
ACM Template

BJTU_SpaceAce

Last build at October 14, 2015

Contents

1	基础	2
1.1	头文件	2
1.2	二进制	2
1.3	稀疏矩阵乘法	2
2	图论	3
2.1	2-SAT	3
2.2	哈密尔顿回路	4
2.3	欧拉回路	5
2.4	DINIC	5
2.5	费用流	7
2.6	最小路径覆盖最小点覆盖最大独立集	8
2.6.1	定义	8
2.6.2	算法	8
2.6.3	其他问题	8
2.7	匈牙利算法	9
3	数据结构	9
3.1	LCA	9
3.2	RMQ	10
3.3	树链剖分	10
3.4	区间第 k 大	12
3.5	二维线段树	15
3.5.1	点修改区间查询	15
4	字符串	17
4.1	KMP	17
4.2	RKHash	18
4.3	Manacher	18
4.4	SA	19
4.5	最小表示法	20
5	数论	20
5.1	欧拉函数	20
5.2	线性逆元	21
5.3	高阶等差数列	21
6	数表	22
6.1	数据范围	22
6.2	时间复杂度	22

1 基础

1.1 头文件

```

1  #include <iostream>
2  #include <cstdio>
3  #include <cstring>
4  #include <set>
5  #include <map>
6  #include <vector>
7  #include <queue>
8  #include <algorithm>
9  #include <cmath>
10 #include <sstream>
11 #include <fstream>
12 using namespace std;
13 #define LL long long
14 #define u32 unsigned int
15 #define AA first
16 #define BB second
17 typedef pair<int, int> PII;
18 #define cmin(x, y) x = min(x, y)
19 #define cmax(x, y) x = max(x, y)
20 #define PB(x) push_back(x)
21 #define SZ size()
22 #define MP(a, b) make_pair(a, b)
23 #define OP begin()
24 #define ED end()
25 #define CLR clear()
26 #define INS(x) insert(x)
27 #define FOR(i, n) for(int i = 0; i < (n); i++)
28 #define FORR(i, n) for(int i = 1; i <= (n); i++)
29 #define REP(i, L, R) for(int i = (L); i <= (R); i++)
30 #define MEM(a) memset(a, 0, sizeof a)
31 #define ECH(x) for(__typeof x.OP it = x.OP; it != x.ED; it++)
32 #define ONES(x) __builtin_popcount(x)
33 /*=====*/

```

1.2 二进制

__builtin_clz 前导 0
 __builtin_ctz 后缀 0
 __builtin_popcount 1 个数

1.3 稀疏矩阵乘法

```

1  int n; //Matrix Size
2  void matrixMul(LL a[][], LL b[][], LL c[][])
3  {
4      /*
5       * CLEAR c[][]
6       */

```

```

7   for(int i = 0; i < n; i++)
8   {
9       for(int j = 0; j < n; j++)
10      {
11          if(0 == a[i][j]) continue;
12          for(int k = 0; k < n; k++)
13              c[i][k] += a[i][j] * b[j][k];
14      }
15  }
16 }

```

2 图论

2.1 2-SAT

```

1  const int N = 10010;
2  const int M = 1000000;
3  using namespace std;
4  #define bf(x) ((x)<<1)
5  #define bt(x) ((x)<<1|1)
6  int ind[N], id[N];
7  int t[M], nt[M];
8  int dfn[N], low[N];
9  int s[N];
10 bool vis[N];
11 int l;
12 int n;
13 int cnt, num, idn;
14 int a[N], b[N], c[N];
15
16 void add(int i, int j)
17 {
18     cnt++;
19     t[cnt] = j;
20     nt[cnt] = ind[i];
21     ind[i] = cnt;
22 }
23
24 void tarjan(int x)
25 {
26     num++;
27     dfn[x] = low[x] = num;
28     s[++l] = x;
29     vis[x] = true;
30     for(int k = ind[x]; k != -1; k = nt[k])
31     {
32         if(dfn[t[k]] == 0) tarjan(t[k]);
33         if(vis[t[k]]) low[x] = min(low[x], low[t[k]]);
34     }
35     if(dfn[x] == low[x])
36     {
37         idn++;
38         while(true)
39         {

