

Nome

Cognome

Matricola

Domanda 1

[2+3 punti]

1.1 Enunciare il teorema di Lagrange;

1.2 Dire se la funzione $f(x) = |x^2 - 3x + 2|$ soddisfa le ipotesi sull'intervallo $[1,3]$. Dire inoltre se tale funzione verifica la tesi.

Risposta

(i) _____

(ii) _____

Domanda 2

[2+3 punti]

(i) Dare la definizione di curve di livello per una funzione $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$;

(ii) Determinare tutte le curve di livello delle funzioni $f(x,y) = x^2x$ e $g(x,y) = \frac{1}{x^2+y^2}$

Risoluzione

(i) _____

(ii) _____

Esercizio 1

[3 punti]

Con $D = [0,1] \times [0,1]$ sia $f: D \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione $f(x,y) = \int_x^y e^{-t^2} dt$ allora:

- a. f è derivabile in tutti i punti di D ;
- b. in D esiste $\frac{\partial f}{\partial y}$ ma non $\frac{\partial f}{\partial x}$;
- c. in D non esistono né $\frac{\partial f}{\partial y}$ né $\frac{\partial f}{\partial x}$;
- d. nessuna delle precedenti.

Risoluzione (giustificare la risposta)

Esercizio 2

[3 punti]

Sia $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la successione dei numeri primi $2,3,5,7,11,13,\dots$, allora la successione $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$ data da $(b_n) := a_{a_n}$ è

- a. limitata;
- b. $3,5,8,11,16,19,\dots$;
- c. $3,5,7,11,17,31,\dots$;
- d. nessuna delle precedenti.

Risoluzione (giustificare la risposta)

Esercizio 3

[3 punti]

Sia $z = \sum_{k=1}^4 (1+i)^{2k}$ allora

- a. $z = -1$;
- b. $\operatorname{Re}(z) = -2iz$
- c. $|z| = 180$
- d. $z \in i\mathbb{R}$

Risoluzione (giustificare la risposta)

Esercizio 4

[4 punti]

Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{|x^3 \cos(x) + (e^x - 1) \arctan(x \log(x + 1))|}{x^2 \tan(x^2)}$$

Risoluzione

Esercizio 5

[4 punti]

Determinare le soluzioni del seguente problema di Cauchy

$$f(x, y) = \begin{cases} y' = y \frac{\sin(x)}{1 + \cos^2(x)} \\ y\left(\frac{\pi}{2}\right) = e \end{cases}$$

Risoluzione

Esercizio 6

[5 punti]

Trovare i punti di massimo o di minimo relativo della funzione

$$f(x, y) = xy(2x + y - 2)$$

e determinare il massimo e il minimo assoluto della $f(x, y)$ nel triangolo di vertici $(0,0)$, $(1,0)$, $(0,2)$.

Risoluzione

[illegible]