

# Математическое моделирование

## Лабораторная работа № 1

---

Абдуллахи Бахара

2026-02-13

1. Вводная часть
2. Теория: модель
3. Эксперимент: базовый
4. Эксперимент: параметрическое исследование
5. Итоги

## 1. 1. Вводная часть

---

## 1.1 Цель работы

- Освоить модель экспоненциального роста и её математическую формализацию

## 1.1 Цель работы

- Освоить модель экспоненциального роста и её математическую формализацию
- Найти аналитическое решение соответствующего дифференциального уравнения

## 1.1 Цель работы

- Освоить модель экспоненциального роста и её математическую формализацию
- Найти аналитическое решение соответствующего дифференциального уравнения
- Выполнить параметрическое исследование влияния коэффициента роста  $\alpha$

## 1.1 Цель работы

- Освоить модель экспоненциального роста и её математическую формализацию
- Найти аналитическое решение соответствующего дифференциального уравнения
- Выполнить параметрическое исследование влияния коэффициента роста  $\alpha$
- Проанализировать:

## 1.1 Цель работы

- Освоить модель экспоненциального роста и её математическую формализацию
- Найти аналитическое решение соответствующего дифференциального уравнения
- Выполнить параметрическое исследование влияния коэффициента роста  $\alpha$
- Проанализировать:
  - ▶ характер изменения функции  $u(t)$



## 1.1 Цель работы

- Освоить модель экспоненциального роста и её математическую формализацию
- Найти аналитическое решение соответствующего дифференциального уравнения
- Выполнить параметрическое исследование влияния коэффициента роста  $\alpha$
- Проанализировать:
  - ▶ характер изменения функции  $u(t)$
  - ▶ зависимость времени удвоения  $T_2$

## 1.1 Цель работы

- Освоить модель экспоненциального роста и её математическую формализацию
- Найти аналитическое решение соответствующего дифференциального уравнения
- Выполнить параметрическое исследование влияния коэффициента роста  $\alpha$
- Проанализировать:
  - ▶ характер изменения функции  $u(t)$
  - ▶ зависимость времени удвоения  $T_2$
  - ▶ особенности вычислительных затрат

- Рассмотреть экспоненциальную модель роста как пример динамической системы

- Рассмотреть экспоненциальную модель роста как пример динамической системы
- Проанализировать её математическое описание

- Рассмотреть экспоненциальную модель роста как пример динамической системы
- Проанализировать её математическое описание
- Провести вычислительные эксперименты при различных значениях  $\alpha$

- Рассмотреть экспоненциальную модель роста как пример динамической системы
- Проанализировать её математическое описание
- Провести вычислительные эксперименты при различных значениях  $\alpha$
- Представить результаты в графическом виде

## 2. 2. Теория: модель

---

## 2.1 Дифференциальное уравнение

Экспоненциальный процесс роста задаётся уравнением:

$$\frac{du}{dt} = \alpha u$$

Где:

- $u$  — текущее значение исследуемой величины (например, численность, капитал и др.)



## 2.1 Дифференциальное уравнение

Экспоненциальный процесс роста задаётся уравнением:

$$\frac{du}{dt} = \alpha u$$

Где:

- $u$  — текущее значение исследуемой величины (например, численность, капитал и др.)
- $t$  — время

## 2.1 Дифференциальное уравнение

Экспоненциальный процесс роста задаётся уравнением:

$$\frac{du}{dt} = \alpha u$$

Где:

- $u$  — текущее значение исследуемой величины (например, численность, капитал и др.)
- $t$  — время
- $\alpha$  — коэффициент роста

## 2.1 Дифференциальное уравнение

Экспоненциальный процесс роста задаётся уравнением:

$$\frac{du}{dt} = \alpha u$$

Где:

- $u$  — текущее значение исследуемой величины (например, численность, капитал и др.)
- $t$  — время
- $\alpha$  — коэффициент роста
  - ▶  $\alpha > 0$  — увеличение

## 2.1 Дифференциальное уравнение

Экспоненциальный процесс роста задаётся уравнением:

$$\frac{du}{dt} = \alpha u$$

Где:

- $u$  — текущее значение исследуемой величины (например, численность, капитал и др.)
- $t$  — время
- $\alpha$  — коэффициент роста
  - ▶  $\alpha > 0$  — увеличение
  - ▶  $\alpha < 0$  — убывание

## 2.2 Решение и характеристики

Аналитическое решение:

$$u(t) = u_0 e^{\alpha t}$$

Формула для времени удвоения:

$$T_2 = \frac{\ln(2)}{\alpha} \approx \frac{0.693}{\alpha}$$

Основные особенности:

