Problem Chosen	2023	Team Control Number
C	MCM/ICM	2311035
	Summary Sheet	

世界赢家

摘要：《世界大战》是一款现象级网络游戏。它的出现强烈地引起了人们的关注。虽然看起来很小，但它背后隐藏的信息却是巨大而有意义的。获取和理解这些信息将有助于《纽约时报》更好地设计和运营世界。

我们构建了三个模型来完成任务。模型一使用 LSTM 来预测未来报告分数的数量。模型 II 使用七个 XGBoost 回归量来预测给定单词的百分比分布。模型 III 使用 RBF 核的 SVM 对词进行难易分类。基于我们的三个模型，我们可以提供一些建议来帮助改进世界。

具体细节如下:

模型一:LSTM 是一种改进的递归神经网络，可以解决其他神经网络无法解决的长距离依赖问题。我们为模型训练了报告分数数量的处理数据，并使用迭代方法预测到 3 月 1 日(2023 年)的数量。经过 150 次独立模型训练后，预测区间为[20745.72,22914.74]。另外，从硬模式与词属性的比例的线性回归中，我们也可以发现硬模式比与目标词之间没有相关性。

模型 II:为了获得某一天与特定单词相关的百分比分布，我们训练了 7 个独立的 XGBoost 模型。我们的模型的 R2 of 为 0.68，经过测试可以准确预测，不确定性很低。我们将“EERIE”应用到模型中，得到一个预测百分比分布，表明 ERRIE 应该被认为是一个有问题的词。

模型 III:我们通过百分比分布的不均匀加权平均值来量化单词的难度，并将其分为三个级别:容易、中等和困难。然后用标记法对 SVM 模型与 RBF 核进行拟合，得到准确率分数为 0.6556,F1 分数为 0.6634。EERIE 的分类结果也比较硬，与模型 2 的结果一致。

除了这三个模型，我们还从数据集中发现了一些有趣的观察结果，其中一个讨论了人类思维和机器学习之间的差异。

最后，我们给《纽约时报》世界版编辑写一封信，包括我们的模型、结果和建议。我们希望这封信将成为世界进一步发展的宝贵参考。

关键词:世界;LSTM;递归回归;XGBoost;工程特性

目录

1 介绍

1.1 背景

如今，一款名为“世界”的益智游戏以其轻松的方式和令人困惑但吸引人的黄色、绿色和灰色方块风靡全球。

一般来说，这是一款要求玩家在不到 6 次的时间内猜出正确单词的游戏。玩家只能猜出一个官方认可的单词。玩家每猜一次(猜错次数不超过 6 次)，就会得到以黄、绿、灰三色方块形式出现的提示。绿色表示猜对;黄色表示字母正确，位置错误;而灰色则表示这个字母没有出现在单词中。Wordles Hard Mode 通过强制玩家在随后的猜测中使用之前找到的正确字母，使游戏更具挑战性。“世界”的示例如图 1 所示。

图 1:世界谜题的例子

为了帮助纽约时报更好地了解“世界大战”的难度和受众，我们希望利用 2022 年球员在 Twitter 上发布的日常表现数据构建一个预测模型。换句话说，为了让“世界”更好地发展，我们应该使用预测模型，对未来玩家的数量、报告结果的分布以及单词难度的测量进行合理的估计。

1.2 问题重述

构建一个预测模型来解释 2023 年 3 月 1 日报告结果数量的总变化和预测区间。

验证单词属性是否会影响在 Twitter 上发布困难模式结果的玩家比例。

给定固定的单词，预测未来日期(1,2,3,4,5,6,x)的相关百分比，并解释不确定因素。2023 年 3 月 1 日应用该模型，具体单词为“EERIE”。

开发并总结一个模型，根据难度对解决方案单词进行分类，并识别给定单词的属性。应用该模型对“EERIE”一词进行分类，并对其准确性进行了讨论。

列出并描述该数据集的其他有趣发现。

1.3 文献综述

该模型有两个主要任务:沿时间轴预测报告结果的数量及其相关百分比(1,2,3,4,5,6,X)，并测量给定单词“EERIE”的难度等级。

在时间序列领域，模型主要集中在长短期记忆(Long- Short-Term Memory, LSTM)，这是一种人工神经网络，适用于处理和预测时间序列中具有很长间隔和延迟的重要事件 [1]。通过使用 LSTM，可以获得比其他传统技术更好的性能。更具体地说，在预测时间序列时，与 ARIMA 相比，LSTM 获得的错误率平均降低在 84%到 87%之间[2]。

在单词分类方面，Laurent 已经通过决策树找到了解决“世界”谜题的最优策略 [3]。他指出，最优的过程平均需要 4 步，最多需要 6 步来匹配单词。Selby[4]基于他的决策树实现了最优策略，并提供了一个文件来说明，其工作原理如图图 2 所示。以图 2 中的例子为例，如果我们想要获得目标单词“nymph”，我们应该遵循红色轨道，预期深度(猜测次数)为 3。

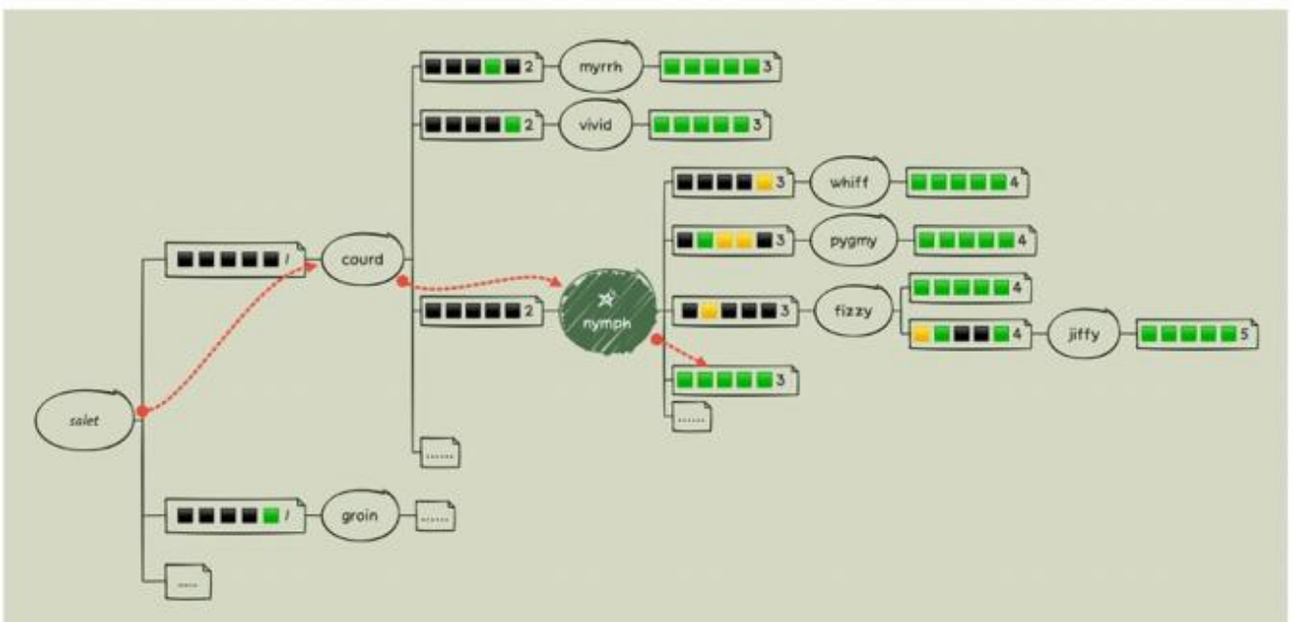


图 2:决策树的工作过程

1.4 我们的工作

图 3 展示了我们的工作流程:

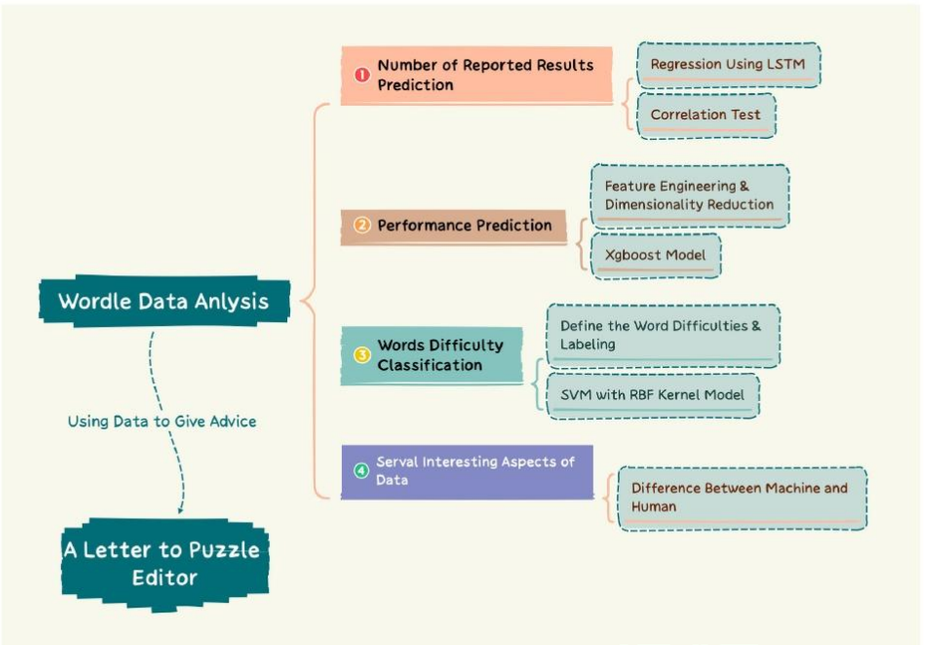


图 3:The Process of Our Work

2 假设

为了简化问题，我们做了如下假设。每一个假设都是合理的。

忽略极端事件的影响，如假期和自然灾害，因为这些事件很少发生。所以，我们可以忽略它对我们模型的影响。

2020 年词频表可以代表所有参与者日常使用的单词频率。而且在过去的三年里，使用频率并没有明显的变化。

玩家上报的成绩均为自己独立制作，无作弊行为。

其他具体的假设，如有必要，将在我们建立模型时被提及和说明。

3 符号

表 1 显示了方程中应该使用的符号:

Symbol	Definition
C_t	The output of the long-term memory
h_t	The output of the short-term memory
μ	Average of the sample data
sd	Standard deviation of the sample data
i_{try}	Percentage of i try, i can be 1 to 6 or X
w_t	Weighted average of performances in reported results
E_w	Unequally weighted average of score distribution

4 任务 1：预测结果的基本模型

4.1 数据清理

通过对数据的统计和处理，发现样本数据中存在两种错误：第一种是词汇错误，包括长度不一致、空字符等问题。我们根据官方推特进行了更正，如表所示。2；第二个问题是数据错误。2022 年 1 月 30 日报告的总分数是一个异常值，因为它缺乏大小。所以我们回顾了那天的官方推特，发现正确的数字是 25,569。

表 2：纠正词汇错误

Previous Word	rprobe	clen	tash	favor (with space)	na?ve	marxh
Corrected Word	probe	clean	trash	favor	naive	marsh

4.2 模型的制定

与其他类型的人工神经网络不同，LSTM 结合了长期记忆和短期记忆，以确保模型沿时间序列的稳定性和准确性。这种独特的特征可以在图 4 中以重复单元的形式表现出来。在这里，我们将简要描述我们的预测模型[5]中使用的原理。

