

Az informatika logikai alapjai

4. feladatsor

Ki látta Segni az ötletet egymáshoz?

Igen: A nand veccs nor összhangban is degradál.

Például:

Feljegyzések ki \wedge -t nand színtezéssel:

$$\begin{aligned} \bullet & [A \wedge B] \Leftrightarrow \neg(\neg(A \wedge B)) \Leftrightarrow \neg(A \text{ nand } B) \\ & \Leftrightarrow \neg((A \text{ nand } B) \wedge (A \text{ nand } B)) \Leftrightarrow \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \Leftrightarrow \boxed{(A \text{ nand } B) \text{ nand } (A \text{ nand } B)} \end{aligned}$$

$$\bullet \quad \neg A \Leftrightarrow \neg(A \wedge A) \Leftrightarrow \boxed{A \text{ nand } A}$$

Melyik lépés miatt jogos?

$$\neg\neg A \Leftrightarrow A$$

$$A \wedge B \Leftrightarrow B \wedge A, A \vee B \Leftrightarrow B \vee A \text{ és } A \equiv B \Leftrightarrow B \equiv A$$

$$A \wedge (B \wedge C) \Leftrightarrow (A \wedge B) \wedge C, A \vee (B \vee C) \Leftrightarrow (A \vee B) \vee C \text{ és } A \equiv (B \equiv C) \Leftrightarrow (A \equiv B) \equiv C$$

$$A \wedge A \Leftrightarrow A \text{ és } A \vee A \Leftrightarrow A$$

$$A \vee (B \wedge C) \Leftrightarrow (A \vee B) \wedge (A \vee C)$$

$$A \wedge (B \vee C) \Leftrightarrow (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$$

$$A \wedge (B \vee A) \Leftrightarrow A \text{ és } A \vee (B \wedge A) \Leftrightarrow A$$

$$\neg(A \wedge B) \Leftrightarrow \neg A \vee \neg B \text{ és } \neg(A \vee B) \Leftrightarrow \neg A \wedge \neg B$$

8.I.7. Vezessük be a következő jelölést (Peirce vonás):

$$A \circ B \Leftrightarrow \neg A \wedge \neg B.$$

A bevezetett \circ összekötő jel neve „sem-sem”, $A \circ B$ jelentése: „sem A , sem B ”. Fejezzük ki a \neg , \vee , \wedge logikai összekötő jeleket a \circ jel segítségével!

Mai is példa

Kielégihető?

$$(p \star q) \wedge (\neg p \star \neg q)$$

$$(p \vee q) \wedge (\neg p \wedge \neg q)$$



$$p \vee q, \neg p \wedge \neg q$$



$$p \vee q, \neg p, \neg q$$



$$p, \neg p, \neg q$$

zárt



$$q, \neg p, \neg q$$

zárt

Kielégihető, ha $\{p, \neg p, \neg q\}$ vagy $\{q, \neg p, \neg q\}$ kielégihető.

Mi legy valaki dr renit
hundmalura fájhat?

α	α_1	α_2	β	β_1	β_2
$\neg \neg A_1$	A_1				
$A_1 \wedge A_2$	A_1	A_2	$\neg(B_1 \wedge B_2)$	$\neg B_1$	$\neg B_2$
$\neg(A_1 \vee A_2)$	$\neg A_1$	$\neg A_2$	$B_1 \vee B_2$	B_1	B_2
$\neg(A_1 \circ A_2)$	A_1	$\neg A_2$	$B_1 \circ B_2$	$\neg B_1$	B_2

- tipari formula eresai bővíthető a formula halmattal
- tipari formula eresai elágaztatva, az alternatív halmat bővíthető a formula halmattal
- A levezetést nevezik láncredukcióval (yifatt / zoigt) 7

A fábla leírásának pecsétele

(algoritmus)

Bemenet: Φ formula, Kimenet: T nemarányi fábla

- Kérdezzük T-utakat azon gyökerükre, amelyekre a Φ teljesül.

(mintha levéllel megjelölne) ~~megközelítés~~

- Válaszunk meg a megfelelőt levéllel $U(l)$ a minden levélhez

Hogyan?

• Ha $U(l)$ literális, ill. neg., jelöljük meg.

• Ha $A \in U(l)$ nem literál:

- Ha A a típusú formula, A_1, A_2 szerepel

$$\begin{cases} l, U(l) \\ l'; U(l) - \{A\} \cup \{A_1, A_2\} \end{cases}$$

- Ha A B típusú formula, B_1, B_2 szerepel

$$\begin{cases} l, U(l) \\ U(l) - \{B\} \cup \{f B_1\} \\ U(l) - \{B\} \cup \{f B_2\} \end{cases}$$

A fájba leírásra jo pecsétele

(algoritmus)

Bemenet: Φ formula, Kimenet: T nemarányi

- Kézdetben T-vel van az összes

$(p \vee q) \wedge (\neg p \wedge \neg q)$
↓
$p \vee q, \neg p \wedge \neg q$
↓
$p \vee q, \neg p, \neg q$
↓
$p, \neg p, \neg q$
↓
$q, \neg p, \neg q$

