

Az informatika logikai alapjai

1. előadás

Vaszil György

vaszil.gyorgy@inf.unideb.hu

I. emelet 110-es szoba

(dékáni utasítás – vírus)

(online, elearning.unideb.hu, moodle)

(gyűjtőcsoportok?)

A mai órán

- **Bevezető megjegyzések, motiváció (szabad művészetek, intellektus, praktikum)**
- A tematikáról, segédanyagok, olvasmányok
- A helyes következtetésről
- A logika történetéről

Miről szól ez az egész?

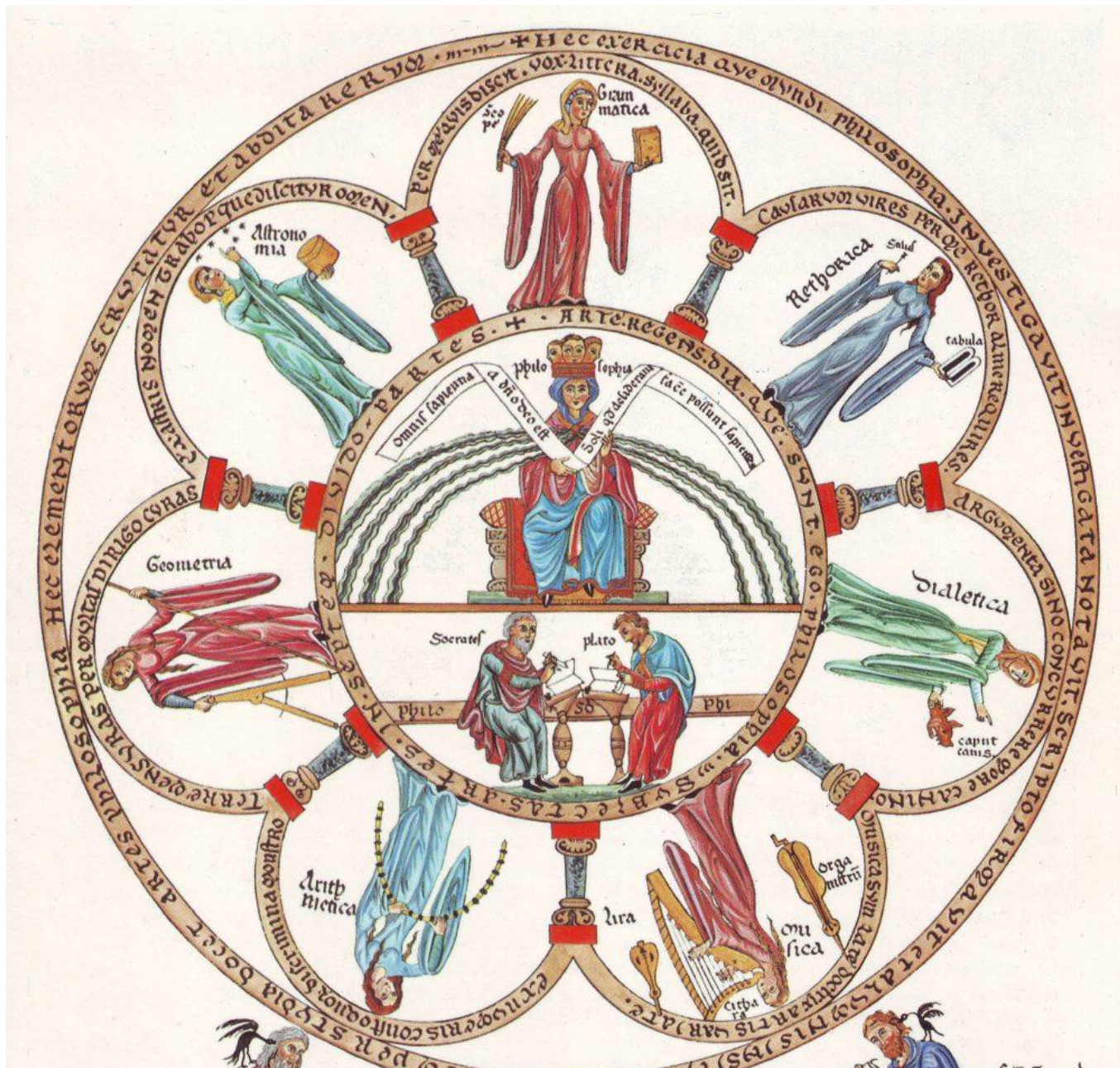
A LOGIKA ALAPVETŐ FELADATA
A HELYES KÖVETKEZTETÉS FOGALMÁNAK
SZABATOS MEGHATÁROZÁSA, TÖRVÉNYEINEK FELTÁRÁSA.