- увеличение  $\alpha$  приводит к более быстрому росту

## 2.2 Решение и характеристики

Аналитическое решение:

$$u(t) = u_0 e^{\alpha t}$$

Формула для времени удвоения:

$$T_2 = \frac{\ln(2)}{\alpha} \approx \frac{0.693}{\alpha}$$

Основные особенности:

- увеличение  $\alpha$  приводит к более быстрому росту
- время удвоения при этом сокращается

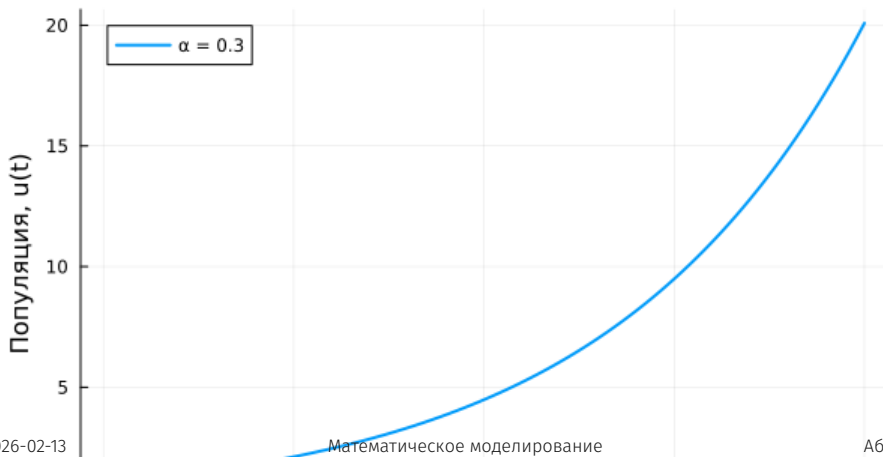
### 3. 3. Эксперимент: базовый

---

## 3.1 Базовый эксперимент ( $\alpha = 0.3$ )

- Исследовано поведение функции  $u(t)$  на заданном промежутке времени

### Экспоненциальный рост (базовый эксперимент)

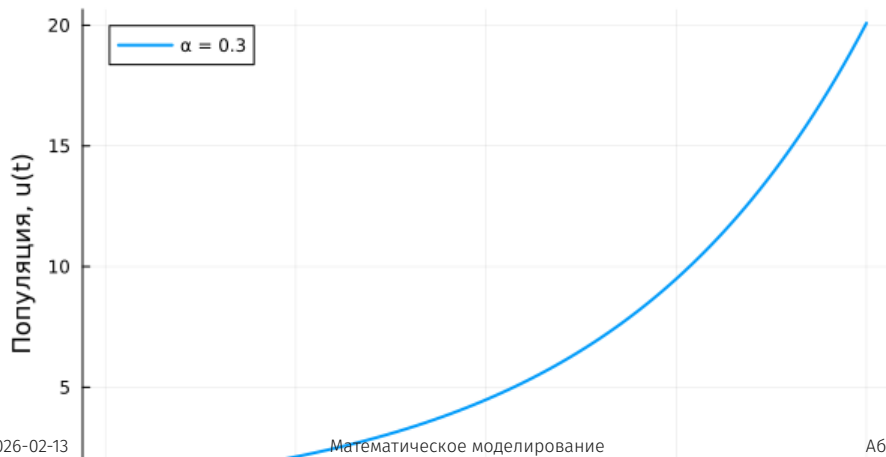




## 3.1 Базовый эксперимент ( $\alpha = 0.3$ )

- Исследовано поведение функции  $u(t)$  на заданном промежутке времени
- Наблюдается характерное ускоряющееся увеличение значений

### Экспоненциальный рост (базовый эксперимент)



## 4. 4. Эксперимент: параметрическое исследование

---

## 4.1 Влияние $\alpha$ на рост

- Проведены расчёты при значениях:

Параметрическое исследование: влияние  $\alpha$  на рост



## 4.1 Влияние $\alpha$ на рост

- Проведены расчёты при значениях:
  - ▶  $\alpha = 0.1, 0.3, 0.5, 0.8, 1.0$

Параметрическое исследование: влияние  $\alpha$  на рост



## 4.1 Влияние $\alpha$ на рост

- Проведены расчёты при значениях:
  - ▶  $\alpha = 0.1, 0.3, 0.5, 0.8, 1.0$
- С увеличением  $\alpha$  скорость роста системы заметно возрастает

