

# Az informatika logikai alapjai

## 4. feladatsor

Ki lehet jeini ezekt egyetlen  
művelettel?

Igen: A and vagy or műveletnek is deklarációját.

Például:

Tejéssük ki  $\wedge$ -t and szótjezővel:

$$\begin{aligned} & \bullet \boxed{A \wedge B} \Leftrightarrow \neg \neg (A \wedge B) \Leftrightarrow \neg (A \text{ and } B) \\ & \Leftrightarrow \neg ((A \text{ and } B) \wedge (A \text{ and } B)) \Leftrightarrow \\ & \Leftrightarrow \boxed{(A \text{ and } B) \text{ and } (A \text{ and } B)} \end{aligned}$$

$$\bullet \boxed{\neg A} \Leftrightarrow \neg (A \wedge A) \Leftrightarrow \boxed{A \text{ and } A}$$

Melyik lépés művelet jezős?

$$\neg \neg A \Leftrightarrow A$$

$$A \wedge B \Leftrightarrow B \wedge A, A \vee B \Leftrightarrow B \vee A \text{ és } A \equiv B \Leftrightarrow B \equiv A$$

$$A \wedge (B \wedge C) \Leftrightarrow (A \wedge B) \wedge C, A \vee (B \vee C) \Leftrightarrow (A \vee B) \vee C \text{ és } A \equiv (B \equiv C) \Leftrightarrow (A \equiv B) \equiv C$$

$$A \wedge A \Leftrightarrow A \text{ és } A \vee A \Leftrightarrow A$$

$$A \vee (B \wedge C) \Leftrightarrow (A \vee B) \wedge (A \vee C)$$

$$A \wedge (B \vee C) \Leftrightarrow (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$$

$$A \wedge (B \vee A) \Leftrightarrow A \text{ és } A \vee (B \wedge A) \Leftrightarrow A$$

$$\neg (A \wedge B) \Leftrightarrow \neg A \vee \neg B \text{ és } \neg (A \vee B) \Leftrightarrow \neg A \wedge \neg B$$

8.I.7. Vezessük be a következő jelölést (Peirce vonás):

$$A \circ B \Leftrightarrow \neg A \wedge \neg B.$$

A bevezetett  $\circ$  összekötő jel neve „sem-sem”,  $A \circ B$  jelentése: „sem  $A$ , sem  $B$ ”. Fejezzük ki a  $\neg$ ,  $\vee$ ,  $\wedge$  logikai összekötő jeleket a  $\circ$  jel segítségével!

## Maier példák

Kielégíthető?

$$(p \wedge q) \wedge (\neg p \wedge \neg q)$$

$$(p \vee q) \wedge (\neg p \wedge \neg q)$$

↓

$$p \vee q, \neg p \wedge \neg q$$

↓

$$p \vee q, \neg p, \neg q$$

↙

$$p, \neg p, \neg q$$

zárt

↘

$$q, \neg p, \neg q$$

zárt

Kielégíthető, ha  $\{p, \neg p, \neg q\}$  vagy  $\{q, \neg p, \neg q\}$   
kielégíthető.

Milyen tulajdonságok szerint  
konjunkciókat a táblázatban?

$\alpha$	$\alpha_1$	$\alpha_2$
$\neg\neg A_1$	$A_1$	
$A_1 \wedge A_2$	$A_1$	$A_2$
$\neg(A_1 \vee A_2)$	$\neg A_1$	$\neg A_2$
$\neg(A_1 \supset A_2)$	$A_1$	$\neg A_2$

$\beta$	$\beta_1$	$\beta_2$
$\neg(B_1 \wedge B_2)$	$\neg B_1$	$\neg B_2$
$B_1 \vee B_2$	$B_1$	$B_2$
$B_1 \supset B_2$	$\neg B_1$	$B_2$

- $\boxed{\alpha}$  típusú formula esetén bővíthető a formula halmaz
- $\boxed{\beta}$  típusú formula esetén elágazhat, és alternatívákba bontható bővíthető a formula halmaz
- A levezetés végig kell járni a ~~levezetés~~ (gy. 6H / 20pt) 7

# A tábla konstrukciója peci' relke (algorithms)

Bemenet :  $\Phi$  formula , Kimenet : T nemart' u  
tábla

- Készítjük T-ut' egy g'zöte'   
 c'is' u' u' , c'is' u'je  $\{\Phi\}$
- (m'nd' levele ~~u'is' u'je~~   
 u'ez'el' u'e)

