

# Az informatika logikai alapjai

## 1. előadás

Vaszil György

[vaszil.gyorgy@inf.unideb.hu](mailto:vaszil.gyorgy@inf.unideb.hu)

I. emelet 110-es szoba

(dékáni utasítás – vírus)

(online, elearning.unideb.hu, moodle)

(gyűjtőcsoportok?)

# A mai órán

- **Bevezető megjegyzések, motiváció (szabad művészletek, intellektus, praktikum)**
- A tematikáról, segédanyagok, olvasmányok
- A helyes következtetésről
- A logika történetéről

# Miről szól ez az egész?

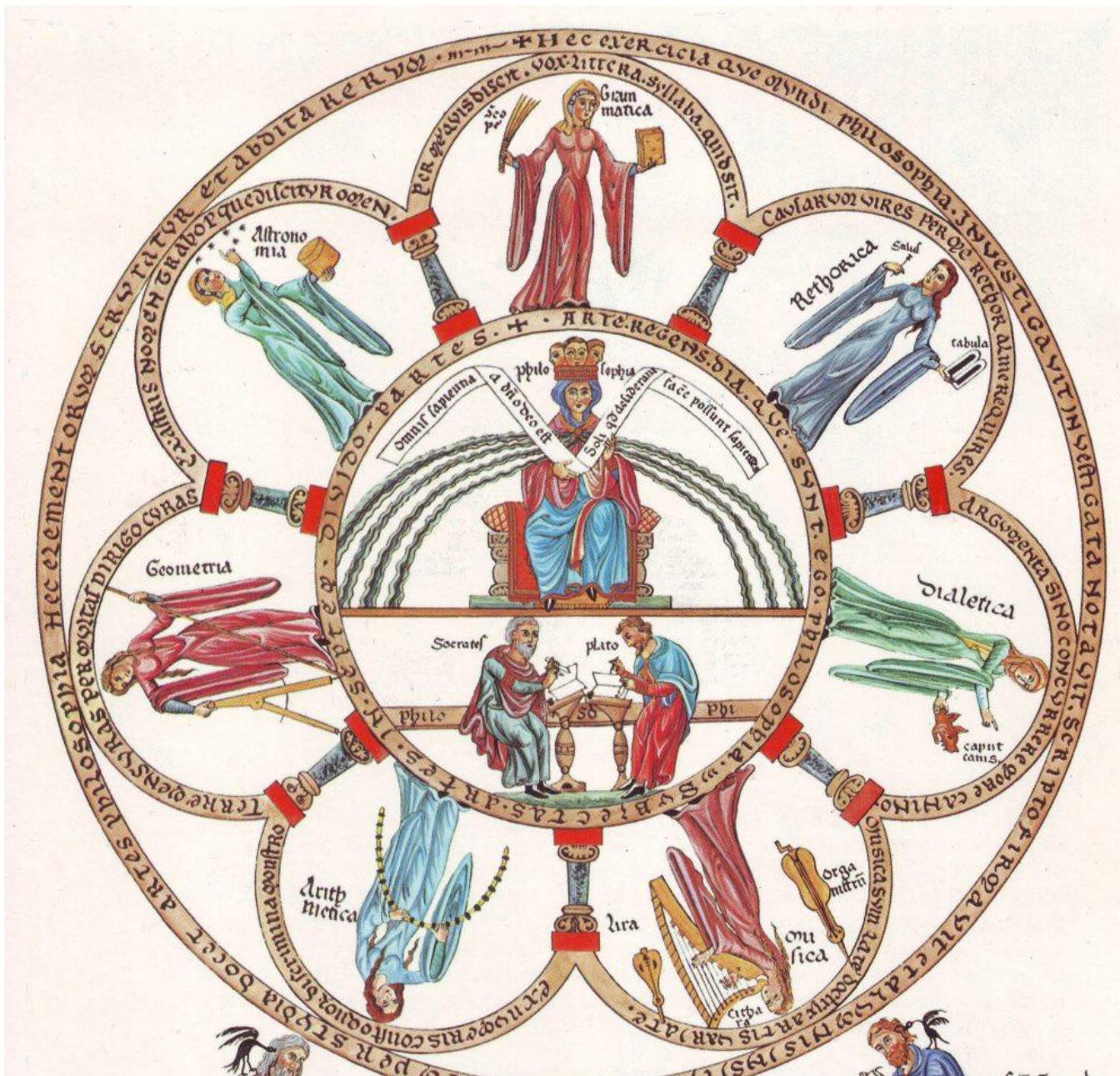
A LOGIKA ALAPVETŐ FELADATA  
A HELYES KÖVETKEZTETÉS FOGALMÁNAK  
SZABATOS MEGHATÁROZÁSA, TÖRVÉNYEINEK FELTÁRÁSA.