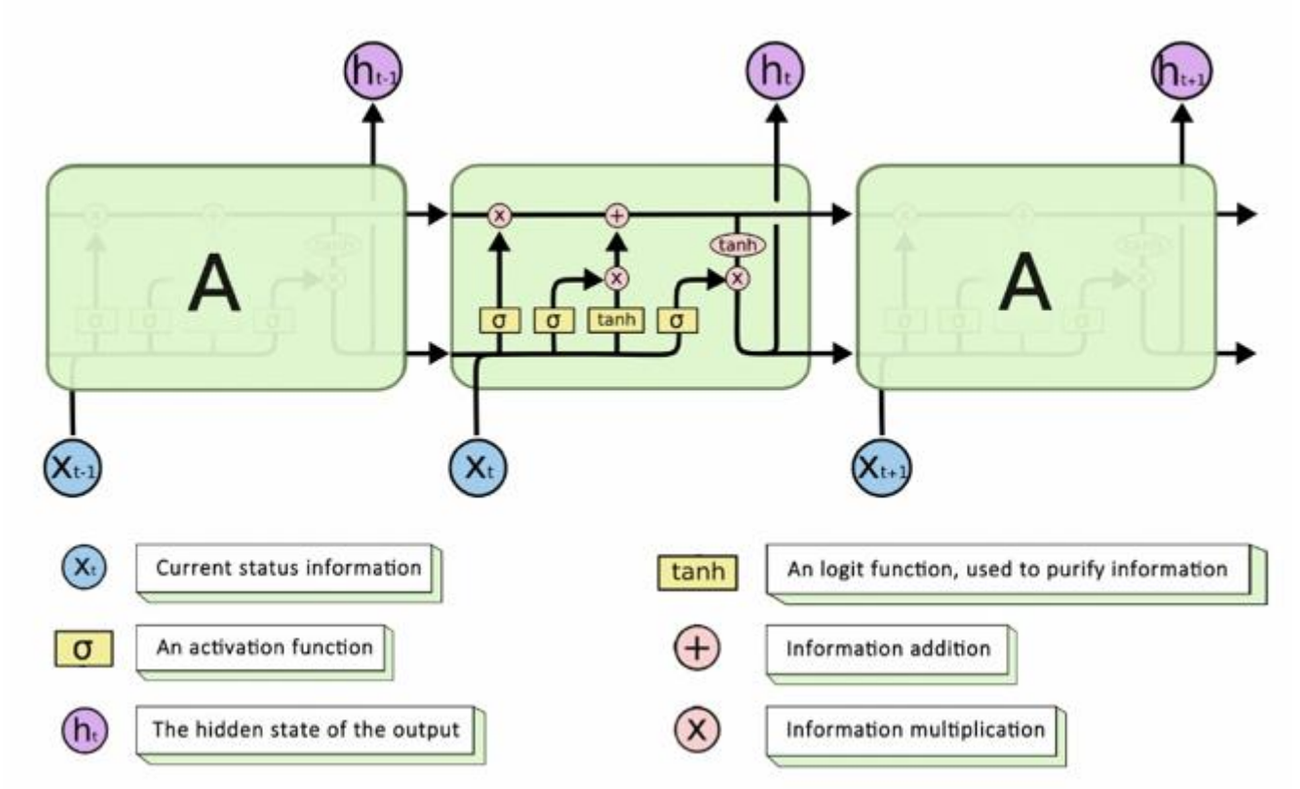


图 4:LSTM 原理图

4.2.1 长期记忆和短期记忆

为了理解长期记忆的输出，我们应该实现遗忘门的功能（图 5）。遗忘门用于比较上一层的隐藏状态与当前状态信息 Xt 之间的信息，并选择权重较大的状态状态。

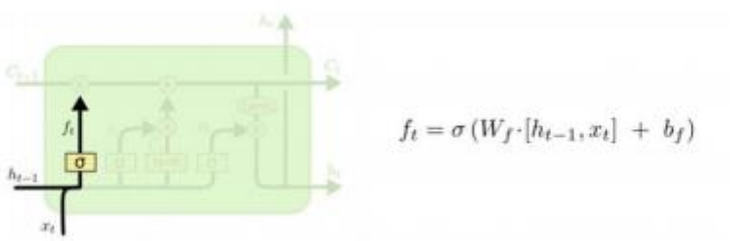
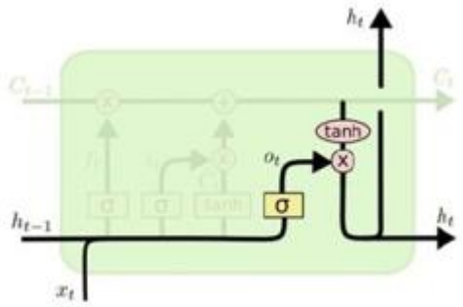


图 5：遗忘门

长时记忆输出(Ct)为上图输出，公式为:

$$C_t = f_t * C_{t-1} + i_t * \tilde{C}_t \tag{1}$$

可以用两部分相加来描述。第一部分是遗忘门输出 ft 和 前一层 Ct−1 的长时记忆输出的重叠，第二部分是从当前状态信息中提纯的信息。短期记忆输出(ht)为下图输出，公式如下图(图 6)所示



$$o_t = \sigma(W_o\,[h_{t-1}, x_t] + b_o)$$
$$h_t = o_t * \tanh(C_t)$$

图 6:短期记忆输出

可以用两部分的乘法来描述，第一部分是和遗忘门一样的激活过程，第二部分是从当前长期记忆输出(Ct)中纯化出来的信息，最终的结果也会呈现激活信号和纯化后的长期记忆输出的重叠。

4.2.2 数据归一化

LSTM 模型的输入数据应归一化。然而，报告分数的数量分布是相当不平衡的。例如，从 07/24/2022 到 11/01/2022 的报告数变化为 39813−27502 = 12311。然而，按最大数字缩放，变化比例仅为 3.4%。换句话说，传统的 Min-Max 归一化在这种情况下将不起作用。而且，报告分数的数量大致遵循 gamma 分布，其中包含了自然常数项。作为解决方案，将在第一步中对报告分数的数量应用自然对数。将差值缩小后，通过 极 值 方法进行归一化，最 终得到 LSTM 模型的输入数据，总过程如图 7 所示。

