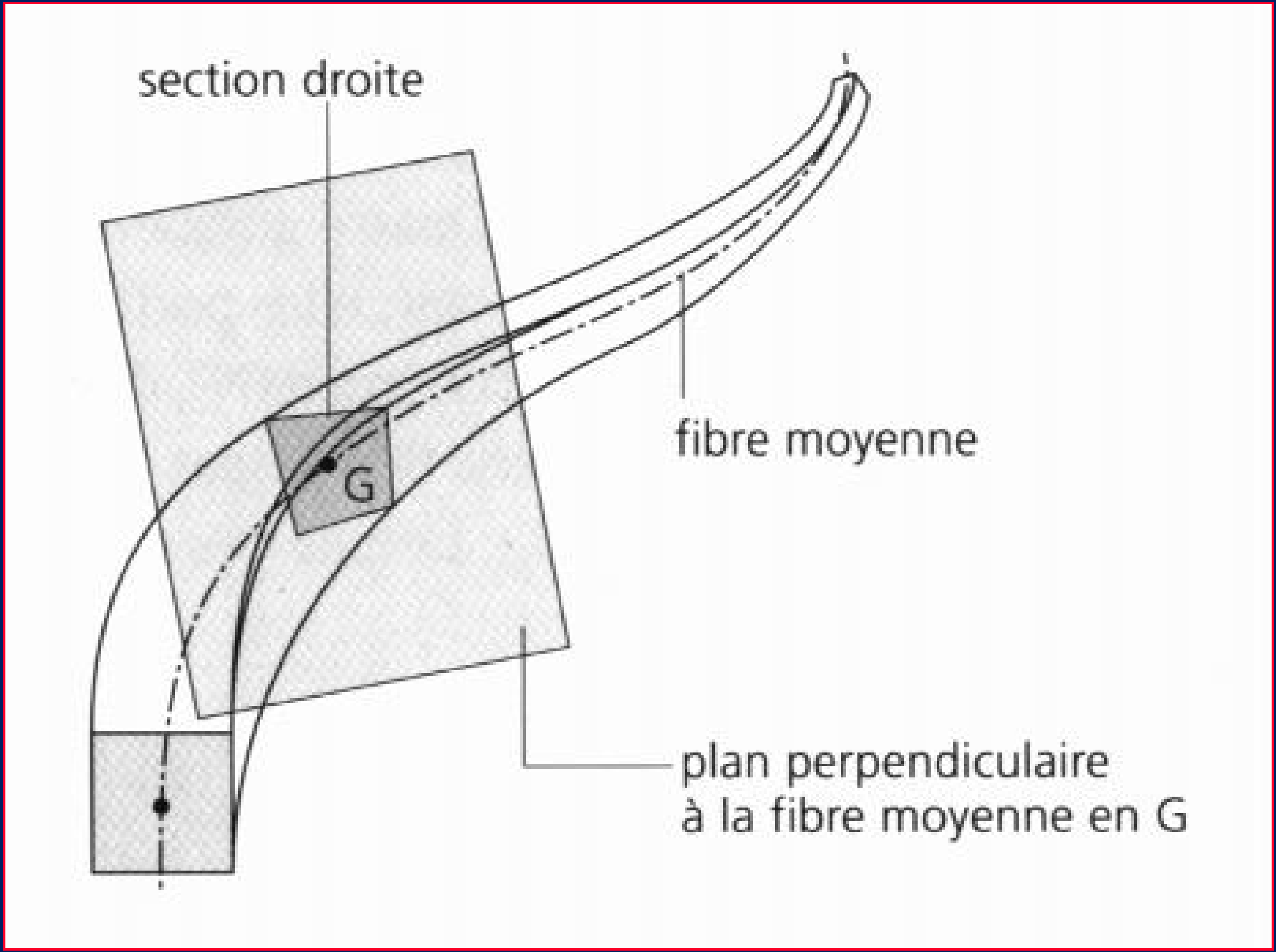
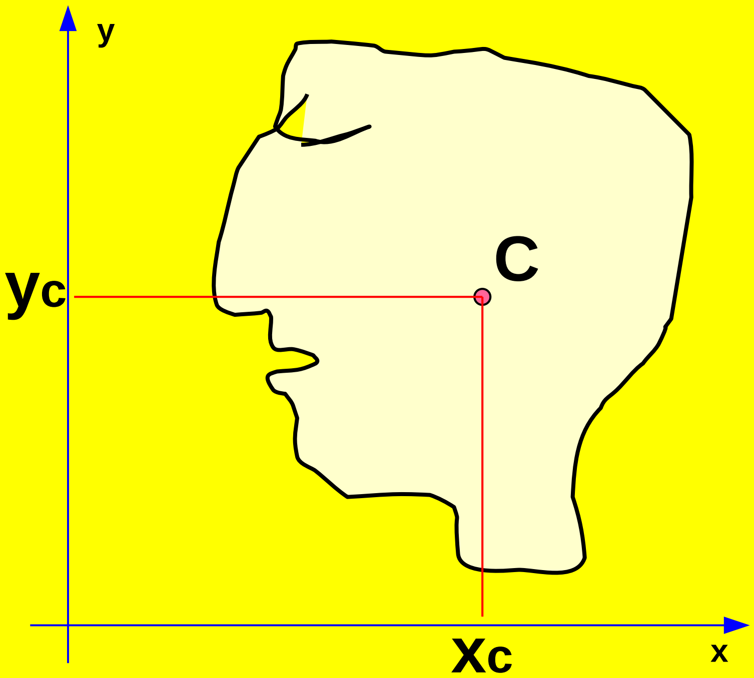


Figure 3 ***Définition de la poutre***



$$x_c = S_y / A \qquad y_c = S_x / A$$

$$\boxed{S_y = x_c \cdot A} \text{ et } \boxed{S_x = y_c \cdot A}$$

Propriétés importantes

✓Le moment statique est **nul** par rapport à un axe passant par le centre géométrique

✓Le moment statique d'une surface d'aire A, par rapport à un axe, est égal au produit de l'aire par la distance de son centre géométrique à l'axe (la distance étant prise avec le signe)

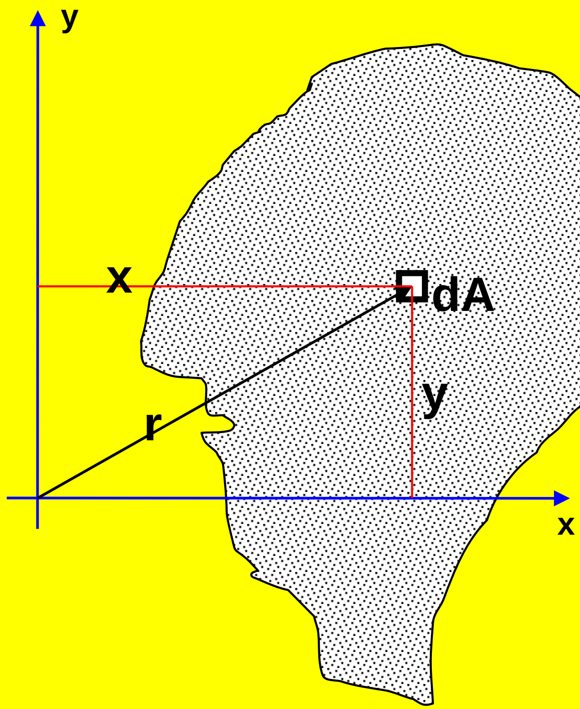


Figure 5 ***Moment d'inertie***

Moments d'inertie

$$I_x = \int_A y^2 \cdot dA$$

$$I_y = \int_A x^2 \cdot dA$$

Produits d'inertie

$$I_{xy} = \int_A xy \cdot dA$$

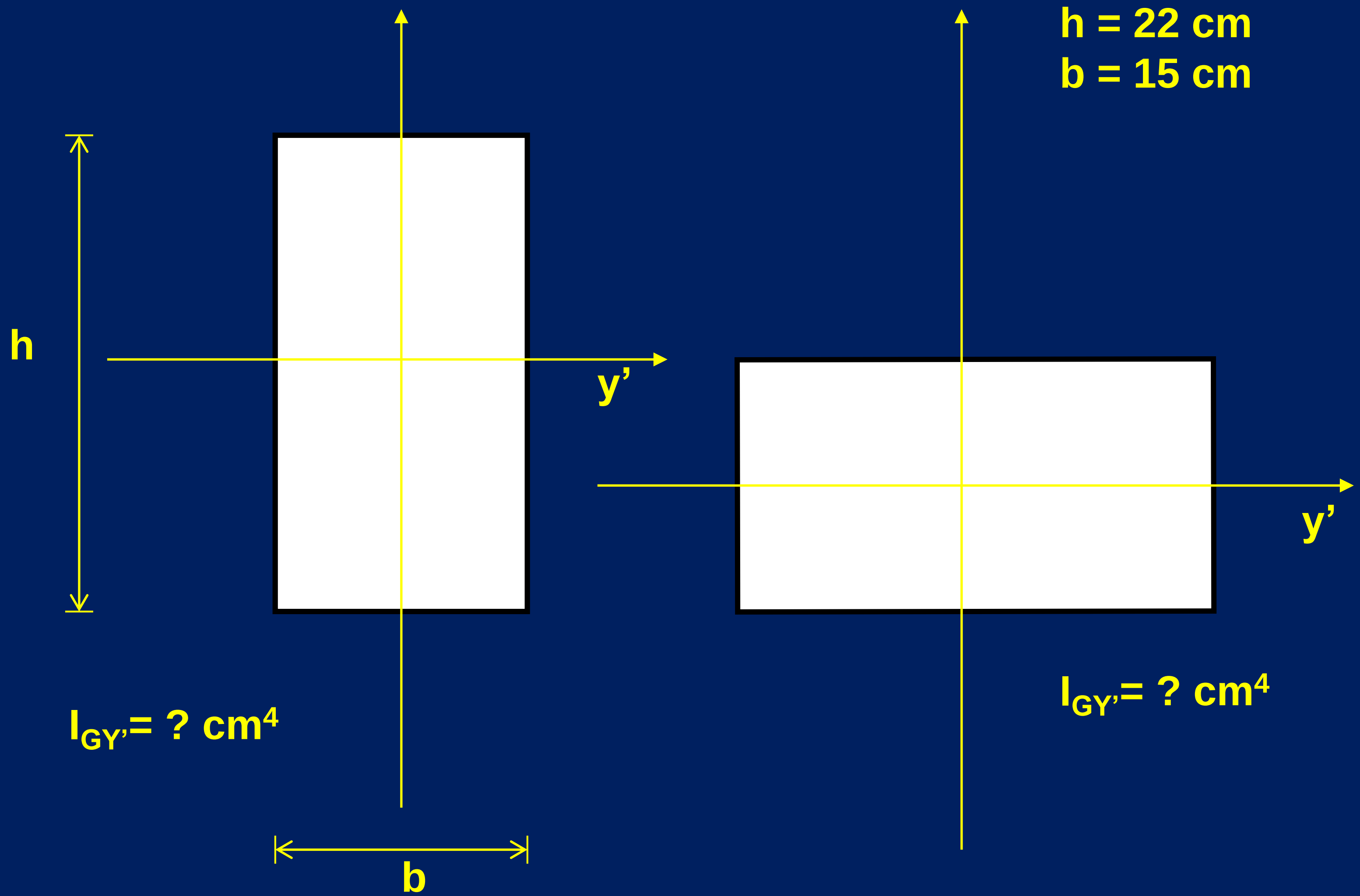
Le produit d'inertie est positif négatif ou nul.

