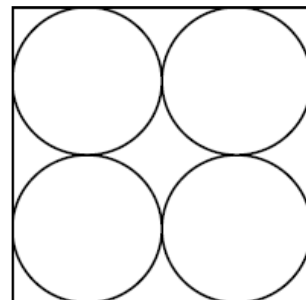
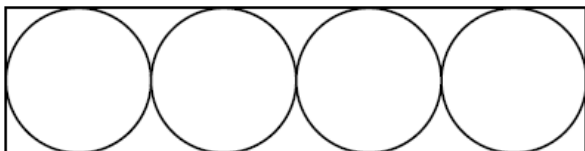


Térgeometria

- 1) Egy gömb alakú labda belső sugara 13 cm. Hány liter levegő van benne? Válaszát indokolja! (3 pont)
- 2) Egy forgáskúp alapkörének átmérője egyenlő a kúp alkotójával. A kúp magasságának hossza $5\sqrt{3}$ cm. Készítsen vázlatot!
 - a) Mekkora a kúp felszíne? (9 pont)
 - b) Mekkora a kúp térfogata? (2 pont)
 - c) Mekkora a kúp kiterített palástjának középponti szöge? (6 pont)
- 3) Egy vállalkozás reklám-ajándéka szabályos hatszög alapú egyenes gúla, amit fából készítenek el. A gúla alapélei 4,2 cm hosszúak, magassága 25 mm.
 - a) Hány cm^3 faanyag van egy elkészült gúlában? (4 pont)
 - b) A gúla oldallapjait színesre festik. Hány cm^2 felületet festenek be egy gúla oldallapjainak a színezésekor? (8 pont)
 - c) A gúla oldallapjait hat különböző színnel festik be úgy, hogy 1-1 laphoz egy színt használnak. Hányféle lehet ez a színezés? (Két színezést akkor tekintünk különbözőnek, ha forgatással nem vihetők át egymásba.) (3 pont)
 - d) A cég bejáratánál az előbbi tárgy tízszeresére nagyított változatát helyezték el. Hányszor annyi fát tartalmaz ez, mint egy ajándéktárgy? (2 pont)
- 4) 4 cm átmérőjű fagolyókat négyesével kis (téglatest alakú) dobozokba csomagolunk úgy, hogy azok ne lötyögjenek a dobozokban. A két szóba jövő elrendezést felülnézetből lerajzoltuk:



A dobozokat átlátszó műanyag fóliával fedjük le, a doboz többi része kartonpapírból készül. A ragasztáshoz, hegesztéshez hozzászámoltuk a doboz méreteiből adódó anyagszükséglet 10%-át.

- a) Mennyi az anyagszükséglet egy-egy dobozfajtánál a két felhasznált anyagból külön-külön? (8 pont)
 - b) A négyzet alapú dobozban a fagolyók közötti teret állagmegóvási célból tömítő anyaggal töltik ki. A doboz térfogatának hány százalékát teszi ki a tömítő anyag térfogata? (4 pont)
- 5) Egy téglatest alakú akvárium belső méretei (egy csúcsból kiinduló éleinek hossza): 42 cm, 25 cm és 3 dm. Megtelik-e az akvárium, ha beletöltünk 20 liter vizet? Válaszát indokolja! (3 pont)
 - 6) Egy szabályos háromszög alapú egyenes hasáb alapéle 8 cm hosszú, palástjának területe (az oldallapok területösszege) hatszorosa az egyik alaplapp területének. Mekkora a hasáb felszíne és térfogata? (12 pont)
 - 7) Egy négyzetes oszlop egy csúcsból kiinduló három élének hossza: a , a és b . Fejezze ki ezekkel az adatokkal az ebből a csúcsból kiinduló testátló hosszát! (3 pont)

- 8) Egy gyertyagyárban sokféle színű, formájú, és méretű gyertyát készítenek. A folyékony, felhevített viaszt különféle formákba öntik. Az öntőhelyek egyikén négyzet alapú egyenes gúlát öntenek, melynek alapéle 5 cm, oldaléle 8 cm hosszú.
- a) Számítsa ki ennek a gúla alakú gyertyának a térfogatát! (Az eredményt cm^3 -ben, egészre kerekítve adja meg!) (4 pont)
- Ezen az öntőhelyen az egyik műszakban 130 darab ilyen gyertyát gyártanak.
- b) Hány liter viaszra van szükség, ha tudjuk, hogy a felhasznált anyag 6 %-a veszteség? (Az eredményt egy tizedes jegyre kerekítve adja meg!) (4 pont)
- A gúla alakú gyertyákat egyenként díszdobozba csomagolják.
- c) Hány cm^2 papír szükséges 40 darab díszdoboz elkészítéséhez, ha egy doboz papírszükséglete a gúla felszínének 136%-a? (4 pont)
- 9) Egy facölöp egyik végét csonka kúp alakúra, másik végét forgáskúp alakúra formálták. (Így egy forgástestet kaptunk.) A középső, forgáshenger alakú rész hossza 60 cm és átmérője 12 cm. A csonka kúp alakú rész magassága 4 cm, a csonka kúp fedőlapja pedig 8 cm átmérőjű. Az elkészült cölöp teljes hossza 80 cm.
- a) Hány m^3 fára volt szükség 5000 darab cölöp gyártásához, ha a gyártáskor a felhasznált alapanyag 18%-a a hulladék? (Válaszát egész m^3 -re kerekítve adja meg!) (8 pont)
- Az elkészült cölöpök felületét vékony lakkréteggel vonják be.
- b) Hány m^2 felületet kell belakkozni, ha 5000 cölöpöt gyártottak? (Válaszát egész m^2 -re kerekítve adja meg!) (9 pont)
- 10) Egy fa építőjáték-készlet négyféle, különböző méretű téglatestfajtából áll. A készletben a különböző méretű elemek mindegyikéből 10 db van. Az egyik téglatest, nevezzük alapelemnek, egy csúcsából induló éleinek hossza: 8 cm, 4 cm, 2 cm. A többi elem méreteit úgy kapjuk, hogy az alapelem valamelyik 4 párhuzamos élének a hosszát megduplázzuk, a többi él hosszát pedig változatlanul hagyjuk.
- a) Mekkora az egyes elemek felszíne? (4 pont)
- b) Rajzolja le az alapelem kiterített hálózatainak 1:2 arányú kicsinyített képét! (4 pont)
- c) Elférhet-e a játékkészlet egy olyan kocka alakú dobozban, amelynek belső éle 16 cm? (4 pont)
- d) A teljes készletből öt elemet kivesszünk. (A kiválasztás során minden elemet azonos valószínűséggel választunk.) Mekkora valószínűséggel lesz mind az öt kiválasztott elem négyzetes oszlop? (A valószínűség értékét három tizedesjegy pontossággal adja meg!) (5 pont)
- 11) Egy gömb alakú gáztároló térfogata 5000 m^3 . Hány méter a gömb sugara? A választ egy tizedesre kerekítve adja meg! Írja le a számítás menetét! (4 pont)
- 12) Befér-e egy 1600 cm^2 felszínű (gömb alakú) vasgolyó egy 20 cm élű kocka alakú dobozba? Válaszát indokolja! (3 pont)