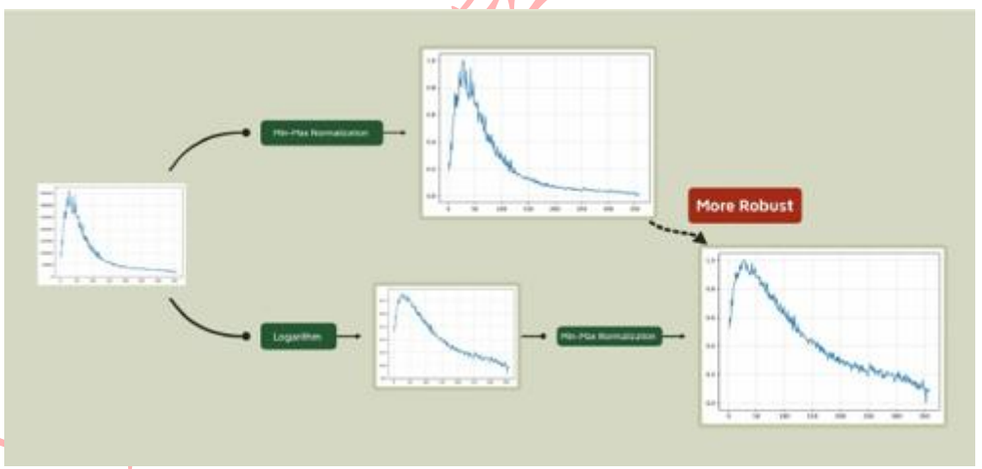


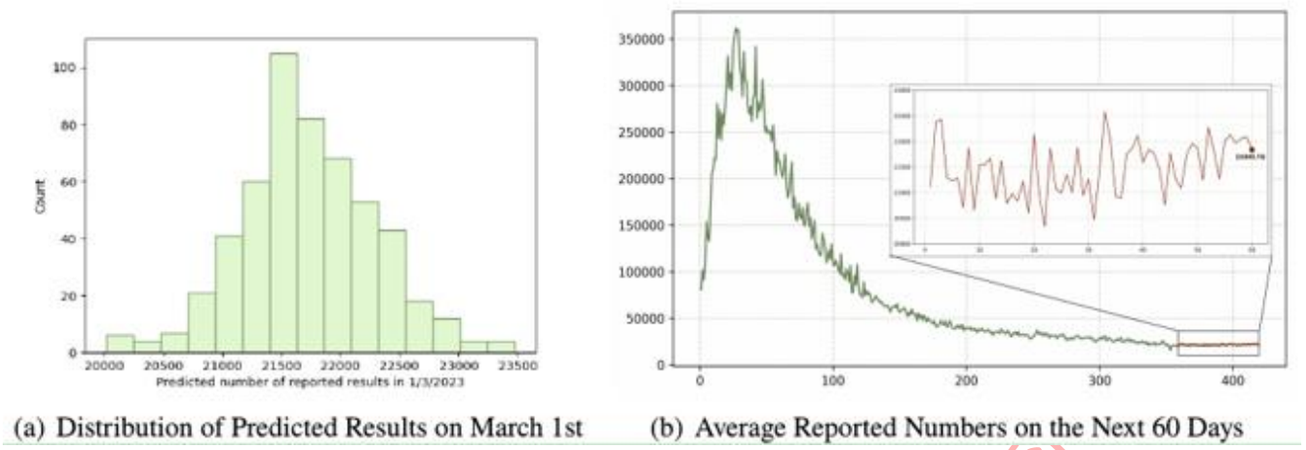
图 7:数据归一化过程

4.2.3 LSTM 的实现

在我们的任务中，我们用 Pytorch 实现了 LSTM 神经网络。我们的目标是基于 359 天的报告分数的样本数据预测 3 月 1 日的报告分数数，它是一个单输入-单输出的 LSTM 模型。此外，基本 LSTM 一次只能做出一个预测。然而，我们的目标是预测 60 天后的期望值，因此我们递归地应用了 60 次回归。这个递归过程可以通过添加最新的输出来持续更新.

由于样本小，我们只使用了一个 LSTM 层和一个全连接层。此外，经过交叉验证，我们发现 LSTM 单元的最佳数量为 5 个。然后，我们重点调整了“回看”参数，该参数决定了短期记忆需要记录的天数，最终找到了 33 天的回看才能获得最佳性能。

由于神经网络的随机性，在经过 150 次训练后，我们得到了 2023 年 3 月 1 日的报告数预测如下，以及预测的 60 天的平均得分报告数(图 8)。



(a) Distribution of Predicted Results on March 1st (b) Average Reported Numbers on the Next 60 Days

图 8:模型预测结果图(The Prediction Result Graph)

4.2.4 来自结果的预测区间

创建的 LSTM 模型训练了 150 次。然后，通过统计计算，我们可以得到 2023 年 3 月 1 日变化的置信区间。预测数据的平均值为 21,843.73，标准差为 560.21。我们用|z|值 1.96. 选择 95%置信区间，CI 可以通过以下方式计算:

$$[\mu - |z| * sd, \mu + |z| * sd] \quad (2)$$

因此，预测区间为[20745.72,22914.74]，置信度为 95%。

4.3 Hard-mode Percentage 与 Words 的相关性

如果我们从样本数据中考虑词汇属性，相关分析的结果会有偏差。因此，我们提取单词本身的一些基本属性。这里我们使用了四个属性:每日频率、首字母、连续字母和平均字母频率。

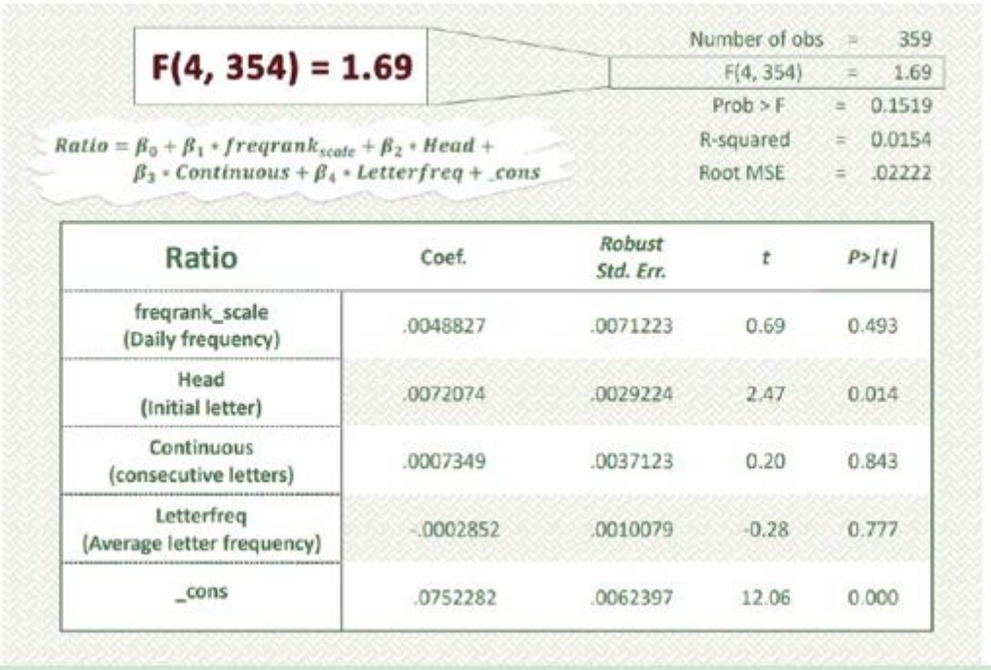
每日频率:从莱比锡语料库(Leipzig corpus Collection)[6]中，我们找到了一个单词列表，统计了 2022 年日常生活中单词的频率。然后，我们提取所有五长英语单词，并将其归一化排名作为第一个特征。

首字母:一个二元变量，显示首字母是否为元音。

连续字母:另一个二进制变量表示单词是否包含连续字母，如“carry”中的“rr”。

平均字母频率:通过应用《简明牛津词典》(1995 年第 9 版)字母表中字母的频率，我们创建了一个变量来记录每个单词的五个字母之间的平均频率

我们对困难模式比率进行了线性回归，以确定这四个词汇属性的影响。详细结果如下图 9 所示:



Ratio	Coef.	Robust Std. Err.	t	P>|t|
freqrank_scale (Daily frequency)	.0048827	.0071223	0.69	0.493
Head (Initial letter)	.0072074	.0029224	2.47	0.014
Continuous (consecutive letters)	.0007349	.0037123	0.20	0.843
Letterfreq (Average letter frequency)	-.0002852	.0010079	-0.28	0.777
_cons	.0752282	.0062397	12.06	0.000

图 9:对 Ratio 的线性回归

f 统计量为 1.69，小于 2.397 (α = 0.05)。因此，在 5%显著性水平下，单词不会影响困难模式中报告的分数百分比。此外，如果我们转而分析这四个 t 统计量，结论也是一样的。

5 任务 2:预测百分比分布的模型

5.1 用于衡量报告结果的性能的特征

注意，估计模型主要有两个方面，时间和词的难度。在这种情况下，我们首先验证时间和百分比分布之间的相关性。我们使用加权平均值(wt)来表示报告结果中的性能，其中 $w_t = \sum_{i=1}^{7} i * i_{try}$。然后我们对 W t 进行 了线性回归，发现 p 值为 0.457，远远大于 0.05。结果显示成绩和时间之间没有显著的相关性，所以我们考虑成绩和单词难度之间的关系。我们将使用 4.3 章中提到的那四个属性。此外，我们增加了两个新的词汇属性 :深度和重复字母的最大数量。

