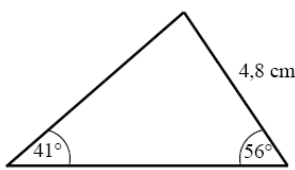


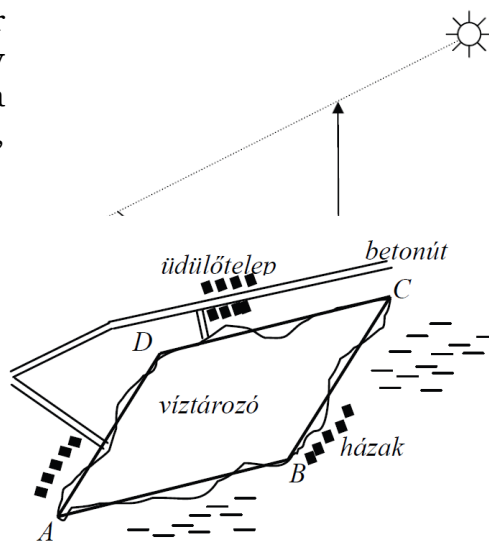
Síkgeometria

- 1) Döntse el, hogy a következő állítások közül melyik igaz és melyik hamis!
 - a) A háromszög köré írható kör középpontja mindig valamelyik súlyvonalra esik. (1 pont)
 - b) Egy négyszögnek lehet 180° -nál nagyobb belső szöge is. (1 pont)
 - c) Minden trapéz paralelogramma. (1 pont)
- 2) Egy derékszögű háromszög egyik befogójának hossza 3 cm, a vele szemközti szög $18,5^\circ$. Mekkora a másik befogó? Készítsen vázlatot, és válaszát számítással indokolja! (3 pont)
- 3) Egy derékszögű háromszög átfogója 4,7 cm hosszú, az egyik hegyesszöge $52,5^\circ$. Hány cm hosszú a szög melletti befogó? Készítsen vázlatot az adatok feltüntetésével! Válaszát számítással indokolja, és egy tizedes jegyre kerekítve adja meg! (3 pont)
- 4) Döntse el, hogy a következő állítások közül melyik igaz, melyik hamis!
 - a) A szabályos ötszög középpontosan szimmetrikus. (1 pont)
 - b) Van olyan háromszög, amelynek a súlypontja és a magasságpontja egybeesik. (1 pont)
 - c) Minden paralelogramma tengelyesen szimmetrikus. (1 pont)
- 5) Egy háromszög belső szögeinek aránya 2:5:11. Hány fokos a legkisebb szög? (2 pont)
- 6) Egy függőleges tartórúdra a talajtól 4 m magasan mozgásérzékelőt szereltek, a hozzákapcsolt lámpa 140° -os nyílásszögű forgáskúpban világít függőlegesen lefelé.
 - a) Készítsen vázlatrajzot az adatok feltüntetésével! (2 pont)
 - b) Milyen messze van a lámpától a legtávolabbi megvilágított pont? (4 pont)
 - c) Megvilágítja-e az érzékelő lámpája azt a tárgyat, amelyik a talajon a tartórúd aljától 15 m távolságra van? (4 pont)
 - d) A tartórúdon méterenként kampókat helyeztünk el, amelyekre fel tudjuk akasztani a mozgásérzékelő lámpáját. Alulról számítva hányadik kampót használjuk, ha azt akarjuk, hogy a vízszintes talajon ne világítson meg a lámpa 100 m^2 -nél nagyobb területet? (7 pont)
- 7) Mekkora az egységsugarú kör 270° -os középponti szögéhez tartozó ívének hossza? (2 pont)
- 8) Döntse el, hogy az alábbi B állítás igaz vagy hamis!
 B : Ha egy négyszög két szemközti szöge derékszög, akkor az téglalap.
Írja le az állítás megfordítását (C).
Igaz vagy hamis a C állítás? (3 pont)
- 9) Egy háromszög egyik oldalának hossza 6 cm. Az ezeken nyugvó két szög 50° és 60° . A háromszög beírt körének középpontját tükröztük a háromszög oldalaira. E három pont a háromszög csúcaival együtt egy konvex hatszöget alkot.
 - a) Mekkora a hatszög szögei? (6 pont)
 - b) Számítsa ki a hatszög azon két oldalának hosszát, amely a háromszög 60° -os szögének csúcsából indul! (5 pont)
 - c) Hány négyzetcentiméter a hatszög területe? (6 pont)A b) és a c) kérdésekben a választ egy tizedes pontossággal adja meg!