Параметрическое исследование: влияние  $\alpha$  на рост



## 4.2 Время удвоения

Теоретическая зависимость имеет вид:

$$T_2 = \frac{\ln(2)}{\alpha}$$

- Полученные численные данные согласуются с теоретическими оценками

Зависимость времени удвоения от  $\alpha$



## 4.2 Время удвоения

Теоретическая зависимость имеет вид:

$$T_2 = \frac{\ln(2)}{\alpha}$$

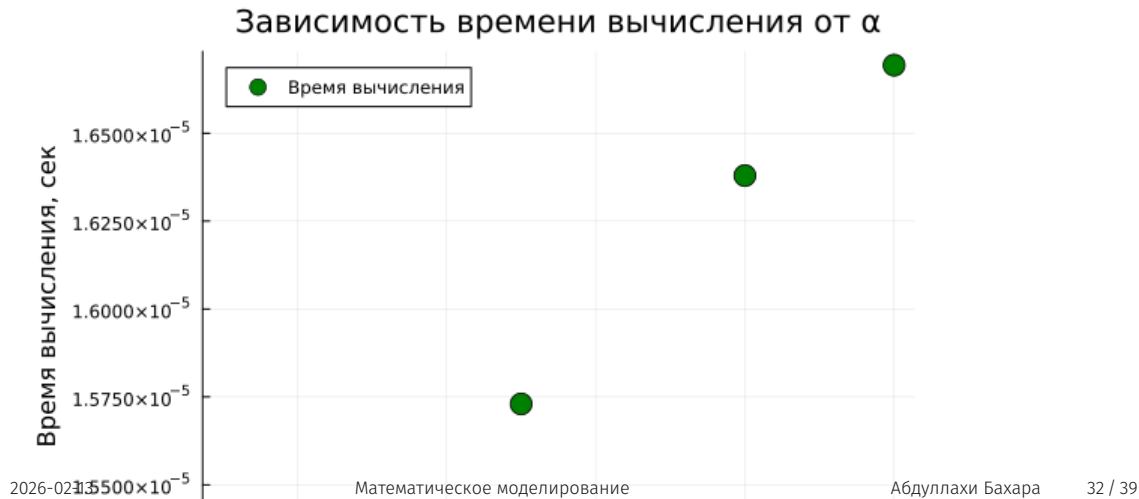
- Полученные численные данные согласуются с теоретическими оценками
- При увеличении  $\alpha$  время удвоения сокращается

Зависимость времени удвоения от  $\alpha$



## 4.3 Время вычислений

- Проанализирована связь между временем расчёта и значением  $\alpha$

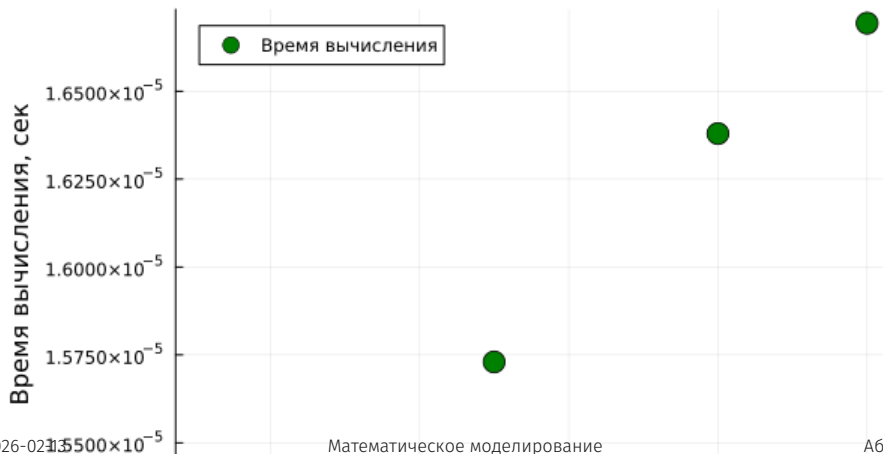




## 4.3 Время вычислений

- Проанализирована связь между временем расчёта и значением  $\alpha$
- Существенных изменений не наблюдается

Зависимость времени вычисления от  $\alpha$



## 5. 5. Итоги



- Проведённые вычислительные эксперименты подтвердили теоретические положения

- Проведённые вычислительные эксперименты подтвердили теоретические положения
- При увеличении  $\alpha$ :

- Проведённые вычислительные эксперименты подтвердили теоретические положения
- При увеличении  $\alpha$ :
  - ▶ процесс роста становится более стремительным

- Проведённые вычислительные эксперименты подтвердили теоретические положения
- При увеличении  $\alpha$ :
  - ▶ процесс роста становится более стремительным
  - ▶ время удвоения уменьшается

- Проведённые вычислительные эксперименты подтвердили теоретические положения
- При увеличении  $\alpha$ :
  - ▶ процесс роста становится более стремительным
  - ▶ время удвоения уменьшается
  - ▶ вычислительные затраты изменяются незначительно