Az informatika logikai alapjai
9. feladatsor

2.P.8. Formalizáljuk alkalmas elsőrendű logikai nyelven a következő állításokat!

(a) *Veronika egyetemi hallgató.*

(b) *Ha Veronika egyetemi hallgató, akkor Ákos is az.*

(c) *Vannak egyetemi hallgatók.*

(d) *Nem mindenki egyetemi hallgató.*

(e) *Minden egyetemi hallgató sportol.*

(f) *Bizonyos egyetemi hallgatók sportolnak.*

(g) *Nincs olyan egyetemi hallgató, aki nem sportol.*

Megoldás

$E(x)$ – x egytemista

$S(x)$ – x sportol

$$\neg\exists x(E(x) \wedge \neg S(x))$$

(h) *Nincs lusta egyetemi hallgató.*

(i) *A lusta egyetemi hallgatók nem sportolnak.*

(j) *Egyes egyetemi hallgatók szorgosak, de nem sportolnak.*

(k) *A jogászhallgatók kivételével minden egyetemi hallgató szavazott.*

(l) *Csak a sportoló egyetemi hallgatók nem szavaztak.*

(m) *Néhány egyetemi hallgató, aki szavazott, diákképviselő.*

5.P.6 Tekintsük *az <LC, {x,y,…}, {a,b, f(-), g(-), h(-,-), P(-), Q(-,-), R(-,-,-)}, Term, Form>* elsőrendű nyelvet, és azt az (U,ρ) interpretációt, ahol U={0,1,2,3} és a nemlogikai konstansokhoz ρ a következőket rendeli:

- *a* a 0-t, *b* a 2-t jelöli,

és U minden *u,v, w* elemére

- *f(u)=u+1 mod 4,*
- *g(u)=u+3 mod 4,*
- *h(u,v)=u+v mod 4,*
- *P(u)* igaz, ha *u+2=0 mod 4,* egyébként hamis,
- *Q(u,v)* igaz, ha *u=v mod 4,* egyébként hamis,
- *R(u,v,w)* igaz, ha *u+v+2=w,* egyébként hamis.

Határozza meg a következő formulák igazságértékét.

(a) $Q(h(a, f(b)), h(b, f(a)))$

(b) $\forall x \exists y Q(g(x), h(y, a))$

(c) $\exists x \forall y Q(g(x), h(y, a))$

(d) $\exists y \forall x (Q(a, h(x, y)) \supset P(f(x)) \vee R(x, y, b))$

(e) $\forall x (R(x, h(x, a), g(b)) \vee \exists y \exists z Q(z, h(f(x), g(y))))$

(f) $\exists x (P(x) \wedge \forall y R(x, y, y))$

6.P.10. Tekintsük *az <LC, {x,y,…}, {ELEME(-,-)}, Term, Form>* elsőrendű nyelvet, és azt az (U,ρ) interpretációt, ahol U halmazoknak egy rögzített halmaza és az *ELEME* predikátumhoz ρ a szokásos „eleme” relációt rendeli. *ELEME(u,v)* kifejezésére az alábbiakban használjuk az *u ϵ v* írásmódot.

Fejezzük ki a következőket:

(Melyik betűhöz tartozik ez → a megoldás?)

Megoldás

$$(y \in x) \wedge (z \in x) \wedge \neg\exists u((u \neq y) \wedge (u \neq z) \wedge (u \in x))$$

(a) $(x \subseteq y)$: *Az x halmaz az y-nak részhalmaza.*

(b) $(x \neq y)$: *Az x és az y halmazok különbözőek.*

(c) $(x \subset y)$: *Az x halmaz része az y-nak, de x és y különböznek.*

(d) $(x = \varnothing)$: *x az üres halmaz.*

(e) $(x = \{y, z\})$: *x kételemű halmaz, melynek elemei y és z.*

(f) $(x = y \cup z)$: *x az y és z halmazok uniója.*

(g) $(x = y \cap z)$: *x az y és z halmazok metszete.*

(h) $(x = y \setminus z)$: *x a z-nek y-ra vonatkozó komplementere.*

(i) $(x = Py)$: *x az y részhalmazainak a halmaza.*

Megoldás

$$\forall z((z \subseteq y) \equiv (z \in x))$$

7.P.5. Logikai törvények-e az alábbi formulák?

(a) $\neg\exists x \neg P(x) \lor \forall x \neg P(x)$

(b) $\exists x P(x) \land \neg\forall x P(x)$

(c) $\exists x \forall y Q(x, y) \supset \forall y \exists x Q(x, y)$

(d) $\forall x \exists y Q(x, y) \supset \forall y \exists x Q(x, y)$

(e) $\forall x P(x) \lor \exists x R(x) \supset \forall x (P(x) \lor R(x))$

7.P.17. Ellenőrizzük, hogy helyesek-e az alábbi következtetések!

(d) Premisszák:
Minden hegymászó bátor. Minden hegymászó óvatos.
Konklúzió:
Van, aki bátor, de óvatos.

7.P.17. Ellenőrizzük, hogy helyesek-e az alábbi következtetések!

(e) Premisszák:
A vizsgán volt olyan feladat, amelyiket minden hallgató megoldott.
Konklúzió:
Tehát minden hallgató meg tudott oldani legalább egy feladatot.

7.P.17. Ellenőrizzük, hogy helyesek-e az alábbi következtetések!

(f) Premisszák:
Csak azok a hallgatók vizsgáztak sikeresen, akik megértették és megtanulták a tananyagot. Volt olyan hallgató, aki nem tanulta meg a tananyagot, pedig szeretett volna jó jegyet.
Konklúzió:
Volt, aki hiába szeretett volna jó jegyet, nem vizsgázott sikeresen.

7.P.17. Ellenőrizzük, hogy helyesek-e az alábbi következtetések!

(g) Premisszák:
Csak azok a hallgatók tanulnak logikát, akik vagy matematikát, vagy informatikát tanulnak. Van olyan hallgató, aki matematikát ugyan nem, de logikát tanul.
Konklúzió:
Van, aki informatikát tanul, de matematikát nem.

7.P.17. Ellenőrizzük, hogy helyesek-e az alábbi következtetések!

(j) Premisszák:
András mindenkinél magasabb, aki fiatalabb nála. Béla nem fiatalabb, mint azok, akik magasabbak nála.
Konklúzió:
Béla nem fiatalabb, mint András.