Le produit d'inertie est nul lorsque l'un des axes est un axe de symétrie orthogonale.

Moment d'inertie polaire

$$I_p = \int_A r^2 \cdot dA$$

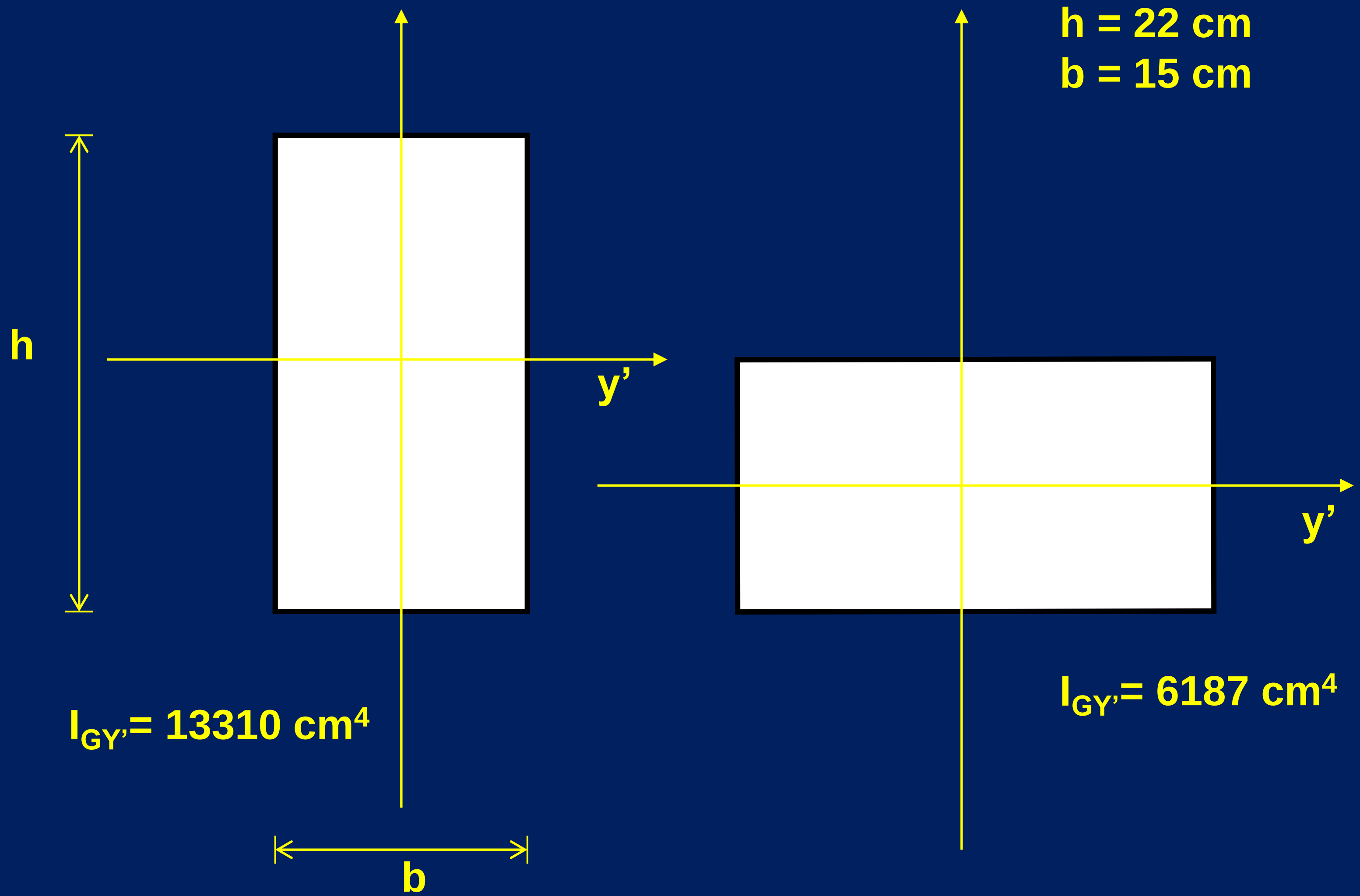
h = 22 cm
b = 15 cm



$I_{GY'} = ?\ cm^4$

$I_{GY'} = ?\ cm^4$

h = 22 cm
b = 15 cm



$I_{GY'} = 13310\ cm^4$

$I_{GY'} = 6187\ cm^4$

On appelle *rayon de giration* la longueur :

$$i = \sqrt{\frac{I}{A}}$$

Le rayon de la giration est toujours positif et s'exprime en unité de longueur. Il faut toujours indiquer l'axe de référence (sauf pour les sections de forme circulaire, car dans ce cas l'inertie est la même quelque soit l'axe considéré s'il passe par le centre de gravité de la section).

Dans une figure plane, il existe un rayon de giration maximum et un rayon de giration minimum.

$$i_{max} = \sqrt{\frac{I_{max}}{A}}$$

$$i_{min} = \sqrt{\frac{I_{min}}{A}}$$

1 Principe d'Inertie

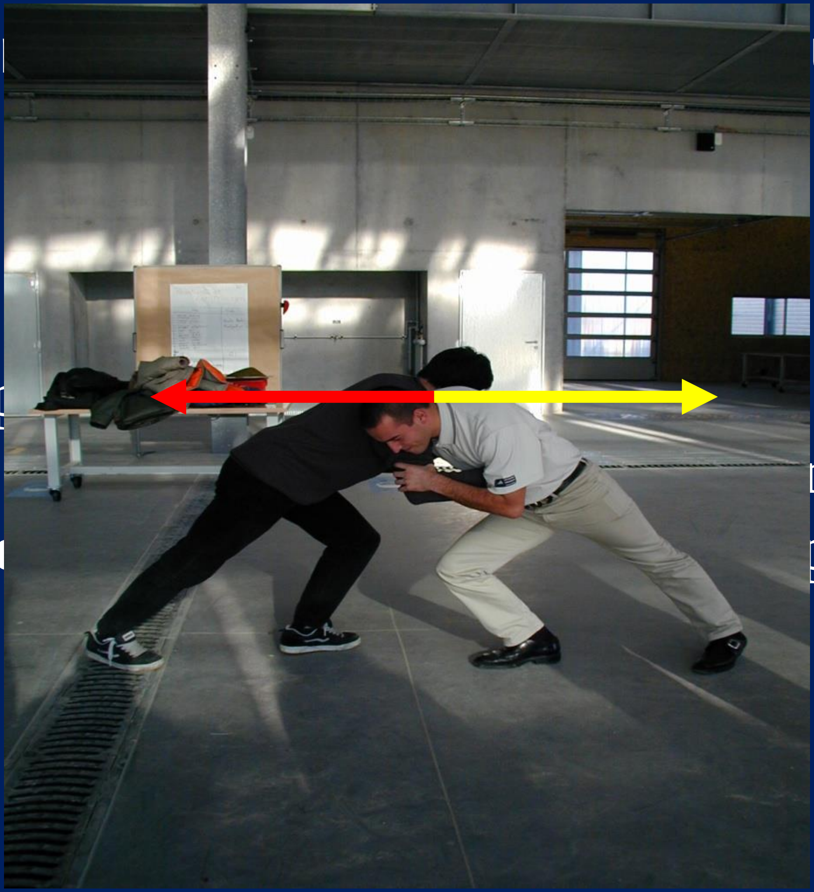
Tout corps persévère dans l'état de repos, ou de mouvement uniforme en ligne droite, dans lequel il se trouve, à moins que quelque force n'agisse sur lui, et ne le contraigne à changer d'état.

2 Principe fondamental de la dynamique

L'accélération subie par un corps dans un référentiel galiléen est proportionnelle à la résultante des forces qu'il subit, et inversement proportionnelle à sa masse m.

