

ACM 竞赛

常用算法模板(系列一)

目 录

三角形面积计算.....	3
字典树模板.....	4
求线段所在直线.....	6
求外接圆.....	7
求内接圆.....	8
判断点是否在直线上.....	9
简单多边形面积计算公式.....	10
stein 算法求最大共约数	10
最长递增子序列模板—— $O(n \log n)$ 算法实现).....	11
判断图中同一直线的点的最大数量.....	12
公因数和公倍数.....	13
已知先序中序求后序.....	14
深度优先搜索模板.....	15
匈牙利算法——二部图匹配 BFS 实现.....	17
带输出路径的 prime 算法	19
prime 模板	20
kruskal 模板.....	21
dijkstra.....	23
并查集模板.....	24
高精度模板.....	26

三角形面积计算

```
//已知三条边和外接圆半径，公式为  $s = a*b*c/(4*R)$ 
double GetArea(double a, double b, double c, double R)
{
return a*b*c/4/R;
}

//已知三条边和内接圆半径，公式为  $s = pr$ 
double GetArea(double a, double b, double c, double r)
{
return r*(a+b+c)/2;
}

//已知三角形三条边，求面积
double GetArea(double a, double b, double c)
{
double p = (a+b+c)/2;
return sqrt(p*(p-a)*(p-b)*(p-c));
}

//已知道三角形三个顶点的坐标

struct Point
{
double x, y;
Point(double a = 0, double b = 0)
{
x = a; y = b;
}
};

double GetArea(Point p1, Point p2, Point p3)
{
double t =
-p2.x*p1.y+p3.x*p1.y+p1.x*p2.y-p3.x*p2.y-p1.x*p3.y+p2.x*p3.y;
if(t < 0) t = -t;
return t/2;
}
```

字典树模板

```
#include <stdio.h>
#include <string.h>
#include <memory.h>

#define BASE_LETTER 'a'
#define MAX_TREE 35000
#define MAX_BRANCH 26

struct
{
    int next[MAX_BRANCH]; //记录分支的位置
    int c[MAX_BRANCH]; //查看分支的个数

    int flag; //是否存在以该结点为终止结点的东东，可以更改为任意的
    属性
} trie[MAX_TREE];

int now;

void init()
{
    now = 0;
    memset(&trie[now], 0, sizeof(trie[now]));
    now ++;
}

int add ()
{
    memset(&trie[now], 0, sizeof(trie[now]));
    return now++;
}

int insert( char *str)
{
    int pre = 0, addr;
    while( *str != 0 )
    {
        addr = *str - BASE_LETTER;
        if( !trie[pre].next[addr] )
            trie[pre].next[addr] = add();
    }
}
```

```

        trie[pre].c[addr]++;
        pre = trie[pre].next[addr];
        str ++;
    }

    trie[pre].flag = 1;

    return pre;
}

int search( char *str )
{

    int pre = 0, addr;
    while( *str != 0 )
    {
        addr = *str - BASE_LETTER;
        if ( !trie[pre].next[addr] )
            return 0;
        pre = trie[pre].next[addr];
        str ++;
    }
    if( !trie[pre].flag )
        return 0;

    return pre;
}

```

pku2001 题，源代码：

```

void check( char *str )
{
    int pre = 0, addr;
    while(*str != 0)
    {
        addr = *str - BASE_LETTER;
        if( trie[pre].c[addr] == 1)
        {
            printf("%c\n", *str);
            return;
        }

        printf("%c", *str);
        pre = trie[pre].next[addr];
    }
}

```

```

                str ++;
    }
    printf("\n");
}

char input[1001][25];

int main()
{
    int i = 0, j;
    init();
    while(scanf("%s", input[i]) != EOF)
    {
        getchar();
        insert(input[i]);
        i++;
    }

    for(j = 0; j < i; j ++)
    {
        printf("%s ", input[j]);
        check(input[j]);
    }
    return 0;
}

```

求线段所在直线

```

//*****线段所在的直线
struct Line
{
    double a, b, c;
};
struct Point
{
    double x, y;
}
Line GetLine(Point p1, Point p2)
{
    //ax+by+c = 0 返回直线的参数
    Line line;
    line.a = p2.y - p1.y;
    line.b = p1.x - p2.x;
    line.c = p2.x*p1.y - p1.x*p2.y;
}