Miért érdekes az, hogy „helyes következtetés”?

Miért érdekes a logika?

- A hagyomány szerint: önmagáért, az emberi lét céljának beteljesítése érdekében végzett tevékenység („szabad művészetek”) alapja
- Egyébként: praktikus („szervilis művészetek”)

Hét szabad művészet



Trivium és quadrivium

Content: The Trivium Arts

That which is sayable or that can be expressed with language.



Structure of
Language

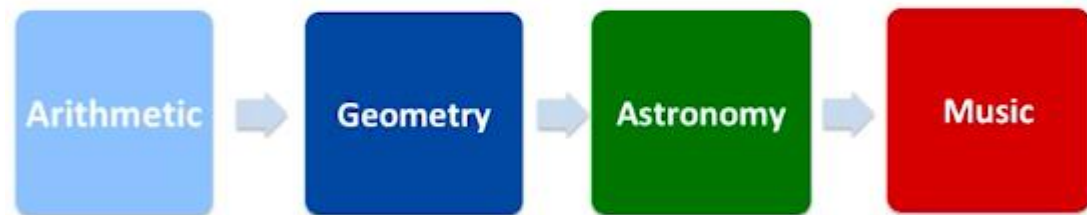
Art of Correct
Reasoning

Art of Persuasive
Speech & Writing

Az értelmet a quadrivium világítja meg, kifejezésére pedig a trivium szolgál.

Content: The Quadrivium Arts

Learnable Objects: That which can be observed, quantified, measured, enabling a mathematical description of nature.



The unit with no
dimensions

One-dimensional
lines, two-dimensional
surfaces, three-
dimensional solids

Geometrical solids
in motion

Audible progressions
of numerical
ratios

THE SEVEN LIBERAL ARTS

Trivium

"the expression
of intellect"

Grammar --- Moon
language

Logic --- Mercury
logic

Rhetoric --- Venus
speech as art

Quadrivium

"intellect"

Arithmetic --- Sun
number

Music --- Mars
time (harmony)

Geometry --- Jupiter
space (proportion)