$$a = \frac{F}{m} \qquad (1)$$

3 Pri … ues



- **Tout corp … un corps B subit une … me direction mais de s … ps B.**

- Action mutuelle de deux solides

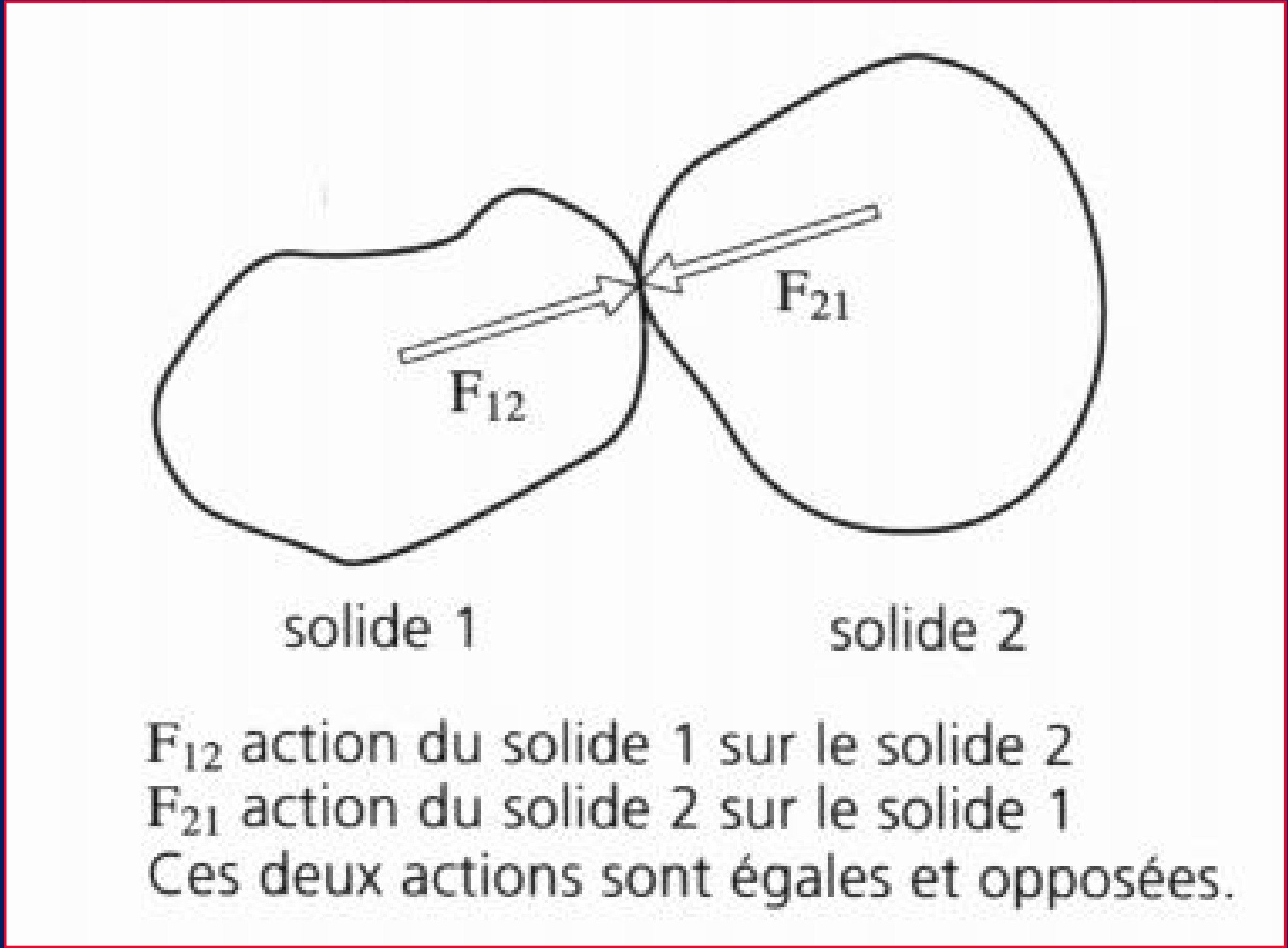
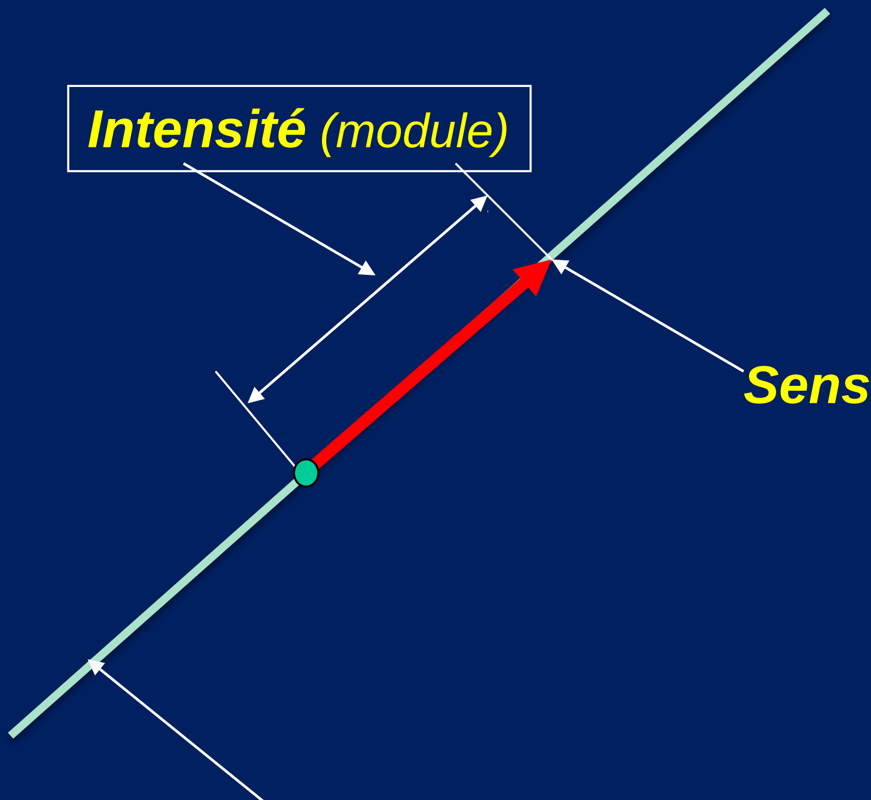


Figure 6 ***Principe des actions réciproques***

Figure 7 ***Eléments de définition d'un glisseur***



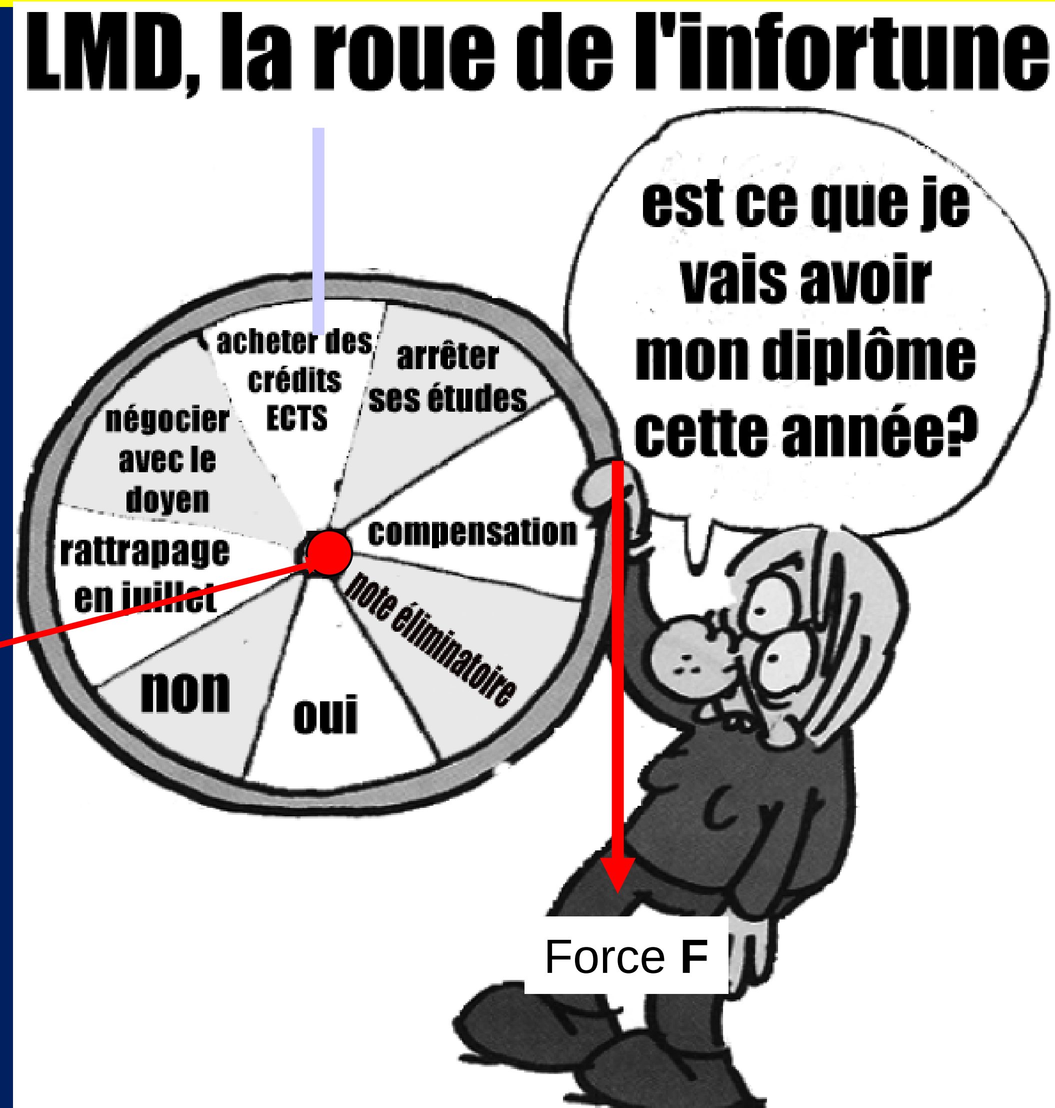
Les forces sont représentées par des « glisseurs » (vecteurs glissants)

Mouvement rectiligne uniforme de translation:

- Trajectoire (droite = support) **D**
- Sens (sens d'action) **S**
- Intensité (**F** = ma)

Support : droite définie par deux points, ou un point et une direction.
(Ou une grandeur de type moment par rapport à un point ; voir ci après)

Mise en mouvement de rotation d’un solide autour d’un axe, sous l’effet d’une force.

