

Az informatika logikai alapjai

10. előadás

Vaszil György

vaszil.gyorgy@inf.unideb.hu

I. emelet 110-es szoba

A múlt órán

- Az eddig szereplő fogalmak rendszerezése
- A centrális logikai fogalmak tulajdonságai
- A kvantifikáció törvényei

Nulladendi gér

$$L^0 = \{ \text{Lc}, \text{Con}, \text{Form} \}$$

- siemantikai struktúr
- interpretáció, g
- modell

Előrendeli gér

$$L^{(1)} = \{ \text{Lc}, \text{Var}, \text{Con}, \text{Term}, \text{Form} \}$$

- rekurzívai struktúr
- interpretáció (4, 3)
 - + változók elnevezések: v
- modell

- kielégíthető formulák
- kielégíthetetlen formulák
- logikai következmény
- eredmény formulák
- logikai érválasztás:

A múlt órán

- Az eddig szereplő fogalmak rendszerezése
- A centrális logikai fogalmak tulajdonságai
- A kvantifikáció törvényei

unladren der WELV

$$L^{(0)} = \{LC, Con, Form\}$$

erländische WELV

$$L^{(1)} = \{LC, Var, Con, Term, Form\}$$

- Källgithetsel formula_helmer minden részhelmar källgithet.
- Källgithetsel formula_helmar minden sönste källgithetsel.
- Att formning relateras till galurerna formula_helmar källgithetsel den sige registreringen
- Enigas formula minden formula_helmer källgithetsel.
- Källgithetsel formula_helmar minden formula_helmar källgithetsel.
- Kontravariabilitet
implikation
- deduktivt lär
- negation
- Logiken erinervit
"≡" (materialis erinervit)

A múlt órán

- Az eddig szereplő fogalmak rendszerezése
- A centrális logikai fogalmak tulajdonságai
- A kvantifikáció törvényei

Tétel

Legyen $L^{(1)} = \langle LC, Var, Con, Term, Form \rangle$ egy elsőrendű nyelv, $A \in Form$ egy formula és $x \in Var$ egy változó.

Ekkor

1. $\neg \exists x A \Leftrightarrow \forall x \neg A$
2. $\neg \forall x A \Leftrightarrow \exists x \neg A$

Tétel

Legyen $L^{(1)} = \langle LC, Var, Con, Term, Form \rangle$ egy elsőrendű nyelv, $A \in Form$ egy formula és $x \in Var$ egy változó.

Ekkor

1. $\exists x A \Leftrightarrow \neg \forall x \neg A$
2. $\forall x A \Leftrightarrow \neg \exists x \neg A$

Bizonyítás

Ha a **kvantifikáció De Morgan törvényeinek** minden oldalát negáljuk, akkor a **kettős negáció törvényének** alkalmazásával megkapjuk a kifejezhetőségre vonatkozó logikai ekvivalenciákat.

1. $\neg \exists x A \Leftrightarrow \forall x \neg A$
2. $\neg \forall x A \Leftrightarrow \exists x \neg A$

Továbbá/1

- $\forall x \forall y A(x,y) \Leftrightarrow \forall y \forall x A(x,y)$
 $\exists x \exists y A(x,y) \Leftrightarrow \exists y \exists x A(x,y)$
- $\exists x \forall y A(x,y) \Rightarrow \forall y \exists x A(x,y)$

Visszafelé nem igaz, hiszen tudnunk kell az alap interpretációra, amikor a jobb oldal teljesül, de a bal nem. Például:

$U = \{a, b\}$ és, ha $A(a, b)$ igaz, $A(b, a)$ igaz, minden Lébbi konjunktív lemezs.

(miért ís?)