- V'als'm' u' egy l u'ez' u' u' j'el'et' levelet   
  $U(l)$  a c'is' u' formula h'alm'ar

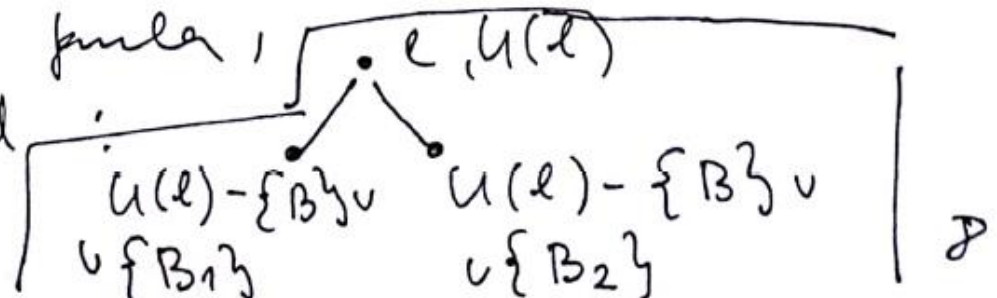
• Ha  $U(l)$  liter'ál'ok' a' u' u' , j'el' u' u' u'.

- Ha  $A \in U(l)$  u' u' liter'ál :

- Ha A  $\alpha$  t'p' u' formula :   
  $A_1, A_2$  r'is' u' u'el

$\begin{array}{l} \bullet e, U(l) \\ \downarrow \\ \bullet e', U(l) - \{A\} \cup \{A_1, A_2\} \end{array}$

- Ha A  $\beta$  t'p' u' formula ,   
  $B_1, B_2$  r'is' u' u'el





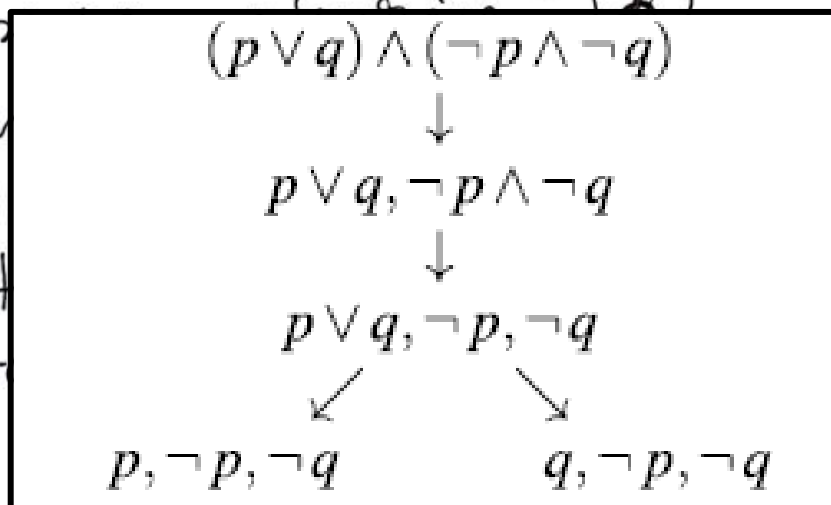
A tábla konstrukciója speciálisan  
(algoritmus)

Bemenet :  $\Phi$  famla , Kimenet : T nemark'u  
fahla

- Kerndellen T-ner von größerer Größe

- Vailan  
u(l)