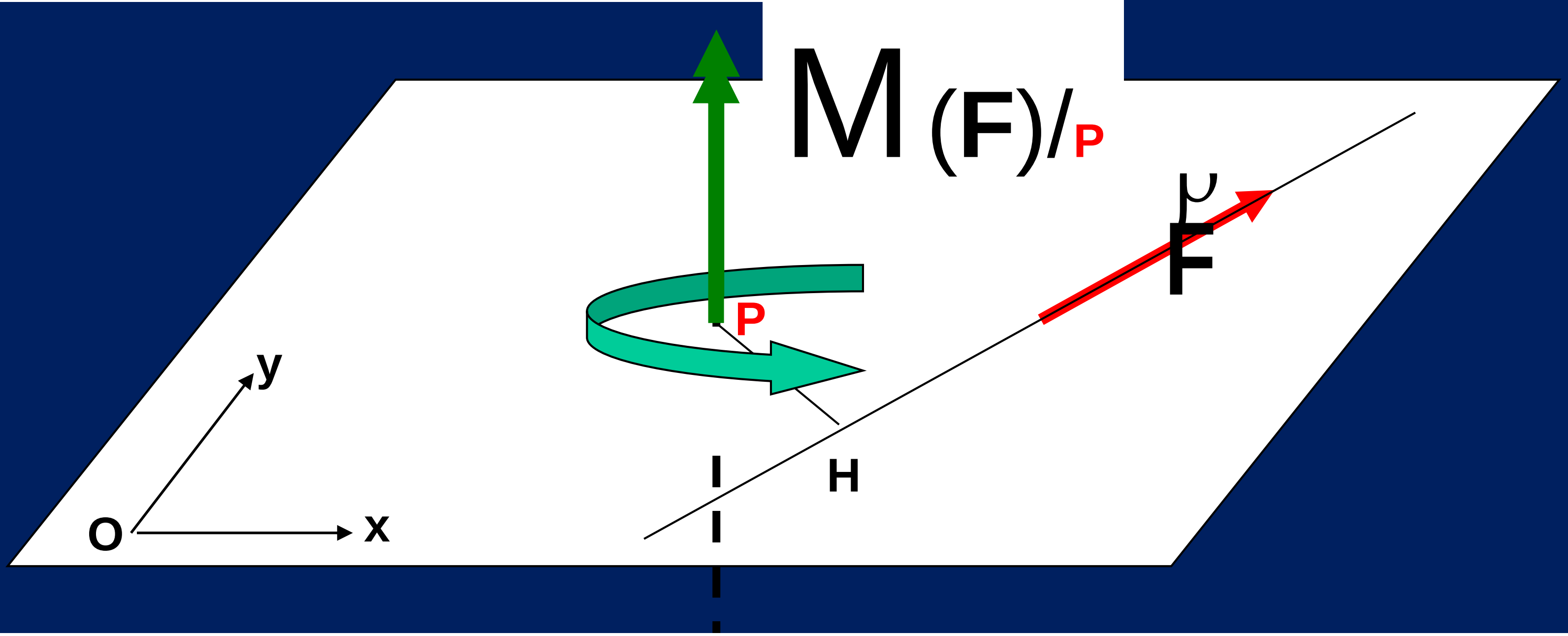


Axe de rotation perpendiculaire au plan de la roue

Figure 8 ***Mise en mouvement de rotation***

I.3.3.2 Vecteur moment par rapport à un point

Figure 9 ***Vecteur moment par rapport à un point***



Support droite perpendiculaire en P au plan Oxy

Intensité $$|\mathbf{M}| = |\mathbf{F}| \cdot \mathbf{d}$$

Avec **d** = PH (distance de P au support de F)
Signe dépend de la convention choisie (ici positif avec la convention trigonométrique)

I.4.1 Définition d'un torseur

Un torseur δ est l'ensemble :

- d'un vecteur libre R(δ)
- d'un champ de vecteurs M(δ) tel que les vecteurs M(A,δ) et M(B,δ) de ce champ aux points A et B de l'espace vérifient la relation:

$$M(A,\delta) = M(B,\delta) + AB \wedge R(\delta)$$

- R(δ) est la résultante générale du torseur δ
- M(A,δ) est le moment résultant du torseur δ au point A
- R(δ) et M(A,δ) sont les éléments de réduction du torseur δ au point A.

Torseurs élémentaires:

- Couple: Un couple est un torseur particulier dont la résultante est nulle, et dont le moment est constant quelque soit le point P choisi. La valeur du moment du couple est généralement notée **C**.
- Glisseur: On appelle glisseur un torseur dont le moment central est nul.

Calcul de la résultante du système d'actions :

$$\boxed{\vec{R} = \sum_{k} \vec{F}_i}$$

Calcul du moment du système d'actions par rapport au point P :

$$\boxed{\vec{M}_{/P} = \sum_{k} \vec{M}i_{/P} + \sum_{m} \vec{C}_j}$$

Terme qui dépend du point P **Terme constant indépendant du point P**

0 force : système sans effet

$$R = 0, \quad M_{/P} = 0$$

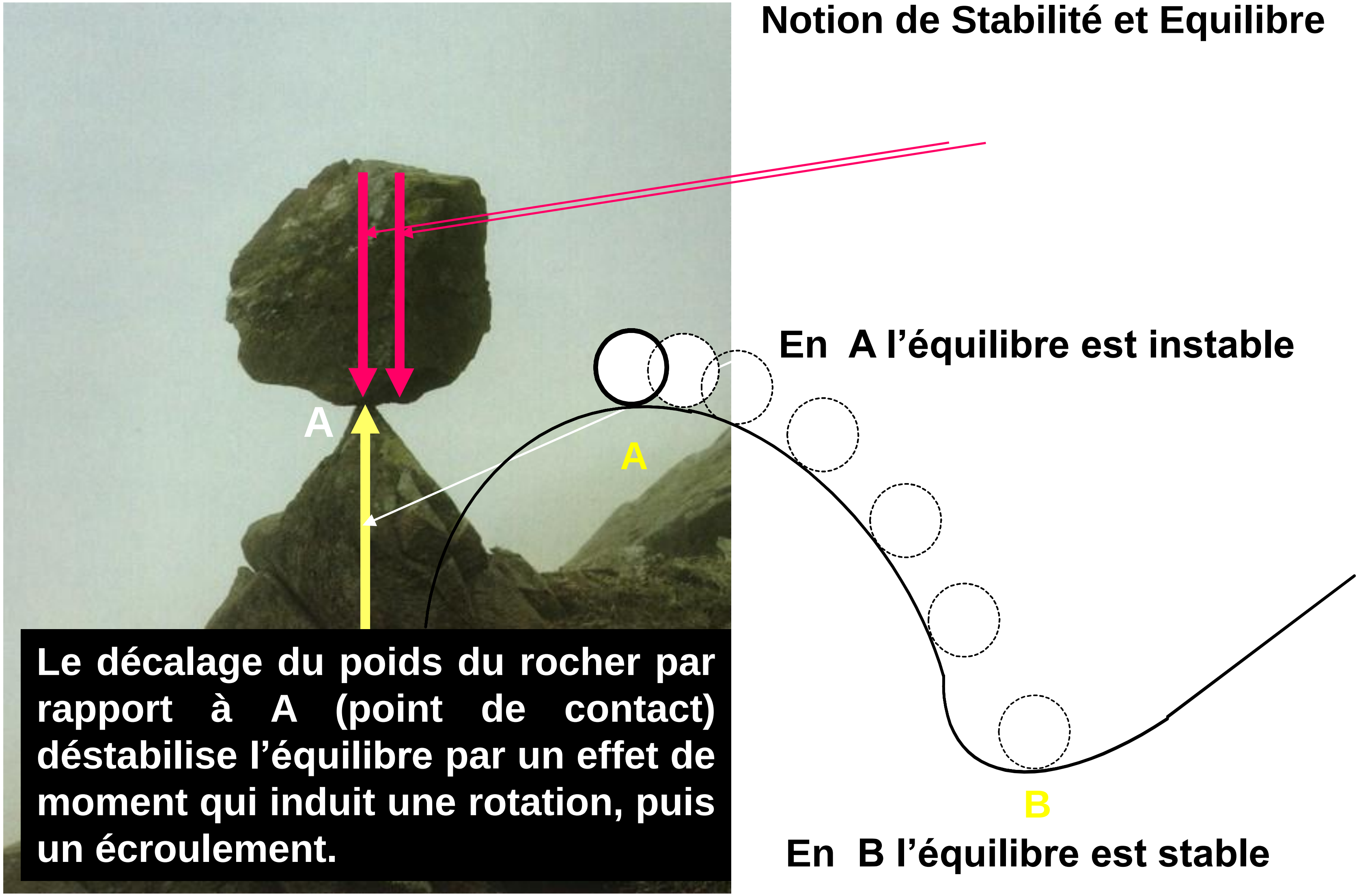
Le solide soumis à ce système d'actions ne sera pas mis en mouvement, il sera en équilibre.

CONDITIONS D'EQUILIBRE D'UN SOLIDE

$$\vec{R} = \sum_{k} \vec{F}_i = 0$$

$$\vec{M}_{/P} = \sum_{k} \vec{M}i_{/P} + \sum_{m} \vec{C}_j = 0$$

Notion de Stabilité et Equilibre

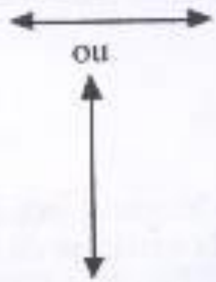
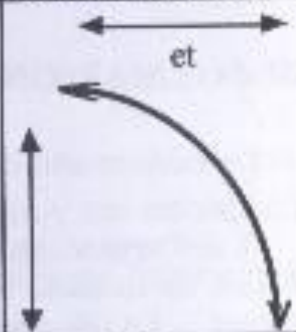
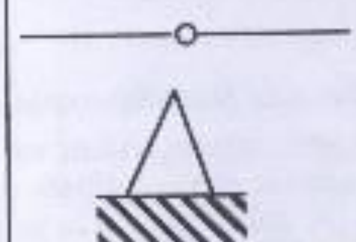


