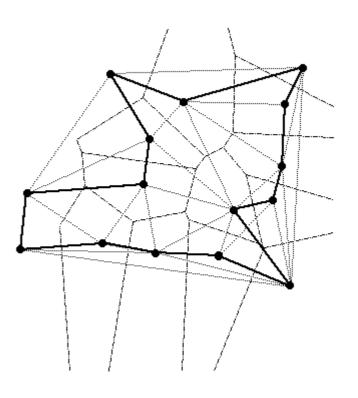
Das Traveling-Salesman-Problem Anwendungen und heuristische Nutzung
von Voronoi-/Delaunay-Strukturen
zur Lösung euklidischer, zweidimensionaler
Traveling-Salesman-Probleme



Die Deutsche Bibliothek - CIP-Einheitsaufnahme

Schmitting, Walter:

Das Traveling-Salesman-Problem: Anwendungen und heuristische Nutzung von Voronoi-/Delaunay-Strukturen zur Lösung euklidischer, zweidimensionaler Traveling-Salesman-Probleme / Walter Schmitting. - Münster: Schmitting 2000 ISBN 3-00-004089-7

Zugl.: Düsseldorf Univ. Diss., 1999

D61 (1999)

Elektronisch publiziert von der Universitäts- und Landesbibliothek Düsseldorf; abrufbar unter der URL: http://www.ulb.uni-duesseldorf.de/diss/wiwi/1999/schmitting.html

Als Dissertationsschrift eingereicht an der Wirtschaftswissenschaftlichen Fakultät der Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf am 21.10.1998.

Tag der mündlichen Prüfung: 10.02.1999

Prüfer:

Univ.-Prof. Dr. Wolfgang Berens Univ.-Prof. Dr. Horst Degen Univ.-Prof. Dr. Klaus-Peter Franz

© by Walter Schmitting, Münster 2000

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der engen Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist ohne Zustimmung des Verfassers unzulässig und strafbar. Dies gilt insbesondere für Übersetzungen, Transformation auf andere Medien (z.B. Mikroverfilmungen) und jegliche Form kommerzieller Verwertung.

ISBN 3-00-004089-7

Geleitwort

Die akademische Auseinandersetzung mit dem Traveling Salesman-Problem dauert nunmehr schon seit mehr als sechs Jahrzehnten an. Trotzdem hat die Fragestellung kaum an Popularität wie Relevanz verloren: Alljährlich erscheinen neue wissenschaftliche Beiträge zu diesem Thema und in einer Vielzahl praktisch bedeutsamer Kontexte werden fortlaufend Traveling Salesman-Probleme identifiziert und gelöst. Damit gehen in einem ökonomisch orientierten Bezugsrahmen oftmals erhebliche Effektivitäts- und Effizienzgewinne einher.

Das vorliegende Werk - ausgezeichnet als beste Dissertationsschrift des Jahres 1998 an der Wirtschaftswissenschaftlichen Fakultät der Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf - setzt ungewöhnlicherweise gleich zwei Schwerpunkte bei der Behandlung des Themas: Zum ersten gilt die Aufmerksamkeit des Verfassers den realen Erscheinungsformen des Traveling Salesman-Problems. In Gestalt einer kritischen, zahlreiche Querbezüge aufzeigenden Synopse werden die "Anwendungen" des Problems - erstmalig in dieser Breite und Tiefe - zusammenfassend dargestellt und untersucht. Damit wird eine bislang zu konstatierende Lücke in der Literatur geschlossen, da "Anwendungen" des Problems in der Realität bislang nur skizzenhaft zusammengestellt und daher über eine Vielzahl verschiedener Quellen verstreut erschienen.

Den zweiten Schwerpunkt der Schrift bildet die Auseinandersetzung mit dem zweidimensionalen, euklidischen Traveling Salesman-Problem als Spezialfall des allgemeinen Problems. Es wird untersucht, inwiefern sich eine besondere Einteilung des Raumes, welche sogenannte Voronoi-/Delaunay-Strukturen bereitstellen, zur Beschleunigung und Verbesserung der Lösungsqualität von Heuristiken nutzen läßt. In diesem Rahmen konzipiert der Verfasser insbesondere Modifikationen der klassischen Convex-Hull-Insertion-Heuristik und evaluiert diese eingehend hinsichtlich ihrer Leistungsfähigkeit. Es gelingt ihm bei einer Vorgabe von auch praxistauglichen Mindestlösungsqualitäten außerordentlich schnelle Algorithmen zu entwerfen.

Abgesehen von diesen sehr beeindruckenden inhaltlichen Leistungen ist die erhebliche Sorgfalt des Verfassers bei der akribischen Beschreibung und Dokumentation der entworfenen Heuristiken sowie der mit ihnen erreichten Leistungen hervorzuheben. Damit wird es dem Leser möglich, die erzielten Ergebnisse vollständig nachzuvollziehen und die durch diese Arbeit aufgezeigten hoffnungsvollen Forschungsansätze eigenständig weiterzuentwickeln.

Der durch die umfangreiche Dokumentation bedingte Umfang des Werkes ist sicherlich ein Motiv für die bislang in den Wirtschaftswissenschaften noch eher unübliche Publikation desselben im World Wide Web. Ich wünsche dieser richtungsweisenden Arbeit eine weite Verbreitung und viel Resonanz.

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Betriebswirtschaftslehre, insbesondere Controlling an der Wirtschaftswissenschaftlichen Fakultät der Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf und wurde im Wintersemester 1998/1999 als Dissertationsschrift angenommen.

Das Traveling-Salesman-Problem (TSP) begegnete mir erstmalig während meines Studiums an der Wirtschaftswissenschaftlichen Fakultät der Westfälischen Wilhelms-Universität Münster im Winter 1990. Der von ihm ausgehenden Faszination war ich unmittelbar erlegen: Ein auf den ersten Blick einfach erscheinendes, im realen Leben vielfach auftretendes Problem erweist sich in vielen seiner Erscheinungsformen nach derzeitigem Kenntnisstand als unlösbar. Die Existenz einer Vielzahl komplexer und interdisziplinärer Lösungsansätze bzw. heuristischer Verfahren vermag durch ihre algorithmische Eleganz zu begeistern wie auch zu eigenen Überlegungen anzuregen.

Ein Doktorand wird im Hinblick auf seine Arbeit oft als Einzelkämpfer tituliert. Tatsächlich findet die fachliche Auseinandersetzung mit dem Thema überwiegend in der Klausur des "stillen Kämmerleins" statt. Dennoch kann ein solches Vorhaben doch niemals ohne die moralische Unterstützung und den fachlichen Rat einer Vielzahl anderer Personen zu einem fruchtbaren Ende geführt werden. Daher möchte ich allen Beteiligten meinen persönlichen Dank abstatten. Zunächst gilt derselbe meinem akademischen Lehrer und Doktorvater *Prof. Dr. Wolfgang Berens*. Neben seiner wissenschaftlichen Kompetenz lernte ich insbesondere die von ihm gewährten akademischen Freiheiten zu schätzen. Darüber hinaus möchte ich Herrn *Prof. Dr. Horst Degen* herzlich für die Übernahme des Zweitgutachtens danken.

Mein Dank gilt auch den ehemaligen Kolleginnen und Kollegen am Lehrstuhl für Controlling in Düsseldorf: Elge Brandt, Dr. Thorben Finken, Dr. Andreas Hoffjan, Dr. Carsten Junga, Dr. Martin Karlowitsch, Dr. Birte Klein, Dipl.-Kfm. Roman Makoski, Dr. Martin Mertes und Dipl.-Kfm. Joachim Strauch. In intensiven Schreibphasen standen sie immer zu meiner Entlastung im Lehr- und Verwaltungsbetrieb bereit. Für sorgfältige Korrekturlesungen und kritische Hinweise zu meinem verschachtelten Schreibstil habe ich Karin Büschenfeld, Dipl.-Kfm. Torsten Büschenfeld, Dr. Andreas Hoffjan und Dipl.-Math. Silke Weiß zu danken. Einige Generationen studentischer Hilfskräfte haben diese Arbeit begleitet und die oftmals schwierige Literaturbeschaffung bewältigt. Stellvertretend für viele mehr sei hier Dipl.-Kffr. Anja Henseler, Herrn Michael Esch, Dipl.-Kfm. Arno Pangerl, Dipl.-Math. Iris Fromme und Dipl.-Math. Mirko Kraft gedankt.

Im privaten Umfeld gilt mein Dank meinen Eltern und Großeltern, die es mir ermöglichten und mich dabei unterstützten, entgegen der Familientradition den eingeschlagenen Weg zu verfolgen. Last not least hätte diese Arbeit ohne den stetigen und liebevollen Rückhalt meiner Frau *Helga* sowie meiner Tochter *Jana Alice*, die alle seelischen Tiefen und Täler mit mir durchschritten (und mir wieder heraushalfen) kaum zu einem fruchtbaren Ende geführt werden können.

Inhaltsverzeichnis

A۱	bkürz	ungsverz	eichnis		X
Sy	mbo	l- und Va	riablenver	rzeichnis	XIV
A۱	bbildı	ıngsverze	eichnis		XXIV
Та	abelle	nverzeich	nnis		XL
1	Finf	fiihrung			1
1.	1.1	_		Arbeit	
	1.2	_		ichung	
	1.3			ırungen	
		C			
2.				nan-Problem	
	2.1				
	2.2	Grundl		harakterisierung	
		2.2.1	Allgeme	eine Definition und Problembeschreibung	10
		2.2.2	Die Fan	nilie der Traveling-Salesman-Probleme - ein Überblick	18
		2.2.3		lidische zweidimensionale Traveling-Salesman-Problem	
	2.3	Verfahi	ren zur Lö	isung des Traveling-Salesman-Problems	24
		2.3.1		nerkung	
		2.3.2		Schranken und Relaxationen	
		2.3.3		erblick über exakte Verfahren	
		2.3.4		sche Verfahren.	
		2.3.1		Zum Begriff der Heuristik	
				Beispiele für klassische Heuristiken	
	2.4	D:- W-		Beispiele für Metaheuristische Prinzipien	12
	2.4		_	y von Testproblemen zur Evaluation der Leistungs-	0.0
		fahigke	it von He	uristiken im Rahmen dieser Arbeit	86
3.	Anv	vendung	en des Tr	aveling-Salesman-Problems	92
	3.1				
			_	Klassifikation	
				it räumlich orientierten Distanzfunktionen	
	3.3	3.3.1		ck	
		3.3.2		onen des klassischen Traveling-Salesman-Problems	
		3.3.2			
				blanungsprobleme	102
		3.3.4		triebliche Transportvorgänge bei einer Luftfahrtgesell-	105
		3.3.5		szusammenstellung in Lagerhäusern	
		3.3.6		ng von Regalfahrzeugen in Hochregallagern	
		3.3.7		ng von Maschinen mit räumlich zu positionierenden Sub-	
			•	n unter besonderer Berücksichtigung der Leiterplatten-	
			_	g	116
			3.3.7.1	Rahmendefinition und Überblick über den Prozeß der	
				Leiterplattenfertigung	116
			3.3.7.2	Maskenbelichtung im Rahmen der Leiterplatten-	
				fertigung	119

			3.3.7.3	Das "Drilling Problem" im Rahmen der Leiterplatten-	
				fertigung und analoge Anwendungen	126
			3.3.7.4	Leiterplattenbestückung	140
			3.3.7.5	Verdrahtung von Computerkomponenten	142
				Diffraktometerpositionierung im Rahmen der Röntgen-	
				kristallographie	143
		3.3.8	Verschni	ittminimierung beim Tapetenzuschnitt	146
		3.3.9	Risikom	aximale Gestaltung von Dartboards	151
		3.3.10	Diverse	weitere Anwendungen	154
	3.4.	Anwend	dungen mi	t nicht räumlich orientierten Distanzfunktionen	160
		3.4.1	Überblic	k	160
		3.4.2	Umrüstp	robleme	161
		3.4.3	Maschin	enbelegungsprobleme	167
		3.4.4	Datierun	gsprobleme in der Archäologie	172
		3.4.5	Anwend	ung im Rahmen der Clusteranalyse	178
		3.4.6	Reduzier	rung der Auftragsstreuung in der Glasindustrie	181
		3.4.7	Rotieren	de Dienstpläne für Buspersonal	187
		3.4.8	Ausblick	auf weitere Anwendungen	192
	3.5	Schlüss	e aus den	dargestellten Anwendungen	193
4.	Vor		-	rukturen und das Traveling-Salesman-Problem	
	4.1				
	4.2	Vorono		ay-Strukturen	
		4.2.1		gende Charakterisierung	
		4.2.2	_	ählte Eigenschaften	
		4.2.3		t und Anwendungen	
		4.2.4		ung	
				Vorbemerkung	
				Naive Algorithmen	
			4.2.4.3	Komplexe laufzeiteffiziente Algorithmen	236
				Probleme bei der Berechnung von	
				Voronoi-/Delaunay-Strukturen	251
			4.2.4.5	Berechnung von Voronoi-/Delaunay-	
				Strukturen im Rahmen dieser Arbeit	256
	4.3	Beziehu	ıngen zwis	schen dem euklidischen, zweidimensionalen Traveling-	
		Salesma		m und Voronoi-/Delaunay-Strukturen	
		4.3.1	Optimale	e Rundreisen und die Kanten der Delaunay-Struktur	264
		4.3.2		ahl und Qualität von Rundreisen auf Delaunay-	
			Struktur	en	270
		4.3.3	Begründ	ungen für die heuristische Nutzung von Voronoi-/	
				y-Strukturen in der Literatur	276
		4.3.4	Untersuc	chung heuristisch nutzbarer Beziehungen zwischen	
			Voronoi-	-/Delaunay-Strukturen und dem Traveling-Salesman-	
			Problem	am Beispiel von zu in der optimalen Rundreise	
			genutzte	n Delaunay-Kanten dualen Voronoi-Kanten	283

5.				ung von Voronoi-/Delaunay-Strukturen zur Lösung	
	des T			an-Problems	
	5.1	Einführu	ıng und Ü	Überblick	304
	5.2	Die heur	ristische	Nutzung von Voronoi-/Delaunay-Strukturen in der	
		Literatu	r		307
		5.2.1	Charakt	eristika existierender Nutzungen	307
		5.2.2	Die heu	ristische Nutzung von Voronoi-/Delaunay-Strukturen in	
			der Lite	ratur - Exemplarische Vertiefung am Beispiel des Ver-	
			fahrens	von SEGAL/ZHANG/TSAI (1991)	319
				Darstellung	
				Reflexion und Kritik	322
	5.3	Überleg	ungen zu	r heuristischen Nutzung von Voronoi-/Delaunay-Struk-	
		turen an	n Beispie	l eines Eröffnungs- und eines Verbesserungsverfahrens	328
		5.3.1	Die Nut	zung von Voronoi-/Delaunay-Strukturen am Beispiel	
			eines Er	öffnungsverfahrens: "Convex Hull Insertion"-Heuristik	328
			5.3.1.1	Konzept und historische Entwicklung	328
			5.3.1.2	Implementierung und Evaluation	336
			5.3.1.3	Einführung der Tripelaktualisierung	362
			5.3.1.4	Verkürzung der Rechenzeit durch die Nutzung aus	
				Voronoi-/Delaunay-Strukturen abgeleiteter Nachbar-	
				schaften (Variante I)	378
			5.3.1.5	Verkürzung der Rechenzeit durch die Nutzung aus	
				Voronoi-/Delaunay-Strukturen abgeleiteter Nachbar-	
				schaften - eine Erweiterung (Variante II)	390
			5.3.1.6	Verkürzung der Rechenzeit bei expliziter Akzeptanz	
				von Lösungsqualitätsverschlechterungen durch die	
				Nutzung von Voronoi-/Delaunay-Strukturen (Triangle	
				Insertion)	399
		5.3.2		zeitverkürzung unter Nutzung von Voronoi-/Delaunay-	
				en am Beispiel eines Verbesserungsverfahrens: "Node	
				n"-Heuristik	
				Konzept	414
			5.3.2.2.	Anwendung der "Node Insertion"-Heuristik unter	
				Nutzung von Voronoi-/Delaunay-Strukturen auf zu-	
				fällig erzeugte Rundreisen	419
			5.3.2.3	Anwendung der "Node Insertion"-Heuristik unter	
				Nutzung von Voronoi-/Delaunay-Strukturen auf mittels	
				der "Nearest Neighbor"-Heuristik erzeugte Rundreisen	428
			5.3.2.4	Anwendung der "Node Insertion"-Heuristik unter	
				Nutzung von Voronoi-/Delaunay-Strukturen auf mittels	
				der CHI-TICI-Heuristik erzeugte Rundreisen	439
			5.3.2.5	Weitere Senkung der Rechenzeit der "Node Insertion"-	
				Heuristik unter Nutzung von Voronoi-/Delaunay-Struk-	4
		7	C	turen mittels "selektiver Prüfung"	
	5.4	∠usamn	nentassen	de Bewertung	457
4	W:4:	goho De4	lovior -	nd Aughliek	161
v.	VLIU	sche Kei	iexion u	nd Ausblick	404

Anhänge

I	Ergebnisse der Approximation der Laufzeit des hier eingesetzten Verfahrens zur Berechnung von VD-Strukturen durch eine lineare Funktion in Abhängigkeit von der Problemgröße im Rahmen einer Regressionsanalyse (SPSS-Output)
2	Einige statistische Kennzahlen für Merkmale der für die TSP-Gruppen II und (teilweise) III aus der TSPLIB berechneten VD-Strukturen
3	Untersuchung der Identität von Delaunay-Kanten und Kanten der optimalen Rundreise für 100 TSP der Gruppe I
4	Untersuchung von Anzahl und Lösungsqualität der auf der Delaunay-Struktur existierenden Rundreisen für einhundert 15-Städte-TSP der Gruppe I484
5	Untersuchung der Verteilung der Lösungsqualitäten der auf der Delaunay- Struktur identifizierten Rundreisen für das TSP 15_001 aus Gruppe I488
6	Korrelationen zwischen den Längen von Voronoi- und Delaunay-Kanten für 15 TSP aus den Gruppen II und III
7	Untersuchung des Auftretens von Delaunay-Kanten unterschiedlicher Ränge (RDE) in den optimalen Rundreisen für 15 TSP aus den Gruppen II und III496
8	Untersuchung des Auftretens von Voronoi-Kanten unterschiedlicher Ränge (RVE) als Duale von in der optimalen Rundreise genutzten Delaunay-Kanten für 15 TSP aus den Gruppen II und III
9	Voronoi-Kanten verschiedener Ränge (RVE) als Duale zu von der optimalen Rundreise genutzten und ungenutzten Delaunay-Kanten - Aufbereitung als Kreuztabellen für 15 TSP aus den Gruppen II und III
10	SPSS-Boxplots der Verteilungen der relativen Längen und Ränge von Voronoi-Kanten (RLVE, RVE), gruppiert nach der Verwendung der Delaunay-Duale in der optimalen Rundreise und nach verschiedenen ACH-Werten für 15 TSP aus den Gruppen II und III
11	Ergebnisse der Anwendung unterschiedlicher Parametrisierungen der klassischen "Convex Hull Insertion"-Heuristik auf 35 Testprobleme der Gruppe II aus der TSPLIB
12	Ergebnisse der Approximation der Laufzeit der klassischen "Convex Hull Insertion"-Heuristik durch eine kubische Funktion in Abhängigkeit von der Problemgröße im Rahmen einer Regressionsanalyse (SPSS-Output)
13	Rechenzeiten der um die Nutzung von Voronoi-/Delaunay-Strukturen erweiterten "Convex Hull Insertion"-Heuristik mit Tripelaktualisierung, Variante I, bei verschiedenen Parametrisierungen
14	Ergebnisse der Approximation der Laufzeit der CHI-TA VD1-Heuristik durch eine kubische bzw. quadratische Funktion in Abhängigkeit von der Problemgröße im Rahmen einer Regressionsanalyse (SPSS-Output)
15	Rechenzeiten und Lösungsqualitäten der um die Nutzung von Voronoi-/De- launay-Strukturen erweiterten "Convex Hull Insertion"-Heuristik mit Tri- pelaktualisierung, Variante II, bei verschiedenen Parametrisierungen
16	Aus der Anwendung der um die Nutzung von Voronoi-/Delaunay-Strukturen erweiterten "Convex Hull Insertion"-Heuristik mit Tripelaktualisierung, Varian-

	te II, auf 41 TSP aus der TSPLIB bei verschiedenen Parametrisierungen resultierende Vollprüfungsquoten	581
17	Ergebnisse der Approximation der Laufzeit der CHI-TA VD2-Heuristik durch eine kubische bzw. quadratische Funktion in Abhängigkeit von der Problemgröße im Rahmen einer Regressionsanalyse (SPSS-Output)	588
18	Ergebnisse der Approximation der Laufzeit der CHI-TA VD2-Heuristik durch eine quadratische Funktion in Abhängigkeit von der Problemgröße im Rahmen einer Regressionsanalyse (SPSS-Output) bei verschiedenen Parametrisierungen	590
19	Ergebnisse der Anwendung unterschiedlicher Parametrisierungen der "Convex Hull Insertion - Triangle Insertion, Cheapest Insertion"-Heuristik auf 41 TSP der Gruppen II und III (tw.)	594
20	Ergebnisse der Approximation der Laufzeit der CHI-TICI-Heuristik durch eine quadratische Funktion in Abhängigkeit von der Problemgröße im Rahmen einer Regressionsanalyse (SPSS-Output) bei verschiedenen Parametrisierungen	606
21	Ergebnisse der Approximation der Laufzeit der NIVD-Heuristik für zufällig erzeugte Rundreisen durch eine lineare Funktion in Abhängigkeit von der Problemgröße im Rahmen einer Regressionsanalyse (SPSS-Output) bei verschiedenen Parametrisierungen	612
22	Anwendung der NIVD-Heuristik auf mittels der ANN-Heuristik erzeugte Rundreisen: Korrelationen zwischen Problemgröße und Lösungsqualitäten sowie Lösungsqualitäten bei verschiedenen Parametrisierungen	
23	Ergebnisse der Approximation der Laufzeit der NIVD-Heuristik für mittels der ANN-Heuristik erzeugte Rundreisen durch eine lineare Funktion in Abhängigkeit von der Problemgröße im Rahmen einer Regressionsanalyse (SPSS-Output) bei verschiedenen Parametrisierungen	622
24	Ergebnisse der Anwendung unterschiedlicher Parametrisierungen der CHI-TICI-Heuristik in Kombination mit der NIVD-Heuristik (mit $g=1$) auf 41 TSP der Gruppen II und III (tw.)	628
25	Ergebnisse der Approximation der Laufzeit der CHI-TICI NIVD-Heuristik durch eine quadratische Funktion in Abhängigkeit von der Problemgröße im Rahmen einer Regressionsanalyse (SPSS-Output) bei verschiedenen Parametrisierungen.	650
26	Ergebnisse einer Approximation der Laufzeit der NIVD-Heuristik für mittels der CHI-TICI-Heuristik erzeugte Rundreisen durch eine lineare Funktion in Abhängigkeit von der Problemgröße im Rahmen einer Regressionsanalyse (SPSS-Output) bei verschiedenen Parametrisierungen der CHI-TICI-Heuristik	
27	Vergleich der Laufzeiten der Kombination der CHI-TICI-Heuristik (bei verschiedenen Parametrisierungen) mit der NIVD- bzw. NIVD-M-Heuristik für 41 TSP der Gruppen II und III (tw.)	
28	Ergebnisse einer Approximation der Laufzeit der CHI-TICI NIVD-M-Heuristik durch eine quadratische Funktion in Abhängigkeit von der Problemgröße im Rahmen einer Regressionsanalyse (SPSS-Output) bei ausgewählten Para-	
	metrisierungen	658

Abkürzungsverzeichnis

Abb. : Abbildung
ABQ : Abbruchquote

ACH : Abstand (einer Stadt eines TSP zur) "Convex Hull"

ACM : Association for Computing Machinery

acos : Arkuscosinus

ALDE : Absolute Length (of a) Delaunay Edge
ALVE : Absolute Length (of a) Voronoi Edge
ANN : All Nearest Neighbor (-Heuristik)

APA : Areas potentially available

B&B : Branch-and-Bound (-Algorithmen, -Verfahren)

BEA : Bond Energy Algorithm (-Heuristik)

BT : British Telecommunications

BTSP : Bottleneck Traveling-Salesman-Problem

bzgl. : bezüglich

CAD : Computer-Aided Design

CC : Convex Hull - Cheapest Insertion (-Heuristik)

(nach GOLDEN/STEWART (1985))

CCA : Convex Hull - Cheapest Insertion - Angle Selection (-Heuristik)

(nach GOLDEN/STEWART (1985))

CCAO : Convex Hull - Cheapest Insertion - Angle Selection - Or opt (-Heu-

ristik (nach GOLDEN/STEWART (1985))

CEIL : "Ceiling"; Bezeichnung einer mathematischen Funktion

CH : Convex Hull

CHI : Convex Hull Insertion (-Heuristik)

CHIL : Convex Hull Insertion (-Heuristic Tour) Length

CHI-TA : Convex Hull Insertion (-Heuristik mit) Tripelaktualisierung

CHI-TA VD1: Convex Hull Insertion (-Heuristik mit) Tripelaktualisierung (unter

Nutzung von) Voronoi-/Delaunay (-Strukturen), Variante I

CHI-TA VD2 : Convex Hull Insertion (-Heuristik mit) Tripelaktualisierung (unter

Nutzung von) Voronoi-/Delaunay (-Strukturen), Variante II

CHI-TICI : Convex Hull Insertion (-Heuristik mit) Tripelaktualisierung (unter

Nutzung von) Voronoi-/Delaunay (-Strukturen) als "Triangle In-

sertion - Cheapest Insertion"

CI : Convex Hull Insertion (-Heuristik)

(nach GOLDEN/STEWART (1985))

c.p. : ceteris paribus

CPU : Central Processing Unit
CSP : Crew Scheduling Problem

D&C : Divide-and-Conquer (-Algorithmus, -Verfahren)

DE : Delaunay Edge

Del. : Delaunay

DNS : Desoxyribonukleinsäure

DP : Dynamische Programmierung

EAV : Endauswahlverfahren EE : Entfernungseinheiten

Fig. : Figure

FORTRAN : Formula Translator (Programmiersprache)

FTP : File Transfer Protocol

ggT : größter gemeinsamer Teiler

GA: Greatest Angle (Insertion) (nach GOLDEN/STEWART (1985))