- 10) Egy háromszög oldalhosszúságai egész számok. Két oldala 3 cm és 7 cm. Döntse el a következő állításokról, hogy igaz vagy hamis! (2 pont)
 1. állítás: A háromszög harmadik oldala lehet 9 cm.
 2. állítás: A háromszög harmadik oldala lehet 10 cm.
- 11) Az ábrán látható háromszögben hány cm hosszú az 56° -os szöggel szemközti oldal? (Az eredményt egy tizedes jegy pontossággal adja meg!) Írja le a számítás menetét! (3 pont)
- 
- 12) Egy négyzet és egy rombusz egyik oldala közös, a közös oldal 13 cm hosszú. A négyzet és a rombusz területének az aránya 2:1.
 a) Mekkora a rombusz magassága? (5 pont)
 b) Mekkora a rombusz szögei? (3 pont)
 c) Milyen hosszú a rombusz hosszabbik átlója? A választ két tizedesjegyre kerekítve adja meg! (4 pont)
- 13) Adja meg az alábbi állítások igazságértékét (igaz vagy hamis), majd döntse el, hogy a b) és a c) jelű állítások közül melyik az a) jelű állítás megfordítása! (4 pont)
 a) Ha az ABCD négyszög téglalap, akkor átlói felezik egymást.
 b) Ha az ABCD négyszög átlói felezik egymást, akkor ez a négyszög téglalap.
 c) Ha az ABCD négyszög nem téglalap, akkor átlói nem felezik egymást.
- 14) Hányszorosára nő egy 2 cm sugarú kör területe, ha a sugarát háromszorosára növeljük? (2 pont)
- 15) Egy derékszögű háromszög egyik befogója 5 cm, az átfogója 13 cm hosszú. Mekkora a háromszög hegyesszögei? (Válaszát egész fokra kerekítve adja meg!) (2 pont)
- 16) Adja meg az alábbi állítások logikai értékét! A táblázatban karikázza be a helyes választ! (4 pont)
 A állítás: Minden rombusznak pontosan két szimmetriatengelye van. (1 pont)
 B állítás: Minden rombusznak van két szimmetriatengelye. (1 pont)
 C állítás: Van olyan rombusz, amelynek pontosan két szimmetriatengelye van. (1 pont)
 D állítás: Nincs olyan rombusz, amelynek négy szimmetriatengelye van. (1 pont)
- 17) Valamely derékszögű háromszög területe 12 cm^2 , az α hegyesszögéről pedig tudjuk, hogy $\operatorname{tg} \alpha = \frac{2}{3}$.
 a) Mekkora a háromszög befogói? (8 pont)
 b) Mekkora a háromszög szögei, és mekkora a köré írt kör sugara? (A szögeket fokokban egy tizedesjegyre, a kör sugarát cm-ben szintén egy tizedesjegyre kerekítve adja meg!) (4 pont)
- 18) A következő kérdések ugyanarra a 20 oldalú szabályos sokszögre vonatkoznak.
 a) Mekkora a sokszög belső szögei? Mekkora a külső szögek? (3 pont)
 b) Hány átlója illetve hány szimmetriatengelye van a sokszögnek? Hány különböző hosszúságú átló húzható egy csúcsból? (6 pont)
 c) Milyen hosszú a legrövidebb átló, ha a szabályos sokszög beírt körének sugara 15 cm? A választ két tizedesjegyre kerekítve adja meg! (8 pont)

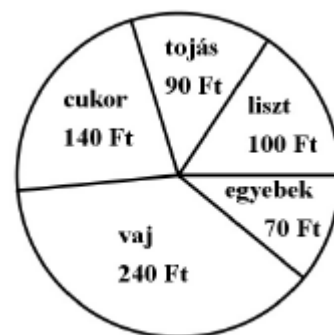
- 19) Egy torony árnyéka a vízszintes talajon kétszer olyan hosszú, mint a torony magassága. Hány fokos szöget zár be ekkor a Nap sugara a vízszintes talajjal? A keresett szöget fokban, egészre kerekítve adja meg! (2 pont)

- 20) Egy víztározó víztükrének alakját az ábrán látható módon az $ABCD$ paralelogrammával közelítjük. A paralelogrammának az 1:30000 méretarányú térképen mért adatai: $AB = 4,70$ cm, $AD = 3,80$ cm és $BD = 3,30$ cm.



- a) A helyi önkormányzat olyan kerékpárút építését tervezi, amelyen az egész víztározót körbe lehet kerekézni. Hány km hosszúságú lesz ez az út, ha hossza kb. 25%-kal több a paralelogramma kerületénél? Válaszát egy tizedesjegyre kerekítve adja meg! (4 pont)
- b) Mekkora az a legnagyobb távolság, amelyet motorcsónakkal, irányváltoztatás nélkül megtehetünk a víztározó víztükrén? Válaszát km-ben, egy tizedesjegyre kerekítve adja meg! (7 pont)
- c) Körülbelül hány m^3 -rel lesz több víz a víztározóban, ha a vízszintet 15 cm-rel megemelik? Válaszát ezer m^3 -re kerekítve adja meg! (6 pont)
- 21) Egy egyenlő szárú háromszög alapja 5 cm, a szára 6 cm hosszú. Hány fokosak a háromszög alapon fekvő szögei? A szögek nagyságát egész fokra kerekítve adja meg! Válaszát indokolja! (3 pont)
- 22) Tekintsük azt a derékszögű háromszöget, amelyben az átfogó hossza 1, az α hegyesszög melletti befogó hossza pedig $\sin \alpha$. Mekkora az α szög? Válaszát indokolja! (3 pont)
- 23) Egyenlő szárú háromszög alapja 40 cm, szárainak hossza 52 cm. A háromszöget megforgatjuk a szimmetriatengelye körül. (A válaszait két tizedesjegyre kerekítve adja meg!)
- a) Készítsen vázlatrajzot az adatok feltüntetésével, és számítsa ki, hogy mekkora a keletkező forgáskúp nyílásszöge? (4 pont)
- b) Számítsa ki a keletkező forgáskúp térfogatát! (3 pont)
- c) Mekkora a felszíne annak a gömbnek, amelyik érinti a kúp alapkörét és a palástját? (6 pont)
- d) Mekkora a kúp kiterített palástjának területe? (4 pont)
- 24) Az ABC hegyesszögű háromszögben $BC = 14$ cm, $AC = 12$ cm, a BCA szög nagysága pedig 40° .
- a) Számítsa ki a BC oldalhoz tartozó magasság hosszát! (2 pont)
- b) Számítsa ki az AB oldal hosszát! (3 pont)
- Válaszait cm-ben, egy tizedesjegyre kerekítve adja meg!
- Az AB oldal felezőpontja legyen E , a BC oldal felezőpontja pedig legyen D . Határozza meg az $AEDC$ négyszög területét!
- c) Válaszát cm^2 -ben, egy tizedesjegyre kerekítve adja meg! (7 pont)