```

```

40         int tmp = s[l--];
41         id[tmp] = idn;
42         vis[tmp] = false;
43         if(tmp == x) break;
44     }
45 }
46 }
47
48 bool chk(int M)
49 {
50     for(int i = 0; i < 2 * n; i++) ind[i] = -1;
51     cnt = 0;
52     /*
53     * ADD Edge
54     */
55     memset(vis, 0, sizeof vis);
56     num = 0;
57     idn = 0;
58     l = 0;
59     memset(dfn, 0, sizeof dfn);
60     memset(low, 0, sizeof low);
61     memset(id, 0, sizeof id);
62     for(int i = 0; i < 2 * n; i++)
63     {
64         if(dfn[i] == 0) tarjan(i);
65     }
66     for(int i = 0; i < 2 * n; i++)
67     {
68         if(id[i] == id[i ^ 1]) return false;
69     }
70     return true;
71 }

```

2.2 哈密尔顿回路

设 $dp[i][j]$ 表示站在 i 点, 盘面状态为 j 时的最短路, 最后答案需要遍历所有 $j == (1 < n) - 1$ 注意有的题需要用 Floyd 预处理最短路

```

1  int f[N][N];
2  int dp[N][(1 << 18)];
3  int n, m;
4
5  int main()
6  {
7      int T; scanf("%d", &T);
8      while(T--)
9      {
10         scanf("%d%d", &n, &m);
11         for(int i = 1; i <= n; i++) for(int j = 1; j <= n; j++) f[i][j] =
            INF;
12         for(int i = 1; i <= n; i++) f[i][i] = 0;
13         for(int i = 0; i < m; i++)
14         {
15             int x, y, z; scanf("%d%d%d", &x, &y, &z);
16             f[x][y] = min(f[x][y], z);
17             f[y][x] = min(f[y][x], z);

```

```

18     }
19     for(int k = 1; k <= n; k++) for(int i = 1; i <= n; i++) for(int j
        = 1; j <= n; j++)
20         f[i][j] = min(f[i][k] + f[k][j], f[i][j]);
21
22     for(int i = 1; i <= n; i++) for(int j = 0; j < 1 << (n + 1); j++)
        dp[i][j] = INF;
23     dp[1][2] = 0;
24
25     for(int j = 0; j < (1 << (n + 1)); j++)
26     {
27         for(int i = 1; i <= n; i++)
28             if(((1 << i) & j) != 0)
29             {
30                 for(int k = 1; k <= n; k++)
31                     dp[k][((1 << k) | j)] = min(dp[i][j] + f[i][k], dp[k
                        ][(1 << k) | j]);
32             }
33     }
34     int ans = INF;
35     for(int i = 1; i <= n; i++) { ans = min(ans, dp[i][((1 << (n + 1))
        - 2) + f[i][1]]); }
36     printf("%d\n", ans);
37 }
38 return 0;
39 }

```

2.3 欧拉回路

存在条件为奇数度的点 0 个 (无向图), 所有点入度等于出度 (有向图), 求欧拉回路需要注意访问过的边需要删除

2.4 DINIC

```

1  int f[N];
2  int q[N];
3  bool vis[N];
4  int h[N];
5  int ind[N];
6  int t[M], c[M], nt[M], opp[M];
7  int cnt;
8  int n, m;
9  int ST, ED;
10
11 int add(int a, int b, int C)
12 {
13     t[cnt] = b;
14     nt[cnt] = ind[a];
15     ind[a] = cnt;
16     c[cnt] = C;
17     return cnt++;
18 }

```

```
19
20 void add1(int a, int b, int c)
21 {
22     static int x, y;
23     x = add(a, b, c);
24     y = add(b, a, 0);
25     opp[x] = y; opp[y] = x;
26 }
27
28 bool bfs()
29 {
30     int l = 0, r = 0;
31     q[l] = ST;
32     memset(h, 0, sizeof h);
33     h[ST] = 1;
34     while(l <= r)
35     {
36         int x = q[l++];
37         for(int k = ind[x]; k != -1; k = nt[k])
38             if(!h[t[k]] && c[k] > 0)
39             {
40                 h[t[k]] = h[x] + 1;
41                 q[++r] = t[k];
42             }
43     }
44     return h[ED] != 0;
45 }
46
47 int dfs(int x, int p)
48 {
49     if(x == ED) return p;
50     bool flg = false;
51     int tot = 0;
52     for(int k = ind[x]; k != -1; k = nt[k])
53         if(h[t[k]] == h[x] + 1)
54         {
55             int d = dfs(t[k], min(p, c[k]));
56             if(d)
57             {
58                 p -= d;
59                 tot += d;
60                 c[k] -= d;
61                 flg = true;
62                 c[opp[k]] += d;
63             }
64         }
65     return tot;
66 }
67
68 int dinic()
69 {
70     int ans = 0, tmp;
71     while(bfs())
72     {
```

```

73         while(true)
74         {
75             int fw = dfs(ST, INF);
76             if(!fw) break;
77             else ans += fw;
78         }
79     }
80     return ans;
81 }