Továbbá/2

- $\exists x (A(x) \vee B(x)) \Leftrightarrow \exists x A(x) \vee \exists x B(x)$
 $\forall x (A(x) \wedge B(x)) \Leftrightarrow \forall x A(x) \wedge \forall x B(x)$
- $\forall x A(x) \vee \forall x B(x) \Rightarrow \forall x (A(x) \vee B(x))$
 $\exists x (A(x) \wedge B(x)) \Rightarrow \exists x A(x) \wedge \exists x B(x)$

Visszafelé nem igaz, hiszen tudnunk kell mindenre hogy az egyik állítás igaz, amikor a másik előzőre is igaz lesz. Például:

$U = \{a, b\}$ legyen, legyen $A(a)$ igaz, $A(b)$ hamis, legyen $B(a)$ hamis, $B(b)$ igaz.

(miért is?)

Azaz, összefoglalva

- $\forall x \forall y A(x, y) \Leftrightarrow \forall y \forall x A(x, y)$
 $\exists x \exists y A(x, y) \Leftrightarrow \exists y \exists x A(x, y)$
- $\exists x \forall y A(x, y) \Rightarrow \forall y \exists x A(x, y)$
- $\exists x (A(x) \vee B(x)) \Leftrightarrow \exists x A(x) \vee \exists x B(x)$
 $\forall x (A(x) \wedge B(x)) \Leftrightarrow \forall x A(x) \wedge \forall x B(x)$
- $\forall x A(x) \vee \forall x B(x) \Rightarrow \forall x (A(x) \vee B(x))$
 $\exists x (A(x) \wedge B(x)) \Rightarrow \exists x A(x) \wedge \exists x B(x)$

(miért is?)

A mai órán

- A kvantifikáció törvényei, folytatás
- Prenex normálforma
- Egy bizonyítási módszer: a szemantikus táblák módszerének adaptációja elsőrendű formulákra

Az alábbi törvényeket gyakran a kvantorok mozgatására vonatkozó törvényeknek nevezik. A tényleges tartalmukhoz közelebb állna, ha a kvantorok hatókörének bővítésére vonatkozó törvényeknek neveznénk ezeket.

Kvantorok és konjunkció

Kvantorok és diszjunkció

Univerzális kvantor és

implikáció

Egzisztenciális kvantor és implikáció

Tétel

Legyen $L^{(1)} = \langle LC, Var, Con, Term, Form \rangle$ egy elsőrendű nyelv, $A, B \in Form$ két formula és $x \in Var$ egy változó.

Ha $x \notin FreeVar(A)$, akkor

1. $A \wedge \forall x B \Leftrightarrow \forall x(A \wedge B)$
2. $A \wedge \exists x B \Leftrightarrow \exists x(A \wedge B)$

Megjegyzés

- A konjunkció kommutativitása miatt a téTEL közvetlen következménye az alábbi két logikai ekvivalencia:

◦ Ha $x \notin FreeVar(A)$, akkor

- $\forall x B \wedge A \Leftrightarrow \forall x(B \wedge A)$
- $\exists x B \wedge A \Leftrightarrow \exists x(B \wedge A)$

Az alábbi törvényeket gyakran a kvantorok mozgatására vonatkozó törvényeknek nevezik. A tényleges tartalmukhoz közelebb állna, ha a kvantorok hatókörének bővítésére vonatkozó törvényeknek neveznénk ezeket.

Kvantorok és konjunkció Kvantorok és diszjunkció Univerzális kvantor és
implikáció Egzisztenciális kvantor és implikáció

Tétel

Legyen $L^{(1)} = \langle LC, Var, Con, Term, Form \rangle$ egy elsőrendű nyelv, $A, B \in Form$ két formula és $x \in Var$ egy változó.

Ha $x \notin FreeVar(A)$, akkor

1. $A \wedge \forall x B \Leftrightarrow \forall x(A \wedge B)$
2. $A \wedge \exists x B \Leftrightarrow \exists x(A \wedge B)$

Ha $x \notin FreeVar(A)$, akkor

1. $A \vee \forall x B \Leftrightarrow \forall x(A \vee B)$
2. $A \vee \exists x B \Leftrightarrow \exists x(A \vee B)$

Megjegyzés

- A konjunkció kommutativitása miatt a téTEL közvetlen következménye az alábbi két logikai ekvivalencia:

- Ha $x \notin FreeVar(A)$, akkor
 - $\forall x B \wedge A \Leftrightarrow \forall x(B \wedge A)$
 - $\exists x B \wedge A \Leftrightarrow \exists x(B \wedge A)$

- Ha $x \notin FreeVar(A)$, akkor
 - $\forall x B \vee A \Leftrightarrow \forall x(B \vee A)$
 - $\exists x B \vee A \Leftrightarrow \exists x(B \vee A)$

Tétel

Legyen $L^{(1)} = \langle LC, Var, Con, Term, Form \rangle$ egy elsőrendű nyelv, $A, B \in Form$ két formula és $x \in Var$ egy változó.