深度:正如文献综述中提到的，深度可以显示在最优决策树的帮助下找到正确答案的预期时间——深度越大，回答单词就越具有挑战性。

最大同字母数(charNum):基于《worldle》游戏机制，当得到绿色或黄色方块响应时，很难想到同一个字母。我们倾向于尝试一个还没有得到回应的字母。重复的单词也会减少提供给玩家的信息量。例如，对于目标单词“wheel”，如果玩家已经知道正确答案包含“e”、“h”、“l”和“w”，他们会更愿意猜测“whale”而不是“wheel”。因为“鲸鱼”比“轮子”能提供更多的信息。而且，相同字母的数量越多，问题就越复杂。

5.2 特征工程

在对数据进行扫描后发现，对于“日频次”这一特征，列表中有些单词的排名非常大。这些排名非常庞大，应该被认为是异常值。为了减少模型中异常值的影响，使用 RobustScaler 对数据进行归一化。

到目前为止，衡量单词难易程度的特征都是由人类直觉来定义的。这些特征应该进一步分析，确定它们对单词难度的贡献。因此，使用递归特征消除(RFE)算法对这 6 个特征进行排序。最后，选取“日频率”、“CharNum”和“字母频率”作为三个主导特征。

5.3 XGBoost 模型训练

如图 10 所示，我们使用七个 XGBoost 模型来训练固定单词的每个相关百分比(1,2,3,4,5,6,x)，使用“Daily frequency”，“CharNum”和“Initial letter”。在训练过程中，通过交叉验证确定每个 XGBoost 模型对应的超参数。使用确定的超参数，模型的确定系数(R2)为 0.68，表明该模型确实具有预测能力。

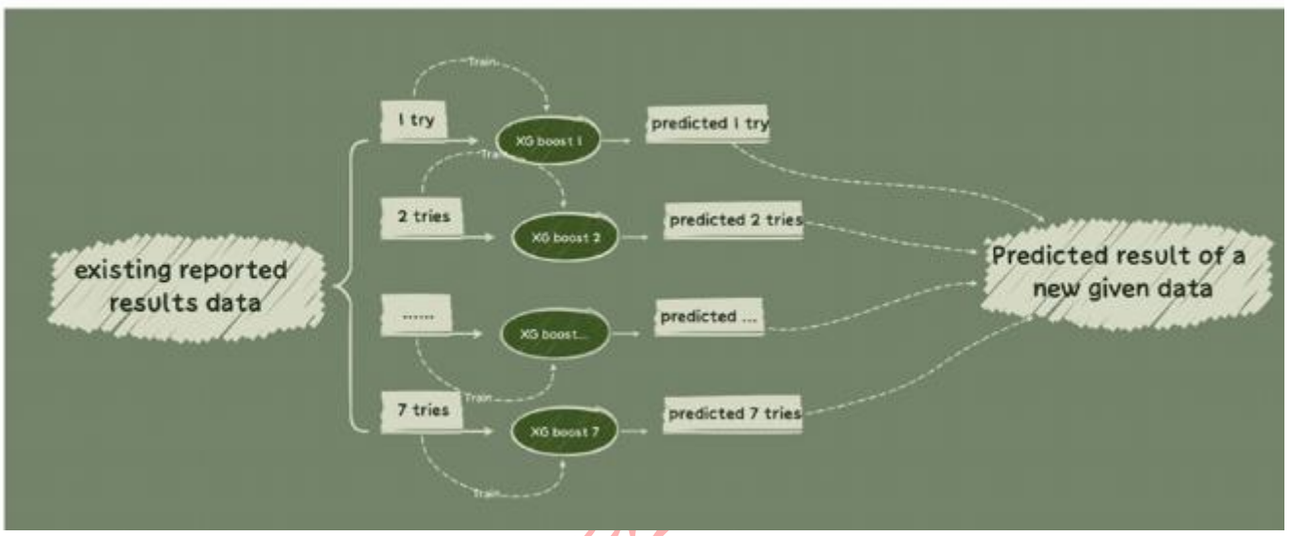


图 10:XGBoost 训练过程

5.4 模型中涉及的不确定性

由于我们的模型是基于 XGBoost 的，所以我们需要使用灵敏度分析来衡量模型的不确定性。我们选择了三个难度相似的单词:“Royal”、“Sport”和 “Prove”，因为它们的日常频率排名和平均字母频率之间的差异都小于 2%。另外，“Royal”是 2022 年 4 月 12 日发布的字谜，这意味着它的百分比分布是已知的，而剩下的两个仍然是未知的。我们使用我们的模型来预测这两个未知的百分比模型，并比较它们与“Royal”分布的差异。

使用分布的加权平均是比较分布之间差异的一种直接的方法，但同样的加权平均会造成信息的损失。例如，3 次尝试和 4 次尝试之间的差距小于 6 次尝试和 x 之间的差距，经过深思熟虑，我们最终确定了一个不均匀加权平均 Ew 每个单词，它是:

$$E_w = 1_{try} + 3 * 2_{try} + 5 * 3_{try} + 6 * 4_{try} + 7 * 5_{try} + 9 * 6_{try} + 11 * X_{try} \quad (3)$$

比较不同单词上分布的差异。

表 3:敏感性分析

	$Freqrank_{scale}$	charNum	letterFreq	E_w
royal	-0.3638	1	6.10164	605
sport	-0.3624 (0.38%)	1 (0%)	6.1195 (0.29%)	601.3349 (0.66%)
prove	-0.3620 (0.50%)	1 (0%)	6.01592 (-1.4%)	607.6483 (0.44%)

如表 3 所示，Ew 的变化范围在 1%以内，因此存在不确定性的型号低。

不确定性也可能由预测损失引起。当我们训练 7 个独立的 XGBoost 模型时，7 次尝试的总和百分比不可能完全等于 100%。25 个随机选择的测试数据的预测值如图所示。