# Miért érdekes az, hogy „helyes következtetés”?

Miért érdekes a logika?

- A hagyomány szerint: önmagáért, az emberi lét céljának beteljesítése érdekében végzett tevékenység („szabad művészletek”) alapja
- Egyébként: praktikus („szervilis művészletek”)

# Hét szabad művészet



# Trivium és quadrivium

## Content: The Trivium Arts

That which is sayable or that can be expressed with language.



Structure of Language

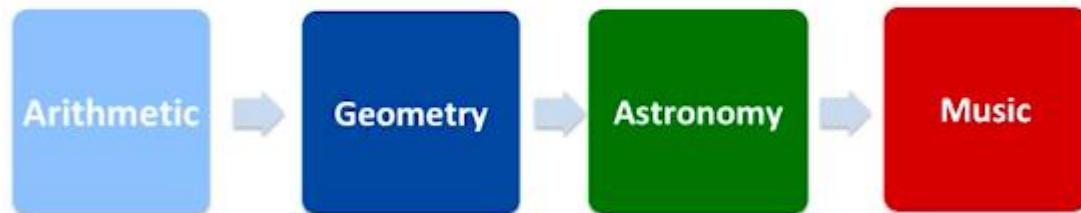
Art of Correct Reasoning

Art of Persuasive Speech & Writing

Az értelmet a quadrivium világítja meg, kifejezésére pedig a trivium szolgál.

## Content: The Quadrivium Arts

Learnable Objects: That which can be observed, quantified, measured, enabling a mathematical description of nature.



The unit with no dimensions

One-dimensional lines, two-dimensional surfaces, three-dimensional solids

Geometrical solids in motion

Audible progressions of numerical ratios

## THE SEVEN LIBERAL ARTS

*Trivium*

"the expression  
of intellect"

**Grammar** --- Moon  
*language*  
**Logic** --- Mercury  
*logic*  
**Rhetoric** --- Venus  
*speech as art*

*Quadrivium*

"intellect"

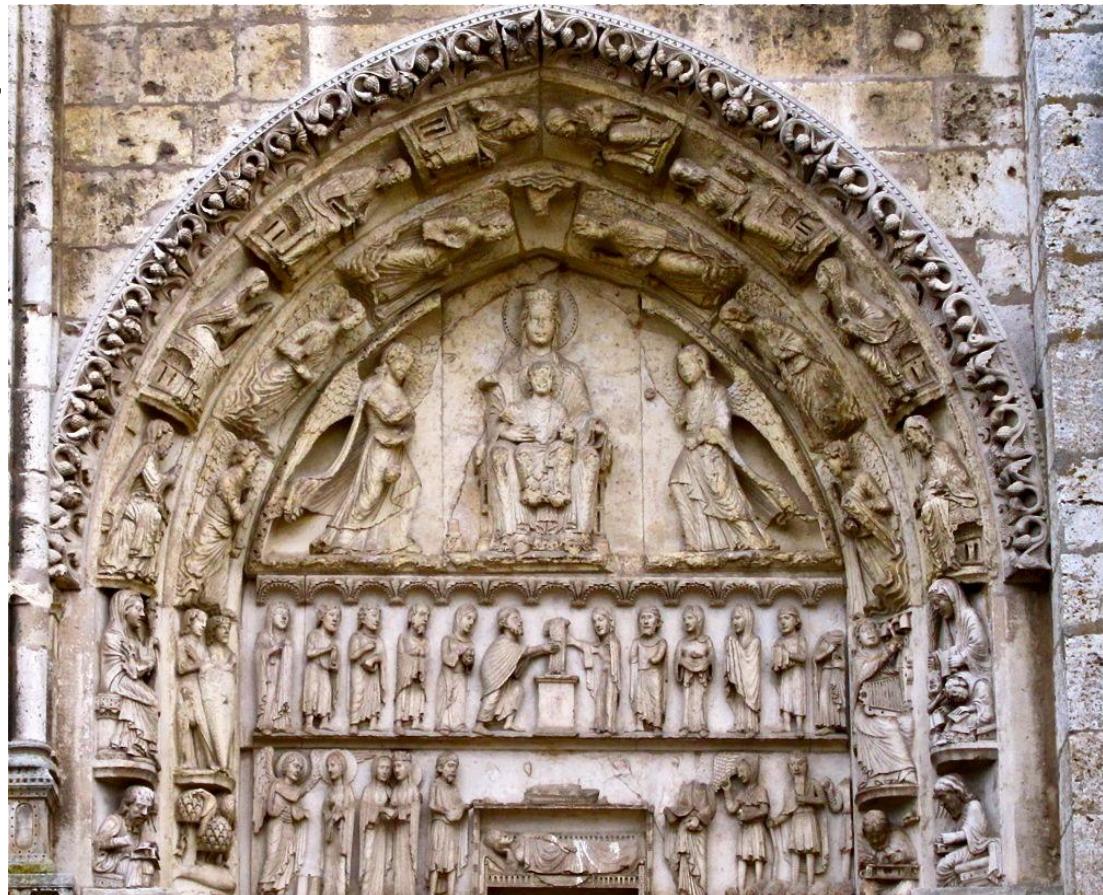
**Arithmetic** --- Sun  
*number*  
**Music** --- Mars  
*time (harmony)*  
**Geometry** --- Jupiter  
*space (proportion)*  
**Astronomy** --- Saturn  
*motion (rhythm)*