GAL : Genetischer Algorithmus

GAMS : Guide to Available Mathematic Software (des NIST, USA)

ges. : gesamt

HNP : "Half-Neighbor"-Problem

HPPP : Homogeneous Poisson Point Process

i.a. : im allgemeinen

IBM : International Business Machine (-Corporation)

IC : Integrated Circuit

IEEE : Institute of Electrical and Electronical Engineers (USA)

IIE : Institute of Industrial Engineers

i.S. : im Sinne

i.w.S. : im weiteren Sinne

k.A. : keine Angabe (in der Originalquelle)

korr. : korrigiert kum. : kumuliert

LK : LIN/KERNIGHAN (-Heuristik, -Verfahren)

LP : Lineare Programmierung bzw. Lineares Programm

LQ : Lösungsqualität

LRW : Laplacian Random Walk

MAX : Maximum Md. : Modus

MEE : Most Eccentric Ellipse Method

(nach GOLDEN/STEWART (1985))

MFlops : million floating-point operations per second

MIN : Minimum

MIPS : Million Instructions per Seconds

MTSP : m traveling salesman problem, auch Multi-Traveling-Salesman Pro-

blem

MW : Mittelwert NB : Nachbarn

NBG : Nachbarschaftsgrad

NBS : Nachbarschaftsbestimmung, Bestimmung von Nachbarschaftsstruk-

turen

NC : Numerical Control (-Machine)
 NCH : Not Convex Hull (-Status)
 NDE : Non Delaunay Edge (-Status)
 NI : Node Insertion (-Heuristik)

NIF : Not Inserted First (-Städte, -Status)

NIST : National Institute of Standards and Technology (USA)

NIVD : Node Insertion (-Heuristik unter Nutzung von) Voronoi-/Delau-

nay (-Strukturen)

NIVD-M : Node Insertion (-Heuristik unter Nutzung von) Voronoi-/Delau-

nay (-Strukturen mit iterationsübergreifender Speicherung/) Memorierung (und Nutzung von Prüfungsergebnissen/selektiver Prüfung)

NN : Nearest Neighbor (-Heuristik)

No. : Number

NP : nichtdeterministisch polynomial OLC : Optimal Length Calculated

OLN : Optimal Length Noted (in TSPLIB)
ORSA : Operations Research Society of America

opt. : optimal

o.S. : ohne Seitenangabe o.V., O.V. : ohne Verfasser

OZ : Operationszeit (Rechenzeit)

Par. : Parametrisierung

PCTSP : Precedence Constrained Traveling-Salesman-Problem

Prfg. : Prüfung (-en) proz. : prozentual

RDE : Rank (of a) Delaunay Edge

RLDE : Relative Length (of a) Delaunay Edge RLVE : Relative Length (of a) Voronoi Edge

RP : Rostering Problem

RR : Rundreise

RVE : Rank (of a) Voronoi Edge

RXD : Ratio times Difference Insertion (-Heuristik)

(nach GOLDEN/STEWART (1985))

RZ : Restzeit

SA : Simulated Annealing

SFC : Space Filling Curve (-Heuristik)

SIAM : Society for Industrial and Applied Mathematics

SPSS : "Statistical Package for the Social Sciences" bzw. "Superior Per-

formance Software System" (Statistikprogramm)

STATLIB : Statistical Library; Online-Bibliothek überwiegend statistischer Soft-

ware

Stdabw.,

STDABW: Standardabweichung

STSP : Single Traveling-Salesman-Problem

TA: Tripelaktualisierung
TAC: Threshold Accepting

Tab. : Tabelle

TAP : Traveling Archaeologist Problem

theor. : theoretisch

TICI : Triangle Insertion - Cheapest Insertion (-Heuristik)

TP : Teilprüfung
TS : Tabu Search

TSP : Traveling-Salesman-Problem

TSPLIB : Traveling-Salesman-Problem Library

TSTS : Two-Stage Traveling Salesman (-Heuristik)

tw. : teilweise

UCIM : Universal Chip Insertion Machine

UO : (Delaunay Edge) Used (in) Optimal (Tour) (-Status)

VAV : Vorauswahlverfahren VC : Variationskoeffizient

VD : Voronoi-/Delaunay (-Strukturen)

VE : Voronoi Edge

VF : Voronoi-Flächen; Flächeninhalte von Voronoi-Polygonen

VK : Voronoi-Knoten
VL : Verbesserungslauf

VP : Vollprüfung

VPA : VollprüfungsanteilVPQ : Vollprüfungsquote

VRP : Vehicle Routing Problem

WiSt : Wirtschaftswissenschaftliches Studium

WISU : Das Wirtschaftsstudium

WWW : World Wide Web

Symbol- und Variablenverzeichnis

Allgemein verwendete Symbole und Variablen:

: Anzahl

 $d_{i,j}$: Distanz zwischen den im Rahmen eines TSP zyklisch zu reihenden Ob-

jekten als Beitrag zur i.a. zu minimierenden Zielfunktion bei der direkten Abfolge der Objekte i und j in einer Sequenz; $i, j \in \{1, 2, ..., n\}$ und i.a. $i \neq j$; so z.B. als euklidische Distanz zwischen den Städten eines

TSP oder Rüstzeiten beim Umrüstproblem

D: Zweidimensionale Matrix der Distanzen $d_{i,j}$ für ein TSP; Distanzmatrix

i Index- und Zählvariable; kontextgebunden
 j : Index- und Zählvariable; kontextgebunden
 k : Index- und Zählvariable; kontextgebunden
 l : Index- und Zählvariable; kontextgebunden

 L_n : Minkowski-Metrik

L : City-Block-Metrik als spezifizierter Unterfall der Minkowski-Metrik

L : Maximumsmetrik als spezifizierter Unterfall der Minkowski-Metrik

Lösungsqualität als prozentuale Angabe darüber, in welchem Maße die Länge einer betrachteten Rundreise die Länge der optimalen Rundreise

für ein TSP übersteigt

m : Mittelwert

LQ

m : Index- und Zählvariable; kontextgebunden

n : Anzahl der im Rahmen eines TSP unter Berücksichtigung einer i.a. zu

minimierenden Zielfunktion in einer zyklischen Sequenz zu ordnenden Ob-

jekte; z.B. als Städte im Rahmen einer Rundreise

 n_{ch} : Anzahl der ausgezeichneten Raumpunkte einer Punkteschar bzw. der

Städte eines euklidischen, zweidimensionalen TSP, welche auf dem Rand der von der Punkteschar bzw. allen Städten des TSP gebildeten kon-

vexen Hülle liegen

NP : Klasse der nicht mit in Abhängigkeit von der Problemgröße polynomialem

Aufwand lösbaren Probleme; mit polynomialem Aufwand in Abhängigkeit von der Problemgröße nur durch einen nichtdeterministischen Al-

gorithmus lösbar

O(.) : O-Notation; Laufzeitkomplexität eines Algorithmus im schlechtestdenk-

baren Falle in Abhängigkeit von zu benennenden Determinanten, i.a. im

Falle des TSP zumeist der Problemgröße n

OLC : "Optimal Length Calculated"; Länge der optimalen Rundreise für ein zwei-

dimensionales, euklidisches TSP, welche unter Berücksichtigung euklidi-

scher Distanzen zwischen den Städten bestimmt wurde

OLN : "Optimal Length Noted" (in TSPLIB); Länge der optimalen Rundreise für

ein zweidimensionales, euklidisches TSP, welche entsprechend den Konventionen der TSPLIB (d.h. mit ganzzahligen Distanzen unter Berück-

sichtigung spezifischer Rundungsregeln) bestimmt wurde

OZ : Operationszeit (Rechenzeit)

p : Index- und Zählvariable; kontextgebunden

P : Klasse der mit in Abhängigkeit von der Problemgröße polynomialem Auf-

wand lösbaren Probleme

r : Permutation einer Folge von Objekten, so z.B. von Städten eines TSP

r : Index- und Zählvariable; kontextgebunden

 r^2 : Bestimmtheitsmaß im Rahmen der Regressionsanalyse

S : Standardabweichung

t : Index- und Zählvariable; kontextgebunden

Abszisse eines zweidimensionalen, kartesischen Koordinatensystems
 x-Koordinate der Stadt i eines TSP in einem zweidimensionalen Raum

 $x_{i,i}$: Koordinate der Stadt i in der Dimension j eines im m-dimensionalen Raum

formulierten TSP; $i \in \{1, 2, ..., n\}$; $j \in \{1, 2, ..., m\}$

y : Ordinate eines zweidimensionalen, kartesischen Koordinatensystems

 y_i : y-Koordinate der Stadt i eines TSP in einem zweidimensionalen Raum

Z(.) : Über eine Regressionsanalyse aus simulativ-empirisch ermittelten Daten

abgeschätzte durchschnittliche Laufzeit eines Algorithmus, üblicherweise

in Abhängigkeit von n als der Größe eines TSP angegeben

Spezielle Symbole und Variablen des Abschnitts 2:

• Formulierung des TSP als Lineares Programm (Abschnitt 2.2.1)

S : Menge der Sub- bzw. Kurzzyklen von zyklisch zu reihenden Objekten

im Rahmen der Formulierung eines TSP als Lineares Programm

 $x_{i,j}$: Binärvariable im Rahmen einer Formulierung des TSP als Lineares Pro-

gramm; $x_{i,j}$ gibt an, ob eine Abfolge zweier Städte eines TSP in einer spezischen Lösung realisiert wird oder nicht; $x_{i,j} \in \{0,1\}; i,j \in \{1,2,...,n\}$

und i.a. $i \neq j$

• Beispiele klassischer Heuristiken zur Lösung des TSP (Abschnitt 2.3.4.2)

 t_i : Stadt i eines TSP; $i \in \{1, 2, ..., n\}$

• Beispiele Metaheuristischer Prinzipien zur Lösung des TSP (Abschnitt 2.3.4.3)

T : Temperaturparameter des "Simulated Annealing"

x : Im Rahmen des "Simulated Annealing" herangezogene gleichverteilte Zu-

fallszahl (mit 0 < x < 1)

Spezielle Symbole und Variablen des Abschnitts 3:

• m salesmen problem (MTSP) (Abschnitt 3.3.2)

Distanzen zwischen den realen und den fiktiven Basisorten im Rahmen

des MTSP

• Multiperiod TSP (Abschnitt 3.3.2)

 K_i : Anzahl der Tage, welche zwischen zwei Besuchen in einer Stadt i mindertage vergengen sein missen: $1 \le K \le M$

destens vergangen sein müssen; $1 \le K_i \le M$

M : Anzahl der Tage des zugrundegelegten Zeithorizontes für die Planung von Rundreisen bzw. die Erstellung eines Besuchsplanes

 T_i : Zeitintervall als Anzahl der Tage, in welchem eine Stadt i im Rahmen der Planung von Rundreisen einmal besucht werden muß; $1 \le T_i \le M$

 U_i : Anzahl der Tage, welche zwischen zwei Besuchen in einer Stadt i höchstens vergehen dürfen; $1 \le U_i \le M$

• *Tourenplanungsprobleme/Vehicle Routing Problem (Abschnitt 3.3.3)*

m : Anzahl der im Rahmen einer Tourenplanung einzusetzenden Fahrzeuge

 m_l : Untergrenze für die Anzahl der im Rahmen einer Tourenplanung einsetzbaren Fahrzeuge

 m_u : Obergrenze für die Anzahl der im Rahmen einer Tourenplanung einsetzbaren Fahrzeuge

 q_i : Bedarf einer im Rahmen eines Tourenplanungsproblemes zu beliefernden Stadt i in Volumen- oder Gewichtseinheiten; $i \in \{1, 2, ..., n\}$

 Q_k : Kapazität des im Rahmen der Tourenplanung einzusetzenden Fahrzeuges $k; k \in \{1,2,...,m\}$

• Einsatz einer computergesteuerten Stanze als Bestandteil einer Fertigungszelle als TSP (Abschnitt 3.3.7.3)

 \mathbf{a}_i : Rotationswinkel des Werkzeugmagazins (Revolvermagazin) zur Heranführung eines benötigten Werkzeuges w_i an das Werkstück in Relation zu einem Referenzwerkzeug w_0 ; $i \in \{1,2,...,n\}$

 w_0 : Referenzwerkzeug im Werkzeugmagazin der Stanze

 w_i : Im Rahmen einer vorzunehmenden Stanzung einzusetzendes Werkzeug aus dem Werkzeugmagazin der Stanze; $i \in \{1,2,..,n\}$

• *Verschnittminimierung beim Tapetenzuschnitt als TSP (Abschnitt 3.3.8)*

d: Notwendige Längenverschiebung von benachbarten Tapetenbahnen gegeneinander, um einen stimmigen Übergang des Tapetenmusters zu gewährleisten

 $d_{i,j}$: Distanz aus bzw. Element der modifizierten Distanzmatrix D' für den Tapetenzuschnitt

D': Modifizierte Distanzmatrix für den Tapetenzuschnitt als Ausschnitt aus der relevanten Distanzmatrix D; erste r Spalten und Zeilen

L : Höhe der rechteckigen, zu tapezierenden Wand in Längeneinheiten

r : Längeneinheiten, in denen sich das Muster der Tapete wiederholt (d.h. von neuem beginnt)

s : Anzahl der Zeilen bzw. Spalten, für welche die Distanzmatrix für den Tapetenzuschnitt streng zirkulär ausfällt

 $t_{i,j}$: Verschnitt (in Längeneinheiten) bei einem Abschneiden der Tapetenbahnen i und j in direkter Folge von der Tapetenrolle

v : Verschnitt (in Längeneinheiten) zwischen zwei aufeinander folgend von

der Tapetenrolle abgeschnittenen Tapetenbahnen

w : Breite der Tapetenrolle in Längeneinheiten

W: Breite der rechteckigen, zu tapezierenden Wand in Längeneinheiten

• Risikomaximale Gestaltung von Dartboards als TSP (Abschnitt 3.3.9)

 $d_{i,j}^{A}$: Distanzfunktion A zur Zielfunktion A für die risikomaximale Gestaltung

von Dartboards; $i \in \{1, 2, ..., 20\}, j \in \{1, 2, ..., 20\}, i \neq j$

 $d_{i,j}^{B}$: Distanzfunktion B zur Zielfunktion B für die risikomaximale Gestaltung

von Dartboards; $i \in \{1, 2, ..., 20\}, j \in \{1, 2, ..., 20\}, i \neq j$

 $\mathbf{r}(k)$: Permutation der Folge der Sektoren eines Dartboards mit $k \in \{1, 2, ..., 20\}$

t : Mindestdifferenz der Punktwerte zweier benachbarter Sektoren des Dart-

boards

w : Wahrscheinlichkeit, den dem Sektor k des Dartboards benachbarten Sek-

tor zu treffen, wenn auf den Sektor k gezielt wird

 $x_{i,j}$: Binärvariable für die Bezeichnung der direkten Folge der Sektoren i und

j auf einem Dartboard mit $x_{i,j} \in \{0,1\}, i \in \{1,2,...,20\}, j \in \{1,2,...,20\}$

und $i \neq j$

 z_A : Zielfunktion A für die risikomaximale Gestaltung eines Dartboard

z^{opt} : Optimaler Zielfunktionswert der Zielfunktion A für die risikomaximale Ge-

staltung von Dartboards

 z_B : Zielfunktion B für die risikomaximale Gestaltung eines Dartboard

 z_R^{opt} : Optimaler Zielfunktionswert der Zielfunktion B für die risikomaximale Ge-

staltung von Dartboards

• *Umrüstprobleme als TSP (Abschnitt 3.4.2)*

 b_0 : Bearbeitungszeit eines fiktiven Loses auf einer Maschine; $b_0 = 0$

 b_i : Bearbeitungszeit eines Loses j auf einer Maschine; $j \in \{1, 2, ..., n\}$

C : Konstante

 $t_{i,j}$: Summe aus Bearbeitungs- und Umrüstzeit für ein Los j auf einer Ma-

schine, wenn zuvor das Los i gefertigt wurde; $i, j \in \{1, 2, ..., n\}, i \neq j$

 Z_{n} : Ausgangszustand einer Maschine vor Bearbeitung einer Losfolge, in wel-

chen sie auch nach deren Bearbeitung zurückversetzt werden soll

 Z_i : Zustand, welchen eine Maschine vor dem Beginn der Bearbeitung des

Loses j aufweisen muß; ggf. muß auf diesen Zustand umgerüstet wer-

den; $j \in \{1, 2, ..., n\}$

• Festlegung einer Chargenfolge für einen Brennofen als TSP (Abschnitt 3.4.2)

a : Untergrenze des Integrals für die Bestimmung der Elemente der Dichte-

matrix

 a_i : Starttemperatur der Charge $i; i \in \{1, 2, ..., n-1\}$

 a_n : Zu erreichende Endtemperatur des Brennofens nach Bearbeitung der Char-

genfolge

b : Obergrenze des Integrals für die Bestimmung der Elemente der Dichte-

matrix

 b_i : Schlußtemperatur der Charge $i; i \in \{1, 2, ..., n-1\}$

 b_n : Ausgangstemperatur des Brennofens vor Bearbeitung der Chargenfolge

D : Distanzmatrix für eine Reindizierung der Chargen nach aufsteigender

Schlußtemperatur b_i

 D_r : Permutation der Distanzmatrix D

f(.): Dichtefunktion der Temperaturwechselkosten

g(.): Kosten für die Erhöhung bzw. Absenkung der Ofentemperatur

 $v_{i,j}$: Elemente der Dichtematrix; $i, j \in \{1, 2, ..., n\}$

V : Dichtematrix

• *Maschinenbelegungsprobleme als TSP (Abschnitt 3.4.3)*

 A_i : i-ter Auftrag; $i \in \{1, 2, ..., n\}$

 $k_{i,l}$: Indexposition der ersten auf der l-ten Maschine auszuführenden Opera-

tion des *i*-ten Auftrages; $i \in \{1, 2, ..., n\}, l \in \{1, 2, ..., m\}$

 $k_{i,l}^{"}$: Indexposition der letzten auf der l-ten Maschine auszuführenden Opera-

tion des *i*-ten Auftrages; $i \in \{1, 2, ..., n\}, l \in \{1, 2, ..., m\}$

m : Anzahl der einzelnen Operationen des Auftrags A_i ; $i \in \{1, 2, ..., n\}$

 M_l : l-te Maschine; $l \in \{1, 2, ..., m\}$

 $O_{i,k}$: k-te Operation des Auftrags A_i ; $k \in \{1,2,...,m_i\}$, auszuführen auf einer

spezifizierten Maschine M_l (festgelegt durch den Vektor $r_{i,k}$)

 $p_{i,k}$: Bearbeitungszeit der Operation $O_{i,k}$ des Auftrages A_i ; $i \in \{1,2,...,n\}$,

 $k \in \left\{1, 2, \dots, m_i\right\}$

 $r_{i,k}$: Vektor zur Festlegung der Folge, in denen die Operationen $O_{i,k}$ eines Auf-

trages A_i auf den Maschinen bearbeitet werden müssen; $k \in \{1, 2, ..., m_i\}$,

 $i \in \{1, 2, \dots, n\}$

 T_i : Gesamte Bearbeitungszeit des i-ten Auftrages als Summe der Bearbei-

tungszeit seiner Operationen; $i \in \{1, 2, ..., n\}$

 T_{ij} : Bearbeitungszeit von dem Beginn der Bearbeitung der ersten Operation

des i-ten Auftrages auf der l-ten Maschine bis zum Ende der Bearbei-

tungszeit des *i*-ten Auftrages; $i \in \{1,2,...,n\}, l \in \{1,2,...,m\}$

 $T_{i,l}^{"}$: Bearbeitungszeit von dem Beginn der Bearbeitung der ersten Operation

des i-ten Auftrages bis zur letzten Ausführung einer Operation desselben

auf der *l*-ten Maschine; $i \in \{1, 2, ..., n\}, l \in \{1, 2, ..., m\}$

• Datierungsprobleme in der Archäologie als TSP (Abschnitt 3.4.4)

A: Verknüpfungsmatrix für eine Anzahl von Fundorten und -objekten unter

Berücksichtigung eines fiktiven Fundortes zwecks Überführung in ein TSP

B : Ergebnis einer Permutation der Zeilen der Verknüpfungsmatrix S mittels

der Permutationsmatrix H

 $d_{i,j}^{T,m}$: Distanz zwischen zwei Zeilen der permutierten Verknüpfungsmatrix A bzw. Matrix B unter Berücksichtung der gesamten Anzahl erscheinender Fundobjekttypen; $i \in \{1,2,...,n+1\}, \ j \in \{1,2,...,m\}$

 $d_{i,j}^{S,m}$: Distanz zwischen zwei Zeilen der Verknüpfungsmatrix A unter Berücksichtung der Anzahl erscheinender Fundobjekttypen; $i \in \{1,2,...,n+1\}$, $j \in \{1,2,...,m\}$

D^S: Aus der Ähnlichkeitsmatrix S abgeleitete Distanzmatrix unter Berücksichtigung der Anzahl erscheinender Fundobjekttypen

 D^T : Aus der Ähnlichkeitsmatrix T abgeleitete Distanzmatrix unter Berücksichtigung der Anzahl erscheinender Fundobjekttypen

H: Permutationsmatrix zur Permutation der Zeilen der Verknüpfungsmatrix A zur Matrix B

L(H): Zielfunktion; Bewertung der Permutationsmatrix H als "Rundreise" aufgrund aus der Matrix D^T ermittelten Distanzen

 r_j : Vertikale Erstreckung von Blöcken eingebetteter Nullfolgen in der permutierten Verknüpfungsmatrix A bzw. Matrix B; $j \in \{1, 2, ..., n+1\}$

R(H): Weiterentwickelte Zielfunktion zur Minimierung der Erstreckung vertikal eingebetteter Nullblöcke in der permutierten Verknüpfungsmatrix A bzw. Matrix B

 $s_{i,j}$: Ähnlichkeit zweier Zeilen der Verknüpfungsmatrix A als Anzahl der in beiden Zeilen (d.h. Fundorten) i und j gemeinsam enthaltenen Fundobjekttypen; $i \in \{1,2,...,n+1\}; \ j \in \{1,2,...,m\}$

S: Ähnlichkeitsmatrix für die Verknüpfungsmatrix A

T: Ähnlichkeitsmatrix zur permutierten Verknüpfungsmatrix B

u(.): Summe der Einträge der Hauptdiagonalen einer anzugebenden Matrix

• Probleme der Clusteranalyse als TSP (Abschnitt 3.4.5)

 $a_{i,j}$: Element der Ausgangsmatrix $A; i \in \{1,2,...,n\}, j \in \{1,2,...,m\}$

A : Ausgangsmatrix mit Objekt-Attribut- oder Objekt-Objekt-Zuordnungen

B: Mittels einer Permutation der Zeilen und Spalten der Ausgangsmatrix A gebildete Matrix (unter Verwendung der Permutationsmatrizen H_1 und H_2)

 H_1 : Permutationsmatrix zur Permutation der Zeilen der Ausgangsmatrix A

 H_2 : Permutationsmatrix zur Permutation der Spalten der Ausgangsmatrix A

r: Permutationen von Zeilenfolgen in der Matrix A

f : Permutationen von Spaltenfolgen in der Matrix A

ME(.): Zu maximierende Zielgröße bzw. Bewertung der Matrix B in Abhängigkeit von A, H_1 und H_2

 $ME_1(.)$: Erster Bestandteil von ME(.) nach einer Zerlegung; abhängig von A und H_1

 $ME_2(.)$: Zweiter Bestandteil von ME(.) nach einer Zerlegung; abhängig von A und H_2 .