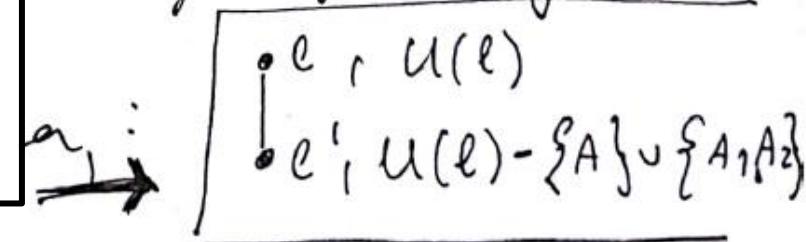
• H
• H

A_1, A_2 rendszerel

It levelet

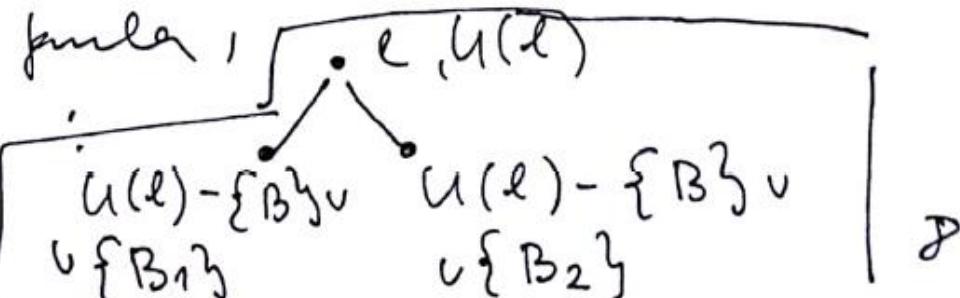
Hogyan?

azt, jólölti & meg.



- Ha A B típusú formula,

B_1, B_2 rendszervel



D

α	α_1	α_2	β	β_1	β_2
$\neg\neg A_1$	A_1				
$A_1 \wedge A_2$	A_1	A_2	$\neg(B_1 \wedge B_2)$	$\neg B_1$	$\neg B_2$
$\neg(A_1 \vee A_2)$	$\neg A_1$	$\neg A_2$	$B_1 \vee B_2$	B_1	B_2
$\neg(A_1 \supset A_2)$	A_1	$\neg A_2$	$B_1 \supset B_2$	$\neg B_1$	B_2

2.7

Igazoljuk: $\models (A \supset B) \vee (B \supset C)$

2.9

Igazoljuk: $(A \wedge B) \supset C \models (A \supset C) \vee (B \supset C)$

8.I.6. Igazoljuk az ítéletlogikai ekvivalenciák segítségével, hogy az alábbi formulák logikai törvények!

$$(c) ((X \supset Y) \supset X) \supset (X \vee Y)$$

Szemantikus tábla segítségével igazoljuk.

α	α_1	α_2	β	β_1	β_2
$\neg\neg A_1$	A_1				
$A_1 \wedge A_2$	A_1	A_2	$\neg(B_1 \wedge B_2)$	$\neg B_1$	$\neg B_2$
$\neg(A_1 \vee A_2)$	$\neg A_1$	$\neg A_2$	$B_1 \vee B_2$	B_1	B_2
$\neg(A_1 \supset A_2)$	A_1	$\neg A_2$	$B_1 \supset B_2$	$\neg B_1$	B_2

7.I.23. Ellenőrizzük, hogy az alábbi következtetések helyesek-e!

(b) Premisszák:

Ha a 2 prímszám, akkor a 2 a legkisebb prímszám. Ha a 2 a legkisebb prímszám, akkor az 1 nem prímszám. Az 1 nem prímszám.

Konklúzió:

Tehát a 2 prímszám.

7.I.21. Döntsük el, hogy az alábbi következményrelációk fennállnak-e!

(a) $X \supset \neg Y \models X \supset (Y \supset Z)$

(b) $\neg X \vee Y, Z \supset \neg Y \models X \supset \neg Z$

(c) $(X \vee Y) \supset (Z \wedge U), (U \vee V) \supset W \models X \supset W$

(d) $X \supset Y, \neg Z \supset \neg Y, \neg Z \vee \neg U \models U \supset \neg X$

Ha marad idő, lehet ezeket is megbeszélni. Ha nem marad, nem baj.

7.I.1. Mely állítás igaz, és miért?

- (a) Egy formula akkor és csak akkor kielégíthető, ha logikai törvény.
- (b) Egy formula csak akkor kielégíthető, ha logikai törvény.
- (c) Egy formula csak akkor logikai törvény, ha kielégíthető.
- (d) Egy formula pontosan akkor nem lesz kielégíthető, ha ellentmondásos.
- (e) Annak szükséges feltétele, hogy egy formula logikai törvény legyen az, hogy a formula legyen kielégíthető.

- (f) Annak elegendő feltétele, hogy egy formula ne legyen logikai törvény az, hogy a formula ne legyen ellentmondásos.
- (g) Ha egy formula kielégíthető, akkor a negáltja is kielégíthető.
- (h) Ha egy formula logikai törvény, akkor a negáltja nem elégíthető ki.
- (i) Ha egy formula negáltja kielégíthető, akkor a formula logikai törvény.