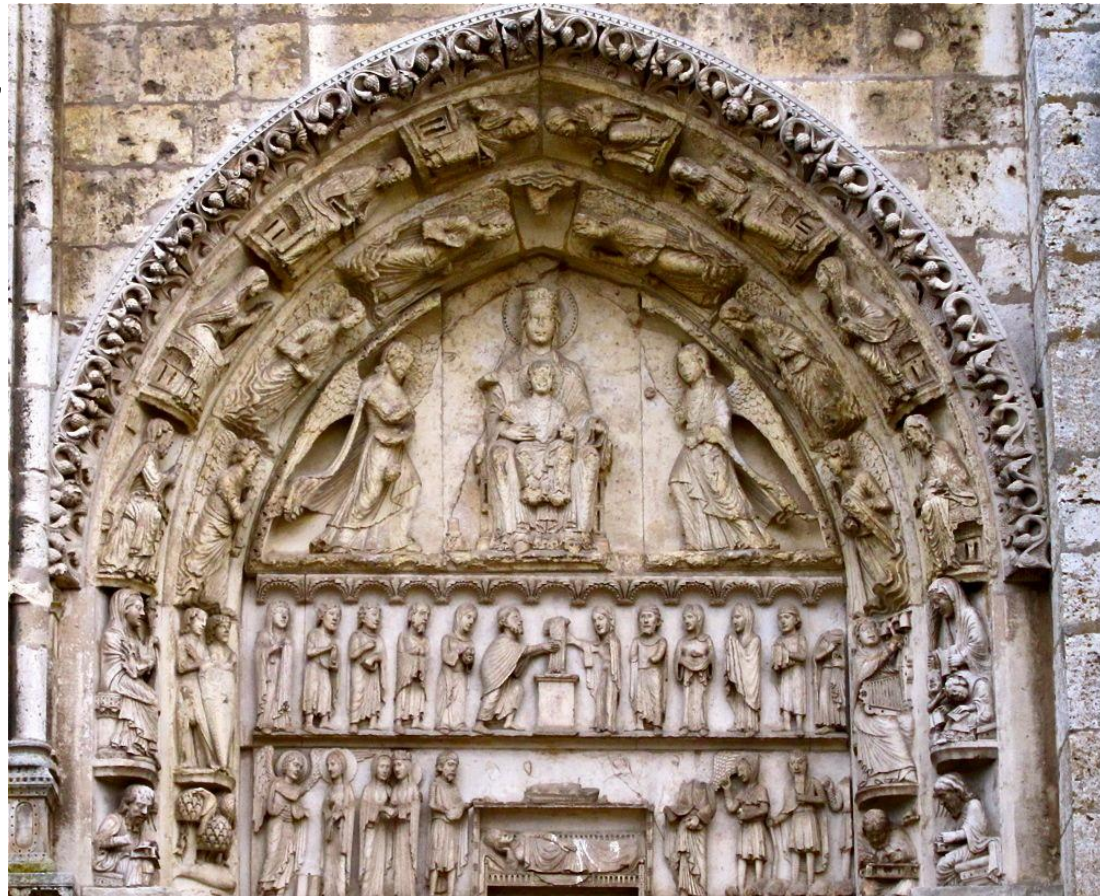
Astronomy --- Saturn
motion (rhythm)

A szabad művészetek a chartres-i katedrális egyik kapuján



A szabad művészetek a chartres-i katedrális egyik kapuján

- Grammatika: női alak, olvasó gyermekek, Priscianus (VI. sz.)
- Dialektika: női alak skorpióval, Arisztotelész (Kr.e. IV. sz.)
- Retorika: női alak, Cicero (Kr.e. I. sz.)



Miért érdekes az, hogy „helyes következtetés”?

Miért érdekes a logika?

- A hagyomány szerint: önmagáért, az emberi lét céljának beteljesítése érdekében végzett tevékenység („szabad művészetek”) alapja
- Egyébként: **praktikus** („szervilis művészetek”)

Praktikus

Programozási nyelvek

- Változó, konstans, függvény, típusok
- Szintaxis, szemantika
- Bizonyítás

Mesterséges intelligencia

- Összetett feltételek implementálása
(Pl.: „A mátrix minden sorában van olyan elem, mely a második legkisebb a saját oszlopában”)

Praktikus

Hardverprogramozás

- Adott logikai kifejezést megvalósító minimális eszközköltségű áramkör
- Adott logikai kifejezést megvalósító maximális sebességű áramkör

Adatbázisok, SQL parancsok

- „Sorolja fel azon diákokat, akik felvették a dékánjuk valamely óráját!”
- „Adja meg az óraütközéseket az órarendben!”

Praktikus – „magasabb” szempontok

Tudományos felépítés

- definíció
- tétel
- bizonyítás

Megtanulni tanulni

- programozási nyelvek, technológiák
élelciklusa viszonylag rövid...

Azaz ...

... a technológia gyorsan változik, a “technológia-függő” tudás gyorsan elavul.

Hogy lépést tudjunk tartani, olyan készségekre van szükségünk, amit az “elméleti” tárgyak nyújtanak:

- precíz gondolkodás
- problémamegoldó képesség
- jártasság a konkrét megoldások mögötti általános elvek területén

Kitérő az „informatikus” szakmáról

Egy teljes ágazat, minden dolgozója „informatikus”.