• Reduzierung der Auftragsstreuung in der Glasindustrie als TSP (Abschnitt 3.4.6)

A : Verknüpfungsmatrix für eine Anzahl von Standardtafeln und Kunden-

aufträgen

C : Konstante

 $d_{i,j}^{a}$: Distanzmaß als "Unähnlichkeit" zweier Standardtafeln i und j hinsicht-

lich nicht auf beiden zugewiesener Kundenauftragsteile; $i \in \{1, 2, ..., n\}$,

 $j \in \{1, 2, ..., m\}$

 $d_{i,j}^{b}$: Distanzmaß als "Ähnlichkeit" zweier Standardtafeln i und j hinsichtlich

nicht auf beiden zugewiesener Kundenauftragsteile; $i \in \{1, 2, ..., n\}, j \in$

 $\{1,2,...,m\}$

 $d^{c}_{i,j}$: Aus $d^{b}_{i,j}$ abgeleitetes Distanzmaß mit $d^{c}_{i,j} = C - d^{b}_{i,j}$; $i \in \{1,2,..,n\}$,

 $j \in \{1, 2, ..., m\}$

 D^a : Distanzmatrix zum Distanzmaß $d^a_{i,j}$ (Ansatz zur Minimierung der "Unähn-

lichkeiten")

 D^b : Distanzmatrix zum Distanzmaß $d^b_{i,j}$ (Ansatz zur Maximierung der "Ähn-

lichkeiten")

 D^c : Distanzmatrix zum Distanzmaß $d_{i,j}^c$ (Ansatz zur reversen Minimierung

der "Ähnlichkeiten")

H: Permutationsmatrix zur Permutation der Zeilen der Verknüpfungsmatrix A

 r_i : Vertikale Erstreckung von Blöcken eingebetteter Nullfolgen in der per-

mutierten Verknüpfungsmatrix $A; j \in \{1,2,...,n\}$

R(H): Zielfunktion zur Minimierung der Erstreckung vertikal eingebetteter Null-

blöcke in der permutierten Verknüpfungsmatrix A

• Rotierende Dienstpläne für Buspersonal als TSP (Abschnitt 3.4.7)

 $d_{i,j}$: Länge der aus der Folge der Einsätze i und j resultierenden Freizeitpe-

riode; $i \in \{1, 2, ..., n\}, j \in \{1, 2, ..., n\}$

 $\overline{d}_{i,j}$: Variiertes Distanzmaß unter Berücksichtigung von Tagestypen

 e_i : Dauer eines Einsatzes; $i \in \{1, 2, ..., n\}$

E : Summierte Einsatzzeiten

F : Summierte Freizeitzeiten

t₁ : Tagestyp "Wochentag"

 t_2 : Tagestyp "Samstag"

t₃ : Tagestyp "Sonn- und Feiertage"

w(l,m): Mittels eines Kalenders bestimmbare Wahrscheinlichkeit für die Abfol-

ge der Tagestypen l und m; $l, m \in \{t_1, t_2, t_3\}$

Z: Zeitspanne des Rotationszyklus als Summe aus E und F

Spezielle Symbole und Variablen des Abschnitts 4 sowie der zugehörigen Anhänge:

ACH : Abstand (einer fixierten Stadt eines TSP) zur konvexen Hülle als An-

zahl der bis zu einer auf dem Rand der konvexen Hülle liegenden Stadt

zu durchlaufenden Delaunay-Kanten von der fixierten Stadt aus

ALDE : Absolute (euklidische) Länge einer Delaunay-Kante ALVE : Absolute (euklidische) Länge einer Voronoi-Kante

 d_{p_i,p_i} : Euklidische Distanz zwischen den ausgezeichneten Raumpunkten p_i und

 p_i ; $i \in \{1, 2, ..., n\}$, $j \in \{1, 2, ..., n\}$, $i \neq j$

 e_{Del} : Anzahl der Kanten einer Delaunay-Struktur e_{Vor} : Anzahl der Kanten einer Voronoi-Struktur

 f_{Del} : Anzahl der Flächen (Dreiecke) einer Delaunay-Struktur

 f_{Vor} : Anzahl der Voronoi-Knoten einer Voronoi-Struktur

M : Dimensionen eines Rastergitters für Koordinatenwerte im Rahmen der

numerisch stabilen Berechnung von Voronoi-/Delaunay-Strukturen

NBG : Nachbarschaftsgrad; gibt an, wieviele Delaunay-Kanten von einer fixier-

ten Stadt aus bis zu einer anderen Stadt eines TSP zu durchlaufen sind

NCH : Not Convex Hull (-Status); Status einer Stadt eines TSP, welche nicht

auf dem Rand der von sämtlichen Städten des TSP gebildeten kon-

vexen Hülle liegt

NDE : Nicht-Delaunay (-Kante); Kante einer optimalen Rundreise eines zweidi-

mensionalen, euklidischen TSP, die nicht der Delaunay-Struktur angehört

 p_i : Ausgezeichneter Raumpunkt; $i \in \{1, 2, ..., n\}$

P : Endliche Menge der ausgezeichneten Raumpunkte

RDE : Rang einer Delaunay-Kante hinsichtlich ihrer (euklidischen) Länge (be-

zogen auf die Längen sämtlicher eine betrachtete Stadt eines euklidischen, zweidimensionalen TSP berührenden Delaunay-Kanten bei Sor-

tierung nach aufsteigender Länge)

RLDE : Relative Länge einer Delaunay-Kante (bezogen auf die Summe der eukli-

dischen Längen sämtlicher eine betrachtete Stadt eines euklidischen, zweidimensionalen TSP berührenden Delaunay-Kanten; berechnet in Prozent)

RLVE : Relative Länge einer Voronoi-Kante (bezogen auf die Summe der euk-

lidischen Längen sämtlicher dem Voronoi-Polygon einer betrachteten Stadt eines euklidischen, zweidimensionalen TSP zugehörigen Voro-

noi-Kanten; berechnet in Prozent)

RVE : Rang einer Voronoi-Kante hinsichtlich ihrer (euklidischen) Länge (be-

zogen auf die euklidischen Längen sämtlicher dem Voronoi-Polygon einer betrachteten Stadt eines euklidischen, zweidimensionalen TSP zugehörigen Voronoi-Kanten bei deren Sortierung in absteigender Länge)

T(.) : Laufzeitkomplexität des "Divide & Conquer"-Algorithmus zur Berech-

nung von Voronoi-/Delaunay-Strukturen im schlechtestdenkbaren Falle in Abhängigkeit von der Anzahl der ausgezeichneten Raumpunkte bzw.

Städte eines TSP n.

UO : (Delaunay Edge) Used (in) Optimal (Tour); binäre Statusvariable einer De-

launay-Kante (UO = 1: Delaunay-Kante ist Bestandteil der optimalen

Rundreise; UO = 0: Delaunay-Kante ist kein Bestandteil der optimalen

Rundreise eines TSP)

 V_k : Voronoi-Polygon, welches durch den ausgezeichneten Raumpunkt p_k de-

finiert ist; $k \in \{1,2,...,n\}$

VF : Voronoi-Flächen; Flächeninhalte von Voronoi-Polygonen

w : Ergebnisgröße einer Vereinfachung des Cosinussatzes im Rahmen der Be-

rechnung von Voronoi-/Delaunay-Strukturen

X : Unendliche Menge der nicht ausgezeichneten Raumpunkte

z : z-Achse eines dreidimensionalen Koordinatensystems

 z_i : z-Koordinate eines ausgezeichneten Raumpunktes i in einem dreidi-

mensionalen Koordinatensystem; $i \in \{1, 2, ..., n\}$

Spezielle Symbole und Variablen des Abschnitts 5 sowie der zugehörigen Anhänge:

ABQ : Abbruchquote als Parameter der CHI-TICI-Heuristik, der den Zeitpunkt

des Wechsels von der "Triangle Insertion" auf die "Cheapest Insertion"

steuert

 b_1, b_2 : Koeffizienten der mittels einer Regressionsanalyse abgeschätzten Expo-

nentialfunktion für die Entwicklung der Vollprüfungsquote im Rahmen

der CHI-TA-Heuristik bei steigender Problemgröße

CHI-KLAS: Bezeichnung für die mittels der CHI-TA-Heuristik realisierten Lö-

sungsqualitäten im Rahmen eines Vorzeichenrangtests nach WILCOXON

CHI-TINI: Bezeichnung für die mittels der CHI-TICI/NIVD-Heuristik realisierten Lö-

sungsqualitäten im Rahmen eines Vorzeichenrangtests nach WILCOXON

CHIL : Convex Hull Insertion (-Heuristic Tour) Length; Länge einer mittels der

CHI-Heuristik ermittelten Rundreise

f(r): Empirisch geschätzte Wahrscheinlichkeit (Approximation einer Dichte-

funktion), mit der eine Lösungsqualität von r eintritt, Notation nach BE-

RENS (1992)

F(r): Empirisch geschätzte Wahrscheinlichkeit (Approximation einer Vertei-

lungsfunktion), mit der eine Lösungsqualität von r oder schlechter ein-

tritt, Notation nach BERENS (1992)

g : Nachbarschaftsgrad als im Rahmen der CHI-TA VD1- und der NIVD-

Heuristik herangezogener Parameter

 g_A , g_B : Nachbarschaftsgrade A und B als Parameter der CHI-TA VD2-Heuristik

G1 : Graph der ersten Stufe im Rahmen des "Filterverfahrens" von SEGAL/

ZHANG/TSAI (1991); entspricht der Delaunay-Struktur

G2 : Graph der zweiten Stufe im Rahmen des "Filterverfahrens" von SEGAL/

ZHANG/TSAI (1991); Ergebnis einer selektiven Eliminierung von De-

launay-Kanten aus dem Graph der ersten Stufe (G1)

G2* : Im Rahmen dieser Arbeit modifizierter "Graph der zweiten Stufe" des Fil-

terverfahrens von SEGAL/ZHANG/TSAI (1991), welcher durch die In-

terpretation von Kantenbögen als Einzelkanten strukturerhaltend reduziert

bzw. vereinfacht wird

G3 Graph der dritten Stufe im Rahmen des "Filterverfahrens" von SEGAL/ ZHANG/TSAI (1991); Ergebnis einer selektiven Eliminierung von Delaunay-Kantenbögen während der Bestimmung einer (Teil-) Rundreise aus dem Graph der zweiten Stufe (G2) i*Index- und Zählvariable; kennzeichnet Städte als Bestandteile von gebil-: deten Städtetripeln für die Prüfung von Einfügungen im Rahmen der CHIbzw. CHI-TA-Heuristik sowie ihren Modifikationen unter Nutzung von Voronoi-/Delaunay-Strukturen j^* Index- und Zählvariable; kennzeichnet Städte als Bestandteile von gebil-: deten Städtetripeln für die Prüfung von Einfügungen im Rahmen der CHIbzw. CHI-TA-Heuristik sowie ihren Modifikationen unter Nutzung von Voronoi-/Delaunay-Strukturen k^* Index- und Zählvariable; kennzeichnet Städte als Bestandteile von gebil-: deten Städtetripeln für die Prüfung von Einfügungen im Rahmen der CHIbzw. CHI-TA-Heuristik sowie ihren Modifikationen unter Nutzung von Voronoi-/Delaunay-Strukturen Anzahl der Kanten, welche in der Iteration i der CHI-Heuristik in der bis k_{i} dahin gebildeten Teilrundreise enthalten sind Anzahl der Städte, welche in der Iteration i der CHI-Heuristik noch nicht l_i : in die gebildete Teilrundreise eingefügt wurden **NBG** Nachbarschaftsgrad; gibt an, wieviele Delaunay-Kanten von einer fixier-: ten Stadt aus bis zu einer anderen Stadt eines TSP zu durchlaufen sind **NIF** "Not Inserted First" (-Status, -Städte); eine Stadt eines zweidimensionalen, euklidischen TSP kann bei der Lösung desselben mit der CHI-TICI-Heuristik nicht über die "Triangle Insertion" in die Rundreise eingefügt werden Beschreibung der Anzahl der notwendigen Prüfungen im Rahmen der p(.)Vor- und Endauswahl der CHI- und der CHI-TA-Heuristik in Abhängigkeit von der Problemgröße n sowie der Anzahl der auf dem Rand der konvexen Hülle der Städteschar des TSP liegenden Städte n_{ch} QQualitätscharakteristik; Spiegelung von F(r) an der Geraden F(r) = 0.5; Notation nach BERENS (1992) Lösungsqualität als Verhältnis zwischen optimaler und heuristisch er-: mittelter Rundreiselänge für ein TSP nach BERENS (1992); Relation zur hier verwendeten Notation LQ: $r = \frac{1}{1+LQ}$ RZRestzeit; Residualkomponente bei Zerlegung der Rechenzeit (OZ) für ver-: schiedene vorgestellte Heuristiken in Teilreichenzeiten für unterschiedliche Vorgänge **VPA** Vollprüfungsanteil als Maßstab der theoretischen Reduzierung des Re-: chenaufwandes durch die Minderung der Anzahl der für die Einfügung zu untersuchenden Städtetripel durch die Vornahme von Teil- statt Vollprüfungen bei einer Modifikation der CHI-Heuristik **VPQ** Vollprüfungsquote als Maßstab der beobachtbaren Reduzierung des Rechenaufwandes durch die iterationsübergreifende Speicherung von Prüfungsergebnissen hinsichtlich der Einfügung von Tripeln im Rahmen der

Tripelaktualisierung (Teil- statt Vollprüfungen) sowie verschiedener heuristischer Nutzungen von Voronoi-/Delaunay-Strukturen im Vergleich zur

unmodifizierten CHI-Heuristik

Abbildungsverzeichnis

Abb. 1	Einige Varianten des (unbeschränkten) TSP für einen einzelnen Hand- lungsreisenden.	19
Abb. 2	Abstrahierende Visualisierung einer "Space Filling Curve" und aus derselben abgeleitete Rundreise als Lösung für ein zweidimensionales, euklidisches TSP.	59
Abb. 3	Schematische Darstellung eines Hochregallagers mit Übergabe- und Regalplätzen sowie Weg des Regalfahrzeugs.	112
Abb. 4	Bohrprobleme aus der Leiterplattenfertigung: (a) PCB442 und (b) LIN318, entnommen der TSPLIB von REINELT.	128
Abb. 5	Schneidplan für die Bauteile eines Produktionsauftrages auf einer Metalltafel nach WÄSCHER (1996).	135
Abb. 6	Verschnittminimierender Tapetenzuschnitt als TSP: Beispiele für Musterwiederholung r und Verschiebung d .	146
Abb. 7	Verschnittminimierender Tapetenzuschnitt als TSP: Drei Möglichkeiten der Schnittreihenfolge für ein Beispiel mit $n=3,\ r=8,\ d=5$ und $L=3$	148
Abb. 8	Verschnittminimierender Tapetenzuschnitt als TSP: Distanzmatrix D für das erweiterte Beispiel aus Abb. 7 mit $n = 10$, $r = 8$, $d = 5$ und $L = 3$	149
Abb. 9	Gegenwärtiges Dartboard-Design.	152
Abb. 10	Im Rahmen der Planungen für Mittelspannungs-Ringnetzwerke von SILLABER (1986) vorgestellter Layoutgraph mit 48 Knoten und 77 Kanten; Kantenlängen in Metern.	158
Abb. 11	Maschinenbelegungsproblem - Exemplarische Darstellung der Folge der Aufträge 1 und 2 mit $m_1 = 5$ und $m_2 = 4$ Operationen bei identischem Zeitbedarf für alle Operationen ($p_{i,k} = 1 \ \forall i \in \{1,2\}, \ \forall k \in \{1,,m_i\}$)	169
Abb. 12	Maschinenbelegungsproblem - Variation der Abb. 11, Visualisierung der $T_{i,l}^{''}$ und $T_{j,l}^{'}$, $i=1, j=2, \forall l \in \{1,2,3\}$	169
Abb. 13	Verknüpfungsmatrix, Ähnlichkeitsmatrix und Distanzmatrix für die Daten der BRAINERD/ROBINSON-Studie	175
Abb. 14	Zahlenbeispiel zur Clusterung eines Datenfeldes, (a) Ausgangsmatrix A , (b) nach dem Kriterium ME optimale Permutation der Zeilen und Spalten von A zu B mit $ME = 8$	179
Abb. 15	Beispiel 1 zur Anwendung des TSP in der Glasindustrie: Distanzmatrix D^a zur Tab. 8	183
Abb. 16	Vollständiger Zyklus von Einsatz- und Freizeitperioden im Verlaufe der Rotation eines Dienstplanes	189
Abb. 17	Voronoi-Struktur für das TSP 15_001 aus Gruppe I	217
Abb. 18	Delaunay-Struktur für das TSP 15_001 aus Gruppe II	218

Abb. 19	Sequentieller Algorithmus zur Berechnung der VD-Struktur nach GREEN/SIBSON (1978), zwei Konstruktionsschritte (a), (b)239
Abb. 20	Divide-and-Conquer-Konstruktion der VD-Struktur: Zerlegung der Städteschar in zwei Teilmengen (Dividing) und isolierte, rekursive Berechnung der Voronoi-Strukturen der gebildeten Teilprobleme: Voronoi-Struktur für die rechte Seite der Zerlegung
Abb. 21	Divide-and-Conquer-Konstruktion der VD-Struktur: Zerlegung der Städteschar in zwei Teilmengen (Dividing) und isolierte, rekursive Berechnung der Voronoi-Strukturen der gebildeten Teilprobleme: Voronoi-Struktur für die linke Seite der Zerlegung
Abb. 22	Divide-and-Conquer-Konstruktion der VD-Struktur: Verschmelzung der Teillösungen (Merging), Verschmelzungslinie
Abb. 23	Divide-and-Conquer-Konstruktion der VD-Struktur: Verschmelzung der Teillösungen (Merging), Konstruktion der Verschmelzungslinie246
Abb. 24	Bildung der Delaunay-Triangulation für die Städte auf dem Rand der konvexen Hülle
Abb. 25	Ermittlung eines neuen Delaunay-Dreieckes nach LUDWIG (1994)257
Abb. 26	Laufzeiten (in Sekunden) des hier implementierten Verfahrens (nach LUDWIG (1994)) zur Bestimmung von VD-Strukturen für 49 TSP der Gruppen II und III (unter Einschluß inkonsistenter Fälle)
Abb. 27	TSP 15_001 aus Gruppe I: Optimale Rundreise (fett) und Delaunay- Struktur
Abb. 28	Histogramm der Lösungsqualitäten (als %>OLC) sämtlicher auf der Delaunay-Struktur für das TSP 15_001 aus der Gruppe I identifizierten Rundreisen mit eingezeichnetem erwarteten Normalverteilungsplot (SPSS-Ausgabe)
Abb. 29	Histogramm der Anzahl der auf der Delaunay-Struktur identifizierten Rundreisen für die TSP der Gruppe I mit je 15 Städten
Abb. 30	Histogramm der Lösungsqualitäten (als %>OLC) sämtlicher auf der Delaunay-Struktur für die TSP der Gruppe I (mit je 15 Städten) identifizierten Rundreisen mit eingezeichnetem erwarteten Normalverteilungsplot (grobe Klassenbildung).
Abb. 31	Über ein Histogramm mit feiner Klasseneinteilung approximierte Dichtefunktion der Lösungsqualitäten (als %>OLC) sämtlicher auf der Delaunay-Struktur für die TSP der Gruppe I (mit je 15 Städten) identifizierten Rundreisen mit eingezeichnetem erwarteten Normalverteilungsplot
Abb. 32	Voronoi-Struktur für das TSP EIL101 aus Gruppe II mit fett eingezeichneter optimaler Rundreise
Abb. 33	Bedeutung der Elemente des Specifiers im Boxplot299
Abb. 34	SPSS-Boxplot für die Verteilung der Ränge von Voronoi-Kanten (RVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 nach verschiedenen ACH-Werten (ACH = 1 bis ACH = 4) für das TSP KR100A aus Gruppe II (mit partieller Mehrfacherfassung)

Abb. 35	SPSS-Boxplot für die Verteilung der relativen Länge von Voronoi- Kanten (RLVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 nach verschiedenen ACH-Werten (ACH = 1 bis ACH = 4) für das TSP KR100A aus Gruppe II (mit partieller Mehrfacher- fassung).	301
Abb. 36	Qualitätscharakteristik nach BERENS (1992) für drei ausgewählte Parametrisierungen der generalisierten klassischen CHI-Heuristik (35 TSP der Gruppe II).	342
Abb. 37	Entwicklung der Rechenzeit der klassischen CHI-Heuristik (Parametrisierung 7-10, Modus B) bei steigender Problemgröße (TSP-Gruppe II)	355
Abb. 38	Approximation der Rechenzeit der klassischen CHI-Heuristik (Parametrisierung 7-10, Modus B) durch: (a) eine kubische, im Rahmen einer Regressionsanalyse ermittelte Beziehung (ohne Konstante). Die gemessenen Rechenzeiten sind jeweils als Punkte, die aufgrund der Beziehungen geschätzten Rechenzeitverläufe als gestrichelte Linien eingetragen. (b) die Anzahl der notwendigen Prüfungen im Rahmen der CHI-Heuristik, durch Multiplikation mit einer Konstanten an die Rechenzeiten der verwendeten Hard- und Software angeglichen (Modell aus Tab. 32, Zeile 2). Die gemessenen Rechenzeiten sind als Punkte eingetragen; der gestrichelte Linienzug verbindet die prognostizierten Rechenzeiten für die einzelnen TSP	358
Abb. 39	Verteilung der Residuen einer kubischen Approximation (ohne Konstante) der Rechenzeit der klassischen CHI-Heuristik im Rahmen der Regressionsanalyse als PP-Normalverteilungsplot.	359
Abb. 40	Anzahl notwendiger Prüfungen für Einfügungsverfahren mit Tripelaktualisierung bei unterschiedlichen TSP-Größen und Vollprüfungsanteilen	366
Abb. 41	Entwicklung der Vollprüfungsquote im Rahmen der CHI-TA-Heuristik (Parametrisierung 7-10, Modus B) bei steigender Problemgröße (TSP-Gruppen II und III)	374
Abb. 42	Entwicklung der Rechenzeit der unmodifizierten CHI-Heuristik (OZ CHI) sowie der CHI-TA-Heuristik (OZ CHI TA) bei steigender Problemgröße (TSP-Gruppen II und III; Parametrisierung 7-10, Modus B)	375
Abb. 43	Entwicklung des Verhältnisses der Rechenzeit zwischen unmodifizierter CHI-Heuristik und CHI-TA-Heuristik bei steigender Problemgröße (TSP-Gruppe II, Parametrisierung 7-10, Modus B)	376
Abb. 44	Komponenten der Rechenzeit (Vollprüfungs-, Teilprüfungs-, Restzeit) der CHI-TA-Heuristik (Parametrisierung 7-10, Modus B) bei steigender Problemgröße (TSP-Gruppen II und III): (a) summiert und (b) isoliert ausgewiesen.	377
Abb. 45	Ausschnitt aus der Delaunay-Struktur des TSP EIL51 aus Gruppe II	379
Abb. 46	Entwicklung der Rechenzeit der CHI-TA-Heuristik (OZ CHI-TA) und der um die Nutzung von Nachbarschaften modifizierten CHI-TA-Heuristik, Variante I, (für $g=1$ bis 3; entsprechend OZ CHI-TA NBG1 OZ CHI-TA NBG3) bei steigender Problemgröße (TSP-Gruppen II und teilweise III).	

A00. 47	Romponenten der Rechenzeit (Vollprufungs- (VP), Tellprufungs- (TP), Rest- (RZ), Nachbarschaftsbestimmungszeit (NBS)) der CHI-TA-Heuristik mit Nutzung von Nachbarschaftsstrukturen, Variante I, für den Nachbarschaftsgrad 3 bei steigender Problemgröße (TSP-Gruppen II, tw. III, Par. 7-10, Md. B): (a) isoliert und (b) kumuliert ausgewiesen	388
Abb. 48	Komponenten der Rechenzeit (Vollprüfungs- (VP), Teilprüfungs- (TP), Restzeit (RZ), letztere inklusive der für die Bestimmung der Nachbarschaft benötigten Zeitdauer) der CHI-TA-Heuristik (Parametrisierung 7-10, Modus B) mit Nutzung von Nachbarschaftsstrukturen, Variante I, für den Nachbarschaftsgrad 3 bei steigender Problemgröße (TSP-Gruppen II, tw. III) in Relation zu den entsprechenden Komponentenrechenzeiten der CHI-TA-Heuristik.	389
Abb. 49	Delaunay-Struktur für das TSP EIL51 aus Gruppe II.	391
Abb. 50	Entwicklung der Rechenzeit der CHI-TA-Heuristik (OZ CHI-TA) und der um die Nutzung von Nachbarschaften modifizierten CHI-TA-Heuristik in Variante I mit dem Nachbarschaftsgrad $g=3$ (OZ CHI-TA VD1: NBG 3) und Variante II mit den verschiedenen Nachbarschaftsgraden g_A und g_B (OZ CHI-TA VD2: NBG g_A, g_B) bei steigender Problemgröße (TSP-Gruppen II und teilweise III)	395
Abb. 51	Komponenten der Rechenzeit (Vollprüfungs- (VP), Teilprüfungs- (TP), Rest- (RZ), Nachbarschaftsbestimmungszeit (NBS) der CHI-TA-Heuristik mit Nutzung von Nachbarschaftsstrukturen, Variante II, für die Parametrisierung $g_A = 2$, $g_B = 3$ bei steigender Problemgröße (TSP-Gruppen II, tw. III; Grundparametrisierung 7-10, Modus B): (a) isoliert und (b) kumuliert ausgewiesen.	396
Abb. 52	Komponenten der Rechenzeit (Vollprüfungs- (VP), Teilprüfungs- (TP), Restzeit (RZ), letztere inklusive der für die Bestimmung der Nachbarschaft benötigten Zeitdauer) der CHI-TA-Heuristik mit Nutzung von Nachbarschaftsstrukturen, Variante II, für die Parametrisierung $g_A = 2$, $g_B = 3$ bei steigender Problemgröße (TSP-Gruppen II, tw. III) in Relation zu den entsprechenden Komponentenrechenzeiten der CHI-TA-Heuristik.	397
Abb. 53	TSP 15_015 aus Gruppe I: Fehler bei der Rundreisebildung durch die Heuristik CHI-TICI (Stadt 4 nicht eingefügt; Teilrundreise fett gekennzeichnet)	404
Abb. 54	Ausschnitt aus der für das TSP A280 (Gruppe II) mittels der CHI- TICI-Heuristik ermittelten Rundreise: Ungünstige Einfügungen in den letzten Iterationen, z.B. die Städte 115, 150 und 178.	406
Abb. 55	Entwicklung der durchschnittlichen Lösungsqualität der CHI-TICI-Heuristik für die TSP der Gruppen II und III (tw.) sowie der Gesamtheit der untersuchten TSP bei einer Variation der Abbruchquote zwischen 0% und 20%.	408
Abb. 56	Entwicklung der Rechenzeit der CHI-TICI-Heuristik mit verschiedenen Abbruchquoten (OZ(ABQ)) sowie zum Vergleich der um die Nutzung von Nachbarschaften modifizierten CHI-TA-Heuristik, Variante II. mit den Nachbarschaftsgraden g. = 2. g. = 3 (OZ CHI-	