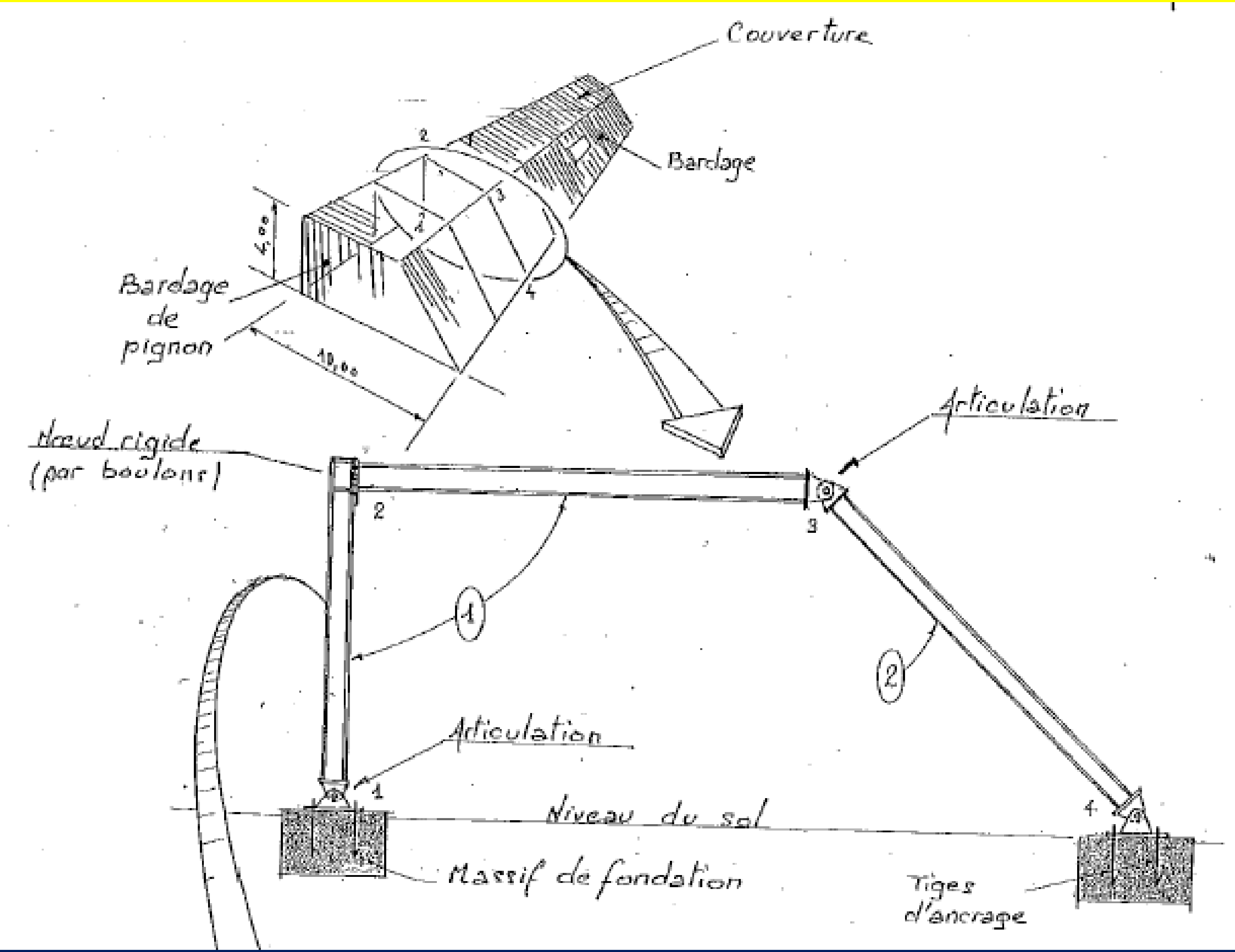
Le décalage du poids du rocher par rapport à A (point de contact) déstabilise l’équilibre par un effet de moment qui induit une rotation, puis un écroulement.

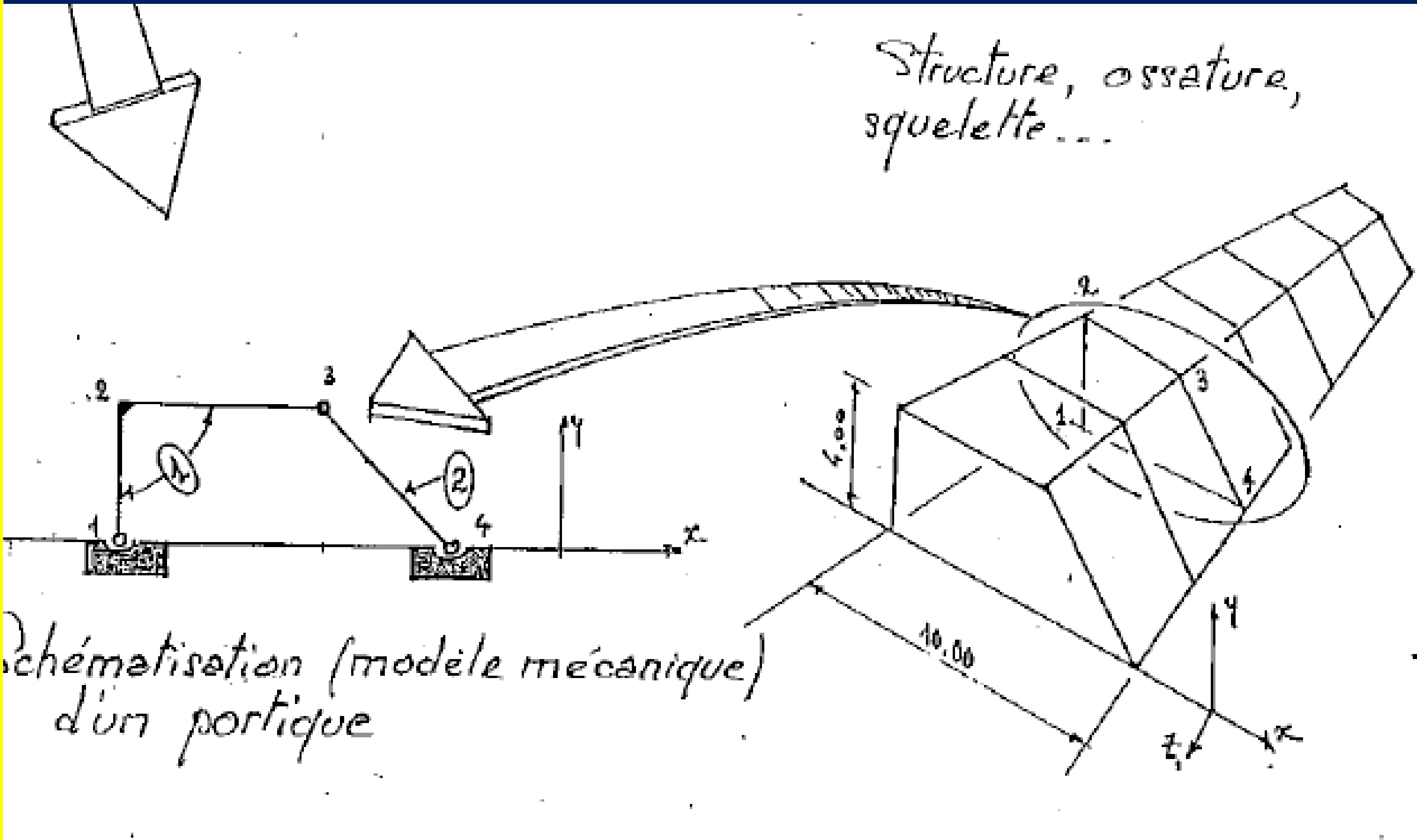
Les liaisons entre solides permettent d'éviter les déplacements relatifs des deux solides considérés. Dans le plan, il s'agit de deux translations de référence selon « x » et « y » et de la rotation.

Pour empêcher une translation il faut une force, pour empêcher une rotation il faut un couple. Ces actions constituent généralement les inconnues à rechercher dans la première étape d'une étude de stabilité des ouvrages.

Chaque fois que l'on considère un solide dont on veut faire l'étude statique, il est indispensable de connaître les solides auxquels il est lié et de caractériser les liaisons simple, double ou complète.

Type de la liaison	**simple** (une translation empêchée, soit une force inconnue)	**double** (deux translations empêchées, soit deux forces inconnues)	**triple** (deux translations, et la rotation empêchées soit deux forces et un couple inconnus)
Inconnues	 ou	 et	 et
Nature de la liaison	partielle	partielle	**complète**
Dénomination pour les poutres	appui simple ou rouleau	appui double ou articulation	encastrement
Symboles associés			


Couverture
Bardage
Bardage de pignon
4,00
10,00
2
3
4
Nœud rigide (par boulons)
Articulation
2
3
1
2
Articulation
1
Niveau du sol
4
Massif de fondation
Tiges d'ancrage


Structure, ossature, squelette...
Schématisation (modèle mécanique) d'un portique
1
2
3
4
y
x
4,00
10,00
z

La loi de comportement d'un matériau résulte d'une étude expérimentale. Pour un type d'action (caractérisé par une contrainte) exercée sur le solide considéré, on mesure les déformations relatives pour des niveaux croissants de l'intensité de l'action et de la contrainte associée.

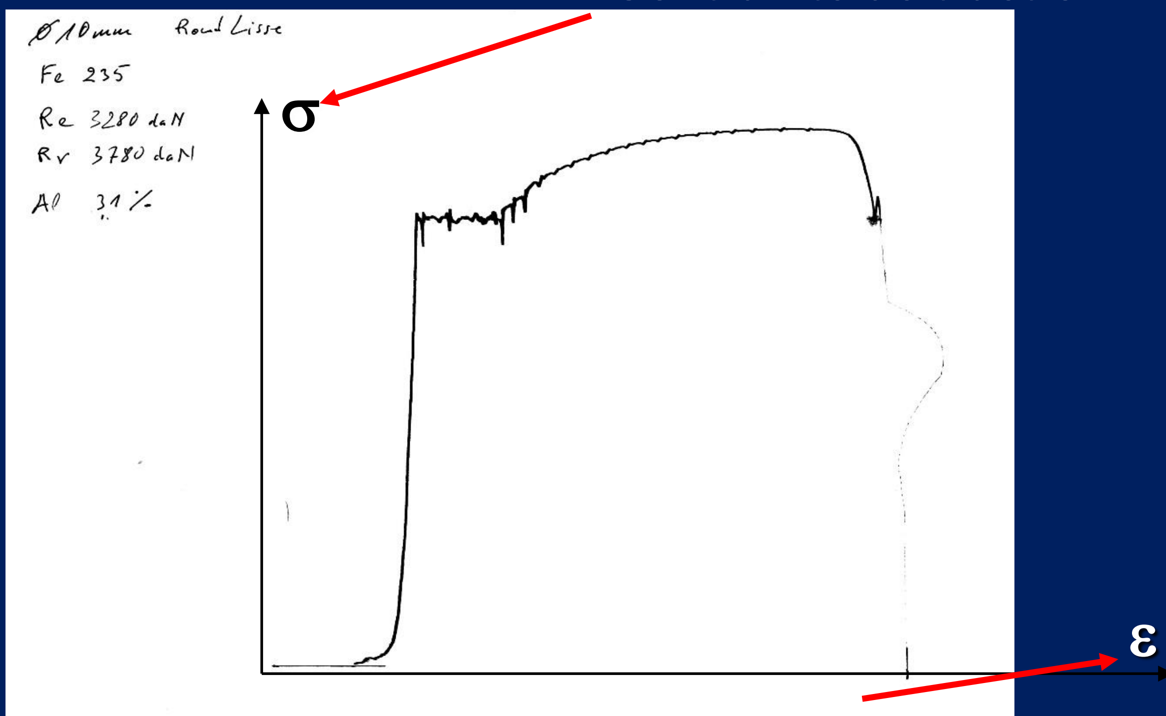
La courbe associant contraintes et déformations relatives porte le nom de **loi de comportement** du matériau pour le type d'action appliqué.

- Les courbes expérimentales sont simplifiées (modélisées) pour être facilement utilisables.

- Lorsque le résultat prend la forme d'une droite (proportionnalité entre contrainte et déformation relative, on parle d'un comportement linéaire)

- Exemple de loi de comportement en traction simple d'une tige d'acier.