```

2.5 费用流

增广路版费用流，复杂度 $O(n^2m)$

```

1  #include <iostream>
2  #include <cstdio>
3  #include <cstring>
4  #include <algorithm>
5  using namespace std;
6  #define N 3000
7  #define M 100000
8  #define INF 0x7fffffff
9  #define LL long long
10
11 int ind[N], pre[N], f[N];
12 bool vis[N];
13 int bg[M], t[M], nt[M], c[M], op[M], v[M];
14 int cnt;
15 int S, T;
16 int n, m;
17
18 int add(int a, int b, int C, int V)
19 {
20     bg[cnt] = a;
21     t[cnt] = b;
22     v[cnt] = V;
23     c[cnt] = C;
24     nt[cnt] = ind[a];
25     ind[a] = cnt;
26     return cnt++;
27 }
28
29 int ADD(int a, int b, int c, int v)
30 {
31     int x = add(a, b, c, v);
32     int y = add(b, a, 0, -v);
33     op[x] = y; op[y] = x;
34     return x;
35 }
36
37 int h[N], q[N];
38
39 bool spfa()
40 {
41     memset(vis, 0, sizeof vis);
42     for(int i = S; i <= T; i++) f[i] = INF;

```



```

43     for(int i = S; i <= T; i++) pre[i] = -1;
44     pre[S] = -1;
45     f[S] = 0;
46     int l = 0, r = 0; q[l] = S; vis[S] = true;
47     while(l <= r)
48     {
49         int x = q[l % N];
50         l++; vis[x] = false;
51         for(int k = ind[x]; k != -1; k = nt[k])
52             if(c[k] > 0 && f[t[k]] > f[x] + v[k])
53             {
54                 f[t[k]] = f[x] + v[k];
55                 pre[t[k]] = k;
56                 if(!vis[t[k]])
57                 {
58                     r++;
59                     q[r % N] = t[k];
60                     vis[t[k]] = true;
61                 }
62             }
63     }
64     return pre[T] != -1;
65 }
66
67 int dinic()
68 {
69     LL ans = 0, tmp;
70     while(spfa())
71     {
72         ans += (LL)f[T] * dfs();
73     }
74     return ans;
75 }

```

2.6 最小路径覆盖最小点覆盖最大独立集

2.6.1 定义

对于图 $G=(V,E)$ 中的一个点覆盖是一个集合 $S \subseteq V$ 使得每一条边至少有一个端点在 S 中

2.6.2 算法

对于任意边 (i,j) , 建立 $(i,j'), (j,i')$ 两条边求最大匹配, 最后答案为 $\text{ans} / 2 + \text{ans} \bmod 2$

2.6.3 其他问题

对于二分图

最小路径覆盖 最小路径覆盖 = $|P|$ - 最大匹配数

最小点覆盖 最小点覆盖数 = 最大匹配数

最大独立点集 最大独立顶点集 = 总顶点数 - 最大匹配数

2.7 匈牙利算法

kuangbin 模板，边方向为 u 到 v, uN 为 u 类节点个数, vN 为 v 类节点个数

```

1  |
2  | const int MAXN=1000;
3  | int uN, vN;
4  | int g[MAXN][MAXN];
5  | int linker[MAXN];
6  | bool used[MAXN];
7  | bool dfs(int u)
8  | {
9  |     int v;
10 |     for(v = 0; v < vN; v++)
11 |         if(g[u][v] && !used[v])
12 |             {
13 |                 used[v] = true;
14 |                 if(linker[v] == -1 || dfs(linker[v]))
15 |                     {
16 |                         linker[v] = u;
17 |                         return true;
18 |                     }
19 |             }
20 |     return false;
21 | }
22 | int hungary()
23 | {
24 |     int res = 0;
25 |     int u;
26 |     memset(linker, -1, sizeof(linker));
27 |     for(u = 0; u < uN; u++)
28 |     {
29 |         memset(used, 0, sizeof(used));
30 |         if(dfs(u)) res++;
31 |     }
32 |     return res;
33 | }
```

