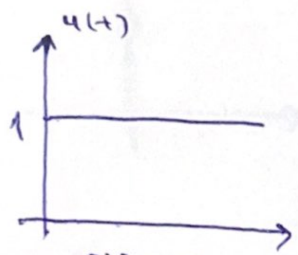
Temel Sürekli Zamanlı Sinyaller

Birim Basamak

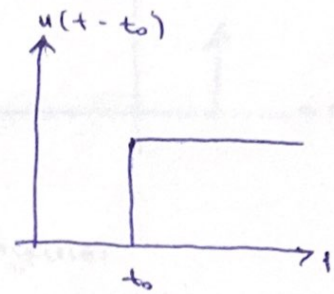
$$u(t) = \begin{cases} 1 & t>0 \\ 0 & t<0 \end{cases}$$

$t=0$'da süreksizdir ve bu noktada değeri tanımsızdır.
Ötelenmiş şekli $u(t-t_0)$'dır.

$$u(t-t_0) = \begin{cases} 1 & t>t_0 \\ 0 & t<t_0 \end{cases}$$



Birim Basamak



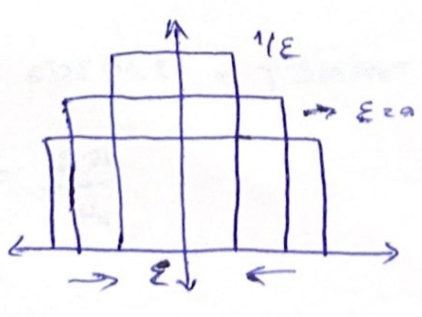
ötelenmiş birim basamak

Birim Dürtü

Delta işlevi olarak bilinen $\delta(t)$ birim dürtü işlevi sistem analizinde önemli bir rol üstlenir. Geleneksel olarak $\delta(t)$, sonsuz küçük bir zaman aralığı üzerinde birim alana sahip olacak şekilde seçilen bir işlevin limiti olarak tanımlanır.

$$\delta(t) = \begin{cases} 0 & t \neq 0 \\ \infty & t=0 \end{cases}$$

$$\int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} \delta(t)\, dt = 1$$



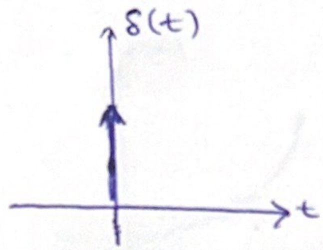
Tek bir nokta dışında her yerde değeri 0 olan herhangi bir işlevin integrali (Reimann integrali) "0" olmalıdır.

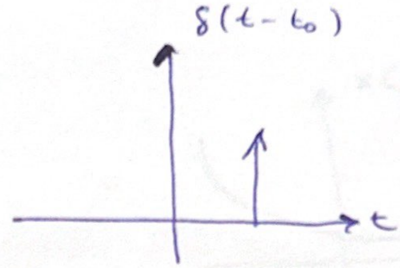
$$\int_{-\infty}^{\infty} \phi(t)\, \delta(t)\, dt = \phi(0)$$

$\phi(t)$, $t=0$'da sürekli olan herhangi bir işlevdir.

$$\int_a^b \phi(t)\,\delta(t) = \begin{cases} \phi(0) & a<0<b \\ 0 & a<b<0 \qquad 0<a<b \\ \text{tanımsız} & a=0 \qquad b=0 \end{cases}$$