Ha $x \notin FreeVar(A)$, akkor

1. $A \supset \forall x B \Leftrightarrow \forall x(A \supset B)$
2. $\forall x B \supset A \Leftrightarrow \exists x(B \supset A)$

Tétel

Legyen $L^{(1)} = \langle LC, Var, Con, Term, Form \rangle$ egy elsőrendű nyelv, $A, B \in Form$ két formula és $x \in Var$ egy változó.

Ha $x \notin FreeVar(A)$, akkor

1. $A \supset \forall x B \Leftrightarrow \forall x(A \supset B)$
2. $\forall x B \supset A \Leftrightarrow \exists x(B \supset A)$

Ha $x \notin FreeVar(A)$, akkor

1. $A \supset \exists x B \Leftrightarrow \exists x(A \supset B)$
2. $\exists x B \supset A \Leftrightarrow \forall x(B \supset A)$

A mai órán

- A kvantifikáció törvényei, folytatás
- Prenex normálforma
- Egy bizonyítási módszer: a szemantikus táblák módszerének adaptációja elsőrendű formulákra

Definíció

Legyen $L^{(1)} = \langle LC, Var, Con, Term, Form \rangle$ egy elsőrendű nyelv és $A \in Form$ egy formula.

Az A formulát változóiban tisztának nevezünk, ha

1. szabad és kötött változói diszjunkt halmazt alkotnak, azaz

$$FreeVar(A) \cap BoundVar(A) = \emptyset ,$$

2. minden kötött változó pontosan egyszer fordul elő kuantort közvetlenül követő pozícióban (minden kötött változó pontosan egy kvantornak a változója).

Korábban már láttuk:

Tétel

Legyen $L^{(1)} = \langle LC, Var, Con, Term, Form \rangle$ egy elsőrendű nyelv és $A \in Form$ egy formula.

Ekkor létezik olyan $B \in Form$ formula, hogy

1. a B formula változóiban tiszta,
2. a B formula kongruens az A formulával,

Megjegyzés

- A téTELben szereplő B formula a kongruencia miatt logikailag ekvivalens az A formulával.

Mit jelent, hogy két formula „kongurens” egymással?

Kongruens formulák, variáns (korábban láttuk)

Két formula **kongruens** egymással, más néven a formulák **egymás variánsai**, ha egymástól csak kötött változók szabályosan végrehojtott átnevezésében különböznek.

(a) A formulák nem egymás variánsai, mivel vázuk különbözik:

$$\begin{array}{c} \exists x P(x,y) \\ \boxed{\quad\quad\quad} \\ \exists x P(x,z) \\ \boxed{\quad\quad\quad} \\ \exists y P(y,y) \\ \boxed{\quad\quad\quad} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \exists P(,y) \\ \boxed{\quad\quad\quad} \\ \exists P(,z) \\ \boxed{\quad\quad\quad} \\ \exists P(,) \\ \boxed{\quad\quad\quad} \end{array}$$

(b) A két formula egymás variánsa, mivel vázuk megegyezik:

$$\begin{array}{c} \exists x P(x,y) \supset \forall z P(x,z) \\ \boxed{\quad\quad\quad\quad\quad} \\ \exists z P(z,y) \supset \forall y P(x,y) \\ \boxed{\quad\quad\quad\quad\quad} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \exists P(,y) \supset \forall P(x,) \\ \boxed{\quad\quad\quad\quad\quad} \\ \exists P(,y) \supset \forall P(x,) \\ \boxed{\quad\quad\quad\quad\quad} \end{array}$$

Definíció

Legyen $L^{(1)} = \langle LC, Var, Con, Term, Form \rangle$ egy tetszőleges **elsőrendű nyelv**.