3 数据结构

3.1 LCA

```

1  | const int POW = 18;
2  | void dfs(int u, int fa){
3  |     d[u]=d[fa]+1;
4  |     p[u][0]=fa;
5  |     for(int i=1; i<POW; i++) p[u][i]=p[p[u][i-1]][i-1];
6  |     int sz=edge[u].size();
7  |     for(int i=0; i<sz; i++){
8  |         int v=edge[u][i];
```

```

9         if(v==fa) continue;
10        dfs(v,u);
11    }
12}
13int lca( int a, int b ){
14    if( d[a] > d[b] ) a ^= b, b ^= a, a ^= b;
15    if( d[a] < d[b] ){
16        int del = d[b] - d[a];
17        for( int i = 0; i < POW; i++ ) if(del&(1<<i)) b=p[b][i];
18    }
19    if( a != b ){
20        for( int i = POW-1; i >= 0; i-- )
21            if( p[a][i] != p[b][i] )
22                a = p[a][i] , b = p[b][i];
23        a = p[a][0], b = p[b][0];
24    }
25    return a;
26}

```

3.2 RMQ

```

1 int f[N][POW];
2 for(int j = 0; j < POW; j++)
3     for(int i = 0; i < n; i++)
4         if(i + (1 << (j + 1)) <= n)
5             {
6                 f[i][j + 1] = max(f[i][j], f[i + (1 << j)][j]);
7             }
8 int k = log2(r - l + 1);
9 ans = max(ans, max(f[l][k], f[r - qpow(2, k) + 1][k]));

```

3.3 树链剖分

siz[v] 表示以 v 为根的子树的节点数 dep[v] 表示 v 的深度 top[v] 表示 v 所在的重链的顶端节点 fa[v] 表示 v 的父亲 son[v] 表示与 v 在同一重链上的 v 的儿子节点 w[v] 表示 v 与其父亲节点的连边在线段树中的位置初始需要调用 cnt1 = cnt2 = cnt3 = 0; dfs1(ROOT, 0); dfs2(ROOT, 1); bt(1, cnt2); 模板为边带权值，点带权值需要修改 query(x, y); update(x, p, c) 的 p 为线段树中的编号，更新 x 需要调用 w[x]

```

1 #define MID(x, y) (((x) + (y)) >> 1)
2
3 int fa[N], top[N], w[N], son[N], dep[N], sz[N], r[N];
4 int a[N], b[N];
5 LL c[N];
6 int ind[N];
7 int t[M], nt[M];
8 int cnt1, cnt2, cnt3;
9 int n, m;
10
11 struct node
12 {
13     int l, r;
14     int a, b;
15     LL sum;
16 }f[M];
17 int rt;

```

```

18
19 void dfs1(int x, int d)
20 {
21     dep[x] = d;
22     son[x] = 0;
23     sz[x] = 1;
24     for(int k = ind[x]; k != -1; k = nt[k])
25         if(t[k] != fa[x])
26         {
27             fa[t[k]] = x;
28             dfs1(t[k], d + 1);
29             sz[x] += sz[t[k]];
30             if(sz[t[k]] > sz[son[x]]) son[x] = t[k];
31         }
32 }
33
34 void dfs2(int x, int tt)
35 {
36     w[x] = ++cnt2;
37     top[x] = tt;
38     if(son[x]) dfs2(son[x], tt);
39     for(int k = ind[x]; k != -1; k = nt[k]) if(t[k] != fa[x] && t[k] !=
        son[x])
40         dfs2(t[k], t[k]);
41 }
42
43 LL add(int a, int b)
44 {
45     t[cnt1] = b;
46     nt[cnt1] = ind[a];
47     ind[a] = cnt1++;
48 }
49
50 void update(int x)
51 {
52     f[x].sum = f[f[x].l].sum + f[f[x].r].sum;
53 }
54
55 int bt(int a, int b)
56 {
57     int x = cnt3++;
58     f[x].a = a; f[x].b = b;
59     if(a < b)
60     {
61         int mid = MID(a, b);
62         f[x].l = bt(a, mid);
63         f[x].r = bt(mid + 1, b);
64         f[x].sum = 0;
65     }
66     else
67     {
68         f[x].sum = 0;
69     }
70     return x;