25) Az ábra egy sütemény alapanyagköltségeinek megoszlását mutatja. Számítsa ki a „vaj” feliratú körcikk középponti szögének nagyságát fokban! Válaszát indokolja! (3 pont)



26) A vízszintessel $6,5^\circ$ -ot bezáró egyenes út végpontja 124 méterrel magasabban van, mint a kiindulópontja. Hány méter hosszú az út? Válaszát indokolja! (3 pont)

27) Két gömb sugarának aránya $2:1$. A nagyobb gömb térfogata k -szorosa a kisebb gömb térfogatának. Adja meg k értékét! (2 pont)

28) Az \underline{a} és \underline{b} vektorok 120° -os szöget zárnak be egymással, mindkét vektor hossza 4 cm. Határozza meg az $\underline{a} + \underline{b}$ vektor hosszát! (2 pont)

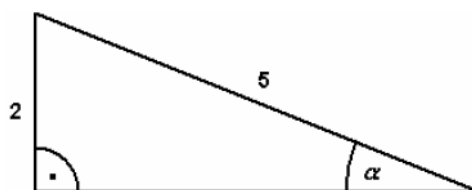
29) Számítsa ki a szabályos tizenkétszög egy belső szögének nagyságát! Válaszát indokolja! (3 pont)

30) Döntse el, melyik állítás igaz, melyik hamis!

- a) A valós számok halmazán értelmezett $f(x) = 4$ hozzárendelési szabállyal megadott függvény grafikonja az x tengellyel párhuzamos egyenes. (1 pont)
- b) Nincs két olyan prímszám, amelyek különbsége prímszám. (1 pont)
- c) Az 1 cm sugarú kör kerületének cm-ben mért számértéke kétszer akkora, mint területének cm^2 -ben mért számértéke. (1 pont)
- d) Ha egy adathalmaz átlaga 0, akkor a szórása is 0. (1 pont)

31) Egy háromszög egyik oldalának hossza 10 cm, a hozzá tartozó magasság hossza 6 cm. Számítsa ki a háromszög területét! (2 pont)

32) Számítsa ki az α szög nagyságát az alábbi derékszögű háromszögben! (2 pont)



33) Egy kör sugara 6 cm. Számítsa ki ebben a körben a 120° -os középponti szöghöz tartozó körcikk területét! (2 pont)

34) Egy 5 cm sugarú kör középpontjától 13 cm-re lévő pontból érintőt húzunk a körhöz. Mekkora az érintőszakasz hossza? Írja le a számítás menetét! (3 pont)

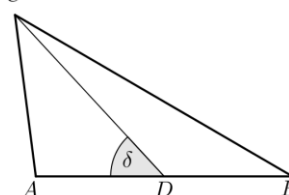
35) Adja meg, hogy az alábbi geometriai transzformációk közül melyek viszik át önmagába az ábrán látható, háromszög alakú (sugárveszélyt jelző) táblát! (2 pont)

- a) 60° -os elforgatás a tábla középpontja körül.
- b) 120° -os elforgatás a tábla középpontja körül.
- c) Középpontos tükrözés a tábla középpontjára.
- d) Tengelyes tükrözés a tábla középpontján és a tábla egyik csúcsán átmenő tengelyre.



36) Az ábrán látható ABC háromszögben a D pont felezi az AB oldalt. A háromszögben ismert: $AB = 48$ mm, $CD = 41$ mm, $\delta = 47^\circ$.

- a) Számítsa ki az ABC háromszög területét! (5 pont)
- b) Számítással igazolja, hogy (egész milliméterre kerekítve) a háromszög BC oldalának hossza 60 mm! (4 pont)
- c) Számítsa ki a háromszög B csúcsánál lévő belső szög nagyságát! (3 pont)



37) Egy téglalap szomszédos oldalainak hossza 4,2 cm és 5,6 cm. Mekkora a téglalap körülírt körének sugara? Válaszát indokolja! (3 pont)

38) a) Egy háromszög oldalainak hossza 5 cm, 7 cm és 8 cm. Mekkora a háromszög 7 cm-es oldalával szemközi szöge? (4 pont)

b) Oldja meg a $[0; 2\pi]$ intervallumon a következő egyenletet!

$$\cos^2 x = \frac{1}{4} \quad (x \in \mathbb{R}). \quad (6 \text{ pont})$$

c) Adja meg az alábbi állítások logikai értékét (igaz vagy hamis)! (2 pont)

I) Az $f: \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}, f(x) = \sin x$ függvény páratlan függvény.

II) Az $g: \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}, g(x) = \cos 2x$ függvény értékkészlete a $[-2; 2]$ zárt intervallum.