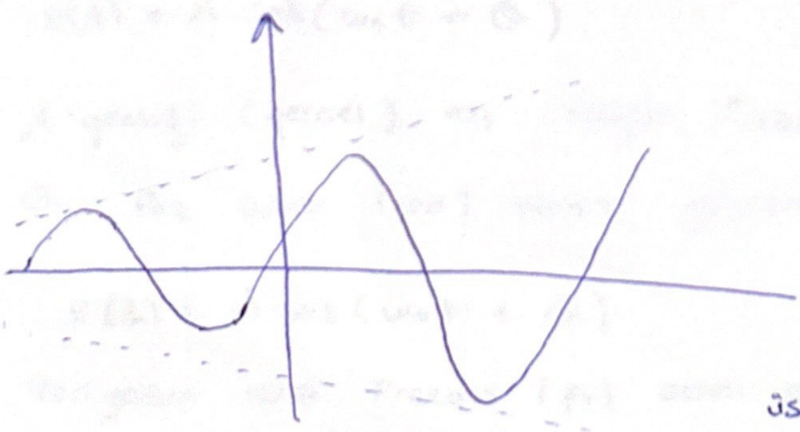
$$\int_{-\infty}^{\infty} \phi(t)\,\delta(t-t_0)\,dt = \phi(t_0)$$





Karmaşık Üstel Sinyaller

$x(t) = e^{jw_0 t}$



üstel artan sinüsoidal

$x(t) = e^{jw_0 t} = \cos w_0 t + j \sin w_0 t$ → Euler bağıntısı

$$T_0 = \frac{2\pi}{w_0}$$

$s = \sigma + jw$

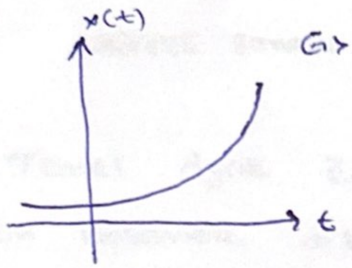
$x(t) = e^{st} = e^{(\sigma + jw)t} = e^{\sigma t}(\cos wt + j \sin wt)$

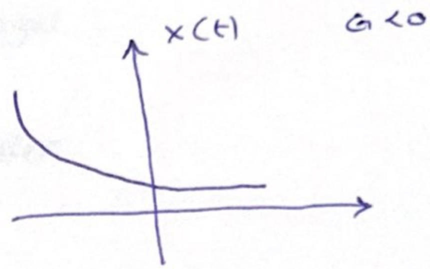
$\sigma > 0$ üstel arton sinüsadiel

$\sigma < 0$ üstel azalan sinüsodial sinyallerdir.

Gercek Üstel Sinyaller

$s = \sigma$ ise gercel sayıdır. $x(t) = e^{\sigma t}$





Sinüsodial Sinyaller

$x(t) = A.\cos(w_0 t + \theta)$ $A \to$ genlik

A genliği (gercel), w_0 radyan frekansı (rad/sn) ve

θ faz acısı (rad) olarak gösterir.

$x(t) = A\cos(w_0 t + \theta)$

Periyodun tersi Frekans (F_0) adını alır.

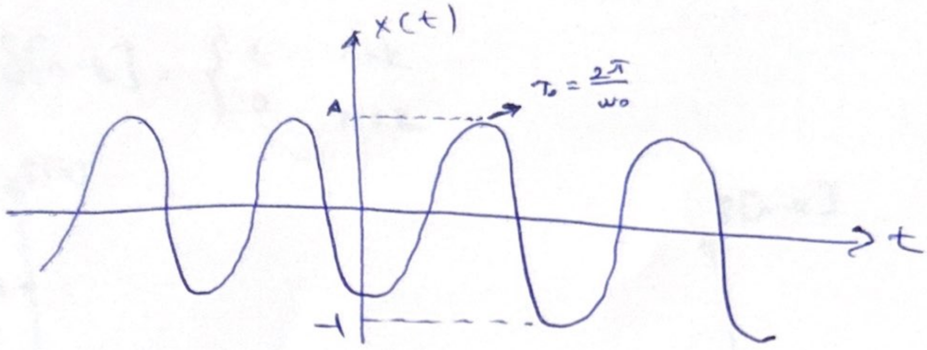
$F_0 = \frac{1}{T_0}$ Hertz (Hz) $w_0 = 2\pi F_0$ (acısal Frekans)

