Московский государственный технический университет
имени Н. Э. Баумана

Факультет: Информатика и системы управления
Кафедра: Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии

Математическая статистика
Лекции

Москва, 2015 г.

1 Предельные теоремы теории вероятностей

1.1 Неравенства Чебышева

Теорема 1.1 (*первое неравенство Чебышева*)**.** Пусть выполняются следующие условия:

- X — случайная величина;
- $X \geq 0$ т. е. $\mathsf{P}\{X \leq 0\} = 0$;
- $\exists MX$;
- $\varepsilon > 0$.

В таком случае имеет место *первому неравенству Чебышева.*

$$\mathsf{P}\{X \geq \varepsilon\} \leq \frac{MX}{\varepsilon} \tag{1}$$

Доказательство. Для непрерывной случайное величины X

$$MX = \int_{-\infty}^{+\infty} x\, f(x)\, dx =$$

так как $X \geq 0$, $f(x) = 0$, $x < 0$

$$= \int_0^{+\infty} x\, f(x)\, dx = \underbrace{\int_0^{\varepsilon} x\, f(x)\, dx}_{\geq 0} + \int_{\varepsilon}^{+\infty} x\, f(x)\, dx \geq \int_{\varepsilon}^{+\infty} a\, f(x)\, dx \geq$$

так как $a \geq \varepsilon$

$$\geq ... = \varepsilon \cdot \mathsf{P}\{X \geq \varepsilon\}$$

таким образом

$$MX \geq \varepsilon \cdot \mathsf{P}\{X \geq \varepsilon\} \;\Rightarrow\; \mathsf{P}\{X \geq \varepsilon\} \geq \frac{MX}{\varepsilon}$$

$\square$