III) A $h: \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}, h(x) = \cos x$ függvény szigorúan monoton növekszik a $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$ intervallumon.

39) Újsághír: „Szeizmológusok számításai alapján a 2004. december 26-án Szumátra szigetének közelében kipattant földrengés a Richter-skála szerint 9,3-es erősségű volt; a rengést követő cunami (szökőár) halálos áldozatainak száma megközelítette a 300 ezret.”

A földrengés Richter-skála szerinti „erőssége” és a rengés középpontjában felszabaduló energia között fennálló

$$\text{összefüggés: } M = -4,42 + \frac{2}{3} \lg E.$$

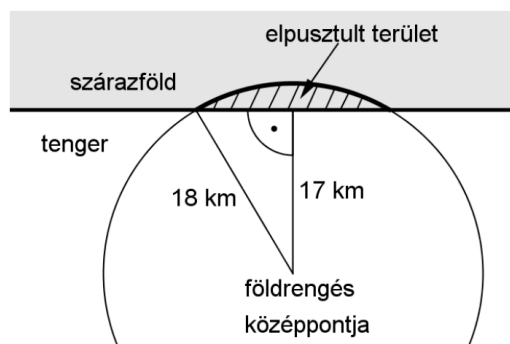
Ebben a képletben E a földrengés középpontjában felszabaduló energia mérőszáma (joule-ban mérve), M pedig a földrengés erősségét megadó nem negatív szám a Richter-skálán.

a) A Nagasakira 1945-ben ledobott atombomba felrobbanásakor felszabaduló energia $1,344 \cdot 10^{14}$ joule volt. A Richter-skála szerint mekkora erősségű az a földrengés, amelynek középpontjában ekkora energia szabadul fel? (3 pont)

b) A 2004. december 26-i szumátrai földrengésben mekkora volt a felszabadult energia? (3 pont)

c) A 2007-es chilei nagy földrengés erőssége a Richter-skála szerint 2-vel nagyobb volt, mint annak a kanadai földrengésnek az erőssége, amely ugyanebben az évben következett be. Hányszor akkora energia szabadult fel a chilei földrengésben, mint a kanadaiban? (5 pont)

d) Az óceánban fekvő egyik szigeten a földrengést követően kialakuló szökőár egy körszelet alakú részt tarolt le. A körszeletet határoló körív középpontja a rengés középpontja, sugara pedig 18 km. A rengés középpontja a sziget partjától 17 km távolságban volt (lásd a felülnézeti ábrán). Mekkora a szárazföldön elpusztult rész területe egész négyzetkilométerre kerekítve? (6 pont)

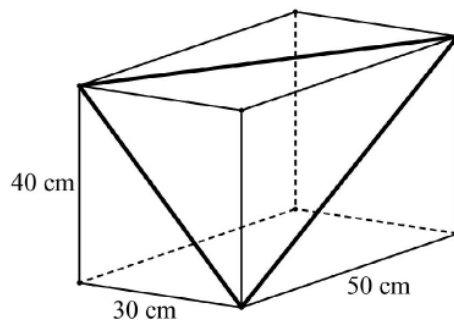


- 40) Egy téglatest alakú akvárium egy csúcsból kiinduló élei 30 cm, 40 cm, illetve 50 cm hosszúak.

a) Hány literes ez az akvárium? (A számolás során tekintsen el az oldallapok vastagságától!) (3 pont)

Tekintsük azt a háromszöget, amelynek oldalait az ábrán látható téglatest három különböző hosszúságú lapátlója alkotja.

b) Mekkora ennek a háromszögnek a legkisebb szöge? Válaszát fokban, egészre kerekítve adja meg! (8 pont)



- 41) Adja meg az alábbi állítások logikai értékét (igaz vagy hamis)!

a) Minden paralelogramma tengelyesen szimmetrikus négyszög.

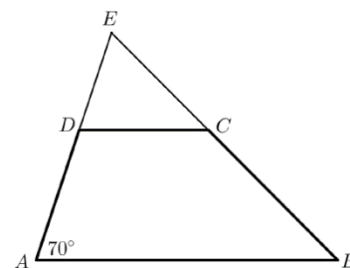
b) A kocka testátlója 45° -os szöget zár be az alaplappal.

c) A szabályos tizenhétszögben az egyik csúcsból kiinduló összes átló a tizenhétszöget 15 háromszögre bontja. (2 pont)

- 42) Az $ABCD$ trapéz oldalainak hossza: $AB = 10$ cm; $CD = 6$ cm; $AD = 7$ cm. Az A csúcsnál fekvő belső szög nagysága 70° .

a) Mekkora távolságra van a D pont az AB oldaltól? (3 pont)

b) Számítsa ki a négyszög AC átlójának hosszát! (4 pont)



Az E pont az AD és BC szárak egyenesének metszéspontja.

c) Számítsa ki az ED szakasz hosszát! (4 pont)

- 43) Egy ABC háromszög A csúcsánál lévő külső szöge 104° -os, B csúcsnál lévő belső szöge 74° -os. Hány fokos a háromszög C csúcsnál lévő külső szöge? Válaszát indokolja! (3 pont)

- 44) Az ABC derékszögű háromszög AC befogója 6 cm, BC befogója 8 cm hosszú.

a) Számítsa ki az ABC háromszög hegyesszögeinek nagyságát! (3 pont)

A DEF derékszögű háromszög DE befogója 7 cm-rel rövidebb, mint a DF befogó. Az átfogó 2 cm-rel hosszabb, mint a DF befogó.

b) Számítsa ki a DEF háromszög oldalainak hosszát! (8 pont)

- 45) Az $ABCD$ húrtrapéz oldalainak hossza:

$AB = 5$ cm, $BC = 2,5$ cm, $CD = 2$ cm, és $DA = 2,5$ cm.

