

Az informatika logikai alapjai

8. feladatsor

3.P.8. Megjegyzés. Segédeszköz annak eldöntésére, vajon két formula egymás variánsa-e:

- vonalak segítségével jelöljük meg, melyek a kötött változó-előfordulások, és mely kvantorok kötik ezeket;
- töröljük az összekötött változó-előfordulásokat a kvantoros előtagban található változó-megnevezéssel együtt.

Az így kapott alakzatot az eredeti *formula vázának* nevezzük. Két formula pontosan akkor lesz egymás variánsa, ha megegyező a vázuk.

3.P.9. Definíció. Egy formulát *változóiban tisztának* nevezünk, ha minden kvantoros előtagban a formula paramétereitől is, és páronként egymástól is különböző változó van megnevezve.

3.P.7. Legyen az alábbi szimbólumsorozat egy elsőrendű logikai nyelv formulája.

$$R(x) \wedge \exists x \neg (P(y, c) \supset \exists x R(x) \vee \forall y Q(x, y, z))$$

- (a) Készítsük el a formula vázát!
- (b) Adjuk meg a formula egy változó-tiszta variánsát!

A múltkori példa még egyszer

$\langle U, \rho \rangle$ interpretáció:

- U a következő halmaz: {Péter, én, Zoli, Mari néni, Erzsi néni}
- ρ a következő függvény:

a) $\rho(p) = \text{Péter}, \rho(\text{é}) = \text{én}$

b) $\rho(\text{édesanyja}(_))$:

én \rightarrow Mari néni, Péter \rightarrow Erzsi néni

c) $\rho(\text{havazik}) = 0$

d) $\rho(\text{piros}(_))$:

Mari néni \rightarrow igaz,

a többi objektumra \rightarrow hamis

$\rho(\text{munkatársa}(_, _))$:

(én, Zoli) \rightarrow igaz,

(Mari néni, Erzsi néni) \rightarrow igaz

a többi párra \rightarrow hamis

$$\mathcal{F}(0) = \{ p, \text{é} \}$$

$$\mathcal{F}(1) = \{ \text{édesanyja}(-) \}$$

$$\mathcal{P}(0) = \{ \text{hamasit} \}$$

$$\mathcal{P}(1) = \{ \text{piros}(-) \}$$

$$\mathcal{P}(2) = \{ \text{munkatársa}(-, -) \}$$

Péter édesanyja édesanyján munkatársa.

édesanyja(p) édesanyja(é)

munkatársa(édesanyja(p), édesanyja(é))

5.P.1 Tekintsük az $\langle \text{LC}, \{x, y, z, \dots\}, \{c, f(-), P(-, -), Q(-, -)\}, \text{Term}, \text{Form} \rangle$ elsőrendű nyelvet. Mit jelent természetes nyelven a

$$\forall x(P(x, c) \supset \exists yQ(f(y), x))$$

formula a következő interpretációkban?

- (a)
- Az objektumtartomány legyen \mathbb{R} .
 - c jelölje a 0-t.
 - f jelölje a négyzetre emelést.
 - P jelölje a nagyobb, Q pedig az egyenlőség relációt.

5.P.1 Tekintsük az $\langle LC, \{x,y,z,\dots\}, \{c, f(-), P(-,-), Q(-,-)\}, \text{Term}, \text{Form} \rangle$ elsőrendű nyelvet. Mit jelent természetesen nyelven a

$$\forall x(P(x, c) \supset \exists y Q(f(y), x))$$

formula a következő interpretációkban?

- (b)
- Az objektumtartomány legyen egy rendezvényen résztvevő emberek halmaza.
 - c jelölje Cilikét.
 - $f(x)$ jelölje azt a résztvevőt, aki x -et meghívta a rendezvényre.
 - $P(x, y)$ jelölje, hogy x és y barátok, $Q(x, y)$ pedig, hogy x és y ugyanaz a személy.

5.P.5 Tekintsük az $\langle \text{LC}, \{x,y,z,\dots\}, R(-,-) \rangle$ elsőrendű nyelvet. Legyen (U,ρ) az az interpretáció, ahol $U=\{1,2,3,4\}$ és $\rho(R(-,-))$: $(u,v) \rightarrow 1$ ha u osztja v -t, különben 0.

Határozzuk meg a következő formulák igazságértékeit

(a) $\neg \exists x \neg R(x,x)$

(b) $\forall y \exists x R(x,y)$

(c) $\exists x \forall y R(x,y)$

(d) $\exists x \exists y (R(x,y) \wedge \neg R(y,x))$

(e) $\forall x \forall y (R(x,y) \vee \neg R(y,x))$

(f) $\forall x (R(x,y) \supset \neg R(y,x))\theta$, ha $\theta(y) = 4$.

7.P.1. Bizonyítsuk be, hogy az alábbi formula elsőrendű logikai törvény!

$$\exists x \forall y P(x, y) \supset \exists y P(y, y)$$

7.P.17. Ellenőrizzük, hogy helyesek-e az alábbi következtetések!

(a) Premisszák:

Lacinak nincs autója. Éva csak azokat a fiúkat szereti, akiknek van autójuk.

Konklúzió:

Tehát Éva nem szereti Lacit.

7.P.17. Ellenőrizzük, hogy helyesek-e az alábbi következtetések!

(b) Premisszák:

Minden csillagnak saját fénye van, de egyetlen bolygónak sincs saját fénye.

Konklúzió:

Egyetlen bolygó sem csillag.

7.P.17. Ellenőrizzük, hogy helyesek-e az alábbi következtetések!

(c) Premisszák:

Valaki betörte a lakás ajtaját. Valaki elvitte a lakásból a dossziét.

Konklúzió:

Valaki betörte a lakás ajtaját és elvitte a lakásból a dossziét.