Contrainte de traction

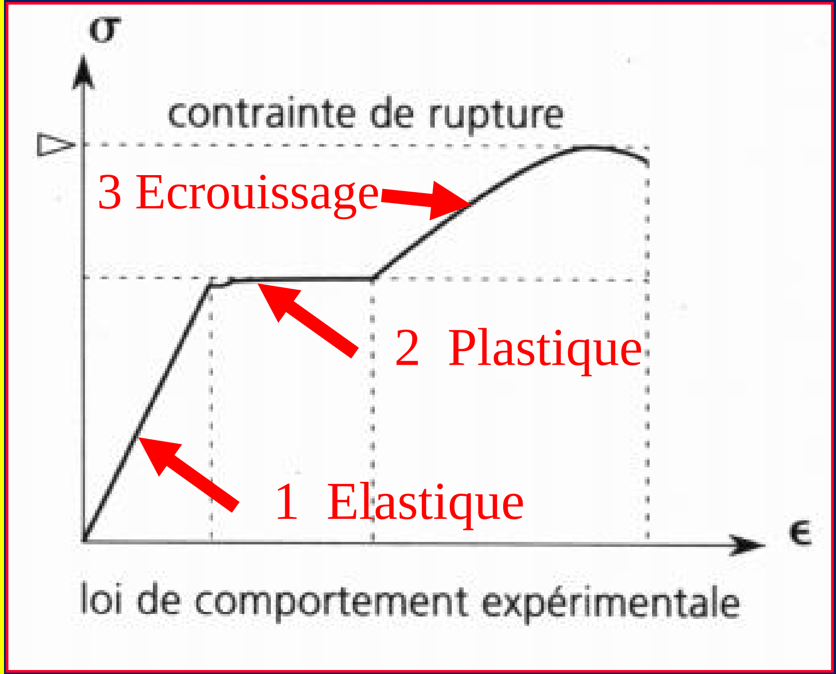


Déformation relative

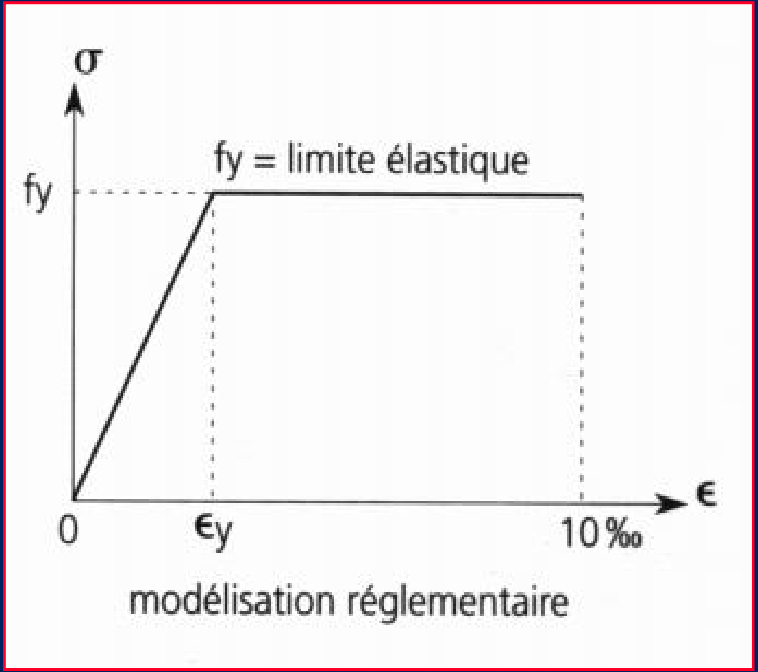
- Exem ction simp

Déformation relative

- **Loi de comportement expérimentale**
- **Modélisation réglementaire**



loi de comportement expérimentale



modélisation réglementaire

Ecrouissage : Permet d'augmenter la limite élastique (Non exploitable en terme de dimensionnement)

Physiquement la sollicitation représente les actions de liaison complète qui existent au droit de la section du solide par un plan perpendiculaire à la fibre moyenne. Il y a de ce fait trois composantes qui caractérisent l'ensemble des actions appliquées sur la portion du solide en « amont » ou à « gauche » du plan de section.

La sollicitation de la section correspondante est définie par :

- **l'effort normal** noté **N** dont la valeur est égale à Rx'
- **l'effort tranchant** noté **V** dont la valeur est égale à Ry'
- **le moment fléchissant** noté **M**

Les cas les plus courants ont reçu un nom particulier:

1. Compression ou traction simple (± N) $N \neq 0, V=0, M=0$

Exemple 1 : Barres des treillis, Poteaux, Tirants …

2. Cisaillement simple $N=0, V \neq 0, M=0$

Exemple 2 : **T** sur appuis de rive d’une poutre isostatique sur deux appuis

3. Flexion pure $N=0, V=0, M \neq 0$

Exemple 3 : **M** en mi travée d’une poutre isostatique sur deux appuis

4. Flexion simple $N=0, V \neq 0, M \neq 0$

Exemple 4 : **M** et **V** entre les appuis et la mi travée d’une poutre isostatique sur deux appuis

5. Flexion composée $N \neq 0, V \neq 0, M \neq 0$

Exples 5 : Poteau d’hangar en portique sollicité par le vent (F. horizontale)

Si on sait déterminer ces valeurs pour toutes les sections d'un solide linéaire, caractérisées par leur abscisse « x », on peut alors tracer les courbes représentatives des fonctions **N(x), V(x), M(x).**

Ces courbes portent le nom de « **diagrammes de sollicitation** »

?

Représentation des Diagrammes avec les noms des sollicitations au tableau (cas d'un exo d'application sur un portique)

I.6.2.2 Contrainte normale

Dans le cas d'un matériau à comportement linéaire Élastique (Ex : Poutre), la contrainte normale qui s'exerce sur la fibre d'ordonnée z' est :

$$n(z') = \frac{M}{I_{Gy'}} \cdot z'$$

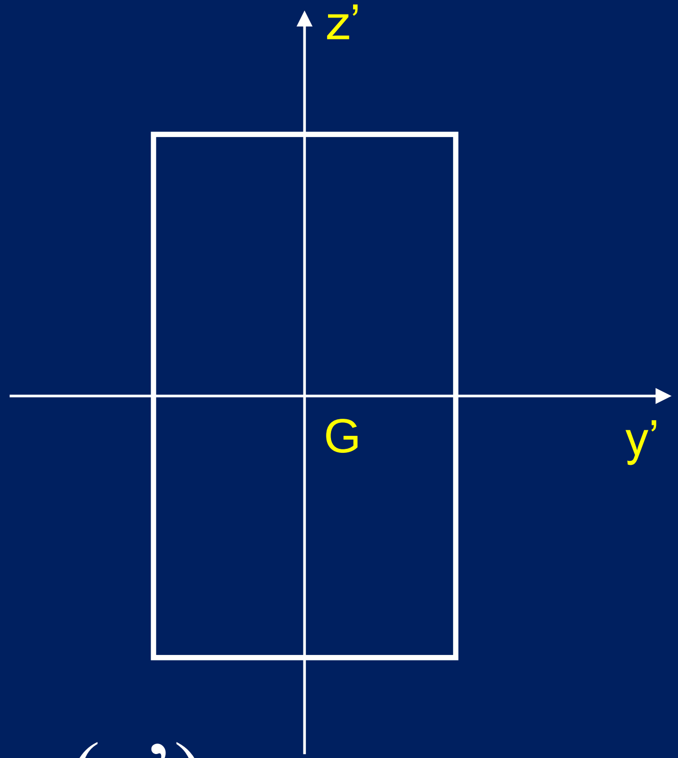
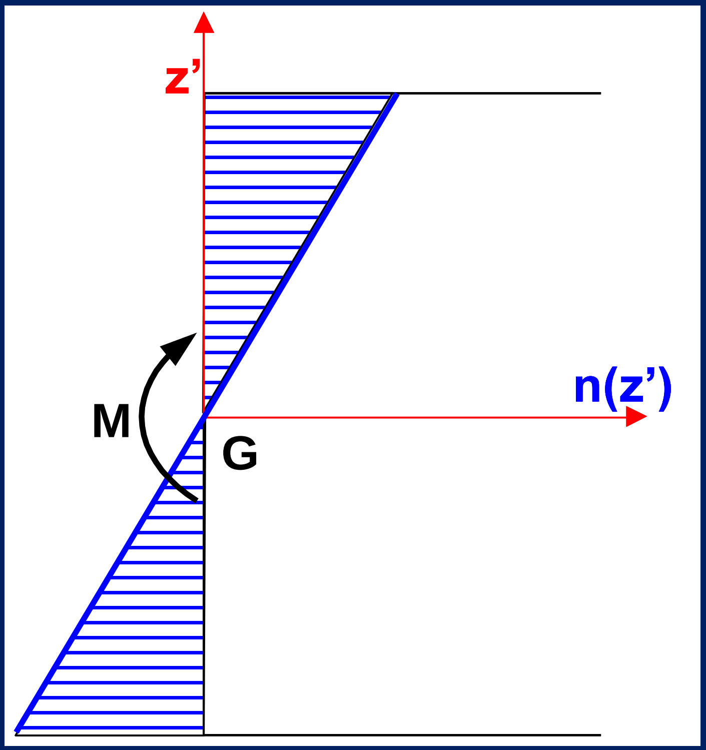


Diagramme de n(z')

