Appello di Ingegneria Informatica del 4.2.2020: Compito A (AULA 13 SBAI – CONTI – 2 ORE)

Nome **Cognome** **Matricola**

Domanda 1

[2+3 punti]

1.1 Enunciare il teorema di Fermat;

1.2 Dire se la funzione $f(x) = |x^2 - 5x + 6|$ soddisfa le ipotesi nei punti $x_0 = 2$ ed $x_1 = \frac{5}{2}$. Dire inoltre se tale funzione verifica la tesi.

Risposta

(i)____

(ii)____

Domanda 2

[2+3 punti]

(i) Dare la definizione di grafico per una funzione $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$;

(ii) Trovare punti interni, esterni, di frontiera del dominio di $\mathrm{f(x, y)} = \sqrt{x}y^2$ e $g(x, y) = \frac{1}{x^2 - y^2}$

Risoluzione

(i)____

(ii)____

Esercizio 1

[3 punti]

Con $D = [1,2]x[1,2]$ sia $f: D \to \mathbb{R}$ la funzione $f(x, y) = \int_x^y \arctan(t^2)\, dt$ allora:

a. il gradiente di f esiste in tutti i punti di D;
b. in D $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$ è diverso da $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$;
c. in D non esiste $\frac{\partial f}{\partial y}$;
d. nessuna delle precedenti.

Risoluzione (<u>giustificare la risposta</u>)

____
____
____
____
____

Esercizio 2

[3 punti]

Sia$(a_n)_{n \epsilon \mathbb{N}}$ la successione dei numeri di Fibonacci 1,1,2,3,5,8,13,21,34,…, allora la successione $(b_n)_{n \epsilon \mathbb{N}}$ data da $(b_n) \coloneqq a_{a_n}$è

a. limitata;
b. 1,1,1,2,5,11, …;
c. 1,1,1,3,5,9, …;
d. nessuna delle precedenti.

Risoluzione (<u>giustificare la risposta</u>)

____
____
____
____
____

Esercizio 3

[3 punti]

Sia $z = \frac{1}{3} \Sigma_{k=1}^{5}\, 2^k e^{ik\frac{\pi}{2}}$ allora

a. z = i;
b. Re(z) = -8iz
c. |z| = 28
d. Re(z) = 4

Risoluzione (<u>giustificare la risposta</u>)

____
____
____
____
____
____

Esercizio 4 **[4 punti]**

Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x\to 0-} \frac{|x^3|\cos(x) + (e^x - 1)\arctan\,(x log(x+1))}{x^2\tan(x^2)}$$

Risoluzione

____
____
____
____
____
____
____
____
____
____
____
____

Esercizio 5 **[4 punti]**

Determinare le soluzioni del seguente problema di Cauchy

$$f(x,y) = \begin{cases} y' = y\,\dfrac{\cos(x)}{1+\sin^2(x)} \\ y(0) = e \end{cases}$$

Risoluzione

____
____
____
____
____
____
____
____
____
____
____
____
____

Esercizio 6 **[5 punti]**

Trovare i punti di massimo o di minimo relativo della funzione

$$f(x, y) = xy(2y - x + 2)$$

e determinare il massimo e il minimo assoluto della $f(x, y)$ nel triangolo di vertici (0,0), (2,0), (0,-1).