ELITSZAKMÁBÓL IPARÁG

Rendszertervező - „várostervező”



» A megrendelő igényeit képes lefordítani az informatika nyelvére; általában két diplomás

Programtervező - „építészmérnök”



» A teljes rendszert átlátó tervező - informatikusdiploma

Programozó - „kőműves”



» Magyarországon jellemzően diplomás, másutt döntően érettségizett szakmunkás

Tesztelő, dokumentáló - „segédmunkás”



» Műszaki képzettség sem kell hozzá

- Informatikus hiány – több betanított munkásra és szakmunkásra van szükség
- 4-18 hónapos képzések, 40 órás tanfolyamok, féléves OKJ képzések: elegendő, ha meglévő programmodulokból kell alkalmazásokat „összerakni”
- Az egyetemek vennék át a szakmunkásképzők szerepét?
- **Ne hagyják magukat, tanuljanak:**
 - A logika a „praktikus” dolgok alapja
 - Figyeljenek az „intellektus fényére”

A mai órán

- Bevezető megjegyzések, motiváció (szabad művészetek, intellektus, praktikum)
- **A tematikáról, segédanyagok, irodalom**
- A helyes következtetésről
- A logika történetéről

Tantárgyleírás / tematika:

Problémafelvetés példák segítségével. Állítások logikai szerkezetének feltárása. Formalizálás az ítéletlogikában. Az ítéletlogika ábécéje, formulák, az ítéletlogika nyelve. Alapvető fogalmak a nyelv szintaxisában: összetettség, (közvetlen) részformula, fő logikai összekötőjel, hatáskör, zárójelhasználat. Az egy- és kétváltozós logikai műveletek, igazságtábla. Szemantikai fogalmak az ítéletlogikában: interpretáció, a formula igazságértéke az interpretációban. Kielégíthető formulák, logikai törvények és ellentmondások. Ekvivalencia az ítéletlogikában. Az ítéletlogikai következmény. Feladatok természetes nyelven. Az elsőrendű nyelv. Példák. Nyelvtani szabályok; a term és a formula. Szintaxis: összetettség, részkifejezés, hatáskör, zárójelhasználat. Formalizálás az elsőrendű logikában. Változók kötött és szabad előfordulása. Kötött változók átnevezése, formulák variánsai. A változóiban tiszta formula. A nyelv interpretációja, a változókiértékelés. Termek és formulák értéke interpretációban, változókiértékelés mellett. Kielégíthető formulák. Logikai törvény, logikai ellentmondás. Fontosabb logikai törvények. Logikai ekvivalencia. Fontosabb logikai ekvivalenciák. Konjunktív és diszjunktív normálformák. Formulák prenex alakja. Normálformára hozás, prenexizálás. Logikai következményfogalom. Szöveges következtetés-helyesség ellenőrzés. Egy egyszerű logikai kalkulus (pl. szekvent kalkulus), helyesség, teljesség. Levezetések a kalkulusban. Az elsőrendű logikai nyelv és a programozási nyelvek: párhuzamok, alkalmazások, kitekintés.

- Mordechai Ben-Ari: *Mathematical Logic for Computer Science*. Springer-Verlag London, 2012
- Mihálydeák Tamás „elektromos” könyve: *Az informatika logikai alapjai*,
https://arato.inf.unideb.hu/mihalydeak.tamas/Logika_my_twt-treeview.html
- Mihálydeák Tamás, Aszalós László: *Logikai kiskaté*,
<https://arato.inf.unideb.hu/mihalydeak.tamas/kiskate.pdf>
- ???

Követelmények

- Online előadás (kedd 16-18 óra, Webex egyelőre)
- „Offline” gyakorlat az órarend szerint, 3-szor lehet hiányozni
- Két zárthelyi dolgozat (ZH), a félév közepén és végén (egyszerre az egész évfolyam, mindenkinek ugyanaz a feladatsor) → aláírás
- Írásbeli vizsga a vizsgaidőszakban → vizsgajegy

Kérdés esetén: vaszil.gyorgy@inf.unideb.hu,
IK épület, 110-es szoba

A mai órán

- Bevezető megjegyzések, motiváció (szabad művészetek, intellektus, praktikum)
- A tematikáról, segédanyagok, olvasmányok
- **A helyes következtetésről**
- A logika történetéről

A LOGIKA ALAPVETŐ FELADATA
A HELYES KÖVETKEZTETÉS FOGALMÁNAK
SZABATOS MEGHATÁROZÁSA, TÖRVÉNYEINEK FELTÁRÁSA.