- 13) Az iskolatejet gúla alakú, impregnált papírból készült dobozba csomagolják. (Lásd az alábbi ábrát, ahol $CA = CB = CD$).

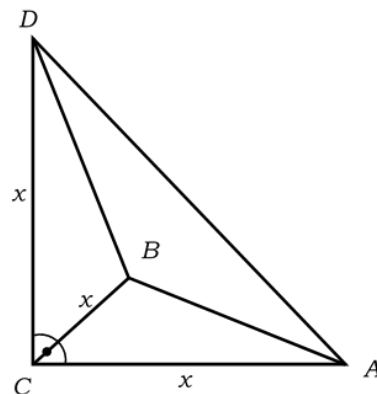
A dobozba 2,88 dl tej fér.

- a) Számítsa ki a gúla éleinek hosszát! Válaszát egész cm-ben adja meg!

(8 pont)

- b) Mekkora a papírdoboz felszíne? Válaszát cm^2 -ben, egészre kerekítve adja meg!

(4 pont)



- 14) Hányszorosára nő egy kocka térfogata, ha minden élét háromszorosára növeljük?

(2 pont)

- 15) Egy 12 cm oldalhosszúságú négyzetet megforgatunk az egyik oldalával párhuzamos szimmetriatengelye körül.

- a) Mekkora az így keletkező forgástest térfogata és felszíne? (6 pont)

A felszínt egész cm^2 -re, a térfogatot egész cm^3 -re kerekítve adja meg!

Ugyanezt a négyzetet forgassuk meg az egyik átlóját tartalmazó forgástengely körül!

- b) Mekkora az így keletkező forgástest térfogata és felszíne? (9 pont)

A felszínt egész cm^2 -re, a térfogatot egész cm^3 -re kerekítve adja meg!

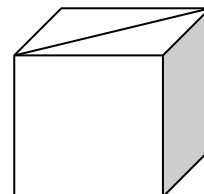
- c) A forgástestek közül az utóbbinak a felszíne hány százaléka az első forgatással kapott forgástest felszínének? (2 pont)

- 16) Az ábrán látható kockának berajzoltuk az egyik lapátlóját. Rajzoljon ebbe az ábrába egy olyan másik lapátlót, amelynek van közös végpontja a berajzolt lapátlóval!

Hány fokos szöget zár be ez a két lapátló?

Válaszát indokolja!

(3 pont)



- 17) Egy csonkakúp alakú tejfölös doboz méretei a következők: az alaplap átmérője 6 cm, a fedőlap átmérője 11 cm és az alkotója 8,5 cm.

- a) Hány cm^3 tejföl kerül a dobozba, ha a gyárban a kisebbik körlapján álló dobozt magasságának 86%-áig töltik meg?

Válaszát tíz cm^3 -re kerekítve adja meg!

(11 pont)

- b) A gyártás során a dobozok 3%-a megsérül, selejtes lesz. Az ellenőr a gyártott dobozok közül visszatevéssel 10 dobozt kiválaszt. Mennyi a valószínűsége annak, hogy a 10 doboz között lesz legalább egy selejtes?

Válaszát két tizedesjegyre kerekítve adja meg!

(6 pont)

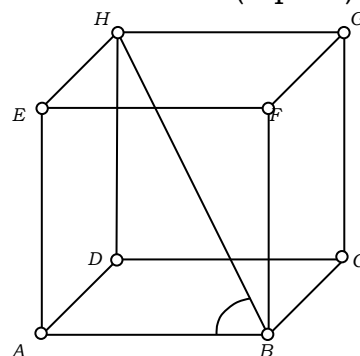
- 18)a) Számítsa ki annak a szabályos négyoldalú gúlának a térfogatát, melynek minden éle 10 cm hosszú!

(6 pont)

Térgeometriai feladatok megoldásában segíthet egy olyan készlet, melynek elemeiből (kilyuggatott kisméretű gömbökből és különböző hosszúságú műanyag pálcikákból) matematikai és kémiai modellek építhetők. Az ábrán egy kocka modellje látható.