Az $A \in Form$ formulát **prenex alakúnak** nevezzük, ha az alábbi két feltétel valamelyike teljesül:

1. az A formula kvantormentes, azaz sem a \forall sem a \exists kvantor nem szerepel benne;
2. az A formula $Q_1 x_1 Q_2 x_2 \dots Q_n x_n B$ ($n = 1, 2, \dots$) alakú, ahol
 - a. $B \in Form$ kvantormentes formula;
 - b. $x_1, x_2 \dots x_n \in Var$ különböző változók;
 - c. $Q_1, Q_2, \dots, Q_n \in \{\forall, \exists\}$ kvantorok.

Megjegyzés

- A definíció értelmében ha az A formula kvantormentes, azaz egyetlen kvantor sem szerepel benne, akkor az A formula prenex alakú.

Például: Prenexformulák: $\neg P(x, x), \forall x \forall y (Q(x, y) \supset \neg P(x))$
Nem prenexformula: $\forall x \forall y Q(x, y) \supset \neg P(x)$

Tétel

Legyen $L^{(1)} = \langle LC, Var, Con, Term, Form \rangle$ egy tetszőleges **elsőrendű nyelv** és $A \in Form$.

Ekkor létezik olyan $B \in Form$, hogy

1. a B formula prenex alakú,
2. $A \Leftrightarrow B$.

A prenex alakra hozás lépései

1. A $(A \equiv B) \Leftrightarrow ((A \supset B) \wedge (B \supset A))$ ekvivalencia segítségével a **(materiális) ekvivalencia** műveletét fel kell oldani.
2. Változótiszta alakra hozás, azaz meg kell határozni az eredeti formulával kongruens **változóiban tiszta formulát**.
3. A **kvantifikáció De Morgan törvényeivel** és az **állításlogikában megtanult ekvivalenciákkal** el kell érni, hogy egyetlen negáció hatókörében se szerepeljen kvantor.
4. **Kvantormozgatási ekvivalenciák** alkalmazásával a kvantorok a formula elejére vihetők.

Például:

Hozzuk a

$$\forall x(\forall yQ(x, y) \supset \neg \exists xP(x)) \supset \forall yQ(x, y)$$

formulát prenex alakúra.

- ① Változóiban tiszta alakra hozás:

$$\forall v(\forall wQ(v, w) \supset \neg \exists zP(z)) \supset \forall yQ(x, y)$$

- ② De Morgan törvényeinek alkalmazása:

$$\forall v(\forall wQ(v, w) \supset \forall z \neg P(z)) \supset \forall yQ(x, y)$$

- ③ Kvantorkiemelés:

$$\forall v \exists w \forall z(Q(v, w) \supset \neg P(z)) \supset \forall yQ(x, y)$$

- ④ Kvantorkiemelés:

$$\exists v \forall w \exists z \forall y((Q(v, w) \supset \neg P(z)) \supset Q(x, y))$$

1. $\neg \exists x A \Leftrightarrow \forall x \neg A$

2. $\neg \forall x A \Leftrightarrow \exists x \neg A$

Például:

Hozzuk a

$$\forall x(\forall y Q(x, y) \supset \neg \exists x P(x)) \supset \forall y Q(x, y)$$

formulát prenex alakúra.

- 1 Változóiban tiszta alakra hozás:

$$\forall v(\forall w Q(v, w) \supset \neg \exists z P(z)) \supset \forall y Q(x, y)$$

- 2 De Morgan törvényeinek alkalmazása:

$$\forall v(\underline{\forall w Q(v, w)} \supset \underline{\forall z \neg P(z)}) \supset \forall y Q(x, y)$$

- 3 Kvantorkiemelés:

$$\forall v \exists w \forall z (Q(v, w) \supset \neg P(z)) \supset \underline{\forall y Q(x, y)}$$

Ha $x \notin \text{FreeVar}(A)$, akkor

$$1. A \supset \forall x B \Leftrightarrow \forall x(A \supset B)$$

$$2. \forall x B \supset A \Leftrightarrow \exists x(B \supset A)$$

- 4 Kvantorkiemelés:

$$\exists v \forall w \exists z \forall y ((Q(v, w) \supset \neg P(z)) \supset Q(x, y))$$

Például:

Hozzuk a

$$\forall x(\forall y Q(x, y) \supset \neg \exists x P(x)) \supset \forall y Q(x, y)$$

formulát prenex alakúra.