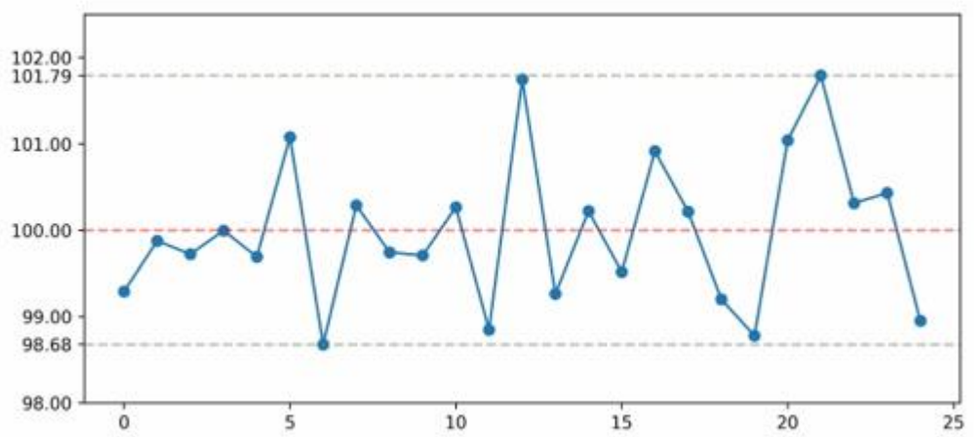


图 11:演出中百分比的总和

25 个预测值的总和落在(98,102)区间内，对 100 的方差为 0.71。因此，不确定性相对较小，说明不确定性较低。

5.5EERIE 预测分布

将“EERIE”带入所建立的模型，得到如下结果(图 12)。

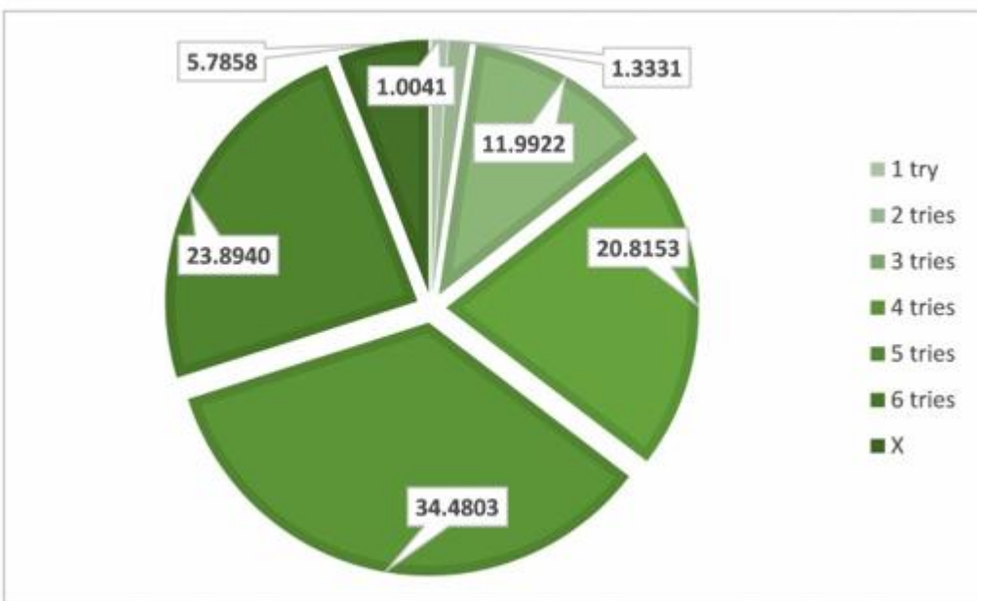


图 12:EERIE 报告分数预期分布的饼状图

这个预测结果显示了一个比较大的 Ew 值，为 709.9076，也就是说这个词是初步困难的。难度分析将在任务 3 中进行。如上所述，R2 相对较高，不确定性较小，我们对“EERIE”的预测有较高的置信度

6 任务 3:单词分类

6.1 Word 难度的定义

在这个任务中，需要根据难度对解词进行分类。由于报告结果的分布主要取决于单词的难易程度，因此我们决定使用第 5.4 章提到的不均匀加权平均值作为单词难易程度的度量。

为了标注所提供的数据，我们首先计算了每个单词的不均匀加权平均值。我们发现，近 60%的点落在 600 到 700 之间，而另外 40%的点几乎均匀地分布在两边(图 13)。因此，我们将分类标签确定为“容易”、“中等”和“困难”(表 4)。不均等加权平均值代表的越小，i 小 i 的百分比就 try 越高，换句话说，这个词更简单。

