Appello di Ingegneria Informatica del 3.2.2022 in presenza

Nome: Cognome: Matricola:

D1	
D2	
E1	
E2	
E3	
E4	
E5	
E6	
Σ	

Domanda 1

[2+3 punti]

(i) Enunciare il criterio di Leibniz per le serie.

(ii) Determinare il carattere di $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\Big(\underbrace{\sin\circ\sin\circ\cdots\circ\sin}_{n}\Big)\left(\frac{1}{n}\right)$

Risposta

(i)

(ii)

Domanda 2

[2+3 punti]

(i) Enunciare il Teorema dei Valori Intermedi.

(ii) Determinare l'immagine della funzione f definita sull'intervallo $[-2\pi, 1]$ da

$$f(x) = \begin{cases} e^x + x & 0 \leq x < 1 \\ \cos x & -2\pi \leq x < 0 \end{cases}$$

Risoluzione

(i)

(ii)

Esercizio 1

[3 punti]

Sia f una funzione continua da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ e si ponga $F(x,y) := \int_{x-y}^{x+y} f(t)\mathrm{d}t,\ x,y \in \mathbb{R}$. Allora

- [a] $F(x,y) = F(y,x)$;
- [b] $F(x,y) + F(x,-y) = 0$;
- [c] $F(x,0) \neq 0, \forall x \in \mathbb{R}$;
- [d] nessuna delle precedenti.

Risoluzione (giustificare la risposta)

Esercizio 2

[3 punti]

Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ continua, $x_0 \in \mathbb{R}$ e si definisca una successione $(a_n)_{n=0}^{\infty}$ ponendo $a_0 := x_0$, $a_n = f(a_{n-1})$ per $n \geq 1$. Si supponga che esista finito il limite $\lim_{n\to\infty} a_n =: \ell \in \mathbb{R}$. Segue che

- [a] $\ell = 0$;
- [b] $f(\ell) = \ell$;
- [c] $f(x) = x$ e $\ell = x_0$;
- [d] nessuna delle precedenti

Risoluzione (giustificare la risposta)

Esercizio 3

[3 punti]

Si consideri l'equazione $z^2 + \overline{z} - 1 = 0$ nel campo complesso. Allora

- [a] esistono infinite soluzioni complesse;
- [b] non esistono soluzioni reali;
- [c] esistono soluzioni sull'asse immaginario;
- [d] nessuna delle precedenti.

Risoluzione (giustificare la risposta)

Esercizio 4

[4 punti]

Calcolare l'integrale

$$\int_1^{\pi^3} \frac{1}{x^{1/3} + x^{2/3}}\,\mathrm{d}x$$

Risoluzione

Esercizio 5

[5 punti]

Stabilire se la funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} \left(\cos(xy+x) + \frac{x}{y^2+1}\right) \frac{x^3-y^2}{\sin\sqrt{x^2+y^2}} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}.$$

sia continua in $\mathbb{R}^2$ e determinare in quali punti di $\mathbb{R}^2$ sia derivabile.

Risoluzione

Esercizio 6

[4 punti]

Determinare massimi e minimi della funzione

$$f(x, y) = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$$

e dire se essi sono locali o globali.

Risoluzione