	TA VD2: NBG 2,3; Grundparametrisierung 7-10, Modus B) bei steigender Problemgröße (TSP-Gruppen II und tw. III)	412
Abb. 57	"Node Insertion"-Heuristik (Verbesserungsverfahren): Verkürzung der Rundreise durch alternative Einfügung einer Stadt (Ausgangssituation (a), alternative Einfügung realisiert bei (b)).	415
Abb. 58	TSP KR100A aus Gruppe II: (a) Zufällig gebildete Rundreise, Lösungsqualität 805,73 %>OLN; (b) Verbesserung der Rundreise aus (a) mittels der NIVD-Heuristik (Nachbarschaftsgrad $g=1$) auf 43,11 %>OLN, 12 Läufe notwendig; (c) beste aller "Nearest Neighbor"-Rundreisen, 16,05 %>OLN; (d) optimale Rundreise gemäß Städtefolge in der TSPLIB.	421
Abb. 59	Entwicklung der Mittelwerte der benötigten Anzahl Läufe der NIVD-Heuristik (Nachbarschaftsgrade $g=1$ und $g=2$) in Abhängigkeit von der Problemgröße bei Anwendung auf jeweils 300 zufällig erzeugte Rundreisen für jedes TSP der Gruppe II (vgl. auch Tab. 46)	425
Abb. 60	Entwicklung der Mittelwerte der Rechenzeit der NIVD-Heuristik (Nachbarschaftsgrade $g=1$ und $g=2$) in Abhängigkeit von der Problemgröße bei Anwendung auf jeweils 300 zufällig erzeugte Rundreisen für jedes TSP der Gruppe II (vgl. auch Tab. 46)	425
Abb. 61	Entwicklung der Mittelwerte der Rechenzeit für die Nachbarschaftsbestimmung im Rahmen der NIVD-Heuristik (Nachbarschaftsgrade $g=1$ und $g=2$) in Abhängigkeit von der Problemgröße bei Anwendung auf jeweils 300 zufällig erzeugte Rundreisen für jedes TSP der Gruppe II (vgl. auch Tab. 46).	426
Abb. 62	(a) Entwicklung der Anzahl benötigter Läufe der NIVD-Heuristik (Nachbarschaftsgrade $g=1,2,3,4$) in Abhängigkeit von der Problemgröße bei Anwendung auf mittels der "All Nearest Neighbor"-Heuristik erzeugte Rundreisen für die TSP der Gruppen II und III (tw.); (b) Entwicklung der für die Bestimmung der Nachbarschaftsstrukturen im Rahmen der NIVD-Heuristik benötigten Rechenzeit (Nachbarschaftsgrade $g=1,2,3,4$) in Abhängigkeit von der Problemgröße für die TSP der Gruppen II und III (tw.).	433
Abb. 63	Entwicklung der Rechenzeit der NIVD-Heuristik (Nachbarschaftsgrade $g=1,2,3,4$) in Abhängigkeit von der Problemgröße bei Anwendung auf mittels der "All Nearest Neighbor"-Heuristik erzeugte Rundreisen für die TSP der Gruppen II und III (tw.): (a) Gesamte Rechenzeit (OZ); (b) Gesamte Rechenzeit geteilt durch die Anzahl der benötigten Läufe, d.h. Rechenzeit pro Lauf	436
Abb. 64	Entwicklung der durchschnittlichen Lösungsqualität der CHI-TICI-Heuristik mit Nachbesserung der Rundreisen durch die NIVD-Heuristik ($g=1$) für die TSP der Gruppen II und III (tw.) sowie der Gesamtheit der untersuchten TSP bei einer Variation der Abbruchquote zwischen 0% und 25%	440
Abb. 65	Anzahl notwendiger Läufe (#VL (ABQ)) der NIVD-Heuristik ($g = 1$) in Abhängigkeit von der Problemgröße (TSP der Gruppen II und tw. III) bis zur Erfüllung des Abbruchkriteriums nach Schritt 3 des Ver-	

	besserungsverfahrens bei der Behandlung der durch die CHI-TICI- Heuristik erzeugten Rundreisen: (a) für verschiedene Abbruchquoten (ABQ), (b) für die Abbruchquote 15%	.444
Abb. 66	Entwicklung der Rechenzeit der Kombination aus CHI-TICI-Heuristik mit verschiedenen Abbruchquoten (OZ(ABQ)) und des Verbesserungsverfahrens NIVD ($g=1$) bei steigender Problemgröße (TSP-Gruppen II und tw. III).	.445
Abb. 67	Rechenzeiten des NIVD-Verbesserungsverfahrens ($g=1$) bei der Behandlung der durch die CHI-TICI-Heuristik erzeugten Rundreisen für verschiedene Abbruchquoten (ABQ) und verschiedene Problemgrößen (TSP der Gruppen II und tw. III): (a) Absolute Rechenzeiten (OZ VB (ABQ)), (b) Rechenzeiten geteilt durch die Anzahl der notwendigen Läufe des NIVD-Verfahrens bis zur Erfüllung des Abbruchkriteriums in Schritt 3 der Heuristik (OZ VB korr. (ABQ)).	.446
Abb. 68	(a) Entwicklung des quadratischen Koeffizienten bei quadratischen Approximationen der Laufzeit der isolierten CHI-TICI-Heuristik im Rahmen von Regressionsanalysen bei steigender ABQ; (b) Entwicklung des quadratischen Koeffizienten bei quadratischen Approximationen der Laufzeit der NIVD-Heuristik in Anwendung auf mittels der CHI-TICI-Heuristik erzeugte Rundreisen im Rahmen von Regressionsanalysen bei steigender ABQ; (c) Entwicklung der Irrtumswahrscheinlichkeit für die Existenz eines quadratischen Koeffizienten bei quadratischen Approximationen der Laufzeit der NIVD-Heuristik in Anwendung auf mittels der CHI-TICI-Heuristik erzeugte Rundreisen im Rahmen von Regressionsanalysen bei steigender ABQ; (d) Entwicklung des Bestimmtheitsmaßes bei quadratischen Approximationen der Laufzeit der NIVD-Heuristik in Anwendung auf mittels der CHI-TICI-Heuristik erzeugte Rundreisen im Rahmen von Regressionsanalysen bei steigender ABQ	.448
Abb. 69	Ergebnisse eines Vorzeichenrangtests nach WILCOXON (SPSS-Output) für den Vergleich der mit der klassischen CHI-Heuristik (als CHI-TA-Heuristik, Variablenbezeichnung CHI-KLAS, Parametrisierung 7-10, Modus B) und der CHI-TICI/NIVD-Heuristik (ABQ = 16% , $g=1$) (Variablenbezeichnung CHI-TINI) erzielten Lösungsqualitäten.	.451
Abb. 70	Vergleich der durch die klassische CHI-Heuristik (Parametrisierung 7-10, Modus B) sowie die Kombination aus CHI-TICI-Heuristik (ABQ = 16%) und NIVD-Verbesserungsverfahren ($g = 1$) für die TSP der Gruppen II und tw. III erreichten Lösungsqualitäten: (a) Häufigkeitsverteilungen der Lösungsqualitäten, (b) Qualitätscharakteristik nach BERENS (1992) mit der zugehörigen Notation r der Lösungsqualität und $1 - F(r)$ als gespiegelter Summenhäufigkeitsfunktion (mit gebrochenen Achsen)	.453
Abb. 71	Entwicklung der Rechenzeit der Kombination aus CHI-TICI-Heuristik (ABQ = 16%) und des Verbesserungsverfahrens NIVD ($g = 1$) ohne (NIVD) und mit selektiver Prüfung (NIVD-M)	.456

Abb. 72	"Fünf-Minuten-Größen" der verschiedenen vorgestellten Heuristiken zur Lösung des TSP (bzw. verschiedener Parametrisierungen derselben) als Abschätzung aufgrund der mittels Regressionsanalysen ermittelten Approximationen; mit und ohne Berücksichtigung der für die Bestimmung der gegebenenfalls verwendeten VD-Struktur benötigten Rechenzeit.	458
Abb. 73	Ergebnisse einer Approximation der Entwicklung der Rechenzeiten (OZ) des eingesetzten Verfahrens zur Berechnung der VD-Strukturen durch eine lineare Funktion (ohne Konstante) in Abhängigkeit von der Problemgröße (n) im Rahmen einer Regressionsanalyse (SPSS-Output) für 49 TSP der Gruppen II und III aus der TSPLIB.	469
Abb. 74	Laufzeiten (OZ) des hier implementierten Verfahrens (nach LUDWIG (1994)) zur Bestimmung von VD-Strukturen für 49 TSP der Gruppen II und III aus der TSPLIB sowie im Rahmen einer Regressionsanalyse ermittelte approximierende Gerade	470
Abb. 75	Verteilung der Residuen einer Approximation der Entwicklung der Rechenzeiten (OZ) des hier implementierten Verfahrens zur Bestimmung von VD-Strukturen (nach LUDWIG (1994)) durch eine lineare Funktion (ohne Konstante) in Abhängigkeit von der Problemgröße (n) im Rahmen einer Regressionsanalyse für 49 TSP der Gruppen II und III aus der TSPLIB.	470
Abb. 76	Untersuchung der Verteilung der Lösungsqualitäten der auf der Delaunay-Struktur identifizierten Rundreisen für das TSP 15_001 aus Gruppe I: PP-Normalverteilungsplot (SPSS-Ausgabe)	489
Abb. 77	Untersuchung der Verteilung der Lösungsqualitäten der auf der Delaunay-Struktur identifizierten Rundreisen für das TSP 15_001 aus Gruppe I: Trendbereinigter PP-Normalverteilungsplot (SPSS-Ausgabe)	489
Abb. 78	Untersuchung der Verteilung der Lösungsqualitäten der auf der Delaunay-Struktur identifizierten Rundreisen für das TSP 15_001 aus Gruppe I: Lilliefors-Test auf Normalverteilung (SPSS-Ausgabe)	490
Abb. 79	Untersuchung der Verteilung der Lösungsqualitäten der auf der Delaunay-Struktur identifizierten Rundreisen für das TSP 15_001 aus Gruppe I: Kolmogorov-Smirnov-Test auf Normalverteilung (SPSS-Ausgabe).	490
Abb. 80	SPSS-Boxplot für die Verteilung der relativen Länge von Voronoi- Kanten (RLVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 nach verschiedenen ACH-Werten (ACH = 1 bis ACH = 3) für das TSP EIL51 aus Gruppe II (mit partieller Mehrfacherfassung)	527
Abb. 81	SPSS-Boxplot für die Verteilung der Ränge von Voronoi-Kanten (RVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 nach verschiedenen ACH-Werten (ACH = 1 bis ACH = 3) für das TSP EIL51 aus Gruppe II (mit partieller Mehrfacherfassung)	527
Abb. 82	SPSS-Boxplot für die Verteilung der relativen Länge von Voronoi- Kanten (RLVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 nach verschiedenen ACH-Werten (ACH = 1 bis ACH = 4)	

	für das TSP BERLIN52 aus Gruppe II (mit partieller Mehrfacherfassung).	.528
Abb. 83	SPSS-Boxplot für die Verteilung der Ränge von Voronoi-Kanten (RVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 nach verschiedenen ACH-Werten (ACH = 1 bis ACH = 4) für das TSP BERLIN52 aus Gruppe II (mit partieller Mehrfacherfassung)	.528
Abb. 84	SPSS-Boxplot für die Verteilung der relativen Länge von Voronoi- Kanten (RLVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 nach verschiedenen ACH-Werten (ACH = 1 bis ACH = 3) für das TSP ST70 aus Gruppe II (mit partieller Mehrfacherfassung)	.529
Abb. 85	SPSS-Boxplot für die Verteilung der Ränge von Voronoi-Kanten (RVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 nach verschiedenen ACH-Werten (ACH = 1 bis ACH = 3) für das TSP ST70 aus Gruppe II (mit partieller Mehrfacherfassung).	.529
Abb. 86	SPSS-Boxplot für die Verteilung der relativen Länge von Voronoi- Kanten (RLVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 nach verschiedenen ACH-Werten (ACH = 1 bis ACH = 4) für das TSP EIL76 aus Gruppe II (mit partieller Mehrfacherfassung)	.530
Abb. 87	SPSS-Boxplot für die Verteilung der Ränge von Voronoi-Kanten (RVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 nach verschiedenen ACH-Werten (ACH = 1 bis ACH = 4) für das TSP EIL76 aus Gruppe II (mit partieller Mehrfacherfassung)	.530
Abb. 88	SPSS-Boxplot für die Verteilung der relativen Länge von Voronoi- Kanten (RLVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 nach verschiedenen ACH-Werten (ACH = 1 bis ACH = 4) für das TSP PR76 aus Gruppe II (mit partieller Mehrfacherfassung)	.531
Abb. 89	SPSS-Boxplot für die Verteilung der Ränge von Voronoi-Kanten (RVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 nach verschiedenen ACH-Werten (ACH = 1 bis ACH = 4) für das TSP PR76 aus Gruppe II (mit partieller Mehrfacherfassung)	.531
Abb. 90	SPSS-Boxplot für die Verteilung der relativen Länge von Voronoi- Kanten (RLVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 nach verschiedenen ACH-Werten (ACH = 1 bis ACH = 4) für das TSP KR100A aus Gruppe II (mit partieller Mehrfacher- fassung).	.532
Abb. 91	SPSS-Boxplot für die Verteilung der Ränge von Voronoi-Kanten (RVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 nach verschiedenen ACH-Werten (ACH = 1 bis ACH = 4) für das TSP KR100A aus Gruppe II (mit partieller Mehrfacherfassung)	.532
Abb. 92	SPSS-Boxplot für die Verteilung der relativen Länge von Voronoi- Kanten (RLVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 nach verschiedenen ACH-Werten (ACH = 1 bis ACH = 4) für das TSP KR100C aus Gruppe II (mit partieller Mehrfacher- fassung).	.533

Abb. 93	SPSS-Boxplot für die Verteilung der Ränge von Voronoi-Kanten (RVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 nach verschiedenen ACH-Werten (ACH = 1 bis ACH = 4) für das TSP KR100C aus Gruppe II (mit partieller Mehrfacherfassung)
Abb. 94	SPSS-Boxplot für die Verteilung der relativen Länge von Voronoi- Kanten (RLVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 nach verschiedenen ACH-Werten (ACH = 1 bis ACH = 4) für das TSP KR100D aus Gruppe II (mit partieller Mehrfacher- fassung).
Abb. 95	SPSS-Boxplot für die Verteilung der Ränge von Voronoi-Kanten (RVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 nach verschiedenen ACH-Werten (ACH = 1 bis ACH = 4) für das TSP KR100D aus Gruppe II (mit partieller Mehrfacherfassung)
Abb. 96	SPSS-Boxplot für die Verteilung der relativen Länge von Voronoi-Kanten (RLVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit $UO=0$ und $UO=1$ nach verschiedenen ACH-Werten (ACH=1 bis ACH=4) für das TSP RD100 aus Gruppe II (mit partieller Mehrfacherfassung)535
Abb. 97	SPSS-Boxplot für die Verteilung der Ränge von Voronoi-Kanten (RVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 nach verschiedenen ACH-Werten (ACH = 1 bis ACH = 4) für das TSP RD100 aus Gruppe II (mit partieller Mehrfacherfassung)
Abb. 98	SPSS-Boxplot für die Verteilung der relativen Länge von Voronoi- Kanten (RLVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 nach verschiedenen ACH-Werten (ACH = 1 bis ACH = 4) für das TSP EIL101 aus Gruppe II (mit partieller Mehrfacher- fassung)
Abb. 99	SPSS-Boxplot für die Verteilung der Ränge von Voronoi-Kanten (RVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 nach verschiedenen ACH-Werten (ACH = 1 bis ACH = 4) für das TSP EIL101 aus Gruppe II (mit partieller Mehrfacherfassung)
Abb. 100	SPSS-Boxplot für die Verteilung der relativen Länge von Voronoi- Kanten (RLVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 nach verschiedenen ACH-Werten (ACH = 1 bis ACH = 4) für das TSP LIN105 aus Gruppe II (mit partieller Mehrfacher- fassung).
Abb. 101	SPSS-Boxplot für die Verteilung der Ränge von Voronoi-Kanten (RVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 nach verschiedenen ACH-Werten (ACH = 1 bis ACH = 4) für das TSP LIN105 aus Gruppe II (mit partieller Mehrfacherfassung)
Abb. 102	SPSS-Boxplot für die Verteilung der relativen Länge von Voronoi- Kanten (RLVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 nach verschiedenen ACH-Werten (ACH = 1 bis ACH = 4) für das TSP CH130 aus Gruppe II (mit partieller Mehrfacherfassung)538

Abb. 103	(RVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 nach verschiedenen ACH-Werten (ACH = 1 bis ACH = 4) für das TSP CH130 aus Gruppe II (mit partieller Mehrfacherfassung).	538
Abb. 104	SPSS-Boxplot für die Verteilung der relativen Länge von Voronoi-Kanten (RLVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit $UO=0$ und $UO=1$ nach verschiedenen ACH-Werten (ACH=1 bis ACH=5) für das TSP CH150 aus Gruppe II (mit partieller Mehrfacherfassung)	539
Abb. 105	SPSS-Boxplot für die Verteilung der Ränge von Voronoi-Kanten (RVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 nach verschiedenen ACH-Werten (ACH = 1 bis ACH = 5) für das TSP CH150 aus Gruppe II (mit partieller Mehrfacherfassung).	539
Abb. 106	SPSS-Boxplot für die Verteilung der relativen Länge von Voronoi- Kanten (RLVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 nach verschiedenen ACH-Werten (ACH = 1 bis ACH = 5) für das TSP A280 aus Gruppe II (mit partieller Mehrfacherfassung)	540
Abb. 107	SPSS-Boxplot für die Verteilung der Ränge von Voronoi-Kanten (RVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 nach verschiedenen ACH-Werten (ACH = 1 bis ACH = 5) für das TSP A280 aus Gruppe II (mit partieller Mehrfacherfassung).	540
Abb. 108	SPSS-Boxplot für die Verteilung der relativen Länge von Voronoi- Kanten (RLVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 nach verschiedenen ACH-Werten (ACH = 1 bis ACH = 8) für das TSP PCB442 aus Gruppe III (mit partieller Mehrfacher- fassung).	541
Abb. 109	SPSS-Boxplot für die Verteilung der Ränge von Voronoi-Kanten (RVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 nach verschiedenen ACH-Werten (ACH = 1 bis ACH = 8) für das TSP PCB442 aus Gruppe III (mit partieller Mehrfacherfassung)	541
Abb. 110	Ergebnisse einer Approximation der Entwicklung der Rechenzeiten (OZ) der klassischen CHI-Heuristik durch eine kubische Funktion (ohne Konstante) in Abhängigkeit von der Problemgröße (n) im Rahmen einer Regressionsanalyse (SPSS-Output) für 35 TSP der Gruppe II aus der TSPLIB (Parametrisierung: Modus B, VAV-EAV: 7-10)	559
Abb. 111	Ergebnisse einer Approximation der Entwicklung der Rechenzeiten (OZ) der CHI-TA VD1-Heuristik durch eine kubische Funktion (ohne Konstante) in Abhängigkeit von der Problemgröße (n) im Rahmen einer Regressionsanalyse (SPSS-Output) für 35 TSP der Gruppe II sowie 6 TSP der Gruppe III (tw.) aus der TSPLIB (Parametrisierung: Modus B, VAV-EAV: 7-10, $g = 3$)	564
Abb. 112	Ergebnisse einer Approximation der Entwicklung der Rechenzeiten (OZ) der CHI-TA VD1-Heuristik durch eine quadratische Funktion (ohne Konstante) in Abhängigkeit von der Problemgröße (n) im Rahmen einer Regressionsanalyse (SPSS-Output) für 35 TSP der Gruppe II sowie 6 TSP der Gruppe III (tw.) aus der TSPLIB (Parametrisie-	
	rung: Modus B VAV-FAV: 7-10, $\alpha = 3$)	565

ADD. 113	Heuristik (Modus B, Parametrisierung 7-10) unter Fixierung von $g_A = 1$ sowie bei Variation von g_B zwischen 1 und 3 auf die TSP der Gruppen II und III (tw.) in Relation zur VPQ der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik (prozentual; vgl. auch Tab. 139 bis 141)	585
Abb. 114	Vollprüfungsquoten (VPQ) bei der Anwendung der CHI-TA VD2-Heuristik (Modus B, Parametrisierung 7-10) unter Fixierung von $g_A = 2$ sowie bei Variation von g_B zwischen 1 und 3 auf die TSP der Gruppen II und III (tw.) in Relation zur VPQ der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik (prozentual; vgl. auch Tab. 139 bis 141)	585
Abb. 115	Vollprüfungsquoten (VPQ) bei der Anwendung der CHI-TA VD2-Heuristik (Modus B, Parametrisierung 7-10) unter Fixierung von $g_A = 3$ sowie bei Variation von g_B zwischen 1 und 3 auf die TSP der Gruppen II und III (tw.) in Relation zur VPQ der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik (prozentual; vgl. auch Tab. 139 bis 141)	586
Abb. 116	Vollprüfungsquoten (VPQ) bei der Anwendung der CHI-TA VD2-Heuristik (Modus B, Parametrisierung 7-10) unter Fixierung von $g_B = 1$ sowie bei Variation von g_A zwischen 1 und 3 auf die TSP der Gruppen II und III (tw.) in Relation zur VPQ der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik (prozentual; vgl. auch Tab. 139 bis 141)	586
Abb. 117	Vollprüfungsquoten (VPQ) bei der Anwendung der CHI-TA VD2-Heuristik (Modus B, Parametrisierung 7-10) unter Fixierung von $g_B = 2$ sowie bei Variation von g_A zwischen 1 und 3 auf die TSP der Gruppen II und III (tw.) in Relation zur VPQ der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik (prozentual; vgl. auch Tab. 139 bis 141)	587
Abb. 118	Vollprüfungsquoten (VPQ) bei der Anwendung der CHI-TA VD2-Heuristik (Modus B, Parametrisierung 7-10) unter Fixierung von $g_B = 3$ sowie bei Variation von g_A zwischen 1 und 3 auf die TSP der Gruppen II und III (tw.) in Relation zur VPQ der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik (prozentual; vgl. auch Tab. 139 bis 141)	587
Abb. 119	Ergebnisse einer Approximation der Entwicklung der Rechenzeiten (OZ) der CHI-TA VD2-Heuristik durch eine kubische Funktion (ohne Konstante) in Abhängigkeit von der Problemgröße (n) im Rahmen einer Regressionsanalyse (SPSS-Output) für 35 TSP der Gruppe II sowie 6 TSP der Gruppe III (tw.) aus der TSPLIB (Parametrisierung: Modus B, VAV-EAV: 7-10, $g_A = 2$; $g_B = 3$)	588
Abb. 120	Ergebnisse einer Approximation der Entwicklung der Rechenzeiten (OZ) der CHI-TA VD2-Heuristik durch eine quadratische Funktion (ohne Konstante) in Abhängigkeit von der Problemgröße (<i>n</i>) im Rahmen einer Regressionsanalyse (SPSS-Output) für 35 TSP der Gruppe II sowie 6 TSP der Gruppe III (tw.) aus der TSPLIB (Parametrisierung: Modus B. VAV-EAV: 7-10 <i>q</i> = 2: <i>q</i> = 3)	589
		100

A00. 121	(OZ) der CHI-TA VD2-Heuristik durch eine quadratische Funktion (ohne Konstante) in Abhängigkeit von der Problemgröße (n) im Rahmen einer Regressionsanalyse (SPSS-Output) für 35 TSP der Gruppe II sowie 6 TSP der Gruppe III (tw.) aus der TSPLIB (Parametrisierung: Modus B, VAV-EAV: 7-10, $g_A = 1$; $g_B = 1$)	590
Abb. 122	Ergebnisse einer Approximation der Entwicklung der Rechenzeiten (OZ) der CHI-TA VD2-Heuristik durch eine quadratische Funktion (ohne Konstante) in Abhängigkeit von der Problemgröße (n) im Rahmen einer Regressionsanalyse (SPSS-Output) für 35 TSP der Gruppe II sowie 6 TSP der Gruppe III (tw.) aus der TSPLIB (Parametrisierung: Modus B, VAV-EAV: 7-10, $g_A = 1$; $g_B = 3$)	591
Abb. 123	Verteilung der Residuen einer Approximation der Entwicklung der Rechenzeiten (OZ) der CHI-TA VD2-Heuristik durch eine quadratische Funktion (ohne Konstante) in Abhängigkeit von der Problemgröße (n) im Rahmen einer Regressionsanalyse für 35 TSP der Gruppe II sowie 6 TSP der Gruppe III (tw.) aus der TSPLIB (Parametrisierung: Modus B, VAV-EAV: 7-10, $g_A = 1$; $g_B = 1$) als PP-Normal-verteilungsplot.	592
Abb. 124	Verteilung der Residuen einer Approximation der Entwicklung der Rechenzeiten (OZ) der CHI-TA VD2-Heuristik durch eine quadratische Funktion (ohne Konstante) in Abhängigkeit von der Problemgröße (n) im Rahmen einer Regressionsanalyse für 35 TSP der Gruppe II sowie 6 TSP der Gruppe III (tw.) aus der TSPLIB (Parametrisierung: Modus B, VAV-EAV: 7-10, $g_A = 1$; $g_B = 3$) als PP-Normal-verteilungsplot.	593
Abb. 125	Ergebnisse einer Approximation der Entwicklung der Rechenzeiten (OZ) der CHI-TICI-Heuristik durch eine quadratische Funktion (ohne Konstante) in Abhängigkeit von der Problemgröße (n) im Rahmen einer Regressionsanalyse (SPSS-Output) für 35 TSP der Gruppe II sowie 6 TSP der Gruppe III (tw.) aus der TSPLIB (Parametrisierung: Modus B, VAV-EAV: 7-10, ABQ = 0%).	606
Abb. 126	Ergebnisse einer Approximation der Entwicklung der Rechenzeiten (OZ) der CHI-TICI-Heuristik durch eine quadratische Funktion (ohne Konstante) in Abhängigkeit von der Problemgröße (n) im Rahmen einer Regressionsanalyse (SPSS-Output) für 35 TSP der Gruppe II sowie 6 TSP der Gruppe III (tw.) aus der TSPLIB (Parametrisierung: Modus B, VAV-EAV: 7-10, ABQ = 4%).	607
Abb. 127	Ergebnisse einer Approximation der Entwicklung der Rechenzeiten (OZ) der CHI-TICI-Heuristik durch eine quadratische Funktion (ohne Konstante) in Abhängigkeit von der Problemgröße (<i>n</i>) im Rahmen einer Regressionsanalyse (SPSS-Output) für 35 TSP der Gruppe II sowie 6 TSP der Gruppe III (tw.) aus der TSPLIB (Parametrisierung: Modus B. VAV-EAV: 7-10, ABO = 7%).	608