- ① Változóiban tiszta alakra hozás:

$$\forall v(\forall w Q(v, w) \supset \neg \exists z P(z)) \supset \forall y Q(x, y)$$

- ② De Morgan törvényeinek alkalmazása:

$$\forall v(\forall w Q(v, w) \supset \forall z \neg P(z)) \supset \forall y Q(x, y)$$

- ③ Kvantorkiemelés:

$$\forall v \exists w \forall z (Q(v, w) \supset \neg P(z)) \supset \forall y Q(x, y)$$

- ④ Kvantorkiemelés:

$$\exists v \forall w \exists z \forall y ((Q(v, w) \supset \neg P(z)) \supset Q(x, y))$$

Ha $x \notin \text{FreeVar}(A)$, akkor

1. $A \supset \forall x B \Leftrightarrow \forall x (A \supset B)$

2. $\forall x B \supset A \Leftrightarrow \exists x (B \supset A)$

A mai órán

- A kvantifikáció törvényei, folytatás
- Prenex normálforma
- Egy bizonyítási módszer: a szemantikus táblák módszerének adaptációja elsőrendű formulákra

Emlékeztető: szemantikus táblák nulladrendű logikában

Kielégíthetősége:

$$p \wedge (\neg q \vee \neg p)$$

$$\boxed{p \wedge (\neg q \vee \neg p)}$$



$$p, \neg q \vee \neg p$$



$$p, \underline{\neg q}$$

nyitott



$$p, \neg p$$

zárt

Kielégíthetősége, ha $\{p, \neg q\}$ vagy $\{p, \neg p\}$ kielégíthető.

Emlékeztető: szemantikus táblák nulladrendű logikában

kielégíthető?

$$(p \star q) \wedge (\neg p \wedge \neg q)$$

$$(p \vee q) \wedge (\neg p \wedge \neg q)$$



$$p \vee q, \neg p \wedge \neg q$$



$$\underline{p \vee q}, \underline{\neg p}, \underline{\neg q}$$



$$\underline{p}, \underline{\neg p}, \underline{\neg q}$$

zárt



$$\underline{q}, \underline{\neg p}, \underline{\neg q}$$

zárt

kielégíthető, ha $\{p, \neg p, \neg q\}$ vagy $\{q, \neg p, \neg q\}$ kielégíthető.

Emlékeztető: szemantikus táblák nulladrendű logikában

α	α_1	α_2	β	β_1	β_2
$\neg \neg A_1$	A_1				
$A_1 \wedge A_2$	A_1	A_2	$\neg(B_1 \wedge B_2)$	$\neg B_1$	$\neg B_2$
$\neg(A_1 \vee A_2)$	$\neg A_1$	$\neg A_2$	$B_1 \vee B_2$	B_1	B_2
$\neg(A_1 \circ A_2)$	A_1	$\neg A_2$	$B_1 \circ B_2$	$\neg B_1$	B_2

- α tipani formula eresai bővíntethetők a formula halmazra
- β tipani formula eresai elágaznak, és alternatívával bővíntethetők a formula halmazra
- A levezetést nevezik ~~előirányzatnak~~ (yjlett / zögt)

Próbálkozzunk hasonlóval elsőrendű formulák esetén

Vegyük ezen érvényes formulát:

$$\forall x(P(x) \supset Q(x)) \supset (\forall x P(x) \supset \forall x Q(x))$$

Vizsgáljuk a negációja vallegritethetőséget:

$$\neg(\forall x(P(x) \supset Q(x)) \supset (\forall x P(x) \supset \forall x Q(x)))$$

$$\neg \forall x(P(x) \supset Q(x)), \neg(\forall x P(x) \supset \forall x Q(x))$$

$$\neg \forall x(P(x) \supset Q(x)), \neg \forall x P(x), \neg \forall x Q(x)$$

$$\neg \forall x(P(x) \supset Q(x)), \neg \forall x P(x), \exists x \neg Q(x)$$

Itt a $\neg Q(a)$ leírásának $a \in U$ előfordulása van.