# A szabad művészletek a chartres-i katedrális egyik kapuján



# A szabad művészletek a chartres-i katedrális egyik kapuján

- Grammatika:  
női alak, olvasó gyermekek,  
Priscianus (VI. sz.)
- Dialektika: női alak  
skorpióval,  
Aristotelész (Kr.e. IV. sz.)
- Retorika: női alak,  
Cicero (Kr.e. I. sz.)



# Miért érdekes az, hogy „helyes következtetés”?

Miért érdekes a logika?

- A hagyomány szerint: önmagáért, az emberi lét céljának beteljesítése érdekében végzett tevékenység („szabad művészletek”) alapja
- Egyébként: **praktikus** („szervilis művészletek”)

# Praktikus

## Programozási nyelvek

- Változó, konstans, függvény, típusok
- Szintaxis, szemantika
- Bizonyítás

## Mesterséges intelligencia

- Összetett feltételek implementálása  
(Pl.: „A mátrix minden sorában van olyan elem, mely a második legkisebb a saját oszlopában”)

# Praktikus

## Hardverprogramozás

- Adott logikai kifejezést megvalósító minimális eszközköltségű áramkör
- Adott logikai kifejezést megvalósító maximális sebességű áramkör

## Adatbázisok, SQL parancsok

- „Sorolja fel azon diákokat, akik felvették a dékánjuk valamely óráját!”
- „Adja meg az óraütközéseket az órarendben!”

# Praktikus – „magasabb” szempontok

## Tudományos felépítés

- definíció
- téTEL
- bizonyítás

## Megtanulni tanulni

- programozási nyelvek, technológiák  
életciklusa viszonylag rövid...

# Azaz ...

... a technológia gyorsan változik, a “technológiafüggő” tudás gyorsan elavul.

Hogy lépést tudjunk tartani, olyan készségekre van szükségünk, amit az “elméleti” tárgyak nyújtanak:

- precíz gondolkodás
- problémamegoldó képesség
- jártasság a konkrét megoldások mögötti általános elvek területén

# Kitérő az „informatikus” szakmáról

Egy teljes ágazat, minden dolgozója „informatikus”.

## ELITSZAKMÁBÓL IPARÁG

**Rendszertervező** - „várostervező”



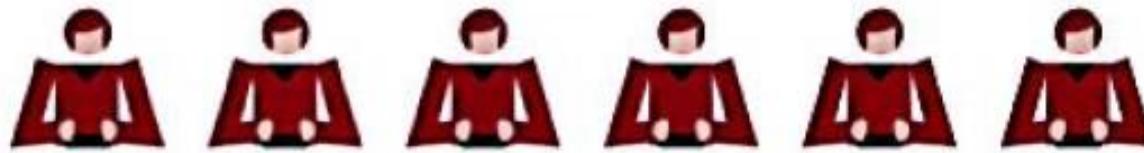
» A megrendelő igényeit képes lefordítani az informatika nyelvére; általában kétdiplomás