- b) Számítsa ki az ABH szög nagyságát! (A test csücsait tekintse pontoknak, az éleket pedig szakaszoknak!)

(4 pont)



Anna egy molekulát modellezett a készlet segítségével, ehhez 7 gömböt és néhány pálcikát használt fel. Minden pálcika két gömböt kötött össze, és bármely két gömböt legfeljebb egy pálcika kötött össze. A modell elkészítése után feljegyezte, hogy hány pálcikát szúrt bele az egyes gömbökbe. A feljegyzett adatok: 6, 5, 3, 2, 2, 1, 1.

c) Mutassa meg, hogy Anna hibát követett el az adatok felírásában! (4 pont)
Anna is rájött, hogy hibázott. A helyes adatok: 6, 5, 3, 3, 2, 2, 1.

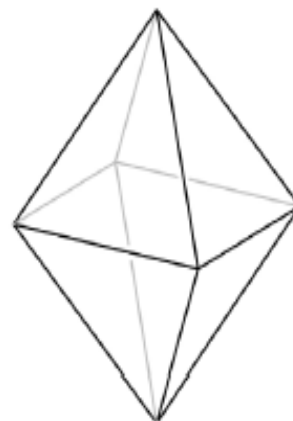
d) Hány pálcikát használt fel Anna a modell elkészítéséhez? (3 pont)

- 19) Tekintsünk két egybevágó, szabályos négyoldalú (négyzet alapú) gúlát, melyek alapélei 2 cm hosszúak, oldalélei pedig 3 cm-esek. A két gúlát alaplapjuknál fogva összeragasztjuk (az alaplapok teljesen fedik egymást), így az ábrán látható testet kapjuk.

a) Számítsa ki ennek a testnek a felszínét (cm^2 -ben) és a térfogatát (cm^3 -ben)! Válaszait egy tizedesjegyre kerekítve adja meg! (9 pont)

A test lapjait 1-től 8-ig megszámozzuk, így egy „dobó-oktaédert” kapunk, amely minden oldallapjára egyforma valószínűséggel esik. Egy ilyen test esetében is van egy felső lap, az ezen lévő számot tekintjük a dobás kimenetelének. (Az ábrán látható „dobó-oktaéderrel” 8-ast dobtunk.)

b) Határozza meg annak a valószínűségét, hogy ezzel a „dobó-oktaéderrel” egymás után négyszer dobva, legalább három esetben 5-nél nagyobb számot dobunk! (8 pont)



- 20) Egy szabályos négyoldalú (négyzet alapú) gúla alapéle 12 cm, oldallapjai 60° -os szöget zárnak be az alaplap síkjával.

a) Számítsa ki a gúla felszínét (cm^2 -ben) és térfogatát (cm^3 -ben)! Válaszait egészre kerekítve adja meg! (7 pont)

A gúlát két részre osztjuk egy az alaplappal párhuzamos síkkal, amely a gúla magasságát a csúcstól távolabbi harmadoló pontban metszi.

b) Mekkora a keletkező gúla és csonkagúla térfogatának aránya? Válaszát egész számok hányadosaként adja meg! (5 pont)

c) Számítsa ki a keletkező csonkagúla felszínét cm^2 -ben! (5 pont)

- 21) Egy henger alakú bögre belsejének magassága 12 cm, belső alapkörének átmérője 8 cm. Belefér-e egyszerre $\frac{1}{2}$ liter kakaó? Válaszát indokolja! (4 pont)

- 22) Három tömör játékkockát az ábrának megfelelően rakunk össze. Mindegyik kocka éle 3 cm.

Mekkora a keletkező test

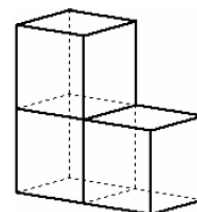
a) felszíne,

b) térfogata?

Számítását írja le!

(3 pont)

(1 pont)



- 23) Egy téglatest egy csúcsból kiinduló éleinek hossza 15 cm, 12 cm és 8 cm. Számítsa ki a téglatest felszínét! Írja le a számítás menetét! (3 pont)

- 24) Egy henger alakú fazék belsejének magassága 14 cm, belső alapkörének átmérője 20 cm. Meg lehet-e főzni benne egyszerre 5 liter levest? Válaszát indokolja! Belefér 5 liter leves? (4 pont)

25) A kólibaktérium (hengeres) pálcika alakú, hossza átlagosan 2 mikrométer ($2 \cdot 10^{-6} \text{ m}$), átmérője 0,5 mikrométer ($5 \cdot 10^{-7} \text{ m}$).

- a) Számítsa ki egy 2 mikrométer magas és 0,5 mikrométer átmérőjű forgáshenger térfogatát és felszínét! Számításainak eredményét m^3 -ben, illetve m^2 -ben, normálalakban adja meg! (5 pont)

Ideális laboratóriumi körülmények között a kólibaktériumok gyorsan és folyamatosan osztódnak, számuk 15 percenként megduplázódik. Egy tápoldat kezdetben megközelítőleg 3 millió kólibaktériumot tartalmaz.

- b) Hány baktérium lesz a tápoldatban 1,5 óra elteltével? (4 pont)

A baktériumok számát a tápoldatban t perc elteltével a $B(t) = 3000000 \cdot 2^{\frac{t}{15}}$ összefüggés adja meg.

- c) Hány perc alatt éri el a kólibaktériumok száma a tápoldatban a 600 milliót? Válaszát egészre kerekítve adja meg! (8 pont)

26) A vízi élőhelyek egyik nagy problémája az algásodás. Megfelelő fény- és hőmérsékleti viszonyok mellett az algával borított terület nagysága akár 1-2 nap alatt megduplázódhat.