```

```

71 }
72
73 // Query On ST, Do not Call Directly
74 LL query(int x, int a, int b)
75 {
76     if(a <= f[x].a && f[x].b <= b) return f[x].sum;
77     int mid = MID(f[x].a, f[x].b);
78     LL ans = 0;
79     if(a <= mid) ans += query(f[x].l, a, b);
80     if(b > mid) ans += query(f[x].r, a, b);
81     return ans;
82 }
83
84 //Modify Point
85 void update(int x, int p, int cc)
86 {
87     if(f[x].a == f[x].b) { f[x].sum = cc; return; }
88     int mid = MID(f[x].a, f[x].b);
89     if(p <= mid) update(f[x].l, p, cc);
90     else update(f[x].r, p, cc);
91     update(x);
92 }
93
94 //Query Segment
95 LL query(int x, int y)
96 {
97     int fx = top[x], fy = top[y];
98     LL sum = 0;
99     while(fx != fy)
100     {
101         if(dep[fx] < dep[fy])
102         {
103             swap(x, y);
104             swap(fx, fy);
105         }
106         sum += query(rt, w[fx], w[x]);
107         x = fa[top[x]];
108         fx = top[x];
109     }
110     if(dep[x] > dep[y]) swap(x, y);
111     if(x == y) return sum;
112     return sum + query(rt, w[son[x]], w[y]);
113 }

```

3.4 区间第 k 大

静态区间第 k 大模板，每次查询 $[l, r]$ 区间

```

1 #include <iostream>
2 #include <cstdio>
3 #include <algorithm>
4 #include <cstring>
5 using namespace std;

```

```

6 #define N 100010
7 #define NN (30 * N)
8 namespace ST
9 {
10     int T[N];
11     struct node
12     {
13         int l, r, a, b;
14         int c;
15         node() {}
16     }f[NN];
17     int cnt;
18     int lb, ub;
19
20     int add(int a, int b, int l, int r, int c)
21     {
22         f[cnt].a = a; f[cnt].b = b; f[cnt].l = l; f[cnt].r = r; f[cnt].c
           = c;
23         return cnt++;
24     }
25
26     int build(int a, int b)
27     {
28         int rt = add(a, b, -1, -1, 0);
29         if(a < b)
30         {
31             int mid = (a + b) >> 1;
32             f[rt].l = build(a, mid);
33             f[rt].r = build(mid + 1, b);
34         }
35         return rt;
36     }
37
38     void init(int a, int b) { cnt = 0; T[b + 1] = build(a, b); lb = a; ub
       = b; }
39
40     int update(int x, int p)
41     {
42         int rt = add(lb, ub, -1, -1, f[x].c + 1), tmp = rt;
43         int l = lb, r = ub;
44         while(l < r)
45         {
46             int mid = (l + r) >> 1;
47             if(p <= mid)
48             {
49                 f[rt].l = add(l, mid, -1, -1, 0);
50                 f[rt].r = f[x].r;
51                 rt = f[rt].l; x = f[x].l;
52                 r = mid;
53             }
54             else
55             {
56                 f[rt].r = add(mid + 1, r, -1, -1, 0);
57                 f[rt].l = f[x].l;

```

```

58         rt = f[rt].r; x = f[x].r;
59         l = mid + 1;
60     }
61     f[rt].c = f[x].c + 1;
62 }
63 return tmp;
64 }
65
66 int qry(int lx, int rx, int k)
67 {
68     int l = lb, r = ub;
69     while(l < r)
70     {
71         int mid = (l + r) >> 1;
72         if(f[f[lx].l].c - f[f[rx].l].c >= k)
73         {
74             rx = f[rx].l; lx = f[lx].l;
75             r = mid;
76         }
77         else
78         {
79             k -= (f[f[lx].l].c - f[f[rx].l].c);
80             rx = f[rx].r; lx = f[lx].r;
81             l = mid + 1;
82         }
83     }
84     return l;
85 }
86
87 int q(int l, int r, int k)
88 {
89     return qry(T[l], T[r + 1], k);
90 }
91 }
92
93 int n, m;
94 int h[N], a[N];
95
96 int main()
97 {
98     scanf("%d%d", &n, &m);
99     for(int i = 0; i < n; i++) scanf("%d", &a[i]);
100     memcpy(h, a, sizeof a);
101     sort(h, h + n);
102     int cnt = unique(h, h + n) - h;
103     for(int i = 0; i < n; i++) a[i] = lower_bound(h, h + n, a[i]) - h;
104
105     ST::init(0, cnt - 1);
106     for(int i = n - 1; i > -1; i--) ST::T[i] = ST::update(ST::T[i + 1], a[i]);
107     while(m--)
108     {
109         int i, j, k; scanf("%d%d%d", &i, &j, &k);
110         printf("%d\n", h[ST::q(i - 1, j - 1, k)]);