**Programtervező** - „épíleszmérnök”



» A teljes rendszert átlátó tervező  
- informatikusdiploma

**Programozó**  
- „könöves”



» Magyarországon jellemzően diplomás, másutt döntően érettségizett szakmunkás

**Tesztelő,  
dokumentáló**  
- „segédmunkás”



» Műszaki képzettség sem kell hozzá

- Informatikus hiány – több betanított munkásra és szakmunkásra van szükség
- 4-18 hónapos képzések, 40 órás tanfolyamok, féléves OKJ képzések: elegendő, ha meglévő programmodulokból kell alkalmazásokat „összerakni”
- Az egyetemek vennék át a szakmunkásképzők szerepét?
- **Ne hagyják magukat, tanuljanak:**
  - A logika a „praktikus” dolgok alapja
  - Figyeljenek az „intellektus fényére”

# A mai órán

- Bevezető megjegyzések, motiváció (szabad művészletek, intellektus, praktikum)
- **A tematikáról, segédanyagok, irodalom**
- A helyes következtetésről
- A logika történetéről

## Tantárgyleírás / tematika:

Problémafelvetés példák segítségével. Állítások logikai szerkezetének feltárása. Formalizálás az ítéletlogikában. Az ítéletlogika ábécéje, formulák, az ítéletlogika nyelve. Alapvető fogalmak a nyelv szintaxisában: összetettség, (közvetlen) részformula, fő logikai összekötőjel, hatáskör, zárójelhasználat. Az egy- és kétváltozós logikai műveletek, igazságátbla. Szemantikai fogalmak az ítéletlogikában: interpretáció, a formula igazságértéke az interpretációban. Kielégíthető formulák, logikai törvények és ellentmondások. Ekvivalencia az ítéletlogikában. Az ítéletlogikai következmény. Feladatok természetes nyelven. Az elsőrendű nyelv. Példák. Nyelvtani szabályok; a term és a formula. Szintaxis: összetettség, részkifejezés, hatáskör, zárójelhasználat. Formalizálás az elsőrendű logikában. Változók kötött és szabad előfordulása. Kötött változók átnevezése, formulák variánsai. A változóiban tiszta formula. A nyelv interpretációja, a változókiértékelés. Termek és formulák értéke interpretációban, változókiértékelés mellett. Kielégíthető formulák. Logikai törvény, logikai ellentmondás. Fontosabb logikai törvények. Logikai ekvivalencia. Fontosabb logikai ekvivalenciák. Konjunktív és diszjunktív normálformák. Formulák prenex alakja. Normálformára hozás, prenexizálás. Logikai következményfogalom. Szöveges következtetés-helyesség ellenőrzés. Egy egyszerű logikai kalkulus (pl. szekvent kalkulus), helyesség, teljesség. Levezetések a kalkulusban. Az elsőrendű logikai nyelv és a programozási nyelvek: párhuzamok, alkalmazások, kitekintés.

- Mordechai Ben-Ari: *Mathematical Logic for Computer Science*. Springer-Verlag London, 2012
- Mihálydeák Tamás „elektromos” könyve: *Az informatika logikai alapjai*,  
[https://arato.inf.unideb.hu/mihalydeak.tamas/Logika\\_my\\_twt-treeview.html](https://arato.inf.unideb.hu/mihalydeak.tamas/Logika_my_twt-treeview.html)
- Mihálydeák Tamás, Aszalós László: *Logikai kiskáté*,  
<https://arato.inf.unideb.hu/mihalydeak.tamas/kiskate.pdf>
- ???

# Követelmények

- Online előadás (kedd 16-18 óra, Webex egyelőre)
- „Offline” gyakorlat az órarend szerint, 3-szor lehet hiányozni
- Két zárthelyi dolgozat (ZH), a félév közepén és végén (egyszerre az egész évfolyam, mindenkinél ugyanaz a feladatsor) → aláírás
- Írásbeli vizsga a vizsgaidőszakban → vizsgajegy

Kérdés esetén: [vaszil.gyorgy@inf.unideb.hu](mailto:vaszil.gyorgy@inf.unideb.hu),  
IK épület, 110-es szoba

# A mai órán

- Bevezető megjegyzések, motiváció (szabad művészletek, intellektus, praktikum)
- A tematikáról, segédanyagok, olvasmányok
- **A helyes következtetésről**
- A logika történetéről

A LOGIKA ALAPVETŐ FELADATA  
A HELYES KÖVETKEZTETÉS FOGALMÁNAK  
SZABATOS MEGHATÁROZÁSA, TÖRVÉNYEINEK FELTÁRÁSA.