~~üstel arton~~ sinüsodial

$x(t) = e^{jw_0 t} = \cos w_0 t + j \sin w_0 t$

$A \cos(w_0 t + \theta) = A \cdot R_e \{ e^{J(w_0 t + \theta)}$

$A \cos \{ e^{J(w_0 t + \theta)} \} = A \sin(w_0 t + \theta)$



sürekli zamanlı sinüsodial sinyal

Temel Ayrık Zamanlı Sinyaller

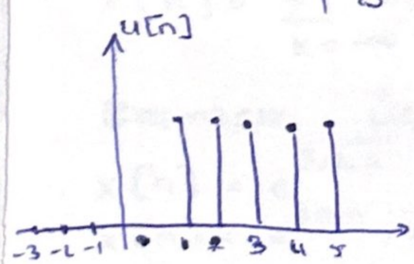
Birim basamak dizisi

$$u[n] = \begin{cases} 1 & n \geq 0 \\ 0 & n < 0 \end{cases}$$

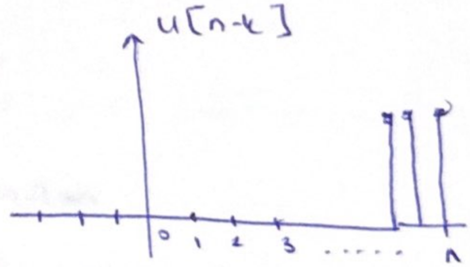
$u(t)$ $t=0$ için tanımsızdır.

$u[n]$ $n=0$ tanımlıdır ve birim değerdir.

$$u[n-k] = \begin{cases} 1 & n \geq k \\ 0 & n < k \end{cases}$$



Birim basamak dizisi

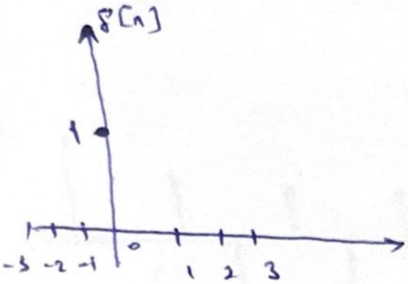


ötelenmiş birim basamak dizisi

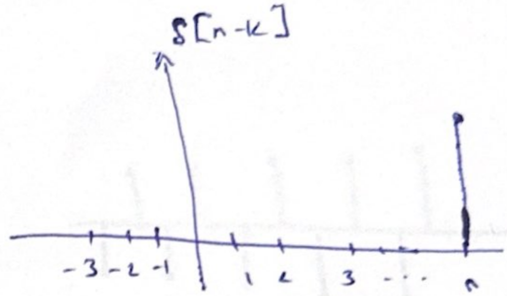
Birim Dürtü Dizisi

$$\delta[n] = \begin{cases} 1 & n=0 \\ 0 & n\neq 0 \end{cases}$$

$$\delta[n-k] = \begin{cases} 1 & n=k \\ 0 & n\neq k \end{cases}$$



Birim Dürtü Dizisi



ötelenmiş birim dürtü dizisi

$$x[n].\delta[n] = x[0].\delta[n]$$

$$x[n].\delta[n-k] = x[k].\delta[n-k]$$

$$\delta[n] = u[n] - u[n-1]$$

$$u[n] = \sum_{k=-\infty}^{n} \delta[k]$$

$$x[n] = \sum_{k=-\infty}^{n} x[k].\delta[n-k]$$

Karmaşık Üstel Diziler

$$x[n] = e^{j\overset{\to\omega}{\Omega_0} n}$$

$$x[n] = e^{j\Omega_0 n} = \cos\Omega_0 n + j\cdot\sin\Omega_0 n$$

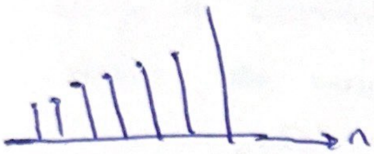
$e^{j\Omega_0 n}$ $N>0$ periyoduyla periyot olabilmesi icin, Ω_0 asagidaki kosulu saglamalıdır.

$$\frac{\Omega_0}{2\pi} = \frac{m}{N}$$ → pozitif bir tam sayı

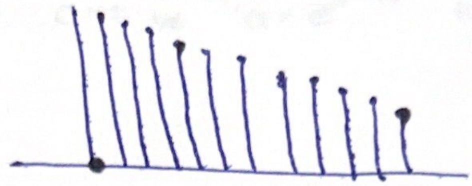
$e^{j\Omega_0 n}$ dizisi herhangi bir Ω_0 icin periyodik değildir. Yalnızca $\Omega_0/2\pi$ oranının rasyonel olması durumunda periyodiktir.