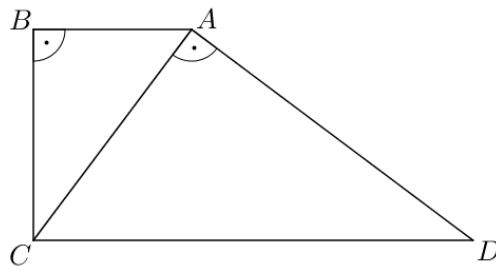
a) Számítsa ki a trapéz szögeit! (5 pont)

b) Határozza meg az ABC és ACD háromszögek területének arányát! (5 pont)

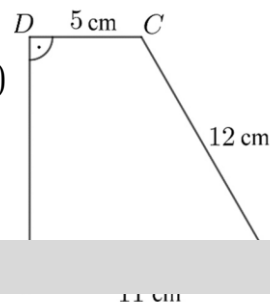
c) A trapéz belső szögeit egy-egy 5 mm sugarú körívvel jelöltük. Számítsa ki a négy körív hosszának összegét! (3 pont)

- 46) Egy háromszög 3 cm és 5 cm hosszú oldalai 60° -os szöget zárnak be egymással. Hány centiméter hosszú a háromszög harmadik oldala? Megoldását részletezze! (3 pont)

- 47) Két derékszögű háromszöget egy-egy oldalukkal egymáshoz illesztettünk az ábrának megfelelően. Így az $ABCD$ derékszögű trapézt kaptuk.



- a) Igazolja, hogy az ABC és a CAD háromszög hasonló! (3 pont)
 Legyen $AB = 9\text{ cm}$, $AC = 15\text{ cm}$.
 b) Számítsa ki a trapéz AD oldalán fekvő szögeinek nagyságát! (4 pont)
 c) Számítsa ki a trapéz területét! (7 pont)
- 48) Az ABC derékszögű háromszög egyik befogója 8 cm , átfogója 17 cm hosszú.
 a) Számítsa ki a háromszög 17 cm -es oldalához tartozó magasságának hosszát! (5 pont)
 b) Hány cm^2 a háromszög körülírt körének területe? (3 pont)
 A DEF háromszög hasonló az ABC háromszöghöz, és az átfogója $13,6\text{ cm}$ hosszú.
 c) Hány százalék a DEF háromszög területe az ABC háromszög területének? (4 pont)
- 49) Az $ABCD$ derékszögű trapézban az A és a D csúcsnál van derékszög. Az AB alap 11 cm , a BC szár 12 cm , a CD alap 5 cm hosszú.

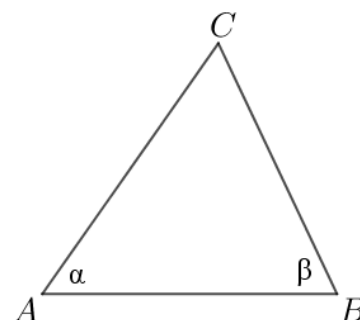


- a) Igazolja, hogy a trapéz B csúcsánál lévő szög nagysága 60° , és számítsa ki a trapéz területét! (7 pont)
 b) Számítsa ki az ABC háromszög C csúcsánál lévő szögét! (4 pont)
- 50) Adott a derékszögű koordináta-rendszerben a $P(-2;3)$ és a $K(3;15)$ pont.

- a) Tükrözzük a P pontot a K pontra. Számítsa ki az így kapott P' pont koordinátáit! (4 pont)

Az ABC háromszög szögeinek nagysága: $\alpha = 55^\circ$, $\beta = 65^\circ$. A háromszög A , illetve B csúcsához tartozó magasságvonalaik metszéspontját jelölje M . Az M pontot az AB oldal egyenesére tükrözve az M' pontot kapjuk.

- b) Határozza meg az $AM'BC$ négyszög belső szögeinek nagyságát! (8 pont)



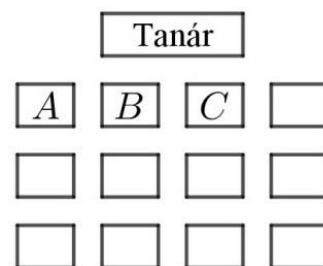
- 51) Barnabás telefonján a képernyő átlója $5,4\text{ col}$ ($1\text{ col} \approx 25,4\text{ mm}$), a képernyő oldalainak aránya $16:9$. A telefon téglalap alakú előlapján a képernyő alatt és felett 12 mm , két oldalán 3 mm szélességű szegély van.

- a) Mekkora a telefon előlapjának oldalai? Válaszát egész mm-re kerekítve adja meg! (6 pont)

Az írásbeli érettségi vizsga megkezdése előtt a felügyelő tanár megkéri a vizsgázókat, hogy telefonjaikat kikapcsolt állapotban tegyék ki a tanári asztalra. Általános tapasztalat, hogy egy-egy diák a „vizsgaláz” miatt $0,02$ valószínűséggel bekapcsolva felejtí a telefonját.