```

```
return line;
}
```

求外接圆

//*****已知三角形三个顶点坐标，求外接圆的半径和坐标

```
struct Point
{
double x, y;
Point(double a = 0, double b = 0)
{
    x = a; y = b;
}
};
struct TCircle
{
double r;
Point p;
}

double distance(Point p1, Point p2)
{
return sqrt((x1-x2)*(x1-x2) + (y1-y2)*(y1-y2));
}
double GetArea(double a, double b, double c)
{
double p = (a+b+c)/2;
return sqrt(p*(p-a)*(p-b)*(p-c));
}
TCircle GetTCircle(Point p1, Point p2, Point p3)
{
double a, b, c;
double xa, ya, xb, yb, xc, yc, c1, c2;
TCircle tc;

a = distance(p1, p2);
b = distance(p2, p3);
c = distance(p3, p1);

//求半径
tc.r = a*b*c/4/GetArea(a, b, c);
```

```

//求坐标
xa = p1.x; ya = p1.b;
xb = p2.x; yb = p2.b;
xc = p3.x; yc = p3.b;

c1 = (xa*xa + ya*ya - xb*xb - yb*yb)/2;
c2 = (xa*xa + ya*ya - xc*xc - yc*yc)/2;

tc.p.x = (c1*(ya-yc) - c2*(ya-yb))/((xa-xb)*(ya-yc) - (xa-xc)*(ya-yb));
tc.p.y = (c1*(xa-xc) - c2*(xa-xb))/((ya-yb)*(xa-xc) - (ya-yc)*(xa-xb));

return tc;
}

```

求内接圆

```

struct Point
{
double x, y;
Point(double a = 0, double b = 0)
{
    x = a; y = b;
}
};

struct TCircle
{
double r;
Point p;
}

double distance(Point p1, Point p2)
{
return sqrt((x1-x2)*(x1-x2) + (y1-y2)*(y1-y2));
}

double GetArea(double a, double b, double c)
{
double p = (a+b+c)/2;
return sqrt(p*(p-a)*(p-b)*(p-c));
}

TCircle GetTCircle(Point p1, Point p2, Point p3)
{
double a, b, c;
double xa, ya, xb, yb, xc, yc, c1, c2, f1, f2;
double A, B, C;

```



```

TCircle tc;

a = distance(p1, p2);
b = distance(p3, p2);
c = distance(p3, p1);

//求半径
tc.r = 2*GetArea(a, b, c)/(a+b+c);

//求坐标
A = acos((b*b+c*c-a*a)/(2*b*c));
B = acos((a*a+c*c-b*b)/(2*a*c));
C = acos((a*a+b*b-c*c)/(2*a*b));

p = sin(A/2); p2 = sin(B/2); p3 = sin(C/2);

xb = p1.x; yb = p1.b;
xc = p2.x; yc = p2.b;
xa = p3.x; ya = p3.b;

f1 = ( (tc.r/p2)*(tc.r/p2) - (tc.r/p)*(tc.r/p) + xa*xa - xb*xb + ya*ya
- yb*yb)/2;
f2 = ( (tc.r/p3)*(tc.r/p3) - (tc.r/p)*(tc.r/p) + xa*xa - xc*xc + ya*ya
- yc*yc)/2;

tc.p.x = (f1*(ya-yc) - f2*(ya-yb))/((xa-xb)*(ya-yc)-(xa-xc)*(ya-yb));
tc.p.y = (f1*(xa-xc) - f2*(xa-xb))/((ya-yb)*(xa-xc)-(ya-yc)*(xa-xb));

return tc;
}

```

判断点是否在直线上

```

//*****判断点是否在直线上*****
//判断点 p 是否在直线[p1,p2]
struct Point
{
double x,y;
};
bool isPointOnSegment(Point p1, Point p2, Point p0)
{
//叉积是否为 0, 判断是否在同一直线上
if((p1.x-p0.x)*(p2.y-p0.y)-(p2.x-p0.x)*(p1.y-p0.y) != 0)
return false;
}