```

```

111     }
112     return 0;
113 }

```

3.5 二维线段树

3.5.1 点修改区间查询

```

1  int c[N][N];
2  int lx[N], ly[N];
3  int n, Q;
4  struct Node
5  {
6      struct node
7      {
8          int a, b;
9          int Min, Max;
10     }f[N];
11     int a, b;
12
13     void update(int x)
14     {
15         f[x].Min = min(f[x << 1].Min, f[x << 1 | 1].Min);
16         f[x].Max = max(f[x << 1].Max, f[x << 1 | 1].Max);
17     }
18
19     void build(int x, int a, int b)
20     {
21         f[x].a = a; f[x].b = b;
22         if(a < b)
23         {
24             int mid = (a + b) / 2;
25             build(x << 1, a, mid);
26             build(x << 1 | 1, mid + 1, b);
27             update(x);
28         } else { f[x].Min = f[x].Max = 0; ly[a] = x; }
29     }
30
31     int queryMin(int x, int a, int b)
32     {
33         if(a <= f[x].a && f[x].b <= b) return f[x].Min;
34         else
35         {
36             int mid = (f[x].a + f[x].b) / 2;
37             if(b <= mid) return queryMin(x << 1, a, b);
38             else if(a > mid) return queryMin(x << 1 | 1, a, b);
39             else return min(queryMin(x << 1, a, b), queryMin(x << 1 | 1,
40                 a, b));
41         }
42     }

```



```

43     int queryMax(int x, int a, int b)
44     {
45         if(a <= f[x].a && f[x].b <= b) return f[x].Max;
46         else
47         {
48             int mid = (f[x].a + f[x].b) / 2;
49             if(b <= mid) return queryMax(x << 1, a, b);
50             else if(a > mid) return queryMax(x << 1 | 1, a, b);
51             else return max(queryMax(x << 1, a, b), queryMax(x << 1 | 1,
                    a, b));
52         }
53     }
54 }f[N];
55
56 void build(int x, int a, int b, int p, int q)
57 {
58     f[x].a = a; f[x].b = b;
59     f[x].build(1, p, q);
60     if(a < b)
61     {
62         int mid = (a + b) / 2;
63         build(x << 1, a, mid, p, q);
64         build(x << 1 | 1, mid + 1, b, p, q);
65     }
66     else lx[a] = x;
67 }
68
69 void update(int x, int y, int c)
70 {
71     x = lx[x]; y = ly[y];
72     for(int X = x; X != 0; X >>= 1)
73         for(int Y = y; Y != 0; Y >>= 1)
74         {
75             if(f[X].f[Y].a == f[X].f[Y].b)
76             {
77                 if(f[X].a == f[X].b)
78                 {
79                     f[X].f[Y].Min = f[X].f[Y].Max = c;
80                 }
81                 else
82                 {
83                     f[X].f[Y].Min = min(f[X << 1].f[Y].Min, f[X << 1 |
                        1].f[Y].Min);
84                     f[X].f[Y].Max = max(f[X << 1].f[Y].Max, f[X << 1 |
                        1].f[Y].Max);
85                 }
86             }
87             else { f[X].update(Y); }
88         }
89 }
90
91 int queryMin(int x, int a, int b, int p, int q)
92 {
93     if(a <= f[x].a && f[x].b <= b) return f[x].queryMin(1, p, q);

```

```

94     else
95     {
96         int mid = (f[x].a + f[x].b) / 2;
97         if(b <= mid) return queryMin(x << 1, a, b, p, q);
98         else if(a > mid) return queryMin(x << 1 | 1, a, b, p, q);
99         else return min(queryMin(x << 1, a, b, p, q), queryMin(x << 1 |
100             1, a, b, p, q));
101     }
102 }
103 int queryMax(int x, int a, int b, int p, int q)
104 {
105     if(a <= f[x].a && f[x].b <= b) return f[x].queryMax(1, p, q);
106     else
107     {
108         int mid = (f[x].a + f[x].b) / 2;
109         if(b <= mid) return queryMax(x << 1, a, b, p, q);
110         else if(a > mid) return queryMax(x << 1 | 1, a, b, p, q);
111         else return max(queryMax(x << 1, a, b, p, q), queryMax(x << 1 |
112             1, a, b, p, q));
113     }
114 }

```

4 字符串

4.1 KMP

```

1 void getNext()
2 {
3     int j,k;
4     j = 0;
5     k = -1;
6     next[0] = -1;
7     while(j < m)
8     {
9         if(k == -1 || b[j] == b[k])
10             next[++j] = ++k;
11         else k = next[k];
12     }
13 }
14 // get First Position
15 int KMP_Index()
16 {
17     int i = 0, j = 0;
18     getNext();
19     while(i < n && j < m)
20     {
21         if(j == -1 || a[i] == b[j])
22         {
23             i++;
24             j++;

