



19.09.2023

$$N = n! \sum_{k=0}^n \frac{(-1)^k}{k!}.$$

задание с прошлой пары (решение)

## Числа Стирлинга

*Пример:* сколькими способами можно разложить  $n$  шариков в  $m$  ящиков?

Решение: Пусть  $A^i$  - множество таких способов разложить шарики, при которых  $i$  — й ящик пуст ( $i = 1, 2, \dots, n$ ). Тогда искомое число  $D(m, n)$  расщеложений шаров, при которых все ящики не будут пустыми, равно:

вставить рис 1

*Пример:* Сколькими способами можно разложить  $m$  различных шаров по  $n$  ящикам, которые не различаются, так, чтобы ни один из ящиков не оказался

пустым?

Решение: Так как ящики не различаются, то любая перестановка  $n$  ящиков ничего не изменит, поэтому число  $D(m, n)$  разложений  $m$  различных шаров по  $n$  различным языкам нужно разделить на число перестановок  $n!$ :

■

## Числа Каталана

Одним из примеров использования чисел Каталана является разбиение многоугольника на треугольники непересекающимися диагоналями, называемое *диагональной триангуляцией*.

вставить рис 2

## Принцип Дирихле (принцип ящиков)



Хотим разделить  $n * k + 1$  или более предметов по  $n$  ящикам, тогда в каком-то из ящиков окажется  $\geq k + 1$  предмет

## Правило крайнего



Заключается в том, чтобы рассмотреть тот элемент, для которого величина имеет наибольшее (или наименьшее) значение

Пример: Семеро ребят собрали 100 грибов, причем кол-во грибов у любых двоих из грибников различно. Доказать, что найдутся трое ребят, собравших вместе не менее 50 грибов.

Решение: Рассмотрим трех ребят, занявших в соревновании “Кто больше соберет грибов”, первые три места. Пусть они набрали соответственно  $x, y$  и  $z$  грибов, причем  $x > y > z$ . Тогда если  $z \leq 15$ , то остальные набрали вместе не более 50 грибов, а три первых не менее 50 грибов, если же  $z \geq 16$ , то  $x + y + \dots + z \geq 16 + 17 + 18 = 51$

---

## Разложение неотрицательного числа

вставить рис 3

---



Существуют такие штуки как диаграмм Фирре и диаграмма Юнга

---

## Свойство биномиальных коэффициентов



Сочетаний без повторений по  $k$  элементов из  $n$ .....

вставить рис 4 и рис 5

---

## Тема 2: Теория делимости

вставить рис 6

---

## Алгоритм Евклида



Любое целое число  $a$  можно поделить с остатком на любое ненулевое число  $b$ .

вставить рис 7

---

## Непрерывные и подходящие дроби и их связь с алгоритмом Евклида

Пусть  $a$  - действительное число. Обозначим через  $q_1$  наибольшее целое, не превосходящее  $a$ . Тогда :

$$a = q1 + 1/a2$$

далее аналогично...

вставить рис 8

вставить фото таблицы