```

```

//判断是否在线段上
if((p0.x > p1.x && p0.x > p2.x) || (p0.x < p1.x && p0.x < p2.x))
    return false;
if((p0.y > p1.y && p0.y > p2.y) || (p0.y < p1.y && p0.y < p2.y))
    return false;
return true;
}

```

简单多边形面积计算公式

```

struct Point
{
    double x, y;
    Point(double a = 0, double b = 0)
    {
        x = a; y = b;
    }
};

Point pp[10];

double GetArea(Point *pp, int n)
{//n 为点的个数，pp 中记录的是点的坐标

    int i = 1;
    double t = 0;

    for(; i <= n-1; i++)
        t += pp[i-1].x*pp[i].y - pp[i].x*pp[i-1].y;
    t += pp[n-1].x*pp[0].y - pp[0].x*pp[n-1].y;

    if(t < 0) t = -t;
    return t/2;
}

```

stein 算法求最大共约数

```

int gcd(int a, int b)
{
    if (a == 0) return b;
    if (b == 0) return a;
    if (a % 2 == 0 && b % 2 == 0) return 2 * gcd(a/2, b/2);
}

```

```

else if (a % 2 == 0) return gcd(a/2,b);
else if (b % 2 == 0) return gcd(a,b/2);
else return gcd(abs(a-b),min(a,b));
}

```

最长递增子序列模板—— $O(n \log n)$ 算法实现)

```

#include <stdio.h>

#define MAX 40000
int array[MAX], B[MAX];

int main()
{
    int count, i, n, left, mid, right, Blen=0, num;
    scanf("%d", &count); //case 的个数

    while(count--)
    {
        scanf("%d", &n); //每组成员的数量
        Blen = 0;
        for(i=1; i<=n; i++)
            scanf("%d", &array[i]); //读入每个成员

        for(i=1; i<=n; i++)
        {
            num = array[i];
            left = 1;
            right = Blen;
            while(left<=right)
            {
                mid = (left+right)/2;
                if(B[mid]<num)
                    left = mid+1;
                else
                    right = mid-1;
            }

            B[left] = num;
            if(Blen<left)
                Blen++;
        }
        printf("%d\n", Blen); //输出结果
    }
}

```

```

return 1;
}

```

判断图中同一直线的点的最大数量

```

#include <iostream>
#include <cstdio>
#include <memory>
using namespace std;

#define MAX 1010 //最大点的个数
struct point
{
    int x,y;
} num[MAX];
int used[MAX][MAX*2]; //条件中点的左边不会大于 1000, just equal MAX
int countN[MAX][MAX*2];

#define abs(a) (a>0?a:(-a))
int GCD(int x, int y)
{
    int temp;
    if(x < y)
    {
        temp = x; x = y; y = temp;
    }
    while(y != 0)
    {
        temp = y;
        y = x % y;
        x = temp;
    }
    return x;
}

int main()
{
    int n,i,j;
    int a,b,d,ans;
    while(scanf("%d", &n)==1)
    {
        //inite
        ans = 1;

```

```

memset(used, 0, sizeof(used));
memset(countN, 0, sizeof(countN));

//read
for(i = 0; i < n; i++)
    scanf("%d%d", &num[i].x, &num[i].y);

for(i = 0; i < n-1; i++)
{
    for(j = i+1; j < n; j++)
    {
        b = num[j].y-num[i].y;
        a = num[j].x-num[i].x;
        if(a < 0) //这样可以让 (2, 3) (-2, -3) 等价
            {a = -a; b = -b;}
        d = GCD(a, abs(b));
        a /= d;
        b /= d; b += 1000; //条件中点的左边不会大于 1000
        if(used[a][b] != i+1)
        {
            used[a][b] = i+1;
            countN[a][b] = 1;
        }
        else
        {
            countN[a][b]++;
            if(countN[a][b] > ans)
                ans = countN[a][b];
        }
    } //for
} //for
printf("%d\n", ans+1);
}
return 0;
}

```

公因数和公倍数

```

int GCD(int x, int y)
{
    int temp;
    if(x < y)
    {
        temp = x; x = y; y = temp;
    }
}