Gözetter tető

1. A jelenlegi angol miniszterelnök nő.
2. Az angol miniszterelnöknek nagy hatalma van.
3. Van legalább egy nő, aki nagy hatalma van.

- 1. & 2. implicit (nem látszólag) módon tartalazzák 3. információkat.
- 1 & 2-hez Gözetter tető 3-ra
- premissák, következtetés

Még egy példa:

1. Ez toll;

2. ez az övé;

→tehát ez az ő tolla.

De:

- Ez a kutya apa; ez a kutya az övé; tehát ez a kutya az ő apja.
- Some cars rattle; my car is some car; therefore, my car rattles.

Mi is hát a helyes következtetés?

- A premiszok igazsága működésén
konja maga után a konklúzió igazságát
(dehát olyan eset, hogy a premiszok igazak,
a konklúzió hamis.)

Tisztán kell vizsgálni a

"működésén"	és a jelentését
"dehát"	

a következtetést követően?
a hamis jelentése
néhány?

Mit kezdünk ezekkel a kérdésekkel?

- B. Russel (1902): Legyen H azon halmazok halmaza, amik nem tartalmazzák önmagukat. Vajon H tartalmazza önmagát?
- Milétoszi Eubulidész (Kr.e. IV. sz.): Egy ember mondja magáról, hogy hazudik. Vajon igazat mond, vagy nem?

(Ez a mondat hamis.)

Mit kezdünk ezekkel a kérdésekkel?

Berry, 1906 Let A denote the set of all positive integers which can be defined in the English language by means of a sentence containing at most 1000 letters. The set A is finite since the set of all sentences containing at most 1000 letters is finite. Hence, there exist positive integers which do not belong to A . The sentence:

n is the least positive integer which cannot be defined by means of a sentence of the English language containing at most 1000 letters

contains less than 1000 letters and defines a positive integer n . Therefore n belongs to A . On the other hand, n does not belong to A by the definition of n . This contradicts the first statement.

Ez annak a természetes számnak a leírása, ami a kevesebb mint 1000 karakterrel leírható természetes számok közül a legnagyobbnál 1-gyel nagyobb.

(Hol itt a paradoxon?)

Mit kezdünk ezekkel a kérdésekkel?

Egyelőre semmit.

Kevésbé nehéz, de problémás esetek:

P.: Zavarai aggregum .

K.: Zavaraitat mit jelenti.

(Elhalasztott premisz: Egyesek aggregumát
mit jelenti.)

Az „aggregum” né jelentése

Másik példa, elhallgatott premissza:

Premisszák: Amália anyja Bellának.

Bella anyja Csillának.

Konklúzió: Amália anyai nagyanyja Csillának.

Az elhallgatott premissza:

Bármilyen legyen is x , y és z , ha x anyja y -nak, y pedig z -nek, akkor x anyai nagyanyja z -nek.

Valami ilyesmire szeretnénk kilyukadni:

Premisszák: Esik az eső.

Ha esik az eső, sáros az út.

Konklúzió: Sáros az út.

Premisszák: Ha dolgozom, elfáradok.

Dolgozom.

Konklúzió: Elfáradok.

Premisszák: Ha három lábon gyábokorsz, a Kálán Púgra nem tudsz menni.

Három lábon gyábokorsz.

Konklúzió: A Kálán Púgra nem tudsz menni.

Premisszák: Esik az eső.

Ha esik az eső, sáros az út.

Konklúzió: Sáros az út.

Premisszák: Ha dolgozom, elfáradok.

Dolgozom.

Konklúzió: Elfáradok.

Premisszák: Ha három lábon gyábokorsz, a Kálán Púgra nem tudsz menni.

Három lábon gyábokorsz.

Konklúzió: A Kálán Púgra nem tudsz menni.

Premisszák: Ha A akkor B.
A

Konklúzió: B

Vizsgáljuk meg ezt a példát is, az előzőek szellemében:

1. Ma kedd van.
2. Xéna keddenként miniszoknyában jár az órákra.
3. Xéna ma miniszoknyában van.

Következtetések (!?)