- b) Mekkora annak a valószínűsége, hogy a teremben lévő 12 vizsgázó közül legalább egy bekapcsolva felejtí a telefonját? (3 pont)

A vizsgateremben lévő 12 egyszemélyes pad négy egymás melletti oszlopba van rendezve. Mindegyik oszlopban három egymás mögötti pad áll. Julcsi és Tercsi jó barátnők, elhatározzák, hogy a vizsgán két egymás melletti padba ülnek. (Például ha Julcsi a B-vel jelölt padban ül, akkor Tercsi az A vagy C jelű padot foglalja el.)



c) Hányféleképpen ülhet le a 12 vizsgázó a teremben

úgy, hogy Julcsi és Tercsi valóban két egymás melletti padban üljön?(5 pont)

Az iskolában érettségiző 100 tanuló matematika írásbeli érettségi vizsgájának pontszámairól készült összesítést mutatja a táblázat.

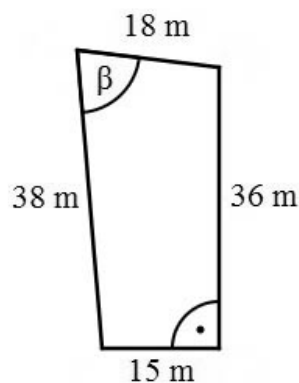
Pontszám	Tanulók száma
0-20	0
21-30	8
31-40	12
41-50	8
51-60	18
61-70	20
71-80	12
81-90	16
91-100	6

d) A táblázat alapján mennyi a 100 tanuló pontszámának lehetséges legmagasabb átlaga? (3 pont)

52) A Molnár házaspár építési telket vásárolt. Öt évvel korábban egy bankban 7 millió Ft-ot helyeztek el kamatos kamatra. Az 5 év elteltével Molnárék 8115000 Ft-ot vehettek fel a bankból.

a) Hány százalékos kamatot fizetett évente a bank, ha a kamatláb az 5 év során nem változott? (4 pont)

Az építési telket egy olyan övezetben vásárolták, ahol a telkek területének a 20 százaléka építhető be. A megvásárolt telek méretei az ábrán láthatók. A telek 15 méteres és 36 méteres oldala merőleges egymásra.



b) Határozza meg a 18 méter és a 38 méter hosszú oldalak által bezárt szög (β) nagyságát, és számítsa ki a telken beépíthető rész területét! (9 pont)

Molnár úr kulcscsomóján négy ugyanolyan kinézetű kulcs van, amelyek közül az egyik az új telek kapuját nyitja. Molnár úr általában nem találja el elsőre, hogy melyik kulcs való ebbe a zárba.

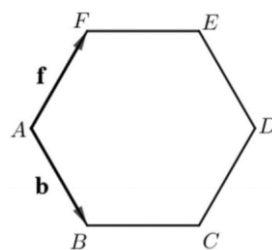
c) Határozza meg annak a valószínűségét, hogy a kapuhoz érve Molnár úr először nem a megfelelő kulccsal próbálja kinyitni a kaput, de a második próbálkozása már sikeres lesz! (Molnár úr két különböző kulcsot próbál a zárba.) (4 pont)

53) Egy háromszög belső szögeinek aránya 2:3:7. Hány fokok a háromszög legkisebb szöge? (2 pont)

- 54) Az $ABCDEF$ szabályos hatszögben $b = \overrightarrow{AB}$ és $f = \overrightarrow{AF}$.

Fejezze ki a b és f vektorok segítségével az \overrightarrow{AD} vektort!

(2 pont)

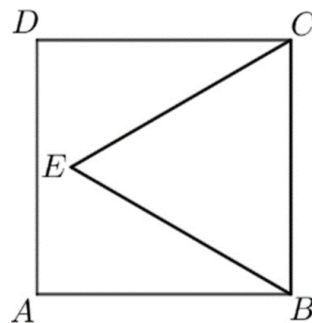


- 55) Az $ABCD$ négyzet oldalának hossza 12 egység. A négyzet belsejében kijelöltük az E pontot úgy, hogy $BC = BE = 12$ egység legyen (lásd az ábrát).

a) Számítsa ki az A és E pontok távolságát! (5 pont)

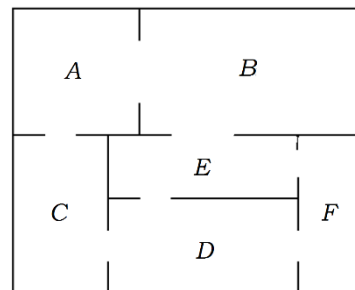
Egy bronzból készült, szabályos négyoldalú gúla alakú tömörtest (piramis) minden éle 10 cm hosszúságú.

b) Számítsa ki a gúla tömegét, ha 1 dm^3 bronz tömege 8 kg! (7 pont)



- 56) Az ábrán egy kis múzeum alaprajzát látjuk. A múzeum termei közötti kapcsolatot gráffal is szemléltethetjük. A gráf pontjai a termek, élei pedig az átjárók a termek között. (Egy él egy átjárót szemléltet két terem között.)

a) Rajzolja fel a múzeum termeit és átjáróit szemléltető gráfot!