Abb. 128	Verteilung der Residuen einer Approximation der Entwicklung der Rechenzeiten (OZ) der CHI-TICI-Heuristik durch eine quadratische Funktion (ohne Konstante) in Abhängigkeit von der Problemgröße (n) im Rahmen einer Regressionsanalyse für 35 TSP der Gruppe II sowie 6 TSP der Gruppe III (tw.) aus der TSPLIB (Parametrisierung: Modus B, VAV-EAV: 7-10, ABQ = 0%) als PP-Normalverteilungsplot	609
Abb. 129	Verteilung der Residuen einer Approximation der Entwicklung der Rechenzeiten (OZ) der CHI-TICI-Heuristik durch eine quadratische Funktion (ohne Konstante) in Abhängigkeit von der Problemgröße (n) im Rahmen einer Regressionsanalyse für 35 TSP der Gruppe II sowie 6 TSP der Gruppe III (tw.) aus der TSPLIB (Parametrisierung: Modus B, VAV-EAV: 7-10, ABQ = 4%) als PP-Normalverteilungsplot	610
Abb. 130	Verteilung der Residuen einer Approximation der Entwicklung der Rechenzeiten (OZ) der CHI-TICI-Heuristik durch eine quadratische Funktion (ohne Konstante) in Abhängigkeit von der Problemgröße (n) im Rahmen einer Regressionsanalyse für 35 TSP der Gruppe II sowie 6 TSP der Gruppe III (tw.) aus der TSPLIB (Parametrisierung: Modus B, VAV-EAV: 7-10, ABQ = 7%) als PP-Normalverteilungsplot	611
Abb. 131	Ergebnisse einer Approximation der Entwicklung der Mittelwerte der Rechenzeiten (OZ) der NIVD-Heuristik in Anwendung auf zufällig erzeugte Rundreisen (je TSP 300 Rundreisen) durch eine lineare Funktion (ohne Konstante) in Abhängigkeit von der Problemgröße (n) im Rahmen einer Regressionsanalyse (SPSS-Output) für 35 TSP der Gruppe II aus der TSPLIB (unter Einschluß des TSP PR226; Parametrisierung: $g = 1$).	613
Abb. 132	Ergebnisse einer Approximation der Entwicklung der Mittelwerte der Rechenzeiten (OZ) der NIVD-Heuristik in Anwendung auf zufällig erzeugte Rundreisen (je TSP 300 Rundreisen) durch eine lineare Funktion (ohne Konstante) in Abhängigkeit von der Problemgröße (n) im Rahmen einer Regressionsanalyse (SPSS-Output) für 35 TSP der Gruppe II aus der TSPLIB (unter Einschluß des TSP PR226; Parametrisierung: $g = 2$).	614
Abb. 133	Ergebnisse einer Approximation der Entwicklung der Mittelwerte der Rechenzeiten (OZ) der NIVD-Heuristik in Anwendung auf zufällig erzeugte Rundreisen (je TSP 300 Rundreisen) durch eine lineare Funktion (ohne Konstante) in Abhängigkeit von der Problemgröße (n) im Rahmen einer Regressionsanalyse (SPSS-Output) für 34 TSP der Gruppe II aus der TSPLIB (unter Ausschluß des TSP PR226; Parametrisierung: $g = 1$).	615
Abb. 134	Ergebnisse einer Approximation der Entwicklung der Mittelwerte der Rechenzeiten (OZ) der NIVD-Heuristik in Anwendung auf zufällig erzeugte Rundreisen (je TSP 300 Rundreisen) durch eine lineare Funktion (ohne Konstante) in Abhängigkeit von der Problemgröße (n) im Rahmen einer Regressionsanalyse (SPSS-Output) für 34 TSP der Gruppe II aus der TSPLIB (unter Ausschluß des TSP PR226; Parametrisierung: $g = 2$).	616

Abb. 135	Verteilung der Residuen einer Approximation der Entwicklung der Mittelwerte der Rechenzeiten (OZ) der NIVD-Heuristik in Anwendung auf zufällig erzeugte Rundreisen (je TSP 300 Rundreisen) durch eine lineare Funktion (ohne Konstante) in Abhängigkeit von der Problemgröße (n) im Rahmen einer Regressionsanalyse für 35 TSP der Gruppe II aus der TSPLIB (Parametrisierung: Einschluß des TSP PR226; (a): $g = 1$; (b): $g = 2$) als PP-Normalverteilungsplot	617
Abb. 136	Verteilung der Residuen einer Approximation der Entwicklung der Mittelwerte der Rechenzeiten (OZ) der NIVD-Heuristik in Anwendung auf zufällig erzeugte Rundreisen (je TSP 300 Rundreisen) durch eine lineare Funktion (ohne Konstante) in Abhängigkeit von der Problemgröße (n) im Rahmen einer Regressionsanalyse für 34 TSP der Gruppe II aus der TSPLIB (Parametrisierung: Ausschluß des TSP PR226; (a): $g = 1$; (b): $g = 2$) als PP-Normalverteilungsplot	617
Abb. 137	Anwendung der NIVD-Heuristik mit verschiedenen Parametrisierungen ($g=1,2,3$) auf mittels der ANN-Heuristik erzeugte Rundreisen für 41 TSP der Gruppen II und III (tw.) aus der TSPLIB: Statistische Kennzahlen (SPSS-Output) der untersuchten Lösungsqualitäten (Fallzahlen, Mittelwerte, Standardabweichungen)	618
Abb. 138	Anwendung der NIVD-Heuristik mit verschiedenen Parametrisierungen ($g=1,2,3$) auf mittels der ANN-Heuristik erzeugte Rundreisen für 41 TSP der Gruppen II und III (tw.) aus der TSPLIB: Korrelationen (Korrelationskoeffizient nach KENDALL) zwischen Problemgröße und Lösungsqualitäten (als %>OLN) sowie der Lösungsqualitäten untereinander (SPSS-Output)	619
Abb. 139	Anwendung der NIVD-Heuristik mit verschiedenen Parametrisierungen ($g=1,2,3$) auf mittels der ANN-Heuristik erzeugte Rundreisen für 41 TSP der Gruppen II und III (tw.) aus der TSPLIB: Korrelationen (Korrelationskoeffizient nach KENDALL) zwischen Problemgröße und Lösungsqualitäten (als %>OLN) sowie der Lösungsqualitäten untereinander (SPSS-Output).	620
Abb. 140	Anwendung der NIVD-Heuristik mit verschiedenen Parametrisierungen ($g=1,2,3$) auf mittels der ANN-Heuristik erzeugte Rundreisen für 41 TSP der Gruppen II und III (tw.) aus der TSPLIB: Korrelationen (Korrelationskoeffizient nach SPEARMAN) zwischen Problemgröße und Lösungsqualitäten (als %>OLN) sowie der Lösungsqualitäten untereinander (SPSS-Output)	621
Abb. 141	Ergebnisse einer Approximation der Entwicklung der Rechenzeiten (OZ) der NIVD-Heuristik mit der Parametrisierung $g=1$ in Anwendung auf mittels der ANN-Heuristik erzeugte Rundreisen durch eine lineare Funktion (ohne Konstante) in Abhängigkeit von der Problemgröße (n) im Rahmen einer Regressionsanalyse (SPSS-Output) für 41 TSP der Gruppen II und III (tw.) aus der TSPLIB.	623

A00. 142	(OZ) der NIVD-Heuristik mit der Parametrisierung $g = 2$ in Anwendung auf mittels der ANN-Heuristik erzeugte Rundreisen durch eine lineare Funktion (ohne Konstante) in Abhängigkeit von der Problemgröße (n) im Rahmen einer Regressionsanalyse (SPSS-Output) für 41 TSP der Gruppen II und III (tw.) aus der TSPLIB.	624
Abb. 143	Ergebnisse einer Approximation der Entwicklung der Rechenzeiten (OZ) der NIVD-Heuristik mit der Parametrisierung $g=3$ in Anwendung auf mittels der ANN-Heuristik erzeugte Rundreisen durch eine lineare Funktion (ohne Konstante) in Abhängigkeit von der Problemgröße (n) im Rahmen einer Regressionsanalyse (SPSS-Output) für 41 TSP der Gruppen II und III (tw.) aus der TSPLIB.	625
Abb. 144	Ergebnisse einer Approximation der Entwicklung der Rechenzeiten (OZ) der NIVD-Heuristik mit der Parametrisierung $g=4$ in Anwendung auf mittels der ANN-Heuristik erzeugte Rundreisen durch eine lineare Funktion (ohne Konstante) in Abhängigkeit von der Problemgröße (n) im Rahmen einer Regressionsanalyse (SPSS-Output) für 35 TSP der Gruppe II aus der TSPLIB.	626
Abb. 145	Verteilung der Residuen einer Approximation der Entwicklung der Rechenzeiten (OZ) der NIVD-Heuristik mit der Parametrisierung (a) $g=1$ sowie (b) $g=2$ in Anwendung auf mittels der ANN-Heuristik erzeugte Rundreisen durch eine lineare Funktion (ohne Konstante) in Abhängigkeit von der Problemgröße (n) im Rahmen einer Regressionsanalyse für 41 TSP der Gruppen II und III (tw.) aus der TSPLIB als PP-Normalverteilungsplots	627
Abb. 146	Verteilung der Residuen einer Approximation der Entwicklung der Rechenzeiten (OZ) der NIVD-Heuristik mit der Parametrisierung (a) $g=3$ sowie (b) $g=4$ in Anwendung auf mittels der ANN-Heuristik erzeugte Rundreisen durch eine lineare Funktion (ohne Konstante) in Abhängigkeit von der Problemgröße (n) im Rahmen einer Regressionsanalyse für (a) 41 TSP der Gruppen II und III (tw.) sowie (b) 35 TSP der Gruppe II aus der TSPLIB als PP-Normalverteilungsplots.	627
Abb. 147	Ergebnisse einer Approximation der Entwicklung der Rechenzeiten (OZ) der Kombination der CHI-TICI- mit der NIVD-Heuristik (Parametrisierung: ABQ 15%, $g=1$) durch eine quadratische Funktion (ohne Konstante) in Abhängigkeit von der Problemgröße (n) im Rahmen einer Regressionsanalyse (SPSS-Output) für 35 TSP der Gruppe II sowie 6 TSP der Gruppe III (tw.) aus der TSPLIB.	650
Abb. 148	Ergebnisse einer Approximation der Entwicklung der Rechenzeiten (OZ) der Kombination der CHI-TICI- mit der NIVD-Heuristik (Parametrisierung: ABQ 16%, <i>g</i> =1) durch eine quadratische Funktion (ohne Konstante) in Abhängigkeit von der Problemgröße (<i>n</i>) im Rahmen einer Regressionsanalyse (SPSS-Output) für 35 TSP der Gruppe II sowie 6 TSP der Gruppe III (tw.) aus der TSPLIB.	651

Abb. 149	Verteilung der Residuen einer Approximation der Entwicklung der Rechenzeiten (OZ) der Kombination der CHI-TICI- mit der NIVD-Heuristik (Parametrisierung: ABQ 15%, $g=1$) durch eine quadratische Funktion (ohne Konstante) in Abhängigkeit von der Problemgröße (n) im Rahmen einer Regressionsanalyse für 35 TSP der Gruppe II sowie 6 TSP der Gruppe III (tw.) aus der TSPLIB als PP-Normalverteilungsplot.
Abb. 150	Verteilung der Residuen einer Approximation der Entwicklung der Rechenzeiten (OZ) der Kombination der CHI-TICI- mit der NIVD-Heuristik (Parametrisierung: ABQ 16%, $g=1$) durch eine quadratische Funktion (ohne Konstante) in Abhängigkeit von der Problemgröße (n) im Rahmen einer Regressionsanalyse für 35 TSP der Gruppe II sowie 6 TSP der Gruppe III (tw.) aus der TSPLIB als PP-Normalverteilungsplot.
Abb. 151	Ergebnisse einer Approximation der Entwicklung der isolierten Rechenzeiten (OZ) der NIVD-Heuristik in Anwendung auf mittels der CHI-TICI-Heuristik erzeugte Rundreisen durch eine lineare Funktion (ohne Konstante) in Abhängigkeit von der Problemgröße (n) im Rahmen einer Regressionsanalyse (SPSS-Output) für 41 TSP der Gruppen II und III (tw.) aus der TSPLIB bei Variation des Parameters ABQ der CHI-TICI-Heuristik zwischen 0% und 25% und $g=1$ für die NIVD-Heuristik.
Abb. 152	Ergebnisse einer Approximation der Entwicklung der Rechenzeiten (OZ) der Kombination der CHI-TICI- mit der NIVD-M-Heuristik (Parametrisierung: ABQ = 15%, g =1) durch eine quadratische Funktion (ohne Konstante) in Abhängigkeit von der Problemgröße (n) im Rahmen einer Regressionsanalyse (SPSS-Output) für 35 TSP der Gruppe II sowie 6 TSP der Gruppe III (tw.) aus der TSPLIB658
Abb. 153	Ergebnisse einer Approximation der Entwicklung der Rechenzeiten (OZ) der Kombination der CHI-TICI- mit der NIVD-M-Heuristik (Parametrisierung: ABQ = 16% , g =1) durch eine quadratische Funktion (ohne Konstante) in Abhängigkeit von der Problemgröße (n) im Rahmen einer Regressionsanalyse (SPSS-Output) für 35 TSP der Gruppe II sowie 6 TSP der Gruppe III (tw.) aus der TSPLIB
Abb. 154	Verteilung der Residuen einer Approximation der Entwicklung der Rechenzeiten (OZ) der Kombination der CHI-TICI- mit der NIVD-M-Heuristik (Parametrisierung: = ABQ 15%, $g = 1$) durch eine quadratische Funktion (ohne Konstante) in Abhängigkeit von der Problemgröße (n) im Rahmen einer Regressionsanalyse für 35 TSP der Gruppe II sowie 6 TSP der Gruppe III (tw.) aus der TSPLIB als PP-Normalverteilungsplot
Abb. 155	Verteilung der Residuen einer Approximation der Entwicklung der Rechenzeiten (OZ) der Kombination der CHI-TICI- mit der NIVD-M-Heuristik (Parametrisierung: ABQ = 16% , $g=1$) durch eine quadratische Funktion (ohne Konstante) in Abhängigkeit von der Problemgröße (n) im Rahmen einer Regressionsanalyse für 35 TSP der Gruppe II sowie 6 TSP der Gruppe III (tw.) aus der TSPLIB als PP-Normalverteilungsplot

Tabellenverzeichnis

Tab. 1	Im Rahmen dieser Arbeit herangezogene Testprobleme (zweidimensionale euklidische TSP) aus der TSPLIB REINELTs: Problembezeichnung nach TSPLIB, Größe n in Städten; Einteilung in die Gruppen II und III. (*: Folge der Städte in der optimalen Rundreise in der TSPLIB angegeben; graue Schattierung: Bildung einer Untergruppe zur Gruppe III)
Tab. 2	Angaben zu den von GRÖTSCHEL/JÜNGER/REINELT (1991) im Anwendungsfall des Maskenplotting für Leiterplatten verwendeten Testproblemen: Charakteristika, Lösungsqualitäten, Laufzeit Heuristiken 124
Tab. 3	Angaben zu den von GRÖTSCHEL/JÜNGER/REINELT (1991) im Anwendungsfall "Drilling Problem" für Leiterplatten verwendeten Testproblemen: Charakteristika, Lösungsqualitäten, Laufzeit Heuristiken129
Tab. 4	Zusammenfassung der Ergebnisse von WÄSCHER (1996): Anwendung verschiedener "Local Search"-Verfahren auf 20 TSP (Reduzierung des Verfahrweges eines Laserschneidkopfes mit Problemgrößen zwischen $n=57$ und $n=460$ (Einstichpunkten))
Tab. 5	Verschnittminimierender Tapetenzuschnitt als TSP: Verschiebungstabelle für $r=8$ und $d=5$
Tab. 6	Beispiel zum Problem der chronologischen Reihung archäologischer Funde unter Einsatz von (0,1)- bzw. Petrie-Matrizen173
Tab. 7	Reihenfolgeprobleme in der Archäologie: Gewichtete Verknüpfungsmatrix in unimodaler Form, Variation der Tab. 6 (b)
Tab. 8	Beispiel zur Anwendung des TSP in der Glasindustrie: Vier Standardtafeln mit Angabe der Kundenaufträge, aus welchen Glastafeln auf dieselben zugewiesen wurden, eine künstliche Standardtafel mit künstlichem Kundenauftrag.
Tab. 9	Beispiel zur Anwendung des TSP in der Glasindustrie: Darstellung der Daten aus Tab. 8 in Form einer (0,1)-Matrix (ohne künstliche Standardtafel und künstlichen Auftrag)
Tab. 10	Zuordnung bestimmter Einsätze bzw. Einsatzperioden auf drei Crews im Rahmen eines rotierenden Dienstplanes
Tab. 11	Beispiel für die in einem rotierenden Dienstplan zusammengefaßten Einsätze des Buspersonals
Tab. 12	Untersuchung der Identität von Delaunay-Kanten und Kanten der optimalen Rundreise für 15 TSP der Gruppen II und III: Spalte 3: Länge der optimalen Rundreise nach TSPLIB (OLN); Spalte 4: Anzahl der Kanten der optimalen Rundreise, die keine Delaunay-Kanten sind (# NDE); Spalte 5: Summierte Länge der NDE-Kanten; Spalte 6: Anteil der NDE-Kanten an der Anzahl der Kanten in der optimalen Rundreise (= n) (% # NDE); Spalte 7: Prozentualer Anteil der summierten Länge der NDE-Kanten an der Länge der optimalen Rundreise (% Länge NDE).

Tab. 13	Korrelationen zwischen den Langen von Voronoi- und Delaunay-Kanten (absolute und relative Längen; ALVE - ALDE; RLVE - RLDE) für sämtliche Städte/Voronoi-Polygone mit ACH > 0 der 15 TSP aus den Gruppen II und III; Spalte 3: Anzahl der Kanten in der jeweiligen Delaunay-Struktur mit ACH > 0 (partielle Mehrfacherfassung); Spalte 4: Anzahl aller Kanten in der jeweiligen Delaunay-Struktur (partielle Mehrfacherfassung); Spalten 5 und 6 bzw. 7 und 8: Korrelationskoeffizienten nach PEARSON und zugehörige Signifikanzniveaus (zweiseitiger Hypothesentest)	287
Tab. 14	Anzahl der Delaunay-Kanten verschiedener Ränge (RDE) mit UO = 1 für die Städte bzw. Voronoi-Polygone der 15 untersuchten TSP aus den Gruppen II und III bei ACH > 0 (partielle Mehrfacherfassung); Spalte 3: Gesamte Anzahl der Delaunay-Kanten mit UO = 1 für die Städte bzw. Voronoi-Polygone bei ACH > 0; Spalten 4 bis 13: Anzahl der Delaunay-Kanten mit UO = 1 für sämtliche Städte bzw. Voronoi-Polygone mit dem im Spaltenkopf angegebenen Rang (RDE) bei ACH > 0.	288
Tab. 15	Anzahl der Delaunay-Kanten verschiedener Ränge (RDE) mit UO = 1 für die Städte bzw. Voronoi-Polygone der 15 untersuchten TSP aus den Gruppen II und III bei ACH > 0 (mit partieller Mehrfacherfassung) als prozentuale Anteile an der Gesamtzahl der entsprechenden Kanten aus Tab. 14, Spalte 3; Spalte 3 hier: Anzahl der Delaunay-Kanten mit UO = 1 für sämtliche Städte bzw. Voronoi-Polygone aus Tab. 14, Spalte 3 = 100%; Spalten 4 bis 13 hier: Prozentualer Anteil der Anzahl der Delaunay-Kanten mit UO = 1 für sämtliche Städte bzw. Voronoi-Polygone bei ACH > 0 mit dem im Spaltenkopf angegebenen Rang an der Gesamtzahl der entsprechenden Kanten aus Tab. 14, Spalte 3. Tabellenfuß: Mittelwerte und Stichproben-Standardabweichungen über die Rangbesetzungen.	289
Tab. 16	Anzahl der Voronoi-Kanten verschiedener Ränge (RVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 1 für die Städte bzw. Voronoi-Polygone der 15 untersuchten TSP aus den Gruppen II und III bei ACH > 0 (partielle Mehrfacherfassung); Spalte 3: Gesamte Anzahl der Delaunay-Kanten mit UO = 1 für die Städte bzw. Voronoi-Polygone bei ACH > 0; Spalten 4 bis 13: Anzahl der zu den in Spalte 3 summierten Delaunay-Kanten dualen Voronoi-Kanten mit dem im Spaltenkopf angegebenen Rang (RVE) bei ACH > 0.	291
Tab. 17	Anzahl der zu Delaunay-Kanten mit UO = 1 dualen Voronoi-Kanten verschiedener Ränge (RVE) für die Städte bzw. Voronoi-Polygone der 15 untersuchten TSP aus den Gruppen II und III bei ACH > 0 (partielle Mehrfacherfassung) als prozentuale Anteile an der Gesamtzahl der entsprechenden Kanten aus Tab. 16, Spalte 3; Spalte 3 hier: Anzahl der Delaunay-Kanten mit UO = 1 für sämtliche Städte/Voronoi-Polygone aus Tab. 16, Spalte 3 = 100%; Spalten 4 bis 13 hier: Prozentualer Anteil der Anzahl der dualen Voronoi-Kanten für sämtliche Städte/Voronoi-Polygone bei ACH > 0 mit dem im Spaltenkopf angegebenen Rang an der Gesamtzahl der entsprechenden Kanten aus Tab. 16, Spalte 3. Tabellenfuß: Mittelwerte und Stichproben-Standardabweichungen über die Rangbesetzungen.	292

Tab. 18	Anzahl der Voronoi-Kanten verschiedener Ränge (RVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 für die Städte bzw. Voronoi-Polygone des TSP KR100A aus Gruppe I bei ACH > 0 (partielle Mehrfacherfassung) als Kreuztabelle (SPSS-Ausgabe)
Tab. 19	Anteile der zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 dualen Voronoi-Kanten an der Gesamtzahl der Voronoi-Kanten der Ränge 1 bis 3 (RVE) bei ACH > 0, ACH > 1 und ACH > 2 (partielle Mehrfacherfassung) für die Städte bzw. Voronoi-Polygone von 15 TSP aus den Gruppen II und III (zusammengestellt aus den Kreuztabellen in Anhang 9)295
Tab. 20	Mittelwerte (m) und Standardabweichungen (S) für die relativen Längen der Voronoi-Kanten (RLVE; 1,0 = 100%) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 1 und UO = 0 der Städte bzw. Voronoi-Polygone von 15 TSP aus den Gruppen II und III bei ACH > 0, ACH > 1 und ACH > 2 (partielle Mehrfacherfassung); im Tabellenfuß Ausweis von Mittelwerten, Maxima, Minima und Standardabweichungen für die Spalten.
Tab. 21	Verfahren für die Vor- und Endauswahl (VAV, EAV) im Rahmen der generalisierten klassischen CHI-Heuristik
Tab. 22	Statistische Kennzahlen der mit der klassischen CHI-Heuristik, Modus A, bei verschiedenen Parametrisierungen realisierten Lösungsqualitäten (%>OLN; Zeile entspricht VAV; Spalte EAV; 1 = "Cheapest Insertion", 2 = "Relative Insertion", 3 = "Ratio Insertion", 4 = "Greatest Angle Insertion").
Tab. 23	Statistische Kennzahlen der mit der klassischen CHI-Heuristik, Modus B, bei verschiedenen Parametrisierungen realisierten Lösungsqualitäten (%>OLN; Zeile entspricht VAV; Spalte EAV; 7 = "Cheapest Insertion", 8 = "Relative Insertion", 9 = "Ratio Insertion", 10 = "Greatest Angle Insertion")
Tab. 24	Mit der klassischen CHI-Heuristik, Parametrisierung 7-10 (VAV - EAV), Modus B, realisierte Lösungsqualitäten für die TSP der Gruppe II. Spalte 3 (OLN): Länge der optimalen Rundreise nach TSPLIB; Spalte 4 (OLC): Errechnete Länge der optimalen Rundreise nach Städtefolge in der TSPLIB; Spalte 5 Länge der mittels der CHI-Heuristik, obige Parametrisierung, ermittelten Rundreise
Tab. 25	Vergleich der mit der vorliegenden Implementierung der klassischen CHI-Heuristik realisierten Lösungsqualitäten bei verschiedenen Parametrisierungen mit den Ergebnissen von GOLDEN/STEWART (1985), Teil 1
Tab. 26	Vergleich der mit der vorliegenden Implementierung der klassischen CHI-Heuristik realisierten Lösungsqualitäten bei verschiedenen Parametrisierungen mit den Ergebnissen von GOLDEN/STEWART (1985), Teil 2
Tab. 27	Legende zu den Tab. 25 und 26: Vollständige Bezeichnungen der Heuristiken nach GOLDEN/STEWART (1985), Zuordnungen der Parametrisierungen der realisierten generalisierten CHI-Heuristik, originäre Literaturquellen.