```

```

}
while(y != 0)
{
    temp = y;
    y = x % y;
    x = temp;
}
return x;
}

int beishu(int x, int y)
{
return x * y / GCD(x, y);
}

```

已知先序中序求后序

```

#include <iostream>
#include <string>
using namespace std;

string post;
void fun(string pre, string mid)
{
    if(pre == "" || mid == "") return;
    int i = mid.find(pre[0]);
    fun(pre.substr(1, i), mid.substr(0, i));
    fun(pre.substr(i+1, (int)pre.length()-i-1), mid.substr(i+1,
        (int)mid.length()-i-1));
    post += pre[0];
}

int main()
{
    string pre, mid;
    while(cin >> pre)
    {
        cin >> mid;
        post.erase();
        fun(pre, mid);
        cout << post << endl;
    }
    return 0;
}

```

深度优先搜索模板

```
int t; //t 用来标识要搜索的元素
int count; //count 用来标识搜索元素的个数
int data[m][n]; //data 用来存储数据的数组

//注意，数组默认是按照 1……n 存储，即没有第 0 行

//下面是 4 个方向的搜索，
void search(int x, int y)
{
    data[x][y] = *; //搜索过进行标记
    if(x-1 >= 1 && data[x-1][y] == t)
    {
        count++;
        search(x-1, y);
    }
    if(x+1 <= n && data[x+1][y] == t)
    {
        count++;
        search(x+1, y);
    }
    if(y-1 >= 1 && data[x][y-1] == t)
    {
        count++;
        search(x, y-1);
    }
    if(y+1 <= n && data[x][y+1] == t)
    {
        count++;
        search(x, y+1);
    }
}

//下面是 8 个方向的搜索
void search(int x, int y)
{
    data[x][y] = *; //搜索过进行标记
    if(x-1 >= 1)
    {
        if(data[x-1][y] == t)
        {
            count++;
            search(x-1, y);
        }
    }
}
```

```

    }
    if(y-1 >= 1 && data[x-1][y-1] == t)
    {
        count++;
        search(x-1, y-1);
    }
    if(y+1 <= n && data[x-1][y+1] == t)
    {
        count++;
        search(x-1, y+1);
    }
}
if(x+1 <= n)
{
    if(data[x+1][y] == t)
    {
        count++;
        search(x+1, y);
    }
    if(y-1 >= 1 && data[x+1][y-1] == t)
    {
        count++;
        search(x+1, y-1);
    }
    if(y+1 <= n && data[x+1][y+1] == t)
    {
        count++;
        search(x+1, y+1);
    }
}
if(y-1 >= 1 && data[x][y-1] == t)
{
    count++;
    search(x, y-1);
}
if(y+1 <= n && data[x][y+1] == t)
{
    count++;
    search(x, y+1);
}
}

```


匈牙利算法——二部图匹配 BFS 实现

```
//匈牙利算法实现
#define MAX 310 //二部图一侧顶点的最大个数
int n,m; //二分图的两个集合分别含有 n 和 m 个元素。

bool map[MAX][MAX]; //map 存储邻接矩阵。

int Bipartite()
{
    int i, j, x, ans; //n 为最大匹配数

    int q[MAX], prev[MAX], qs, qe;
    //q 是 BFS 用的队列, prev 是用来记录交错链的, 同时也用来记录右边的点是否被找过

    int vm1[MAX], vm2[MAX];
    //vm1, vm2 分别表示两边的点与另一边的哪个点相匹配

    ans = 0;
    memset(vm1, -1, sizeof(vm1));
    memset(vm2, -1, sizeof(vm2)); //初始化所有点为未被匹配的状态

    for( i = 0; i < n; i++ )
    {
        if(vm1[i] != -1)continue; //对于左边每一个未被匹配的点进行一次 BFS 找交错链

        for( j = 0; j < m; j++ ) prev[j] = -2; //每次 BFS 时初始化右边的点

        qs = qe = 0; //初始化 BFS 的队列

        //下面这部分代码从初始的那个点开始, 先把它能找到的右边的点放入队列
        for( j = 0; j < m; j++ )
        {
            if( map[i][j] )
            {
                prev[j] = -1;
                q[qe++] = j;
            }
        }
    }
}
```

```

    }

    while( qs < qe )
    { //BFS
        x = q[qs];
        if( vm2[x] == -1 ) break;
        //如果找到一个未被匹配的边，则结束，找到了一条
交错链

        qs++;
        //下面这部分是扩展结点的代码
        for( j = 0; j < m; j++ )
        {
            if( prev[j] == -2 && map[vm2[x]][j] )
            {
                //如果该右边点是一个已经被匹配的边，则 vm2[x]是与该点相匹配
的左边点
                //从该左边点出发，寻找其他可以找到的右边点
                prev[j] = x;
                q[qe++] = j;
            }
        }

        if( qs == qe ) continue; //没有找到交错链

        //更改交错链上匹配状态
        while( prev[x] > -1 )
        {
            vm1[vm2[prev[x]]] = x;
            vm2[x] = vm2[prev[x]];
            x = prev[x];
        }
        vm2[x] = i;
        vm1[i] = x;

        //匹配的边数加一
        ans++;
    }
    return ans;
}