- Következik-e 1 és 2-ből 3?
(Dedukció)
- Következik-e 2 és 3-ból 1?
- Következik-e 1 és 3-ból 2?

1. A
2. Ha A, akkor B
3. B

az ünkéntes legiari helymegé
fizetése a hely megéllő állatái és
farsalutól.

→ Csupán a legiari nemek jelentésével
és a legiari nemek meghatározása
névvel függ.

Állítások és logikai szavak:

1. Ma **kedd van**.
2. Xéna keddenként miniszoknyában jár az órákra.

vagyis

Ha kedd van, akkor Xéna miniszoknyában van.

3. **Xéna ma miniszoknyában van.**

1. **A**
2. **Ha A, akkor B**
3. **B**

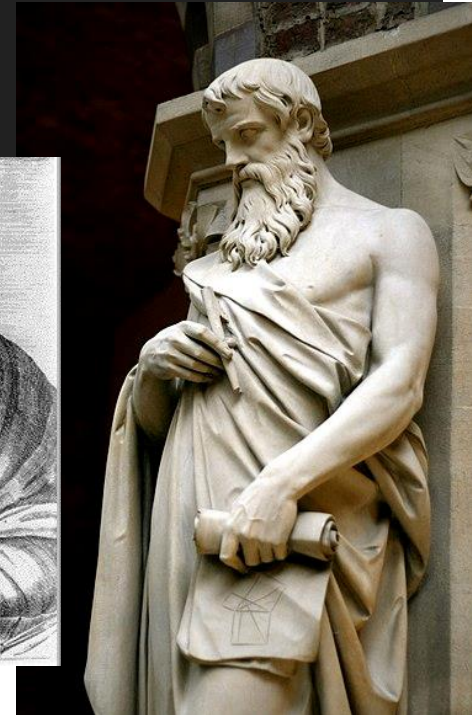
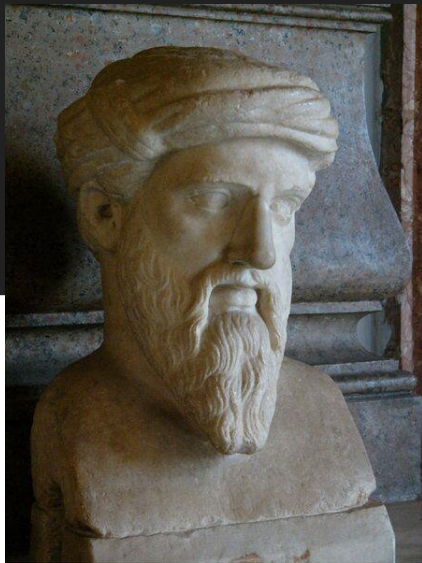
A mai órán

- Bevezető megjegyzések, motiváció (szabad művészetek, intellektus, praktikum)
- A tematikáról, segédanyagok, olvasmányok
- A helyes következtetésről
- **A logika történetéről**

Geometriai bizonyítás - Püthagorász i.e. VI. század

elemi geometria mint deduktív tudomány

- bizonyos állításokat bizonyítás nélkül igaznak tekint
- az összes állítást az előző állításokból kell levezetni
- a levezetés formális legyen, a geometria speciális tárgyától független



(Aszalós László diasora alapján) Eukleidész (Kr.e. III. sz.): Elemek, Bolyai féle geometria