Tab. 28	Vergleich der mit der vorliegenden Implementierung der klassischen CHI-Heuristik realisierten Lösungsqualitäten bei verschiedenen Parametrisierungen mit den Ergebnissen von NORBACK/LOVE (1977)348
Tab. 29	Vergleich der mit der vorliegenden Implementierung der klassischen CHI-Heuristik realisierten Lösungsqualitäten bei verschiedenen Parametrisierungen mit den Ergebnissen von ZWEIG (1995)
Tab. 30	Anzahl der notwendigen Prüfungen im Rahmen einer Einfügungsheuristik für ein TSP mit zehn Städten
Tab. 31	Polynomialer Zusammenhang zwischen der Anzahl der notwendigen Prüfungen im Rahmen der Vor- und Endauswahl und der Problem- größe eines TSP im Rahmen eines Einfügungsverfahrens351
Tab. 32	Zusammenhang zwischen der Anzahl der notwendigen Prüfungen im Rahmen der Vor- und Endauswahl und der Problemgröße n sowie der Anzahl der auf dem Rand der konvexen Hülle eines TSP liegenden Städte n_{ch} im Rahmen der klassischen CHI-Heuristik
Tab. 33	Untersuchung der für die von der klassischen CHI-Heuristik (Parametrisierung 7-10, Modus B) benötigten Rechenzeiten in Abhängigkeit von der Problemgröße; Spalten: Basisdaten TSP (Name, Größe, Anzahl der Städte, die auf dem Rand der konvexen Hülle liegen), benötigte Rechenzeit, Anzahl notwendiger Prüfungen (berechnet nach dem Modell in Tab. 32, Zeile 2), Transformation der Anzahl notwendiger Prüfungen in eine der Rechenzeit adäquate Größe im Sinne einer Prognose, Residuen der Modellprognose, Prognosewerte einer kubischen Approximation der Rechenzeiten im Rahmen einer Regressionsanalyse, Residuen der Regressionsprognose
Tab. 34	Abschätzung der Anzahl notwendiger Rechenoperationen bzw. Prüfungen im Rahmen der Tripelaktualisierung für ein TSP mit zehn Städten und einem angenommenen Vollprüfungsanteil von 20%
Tab. 35	Koeffizienten und Konstanten der die Anzahl der Berechnungsoperationen bzw. notwendigen Prüfungen bestimmenden Polynome für Einfügungsverfahren mit Tripelaktualisierung bei unterschiedlichen Vollprüfungsanteilen
Tab. 36	Ergebnisse der Anwendung der CHI-TA-Heuristik (Parametrisierung 7-10, Modus B) auf die TSP der Gruppe II
Tab. 37	Ergebnisse der Anwendung der CHI-TA-Heuristik (Parametrisierung 7-10, Modus B) auf die TSP der Gruppe III
Tab. 38	Zusammenfassung der Ergebnisse der Anwendung der CHI-TA-Heuristik (Parametrisierung 7-10, Modus B) auf die TSP der Gruppen II und III.
Tab. 39	Ergebnisse (Lösungsqualitäten und Vollprüfungsquoten) der Anwendung der um Tripelaktualisierung und Nutzung von Nachbarschaftsstrukturen modifizierten CHI-Heuristik (Parametrisierung 7-10, Modus B), Variante I, auf die TSP der Gruppe II

Tab. 40	Ergebnisse (Lösungsqualitäten und Vollprüfungsquoten) der Anwendung der um Tripelaktualisierung und Nutzung von Nachbarschaftsstrukturen modifizierten CHI-Heuristik (Parametrisierung 7-10, Modus B), Variante I, auf einige TSP der Gruppe III
Tab. 41	Lösungsqualitäten für die TSP der Gruppen II und III (tw.) bei Einsatz der CHI-TA-Heuristik unter Nutzung von Nachbarschaftsstrukturen, Variante II, bei verschiedenen Parametrisierungen (g_A, g_B) im Vergleich mit den Ergebnissen der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik (Grundparametrisierung 7-10, Modus B).
Tab. 42	Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik auf die TSP der Gruppe II: Lösungsqualitäten (% über OLN), Rechenzeiten (OZ) und Angabe der Anzahl der im Rahmen der "Triangle Insertion" nicht eingefügten Städte (NIF) für die Abbruchquoten 0%, 4% und 7%; zum Vergleich ergänzend die mit der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik realisierten Lösungsqualitäten. In der letzten Spalte Angabe jener Abbruchquoten für jedes TSP, bei denen die beste Lösungsqualität (% über OLN) realisiert wird
Tab. 43	Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik auf die TSP der Gruppe III (teilweise): Lösungsqualitäten (% über OLN), Rechenzeiten (OZ) und Angabe der Anzahl der im Rahmen der "Triangle Insertion" nicht eingefügten Städte (NIF) für die Abbruchquoten 0%, 4% und 7%; zum Vergleich ergänzend die mit der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik realisierten Lösungsqualitäten. In der letzten Spalte Angabe jener Abbruchquoten für jedes TSP, bei denen die beste Lösungsqualität (% über OLN) erreicht wird
Tab. 44	Zusammenfassung der Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik auf die TSP der Gruppen II, III (tw.): Lösungsqualitäten (% über OLN); zum Vergleich ergänzend die mit der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik realisierten Lösungsqualitäten. In der letzten Spalte Angabe der Kenngrößen zur Lösungsqualität (% über OLN) bei "optimaler" Abbruchquote (mit besten Lösungsqualitäten) für jedes TSP411
Tab. 45	Ergebnisse der Anwendung der NIVD-Heuristik (Nachbarschaftsgrade $g=1$ und $g=2$) auf jeweils 300 zufällig erzeugte Rundreisen für die TSP der Gruppe II: Mittelwerte (MW) und Stichproben-Standardabweichungen (Stdabw.) für die Lösungsqualitäten (als %>OLN) der jeweils 300 zufällig erzeugten Rundreisen; Mittelwerte und Stichproben-Standardabweichungen für die Lösungsqualitäten der mittels der NIVD-Heuristik verbesserten Rundreisen
Tab. 46	Ergebnisse der Anwendung der NIVD-Heuristik (Nachbarschaftsgrade $g = 1$ und $g = 2$) auf jeweils 300 zufällig erzeugte Rundreisen für die TSP der Gruppe II: Mittelwerte (MW) und Stichproben-Standardabweichungen (Stdabw.) für die benötigte Rechenzeit (OZ) der NIVD-Heuristik; Mittelwerte und Stichproben-Standardabweichungen für die benötigte Anzahl von Läufen; Nachbarschaftsbestimmungszeit (OZ NBS)

Tab. 47	Ergebnisse der Anwendung der NIVD-Heuristik (Nachbarschaftsgrade $g = 1,2,3,4$) auf mittels der "All Nearest Neighbor"-Heuristik erzeugte Rundreisen für die TSP der Gruppe II: Lösungsqualitäten (%>OLN) der Ausgangsrundreisen und der verbesserten Rundreisen	431
Tab. 48	Ergebnisse der Anwendung der NIVD-Heuristik (Nachbarschaftsgrade $g=1,2,3$) auf mittels der "All Nearest Neighbor"-Heuristik erzeugte Rundreisen für die TSP der Gruppe III (tw.): Lösungsqualitäten (%>OLN) der Ausgangsrundreisen und der verbesserten Rundreisen	432
Tab. 49	Ergebnisse der Anwendung der NIVD-Heuristik (Nachbarschaftsgrade $g=1,2,3,4$) auf mittels der "All Nearest Neighbor"-Heuristik erzeugte Rundreisen für die TSP der Gruppe II: Rechenzeiten in Sekunden (OZ) und Anzahl der benötigten Läufe ($\#$ VL).	434
Tab. 50	Ergebnisse der Anwendung der NIVD-Heuristik (Nachbarschaftsgrade $g=1,2,3$) auf mittels der "All Nearest Neighbor"-Heuristik erzeugte Rundreisen für die TSP der Gruppe III (tw.): Rechenzeiten in Sekunden (OZ) und Anzahl der benötigten Läufe (#VL).	435
Tab. 51	Ergebnisse der Anwendung der NIVD-Heuristik (Nachbarschaftsgrad $g=1$) auf die mittels der CHI-TICI-Heuristik für die TSP der Gruppe II erzeugten Rundreisen: Lösungsqualitäten (% über OLN) vor und nach Einsatz des Verbesserungsverfahrens; Verbesserung der Lösungsqualität in %; Anzahl der notwendigen Läufe der NIVD-Heuristik. Ergänzend die mit der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik realisierten Lösungsqualitäten (Spalte 3)	441
Tab. 52	Ergebnisse der Anwendung der NIVD-Heuristik (Nachbarschaftsgrad $g=1$) auf die mittels der CHI-TICI-Heuristik für die TSP der Gruppe III (tw.) erzeugten Rundreisen: Lösungsqualitäten (% über OLN) vor und nach Einsatz des Verbesserungsverfahrens; Verbesserung der Lösungsqualität in %; Anzahl der notwendigen Läufe der NIVD-Heuristik. Ergänzend die mit der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik realisierten Lösungsqualitäten (Spalte 3)	442
Tab. 53	Zusammenfassung der Ergebnisse der Anwendung der NIVD-Heuristik (Nachbarschaftsgrad $g=1$) auf die mittels der CHI-TICI-Heuristik für die TSP der Gruppen II, III (tw.) erzeugten Rundreisen: Lösungsqualitäten (% über OLN) vor und nach Einsatz des Verbesserungsverfahrens; Verbesserung der Lösungsqualität in %. Zum Vergleich ergänzend die mit der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik realisierten Lösungsqualitäten.	442
Tab. 54	Untersuchung der für 41 TSP aus den Gruppen II und (teilweise) III bestimmten VD-Strukturen: Problembezeichnung und -größe (<i>n</i>), Angabe der Anzahl identifizierter Delaunay- bzw. Voronoi-Kanten (# DE), (# DE/ <i>n</i>), maximale und minimale Anzahl direkter Nachbarn (MAX NB, MIN NB) sowie Mittelwert, Standardabweichung und Variationskoeffizient (MW NB, STDABW NB, VC NB) für die Anzahl direkter Nachbarschaftsbeziehungen; Anzahl der in HNP verwickelten Städte (Mehrfachteilnahme möglich # HNP) sowie (# HNP/ <i>n</i>)	<i>1</i> 77

Tab. 55	Untersuchung der für 41 TSP aus den Gruppen II und (teilweise) III bestimmten VD-Strukturen bzw. hier der Flächen der resultierenden Voronoi-Polyeder bei ACH > 0: Anzahl der Städte auf dem Rand der konvexen Hülle (# CH), Anzahl der berücksichtigten Voronoi-Polyeder bei ACH > 0 (# NCH), Maxima, Minima, Mittelwerte, Standardabweichung und Variationskoeffizienten (MAX VF, MIN VF, MW VF, STDABW VF, VC VF) der Flächen der Voronoi-Polyeder	′3
Tab. 56	Untersuchung der für 41 TSP aus den Gruppen II und (teilweise) III bestimmten VD-Strukturen bzw. hier der Flächen der resultierenden Voronoi-Polyeder bei ACH > 1: Anzahl der Städte auf dem Rand der konvexen Hülle (# CH), Anzahl der berücksichtigten Voronoi-Polyeder bei ACH > 1 (# NCH), Maxima, Minima, Mittelwerte, Standardabweichung und Variationskoeffizienten (MAX VF, MIN VF, MW VF, STDABW VF, VC VF) der Flächen der Voronoi-Polyeder	'4
Tab. 57	Untersuchung der für 41 TSP aus den Gruppen II und (teilweise) III bestimmten VD-Strukturen bzw. hier der Längen der Delaunay-Kanten (ohne Ausschlüsse): Anzahl der berücksichtigten Delaunay-Kanten (#DE); Maxima, Minima, Mittelwerte, Standardabweichung und Variationskoeffizienten (MAX ALDE, MIN ALDE, MW ALDE, STDABW ALDE, VC ALDE) der Längen der Delaunay-Kanten	15
Tab. 58	Untersuchung der für 41 TSP aus den Gruppen II und (teilweise) III bestimmten VD-Strukturen bzw. hier der Längen der Delaunay-Kanten bei ACH > 0: Anzahl der berücksichtigten Delaunay-Kanten (# DE); Maxima, Minima, Mittelwerte, Standardabweichung und Variationskoeffizienten (MAX ALDE, MIN ALDE, MW ALDE, STDABW ALDE, VC ALDE) der Längen der Delaunay-Kanten	'6
Tab. 59	Untersuchung der für 41 TSP aus den Gruppen II und (teilweise) III bestimmten VD-Strukturen bzw. hier der Längen der Delaunay-Kanten bei ACH > 1: Anzahl der berücksichtigten Delaunay-Kanten (# DE); Maxima, Minima, Mittelwerte, Standardabweichung und Variationskoeffizienten (MAX ALDE, MIN ALDE, MW ALDE, STDABW ALDE, VC ALDE) der Längen der Delaunay-Kanten	7
Tab. 60	Untersuchung der für 41 TSP aus den Gruppen II und (teilweise) III bestimmten VD-Strukturen bzw. hier der Längen der Voronoi-Kanten bei ACH > 0: Anzahl der berücksichtigten Voronoi-Kanten (# VE); Maxima, Minima, Mittelwerte, Standardabweichung und Variationskoeffizienten (MAX ALVE, MIN ALVE, MW ALVE, STDABW ALVE, VC ALVE) der Längen der Voronoi-Kanten	78
Tab. 61	Untersuchung der für 41 TSP aus den Gruppen II und (teilweise) III bestimmten VD-Strukturen bzw. hier der Längen der Voronoi-Kanten bei ACH > 1: Anzahl der berücksichtigten Voronoi-Kanten (# VE); Maxima, Minima, Mittelwerte, Standardabweichung und Variationskoeffizienten (MAX ALVE, MIN ALVE, MW ALVE, STDABW ALVE, VC ALVE) der Längen der Voronoi-Kanten	79

Tab. 62	Untersuchung der Identität von Delaunay-Kanten und Kanten der optimalen Rundreise für einhundert 15-Städte-TSP der Gruppe I: Maximum, Mittelwert und Summe über alle einhundert TSP für die Anzahl der Kanten der optimalen Rundreise, welche nicht der Delaunay-Struktur angehören (# NDE); Maximum und Mittelwert für die Relation der Anzahl der NDE-Kanten zur Anzahl der Kanten in der optimalen Rundreise (% # NDE) sowie die Relation der summierten Länge der NDE-Kanten zur Länge der optimalen Rundreise (% Länge NDE)480
Tab. 63	Untersuchung der Identität von Delaunay-Kanten und Kanten der optimalen Rundreise für einhundert 15-Städte-TSP der Gruppe I: TSP 15_001-15_033; Spalte 3: Länge der optimalen Rundreise als Summe ihrer Kantenlängen (OLC); Spalte 4: Anzahl der Kanten der optimalen Rundreise, die keine Delaunay-Kanten sind (# NDE); Spalte 5: Summierte Länge der NDE-Kanten; Spalte 6: Anteil der NDE-Kanten an der Anzahl der Kanten in der optimalen Rundreise (= n) (% # NDE); Spalte 7: Prozentualer Anteil der summierten Länge der NDE-Kanten an der Länge der optimalen Rundreise (% Länge NDE)
Tab. 64	Untersuchung der Identität von Delaunay-Kanten und Kanten der optimalen Rundreise für einhundert 15-Städte-TSP der Gruppe I: TSP 15_034-15_066; Spalte 3: Länge der optimalen Rundreise als Summe ihrer Kantenlängen (OLC); Spalte 4: Anzahl der Kanten der optimalen Rundreise, die keine Delaunay-Kanten sind (# NDE); Spalte 5: Summierte Länge der NDE-Kanten; Spalte 6: Anteil der NDE-Kanten an der Anzahl der Kanten in der optimalen Rundreise (= n) (% # NDE); Spalte 7: Prozentualer Anteil der summierten Länge der NDE-Kanten an der Länge der optimalen Rundreise (% Länge NDE)
Tab. 65	Untersuchung der Identität von Delaunay-Kanten und Kanten der optimalen Rundreise für einhundert 15-Städte-TSP der Gruppe I: TSP 15_067-15_100; Spalte 3: Länge der optimalen Rundreise als Summe ihrer Kantenlängen (OLC); Spalte 4: Anzahl der Kanten der optimalen Rundreise, die keine Delaunay-Kanten sind (# NDE); Spalte 5: Summierte Länge der NDE-Kanten; Spalte 6: Anteil der NDE-Kanten an der Anzahl der Kanten in der optimalen Rundreise (= n) (% # NDE); Spalte 7: Prozentualer Anteil der summierten Länge der NDE-Kanten an der Länge der optimalen Rundreise (% Länge NDE)
Tab. 66	Untersuchung von Anzahl und Lösungsqualität der auf der Delaunay- Struktur existierenden Rundreisen für einhundert 15-Städte-TSP der Gruppe I: Bestimmung von Minimum, Maximum, Mittelwert und Standardabweichung für die Spalten der Tab. 67 bis 69. Spalte 2: An- zahl der auf der Delaunay-Struktur existierenden Rundreisen (# RR auf der VD-Struktur); Spalte 3: Mittelwert der Lösungsqualitäten aller identifizierten Rundreisen für ein TSP (Mittelwerte LQ (%>OLC)); Spalte 4: Standardabweichung der Lösungsqualitäten aller identifi- zierten Rundreisen für ein TSP (Stdabw. LQ (%>OLC)); Spalten 5 und 6: Minimum und Maximum der Lösungsqualitäten aller identifi- zierten Rundreisen für ein TSP (Minimum LQ (%>OLC), Maximum LO (%>OLC))

Tab. 67	Untersuchung von Anzahl und Lösungsqualität der auf der Delaunay-Struktur existierenden Rundreisen für einhundert 15-Städte-TSP der Gruppe I: TSP 15_001-15_033; Spalte 2: Anzahl der auf der Delaunay-Struktur existierenden Rundreisen (# RR auf der VD-Struktur); Spalte 3: Mittelwert der Lösungsqualitäten aller identifizierten Rundreisen für ein TSP (Mittelwerte LQ (%>OLC)); Spalte 4: Standardabweichung der Lösungsqualitäten aller identifizierten Rundreisen für ein TSP (Stdabw. LQ (%>OLC)); Spalten 5 und 6: Minimum und Maximum der Lösungsqualitäten aller identifizierten Rundreisen für ein TSP (Minimum LQ (%>OLC), Maximum LQ (%>OLC))
Tab. 68	Untersuchung von Anzahl und Lösungsqualität der auf der Delaunay-Struktur existierenden Rundreisen für einhundert 15-Städte-TSP der Gruppe I: TSP 15_034-15_066; Spalte 2: Anzahl der auf der Delaunay-Struktur existierenden Rundreisen (# RR auf der VD-Struktur); Spalte 3: Mittelwert der Lösungsqualitäten aller identifizierten Rundreisen für ein TSP (Mittelwerte LQ (%>OLC)); Spalte 4: Standardabweichung der Lösungsqualitäten aller identifizierten Rundreisen für ein TSP (Stdabw. LQ (%>OLC)); Spalten 5 und 6: Minimum und Maximum der Lösungsqualitäten aller identifizierten Rundreisen für ein TSP (Minimum LQ (%>OLC), Maximum LQ (%>OLC))
Tab. 69	Untersuchung von Anzahl und Lösungsqualität der auf der Delaunay-Struktur existierenden Rundreisen für einhundert 15-Städte-TSP der Gruppe I: TSP 15_067-15_100; Spalte 2: Anzahl der auf der Delaunay-Struktur existierenden Rundreisen (# RR auf der VD-Struktur); Spalte 3: Mittelwert der Lösungsqualitäten aller identifizierten Rundreisen für ein TSP (Mittelwerte LQ (%>OLC)); Spalte 4: Standardabweichung der Lösungsqualitäten aller identifizierten Rundreisen für ein TSP (Stdabw. LQ (%>OLC)); Spalten 5 und 6: Minimum und Maximum der Lösungsqualitäten aller identifizierten Rundreisen für ein TSP (Minimum LQ (%>OLC), Maximum LQ (%>OLC))
Tab. 70	Korrelationen zwischen den Längen von Voronoi- und Delaunay- Kanten (absolute und relative Längen; ALVE - ALDE; RLVE - RLDE) für sämtliche Städte/Voronoi-Polygone mit ACH > 0 der 15 TSP aus den Gruppen II und III; Spalte 3: Anzahl der Kanten in der jeweiligen Delaunay-Struktur mit ACH > 0 (partielle Mehrfacher- fassung); Spalte 4: Anzahl aller Kanten in der jeweiligen Delaunay- Struktur (partielle Mehrfacherfassung); Spalten 5 und 6 bzw. 7 und 8: Korrelationskoeffizienten nach PEARSON und zugehörige Signifikanz- niveaus (zweiseitiger Hypothesentest)
Tab. 71	Korrelationen zwischen den Längen von Voronoi- und Delaunay- Kanten (absolute und relative Längen; ALVE - ALDE; RLVE - RLDE) für sämtliche Städte/Voronoi-Polygone mit ACH > 1 der 15 TSP aus den Gruppen II und III; Spalte 3: Anzahl der Kanten in der jeweiligen Delaunay-Struktur mit ACH > 1 (partielle Mehrfacher- fassung); Spalte 4: Anzahl aller Kanten in der jeweiligen Delaunay- Struktur (partielle Mehrfacherfassung); Spalten 5 und 6 bzw. 7 und 8: Korrelationskoeffizienten nach PEARSON und zugehörige Signifikanz- niveaus (zweiseitiger Hypothesentest)

Tab. 72	Korrelationen zwischen den Längen von Voronoi- und Delaunay- Kanten (absolute und relative Längen; ALVE - ALDE; RLVE - RLDE) für sämtliche Städte/Voronoi-Polygone mit ACH > 2 der 15 TSP aus den Gruppen II und III; Spalte 3: Anzahl der Kanten in der jeweiligen Delaunay-Struktur mit ACH > 2 (partielle Mehrfacher- fassung); Spalte 4: Anzahl aller Kanten in der jeweiligen Delaunay- Struktur (partielle Mehrfacherfassung); Spalten 5 und 6 bzw. 7 und 8: Korrelationskoeffizienten nach PEARSON und zugehörige Signifikanz- niveaus (zweiseitiger Hypothesentest).	494
Tab. 73	Korrelationen zwischen den Längen von Voronoi- und Delaunay- Kanten (absolute und relative Längen; ALVE - ALDE; RLVE - RLDE) für sämtliche Städte/Voronoi-Polygone mit ACH > 3 der 15 TSP aus den Gruppen II und III; Spalte 3: Anzahl der Kanten in der jeweiligen Delaunay-Struktur mit ACH > 3 (partielle Mehrfacher- fassung); Spalte 4: Anzahl aller Kanten in der jeweiligen Delaunay- Struktur (partielle Mehrfacherfassung); Spalten 5 und 6 bzw. 7 und 8: Korrelationskoeffizienten nach PEARSON und zugehörige Signifikanz- niveaus (zweiseitiger Hypothesentest).	495
Tab. 74	Anzahl der Delaunay-Kanten verschiedener Ränge (RDE) mit UO = 1 für die Städte bzw. Voronoi-Polygone der 15 untersuchten TSP aus den Gruppen II und III bei ACH > 0 (partielle Mehrfacherfassung); Spalte 3: Gesamte Anzahl der Delaunay-Kanten mit UO = 1 für die Städte bzw. Voronoi-Polygone bei ACH > 0; Spalten 4 bis 13: Anzahl der Delaunay-Kanten mit UO = 1 für sämtliche Städte bzw. Voronoi-Polygone mit dem im Spaltenkopf angegebenen Rang (RDE) bei ACH > 0.	497
Tab. 75	Anzahl der Delaunay-Kanten verschiedener Ränge (RDE) mit UO = 1 für die Städte bzw. Voronoi-Polygone der 15 untersuchten TSP aus den Gruppen II und III bei ACH > 0 (mit partieller Mehrfacherfassung) als prozentuale Anteile an der Gesamtzahl der entsprechenden Kanten aus Tab. 74, Spalte 3; Spalte 3 hier: Anzahl der Delaunay-Kanten mit UO = 1 für sämtliche Städte bzw. Voronoi-Polygone aus Tab. 74, Spalte 3 = 100%; Spalten 4 bis 13 hier: Prozentualer Anteil der Anzahl der Delaunay-Kanten mit UO = 1 für sämtliche Städte bzw. Voronoi-Polygone bei ACH > 0 mit dem im Spaltenkopf angegebenen Rang an der Gesamtzahl der entsprechenden Kanten aus Tab. 74, Spalte 3. Tabellenfuß: Mittelwerte und Stichproben-Standardabweichungen über die Rangbesetzungen.	498
Tab. 76	Anzahl der Delaunay-Kanten verschiedener Ränge (RDE) mit UO = 1 für die Städte bzw. Voronoi-Polygone der 15 untersuchten TSP aus den Gruppen II und III bei ACH > 1 (partielle Mehrfacherfassung); Spalte 3: Gesamte Anzahl der Delaunay-Kanten mit UO = 1 für die Städte bzw. Voronoi-Polygone bei ACH > 1; Spalten 4 bis 13: Anzahl der Delaunay-Kanten mit UO = 1 für sämtliche Städte bzw. Voronoi-Polygone mit dem im Spaltenkopf angegebenen Rang (RDE) bei ACH > 1	499

Tab. 77	Anzahl der Delaunay-Kanten verschiedener Ränge (RDE) mit UO = 1 für die Städte bzw. Voronoi-Polygone der 15 untersuchten TSP aus den Gruppen II und III bei ACH > 1 (mit partieller Mehrfacherfassung) als prozentuale Anteile an der Gesamtzahl der entsprechenden Kanten aus Tab. 76, Spalte 3; Spalte 3 hier: Anzahl der Delaunay-Kanten mit UO = 1 für sämtliche Städte bzw. Voronoi-Polygone aus Tab. 76, Spalte 3 = 100%; Spalten 4 bis 13 hier: Prozentualer Anteil der Anzahl der Delaunay-Kanten mit UO = 1 für sämtliche Städte bzw. Voronoi-Polygone bei ACH > 1 mit dem im Spaltenkopf angegebenen Rang an der Gesamtzahl der entsprechenden Kanten aus Tab. 76, Spalte 3. Tabellenfuß: Mittelwerte und Stichproben-Standardabweichungen über die Rangbesetzungen.	500
Tab. 78	Anzahl der Delaunay-Kanten verschiedener Ränge (RDE) mit UO = 1 für die Städte bzw. Voronoi-Polygone der 15 untersuchten TSP aus den Gruppen II und III bei ACH > 2 (partielle Mehrfacherfassung); Spalte 3: Gesamte Anzahl der Delaunay-Kanten mit UO = 1 für die Städte bzw. Voronoi-Polygone bei ACH > 2; Spalten 4 bis 13: Anzahl der Delaunay-Kanten mit UO = 1 für sämtliche Städte bzw. Voronoi-Polygone mit dem im Spaltenkopf angegebenen Rang (RDE) bei ACH > 2.	501
Tab. 79	Anzahl der Delaunay-Kanten verschiedener Ränge (RDE) mit UO = 1 für die Städte bzw. Voronoi-Polygone der 15 untersuchten TSP aus den Gruppen II und III bei ACH > 2 (mit partieller Mehrfacherfassung) als prozentuale Anteile an der Gesamtzahl der entsprechenden Kanten aus Tab. 78, Spalte 3; Spalte 3 hier: Anzahl der Delaunay-Kanten mit UO = 1 für sämtliche Städte bzw. Voronoi-Polygone aus Tab. 78, Spalte 3 = 100%; Spalten 4 bis 13 hier: Prozentualer Anteil der Anzahl der Delaunay-Kanten mit UO = 1 für sämtliche Städte bzw. Voronoi-Polygone bei ACH > 2 mit dem im Spaltenkopf angegebenen Rang an der Gesamtzahl der entsprechenden Kanten aus Tab. 78, Spalte 3. Tabellenfuß: Mittelwerte und Stichproben-Standardabweichungen über die Rangbesetzungen.	502
Tab. 80	Anzahl der Voronoi-Kanten verschiedener Ränge (RVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 1 für die Städte bzw. Voronoi-Polygone der 15 untersuchten TSP aus den Gruppen II und III bei ACH > 0 (partielle Mehrfacherfassung); Spalte 3: Gesamte Anzahl der Delaunay-Kanten mit UO = 1 für die Städte bzw. Voronoi-Polygone bei ACH > 0; Spalten 4 bis 13: Anzahl der zu den in Spalte 3 summierten Delaunay-Kanten dualen Voronoi-Kanten mit dem im Spaltenkopf angegebenen Rang (RVE) bei ACH > 0.	504
Tab. 81	Anzahl der zu Delaunay-Kanten mit UO = 1 dualen Voronoi-Kanten verschiedener Ränge (RVE) für die Städte bzw. Voronoi-Polygone der 15 untersuchten TSP aus den Gruppen II und III bei ACH > 0 (partielle Mehrfacherfassung) als prozentuale Anteile an der Gesamtzahl der entsprechenden Kanten aus Tab. 80, Spalte 3; Spalte 3 hier: Anzahl der Delaunay-Kanten mit UO = 1 für sämtliche Städte bzw. Voronoi-Polygone aus Tab. 80, Spalte 3 = 100%; Spalten 4 bis 13 hier: Prozentualer Anteil der Anzahl der dualen Voronoi-Kanten für	

	samtliche Stadte bzw. Voronoi-Polygone bei ACH > 0 mit dem im Spaltenkopf angegebenen Rang an der Gesamtzahl der entsprechenden Kanten aus Tab. 80, Spalte 3. Tabellenfuß: Mittelwerte und Stichproben-Standardabweichungen über die Rangbesetzungen	505
Tab. 82	Anzahl der Voronoi-Kanten verschiedener Ränge (RVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 1 für die Städte bzw. Voronoi-Polygone der 15 untersuchten TSP aus den Gruppen II und III bei ACH > 1 (partielle Mehrfacherfassung); Spalte 3: Gesamte Anzahl der Delaunay-Kanten mit UO = 1 für die Städte bzw. Voronoi-Polygone bei ACH > 1; Spalten 4 bis 13: Anzahl der zu den in Spalte 3 summierten Delaunay-Kanten dualen Voronoi-Kanten mit dem im Spaltenkopf angegebenen Rang (RVE) bei ACH > 1.	506
Tab. 83	Anzahl der zu Delaunay-Kanten mit UO = 1 dualen Voronoi-Kanten verschiedener Ränge (RVE) für die Städte bzw. Voronoi-Polygone der 15 untersuchten TSP aus den Gruppen II und III bei ACH > 1 (partielle Mehrfacherfassung) als prozentuale Anteile an der Gesamtzahl der entsprechenden Kanten aus Tab. 82, Spalte 3; Spalte 3 hier: Anzahl der Delaunay-Kanten mit UO = 1 für sämtliche Städte bzw. Voronoi-Polygone aus Tab. 82, Spalte 3 = 100%; Spalten 4 bis 13 hier: Prozentualer Anteil der Anzahl der dualen Voronoi-Kanten für sämtliche Städte bzw. Voronoi-Polygone bei ACH > 1 mit dem im Spaltenkopf angegebenen Rang an der Gesamtzahl der entsprechenden Kanten aus Tab. 82, Spalte 3. Tabellenfuß: Mittelwerte und Stichproben-Standardabweichungen über die Rangbesetzungen	507
Tab. 84	Anzahl der Voronoi-Kanten verschiedener Ränge (RVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 1 für die Städte bzw. Voronoi-Polygone der 15 untersuchten TSP aus den Gruppen II und III bei ACH > 2 (partielle Mehrfacherfassung); Spalte 3: Gesamte Anzahl der Delaunay-Kanten mit UO = 1 für die Städte bzw. Voronoi-Polygone bei ACH > 2; Spalten 4 bis 13: Anzahl der zu den in Spalte 3 summierten Delaunay-Kanten dualen Voronoi-Kanten mit dem im Spaltenkopf angegebenen Rang (RVE) bei ACH > 2.	508
Tab. 85	Anzahl der zu Delaunay-Kanten mit UO = 1 dualen Voronoi-Kanten verschiedener Ränge (RVE) für die Städte bzw. Voronoi-Polygone der 15 untersuchten TSP aus den Gruppen II und III bei ACH > 2 (partielle Mehrfacherfassung) als prozentuale Anteile an der Gesamtzahl der entsprechenden Kanten aus Tab. 84, Spalte 3; Spalte 3 hier: Anzahl der Delaunay-Kanten mit UO = 1 für sämtliche Städte bzw. Voronoi-Polygone aus Tab. 84, Spalte 3 = 100%; Spalten 4 bis 13 hier: Prozentualer Anteil der Anzahl der dualen Voronoi-Kanten für sämtliche Städte bzw. Voronoi-Polygone bei ACH > 2 mit dem im Spaltenkopf angegebenen Rang an der Gesamtzahl der entsprechenden Kanten aus Tab. 84, Spalte 3. Tabellenfuß: Mittelwerte und Stichproben-Standardabweichungen über die Rangbesetzungen	509