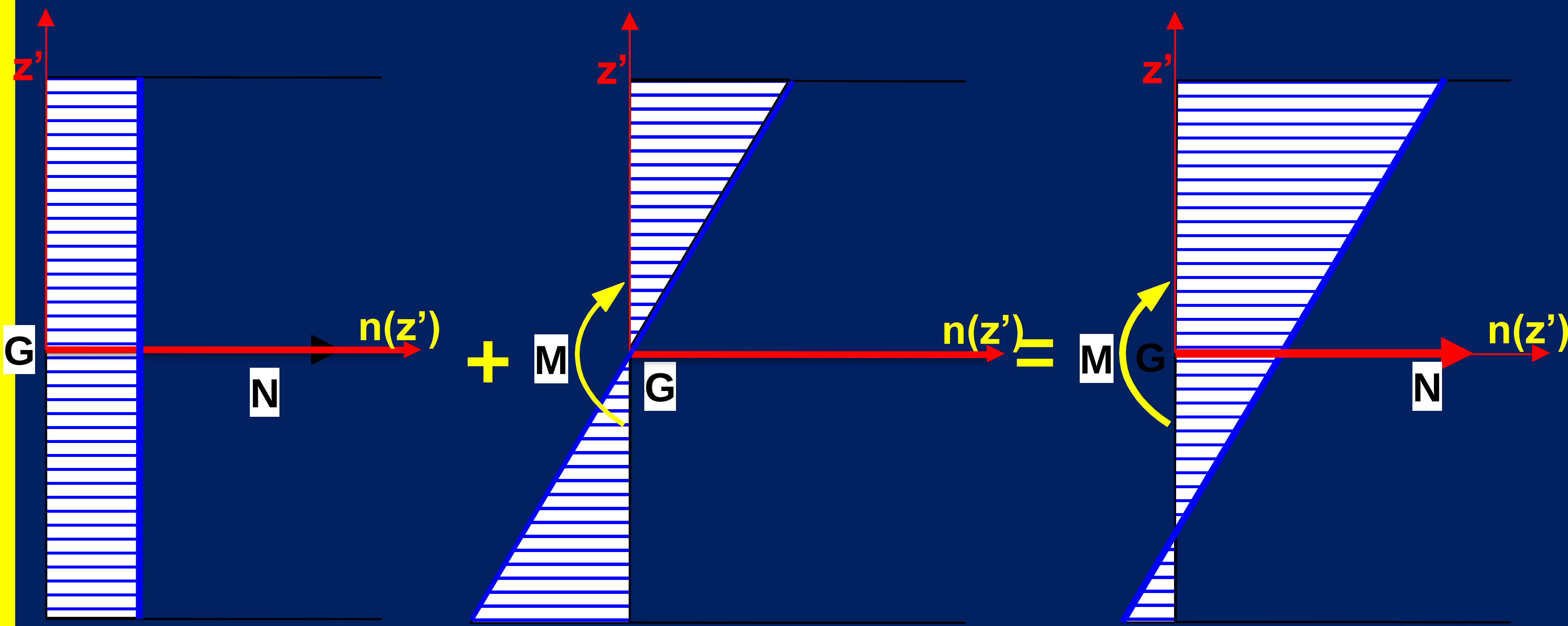


$n(z')$: Contrainte normale suivant Z'

La dimension X sort de la section

L'axe GY' : l'axe neutre qui limite la section comprimée (fibre sup.) à celle tendue (fibre inf.)

I.6.3 Contraintes normales de flexion composée



$$n = \frac{N}{A}$$

+

$$n(z') = \frac{M}{I_{Gy'}} \cdot z'$$

=

$$n(z') = \frac{N}{A} + \frac{M}{I_{Gy'}} \cdot z'$$

$N \pm 0$

Exercice d'Application

Soit une poutre rectangulaire de section 20x60 cm^2 soumise à un effort Normal N de 200 kN et un moment fléchissant Mz de 50kN.m

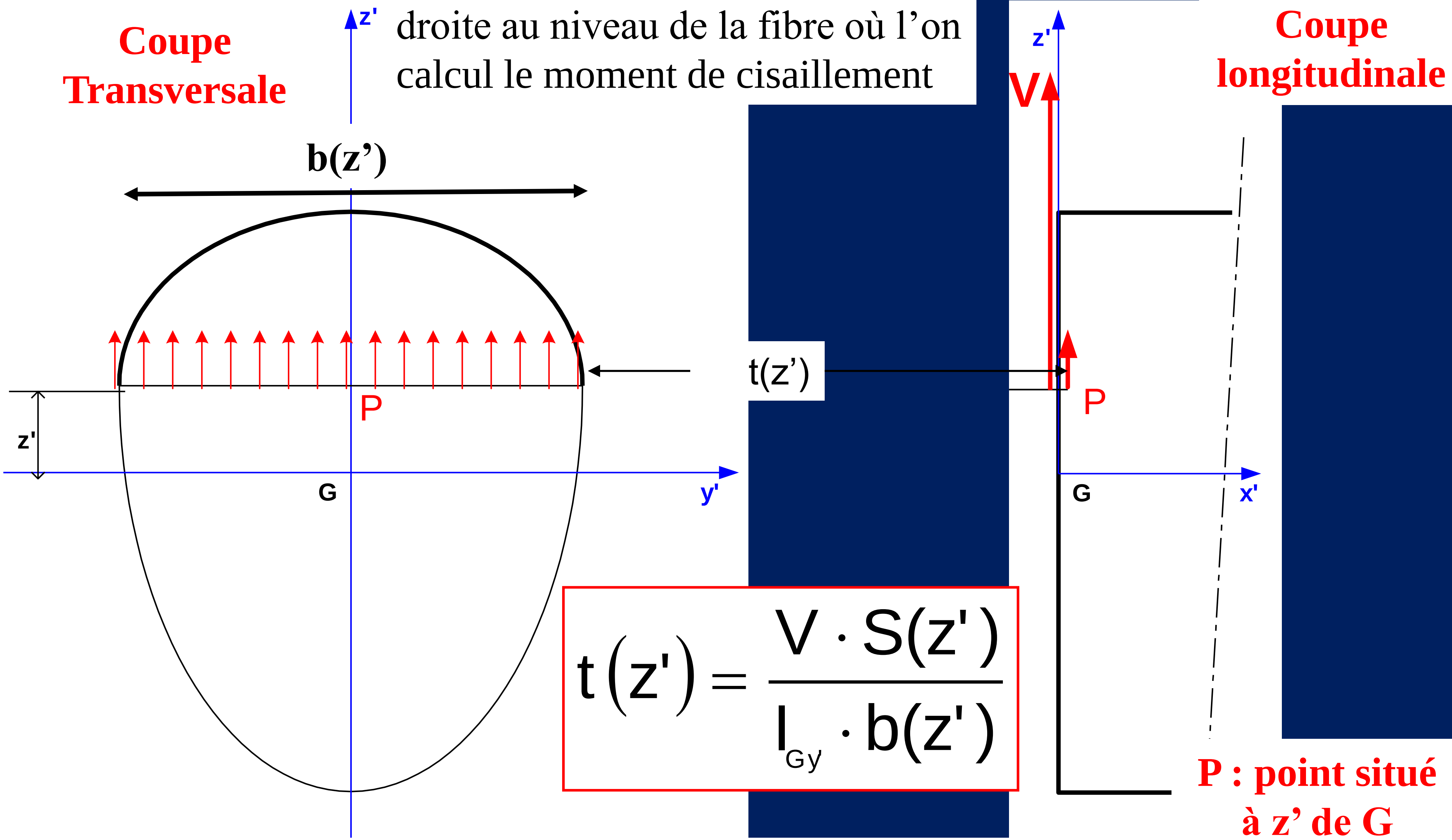
On demande de tracer les diagrammes des contraintes de :

- Dû à l'effort Normal
- Dû à la flexion simple
- Dû à la flexion composée

- Quelle conclusion pouvons nous donner à ces diagrammes

I.6.4 Contrainte tangentielle ou cisaillement

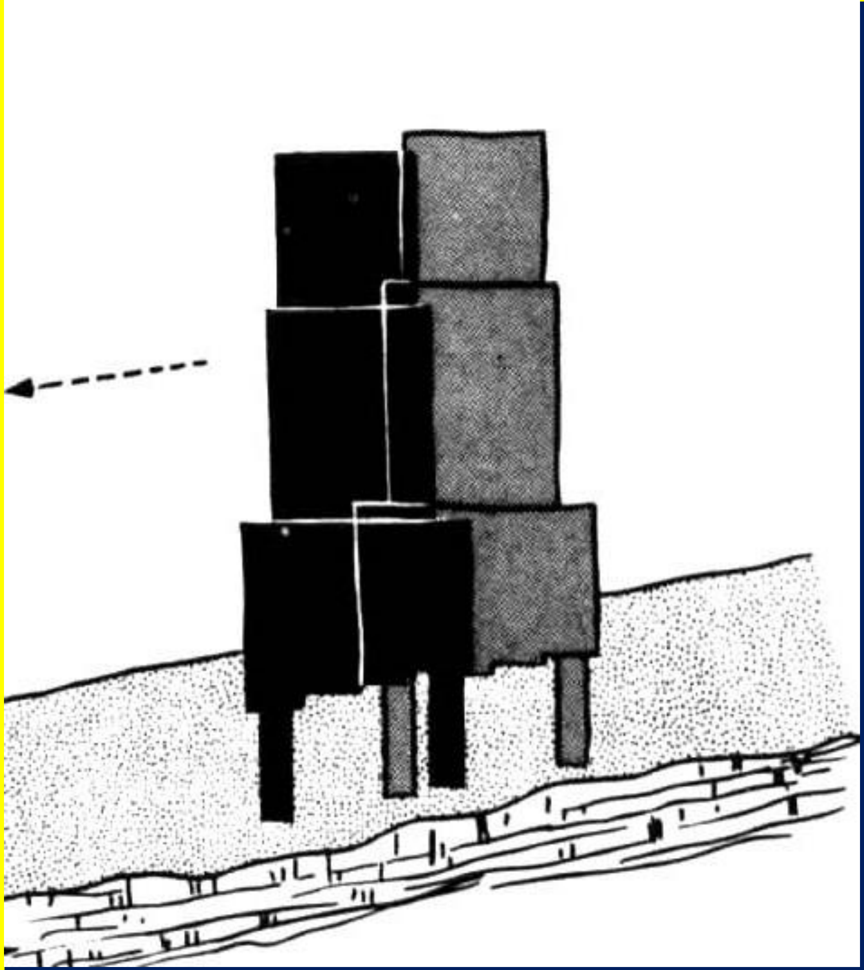
b(z’) est la largeur de la section droite au niveau de la fibre où l’on calcul le moment de cisaillement