## Következetei

1. A jelenlegi angol miniszterelnök "nő".
  2. Az angol miniszterelnöknek megkérte a hatalma van.
  3. Van legalább egyszer "nő", aki nekem megkérte a hatalma van.
- 1. & 2. implicit (neglett) módon tartal körre 3. információját.
  - 1&2-höl következhetünk 3-re
  - péniszsnak, gyakorlásnak

Még egy példa:

1. Ez toll;
  2. ez az övé;
- tehát ez az Ő tolla.

De:

- Ez a kutya apa; ez a kutya az övé; tehát ez a kutya az Ő apja.
- Some cars rattle; my car is some car; therefore, my car rattles.

# Mi is hát a helyes következtetés?

- A premisszák cigacsága nincs elegendően hozzá maga után a konklúzió cigacságát (lehetetlen lehet-e, hogy a premissza így adja a konklúziót hamis.)

Tisztában kell viszont a "nincs elegendően" és a "lehetetlen" jelentését  
a lemméreket követően  
nézünk?

a nincs jelentése  
nézünk?

"nincs elegendően"  
"lehetetlen"

# Mit kezdünk ezekkel a kérdésekkel?

- B. Russel (1902): Legyen H azon halmazok halmaza, amik nem tartalmazzák önmagukat. Vajon H tartalmazza önmagát?
- Milétoszi Eubulidész (Kr.e. IV. sz.): Egy ember mondja magáról, hogy hazudik. Vajon igazat mond, vagy nem?

(Ez a mondat hamis.)

# Mit kezdünk ezekkel a kérdésekkel?

Berry, 1906 Let A denote the set of all positive integers which can be defined in the English language by means of a sentence containing at most 1000 letters. The set A is finite since the set of all sentences containing at most 1000 letters is finite. Hence, there exist positive integers which do not belong to A. The sentence:

*n is the least positive integer which cannot be defined by means of a sentence of the English language containing at most 1000 letters*

contains less than 1000 letters and defines a positive integer n. Therefore n belongs to A. On the other hand, n does not belong to A by the definition of n. This contradicts the first statement.

Ez annak a természetes számnak a leírása, ami a kevesebb mint 1000 karakterrel leírható természetes számok közül a legnagyobbnál 1-gyel nagyobb.

(Hol itt a paradoxon?)

# Mit kezdünk ezekkel a kérdésekkel?

Egyelőre semmit.

Kevésbé nehéz, de problémás esetek:

P.: Zártvaii agglegény.

K.: Zártvaiiaknak nincs telereje.

( Elhalgatott pénzügyi: Ez esetben agglegénynek  
nincs telereje. )  
Az „agglegény” névéleteréhez

# Másik példa, elhallgatott premissza:

*Premisszák:* Amália anyja Bellának.

Bella anyja Csillának.

*Konklúzió:* Amália anyai nagyanya Csillának.

Az elhallgatott premissza:

Bármi legyen is  $x$ ,  $y$  és  $z$ , ha  $x$  anyja  $y$ -nak,  $y$  pedig  $z$ -nek, akkor  $x$  anyai nagyanya  $z$ -nek.

# Valami ilyesmire szeretnénk kilyukadni:

*Premisszák:* Esik az eső.

Ha esik az eső, sáros az út.

*Konklúzió:* Sáros az út.

*Premisszák:* Ha dolgozom, elfáradok.

Dolgozom.

*Konklúzió:* Elfáradok.

*Premisszák:* Ha három lábon gyábokorsz, a Kálán Púgra nem tudsz menni.

Három lábon gyábokorsz.

*Konklúzió:* A Kálán Púgra nem tudsz menni.

Premisszák: Esik az eső.

Ha esik az eső, sáros az út.

Konklúzió: Sáros az út.

Premisszák: Ha dolgozom, elfáradok.

Dolgozom.

Konklúzió: Elfáradok.

Premisszák: Ha három lábon gyábokorsz, a Kálán Púgra nem tudsz menni.

Három lábon gyábokorsz.

Konklúzió: A Kálán Púgra nem tudsz menni.

Premisszák : Ha A akkor B .

A

Konklúzió : B

# Vizsgáljuk meg ezt a példát is, az előzőek szellemében:

1. Ma kedd van.
2. Xéna keddenként miniszoknyában jár az órákra.
3. Xéna ma miniszoknyában van.

1. A
2. Ha A, akkor B
3. B

Következtetések (!?)