- a) Egy kerti tóban minden nap (az előző napi mennyiséghez képest) ugyanannyi-szorosára növekedett az algával borított terület nagysága. A kezdetben $1,5 \text{ m}^2$ -en észlelhető alga hét napi növekedés után borította be teljesen a 27 m^2 -es tavat. Számítsa ki, hogy naponta hány-szorosára növekedett az algás terület! (4 pont)

Egy parkbeli szökőkút medencéjének alakja szabályos hatszög alapú egyenes hasáb. A szabályos hatszög egy oldala 2,4 m hosszú, a medence mélysége 0,4 m. A medence alját és oldalfalait csempével burkolták, majd a medencét teljesen feltöltötték vízzel.

- b) Hány m^2 területű a csempével burkolt felület, és legfeljebb hány liter víz fér el a medencében? (8 pont)

A szökőkútban hat egymás mellett, egy vonalban elhelyezett kiömlő nyíláson keresztül törhet a magasba a víz. Minden vízsugarat egy-egy színes lámpa világít meg. Mindegyik vízsugár megvilágítása háromféle színű lehet: kék, piros vagy sárga. Az egyik látványprogram úgy változtatja a vízsugarak megvilágítását, hogy egy adott pillanatban három-három vízsugár színe azonos legyen, de mind a hat ne legyen azonos színű (például kék-sárga-sárga-kék-kék-sárga-kék).

- c) Hányféle különböző látványt nyújthat ez a program, ha vízsugaraknak csak a színe változik? (5 pont)

27) Egy család személyautóval Budapestről Keszthelyre utazott. Útközben lakott területen belül, országúton és autópályán is haladtak. Az utazással és az autóval kapcsolatos adatokat a következő táblázat tartalmazza:

	megtett út hossza (km)	átlagsebesség $\left(\frac{\text{km}}{\text{óra}}\right)$	átlagos benzinfogyasztás 100 km-en (liter)
lakott területen belül	45	40	8,3
országúton	35	70	5,1
autópályán	105	120	5,9

- a) Mennyi ideig tartott az utazás? (4 pont)

- b) Hány liter ezen az utazáson az autó 100 km-re eső átlagfogyasztása?
Válaszát egy tizedesjegyre kerekítve adja meg! (5 pont)

Útközben elfogyott az autóból a benzin. A legközelebbi benzinkútnál kétféle benzines kannát lehet kapni. A nagyobbra rá van írva, hogy 20 literes, a kisebbre nincs ráírva semmi. A két kanna (matematikai értelemben) hasonló, a nagyobb kanna magassága éppen kétszerese a kisebb kanna magasságának.

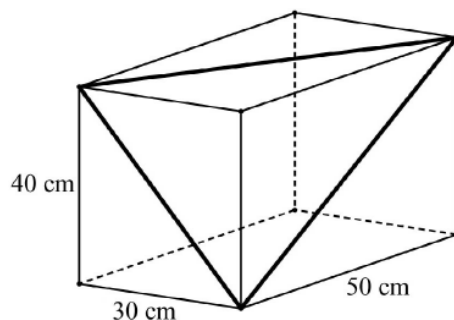
- c) Hány literes a kisebb kanna? (4 pont)

- 28) Egy téglatest alakú akvárium egy csúcsból kiinduló élei 30 cm, 40 cm, illetve 50 cm hosszúak.

- a) Hány literes ez az akvárium? (A számolás során tekintsen el az oldallapok vastagságától!) (3 pont)

Tekintsük azt a háromszöget, amelynek oldalait az ábrán látható téglatest három különböző hosszúságú lapátlója alkotja.

- b) Mekkora ennek a háromszögnek a legkisebb szöge? Válaszát fokban, egészen kerekítve adja meg! (8 pont)



- 29) A biliárdjáték megkezdésekor az asztalon 15 darab azonos méretű, színezésű biliárdgolyót helyezünk el háromszög alakban úgy, hogy az első sorban 5 golyó legyen, a másodikban 4, a következőkben pedig 3, 2, illetve 1 golyó. (A golyók elhelyezésére vonatkozó egyéb szabályoktól tekintsünk el.)

- a) Hányféleképpen lehet kiválasztani a 15-ből azt az 5 golyót, amelyet majd az első sorban helyezünk el? (Az 5 golyó sorrendjét nem vesszük figyelembe.) (3 pont)

- b) Hányféle különböző módon lehet az első két sort kirakni, ha a 9 golyó sorrendjét is figyelembe vesszük? (3 pont)

Egy biliárdasztal játékterülete téglalap alakú, mérete 194 cm \times 97 cm. A játékterület középpontja felett 85 cm-rel egy olyan (pontszerűnek tekinthető) lámpa van, amely fénykúpjának a nyílásszöge 100°.

- c) Számítással állapítsa meg, hogy a lámpa megvilágítja-e a játékterület minden pontját! (11 pont)

- 30) Adja meg az alábbi állítások logikai értékét (igaz vagy hamis)!

- a) Minden paralelogramma tengelyesen szimmetrikus négyszög.

- b) A kocka testátlója 45°-os szöget zár be az alaplappal.

- c) A szabályos tizenhétszögben az egyik csúcsból kiinduló összes átló a tizenhétszöget 15 háromszögre bontja. (2 pont)

- 31) Egy idén megjelent iparági előrejelzés szerint egy bizonyos alkatrész iránti kereslet az elkövetkező években emelkedni fog, minden évben az előző évi kereslet 6%-ával. (A kereslet az adott termékből várhatóan eladható mennyiséget jelenti.)

