

Математическое моделирование

Лабораторная работа № 1

Абдуллахи Бахара

2026-02-13

1. Вводная часть
2. Теория: модель
3. Эксперимент: базовый
4. Эксперимент: параметрическое исследование
5. Итоги

1. 1. Вводная часть



1.1 Цель работы

- Освоить модель экспоненциального роста и её математическую формализацию

1.1 Цель работы

- Освоить модель экспоненциального роста и её математическую формализацию
- Найти аналитическое решение соответствующего дифференциального уравнения

1.1 Цель работы

- Освоить модель экспоненциального роста и её математическую формализацию
- Найти аналитическое решение соответствующего дифференциального уравнения
- Выполнить параметрическое исследование влияния коэффициента роста α

1.1 Цель работы

- Освоить модель экспоненциального роста и её математическую формализацию
- Найти аналитическое решение соответствующего дифференциального уравнения
- Выполнить параметрическое исследование влияния коэффициента роста α
- Проанализировать:

1.1 Цель работы

- Освоить модель экспоненциального роста и её математическую формализацию
- Найти аналитическое решение соответствующего дифференциального уравнения
- Выполнить параметрическое исследование влияния коэффициента роста α
- Проанализировать:
 - ▶ характер изменения функции $u(t)$

1.1 Цель работы

- Освоить модель экспоненциального роста и её математическую формализацию
- Найти аналитическое решение соответствующего дифференциального уравнения
- Выполнить параметрическое исследование влияния коэффициента роста α
- Проанализировать:
 - ▶ характер изменения функции $u(t)$
 - ▶ зависимость времени удвоения T_2

1.1 Цель работы

- Освоить модель экспоненциального роста и её математическую формализацию
- Найти аналитическое решение соответствующего дифференциального уравнения
- Выполнить параметрическое исследование влияния коэффициента роста α
- Проанализировать:
 - ▶ характер изменения функции $u(t)$
 - ▶ зависимость времени удвоения T_2
 - ▶ особенности вычислительных затрат

1.2 Задание

- Рассмотреть экспоненциальную модель роста как пример динамической системы

1.2 Задание

- Рассмотреть экспоненциальную модель роста как пример динамической системы
- Проанализировать её математическое описание

1.2 Задание

- Рассмотреть экспоненциальную модель роста как пример динамической системы
- Проанализировать её математическое описание
- Провести вычислительные эксперименты при различных значениях α

1.2 Задание

- Рассмотреть экспоненциальную модель роста как пример динамической системы
- Проанализировать её математическое описание
- Провести вычислительные эксперименты при различных значениях α
- Представить результаты в графическом виде

2. 2. Теория: модель



2.1 Дифференциальное уравнение

Экспоненциальный процесс роста задаётся уравнением:

$$\frac{du}{dt} = \alpha u$$

Где:

- u — текущее значение исследуемой величины (например, численность, капитал и др.)

2.1 Дифференциальное уравнение

Экспоненциальный процесс роста задаётся уравнением:

$$\frac{du}{dt} = \alpha u$$

Где:

- u – текущее значение исследуемой величины (например, численность, капитал и др.)
- t – время

2.1 Дифференциальное уравнение

Экспоненциальный процесс роста задаётся уравнением:

$$\frac{du}{dt} = \alpha u$$

Где:

- u — текущее значение исследуемой величины (например, численность, капитал и др.)
- t — время
- α — коэффициент роста

2.1 Дифференциальное уравнение

Экспоненциальный процесс роста задаётся уравнением:

$$\frac{du}{dt} = \alpha u$$

Где:

- u – текущее значение исследуемой величины (например, численность, капитал и др.)
- t – время
- α – коэффициент роста
 - ▶ $\alpha > 0$ – увеличение

2.1 Дифференциальное уравнение

Экспоненциальный процесс роста задаётся уравнением:

$$\frac{du}{dt} = \alpha u$$

Где:

- u – текущее значение исследуемой величины (например, численность, капитал и др.)
- t – время
- α – коэффициент роста
 - ▶ $\alpha > 0$ – увеличение
 - ▶ $\alpha < 0$ – убывание

2.2 Решение и характеристики

Аналитическое решение:

$$u(t) = u_0 e^{\alpha t}$$

Формула для времени удвоения:

$$T_2 = \frac{\ln(2)}{\alpha} \approx \frac{0.693}{\alpha}$$

Основные особенности:

- увеличение α приводит к более быстрому росту

2.2 Решение и характеристики

Аналитическое решение:

$$u(t) = u_0 e^{\alpha t}$$

Формула для времени удвоения:

$$T_2 = \frac{\ln(2)}{\alpha} \approx \frac{0.693}{\alpha}$$

Основные особенности:

- увеличение α приводит к более быстрому росту
- время удвоения при этом сокращается

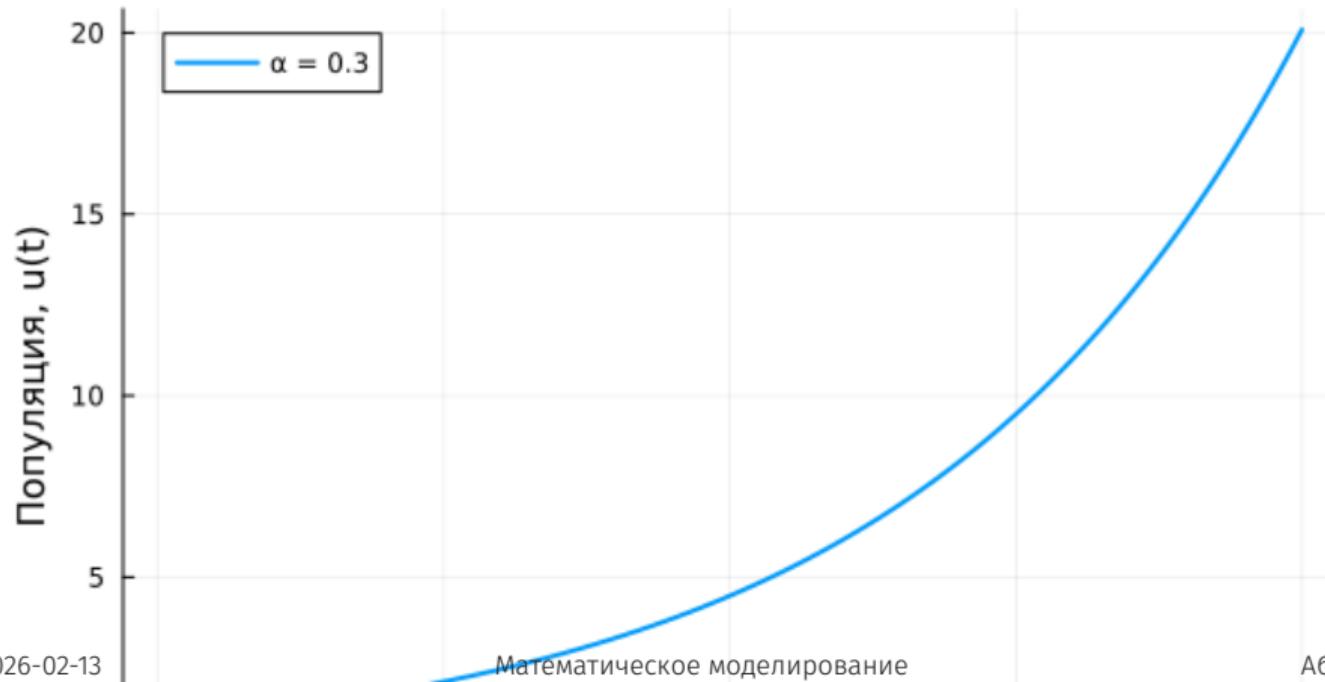
3. 3. Эксперимент: базовый



3.1 Базовый эксперимент ($\alpha = 0.3$)

