

Nome:

Cognome:

Matricola:

D1	
D2	
E1	
E2	
E3	
E4	
E5	
E6	
Σ	

Domanda 1

[2+3 punti]

- (i) Scrivere la formula dell'area di un dominio bidimensionale regolare in termini di integrali doppi.
- (ii) Calcolare l'area della regione di \mathbb{R}^2 delimitata dall'ellisse di equazione $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$.

Risposta

(i) _____

(ii) _____

Domanda 2

[2+3 punti]

- (i) Dare la definizione di derivata direzionale per una funzione di due variabili reali.
- (ii) Discutere l'esistenza delle derivate direzionali nell'origine per la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 y}{x^6 + y^3} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

Risoluzione

(i) _____

(ii) _____

Esercizio 1

[3 punti]

Sia f una funzione da \mathbb{R} in \mathbb{R} . Allora f è

- ☐ a) somma di due funzioni continue, una pari e l'altra dispari; ☐ b) differenza di due funzioni monotone;
☐ c) differenza di due funzioni positive; ☐ d) nessuna delle precedenti.

Risoluzione (giustificare la risposta)

Esercizio 2

[3 punti]

Siano (a_n) e (b_n) due successioni di numeri reali positivi tali che $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{b_n}$ è divergente. Allora

- ☐ a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\log(a_n)}{\log(b_n)}$ è divergente; ☐ b) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ è convergente;
☐ c) $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ è divergente; ☐ d) nessuna delle precedenti.

Risoluzione (giustificare la risposta)

Esercizio 3

[3 punti]

Si consideri la successione di numeri reali (x_n) , ove x_n è la parte reale di $\left(\frac{1+i}{2}\right)^n$, $n \in \mathbb{N}$. Allora

- ☐ a) (x_n) è illimitata; ☐ b) (x_n) assume valori in $\mathbb{R} \setminus \{0\}$;
☐ c) (x_n) è a segni alterni; ☐ d) $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 0$.

Risoluzione (giustificare la risposta)

Esercizio 4

[4 punti]

Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\cosh\left(\sin\left(x + \frac{1}{x}\right)\right)}{x + \frac{1}{x}}$$

Risoluzione

This image shows a single sheet of white paper with horizontal blue or grey ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are approximately 20 lines visible. On the right side, there are two small, faint markings that appear to be page numbers or identifiers, possibly "89" and "90". The paper has a slightly textured appearance and some minor discoloration or shadows, suggesting it's a scan of a physical document.

Esercizio 5

[4 punti]

Risolvere al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$ il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = \frac{e^{-v(x)}}{1-x} \\ y(0) = \alpha \end{cases}$$

Risoluzione

This image shows a single sheet of white paper with horizontal blue or grey ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There is no handwriting or other markings on the paper.

[5 punti]

$$f(x, y) = x^2 - \log(1 + y^2) + e^{-y^2}$$
$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\} .$$

Risoluzione