Kitérő: Eukleidész és Bolyai János

Axiómák

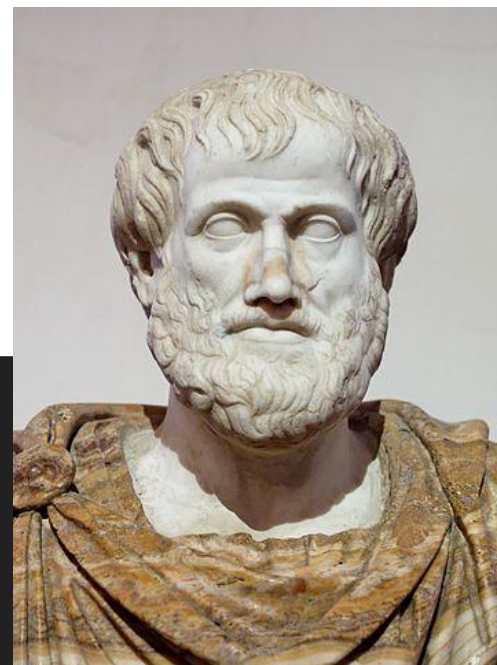
1. Ugyanazon dologgal egyenlő dolgok egymással is egyenlők.
2. Ha egyenlőkhöz egyenlőket adunk hozzá, akkor egyenlőket kapunk.
3. Ha egyenlőkből egyenlőket vonunk ki, akkor a maradékok is egyenlők.
4. Ha nem egyenlőkhöz egyenlőket adunk hozzá, akkor nem egyenlőket kapunk.
5. Ugyanazon dolog kétszeresei egyenlők egymással.
6. Ugyanazon dolog felerészei egyenlők egymással.
7. Egymásra illeszthető dolgok egymással egyenlők.
8. Az egész nagyobb, mint a része.
9. Két egyenes nem fog közre területet.

Posztulátumok

1. Bármely pontból bármely pontba lehessen egyenes vonalat húzni.
2. Véges egyenes vonalat folytonosan egyenes vonallá lehessen hosszabbítani.
3. Bármely középponttal és sugárral kört lehessen rajzolni.
4. Bármely két derékszög egyenlő legyen egymással.
5. **Ha egy egyenes úgy metsz két másikat, hogy az egyoldalon fekvő belső szögek összege két derékszögnél kisebb, akkor a két másik egyenes találkozzon egymással, ha végtelenül meghosszabbítjuk őket, éspedig azon az oldalon, ahol a szögek összege kisebb két derékszögnél.**

A logika kezdetei

Arisztotelész (Kr.e. 384-322)



A bizonyító érvelés: az érvelések során le lehet (és le kell) választani a premisszák igazságát és a következtetés helyességét. A bizonyító érvelések megítélésénél az utóbbi vizsgálata történik meg.

Az ellentmondás elve: „A legbiztosabb alapelv ... ez: lehetetlen, hogy egy és ugyanaz a valami ugyanakkor, ugyanabban a tekintetben vonatkozzék is valamire, meg nem is.” (1005b 19-23)

A kizárt harmadik elve: „Az ellentmondás két tagja között nem állhat fenn semmi közbeeső, hanem mindenről mindent vagy állítani vagy tagadni kell.” (1011b

G. W. Leibnitz (1646-1716)

- differenciál és integrálszámítás
- matematikai jelölések
- kettes számrendszer
- formalizált nyelv – egyértelműség
 - helyes következtetések szabályai
 - logikai kalkulus alapjai

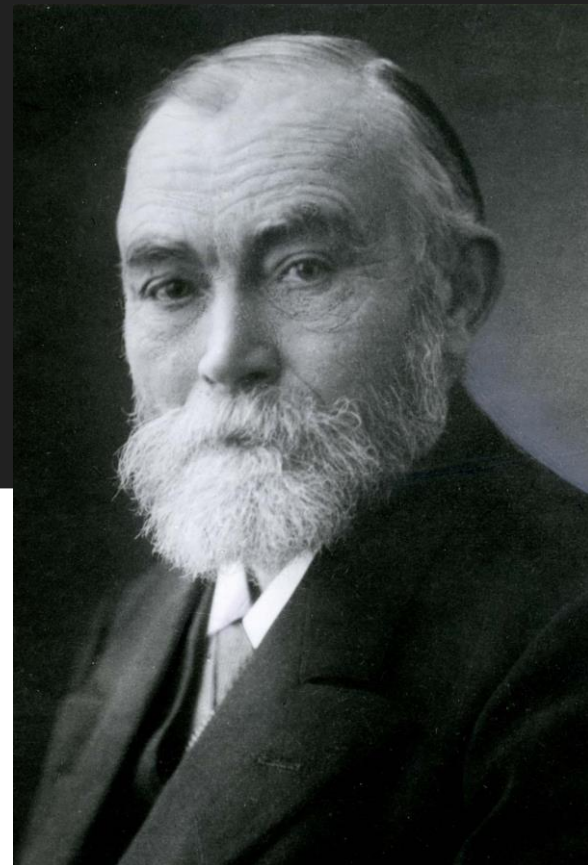


Gottfried Wilhelm Leibnitz

G. Frege

- formalizált logika matematizálása
- logika elkülönítése a nyelvtől
 - kijelentő mondat: Il pleut. It's raining. Esik.
 - állítás
- Fogalomírás (1879)
 - elsőrendű predikátumlogika
 - új jelölésrendszer