```

带输出路径的 **prime** 算法

```
#include <iostream>
#include <memory>
using namespace std;

const int MAX = 110;
int data[MAX][MAX];
int lowcost[MAX];
int adjvex[MAX];

int main()
{
    int n;
    cin >> n;
    int i, j;

    for(i = 0 ;i < n; i++)
        for(j = 0; j < n; j++)
            cin >> data[i][j];

    //prim
    for(i = 1; i < n; i++)
    {
        lowcost[i] = data[0][i];
        adjvex[i] = 0;
    }
    for(i = 1; i < n; i++)
    {
        int min = 1<<25, choose;
        for(j = 1; j < n; j++)
        {
            if(lowcost[j] && lowcost[j] < min)
            {
                min = lowcost[j];
                choose = j;
            }
        }
        printf("<%d %d> %d\n", adjvex[choose]+1, choose+1,
lowcost[choose]);
        lowcost[j] = 0;

        for(j = 1; j < n; j++)
        {
```

```

        if(lowcost[j] && lowcost[j] > data[choose][j])
        {
            lowcost[j] = data[choose][j];
            adjvex[j] = choose;
        }
    }
}
return 0;
}

```

prime 模板

```

#include <iostream>
#include <memory>
#include <cmath>
using namespace std;

int const MAX = 110;
int dis[MAX][MAX];
int lowcost[MAX];

int main()
{
    int n;
    int i, j;

    while(cin >> n)
    {
        for(i = 0; i < n; i++)
            for(j = 0; j < n; j++)
                cin >> dis[i][j];

        //下面是 prim 算法部分，ans 是计算所有路径的和
        lowcost[0] = 0;
        for(i = 1; i < n; i++)
            lowcost[i] = dis[0][i];

        int ans = 0;
        for(i = 1; i < n; i++)
        {
            double min = (1<<30);
            int choose;
            for(j = 1; j < n; j++)
            {

```

```

        if(lowcost[j] != 0 && lowcost[j] < min)
        {
            min = lowcost[j];
            choose = j;
        }
    }

    ans += lowcost[choose];
    lowcost[choose] = 0;
    for(j = 1; j < n; j++)
    {
        if(lowcost[j] != 0 && lowcost[j] > dis[choose][j])
            lowcost[j] = dis[choose][j];
    }
}
cout << ans << endl;
}
return 0;
}

```

kruskal 模板

```

#include <iostream>
#include <memory>
#include <algorithm>
using namespace std;

const int MAX = 1010; //节点个数
const int MAXEDGE = 15010; //边个数
bool used[MAXEDGE]; //标记边是否用过

struct node
{
    int begin, end, dis;
}data[MAXEDGE];

class UFSet
{
private:
    int parent[MAX+1];
    int size;
public:
    UFSet(int s = MAX);
    int Find(int x);

```

```

void Union(int root1, int root2);
};

UFS::UFS(int s)
{
    size = s+1;
    memset(parent, -1, sizeof(int)*size);
}
void UFS::Union(int root1, int root2)
{
    int temp = parent[root1] + parent[root2];
    if(parent[root1] <= parent[root2])
    {
        parent[root2] = root1;
        parent[root1] = temp;
    }
    else
    {
        parent[root1] = root2;
        parent[root2] = temp;
    }
}
int UFS::Find(int x)
{
    int p = x;
    while(parent[p] > 0)
        p = parent[p];

    int t = x;
    while(t != p)
    {
        t = parent[x];
        parent[x] = p;
        x = t;
    }
    return p;
}

bool cmp(node a, node b)
{
    return (a.dis < b.dis);
}
int main()
{
    int n, m;