Anear:

$$\forall x(P(x) \rightarrow Q(x)), \exists x P(x), \exists x \neg Q(x)$$

$$\forall x(P(x) \rightarrow Q(x)), \downarrow \exists x P(x), \neg Q(a) \leftarrow a \in U, \neg Q(a) \text{ telj\xfclik}$$

\uparrow \uparrow

$$\forall x(P(x) \wedge Q(x)) \downarrow P(a), \neg Q(a) \leftarrow a \in U - \{a\} \text{ i. e. } a \in U \text{ minden elemeire telj\xfclik, mert}$$

$$P(a) \rightarrow Q(a), \downarrow P(a), \neg Q(a)$$

$$\neg P(a), P(a) \xleftarrow{\text{zint}} \neg Q(a) \quad Q(a), P(a) \neg Q(a)$$

zint

zint

Taulsa's

1. Az egzistenciális kvantálás jólleírja a paraméterek meghatárolását.

Mássir példa - Arit nem ílgyr eggjandi a dælog

Vegnaði egg viðlegi hleði, de nem er neigur
fomlað ás vísgaði a megaric
viðlegi hlest leitilegilegt.

$p(a_1)$ $q(a_2)$

$$\neg (\forall x(p(x) \vee q(x)) \supset (\forall x p(x) \vee \forall x q(x)))$$



$$\forall x(p(x) \vee q(x)), \neg (\forall x p(x) \vee \forall x q(x))$$



$$\forall x(p(x) \vee q(x)), \neg \forall x p(x), \neg \forall x q(x)$$



$$\forall x(p(x) \vee q(x)), \exists \neg x p(x), \exists \neg x q(x)$$

$\exists x \exists q(x)$



$$\forall x(p(x) \vee q(x)), \exists \neg x p(x), \neg q(a_1)$$



$$\forall x(p(x) \vee q(x)), \neg p(a_1), \neg q(a_1)$$



$$p(a_1) \vee q(a_1), \neg p(a_1), \neg q(a_1)$$

$$p(a_1), \neg p(a_1), \neg q(a_1)$$

\times

$$q(a_1), \neg p(a_1), \neg q(a_1)$$

\times

Taulsa's

1. Az egyszerűsítésben kiválasztott formákhoz paraméterek hivatalosan kereszten díszítik.
2. Különböző egyszerűsítésben kiválasztott formákhoz különböző paramétereket kell használni.

Az előző Tabeló
meg leírás

$$\forall x(p(x) \vee q(x)), \exists \neg x p(x), \exists \neg x q(x)$$

$$\forall x(p(x) \vee q(x)), \exists \neg x p(x), \neg q(a_1)$$

$$\forall x(p(x) \vee q(x)), \neg p(a_2), \neg q(a_1).$$

$$\underline{p(a_1) \vee q(a_1)}, \neg p(a_2), \neg q(a_1).$$

$$p(a_1), \neg p(a_2), \neg q(a_1)$$

újra zárt

$$q(a_1), \neg p(a_2), \neg q(a_1)$$

szűrt

Az előző példa feljegyzések - Még nem
elmagyarázottak

$$\forall x(p(x) \vee q(x)), \neg p(a_2), \neg q(a_1)$$

$$\downarrow$$
$$\forall x(p(x) \vee q(x)), \underline{p(a_1) \vee q(a_1)}, \neg p(a_2), \neg q(a_1)$$

$$\downarrow$$
$$\forall x(p(x) \vee q(x)), \underline{p(a_2) \vee q(a_2)}, \underline{p(a_1) \vee q(a_1)}, \neg p(a_2), \neg q(a_1).$$