- Исследовано поведение функции $u(t)$ на заданном промежутке времени

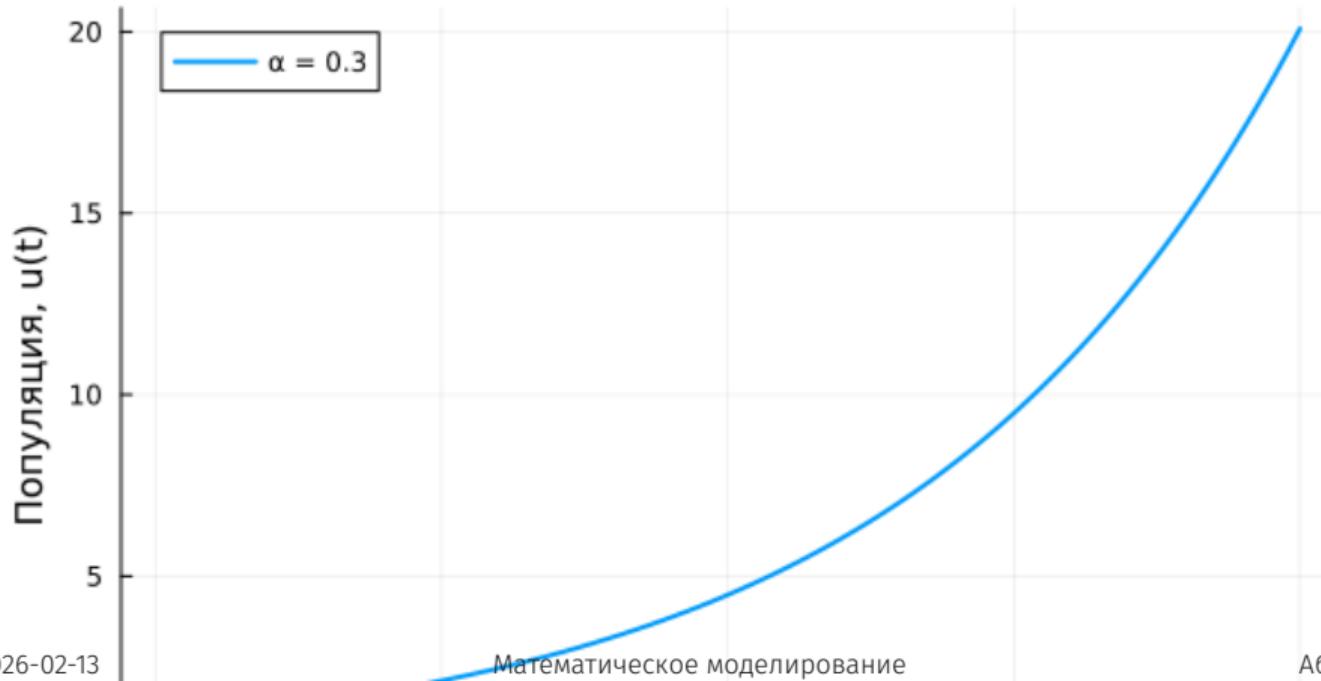
Экспоненциальный рост (базовый эксперимент)



3.1 Базовый эксперимент ($\alpha = 0.3$)

- Исследовано поведение функции $u(t)$ на заданном промежутке времени
- Наблюдается характерное ускоряющееся увеличение значений

Экспоненциальный рост (базовый эксперимент)



4. 4. Эксперимент: параметрическое исследование

4.1 Влияние α на рост

- Проведены расчёты при значениях:



4.1 Влияние α на рост

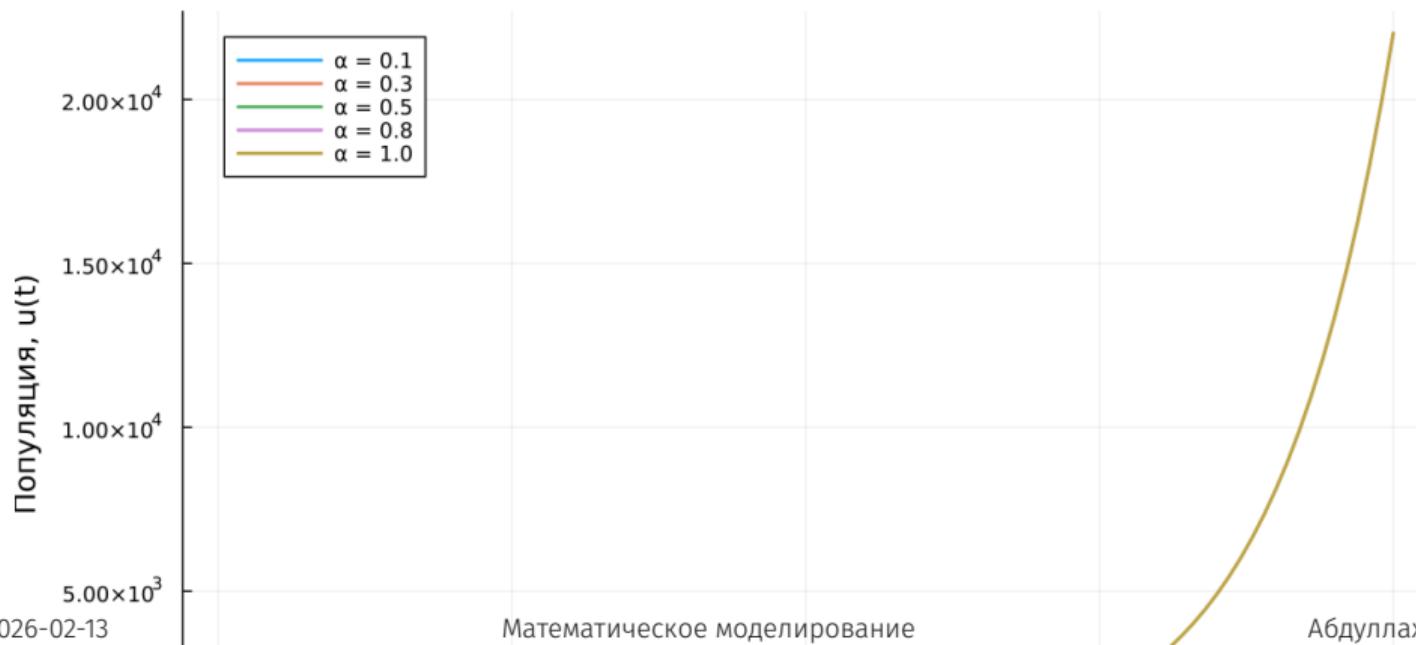
- Проведены расчёты при значениях:
 - $\alpha = 0.1, 0.3, 0.5, 0.8, 1.0$