```

```

scanf("%d%d", &n, &m);
int i, j;

for(i = 0; i < m; i++)
    scanf("%d%d%d", &data[i].begin, &data[i].end, &data[i].dis);

//最小生成树
UFSet ufs(n);
sort(data, data+m, cmp);

int root1, root2;
int total = 0;
for(i = 0; i < m; i++)
{
    root1 = ufs.Find(data[i].begin);
    root2 = ufs.Find(data[i].end);
    if(root1 == root2) continue;
    ufs.Union(root1, root2);
    used[i] = true;
    total++;
    if(total == n-1) break;
}
printf("%d\n%d\n", data[i].dis, n-1);
for(j = 0; j <= i; j++)
    if(used[j])
        printf("%d %d\n", data[j].begin, data[j].end);

return 0;
}

```

dijsktra

```

#include <iostream>
#include <memory>
using namespace std;

const int maxint = 9999999;
const int maxn = 1010;

int data[maxn][maxn], lowcost[maxn]; //data 存放点点之间的距离, lowcost
存放点到 start 的距离, 从 0 开始存放
bool used[maxn]; //标记点是否被选中
int n; //顶点的个数

```

```

void disktra(int start)//初始点是 start 的 dij 算法
{
    int i,j;

    memset(used, 0, sizeof(used));

    //inite
    for(i = 0; i < n; i++)
        lowcost[i] = data[start][i];

    used[start] = true;
    lowcost[start] = 0;

    for(i = 0; i < n-1; i++)
    {
        //choose min
        int tempmin = maxint;
        int choose;
        for(j = 0; j < n; j++)
        {
            if(!used[j] && tempmin > lowcost[j])
            {
                choose = j;
                tempmin = lowcost[j];
            }
        }
        used[choose] = true;

        //update others
        for(j = 0; j < n; j++)
        {
            if(!used[j] && data[choose][j] < maxint &&
lowcost[choose]+data[choose][j] < lowcost[j])
                lowcost[j] = lowcost[choose]+data[choose][j];
        }
    }
}

```

并查集模板

```

#include <iostream>
#include <memory>
using namespace std;

```



```

const int MAX = 5005;

class UFSet
{
private:
int parent[MAX+1];
int size;
public:
UFSet(int s = MAX); //初始化
void Union(int root1, int root2); //合并, 注意参数为根节点
int Find(int i ); //返回根节点
int SetNum(); //返回集合的个数
};

UFSet::UFSet(int s)
{
size = s+1;
memset(parent, -1, sizeof(int)*size );
}

void UFSet::Union( int root1, int root2)
{
int temp = parent[root1]+parent[root2];
if(parent[root1]<parent[root2])
{
parent[root2]=root1;
parent[root1]=temp;
}
else
{
parent[root1]=root2;
parent[root2]=temp;
}
}

int UFSet::Find(int i)
{
int j;
for(j = i; parent[j]>=0; j = parent[j]);

while(i!=j)
{
int temp = parent[i];
parent[i] = j; i = temp;
}
return j;
}

```

```

}
int UFSet::SetNum()
{
int totalNum = 0, i;
for(i = 0; i < size; i++)
    if(parent[i] < 0)
        totalNum++;
return totalNum;
}