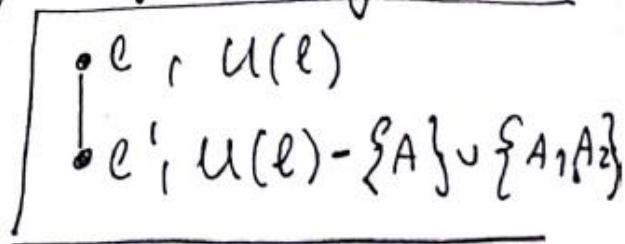
- H



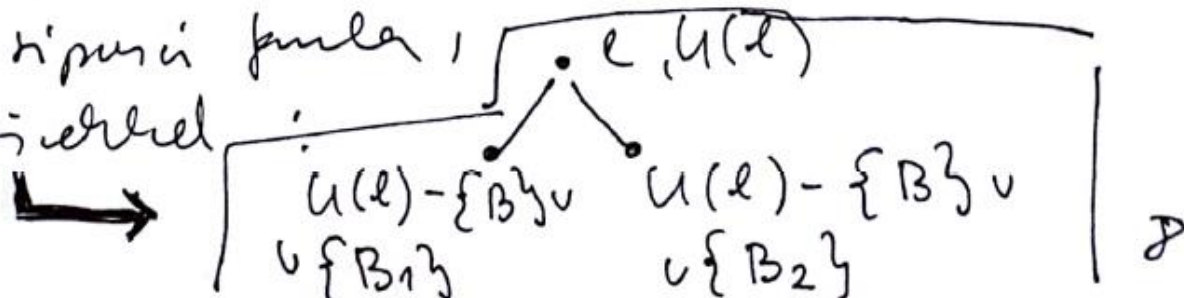
$A_1, A_2$  eivät ole

It Level

red, jeli bini 4 meq.



- He A B hipurci formula,  
B<sub>1</sub>, B<sub>2</sub> zivchil            :



$\alpha$	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\beta$	$\beta_1$	$\beta_2$
$\neg\neg A_1$	$A_1$				
$A_1 \wedge A_2$	$A_1$	$A_2$	$\neg(B_1 \wedge B_2)$	$\neg B_1$	$\neg B_2$
$\neg(A_1 \vee A_2)$	$\neg A_1$	$\neg A_2$	$B_1 \vee B_2$	$B_1$	$B_2$
$\neg(A_1 \supset A_2)$	$A_1$	$\neg A_2$	$B_1 \supset B_2$	$\neg B_1$	$B_2$

2.7

Igazoljuk:  $\models (A \supset B) \vee (B \supset C)$

2.9

Igazoljuk:  $(A \wedge B) \supset C \models (A \supset C) \vee (B \supset C)$

8.1.6. Igazoljuk az ~~ítéletlogikai ekvivalenciák~~ segítségével, hogy az alábbi formulák logikai törvények!

$$(c) ((X \supset Y) \supset X) \supset (X \vee Y)$$

Szemantikus tábla segítségével igazoljuk.



$\alpha$	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\beta$	$\beta_1$	$\beta_2$
$\neg\neg A_1$	$A_1$				
$A_1 \wedge A_2$	$A_1$	$A_2$	$\neg(B_1 \wedge B_2)$	$\neg B_1$	$\neg B_2$
$\neg(A_1 \vee A_2)$	$\neg A_1$	$\neg A_2$	$B_1 \vee B_2$	$B_1$	$B_2$
$\neg(A_1 \supset A_2)$	$A_1$	$\neg A_2$	$B_1 \supset B_2$	$\neg B_1$	$B_2$

**7.I.23.** Ellenőrizzük, hogy az alábbi következtetések helyesek-e!

(b) Premisszák:

*Ha a 2 prímszám, akkor a 2 a legkisebb prímszám. Ha a 2 a legkisebb prímszám, akkor az 1 nem prímszám. Az 1 nem prímszám.*

Konklúzió:

*Tehát a 2 prímszám.*

**7.I.21.** Döntsük el, hogy az alábbi következményrelációk fennállnak-e!

(a)  $X \supset \neg Y \models X \supset (Y \supset Z)$

(b)  $\neg X \vee Y, Z \supset \neg Y \models X \supset \neg Z$

(c)  $(X \vee Y) \supset (Z \wedge U), (U \vee V) \supset W \models X \supset W$

(d)  $X \supset Y, \neg Z \supset \neg Y, \neg Z \vee \neg U \models U \supset \neg X$

Ha marad idő, lehet ezeket is megbeszélni. Ha nem marad, nem baj.

### 7.I.1. Mely állítás igaz, és miért?

- (a) Egy formula akkor és csak akkor kielégíthető, ha logikai törvény.
- (b) Egy formula csak akkor kielégíthető, ha logikai törvény.
- (c) Egy formula csak akkor logikai törvény, ha kielégíthető.
- (d) Egy formula pontosan akkor nem lesz kielégíthető, ha ellentmondásos.
- (e) Annak szükséges feltétele, hogy egy formula logikai törvény legyen az, hogy a formula legyen kielégíthető.
- (f) Annak elegendő feltétele, hogy egy formula ne legyen logikai törvény az, hogy a formula ne legyen ellentmondásos.
- (g) Ha egy formula kielégíthető, akkor a negáltja is kielégíthető.
- (h) Ha egy formula logikai törvény, akkor a negáltja nem elégíthető ki.
- (i) Ha egy formula negáltja kielégíthető, akkor a formula logikai törvény.