Tab. 86	Anzahl der Voronoi-Kanten verschiedener Ränge (RVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 für die Städte bzw. Voronoi-Polygone des TSP EIL51 aus Gruppe II bei ACH > 0, ACH > 1 und ACH > 2 (partielle Mehrfacherfassung) als Kreuztabelle (SPSS-Ausgabe).	511
Tab. 87	Anzahl der Voronoi-Kanten verschiedener Ränge (RVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 für die Städte bzw. Voronoi-Polygone des TSP BERLIN52 aus Gruppe II bei ACH > 0, ACH > 1 und ACH > 2 (partielle Mehrfacherfassung) als Kreuztabelle (SPSS-Ausgabe).	512
Tab. 88	Anzahl der Voronoi-Kanten verschiedener Ränge (RVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 für die Städte bzw. Voronoi-Polygone des TSP ST70 aus Gruppe II bei ACH > 0, ACH > 1 und ACH > 2 (partielle Mehrfacherfassung) als Kreuztabelle (SPSS-Ausgabe).	513
Tab. 89	Anzahl der Voronoi-Kanten verschiedener Ränge (RVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 für die Städte bzw. Voronoi-Polygone des TSP EIL76 aus Gruppe II bei ACH > 0, ACH > 1 und ACH > 2 (partielle Mehrfacherfassung) als Kreuztabelle (SPSS-Ausgabe).	514
Tab. 90	Anzahl der Voronoi-Kanten verschiedener Ränge (RVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 für die Städte bzw. Voronoi-Polygone des TSP PR76 aus Gruppe II bei ACH > 0, ACH > 1 und ACH > 2 (partielle Mehrfacherfassung) als Kreuztabelle (SPSS-Ausgabe).	515
Tab. 91	Anzahl der Voronoi-Kanten verschiedener Ränge (RVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 für die Städte bzw. Voronoi-Polygone des TSP KR100A aus Gruppe II bei ACH > 0, ACH > 1 und ACH > 2 (partielle Mehrfacherfassung) als Kreuztabelle (SPSS-Ausgabe).	516
Tab. 92	Anzahl der Voronoi-Kanten verschiedener Ränge (RVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit $UO=0$ und $UO=1$ für die Städte bzw. Voronoi-Polygone des TSP KR100C aus Gruppe II bei $ACH>0$, $ACH>1$ und $ACH>2$ (partielle Mehrfacherfassung) als Kreuztabelle (SPSS-Ausgabe).	517
Tab. 93	Anzahl der Voronoi-Kanten verschiedener Ränge (RVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 für die Städte bzw. Voronoi-Polygone des TSP KR100D aus Gruppe II bei ACH > 0, ACH > 1 und ACH > 2 (partielle Mehrfacherfassung) als Kreuztabelle (SPSS-Ausgabe).	518
Tab. 94	Anzahl der Voronoi-Kanten verschiedener Ränge (RVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 für die Städte bzw. Voronoi-Polygone des TSP RD100 aus Gruppe II bei ACH > 0, ACH > 1 und ACH > 2 (partielle Mehrfacherfassung) als Kreuztabelle (SPSS-Ausgabe).	519

Tab. 95	Anzahl der Voronoi-Kanten verschiedener Ränge (RVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 für die Städte bzw. Voronoi-Polygone des TSP EIL101 aus Gruppe II bei ACH > 0, ACH > 1 und ACH > 2 (partielle Mehrfacherfassung) als Kreuztabelle (SPSS-Ausgabe).	520
Tab. 96	Anzahl der Voronoi-Kanten verschiedener Ränge (RVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 für die Städte bzw. Voronoi-Polygone des TSP LIN105 aus Gruppe II bei ACH > 0, ACH > 1 und ACH > 2 (partielle Mehrfacherfassung) als Kreuztabelle (SPSS-Ausgabe).	521
Tab. 97	Anzahl der Voronoi-Kanten verschiedener Ränge (RVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 für die Städte bzw. Voronoi-Polygone des TSP CH130 aus Gruppe II bei ACH > 0, ACH > 1 und ACH > 2 (partielle Mehrfacherfassung) als Kreuztabelle (SPSS-Ausgabe).	522
Tab. 98	Anzahl der Voronoi-Kanten verschiedener Ränge (RVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 für die Städte bzw. Voronoi-Polygone des TSP CH150 aus Gruppe II bei ACH > 0, ACH > 1 und ACH > 2 (partielle Mehrfacherfassung) als Kreuztabelle (SPSS-Ausgabe).	523
Tab. 99	Anzahl der Voronoi-Kanten verschiedener Ränge (RVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 für die Städte bzw. Voronoi-Polygone des TSP A280 aus Gruppe II bei ACH > 0, ACH > 1 und ACH > 2 (partielle Mehrfacherfassung) als Kreuztabelle (SPSS-Ausgabe).	524
Tab. 100	Anzahl der Voronoi-Kanten verschiedener Ränge (RVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 für die Städte bzw. Voronoi-Polygone des TSP PCB442 aus Gruppe III bei ACH > 0, ACH > 1 und ACH > 2 (partielle Mehrfacherfassung) als Kreuztabelle (SPSS-Ausgabe).	525
Tab. 101	Kodierung der im Vor- und Endauswahlverfahren (VAV, EAV) der CHI- Heuristik verwendeten Einfügungskriterien unter den Modi A und B	542
Tab. 102	Ergebnisse der Anwendung der klassischen CHI-Heuristik (Modus A) auf die TSP der Gruppe II (35 Probleme aus der TSPLIB), Parametrisierungen (VAV-EAV) 1-1 und 1-2 ("Cheapest Insertion" - "Cheapest Insertion")	543
Tab. 103	Ergebnisse der Anwendung der klassischen CHI-Heuristik (Modus A) auf die TSP der Gruppe II (35 Probleme aus der TSPLIB), Parametrisierungen (VAV-EAV) 1-3 und 1-4 ("Cheapest Insertion" - "Ratio Insertion", "Cheapest Insertion" - "Greatest Angle Insertion")	544
Tab. 104	Ergebnisse der Anwendung der klassischen CHI-Heuristik (Modus A) auf die TSP der Gruppe II (35 Probleme aus der TSPLIB), Parametrisierungen (VAV-EAV) 2-1 und 2-2 ("Relative Insertion" - "Cheapest Insertion", "Relative Insertion" - "Relative Insertion")	545

140. 105	auf die TSP der Gruppe II (35 Probleme aus der TSPLIB), Parametrisierungen (VAV-EAV) 2-3 und 2-4 ("Relative Insertion" - "Ratio Insertion", "Relative Insertion" - "Greatest Angle Insertion")	546
Tab. 106	Ergebnisse der Anwendung der klassischen CHI-Heuristik (Modus A) auf die TSP der Gruppe II (35 Probleme aus der TSPLIB), Parametrisierungen (VAV-EAV) 3-1 und 3-2 ("Ratio Insertion" - "Cheapest Insertion", "Ratio Insertion" - "Relative Insertion").	547
Tab. 107	Ergebnisse der Anwendung der klassischen CHI-Heuristik (Modus A) auf die TSP der Gruppe II (35 Probleme aus der TSPLIB), Parametrisierungen (VAV-EAV) 3-3 und 3-4 ("Ratio Insertion" - "Ratio Insertion", "Ratio Insertion" - "Greatest Angle Insertion")	548
Tab. 108	Ergebnisse der Anwendung der klassischen CHI-Heuristik (Modus A) auf die TSP der Gruppe II (35 Probleme aus der TSPLIB), Parametrisierungen (VAV-EAV) 4-1 und 4-2 ("Greatest Angle Insertion" - "Cheapest Insertion", "Greatest Angle Insertion" - "Relative Insertion")	549
Tab. 109	Ergebnisse der Anwendung der klassischen CHI-Heuristik (Modus A) auf die TSP der Gruppe II (35 Probleme aus der TSPLIB), Parametrisierungen (VAV-EAV) 4-3 und 4-4 ("Greatest Angle Insertion" - "Ratio Insertion", "Greatest Angle Insertion" - "Greatest Angle Insertion")	550
Tab. 110	Ergebnisse der Anwendung der klassischen CHI-Heuristik (Modus B) auf die TSP der Gruppe II (35 Probleme aus der TSPLIB), Parametrisierungen (VAV-EAV) 7-7 und 7-8 ("Cheapest Insertion" - "Cheapest Insertion")	551
Tab. 111	Ergebnisse der Anwendung der klassischen CHI-Heuristik (Modus B) auf die TSP der Gruppe II (35 Probleme aus der TSPLIB), Parametrisierungen (VAV-EAV) 7-9 und 7-10 ("Cheapest Insertion" - "Ratio Insertion", "Cheapest Insertion" - "Greatest Angle Insertion")	552
Tab. 112	Ergebnisse der Anwendung der klassischen CHI-Heuristik (Modus B) auf die TSP der Gruppe II (35 Probleme aus der TSPLIB), Parametrisierungen (VAV-EAV) 8-7 und 8-8 ("Relative Insertion" - "Cheapest Insertion", "Relative Insertion" - "Relative Insertion")	553
Tab. 113	Ergebnisse der Anwendung der klassischen CHI-Heuristik (Modus B) auf die TSP der Gruppe II (35 Probleme aus der TSPLIB), Parametrisierungen (VAV-EAV) 8-9 und 8-10 ("Relative Insertion" - "Ratio Insertion", "Relative Insertion" - "Greatest Angle Insertion").	554
Tab. 114	Ergebnisse der Anwendung der klassischen CHI-Heuristik (Modus B) auf die TSP der Gruppe II (35 Probleme aus der TSPLIB), Parametrisierungen (VAV-EAV) 9-7 und 9-8 ("Ratio Insertion" - "Cheapest Insertion", "Ratio Insertion" - "Relative Insertion").	555
Tab. 115	Ergebnisse der Anwendung der klassischen CHI-Heuristik (Modus B) auf die TSP der Gruppe II (35 Probleme aus der TSPLIB), Parametrisierungen (VAV-EAV) 9-9 und 9-10 ("Ratio Insertion" - "Ratio Insertion", "Ratio Insertion" - "Greatest Angle Insertion")	556

557	auf die TSP der Gruppe II (35 Probleme aus der TSPLIB), Parametrisierungen (VAV-EAV) 10-7 und 10-8 ("Greatest Angle Insertion" - "Cheapest Insertion", "Greatest Angle Insertion" - "Relative Insertion").	140. 110
558	Ergebnisse der Anwendung der klassischen CHI-Heuristik (Modus B) auf die TSP der Gruppe II (35 Probleme aus der TSPLIB), Parametrisierungen (VAV-EAV) 10-9 und 10-10 ("Greatest Angle Insertion" - "Ratio Insertion", "Greatest Angle Insertion" - "Greatest Angle Insertion").	Tab. 117
561	Ergebnisse der Anwendung der CHI-TA-Heuristik (Modus B, Parametrisierung 7-10: "Cheapest Insertion - Greatest Angle Insertion") unter Nutzung von VD-Strukturen, Variante I, Nachbarschaftsgrad <i>g</i> = 1 auf die TSP der Gruppen II und III (tw.) im Vergleich zur unmodifizierten CHI-TA-Heuristik, Wiedergabe der Komponenten der Rechenzeiten in Sekunden (OZ): Vollprüfungszeit (VP), Teilprüfungszeit (TP), Zeit für die Bestimmung der Nachbarschaftsstrukturen (NBS) sowie Restzeit (RZ).	Tab. 118
562	Ergebnisse der Anwendung der CHI-TA-Heuristik (Modus B, Parametrisierung 7-10: "Cheapest Insertion - Greatest Angle Insertion") unter Nutzung von VD-Strukturen, Variante I, Nachbarschaftsgrad $g=2$ auf die TSP der Gruppen II und III (tw.) im Vergleich zur unmodifizierten CHI-TA-Heuristik, Wiedergabe der Komponenten der Rechenzeiten in Sekunden (OZ): Vollprüfungszeit (VP), Teilprüfungszeit (TP), Zeit für die Bestimmung der Nachbarschaftsstrukturen (NBS) sowie Restzeit (RZ).	Tab. 119
563	Ergebnisse der Anwendung der CHI-TA-Heuristik (Modus B, Parametrisierung 7-10: "Cheapest Insertion - Greatest Angle Insertion") unter Nutzung von VD-Strukturen, Variante I, Nachbarschaftsgrad <i>g</i> = 3 auf die TSP der Gruppen II und III (tw.) im Vergleich zur unmodifizierten CHI-TA-Heuristik, Wiedergabe der Komponenten der Rechenzeiten in Sekunden (OZ): Vollprüfungszeit (VP), Teilprüfungszeit (TP), Zeit für die Bestimmung der Nachbarschaftsstrukturen (NBS) sowie Restzeit (RZ).	Tab. 120
567	Ergebnisse der Anwendung der CHI-TA-Heuristik (Modus B, Parametrisierung 7-10: "Cheapest Insertion - Greatest Angle Insertion") unter Nutzung von VD-Strukturen, Variante II, Nachbarschaftsgrade $g_A = 1$, $g_B = 1$ auf die TSP der Gruppe II im Vergleich zur unmodifizierten CHI-TA-Heuristik sowie zur CHI-TA VD1-Heuristik; Wiedergabe der Komponenten der Rechenzeiten in Sekunden (OZ): Vollprüfungszeit (VP), Teilprüfungszeit (TP), Zeit für die Bestimmung der Nachbarschaftsstrukturen (NBS) sowie Restzeit (RZ); außerdem Lösungsqualitäten als %>OLN.	Tab. 121
	Ergebnisse der Anwendung der CHI-TA-Heuristik (Modus B, Parametrisierung 7-10: "Cheapest Insertion - Greatest Angle Insertion") unter Nutzung von VD-Strukturen, Variante II, Nachbarschaftsgrade $g_A = 1$, $g_B = 2$ auf die TSP der Gruppe II im Vergleich zur unmodifizierten CHI-TA-Heuristik sowie zur CHI-TA VD1-Heuristik: Wie-	Tab. 122

g 1	dergabe der Komponenten der Rechenzeiten in Sekunden (OZ): Voll- prüfungszeit (VP), Teilprüfungszeit (TP), Zeit für die Bestimmung der Nachbarschaftsstrukturen (NBS) sowie Restzeit (RZ); außerdem Lösungsqualitäten als %>OLN.	
) - - - 5	Ergebnisse der Anwendung der CHI-TA-Heuristik (Modus B, Parametrisierung 7-10: "Cheapest Insertion - Greatest Angle Insertion") unter Nutzung von VD-Strukturen, Variante II, Nachbarschaftsgrade $g_A = 1$, $g_B = 3$ auf die TSP der Gruppe II im Vergleich zur unmodifizierten CHI-TA-Heuristik sowie zur CHI-TA VD1-Heuristik; Wiedergabe der Komponenten der Rechenzeiten in Sekunden (OZ): Vollprüfungszeit (VP), Teilprüfungszeit (TP), Zeit für die Bestimmung der Nachbarschaftsstrukturen (NBS) sowie Restzeit (RZ); außerdem Lösungsqualitäten als %>OLN	Tab. 123
) - - - - 5	Ergebnisse der Anwendung der CHI-TA-Heuristik (Modus B, Parametrisierung 7-10: "Cheapest Insertion - Greatest Angle Insertion") unter Nutzung von VD-Strukturen, Variante II, Nachbarschaftsgrade $g_A = 2$, $g_B = 1$ auf die TSP der Gruppe II im Vergleich zur unmodifizierten CHI-TA-Heuristik sowie zur CHI-TA VD1-Heuristik; Wiedergabe der Komponenten der Rechenzeiten in Sekunden (OZ): Vollprüfungszeit (VP), Teilprüfungszeit (TP), Zeit für die Bestimmung der Nachbarschaftsstrukturen (NBS) sowie Restzeit (RZ); außerdem Lösungsqualitäten als %>OLN	Tab. 124
) - - - 5	Ergebnisse der Anwendung der CHI-TA-Heuristik (Modus B, Parametrisierung 7-10: "Cheapest Insertion - Greatest Angle Insertion") unter Nutzung von VD-Strukturen, Variante II, Nachbarschaftsgrade $g_A = 2$, $g_B = 2$ auf die TSP der Gruppe II im Vergleich zur unmodifizierten CHI-TA-Heuristik sowie zur CHI-TA VD1-Heuristik; Wiedergabe der Komponenten der Rechenzeiten in Sekunden (OZ): Vollprüfungszeit (VP), Teilprüfungszeit (TP), Zeit für die Bestimmung der Nachbarschaftsstrukturen (NBS) sowie Restzeit (RZ); außerdem Lösungsqualitäten als %>OLN	Tab. 125
) - - - 5	Ergebnisse der Anwendung der CHI-TA-Heuristik (Modus B, Parametrisierung 7-10: "Cheapest Insertion - Greatest Angle Insertion") unter Nutzung von VD-Strukturen, Variante II, Nachbarschaftsgrade $g_A = 2$, $g_B = 3$ auf die TSP der Gruppe II im Vergleich zur unmodifizierten CHI-TA-Heuristik sowie zur CHI-TA VD1-Heuristik; Wiedergabe der Komponenten der Rechenzeiten in Sekunden (OZ): Vollprüfungszeit (VP), Teilprüfungszeit (TP), Zeit für die Bestimmung der Nachbarschaftsstrukturen (NBS) sowie Restzeit (RZ); außerdem Lösungsqualitäten als %>OLN	Tab. 126
) - ;	Ergebnisse der Anwendung der CHI-TA-Heuristik (Modus B, Parametrisierung 7-10: "Cheapest Insertion - Greatest Angle Insertion") unter Nutzung von VD-Strukturen, Variante II, Nachbarschaftsgrade $g_A = 3$, $g_B = 1$ auf die TSP der Gruppe II im Vergleich zur unmodifizierten CHI-TA-Heuristik sowie zur CHI-TA VD1-Heuristik; Wiedergabe der Komponenten der Rechenzeiten in Sekunden (OZ): Vollprüfungszeit (VP), Teilprüfungszeit (TP), Zeit für die Bestimmung	Tab. 127

	der Nachbarschaftsstrukturen (NBS) sowie Restzeit (RZ); außerdem Lösungsqualitäten als %>OLN
Tab. 128	Ergebnisse der Anwendung der CHI-TA-Heuristik (Modus B, Parametrisierung 7-10: "Cheapest Insertion - Greatest Angle Insertion") unter Nutzung von VD-Strukturen, Variante II, Nachbarschaftsgrade $g_A = 3$, $g_B = 2$ auf die TSP der Gruppe II im Vergleich zur unmodifizierten CHI-TA-Heuristik sowie zur CHI-TA VD1-Heuristik; Wiedergabe der Komponenten der Rechenzeiten in Sekunden (OZ): Vollprüfungszeit (VP), Teilprüfungszeit (TP), Zeit für die Bestimmung der Nachbarschaftsstrukturen (NBS) sowie Restzeit (RZ); außerdem Lösungsqualitäten als %>OLN
Tab. 129	Ergebnisse der Anwendung der CHI-TA-Heuristik (Modus B, Parametrisierung 7-10: "Cheapest Insertion - Greatest Angle Insertion") unter Nutzung von VD-Strukturen, Variante II, Nachbarschaftsgrade $g_A = 3$, $g_B = 3$ auf die TSP der Gruppe II im Vergleich zur unmodifizierten CHI-TA-Heuristik sowie zur CHI-TA VD1-Heuristik; Wiedergabe der Komponenten der Rechenzeiten in Sekunden (OZ): Vollprüfungszeit (VP), Teilprüfungszeit (TP), Zeit für die Bestimmung der Nachbarschaftsstrukturen (NBS) sowie Restzeit (RZ); außerdem Lösungsqualitäten als %>OLN
Tab. 130	Ergebnisse der Anwendung der CHI-TA-Heuristik (Modus B, Parametrisierung 7-10: "Cheapest Insertion - Greatest Angle Insertion") unter Nutzung von VD-Strukturen, Variante II, Nachbarschaftsgrade $g_A = 1$, $g_B = 1$ auf die TSP der Gruppe III (tw.) im Vergleich zur unmodifizierten CHI-TA-Heuristik sowie zur CHI-TA VD1-Heuristik; Wiedergabe der Komponenten der Rechenzeiten in Sekunden (OZ): Vollprüfungszeit (VP), Teilprüfungszeit (TP), Zeit für die Bestimmung der Nachbarschaftsstrukturen (NBS) sowie Restzeit (RZ); außerdem Lösungsqualitäten als %>OLN
Tab. 131	Ergebnisse der Anwendung der CHI-TA-Heuristik (Modus B, Parametrisierung 7-10: "Cheapest Insertion - Greatest Angle Insertion") unter Nutzung von VD-Strukturen, Variante II, Nachbarschaftsgrade $g_A = 1$, $g_B = 2$ auf die TSP der Gruppe III (tw.) im Vergleich zur unmodifizierten CHI-TA-Heuristik sowie zur CHI-TA VD1-Heuristik; Wiedergabe der Komponenten der Rechenzeiten in Sekunden (OZ): Vollprüfungszeit (VP), Teilprüfungszeit (TP), Zeit für die Bestimmung der Nachbarschaftsstrukturen (NBS) sowie Restzeit (RZ); außerdem Lösungsqualitäten als %>OLN
Tab. 132	Ergebnisse der Anwendung der CHI-TA-Heuristik (Modus B, Parametrisierung 7-10: "Cheapest Insertion - Greatest Angle Insertion") unter Nutzung von VD-Strukturen, Variante II, Nachbarschaftsgrade $g_A = 1$, $g_B = 3$ auf die TSP der Gruppe III (tw.) im Vergleich zur unmodifizierten CHI-TA-Heuristik sowie zur CHI-TA VD1-Heuristik; Wiedergabe der Komponenten der Rechenzeiten in Sekunden (OZ): Vollprüfungszeit (VP), Teilprüfungszeit (TP), Zeit für die Bestimmung der Nachbarschaftsstrukturen (NBS) sowie Restzeit (RZ); außerdem Lösungsqualitäten als %>OLN