$\Omega_0 \neq 0$ N ve m aralarında asal ise

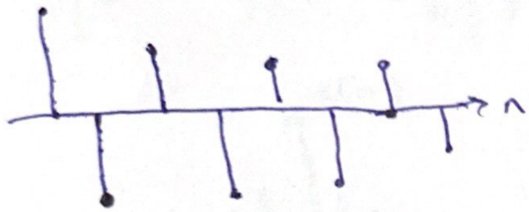
$x[n]$ için periyod $N_0 = m\left(\frac{2\pi}{\Omega_0}\right)$



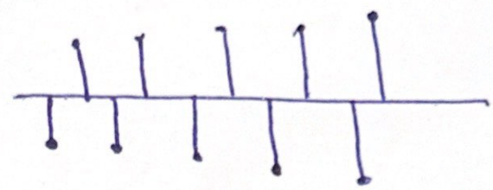
$a > 1$



$1 < a < 0$



$1 > a > -1$



$a < -1$

K bir tam sayı olmak üzere $\Omega_0 + 2\pi k$ frekansında karmaşık bir üstel dizi için

$$e^{j2k\pi n} = 1$$

$$e^{j(\Omega_0 + 2\pi k)n} = e^{j\Omega_0 n} \cdot e^{j2\pi k n}$$

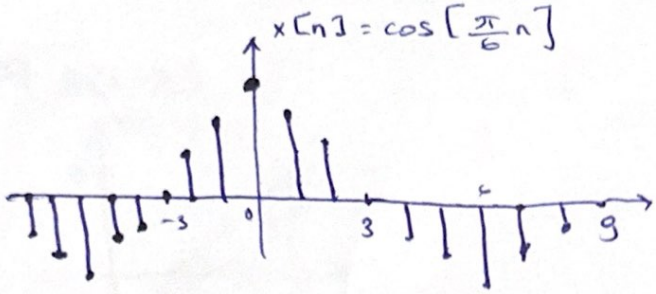
$$= e^{j\Omega_0 n}$$

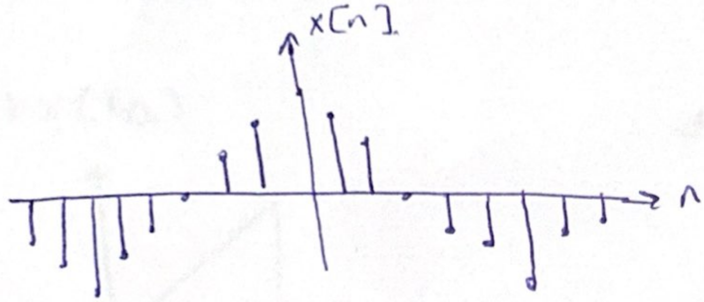
$0 \leq \Omega_0 < 2\pi$ veya $-\pi \leq \Omega_0 < \pi$ aralıkları için işlem yapılır.

Genel Karmaşık Üstel Sinyaller

$x[n] = C a^n$

C ve a karmaşık sayılardır. C=1 ve $a = e^{j\Omega_0}$ için ötel durum söz konusudur.





Gercel Üstel Diziler

c ve a'nın her ikisi de gercel ise x[n] gercel bir üstel dizidir.

$a>1$, $0<a<1$, $-1<a<0$ ve $a<-1$

durumları incelenir.

$a=1$ ise x[n] sabit dizidir.

$a=-1$ ise x[n] +c ve -c değerlerini alır.