4.1 Влияние α на рост

- Проведены расчёты при значениях:
 - $\alpha = 0.1, 0.3, 0.5, 0.8, 1.0$
- С увеличением α скорость роста системы заметно возрастает

Параметрическое исследование: влияние α на рост



4.2 Время удвоения

Теоретическая зависимость имеет вид:

$$T_2 = \frac{\ln(2)}{\alpha}$$

- Полученные численные данные согласуются с теоретическими оценками

Зависимость времени удвоения от α



4.2 Время удвоения

Теоретическая зависимость имеет вид:

$$T_2 = \frac{\ln(2)}{\alpha}$$

- Полученные численные данные согласуются с теоретическими оценками
- При увеличении α время удвоения сокращается

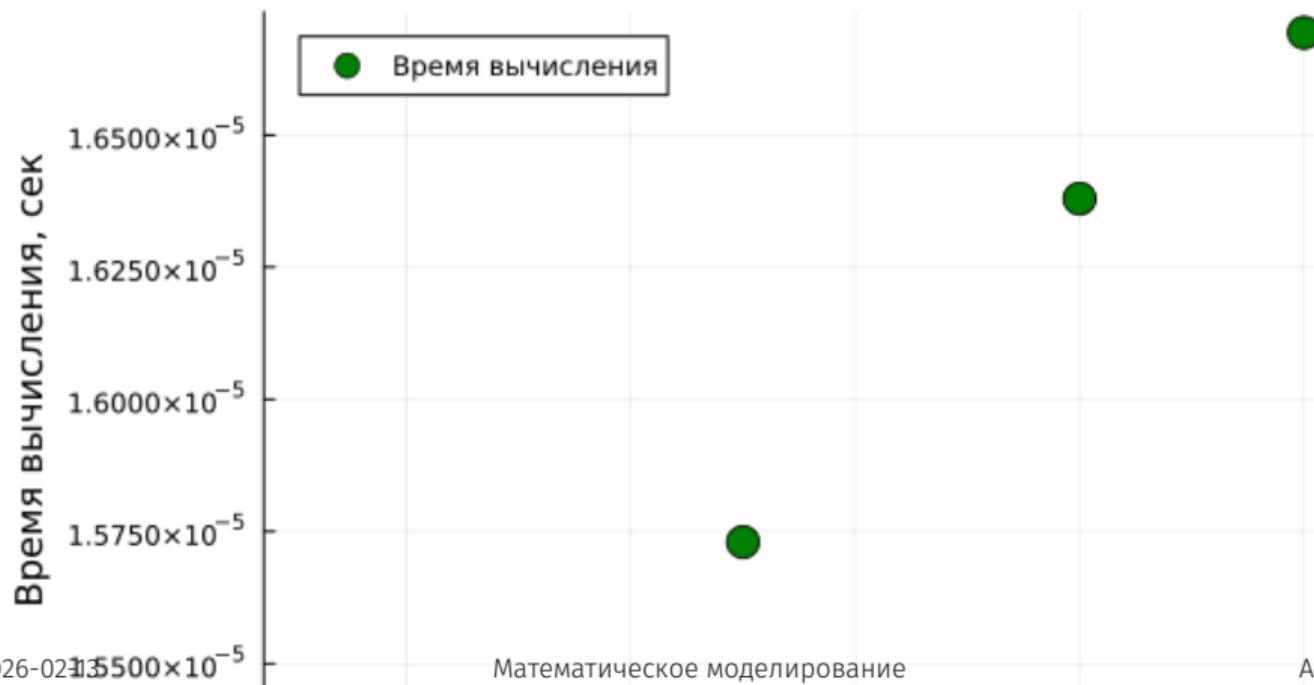
Зависимость времени удвоения от α



4.3 Время вычислений

- Проанализирована связь между временем расчёта и значением α

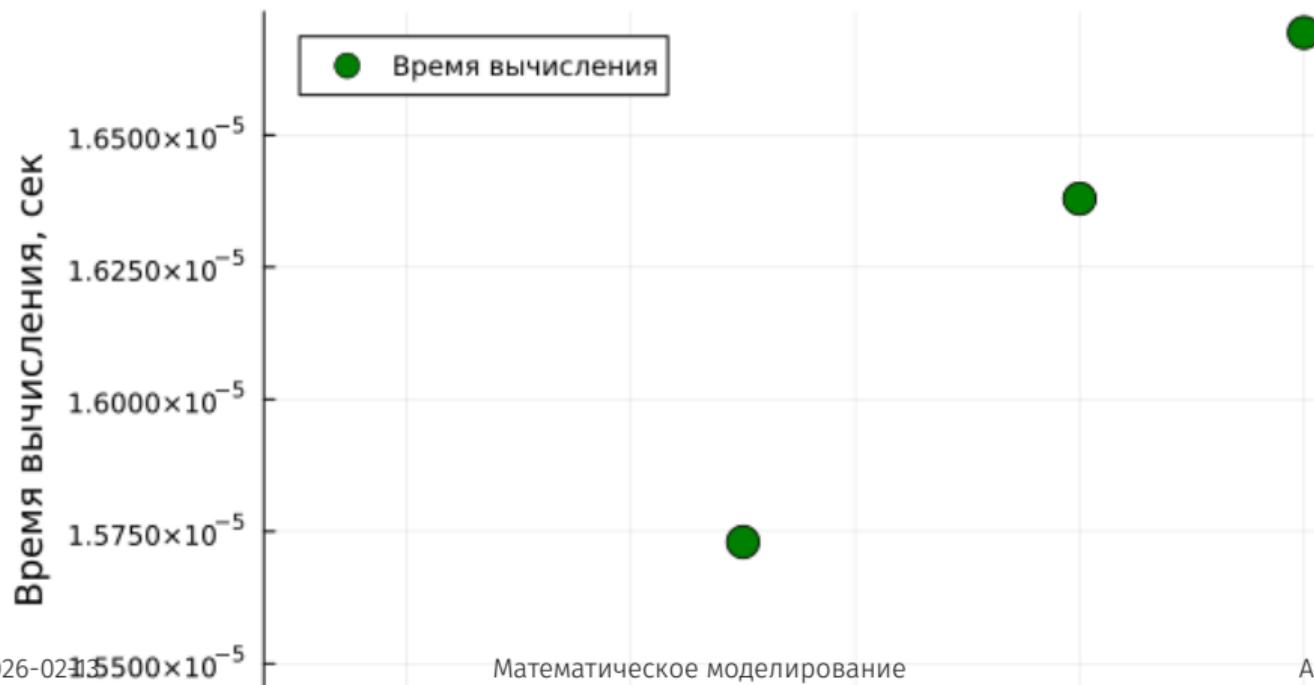
Зависимость времени вычисления от α



4.3 Время вычислений

- Проанализирована связь между временем расчёта и значением α
- Существенных изменений не наблюдается

Зависимость времени вычисления от α



5. 5. Итоги



5.1 Выводы

- Проведённые вычислительные эксперименты подтвердили теоретические положения

5.1 Выводы

- Проведённые вычислительные эксперименты подтвердили теоретические положения
- При увеличении α :

5.1 Выводы

- Проведённые вычислительные эксперименты подтвердили теоретические положения
- При увеличении α :
 - ▶ процесс роста становится более стремительным

5.1 Выводы

- Проведённые вычислительные эксперименты подтвердили теоретические положения
- При увеличении α :
 - ▶ процесс роста становится более стремительным
 - ▶ время удвоения уменьшается

5.1 Выводы

- Проведённые вычислительные эксперименты подтвердили теоретические положения
- При увеличении α :
 - ▶ процесс роста становится более стремительным
 - ▶ время удвоения уменьшается
 - ▶ вычислительные затраты изменяются незначительно