- Következik-e 1 és 2-ből 3?  
*(Dedukció)*
- Következik-e 2 és 3-ból 1?
- Következik-e 1 és 3-ból 2?

azon körültekintési legi rai helymegé  
függelék a leme mereplő" állításához  
forsalni többet.

→ Csupán a legi rai nuar jelentésétől  
és a legi rai nuar meghatározta  
működésétől függ.

# Állítások és logikai szavak:

1. Ma kedd van.

2. Xéna keddenként  
miniszoknyában jár az órákra.

*vagyis*

Ha kedd van, akkor Xéna  
miniszoknyában van.

3. Xéna ma miniszoknyában van.

1. A

2. Ha A, akkor B

3. B

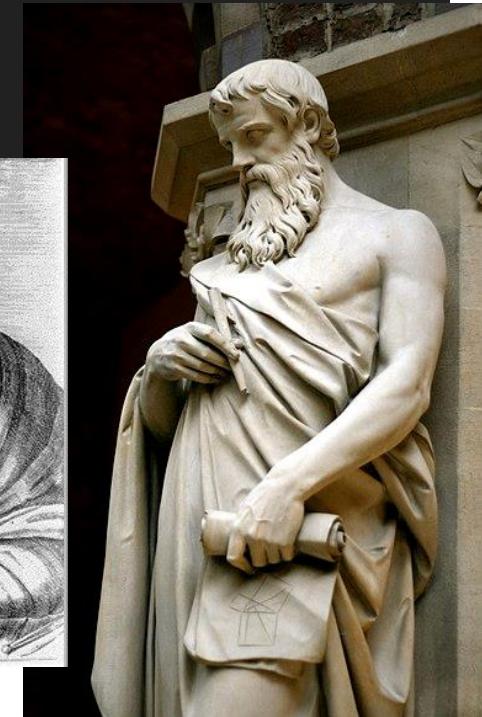
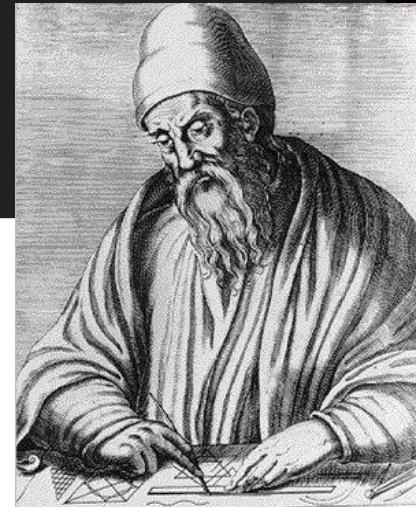
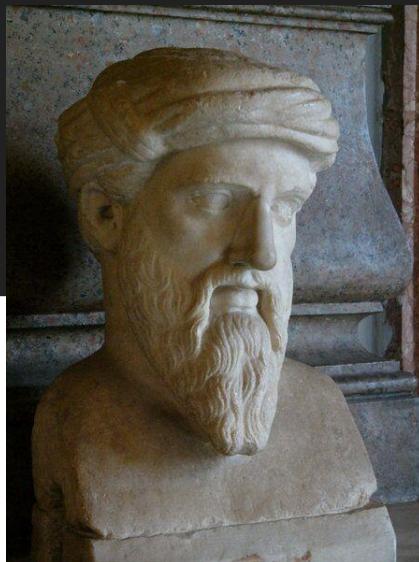
# A mai órán

- Bevezető megjegyzések, motiváció (szabad művészletek, intellektus, praktikum)
- A tematikáról, segédanyagok, olvasmányok
- A helyes következtetésről
- **A logika történetéről**

# Geometriai bizonyítás - Püthagorász i.e. VI. század

elemi geometria mint deduktív tudomány

- bizonyos állításokat bizonyítás nélkül igaznak tekint
- az összes állítást az előző állításokból kell levezetni
- a levezetés formális legyen, a geometria speciális tárgyától független



(Aszalós László diasora alapján) Eukleidész (Kr.e. III. sz.): Elemek, Bolyai féle geometria