nyelvi alak
információ



Gottlob Frege, 1848-1925

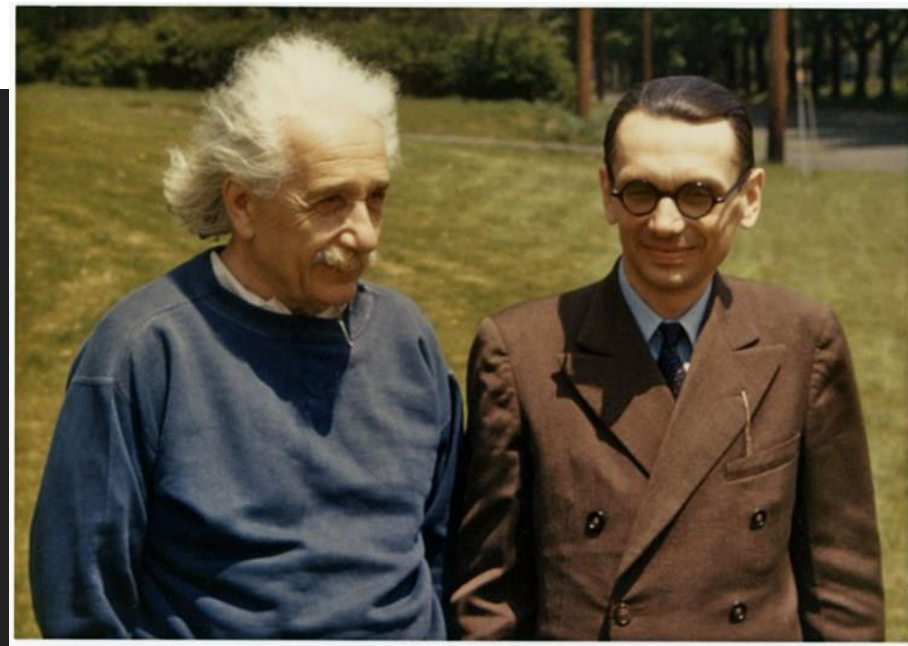
Modern logikai irányzatok

K. Gödel (1906-1978)

- nemteljességi tétel (1931)
- ami igaz, az mind bebizonyítható?

J. A. Robinson

- rezolúció (1965)
- automatikus tételbizonyítás



John Alan Robinson, 1930-2016



Kurt Gödel, teljesség/nemteljesség,
„bebizonyítjuk, hogy van olyan állítás, ami igaz, de nem lehet bebizonyítani”

Modern irányzatok, például még...

- Modális logika
 - „modalitás”, pl. az *igaz*, *hamis* mellett a *lehetséges*, *szükségszerű* (vagy éppen *bizonyítható*)
már Arisztotelész is...
 - Speciális esetben: temporális logika (*mindig igaz*, *végül igaz*), programhelyesség ellenőrzés
- És-a-többi....
- És-a-többi....
- Más, nemklasszikus logikai rendszerek
 - Parakonzisztens logika (ellentmondásos állításokból történő következtetés)
 - „Dialetheizmus” (vannak egyszerre igaz és hamis állítások)

Modern irányzatok, például még...

- És-a-többi....
- És-a-többi....
- Más, nemklasszikus logikai rendszerek
 - Parakonzisztens logika (ellentmondásos állításokból történő következtetés)
 - Jellemzően „többértékű”
 - ha A és B és C akkor D
A, nemA, B, C
???
 - „Dialetheizmus” (vannak egyszerre igaz és hamis állítások)

A mai órán

- Bevezető megjegyzések, motiváció (szabad művészetek, intellektus, praktikum)
- A tematikáról, segédanyagok, olvasmányok
- A helyes következtetésről
- A logika történetéről