```

高精度模板

```

#include <string>
#include <algorithm>
using namespace std;

// ----- 非负数计算部分: f1~f14
-----

string operator+(string x, string y); // x、y 都必须非负
string operator-(string x, string y); // x、y 都必须非负（结果可能为负）
string operator*(string x, string y); // x、y 非负
string operator*(string s, int a); // s, a 非负, 且 a 必须小于  $2 \times 10^8$ .

string MSDiv(string x, int y, int &res); // 多精度除以 int, x 非负, y
为正
string operator/(string s, int a); // 调用 MSDiv
int operator%(string s, int a); // 调用 MSDiv
string MMDiv(string x, string y, string &res); // 多精度除以多精度, x
非负, y 为正
string operator/(string x, string y); // 调用 MMDiv
string operator%(string x, string y); // 调用 MMDiv

string HPower(string s, int a); // s, a 必须非负!
string HSqrt(string s); // 开平方取整, s 非负!

string Head_zero_remover(string num); // 除了开头可能有'0'外, num 必须
是非负数。
bool Less(string x, string y); // 非负数之间的“小于”

// ----- 以下是负数支持: f15~f19
-----

string operator-(string s); // 取负
string SAdd(string x, string y);
string SMinus(string x, string y);

```

```

string SMul(string x, string y);
string SMul(string s, int a); // 同样, a 的绝对值不能超过  $2 \times 10^8$ 

// ----- f1 () -----
string operator+(string x, string y)
{
    if(x.size() < y.size()) // 预处理, 保证 x 的实际长度  $\geq$  y
        x.swap(y);
    y.insert(y.begin(), x.size()-y.size(), '0'); // y 开头补 0 到和 x 一样长

    string sum(x.size(), -1); // 初始大小: x.size()

    int carry=0;
    for(int i=x.size()-1; i >= 0; --i)
    {
        carry += x[i]+y[i]-2*'0';
        sum[i] = carry%10+'0';
        carry /= 10;
    }

    if(carry > 0) // 还有进位 1
        return string("1") += sum; // 给开头添加一个 "1"
    return sum;
}

// ----- f2 (need: f13, f14) -----
string operator-(string x, string y)
{
    bool neg = false; // 结果为负标志
    if(Less(x, y))
    {
        x.swap(y); // 如果  $x < y$ , 交换
        neg = true; // 结果标记为负
    }
    string diff(x.size(), -1); // 差(结果)

    y.insert(y.begin(), x.size()-y.size(), '0');

    int carry=0;
    for(int i=x.size()-1; i >= 0; --i)
    if(x[i] >= y[i]+carry) // 本位够减
    {
        diff[i] = x[i]-y[i]-carry+'0';
        carry = 0;
    }

```

```

}
else // 需要借位
{
    diff[i] = 10+x[i]-y[i]-carry+'0';
    carry=1;
}

if(neg)
return string("-") += Head_zero_remover(diff);

return Head_zero_remover(diff);
}

// ----- f3 (need f1, f4) -----
string operator*(string x, string y)
{
    string prod="0"; //初值: 0
    for(int i=y.size()-1; i >= 0; --i)
    {
        string p_sum = x * (y[i]-'0'); // p_sum: 部分积
        if(p_sum != "0") // 保证后面加 0 后也符合 UAdd 的要求!
            p_sum.insert(p_sum.end(), y.size()-1-i, '0');
        prod = prod + p_sum;
    }
    return prod;
}

// ----- f4 () -----
string operator*(string s, int a)
{
    if(s == "0" || a == 0) // 以免后面特殊处理!
        return "0";

    string prod(s.size(), -1); // 先申请 s.size() 位

    int carry=0;
    for(int i=s.size()-1; i >= 0; --i)
    {
        carry += (s[i]-'0')*a;
        prod[i] = carry%10+'0';
        carry /= 10;
    }
    while(carry>0)

```

```

{
prod.insert(prod.begin(), carry%10+'0');
carry /= 10;
}

```

```

return prod;
}

```

```

// ----- f5 (need f13) -----
string MSDiv(string x, int y, int &res)
{
string quot(x.size(), 0);

res=0;
for(int i=0; i<x.size(); ++i)
{
res = 10*res+x[i]-'0';
quot[i] = res/y+'0'; // 整除结果为商
res %= y; // 取余保留
}
return Head_zero_removal(quot);
}

```

```

// ----- f6 (need f5, f13) -----
string operator/(string s, int a)
{
int res;
return MSDiv(s, a, res);
}

```

```

// ----- f7 (need f5, f13) -----
int operator%(string s, int a)
{
int res;
MSDiv(s, a, res);
return Head_zero_removal(res);
}

```

```

// ----- f8 (need f2, f13, f14) -----
string MMDiv(string x, string y, string &res)
{