# Kitérő: Eukleidész és Bolyai János

## Axiómák

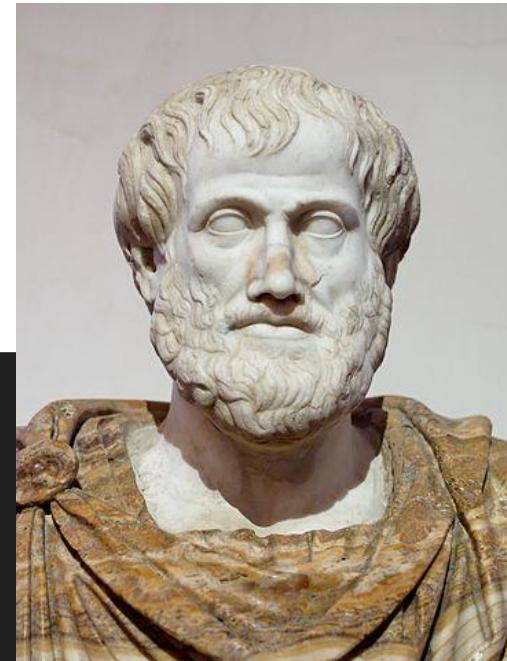
1. Ugyanazon dologgal egyenlő dolgok egymással is egyenlők.
2. Ha egyenlőkhöz egyenlőket adunk hozzá, akkor egyenlőket kapunk.
3. Ha egyenlőkből egyenlőket vonunk ki, akkor a maradékok is egyenlők.
4. Ha nem egyenlőkhöz egyenlőket adunk hozzá, akkor nem egyenlőket kapunk.
5. Ugyanazon dolog kétszeresei egyenlők egymással.
6. Ugyanazon dolog felerészei egyenlők egymással.
7. Egymásra illeszthető dolgok egymással egyenlők.
8. Az egész nagyobb, mint a része.
9. Két egyenes nem fog közre területet.

## Posztulátumok

1. Bármiely pontból bármiely pontba lehessen egyenes vonalat húzni.
2. Véges egyenes vonalat folytonosan egyenes vonallá lehessen hosszabbítani.
3. Bármiely középponttal és sugárral kört lehessen rajzolni.
4. Bármiely két derékszög egyenlő legyen egymással.
5. **Ha egy egyenes úgy metsz két másikat, hogy az egyoldalon fekvő belső szögek összege két derékszögnél kisebb, akkor a két másik egyenes találkozzon egymással, ha végtelenül meghosszabbítjuk őket, éspedig azon az oldalon, ahol a szögek összege kisebb két derékszögnél.**

# A logika kezdetei

**Arisztotelész** (Kr.e. 384-322)



**A bizonyító érvelés:** az érvelések során le lehet (és le kell) választani a premisszák igazságát és a következtetés helyességét. A bizonyító érvelések megítélésénél az utóbbi vizsgálata történik meg.

**Az ellentmondás elve:** „A legbiztosabb alapelv ... ez: lehetetlen, hogy egy és ugyanaz a valami ugyanakkor, ugyanabban a tekintetben vonatkozzék is valamire, meg nem is.” (1005b 19-23)

**A kizárt harmadik elve:** „Az ellentmondás két tagja között nem állhat fenn semmi közbeeső, hanem mindenről mindenent vagy állítani vagy tagadni kell.” (1011b 23-24)

# G. W. Leibnitz (1646-1716)

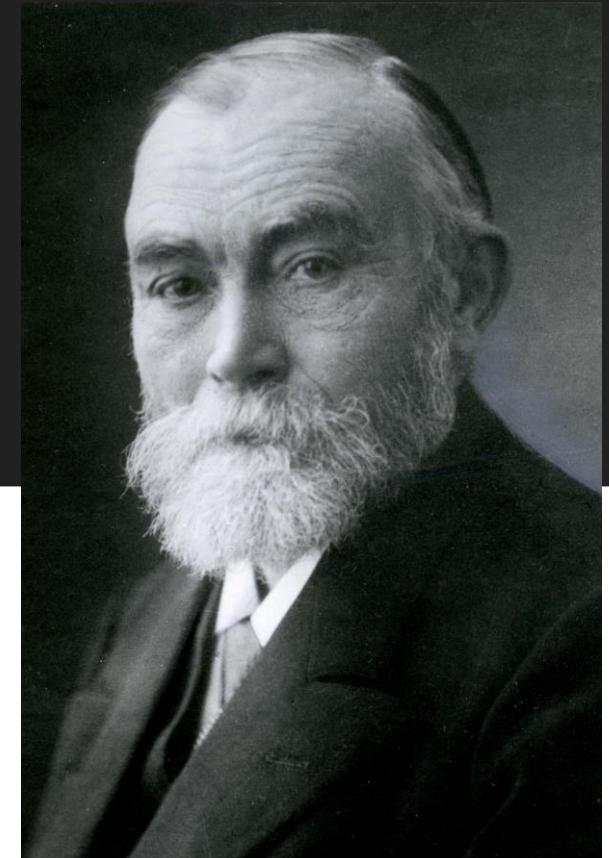
- differenciál és integrálszámítás
- matematikai jelölések
- kettes számrendszer
- formalizált nyelv – egyértelműség
  - helyes következtetések szabályai
  - logikai kalkulus alapjai