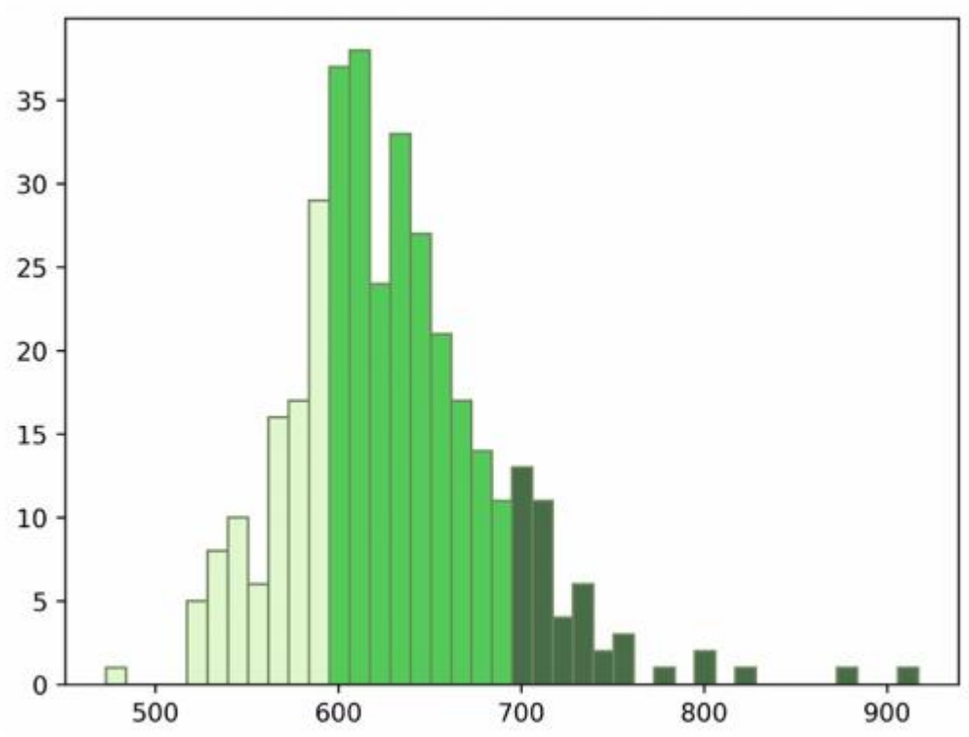


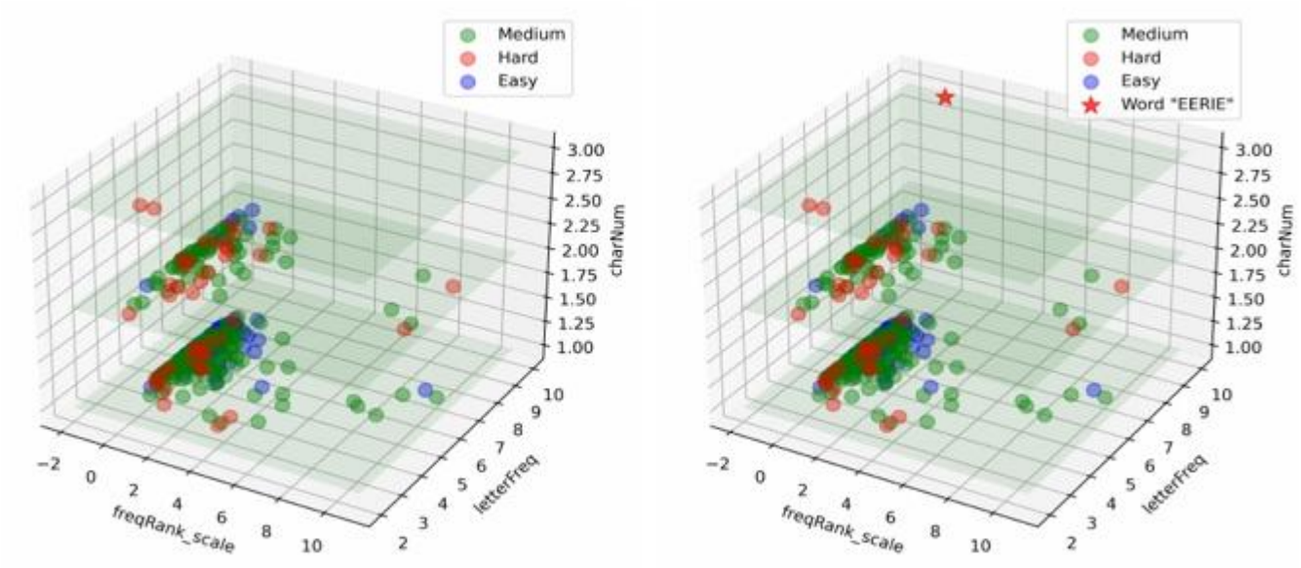
图 13:加权平均性能的分布↵

表 4:难度标签标准↵

w_t	<600	600-700	>700
label	easy	medium	hard

6.1 特征工程

由于单词难度的分类与性能的分布有关，所以我们在第 5 章中仍然会使用 RFE 算法选择的三个特征。根据这三个特征和分配的标签，359 个提供数据的分类图如图 14(a)所示:



(a) Without Target Word "EERIE"　　(b) With Target Word "EERIE"

图 14:加权性能分类图

从图中可以看出，蓝点(容易)集中在 freqRankisscale 低(生活中常见)、letterFreq 高(写作中更常见)、charNum 低(重复字母更少)的区域。红点(难)分布在相反的区域，而绿点(中位数)大多在它们之间的区域。

6.3 模型构建与预测

我们将样本数据按 3:1 的比例分成训练集和测试集，训练 RBF 核支持向量机模型。EERIE 的三维特征为(0.0226,9.7215,3)，将其带入模型后，我们得到“EERIE”的预测标签为“hard”，这也与第五章(709.9076>700)对其性能分布的不均匀加权平均结果一致。上图为“EERIE”在样本数据空间中的位置(图 14(b))

6.4 模型评价

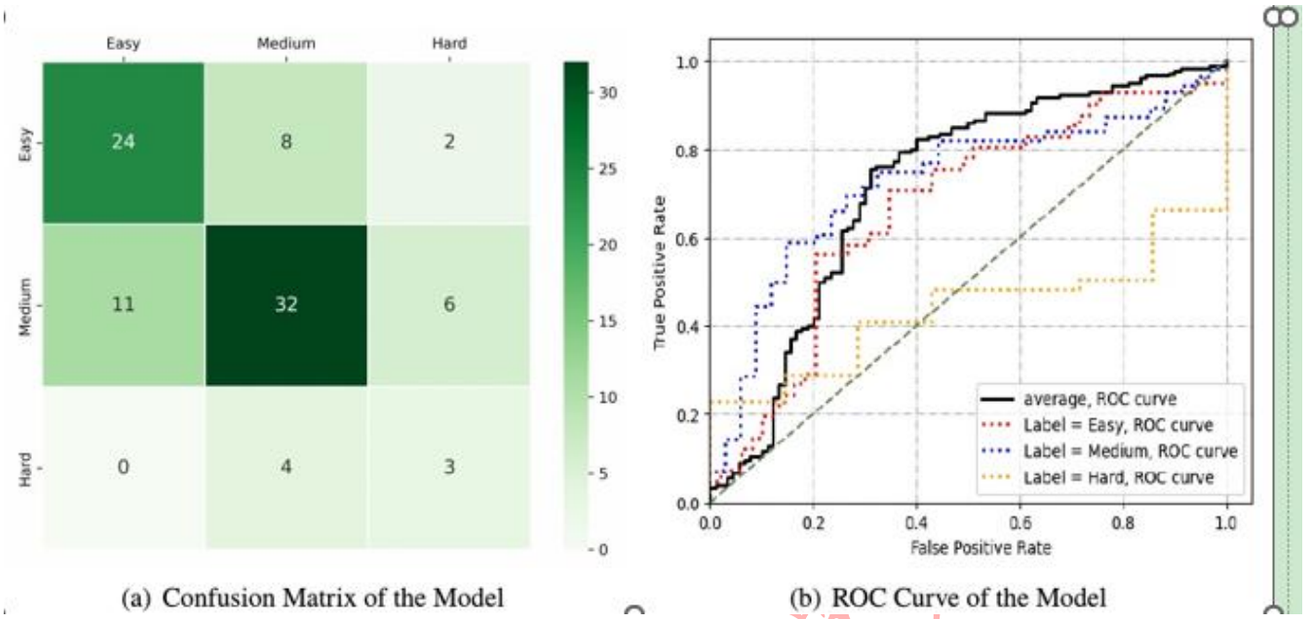
下表 5 显示了分类模型评估的四个重要指标。它们都在 0.6 以上，反映了模型的高准确率(可以描述为高于 60%)。

Table 5: Four Criterias for Evaluating Model

Precision score	Recall score	F1 score	Accuracy score
0.6762	0.6556	0.6634	0.6556

混淆矩阵(图 15(a))表明，“容易”和“中等”的分类很好，但“硬”的分类相对较弱。

ROC 曲线(图 15(b))表示三种类型的平均曲线。ROC 曲线越接近左上角，其灵敏度越高，误诊率越低，因此该模型具有较好的预测性能。



(a) Confusion Matrix of the Model　　(b) ROC Curve of the Model

图 15:加权性能的分类图

7 任务 4:其他有趣的发现

7.1 人脑与机器学习的根本差异

正如文献综述中提到的，有一种由决策树算法开发的最优策略，其中唯一影响每个单词使用的尝试次数的是树中的单词深度。然而，当我们分析报告结果的百分比分布时(图 16)，我们发现 Depth 与 wintt 数据集之间的相关性非常低，甚至小于 charNum 与 w t 之间的相关性。