```

```

25     }
26     else j = next[j];
27 }
28 if(j == m) return i - m + 1;
29 else return -1;
30 }

```

4.2 RKHash

把字符串变成 X 进制数，可以完成 $O(1)$ 比较，有一定概率冲突，调用 `init()` 初始化幂，`mh(0)` 构造 hash 数组

```

1 char s[N];
2 ULL hash[N];
3 int len;
4 ULL pp[N];
5
6 void init()
7 {
8     pp[0] = 1;
9     for(int i = 1; i < N; i++) pp[i] = (pp[i - 1] * 31ULL) % MOD;
10 }
11
12 void mh(int p)
13 {
14     if(!p) { hash[0] = (s[0] - 'a'); p++; }
15     for(int i = p; i < len; i++) hash[i] = ((hash[i - 1] * 31ULL) % MOD +
16         (s[i] - 'a')) % MOD;
17 }
18
19 int cp(int x, int y, int l)
20 {
21     if(x + l > len || y + l > len) return false;
22     x--; y--;
23     if((hash[x + l] - hash[x] * pp[l] % MOD + MOD) % MOD
24     == (hash[y + l] - hash[y] * pp[l] % MOD + MOD) % MOD) return true;
25     return false;
26 }

```

4.3 Manacher

求以 i 为中心的最长回文串长度，结果保存在 $pk[i]$ 中，下标 $[0, n)$ 开头、末尾、字符之间插入 $\#$ ，例如 `ababa` 变为 `#a#b#a#b#a#`

```

1 int pk[N];
2 void manacher()
3 {
4     int mx = 0;
5     int p;
6     for(int i = 0; i < n; i++)
7     {
8         if(i < mx) pk[i] = min(pk[2 * p - i], mx - i);

```

```

9         else pk[i] = 1;
10        while(i + pk[i] < n && i - pk[i] > -1 && a[i + pk[i]] == a[i - pk
           [i]]) pk[i]++;
11        if(i + pk[i] > mx) { p = i; mx = i + pk[i]; }
12    }
13 }

```

4.4 SA

倍增算法, r 为待匹配数组, n 为总长度 +1, m 为字符范围, num 保存字符串使用时注意 $num[]$ 有效位为 $[0, n)$, 但是需要将 $num[n] = 0$, 另外, 对于模板的处理将空串也处理了, 作为 $rank$ 最小的串, 因此有效串为 $[0, n]$ 共 $n-1$ 个, 在调用 $da()$ 函数时, 需要调用 $da(num, n + 1, m)$ 对于 $sa[], rank[], height[]$ 数组都将空串考虑在内, 作为 $rank$ 最小的后缀注意 $rank, height$ 范围从 $[0, n]$

```

1  namespace SA
2  {
3      int len;
4      int num[N];
5      int sa[N], rank[N], height[N]; // sa[1~n] value(0~n-1); rank[0..n-1]
           value(1..n); height[2..n]
6      int wa[N], wb[N], wv[N], wd[N];
7
8      int cmp(int *r, int a, int b, int x) {
9          return r[a] == r[b] && r[a + x] == r[b + x];
10     }
11
12     void da(int *r, int n, int m) {
13         int i, j, k, p, *x = wa, *y = wb, *t;
14         for(i = 0; i < m; i++) wd[i] = 0;
15         for(i = 0; i < n; i++) wd[x[i] = r[i]]++;
16         for(i = 1; i < m; i++) wd[i] += wd[i - 1];
17         for(i = n - 1; i >= 0; i--) sa[--wd[x[i]]] = i;
18         for(j = 1, p = 1; p < n; j <= 1, m = p) {
19             for(p = 0, i = n - j; i < n; i++) y[p++] = i;
20             for(i = 0; i < n; i++) if(sa[i] >= j) y[p++] = sa[i] - j;
21             for(i = 0; i < n; i++) wv[i] = x[y[i]];
22             for(i = 0; i < m; i++) wd[i] = 0;
23             for(i = 0; i < n; i++) wd[wv[i]]++;
24             for(i = 1; i < m; i++) wd[i] += wd[i - 1];
25             for(i = n - 1; i >= 0; i--) sa[--wd[wv[i]]] = y[i];
26             for(t = x, x = y, y = t, p = 1, x[sa[0]] = 0, i = 1; i < n; i
27                 ++){
28                 x[sa[i]] = cmp(y, sa[i - 1], sa[i], j) ? p - 1 : p++;
29             }
30         }
31
32         for(i = 0, k = 0; i < n; i++) rank[sa[i]] = i;
33         for(i = 0; i < n - 1; height[rank[i++]] = k) {
34             for(k ? k-- : 0, j = sa[rank[i] - 1]; r[i + k] == r[j + k]; k
35                 ++);
36         }
37     }
38 }