Gottfried Wilhelm Leibnitz

# G. Frege

- formalizált logika matematizálása
- logika elkülönítése a nyelvtől
  - kijelentő mondat: Il pleut. It's raining. Esik. nyelvi alak információ
  - állítás
- Fogalomírás (1879)
  - elsőrendű predikátumlogika
  - új jelölésrendszer



Gottlob Frege, 1848-1925

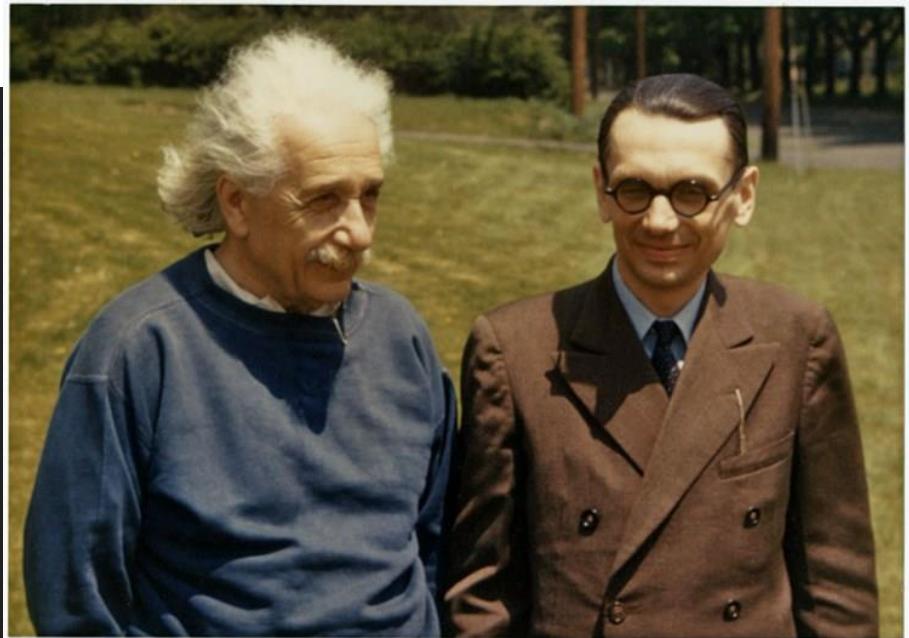
# Modern logikai irányzatok

K. Gödel (1906-1978)

- nemteljességi tételek (1931)
- ami igaz, az mind bebizonyítható?

J. A. Robinson

- rezolúció (1965)
- automatikus tételek bizonyítása



John Alan Robinson, 1930-2016



Kurt Gödel, teljesség/nemteljesség,  
„bebizonyítjuk, hogy van olyan állítás, ami igaz, de nem lehet bebizonyítani”

# Modern irányzatok, például még...

- Modális logika
  - „modalitás”, pl. az *igaz*, *hamis* mellett a *lehetőséges*, *szükségszerű* (vagy éppen *bizonyítható*) már Arisztotelész is...
  - Speciális esetben: temporális logika (*mindig igaz*, *végül igaz*), programhelyesség ellenőrzés
- És-a-többi....
- És-a-többi....
- Más, nemklasszikus logikai rendszerek
  - Parakonzisztens logika (ellentmondásos állításokból történő következtetés)
  - „Dialetheizmus” (vannak egyszerre igaz és hamis állítások)

# Modern irányzatok, például még...

- És-a-többi....
- És-a-többi....
- Más, nemklasszikus logikai rendszerek
  - Parakonszisztens logika (ellentmondásos állításokból történő következtetés)
    - Jellemzően „többértékű”
    - ha A és B és C akkor D  
A, nemA, B, C
    - ???
  - „Dialetheizmus” (vannak egyszerre igaz és hamis állítások)

# A mai órán

- Bevezető megjegyzések, motiváció (szabad művészletek, intellektus, praktikum)
- A tematikáról, segédanyagok, olvasmányok
- A helyes következtetésről
- A logika történetéről