$$\forall x(p(x) \vee q(x)), \underline{p(a_2)}, \underline{p(a_1) \vee q(a_1)}, \neg p(a_2), \neg q(a_1)$$

$$\forall x(p(x) \vee q(x)), \underline{p(a_2)}, \underline{p(a_1)}$$
$$\neg p(a_2), \neg q(a_1)$$

záró

$$\forall x(p(x) \vee q(x)), \underline{q(a_2)}, \underline{p(a_1) \vee q(a_1)}, \neg p(a_2)$$
$$\neg q(a_1)$$

záró

$$\forall x(p(x) \vee q(x)), \underline{q(a_2)},$$

$$\underline{p(a_1)}, \neg p(a_2) \cap \neg q(a_1)$$

$$\forall x(p(x) \vee q(x)), \underline{p(a_2)}$$

$$\underline{q(a_1)}, \neg p(a_2), \neg q(a_1)$$

záró

$$\forall x(p(x) \vee q(x)), \underline{q(a_2)}$$

$$\underline{q(a_1)}, \neg p(a_2), \neg q(a_1)$$

záró

Tanulás

1. Az egészességi alapon kivártják jövőbeli paramétereit tevékenységi nézőpontból.
2. Különböző egészességi alapon kivártják jövőbeli körülölelézési paramétereit teljes hosszaikban.
3. Az univerzális jövőbeli paramétereket minden felületen írnak:

Heg egn rílda - felhetegeser
verzelen a'gar

$$\forall x \exists y p(x, y)$$

$$\forall x \exists y p(x, y), \exists y p(a_1, y)$$

$a_1 \in U$

$$\forall x \exists y p(x, y), p(a_1, a_2)$$

$$\forall x \exists y p(x, y), \exists y p(a_2, y), p(a_1, a_2)$$

$$\forall x \exists y p(x, y), p(a_2, a_3), p(a_1, a_2).$$



$$\exists y p(a_3, y)$$

eigin trúður ...

Universiell Quantoren den letzten
weggliedern und da a^c

$$\{\forall x p(\underline{a}, x)\}$$



$$\{\underline{p(a, a)}, \forall x p(a, x)\}$$



$$\{p(a, a), \forall x p(a, x)\}.$$

neg eqs dalg . . .

$$\begin{array}{c} \boxed{\forall x \exists y p(x, y) \wedge \forall x (q(x) \wedge \neg q(x))} \\ \downarrow \\ \boxed{\forall x \exists y p(x, y), \forall x (q(x) \wedge \neg q(x))} \\ \downarrow \\ \boxed{\forall x \exists y p(x, y), \exists y p(a_1, y), \forall x (q(x) \wedge \neg q(x))} \\ \downarrow \\ \boxed{\forall x \exists y p(x, y), p(a_1, a_2), \forall x (q(x) \wedge \neg q(x))} \\ \downarrow \\ \boxed{\forall x \exists y p(x, y), \exists y p(a_2, y), p(a_1, a_2), \forall x (q(x) \wedge \neg q(x))} \\ \downarrow \\ \boxed{\forall x \exists y p(x, y), p(a_2, a_3), p(a_1, a_2), \forall x (q(x) \wedge \neg q(x))} \end{array}$$

Ama is figgeln will, was mit den formula'nal
Jaglarennur a formula hal mas so'l.

Tanulás

1. Az egyszerűsített jövőbeli paramétereit numerikailag kerelem d"é
2. Különböző egyszerűsített jövőbeli "millió" paramétereit kell használni.
3. Az univerzális jövőbeli paramétereit kell inni:
4. Az ágar nem felsíténi! neignér
5. Figyelni kell a működés alkalmazásáról, személyre!