A múzeumba háromféle belépőjegyet lehet váltani:

Teljes árú jegy	400 Ft
Kedvezményes jegy (gyerek, diák, pedagógus, nyugdíjas)	250 Ft
Fotójegy (belépőjegy és fényképezőgép-használat)	500 Ft

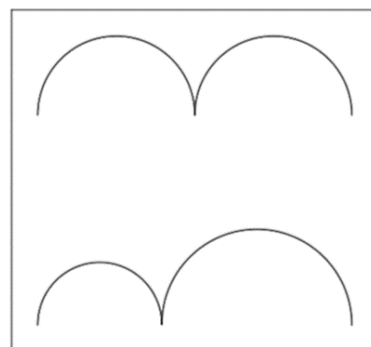
Januárban négyszer annyi kedvezményes belépőjegyet adtak el, mint teljes árú jegyet, továbbá az eladott fotójegyek száma az eladott teljes árú jegyek számának 12,5%-a volt. A múzeum belépőjegy-eladásból származó bevétele januárban 912 600 Ft volt.

- b) Hány belépőjegyet adtak el januárban összesen? (4 pont)

Csilla, Dezső, Emese, Feri és Gyöngyi délelőtt 10-re beszéltek meg találkozót a múzeum előtt. Sorban egymás után érkeznek (különböző időpontokban), véletlenszerűen.

- c) Mennyi a valószínűsége annak, hogy legfeljebb egy lánynak kell várakoznia fiúra? (6 pont)

A kiállításon több gondolkodtató, minimalista kép is szerepel. Dezső szerint az ábrán látható, csatlakozó félköröket ábrázoló kép címe azért „Egyenlőség”, mert a felső és az alsó görbe vonal hossza egyenlő. A felső görbét alkotó két egyforma félkör átmérőjének összege 48 cm. Az alsó görbét alkotó két félkör átmérőjének összege szintén 48 cm.



d) Igaz-e Dezső sejtése, hogy a két görbe vonal hossza egyenlő? (5 pont)

57)

a) Egy számtani sorozat első és harmadik tagjának összege 8. A sorozat harmadik, negyedik és ötödik tagjának összege 9. Adja meg a sorozat első tíz tagjának összegét! (7 pont)

b) Egy derékszögű háromszög egyik befogója 8 cm-rel, a másik 9 cm-rel rövidebb, mint az átfogó. Mekkora a háromszög oldalai? (7 pont)

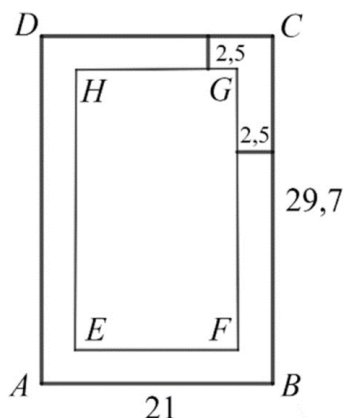
58) Egy A4-es papírlapot négy egyforma kisebb lapra vágtunk. Ezekre a kisebb lapokra felírtuk az 1, 2, 3, 4 számokat, mindegyik lapra egy számot. A négy lapot véletlenszerűen sorba rakjuk.

a) Mennyi annak a valószínűsége, hogy így sem két páros, sem két páratlan szám nem kerül egymás mellé? (4 pont)

Egy A4-es papírlap vastagsága 0,1 mm. Egy ilyen papírlapot kettévágunk, majd a keletkező két fél lapot egymásra tesszük. Az így kapott „kupacot” ismét kettévágjuk, és a keletkező négy negyedlapot egymásra tesszük (a kupac magassága ekkor 0,4 mm). Ezt a műveletet tovább folytatjuk, tehát először egy vágással a kupacot kettévágjuk, majd a keletkező lapokat egymásra tesszük. Azt tervezzük, hogy ezt a műveletet összesen 20-szor hajtjuk végre. Luca szerint, ha ezt meg tudnánk tenni, akkor a 20 vágás és egymásra rakás után keletkező kupac magasabb lenne, mint 100 méter.

b) Igaza van-e Lucának? Válaszát számítással igazolja! (4 pont)

Egy A4-es papírlap méretei: 21 cm \times 29,7 cm. A szövegszerkesztő programok általában 2,5 cm-es margóval dolgoznak, vagyis a papírlap minden oldalától számítva egy-egy 2,5 cm-es sáv üresen marad (lásd az ábrát). A lap közepén a szövegnek fennmaradó rész szintén téglalap alakú. Zsófi szerint az ABCD és az EFGH téglalapok hasonlóak.



c) Igaza van-e Zsófinak? Válaszát indokolja! (5 pont)

Tekintsük a következő állítást:

Ha két négyszög hasonló, akkor megfelelő szögek páronként egyenlők.

d) Adja meg az állítás logikai értékét (igaz vagy hamis)! Írja fel az állítás megfordítását, és adja meg a megfordítás logikai értékét is! Ez utóbbi válaszát indokolja! (4 pont)

- 59) Az ábrán egy ejtőernyős klub kitűzője látható. (Az egyik körív középpontja a szabályos háromszög A csúcsa, a másik körív középpontja az A csúccsal szemközti oldal felezőpontja.)

Ezt a lapot fogják tartományonként színesre festeni.

- a) Számítsa ki egyenként mindhárom tartomány területét, ha $a = 2,5$ cm! Számításait legalább két tizedesjegy pontossággal végezze, és az így kapott eredményt egy tizedesjegyre kerekítve adja meg!