- a) Várhatóan hány százalékkal lesz magasabb a kereslet 5 év múlva, mint idén? (3 pont)

Az előre jelzés szerint ugyanezen alkatrész ára az elkövetkező években csökkenni fog, minden évben az előző évi ár 6%-ával.

- b) Várhatóan hány év múlva lesz az alkatrész ára az idei ár 65%-a? (5 pont)
Egy cég az előrejelzésben szereplő alkatrész eladásából szerzi meg bevételeit. A cég vezetői az elkövetkező évek bevételeinek tervezésénél abból indulnak ki,

hogy a fentiek szerint a kereslet évente 6%-kal növekszik, az ár pedig évente 6%-kal csökken.

- c) Várhatóan hány százalékkal lesz alacsonyabb az éves bevétel 8 év múlva, mint idén? (5 pont)

A kérdéses alkatrész egy forgáskúp alakú tömör test. A test alapkörének sugara 3 cm, alkotója 6 cm hosszú.

- d) Számítsa ki a test térfogatát! (4 pont)

- 32) Egy műanyag terméket gyártó üzemben szabályos hatoldalú csonkagúla alakú, felül nyitott virágtartó dobozokat készítenek egy kertészet számára (lásd az ábrát). A csonkagúla alaplappja 13 cm oldalú szabályos hatszög, fedőlapja 7 cm oldalú szabályos hatszög, az oldalélei 8 cm hosszúak.



- a) Egy műanyagöntő gép 1 kg alapanyagból (a virágtartó doboz falának megfelelő anyagvastagság mellett) $0,93 \text{ m}^2$ felületet képes készíteni. Számítsa ki, hány virágtartó doboz készíthető 1 kg alapanyagból! (11 pont)

A kertészetben a sok virághagymának csak egy része hajt ki: 0,91 annak a valószínűsége, hogy egy elültetett virághagyma kihajt.

- b) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy 10 darab elültetett virághagyma közül legalább 8 kihajt! Válaszát három tizedesjegyre kerekítve adja meg! (6 pont)

- 33) Zsófi gyertyákat szeretne önteni, hogy megajándékozhasssa a barátait. Öntőformának egy négyzet alapú szabályos gúlát választ, melynek alapéle 6 cm, oldaléle 5 cm hosszúságú. Egy szaküzletben 11 cm oldalú, kocka alakú tömbökben árulják a gyertyának való viaszt. Ezt megolvasztva és az olvadt viaszt a formába öntve készülnek a gyertyák. (A számítások során tekintsen el az olvasztás és öntés során bekövetkező térfogatváltozástól.)

- a) Legfeljebb hány gyertyát önthet Zsófi egy 11 cm oldalú, kocka alakú tömbből? (6 pont)

Zsófi az elkészült gúla alakú gyertyák lapjait szeretné kiszínezni. Mindegyik lapot (az alaplapot és az oldallapokat is) egy-egy színnek, kékkel vagy zölddel fogja színezni.

- b) Hányféle különböző gyertyát tud Zsófi ilyen módon elkészíteni? (Két gyertyát különbözőnek tekintünk, ha forgással nem vihetők egymásba.) (6 pont)

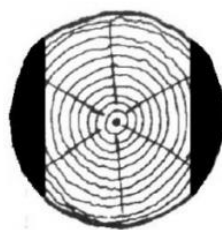
Zsófi a gyertyák öntéséhez három különböző fajta „varázskanócot” használ. Mindegyik fajta „varázskanóc” fehér színű, de a meggyújtáskor (a benne lévő anyagtól függően) az egyik fajta piros, a másik lila, a harmadik narancssárga lánggal ég, Zsófi hétfőn egy dobozba tesz 6 darab gyertyát, mindhárom fajtából kettőt-kettőt. Keddtől kezdve minden nap véletlenszerűen kivesz egy gyertyát a dobozból, és meggyújtja.

- c) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy Zsófi az első három nap három különböző színű lánggal égő gyertyát gyújt meg! (5 pont)

- 34) Egy forgáskúp alapkörének sugara 5 cm, magassága 9 cm hosszú. Számítsa ki a kúp térfogatát! (2 pont)

- 35) A Bocitej Kft. 1 literes tejesdobozának alakja négyzet alapú egyenes hasáb. A dobozt színültig töltik tejjel. Hány cm magas a doboz, ha az alapnégyzet oldala 7 cm? Megoldását részletezze! (3 pont)

36) A Hód Kft. Faárutelephelyén rönkfából (henger alakú fatörzsekből) a következő módon készítenek gerendát. A keresztfűrészgép először két oldalt levág egy-egy – az ábra sötéttel jelölt – részt, majd a fa 90° -kal történő elfordítása után egy hasonló vágással végül egy négyzetes hasáb alakú gerendát készít. A gépet úgy állítják be, hogy a kapott hasáb alaplapja a lehető legnagyobb legyen. Most egy forgáshenger alakú, 60 cm átmérőjű, 5 méter hosszú rönkfát fűrészrel így a gép.



- a) Igaz-e, hogy a kapott négyzetes hasáb alakú fagerenda térfogata kisebb 1 köbméternél? (6 pont)

A Hód Kft. Deszkaárut is gyárt, ehhez a faanyagot 30000 Ft/m^3 -es beszerzési áron vásárolja meg a termelőtől. A gyártás közben a megvásárolt fa kb. 40%-ából hulladékfa lesz. A késztermék 1 köbméterét 90000 forintért adja el a cég, de az eladási ár 35%-át a költségekre kell fordítania (feldolgozás, telephely fenntartása stb.).