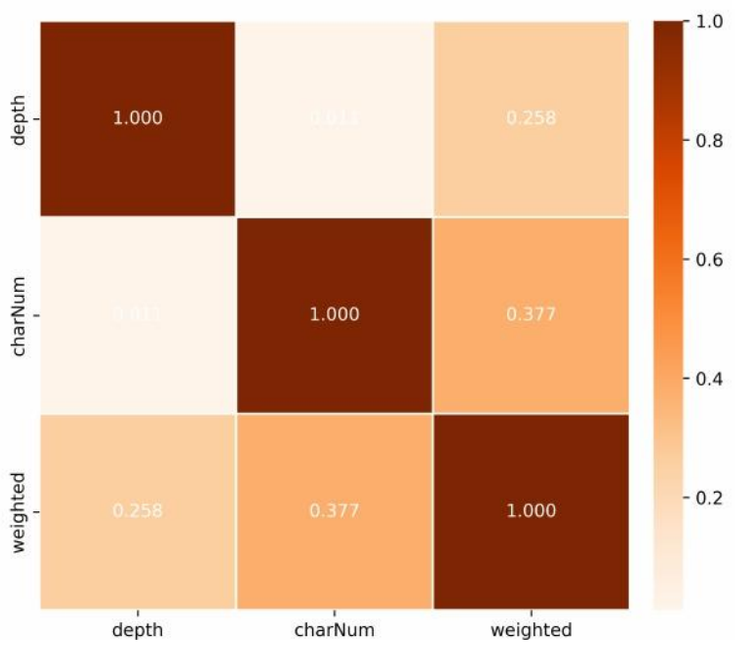


图 16:wt、CharNum 和 Depth 之间的相关性热图

这表明深度特征对《世界大战》玩家的表现贡献不大。

这种不相关性表明，当人们玩《世界大战》时，他们不太可能借助机器开发的最佳策略来解决谜题。相反，人类有自己的策略和思维来处理谜题。给定的数据说明了机器“思维”和人类思维的区别，这是一个可以进一步研究的发人深省的方面。

7.2 其他有趣的特性

随着时间的推移，玩家在这个问题上的表现几乎没有提高。这是一个反直觉的特征。因为从直觉上来说，游戏发布的时间越长，游戏玩家对游戏的理解和表现就越好。可能是样本数据不足的问题造成的。

假期也会在一定程度上影响球员上报的分数和表现。例如，在圣诞节当天，无论是报告结果的数量还是硬模式的数量，都明显低于相邻日子的数据。

我们估计，在硬模式下的百分比与第 4 章中单词的属性没有相关性。但是从图 17 可以看出，未来难模式的百分比有持续增长的趋势。

图 17:难度模式百分比

根据这些信息，我们可以推测，难度模式的百分比与时间有关，受玩家对游戏机制熟悉程度的影响。随着时间的增加，玩家的难度往往会越来越高。

图 18 显示了(1,2,3,4,5,6,X)百分比分布的散点图，黄色的点表示 4 次尝试的百分比，总是在图的顶部。无论单词的时间和难度如何变化，最大占用的尝试次数总是 4 次。验证了最优决策树的平均最优解为 4 的结论。

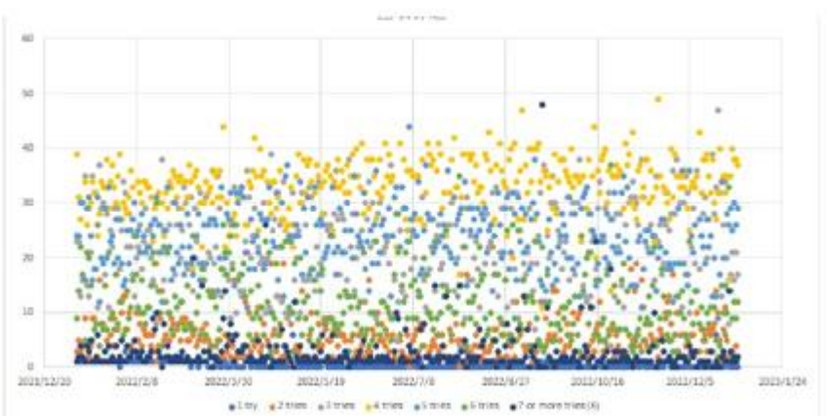


图 18:The Scatter Diagram of Distribution in performance

8 强项和弱项

8.1 优势

我们使用的模型(LSTM 神经网络)比经典方法(如 ARIMA)具有更高的精度和更好的性能。此外，它既可以处理单个数据点，也可以处理整个数据序列，这使得它适合处理具有时间序列的数据集，并处理任务 1 中的主要问题。

我们在 task 2 和 task 3 中得出的结果是完美匹配的，这表明我们的模型具有很高的准确性和高度的置信度。更具体地说，任务 2 的结果表明，人们在处理世界上的“EERIE”时表现不佳。同时，任务 3 的结果显示，“EERIE”是“hard”标签中的一个难词。

8.2 缺点

没有考虑特殊日子(如假期或 MCM 比赛)的影响。

数据由玩家报告的推文收集，可能存在信息差距并影响最终的预期结果。

由于样本给出的百分比数据是四舍五入的，当我们将数据代入模型时，可能会出现数据之间的精度误差，并且表现中的百分比总数可能不是 100。SVM 分类模型在识别“硬”词方面很弱。

References

[1] Hochreiter, S., & Schmidhuber, J. (1997). Long short-term memory. Neural Computation, 9(8), 17351780. https://doi.org/10.1162/neco.1997.9.8.1735

[2] Siami-Namini, S., Tavakoli, N., & Siami Namin, A. (2018). A comparison of Arima and LSTM in forecasting time series. 2018 17th IEEE International Conference on Machine Learning and Applications (ICMLA). https://doi.org/10.1109/icmla.2018.00227

[3] Poirrier, L. (2022, January 23). Laurent's Notes. Mathematical optimization over Wordle decision trees – Laurent's notes. Retrieved February 18, 2023, from https://www.poirrier.ca/notes/wordle/#decision-trees

[4] Selby, A. (2022, January 19). The best strategies for wordle. The best strategies for Wordle - Things (various). Retrieved February 18, 2023, from https://sonorouschocolate.com/notes/index.php?title=The_best_strategies_for_Wordle

[5] Olah, C. (2015, August 27). Understanding LSTM networks. Understanding LSTM Networks – colah's blog. Retrieved February 19, 2023, from http://colah.github.io/posts/2015-08-Understanding-LSTMs/

[6] Corpora collection. Download Corpora English. (n.d.). Retrieved February 18, 2023, from https://wortschatz.uni-leipzig.de/en/download/English

[7] University Communications | University of Notre Dame. (1970, February 23). University of Notre Dame. Retrieved February 18, 2023, from https://www.nd.edu/