(6 pont)

- b) Hányféle módon festhető színesre a kitűző, ha minden tartományt a piros, sárga, zöld és kék színek valamelyikére festenek a következő két feltétel együttes figyelembevételével:

(1) szomszédos tartományok nem lehetnek azonos színűek;

(2) piros és sárga színű tartomány nem lehet egymás mellett.

(Szomszédos tartományoknak van közös határvonala.)

(11 pont)

- 60) Egy négyzet oldalegyenesei a koordinátatengelyek és az $x=1$, valamint az $y=1$ egyenletű egyenesek.

- a) Ábrázolja derékszögű koordinátarendszerben a négyzetet, és adja meg csücsainak koordinátáit! (2 pont)

- b) Írja fel a négyzet köré írható kör egyenletét! (5 pont)

- c) Állapítsa meg, hogy a négyzet kerülete hány százaléka a kör kerületének? (2 pont)

- d) Az $y = -4x + 2$ egyenletű egyenes a négyzetet két részre bontja. Számítsa ki e részek területének arányát! (8 pont)

- 61) Egy háromszög 11 cm hosszú oldalával szemközti szöge 45° -os. Ennek a háromszögnek van egy 122° -os szöge is.

Hány cm hosszú a háromszög 122° -os szögével szemközti oldala? Válaszát indokolja! (3 pont)

- 62) Egy sétálóutca díszburkolatát ötszög alapú egyenes hasáb alakú kövekkel készítik el. (Az ábrán négy ilyen követ lehet látni a burkolaton megfigyelhető elrendezésben.)

A kő alapját képző $ABCDE$ ötszög tengelyesen szimmetrikus (egy, a D csúcson átmenő egyenesre), négy oldala 10 cm hosszú, három szöge 120° -os, az ábrának megfelelően.

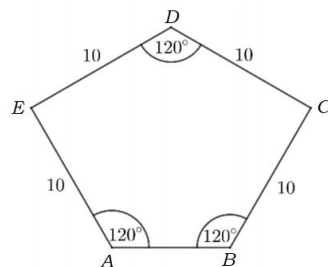
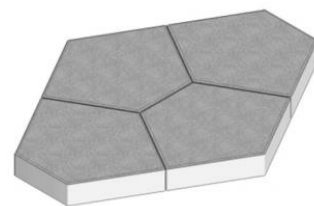
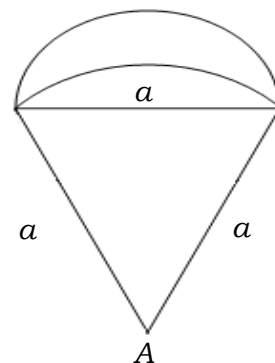
- a) Számítással igazolja, hogy az AED és BCD háromszög derékszögű! (2 pont)

- b) Számítsa ki az $ABCDE$ ötszög területét! (6 pont)

Róbert egy járdaszakaszt egyedül 20 óra alatt burkolna le ezzel a kővel, Sándor ugyanazt a munkát egyedül 30 óra alatt végezné el.

- c) Mennyi idő alatt végeznek, ha együtt dolgoznak? (4 pont)

Ezt a követ szürke és sárga színben árulják a kereskedésben. A dobozokon matrica jelzi a dobozban lévő kövek színét. Állítólagosan minden századik dobozon rossz a matrica: szürke helyett sárga vagy fordítva. (Ezt tekinthetjük úgy, hogy 0,01 annak a valószínűsége, hogy rossz matrica kerül a dobozra.)



Péter kiválaszt 21 szürke jelzésű dobozt, és ellenőrzi a dobozokban lévő kövek színét.

d) Mennyi a valószínűsége annak, hogy a 21 kiválasztott doboz közül legalább 20 dobozban valóban szürke kő van? (5 pont)

63) Az ABC derékszögű háromszög BC befogójának hossza 40 cm, AB átfogójának hossza 41 cm.

a) Mekkora a háromszög területe? Válaszát dm^2 -ben adja meg! (5 pont)

b) Mekkora a háromszög hegyesszögei? (3 pont)

c) Mekkora a háromszög köré írt kör kerülete? Válaszát egész centiméterre kerekítve adja meg! (4 pont)

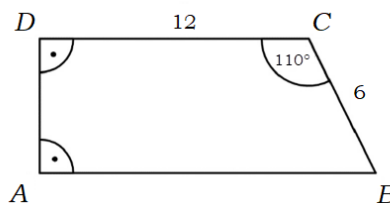
64) Egy négyszög belső szögeinek aránya $1:2:3:4$. Hány fokos a négyszög legnagyobb szöge? Válaszát indokolja! (4 pont)

65) Egy szabályos sokszög egyik csúcsából behúztunk két átlót, így a sokszöget egy háromszögre, egy négyszögre és egy ötszögre bontottuk. Hány oldalú a szabályos sokszög? (2 pont)

66) Az $ABCD$ derékszögű trapéz 6 cm-es BC szára 110° -os szöget zár be a 12 cm-es CD alappal.

a) Számítsa ki a trapéz másik két oldalának a hosszát!

b) Számítsa ki a BCD háromszög BD oldalának hosszát és ismeretlen szögeinek nagyságát!



67) A háromszög alábbi nevezetes vonalai közül melyek azok, amelyek mindig illeszkednek a háromszög valamelyik oldalfelező pontjára? (Adja meg a megfelelő betűjeleket!)

A) magasságvonal

B) középvonal

C) súlyvonal

D) szögfelező

E) oldalfelező merőleges

(3 pont)