- b) Mennyi haszna keletkezik a Hód Kft.-nek 1 köbméter deszkaáru eladásakor? (5 pont)

A fakitermelő cég telephelyéről hat teherautó indul el egymás után. Négy teherautó fenyőfát, kettő pedig tölgyfát szállít.

- c) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy a két, tölgyfát szállító teherautó közvetlenül egymás után gördül ki a telephelyről, ha az autók indulási sorrendje véletlenszerű! (6 pont)

37) Egy $100 \text{ cm} \times 50 \text{ cm} \times 50 \text{ cm}$ belső méretű (téglatest alakú) akváriumot vízzel töltünk fel. Mennyibe kerül a feltöltéshez szükséges víz, ha 1 köbméter víz ára 220 Ft? Megoldását részletezze! (3 pont)

38) Egy jégkrémgyártó üzem fagylalttölcséreket rendel. A csonkakúp alakú fagylalttölcsér belső méretei: felső átmérő 7 cm, alsó átmérő 4 cm, magasság 8 cm.

- a) Számítsa ki, hogy a tölcsérbe legfeljebb hány cm^3 jégkrém fér el, ha a jégkrém – a csomagolás miatt – csak a felső perem síkjáig érhet! (3 pont)
Ennek a tölcsérnek létezik olyan változata is, amelynek a belső felületét vékony csokoládéréteggel vonják be. 1 kg csokoládé kb. $0,7 \text{ m}^2$ felület bevonásához elegendő.



- b) Számítsa ki, hogy hány kilogramm csokoládéra van szükség 1000 darab tölcsér belső felületének bevonásához! Válaszát egész kilogrammra kerekítve adja meg! (9 pont)

Egy fagylaltozóban hatféle ízű fagylalt kapható: vanília, csokoládé, puncs, eper, málna és dió. Andrea olyan háromgombócos fagylaltot szeretne venni tölcsérbe, amely kétféle ízű fagylaltból áll.

- c) Hányféle különböző háromgombócos fagylaltot kérhet, ha számít a gombócok sorrendje is? (Például a dió-dió-vanília más kérdésnek számít, mint a dió-vanília-dió.) (5 pont)

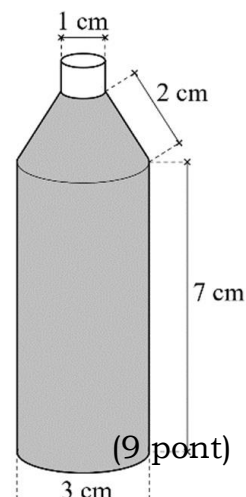
39) Az edzésen megsérült Cili térde, ezért megműtötték. A műtét utáni naptól kezdve rendszeres napi sétát írt elő neki a gyógytornász. Cili az első nap csak 20 métert sétált, majd minden nap 15 százalékkal nagyobb távot tett meg, mint az előző napon.

- a) Egyik nap séta közben ezt mondta Cili: „A mai napon már 1000 métert sétáltam!” Hányadik napon mondhatta ezt először? (6 pont)

Cili – hogy segítse szervezete regenerálódását – vitamincseppeket szed. Naponta 2×25 csepp az adagja. Körülbelül 20 csepp folyadék térfogata 1 milliliter. A folyadék milliliterenként 100 milligramm hatóanyagot tartalmaz.

b) Hány milligramm hatóanyagot kap naponta Cili cseppek formájában? (2 pont)

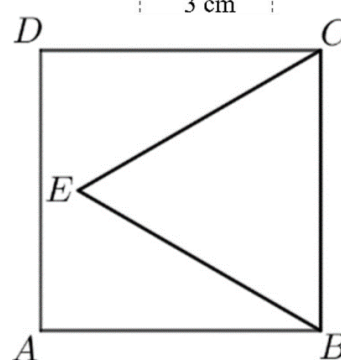
A vitaminoldatot olyan üvegben árulják, amely két henger alakú és egy csónkakúp alakú részből áll. A folyadék a csónkakúp alakú rész fedőlapjáig ér. Az üveg belső méreteit az ábra mutatja. A nagyobb henger átmérője 3 cm, magassága 7 cm. A csónkakúp fedőlapjának átmérője 1 cm, alkotója 2 cm hosszú.



c) Hány napig elegendő Cilinek az üvegben lévő vitaminoldat, ha mindig az előírt adagban szedi? (9 pont)

40) Az $ABCD$ négyzet oldalának hossza 12 egység. A négyzet belsejében kijelöltük az E pontot úgy, hogy $BC = BE = 12$ egység legyen (lásd az ábrát).

a) Számítsa ki az A és E pontok távolságát! (5 pont)



Egy bronzból készült, szabályos négyoldalú gúla alakú tömörtest (piramis) minden éle 10 cm hosszúságú.

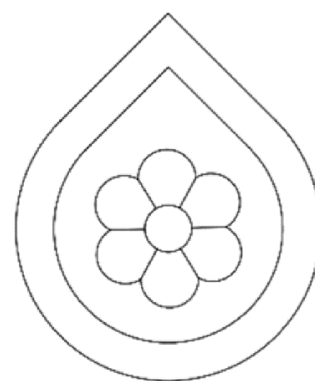
b) Számítsa ki a gúla tömegét, ha 1 dm^3 bronz tömege 8 kg! (7 pont)

41) A Föld teljes vízkészlete (jég, víz és vízgőz) folyékony halmazállapotban közel 1400 millió km^3 lenne. Ennek a vízkészletnek csupán 3%-a édesvíz, melynek valójában mindössze 20%-a folyékony halmazállapotú (a többi főleg a sarkvidék jégtakarójában található fagyott, szilárd állapotban).