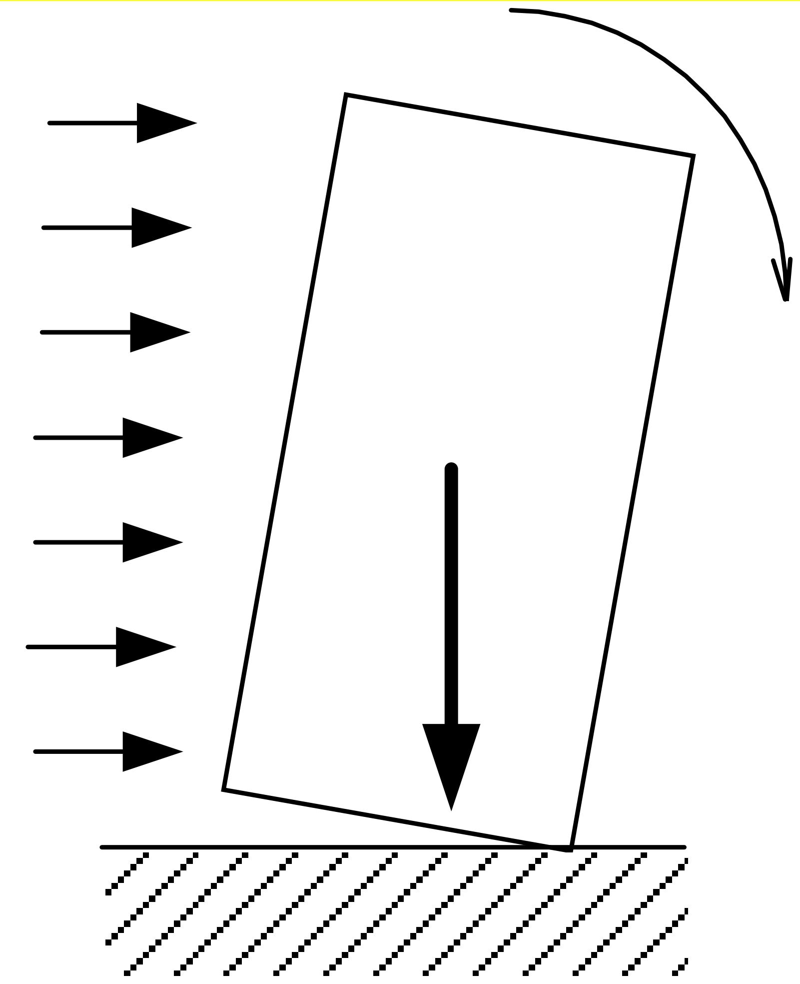
$$t(z') = \frac{V \cdot S(z')}{I_{Gy} \cdot b(z')}$$

P : point situé à z’ de G

S(z’) est le moment statique de la partie de la section droite située au dessus de l’horizontale à la côte z’ par rapport à l’axe **Gy’**.



Construction sur un TN incliné : Instabilité en ne considérant pas le plan d'inclinaison (Stabilité géotechnique)



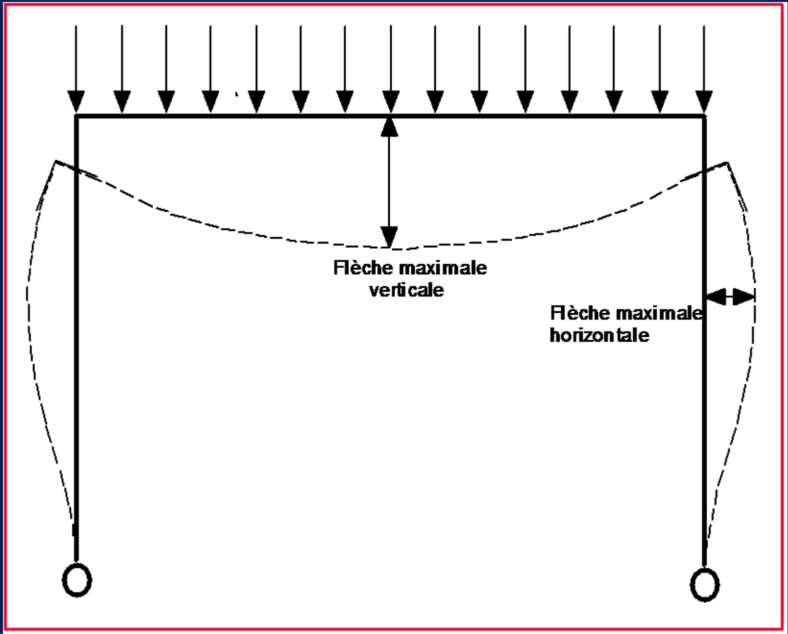
Construction soumis au vent : Basculement si la force due au vent n'est pas maitrisée

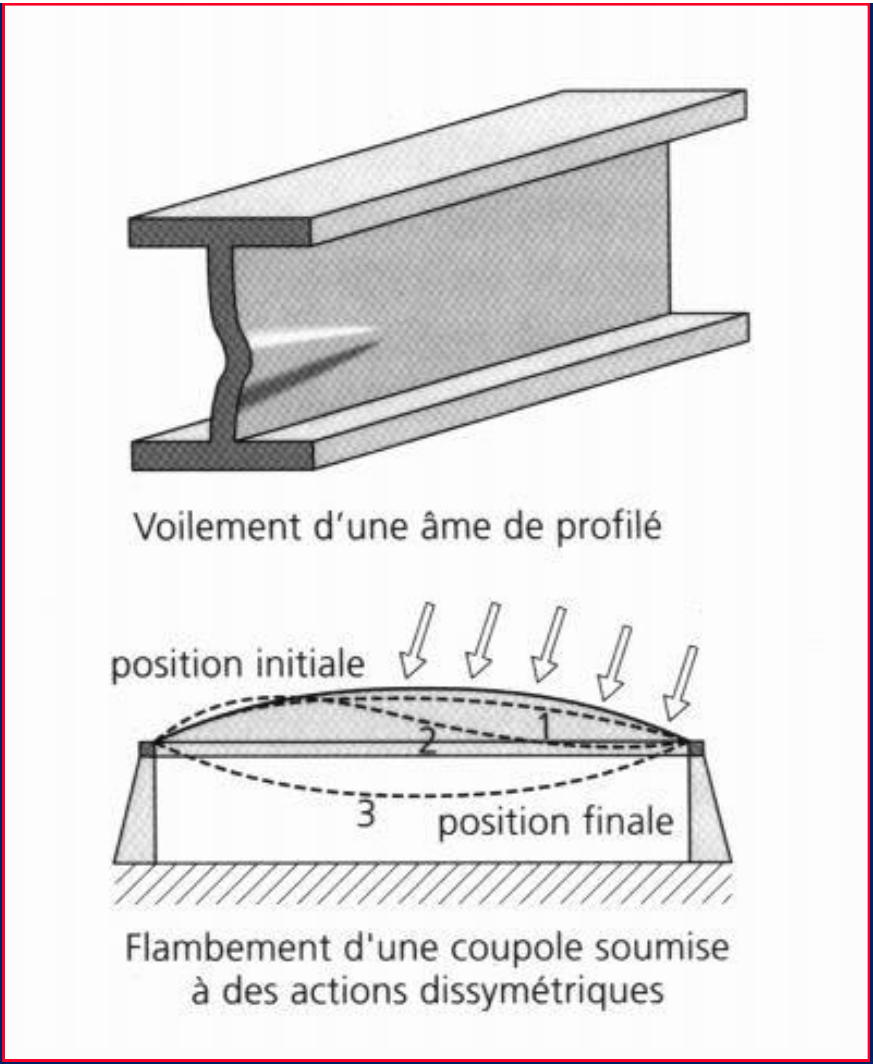
Essai de flexion 4 points sur une poutre :
Rupture à une certaine force exercée

Rupture par épuisement de la résistance d'un ou plusieurs matériaux

• Vérification des Déformées et instabilités de forme lors des études

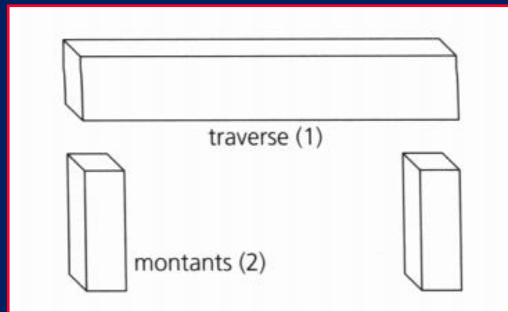
- Instabilités de forme
- Déformée



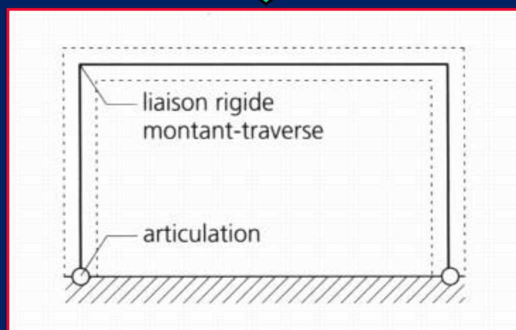


• Vérification de la flèche lors des études

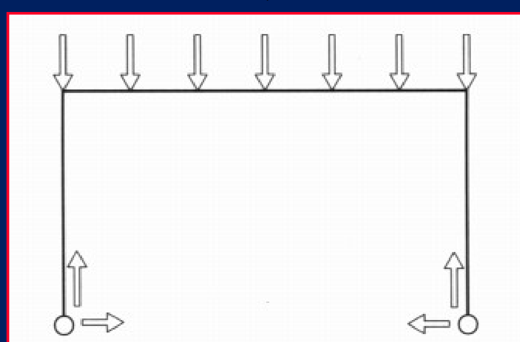
1



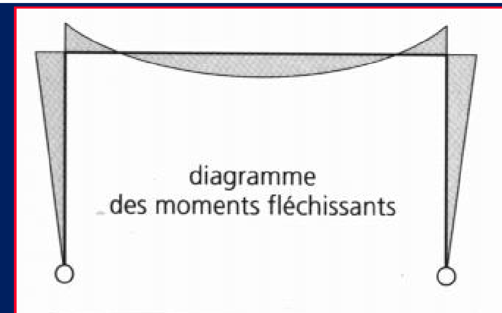
2



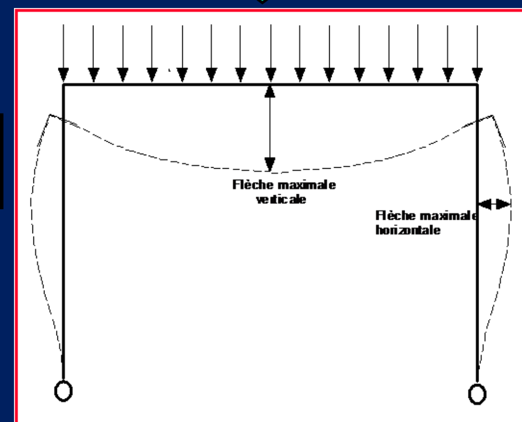
3



4



5



La flèche se détermine en fonction de la portée

Flèche cal $\leq$ Flèche adm

Les étapes du calcul

Quel ordre respecter dans les études ?

A : Actions : équilibre des solides

B : Sollicitations (N,V,M) accès aux déformations relatives et aux contraintes (grâce aux lois de comportement)

C : Déformées

D : Instabilités de formes

MERCI