```

```

string quot(x.size(), '0'); // 初始化成全'0'

res = ""; // 初始为空，每次下移一个字符
for(int i=0; i<x.size(); ++i)
{
    res += x[i]; // 等价 res = res*10+x[i]; (注意：不是加)
    while( ! Less(res, y)) // 余数大于等于除数时...
    {
        res = res - y; // 余数减去除数
        ++quot[i]; // 商对应位加 1
    }
}
return Head_zero_removal(quot);
}

// ----- f9 (need f2, f8, f13, f14)
-----
string operator/(string x, string y)
{
    return MMDiv(x, y, string());
}

// ----- f10 (need f2, f8, f13, f14)
-----
string operator%(string x, string y)
{
    string res;
    MMDiv(x, y, res);
    return res;
}

// ----- f11 (need f1, f3, f4) -----
string HPower(string s, int a) // 最多做 2*ln(a) 次大数乘法
{
    string power="1";
    while(a>0)
    {
        if(a%2 == 1)
            power = power * s;
        a /= 2;
        s = s * s;
    }
}

```

```

return power;
}

// ----- f12 (need f2, f4, f13, f14)
-----

string HSqrt(string s) // 手工开平方。若要返回余数，return 前的 res 就是！
{
    string sqroot((s.size()+1)/2, -1);

    string res = s.substr(0, 2-s.size()%2); // 奇位取前 1，偶位取前 2
    string div="0"; // 占一位置
    for(int i=0; i<sqroot.size(); ++i)
    {
        for(int quot=9; ; --quot)
        {
            div[div.size()-1] = quot+'0'; // 末位试商，从'9'到'0'
            string p_prod = div*quot;
            if( ! Less(res, p_prod) ) // p_prod <= res
            {
                sqroot[i] = quot+'0'; // 将结果追加！
                div = sqroot.substr(0, i+1)*20;
                res = res - p_prod;

                string next2 = s.substr((i+1)*2-s.size()%2, 2);
                if(res == "0")
                    res = next2; // 取后 2 位
                else
                    res += next2; // 下移 2 位，追加；即 res = res*100+next2
                break;
            }
        }
    }
    return sqroot;
}

// ----- f13 () -----
bool Less(string x, string y)
{
    return x.size()<y.size() || x.size() == y.size() && x < y;
}

// ----- f14 () -----

```

```

string Head_zero_remover(string num) // 化简“003”等数
{
    if(num[0] != '0')
        return num;
    int pos=num.find_first_not_of('0');
    if(pos == string::npos) // 全0
        return "0";
    return num.substr(pos, num.size()-pos);
}

////////////////////////////////////
////////////////////////////////////
//                               以下是负数支持!
////////////////////////////////////
////////////////////////////////////

// ----- f15 () -----
string operator-(string s)
{
    if(s[0] == '-')
        return s.substr(1, s.size()-1);
    if(s == "0")
        return "0";
    return string("-") += s;
}

// ----- f16 (need f1, f2, f13, f14, f15) -----
string SAdd(string x, string y)
{
    if(x[0] == '-' && y[0] == '-')
        return -(-x + -y);
    if(x[0] == '-')
        return y - x;
    if(y[0] == '-')
        return x - y;
    return x + y;
}

// ----- f17 (need f1, f2, f13, f14, f15) -----
string SMinus(string x, string y)
{
    if(x[0] == '-' && y[0] == '-')

```



```

return -y - -x;
if(x[0] == '-')
return -(-x + y);
if(y[0] == '-')
return x + -y;
return x - y;
}

```

```

// ----- f18 (need f1, f3, f4, f15)
-----

```

```

string SMul(string x, string y)
{
if(x[0] == '-' && y[0] == '-')
return (-x)*(-y);
if(x[0] == '-')
return -((-x)*y);
if(y[0] == '-')
return -(x*(-y));
return x * y;
}

```

```

// ----- f19 (need f4, f15)-----

```

```

string SMul(string s, int a)
{
if(s[0] == '-' && a<0)
return (-s)*(-a);
if(s[0] == '-')
return -((-s)*a);
if(a<0)
return -(s*(-a));
return s * a;
}

```