```

37 | }

4.5 最小表示法

求一个字符串字典序最小的开头位置，注意要复制串两次

```

1  int smallest(char *s)
2  {
3      int i = 0, j = 1, k = 0;
4      int len = strlen(s);
5      while(i < len && j < len)
6      {
7          k = 0;
8          while(k < len && (s[i+k] == s[j+k]))
9              k++;
10         if(k >= len)
11             break;
12         if(s[i+k] > s[j+k])
13             i = max(i+k+1, j+1);
14         else
15             j = max(i+1, j+k+1);
16     }
17     return min(i, j);
18 }
19
20 int biggest(char *s)
21 {
22     int i = 0, j = 1, k = 0;
23     int len = strlen(s);
24     while(i < len && j < len)
25     {
26         k = 0;
27         while(k < len && (s[i+k] == s[j+k]))
28             k++;
29         if(k >= len)
30             break;
31         if(s[i+k] < s[j+k])
32             i = max(i+k+1, j+1);
33         else
34             j = max(i+1, j+k+1);
35     }
36     return min(i, j);
37 }
```

5 数论

5.1 欧拉函数

对正整数 n ，欧拉函数是少于或等于 n 的数中与 n 互质的数的数目

```

1  int prime[N];
2  int phi[N];
3  bool is_prime[N];
```

```

4
5 void get_phi()
6 {
7     int i, j, k;
8     k = 0;
9     for(i = 2; i < N; i++)
10     {
11         if(is_prime[i] == false)
12         {
13             prime[k++] = i;
14             phi[i] = i - 1;
15         }
16         for(j = 0; j < k && i * prime[j] < N; j++)
17         {
18             is_prime[ i * prime[j] ] = true;
19             if( i % prime[j] == 0)
20             {
21                 phi[ i * prime[j] ] = phi[i] * prime[j];
22                 break;
23             }
24             else
25             {
26                 phi[ i * prime[j] ] = phi[i] * ( prime[j] - 1 );
27             }
28         }
29     }
30 }

```

5.2 线性逆元

$\text{inv}[i] = (\text{MOD} - \text{MOD} / i) * \text{inv}[\text{MOD} \% i] \% \text{MOD}$ 适用于 MOD 是质数且 $\text{MOD} > n$ 的情况，能够 $O(n)$ 时间求出 $1 \sim n$ 对模 MOD 的逆

5.3 高阶等差数列

$$\sum n = \frac{1}{2}n(n+1) \quad (1)$$

$$\sum n^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1) \quad (2)$$

$$\sum n^3 = \left(\sum n\right)^2 \quad (3)$$

$$\sum n^4 = \left(\sum n^2\right) \frac{1}{5}(3n^2 + 3n - 1) \quad (4)$$

$$\sum n^5 = \left(\sum n\right)^2 \frac{1}{3}(2n^2 + 2n - 1) \quad (5)$$

$$\sum n^6 = \left(\sum n^2\right) \frac{1}{7}(3n^4 + 6n^3 - 3n + 1) \quad (6)$$

$$\sum n^7 = \left(\sum n\right)^2 \frac{1}{6}(3n^4 + 6n^3 - n^2 - 4n + 2) \quad (7)$$

$$\sum n^8 = \left(\sum n^2\right) \frac{1}{15}(5n^6 + 15n^5 + 5n^4 - 15n^3 - n^2 + 9n - 3) \quad (8)$$

6 数表

6.1 数据范围

类型	字节	最小值	最大值
int	4	-2147483648	2147483647
unsigned	4	0	4294967295
long long	8	-9223372036854775808	9223372036854775807
unsigned long long	8	0	18446744073709551615
float	4	1.17549e-038	3.40282e+038
double	8	2.22507e-308	1.79769e+308
long double	12	3.3621e-4932	1.18973e+4932

Table 1: 数据范围

6.2 时间复杂度

x	log ₂ (x)
10	3
1e2	6
1e3	9
1e4	13
1e5	16
1e6	19
1e7	23
1e8	26
1e9	29

Table 2: log₂(x)

n	n!
1	1
2	2
3	6
4	24
5	120
6	720
7	5040
8	40320
9	362880
10	3628800

Table 3: 阶乘