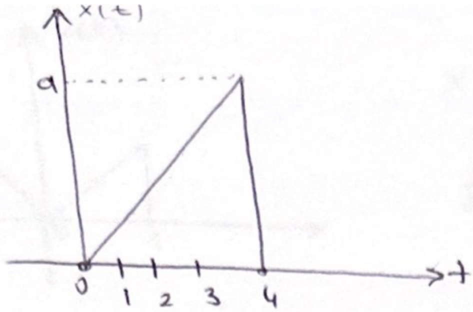
Sinüsodial Diziler

$x[n] = A\cos(\Omega_0 n + \theta)$

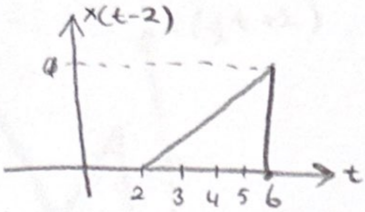
n boyutsuz ise Ω_0 ve θ radyan cinsindendir.

$A\cos(\Omega_0 n + \theta) = A \cdot Re\{e^{j(\Omega_0 n + \theta)}\}$

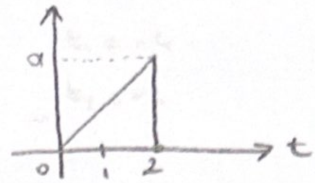
ÖRNEK :



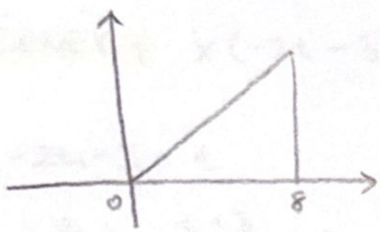
a) x(t-2)



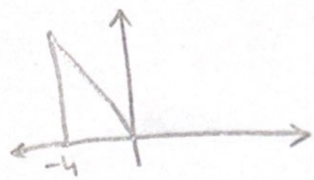
b) x(2t)



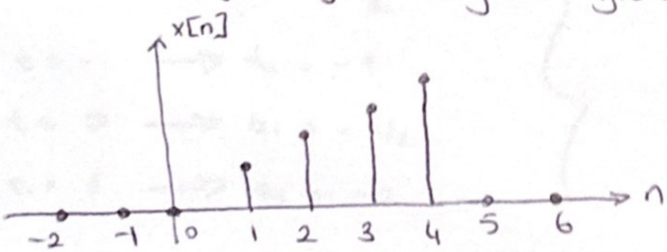
c) x(t/2)



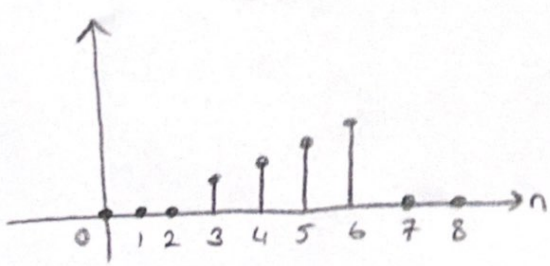
d) x(-t)



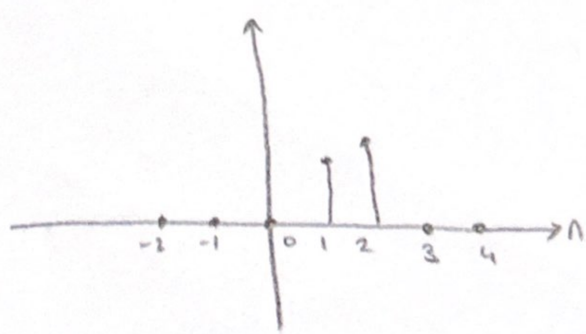
ÖRNEK: x[n] sinyali aşağıdaki gibidir.