a) Számítsa ki, hogy hány kilométer lenne annak a legkisebb gömbnek a sugara, amelybe összegyűjthetnénk a Föld folyékony édesvízkészletét! Válaszát egész kilométerre kerekítve adja meg! (6 pont)

Az ábrán egy környezetvédő szervezet logójának ki nem színezett terve látható. A logó kilenc tartományát három színnel (sárga, kék és zöld) szeretnénk kiszínezni úgy, hogy a szomszédos tartományok különböző színűek legyenek. (Két tartomány szomszédos, ha a határvonalaiknak van közös pontja. Egy-egy tartomány színezéséhez egy színt használhatunk.)

b) Hányféleképpen lehet a logót a feltételeknek megfelelően kiszínezni? (6 pont)



Egy iskolai italautomata meghibásodott, és véletlenszerűen ad szénsavas, illetve szénsavmentes vizet. A diákok tapasztalata szerint, ha valaki szénsavmentes vizet kér, akkor csak 0,8 a valószínűsége annak, hogy valóban szénsavmentes vizet kap. Anna a hét mind az öt munkanapján egy-egy szénsavmentes vizet szeretne vásárolni az automatából, így minden nap az ennek megfelelő gombot nyomja meg.

c) Mennyi a valószínűsége annak, hogy legalább négy napon valóban szénsavmentes vizet ad az automata? (5 pont)

42) Egy téglatest alakú akvárium belső méretei: hosszúsága 50 cm, szélessége 20 cm, magassága 25 cm. Hány centiméterre lesz a víz szintje az akvárium felső szélétől, ha beletöltenek 19 liter vizet? Válaszát indokolja! (4 pont)

43) Az $ABCDEFGH$ kocka élhosszúsága 6 cm.

a) Számítsa ki az ábrán látható $ABCDE$ gúla felszínét! (6 pont)

b) Fejezze ki az \overrightarrow{EC} vektort az \overrightarrow{AB} , az \overrightarrow{AD} és az \overrightarrow{AE} vektorok segítségével! (3 pont)

Egy 12 cm magas forgáskúp alapkörének sugara 6 cm.

c) Mekkora szöget zár be a kúp alkotója az alaplappal? (3 pont)

A fenti forgáskúpot két részre vágjuk az alaplap síkjával párhuzamos síkkal. Az alaplap és a párhuzamos sík távolsága 3 cm.

d) Számítsa ki a keletkező csonkakúp térfogatát! (5 pont)

44) Egyenlő szárú háromszög alapja 40 cm, szárainak hossza 52 cm. A háromszöget megforgatjuk a szimmetriatengelye körül.

(A válaszait két tizedesjegyre kerekítve adja meg!)

a) Készítsen vázlatrajzot az adatok feltüntetésével, és számítsa ki, hogy mekkora a keletkező forgáskúp nyílásszöge? (4 pont)

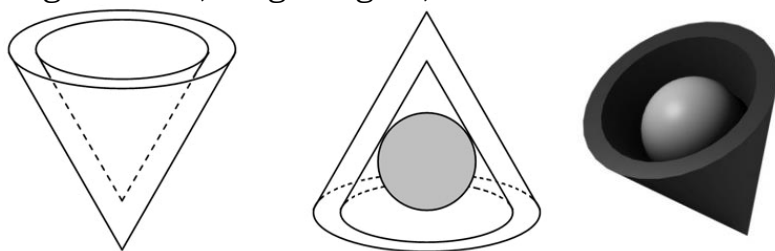
b) Számítsa ki a keletkező forgáskúp térfogatát! (3 pont)

c) Mekkora a felszíne annak a gömbnek, amelyik érinti a kúp alapkörét és a palástját? (6 pont)

d) Mekkora a kúp kiterített palástjának területe? (4 pont)

45) Az egyik csokoládégyárban egy újfajta, kúp alakú desszertet gyártanak. A desszert csokoládéból készült váza olyan, mint egy tölcsér. (Lásd ábra.)

A külső és belső kúp hasonló, a hasonlóság aránya $\frac{6}{5}$. A kisebb kúp adatai: alapkörének sugara 1 cm, magassága 2,5 cm hosszú.



a) Hány cm^3 csokoládét tartalmaz egy ilyen csokoládéváz? A választ tizedre kerekítve adja meg! (5 pont)

Az elkészült csokoládéváz üreges belsejébe marcipángömböt helyeznek, ezután egy csokoládéból készült vékony körlemezzel lezárják a kúpot.

b) Hány cm a sugara a lehető legnagyobb méretű ilyen marcipángömbnek? A választ tizedre kerekítve adja meg! (7 pont)

A marcipángömböket gyártó gép működése nem volt hibátlan. A mintavétellel végzett minőség-ellenőrzés kiderítette, hogy a legyártott gömbök 10%-ában a marcipángömb mérete nem felel meg az előírtnak.

- c) A már legyártott nagy mennyiségű gömb közül 10-et kiválasztva, mekkora annak a valószínűsége, hogy a kiválasztottak között pontosan 4-nek a mérete nem felel meg az előírásnak?

(A kért valószínűség kiszámításához használhatja a binomiális eloszlás képletét.) (5 pont)

- 46) Egy téglatest egy csúcsából kiinduló három élének hossza 3 dm, 2 dm, és 2,5 dm. Hány négyzetdeciméter a test felszíne? (2 pont)

- 47) A 2016-os nyári olimpiai játékok női súlylökés versenysorozatának döntője alapján készült az alábbi, hiányosan kitöltött táblázat, amely az első öt helyezett dobásainak hosszát mutatja. Egy adott versenyző eredménye az érvényes dobásai közül a legnagyobb. A táblázatban az „x” az érvénytelen dobást jelzi.

