

Esercizi  
Fondamenti di Matematica - I Canale

Prof. Salzo Saverio  
Tutor: Halitchi Andrei, Christian Piermarini

5 ottobre 2022

## Indice

1	Insiemistica	3
2	Funzioni	3
3	Disequazioni	4
4	Estremi inferiori e superiori, massimi e minimi di un insieme	4

## 1 Insiemistica

- a) Siano dati i seguenti insiemi:

$$A = \{a, b, e, f, c, d\}, B = \{g, b, c, d, a, h\}.$$

Determina  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $A \setminus B$  e  $B \setminus A$ .

- b) Dati i seguenti insiemi

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid 2x \leq 3\}, B = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 > 1\}.$$

Determina  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $A \setminus B$  e  $B \setminus A$  (come unione di intervalli) e disegna gli stessi insiemi sull'asse reale.

- c) Data la famiglia di insiemi

$$\mathcal{F} = \{A, B, C, D\},$$

$$\text{con } A = \{0, 2, 4\}, B = \{2, 7, 9, 4\}, C = \{1, 2, 8, 3\} \text{ e } D = \{4, 1, 2, 3\},$$

determina  $\bigcap_{X \in \mathcal{F}} X$  e  $\bigcup_{X \in \mathcal{F}} X$ .

- d) Dati gli insiemi

$$X = \{1, 2\} \quad \text{e} \quad Y = \{a, b, c\},$$

determina  $\mathcal{P}(X)$  e  $X \times Y$ .

## 2 Funzioni

- a) Data la funzione

$$f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, \text{ con } f(n) = n^2 + 3$$

e gli insiemi

$$A = \{1, 3, 7\} \text{ e } B = \{k \in \mathbb{N} \mid k \leq 15\},$$

calcola  $f(A)$  e  $f^{-1}(B)$ .

- b) Stabilire se la funzione del punto precedente è iniettiva, surgettiva o bigettiva.

- c) Determina  $f \circ g$  e  $g \circ f$  per le seguenti coppie di funzioni.

- $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x - 7$  e  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = x^3$ .
- $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ ,  $f(n) = |n - 3|$  e  $g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ ,  $g(n) = n^2 + 1$ .
- $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \pi$ , e  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = x^2$

- d) Determina le inverse delle seguenti funzioni:

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3x - 5 \quad \text{e} \quad g: \mathbb{R} \setminus \{\sqrt[3]{2}\} \rightarrow \mathbb{R}^*, g(x) = \frac{3}{x^3 - 2}.$$

### 3 Disequazioni

a) Determinare gli insiemi di validità delle seguenti disequazioni:

$$10x^2 - 2x + 5 < 0 \quad (1)$$

$$3(x - 2) < 4\left(x + \frac{7}{2}\right) \quad (2)$$

$$x^3 + 3x^2 - 4x < 0. \quad (3)$$

$$x^2 - 3 > \sqrt{x^2 - 4} \quad (4)$$

$$\sqrt{\frac{x^2 - 4}{x + 1}} > x + 2 \quad (5)$$

$$(6)$$

b) Determinare gli insiemi di validità delle seguenti disequazioni (**SENZA CALCOLI**)

$$\frac{x^2}{(x - 1)^4 + 6} > 0 \quad (7)$$

$$-\frac{x^{16}}{x^2 + \sqrt{\pi}} > 0 \quad (8)$$

$$\frac{\pi^2}{x^2 + 1} > 0. \quad (9)$$

### 4 Estremi inferiori e superiori, massimi e minimi di un insieme

a) Determinare sup, inf. e qualora esistano, max e min dei seguenti insiemi:

$$B = \{n \in \mathbb{N} \mid n^2 + 2n \geq 5\} \quad (10)$$

$$C = \{n \in \mathbb{N} \mid |n^2 - 2| > n - 1\}. \quad (11)$$

b) Dati gli insiemi

$$A = \left\{ \frac{n^2 - 1}{n^2} \mid n \in \mathbb{N}^* \right\} \quad \text{e} \quad B = \left\{ \frac{2}{(7n + 1)^2} \mid n \in \mathbb{N} \right\},$$

verificare che  $\sup A = 1$  e  $\inf B = 0$ , mediante le due proprietà caratteristiche dell'estremo superiore.