Tehrit : A synthesis

α	α_1	α_2	β	β_1	β_2
$\neg \neg A_1$	A_1				
$A_1 \wedge A_2$	A_1	A_2	$\neg(B_1 \wedge B_2)$	$\neg B_1$	$\neg B_2$
$\neg(A_1 \vee A_2)$	$\neg A_1$	$\neg A_2$	$B_1 \vee B_2$	B_1	B_2
$\neg(A_1 \circ A_2)$	A_1	$\neg A_2$	$B_1 \circ B_2$	$\neg B_1$	B_2

γ	$\gamma(a)$
$\forall x A(x)$	$A(a)$
$\neg \exists x A(x)$	$\neg A(a)$

δ	$\delta(a)$
$\exists x A(x)$	$A(a)$
$\neg \forall x A(x)$	$\neg A(a)$

Telrait: An algorithm

A dett: ϕ granular \rightarrow σ

Ergebnis: Egg grain (nematic texture), aber aniger
Lehrer gilt nicht, Zeitraum ist negativ.

- A für egg grain λ , $U(\lambda)$, $C(\lambda)$

Kendesher ϕ ist eine
lineare Funktion.

→ konstante

formeln

Az algoritmus / folytatás

Vegyünk egy állapotot, ami nincs gyűjtött meg
sziszter jelölése. Frissítve a személyre
képpen & az adalitásiat:

1. • Ha $\alpha(l)$ -ben van gyengesélementes literáljai,
jelöljük l -et színttel
2. • Ha $\beta(l)$ -ben nemről olyan simák, amik nem
literálak, vegyük lez α, β, δ fánkát, A -t
 - Ha α fánk, jönjön el működés
 - Ha $A \beta$ fánk, jönjön el működés

→ a fánkaknak
balnális
ne valósítandó

Az algoritmus / folytatás 2

- Ha A σ-jelű, akkor l' egesz ugyanúgy van, mint a σ

$$U(l') = U(l) - \{A\} \cup \sigma(\underbrace{\sigma(a')}_a)$$

$$C(l') = C(l) \cup \{a'\}$$

a' ugyanúgy van

- Az U(l) hosszú σ-jelű részei

$$\{\gamma_{l_1}, \dots, \gamma_{l_m}\}, \text{ ahol } C(l) = \{c_{l_1}, \dots, c_{l_k}\}$$

• σ(a) a nem hosszú részeit

$$U(l') = U(l) \cup \left\{ \bigcup_{i=1}^m \bigcup_{j=1}^k \gamma_i(c_{l_j}) \right\}$$

$$C(l') = C(l)$$

- Ha γ ad σ-jelű részt, és $U(l') = U(l)$, akkor l'-et jelőlegző γ-t feltesszük.

Einer utan en aig:

- zäit, ha zäit leniiller weigödik
- g'ött, ha ugittt leniiller weigödik
vun wegstellen

en läihla:

- zäit, dor wi der aiga zäit
- g'ött, külbönen.

Például: Vizsgálunk meg egy kielégíthető formulát

$$\forall x (P(x) \vee Q(x)) \supset (\forall x P(x) \vee \forall x Q(x))$$

$$\neg \left(\forall x (P(x) \vee Q(x)) \supset (\forall x P(x) \vee \forall x Q(x)) \right)$$

↓

$$\forall x (P(x) \vee Q(x)) \wedge \neg (\forall x P(x) \vee \forall x Q(x))$$

↓

$$\forall x (P(x) \vee Q(x)) \wedge \neg \forall x P(x) \wedge \neg \forall x Q(x)$$

↓

$$\forall x (P(x) \vee Q(x)) \wedge \exists x \neg P(x) \wedge \exists x \neg Q(x)$$

$$\forall x (P(x) \vee Q(x)) , \exists x \neg P(x) , \exists x \neg Q(x)$$



$$\forall x (P(x) \vee Q(x)) , \exists x \neg P(x) , \neg Q(a_1)$$



$$\forall x (P(x) \vee Q(x)) , \neg P(a_2) , \neg Q(a_1)$$



$$\forall x (P(x) \vee Q(x)) , P(a_1) \cup Q(a_1) , P(a_2) \cup Q(a_2)$$

$$\neg P(a_2) , \neg Q(a_1)$$

A mai órán

- A kvantifikáció törvényei, folytatás
- Prenex normálforma
- Egy bizonyítási módszer: a szemantikus táblák módszerének adaptációja elsőrendű formulákra
- Helyesség? Teljesség?