- a) Töltse ki a táblázat tíz üres mezőjét! (3 pont)

- b) Számítsa ki Márton Anita hat dobásának átlagát és szórását! (3 pont)

A súlylökés, mint versenyszám hivatalos leírásában ez szerepel: „A súlylökés a nőknél 4 kg-os, vasból vagy sárgarézből készült, gömb alakú tömör fémgolyóval történik, melynek átmérője nagyobb, mint 9,5 cm, de kisebb, mint 11 cm.”

- c) Hány centiméter a sárgarézből készült 4 kg-os golyó átmérője, ha 1 cm³ sárgaréz tömege 8,73 gramm? (6 pont)

- 48) Egy b élhosszúságú kocka felszíne 13,5 cm². Mekkora a felszíne egy $2b$ élhosszúságú kockának? Megoldását részletezze! (3 pont)

- 49) Egy huszonnyolcas acélszög három forgástestre bontható. A feje egy olyan csonkakúp, amelynek alapköre 5 mm, fedőköre 2 mm átmérőjű, magassága pedig 1 mm. A szög hengeres része 25 mm hosszú, átmérője szintén 2 mm. Végül a szög hegye egy olyan forgáskúpnak tekinthető, melynek magassága 2,5 mm, alapkörének átmérője pedig 2 mm.

- a) Mekkora egy ilyen acélszög teljes hossza? (2 pont)

A barkácsboltban 10 dkg huszonnyolcas acélszöget kérünk.

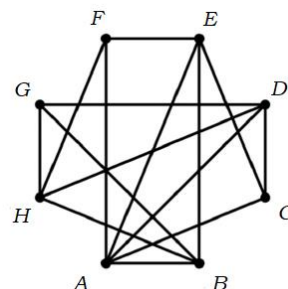
- b) Körülbelül hány darab szöget kapunk, ha a szög anyagának sűrűsége 7,8 g/cm³? (8 pont)

Megkértünk 50 embert, hogy egy barkácsboltban vegyenek egy-egy marék (kb. 10 dkg) acélszöget ugyanabból a fajtából, majd megszámoltuk, hogy hány darab szöget vásároltak. Az alábbi táblázat mutatja a darabszámok eloszlását.

a vásárolt szögek száma (db)	gyakorisága	a vásárolt szögek száma (db)	gyakorisága
120-124	1	140-144	10
125-129	2	135-149	7
130-134	6	150-154	5
135-139	17	155-159	2

- c) Készítsen oszlopdiagramot a táblázat alapján! (3 pont)
 d) Számítsa ki az 50 adat mediánját és átlagát! Mindkét esetben az osztályközepekkel (az egyes osztályok alsó és felső határának átlagával) számoljon! (4 pont)

- 50) Egy nyolccsapatos jégkorongbajnokságban minden csapat minden másikkal egyszer mérkőzik meg. Az ábrán látható gráf az eddig lejátszott mérkőzéseket szemlélteti. A pontok a csapatokat jelképezik, és két pont között pontosan akkor van él, ha a két csapat már játszott egymással. A bajnokságból 5 fordulót már megrendeztek, ám néhány mérkőzés elmaradt. (Egy fordulóban – ha nincs elmaradó mérkőzés – mindegyik csapat egy mérkőzést játszik.)



- a) Adja meg három olyan csapat betűjelét, melyek közül bármely kettő már lejátszotta az egymás közötti mérkőzését! (2 pont)
 b) Hány mérkőzés maradt el az első 5 fordulóban? (4 pont)
 Az egyik játékos 0,3 valószínűséggel szerez gólt egy büntetőlövésből.
 c) Mekkora a valószínűsége, hogy 10 büntetőlövésből pontosan 4 gólt szerez? (4 pont)

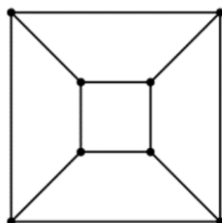
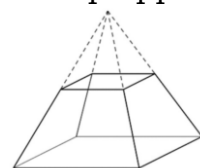
A szabványos jégkorong egy olyan vulkanizált gumihenger, amelynek magassága 2,54 cm (1 inch), alapkörének átmérője 7,62 cm (3 inch). Az egyik csapat a pálya bejáratához egy olyan nagyméretű korongot tervezett, amely (matematikai értelemben) hasonló a szabványos jégkoronghoz. A tervben szereplő nagyméretű korong térfogata 1 m^3 .

- d) Számítsa ki a nagyméretű korong magasságának és alapköre átmérőjének a hosszát! (7 pont)
 51) Egy kocka alakú és egy téglatest alakú kőtömb térfogata egyenlő. A téglatest alakú kőtömb élei 45 cm, 120 cm és 135 cm hosszúak. Hány centiméter hosszú a kocka alakú kőtömb egy éle? (2 pont)

- 52) Egy négyzet alapú szabályos gúla alapélének hossza 66 cm, a gúla magassága 56 cm.

- a) Számítsa ki a gúla felszínét! (5 pont)
 A gúlát két részre vágjuk egy olyan síkkal, amely párhuzamos az alaplappal, és a gúla magasságát felezi.

- b) Számítsa ki az így keletkező csonkagúla térfogatát! (4 pont)
 A csonkagúla csúcsait és éleit gráfként is fel tudjuk rajzolni. Az így kapott 8 pontú gráfban minden pont fokszáma 3.



- c) Létezik-e olyan 7 pontú gráf, amelyben minden pont fokszáma 3? (Ha válasza igen, akkor rajzoljon ilyen gráfot, ha a válasza nem, akkor válaszát indokolja.) (2 pont)