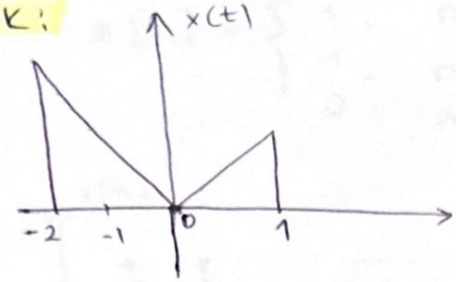
a) x[n-2]



b) x[2n]



ÖRNEK:

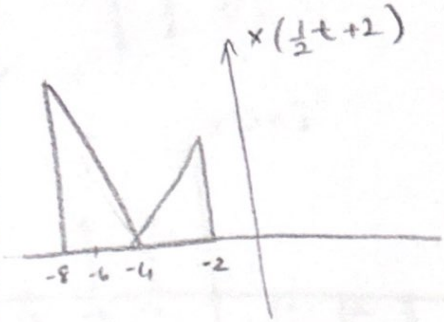


$$x\left(\frac{1}{2}\underbrace{t}_{t_1}+2\right) = ?$$

$$\frac{1}{2}t_1 + 2 = t$$

$$t_1 = 2(t-2)$$

$t=-2$	$t_1=-8$
$t=-1$	$t_1=-6$
$t=0$	$t_1=-4$
$t=1$	$t_1=-2$



ÖRNEK: $x(-2t-3) = ?$

$$-2t_1 - 3 = t$$

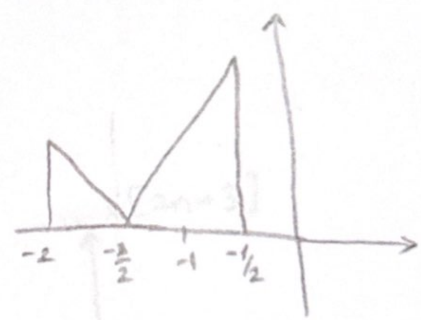
$$t_1 = \frac{t+3}{-2} = \frac{-t-3}{2}$$

$t=-2 \longrightarrow t_1 = -\frac{1}{2}$

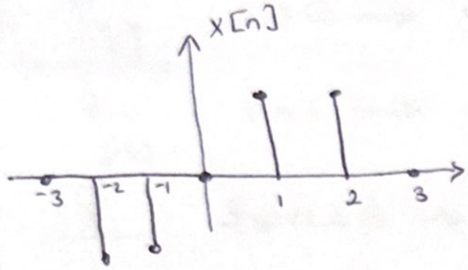
$t=-1 \longrightarrow t_1 = -1$

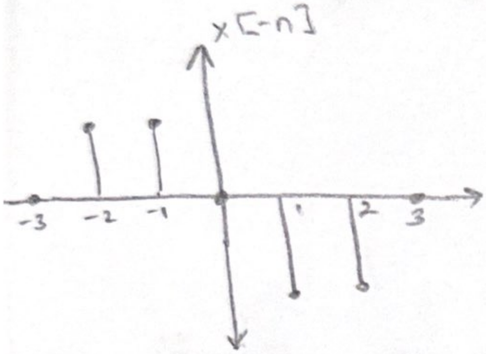
$t=0 \longrightarrow t_1 = -3/2$

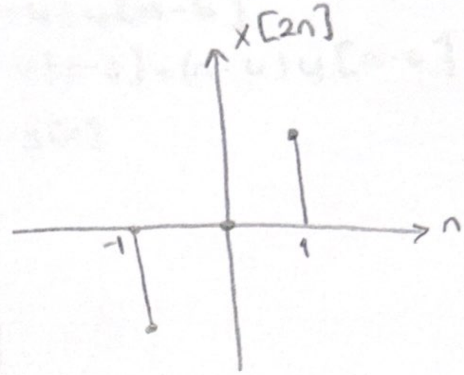
$t=1 \longrightarrow t_1 = -2$



ÖRNEK: $x[n] = \begin{cases} 1, & n = 1, 2 \\ -1, & n = -1, -2 \\ 0, & n = 0 \text{ ve } |n| > 2 \end{cases}$







ÖRNEK: $x[2n+3] = ?$

$n_1 = 2n_1 + 3$

$n_1 = \frac{n-3}{2}$

$n = -2 \longrightarrow n_1 = -5/2$

$n = -1 \longrightarrow n_1 = -2$

$n = 0 \longrightarrow n_1 = -3/2$

$n = 1 \longrightarrow n_1 = -1$

$n = 2 \longrightarrow n_1 = -\frac{1}{2}$