Tab. 133	Ergebnisse der Anwendung der CHI-TA-Heuristik (Modus B, Parametrisierung 7-10: "Cheapest Insertion - Greatest Angle Insertion") unter Nutzung von VD-Strukturen, Variante II, Nachbarschaftsgrade $g_A = 2$, $g_B = 1$ auf die TSP der Gruppe III (tw.) im Vergleich zur unmodifizierten CHI-TA-Heuristik sowie zur CHI-TA VD1-Heuristik; Wiedergabe der Komponenten der Rechenzeiten in Sekunden (OZ): Vollprüfungszeit (VP), Teilprüfungszeit (TP), Zeit für die Bestimmung der Nachbarschaftsstrukturen (NBS) sowie Restzeit (RZ); außerdem Lösungsqualitäten als %>OLN	577
Tab. 134	Ergebnisse der Anwendung der CHI-TA-Heuristik (Modus B, Parametrisierung 7-10: "Cheapest Insertion - Greatest Angle Insertion") unter Nutzung von VD-Strukturen, Variante II, Nachbarschaftsgrade $g_A = 2$, $g_B = 2$ auf die TSP der Gruppe III (tw.) im Vergleich zur unmodifizierten CHI-TA-Heuristik sowie zur CHI-TA VD1-Heuristik; Wiedergabe der Komponenten der Rechenzeiten in Sekunden (OZ): Vollprüfungszeit (VP), Teilprüfungszeit (TP), Zeit für die Bestimmung der Nachbarschaftsstrukturen (NBS) sowie Restzeit (RZ); außerdem Lösungsqualitäten als %>OLN	578
Tab. 135	Ergebnisse der Anwendung der CHI-TA-Heuristik (Modus B, Parametrisierung 7-10: "Cheapest Insertion - Greatest Angle Insertion") unter Nutzung von VD-Strukturen, Variante II, Nachbarschaftsgrade $g_A = 2$, $g_B = 3$ auf die TSP der Gruppe III (tw.) im Vergleich zur unmodifizierten CHI-TA-Heuristik sowie zur CHI-TA VD1-Heuristik; Wiedergabe der Komponenten der Rechenzeiten in Sekunden (OZ): Vollprüfungszeit (VP), Teilprüfungszeit (TP), Zeit für die Bestimmung der Nachbarschaftsstrukturen (NBS) sowie Restzeit (RZ); außerdem Lösungsqualitäten als %>OLN	578
Tab. 136	Ergebnisse der Anwendung der CHI-TA-Heuristik (Modus B, Parametrisierung 7-10: "Cheapest Insertion - Greatest Angle Insertion") unter Nutzung von VD-Strukturen, Variante II, Nachbarschaftsgrade $g_A = 3$, $g_B = 1$ auf die TSP der Gruppe III (tw.) im Vergleich zur unmodifizierten CHI-TA-Heuristik sowie zur CHI-TA VD1-Heuristik; Wiedergabe der Komponenten der Rechenzeiten in Sekunden (OZ): Vollprüfungszeit (VP), Teilprüfungszeit (TP), Zeit für die Bestimmung der Nachbarschaftsstrukturen (NBS) sowie Restzeit (RZ); außerdem Lösungsqualitäten als %>OLN	579
Tab. 137	Ergebnisse der Anwendung der CHI-TA-Heuristik (Modus B, Parametrisierung 7-10: "Cheapest Insertion - Greatest Angle Insertion") unter Nutzung von VD-Strukturen, Variante II, Nachbarschaftsgrade $g_A = 3$, $g_B = 2$ auf die TSP der Gruppe III (tw.) im Vergleich zur unmodifizierten CHI-TA-Heuristik sowie zur CHI-TA VD1-Heuristik; Wiedergabe der Komponenten der Rechenzeiten in Sekunden (OZ): Vollprüfungszeit (VP), Teilprüfungszeit (TP), Zeit für die Bestimmung der Nachbarschaftsstrukturen (NBS) sowie Restzeit (RZ); außerdem Lösungsqualitäten als %>OLN	579

580	metrisierung 7-10: "Cheapest Insertion - Greatest Angle Insertion") unter Nutzung von VD-Strukturen, Variante II, Nachbarschaftsgrade $g_A = 3$, $g_B = 3$ auf die TSP der Gruppe III (tw.) im Vergleich zur unmodifizierten CHI-TA-Heuristik sowie zur CHI-TA VD1-Heuristik; Wiedergabe der Komponenten der Rechenzeiten in Sekunden (OZ): Vollprüfungszeit (VP), Teilprüfungszeit (TP), Zeit für die Bestimmung der Nachbarschaftsstrukturen (NBS) sowie Restzeit (RZ); außerdem Lösungsqualitäten als %>OLN	130. 138
582	Vollprüfungsquoten (VPQ) bei der Anwendung der CHI-TA-Heuristik (Modus B, Parametrisierung 7-10: "Cheapest Insertion - Greatest Angle Insertion") unter Nutzung von VD-Strukturen, Variante II, bei Variation der Nachbarschaftsparameter $g_A - g_B$ (1-1 bis 1-3) auf die TSP der Gruppen II und III (tw.) im Vergleich zur unmodifizierten CHI-TA- und zur CHI-TA VD1-Heuristik ($g=3$) mit gleicher Grundparametrisierung (Modus B, 7-10). Ausweis der Relation zwischen sich ergebender VPQ und VPQ CHI-TA unmodifiziert in %	Tab. 139
583	Vollprüfungsquoten (VPQ) bei der Anwendung der CHI-TA-Heuristik (Modus B, Parametrisierung 7-10: "Cheapest Insertion - Greatest Angle Insertion") unter Nutzung von VD-Strukturen, Variante II, bei Variation der Nachbarschaftsparameter $g_A - g_B$ (2-1 bis 2-3) auf die TSP der Gruppen II und III (tw.) im Vergleich zur unmodifizierten CHI-TA- und zur CHI-TA VD1-Heuristik ($g=3$) mit gleicher Grundparametrisierung (Modus B, 7-10). Ausweis der Relation zwischen sich ergebender VPQ und VPQ CHI-TA unmodifiziert in %	Tab. 140
584	Vollprüfungsquoten (VPQ) bei der Anwendung der CHI-TA-Heuristik (Modus B, Parametrisierung 7-10: "Cheapest Insertion - Greatest Angle Insertion") unter Nutzung von VD-Strukturen, Variante II, bei Variation der Nachbarschaftsparameter $g_A - g_B$ (3-1 bis 3-3) auf die TSP der Gruppen II und III (tw.) im Vergleich zur unmodifizierten CHI-TA- und zur CHI-TA VD1-Heuristik ($g=3$) mit gleicher Grundparametrisierung (Modus B, 7-10). Ausweis der Relation zwischen sich ergebender VPQ und VPQ CHI-TA unmodifiziert in %	Tab. 141
595	Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik auf die 35 TSP der Gruppe II bei verschiedenen Abbruchquoten (ABQ: 0%, 1%, 2%): Realisierte Lösungsqualitäten als % über OLN (%>OLN), Rechenzeiten in Sekunden (OZ) und Angabe der Anzahl nachträglich in die Rundreise eingefügter Städte (NIF) im Vergleich mit den Lösungsqualitäten und Rechenzeiten der unmodifizierten CHI-TA- sowie der CHI-TA VD2-Heuristik (mit der Grundparametrisierung Modus B, VAV-EAV: 7-10, "Cheapest Insertion - Greatest Angle Insertion"; bei CHI-TA VD2 $g_A = 2$; $g_B = 3$; für CHI-TA VD2 keine Angabe von Lösungsqualitäten, da identisch zur CHI-TA-Heuristik).	Tab. 142
	Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik auf die 35 TSP der Gruppe II bei verschiedenen Abbruchquoten (ABQ: 3%, 4%, 5%): Realisierte Lösungsqualitäten als % über OLN (%>OLN), Rechenzeiten in Sekunden (OZ) und Angabe der Anzahl nachträglich in die Rundreise eingefügter Städte (NIF) im Vergleich mit den Lösungs-	Tab. 143

	qualitaten und Rechenzeiten der unmodifizierten CHI-TA- sowie der CHI-TA VD2-Heuristik (mit der Grundparametrisierung Modus B, VAV-EAV: 7-10, "Cheapest Insertion - Greatest Angle Insertion"; bei CHI-TA VD2 $g_A = 2$; $g_B = 3$; für CHI-TA VD2 keine Angabe von Lösungsqualitäten, da identisch zur CHI-TA-Heuristik)	596
Tab. 144	Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik auf die 35 TSP der Gruppe II bei verschiedenen Abbruchquoten (ABQ: 6%, 7%, 8%): Realisierte Lösungsqualitäten als % über OLN (%>OLN), Rechenzeiten in Sekunden (OZ) und Angabe der Anzahl nachträglich in die Rundreise eingefügter Städte (NIF) im Vergleich mit den Lösungsqualitäten und Rechenzeiten der unmodifizierten CHI-TA- sowie der CHI-TA VD2-Heuristik (mit der Grundparametrisierung Modus B, VAV-EAV: 7-10, "Cheapest Insertion - Greatest Angle Insertion"; bei CHI-TA VD2 $g_A = 2$; $g_B = 3$; für CHI-TA VD2 keine Angabe von Lösungsqualitäten, da identisch zur CHI-TA-Heuristik).	597
Tab. 145	Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik auf die 35 TSP der Gruppe II bei verschiedenen Abbruchquoten (ABQ: 9%, 10%, 11%): Realisierte Lösungsqualitäten als % über OLN (%>OLN), Rechenzeiten in Sekunden (OZ) und Angabe der Anzahl nachträglich in die Rundreise eingefügter Städte (NIF) im Vergleich mit den Lösungsqualitäten und Rechenzeiten der unmodifizierten CHI-TA- sowie der CHI-TA VD2-Heuristik (mit der Grundparametrisierung Modus B, VAV-EAV: 7-10, "Cheapest Insertion - Greatest Angle Insertion"; bei CHI-TA VD2 $g_A = 2$; $g_B = 3$; für CHI-TA VD2 keine Angabe von Lösungsqualitäten, da identisch zur CHI-TA-Heuristik)	598
Tab. 146	Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik auf die 35 TSP der Gruppe II bei verschiedenen Abbruchquoten (ABQ: 12%, 13%, 14%): Realisierte Lösungsqualitäten als % über OLN (%>OLN), Rechenzeiten in Sekunden (OZ) und Angabe der Anzahl nachträglich in die Rundreise eingefügter Städte (NIF) im Vergleich mit den Lösungsqualitäten und Rechenzeiten der unmodifizierten CHI-TA- sowie der CHI-TA VD2-Heuristik (mit der Grundparametrisierung Modus B, VAV-EAV: 7-10, "Cheapest Insertion - Greatest Angle Insertion"; bei CHI-TA VD2 $g_A = 2$; $g_B = 3$; für CHI-TA VD2 keine Angabe von Lösungsqualitäten, da identisch zur CHI-TA-Heuristik).	599
Tab. 147	Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik auf die 35 TSP der Gruppe II bei verschiedenen Abbruchquoten (ABQ: 15%, 16%, 17%): Realisierte Lösungsqualitäten als % über OLN (%>OLN), Rechenzeiten in Sekunden (OZ) und Angabe der Anzahl nachträglich in die Rundreise eingefügter Städte (NIF) im Vergleich mit den Lösungsqualitäten und Rechenzeiten der unmodifizierten CHI-TA- sowie der CHI-TA VD2-Heuristik (mit der Grundparametrisierung Modus B, VAV-EAV: 7-10, "Cheapest Insertion - Greatest Angle Insertion"; bei CHI-TA VD2 $g_A = 2$; $g_B = 3$; für CHI-TA VD2 keine Angabe von Lösungsqualitäten, da identisch zur CHI-TA-Heuristik)	600

148	Gruppe II bei verschiedenen Abbruchquoten (ABQ: 18%, 19%, 20%): Realisierte Lösungsqualitäten als % über OLN (%>OLN), Rechenzeiten in Sekunden (OZ) und Angabe der Anzahl nachträglich in die Rundreise eingefügter Städte (NIF) im Vergleich mit den Lösungsqualitäten und Rechenzeiten der unmodifizierten CHI-TA- sowie der CHI-TA VD2-Heuristik (mit der Grundparametrisierung Modus B, VAV-EAV: 7-10, "Cheapest Insertion - Greatest Angle Insertion"; bei CHI-TA VD2 $g_A = 2$; $g_B = 3$; für CHI-TA VD2 keine Angabe von Lösungsqualitäten, da identisch zur CHI-TA-Heuristik)	601
Tab. 149	Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik auf die 6 TSP der Gruppe III (tw.) bei verschiedenen Abbruchquoten (ABQ: 0%, 1%, 2%): Realisierte Lösungsqualitäten als % über OLN (%>OLN), Rechenzeiten in Sekunden (OZ) und Anzahl der nachträglich in die Rundreise eingefügten Städte (NIF) im Vergleich mit den Lösungsqualitäten und Rechenzeiten der unmodifizierten CHI-TA- sowie der CHI-TA VD2-Heuristik (mit der Grundparametrisierung Modus B, VAV-EAV: 7-10, "Cheapest Insertion - Greatest Angle Insertion"; bei CHI-TA VD2 $g_A = 2$; $g_B = 3$; für CHI-TA VD2 keine Angabe von Lösungsqualitäten, da identisch zur CHI-TA-Heuristik)	602
Tab. 150	Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik auf die 6 TSP der Gruppe III (tw.) bei verschiedenen Abbruchquoten (ABQ: 3%, 4%, 5%): Realisierte Lösungsqualitäten als % über OLN (%>OLN), Rechenzeiten in Sekunden (OZ) und Anzahl der nachträglich in die Rundreise eingefügten Städte (NIF) im Vergleich mit den Lösungsqualitäten und Rechenzeiten der unmodifizierten CHI-TA- sowie der CHI-TA VD2-Heuristik (mit der Grundparametrisierung Modus B, VAV-EAV: 7-10, "Cheapest Insertion - Greatest Angle Insertion"; bei CHI-TA VD2 $g_A = 2$; $g_B = 3$; für CHI-TA VD2 keine Angabe von Lösungsqualitäten, da identisch zur CHI-TA-Heuristik)	
Tab. 151	Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik auf die 6 TSP der Gruppe III (tw.) bei verschiedenen Abbruchquoten (ABQ: 6%, 7%, 8%): Realisierte Lösungsqualitäten als % über OLN (%>OLN), Rechenzeiten in Sekunden (OZ) und Anzahl der nachträglich in die Rundreise eingefügten Städte (NIF) im Vergleich mit den Lösungsqualitäten und Rechenzeiten der unmodifizierten CHI-TA- sowie der CHI-TA VD2-Heuristik (mit der Grundparametrisierung Modus B, VAV-EAV: 7-10, "Cheapest Insertion - Greatest Angle Insertion"; bei CHI-TA VD2 $g_A = 2$; $g_B = 3$; für CHI-TA VD2 keine Angabe von Lösungsqualitäten, da identisch zur CHI-TA-Heuristik)	603
Tab. 152	Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik auf die 6 TSP der Gruppe III (tw.) bei verschiedenen Abbruchquoten (ABQ: 9%, 10%, 11%): Realisierte Lösungsqualitäten als % über OLN (%>OLN), Rechenzeiten in Sekunden (OZ) und Anzahl der nachträglich in die Rundreise eingefügten Städte (NIF) im Vergleich mit den Lösungsqualitäten und Rechenzeiten der unmodifizierten CHI-TA- sowie der CHI-TA VD2-Heuristik (mit der Grundparametrisierung Modus B, VAV-EAV: 7-10, "Cheapest Insertion - Greatest Angle Insertion"; bei	

	CHI-TA VD2 $g_A = 2$; $g_B = 3$; fur CHI-TA VD2 keine Angabe von Lösungsqualitäten, da identisch zur CHI-TA-Heuristik)	03
Tab. 153	Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik auf die 6 TSP der Gruppe III (tw.) bei verschiedenen Abbruchquoten (ABQ: 12%, 13%, 14%): Realisierte Lösungsqualitäten als % über OLN (%>OLN), Rechenzeiten in Sekunden (OZ) und Anzahl der nachträglich in die Rundreise eingefügten Städte (NIF) im Vergleich mit den Lösungsqualitäten und Rechenzeiten der unmodifizierten CHI-TA- sowie der CHI-TA VD2-Heuristik (mit der Grundparametrisierung Modus B, VAV-EAV: 7-10, "Cheapest Insertion - Greatest Angle Insertion"; bei CHI-TA VD2 $g_A = 2$; $g_B = 3$; für CHI-TA VD2 keine Angabe von Lösungsqualitäten, da identisch zur CHI-TA-Heuristik)	04
Tab. 154	Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik auf die 6 TSP der Gruppe III (tw.) bei verschiedenen Abbruchquoten (ABQ: 15%, 16%, 17%): Realisierte Lösungsqualitäten als % über OLN (%>OLN), Rechenzeiten in Sekunden (OZ) und Anzahl der nachträglich in die Rundreise eingefügten Städte (NIF) im Vergleich mit den Lösungsqualitäten und Rechenzeiten der unmodifizierten CHI-TA- sowie der CHI-TA VD2-Heuristik (mit der Grundparametrisierung Modus B, VAV-EAV: 7-10, "Cheapest Insertion - Greatest Angle Insertion"; bei CHI-TA VD2 $g_A = 2$; $g_B = 3$; für CHI-TA VD2 keine Angabe von Lösungsqualitäten, da identisch zur CHI-TA-Heuristik).	04
Tab. 155	Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik auf die 6 TSP der Gruppe III (tw.) bei verschiedenen Abbruchquoten (ABQ: 18%, 19%, 20%): Realisierte Lösungsqualitäten als % über OLN (%>OLN), Rechenzeiten in Sekunden (OZ) und Anzahl der nachträglich in die Rundreise eingefügten Städte (NIF) im Vergleich mit den Lösungsqualitäten und Rechenzeiten der unmodifizierten CHI-TA- sowie der CHI-TA VD2-Heuristik (mit der Grundparametrisierung Modus B, VAV-EAV: 7-10, "Cheapest Insertion - Greatest Angle Insertion"; bei CHI-TA VD2 $g_A = 2$; $g_B = 3$; für CHI-TA VD2 keine Angabe von Lösungsqualitäten, da identisch zur CHI-TA-Heuristik).	05
Tab. 156	Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik bei Variation der Abbruchquote (ABQ 0%, 1%) in Kombination mit der NIVD-Heuristik (mit <i>g</i> = 1) auf die 35 TSP der Gruppe II: Realisierte Lösungsqualitäten als % über OLN (%>OLN), Rechenzeiten in Sekunden für die Kombination der beiden Heuristiken (OZ ges.) sowie der isolierten NIVD-Heuristik (OZ NIVD); Angabe der Anzahl nachträglich in die Rundreise eingefügter Städte (NIF) und notwendige Anzahl an Läufen der NIVD-Heuristik (#VL) im Vergleich zu den Lösungsqualitäten und Rechenzeiten der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik (Parametrisierung: Modus B, VAV-EAV: 7-10).	29
Tab. 157	Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik bei Variation der Abbruchquote (ABQ 2%, 3%) in Kombination mit der NIVD-Heuristik (mit $g=1$) auf die 35 TSP der Gruppe II: Realisierte Lösungsqualitäten als % über OLN (%>OLN), Rechenzeiten in Sekunden für die Kombination der beiden Heuristiken (OZ ges.) sowie der isolierten NIVD-Heuristik (OZ NIVD); Angabe der Anzahl nachträglich in	

	Läufen der NIVD-Heuristik (#VL) im Vergleich zu den Lösungsqualitäten und Rechenzeiten der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik (Parametrisierung: Modus B, VAV-EAV: 7-10).	630
Tab. 158	Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik bei Variation der Abbruchquote (ABQ 4%, 5%) in Kombination mit der NIVD-Heuristik (mit <i>g</i> = 1) auf die 35 TSP der Gruppe II: Realisierte Lösungsqualitäten als % über OLN (%>OLN), Rechenzeiten in Sekunden für die Kombination der beiden Heuristiken (OZ ges.) sowie der isolierten NIVD-Heuristik (OZ NIVD); Angabe der Anzahl nachträglich in die Rundreise eingefügter Städte (NIF) und notwendige Anzahl an Läufen der NIVD-Heuristik (#VL) im Vergleich zu den Lösungsqualitäten und Rechenzeiten der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik (Parametrisierung: Modus B, VAV-EAV: 7-10).	631
Tab. 159	Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik bei Variation der Abbruchquote (ABQ 6%, 7%) in Kombination mit der NIVD-Heuristik (mit <i>g</i> = 1) auf die 35 TSP der Gruppe II: Realisierte Lösungsqualitäten als % über OLN (%>OLN), Rechenzeiten in Sekunden für die Kombination der beiden Heuristiken (OZ ges.) sowie der isolierten NIVD-Heuristik (OZ NIVD); Angabe der Anzahl nachträglich in die Rundreise eingefügter Städte (NIF) und notwendige Anzahl an Läufen der NIVD-Heuristik (#VL) im Vergleich zu den Lösungsqualitäten und Rechenzeiten der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik (Parametrisierung: Modus B, VAV-EAV: 7-10).	632
Tab. 160	Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik bei Variation der Abbruchquote (ABQ 8%, 9%) in Kombination mit der NIVD-Heuristik (mit <i>g</i> = 1) auf die 35 TSP der Gruppe II: Realisierte Lösungsqualitäten als % über OLN (%>OLN), Rechenzeiten in Sekunden für die Kombination der beiden Heuristiken (OZ ges.) sowie der isolierten NIVD-Heuristik (OZ NIVD); Angabe der Anzahl nachträglich in die Rundreise eingefügter Städte (NIF) und notwendige Anzahl an Läufen der NIVD-Heuristik (#VL) im Vergleich zu den Lösungsqualitäten und Rechenzeiten der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik (Parametrisierung: Modus B, VAV-EAV: 7-10).	633
Tab. 161	Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik bei Variation der Abbruchquote (ABQ 10%, 11%) in Kombination mit der NIVD-Heuristik (mit $g=1$) auf die 35 TSP der Gruppe II: Realisierte Lösungsqualitäten als % über OLN (%>OLN), Rechenzeiten in Sekunden für die Kombination der beiden Heuristiken (OZ ges.) sowie der isolierten NIVD-Heuristik (OZ NIVD); Angabe der Anzahl nachträglich in die Rundreise eingefügter Städte (NIF) und notwendige Anzahl an Läufen der NIVD-Heuristik (#VL) im Vergleich zu den Lösungsqualitäten und Rechenzeiten der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik (Parametrisierung: Modus B, VAV-EAV: 7-10).	634
Tab. 162	Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik bei Variation der Abbruchquote (ABQ 12%, 13%) in Kombination mit der NIVD-Heuristik (mit $g=1$) auf die 35 TSP der Gruppe II: Realisierte Lösungsqualitäten als % über OLN (%>OLN), Rechenzeiten in Sekunden für	

	die Kombination der beiden Heuristiken (OZ ges.) sowie der isolierten NIVD-Heuristik (OZ NIVD); Angabe der Anzahl nachträglich in die Rundreise eingefügter Städte (NIF) und notwendige Anzahl an Läufen der NIVD-Heuristik (#VL) im Vergleich zu den Lösungsqualitäten und Rechenzeiten der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik (Parametrisierung: Modus B, VAV-EAV: 7-10)	5
Tab. 163	Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik bei Variation der Abbruchquote (ABQ 14%, 15%) in Kombination mit der NIVD-Heuristik (mit $g=1$) auf die 35 TSP der Gruppe II: Realisierte Lösungsqualitäten als % über OLN (%>OLN), Rechenzeiten in Sekunden für die Kombination der beiden Heuristiken (OZ ges.) sowie der isolierten NIVD-Heuristik (OZ NIVD); Angabe der Anzahl nachträglich in die Rundreise eingefügter Städte (NIF) und notwendige Anzahl an Läufen der NIVD-Heuristik (#VL) im Vergleich zu den Lösungsqualitäten und Rechenzeiten der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik (Parametrisierung: Modus B, VAV-EAV: 7-10).	6
Tab. 164	Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik bei Variation der Abbruchquote (ABQ 16%, 17%) in Kombination mit der NIVD-Heuristik (mit $g=1$) auf die 35 TSP der Gruppe II: Realisierte Lösungsqualitäten als % über OLN (%>OLN), Rechenzeiten in Sekunden für die Kombination der beiden Heuristiken (OZ ges.) sowie der isolierten NIVD-Heuristik (OZ NIVD); Angabe der Anzahl nachträglich in die Rundreise eingefügter Städte (NIF) und notwendige Anzahl an Läufen der NIVD-Heuristik (#VL) im Vergleich zu den Lösungsqualitäten und Rechenzeiten der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik (Parametrisierung: Modus B, VAV-EAV: 7-10).	7
Tab. 165	Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik bei Variation der Abbruchquote (ABQ 18%, 19%) in Kombination mit der NIVD-Heuristik (mit $g=1$) auf die 35 TSP der Gruppe II: Realisierte Lösungsqualitäten als % über OLN (%>OLN), Rechenzeiten in Sekunden für die Kombination der beiden Heuristiken (OZ ges.) sowie der isolierten NIVD-Heuristik (OZ NIVD); Angabe der Anzahl nachträglich in die Rundreise eingefügter Städte (NIF) und notwendige Anzahl an Läufen der NIVD-Heuristik (#VL) im Vergleich zu den Lösungsqualitäten und Rechenzeiten der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik (Parametrisierung: Modus B, VAV-EAV: 7-10).	8
Tab. 166	Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik bei Variation der Abbruchquote (ABQ 20%, 21%) in Kombination mit der NIVD-Heuristik (mit $g=1$) auf die 35 TSP der Gruppe II: Realisierte Lösungsqualitäten als % über OLN (%>OLN), Rechenzeiten in Sekunden für die Kombination der beiden Heuristiken (OZ ges.) sowie der isolierten NIVD-Heuristik (OZ NIVD); Angabe der Anzahl nachträglich in die Rundreise eingefügter Städte (NIF) und notwendige Anzahl an Läufen der NIVD-Heuristik (#VL) im Vergleich zu den Lösungsqualitäten und Rechenzeiten der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik (Parametrisierung: Modus B, VAV-EAV: 7-10).	9

Tab. 167	Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik bei Variation der Abbruchquote (ABQ 22%, 23%) in Kombination mit der NIVD-Heuristik (mit <i>g</i> = 1) auf die 35 TSP der Gruppe II: Realisierte Lösungsqualitäten als % über OLN (%>OLN), Rechenzeiten in Sekunden für die Kombination der beiden Heuristiken (OZ ges.) sowie der isolierten NIVD-Heuristik (OZ NIVD); Angabe der Anzahl nachträglich in die Rundreise eingefügter Städte (NIF) und notwendige Anzahl an Läufen der NIVD-Heuristik (#VL) im Vergleich zu den Lösungsqualitäten und Rechenzeiten der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik (Parametrisierung: Modus B, VAV-EAV: 7-10).	640
Tab. 168	Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik bei Variation der Abbruchquote (ABQ 24%, 25%) in Kombination mit der NIVD-Heuristik (mit <i>g</i> = 1) auf die 35 TSP der Gruppe II: Realisierte Lösungsqualitäten als % über OLN (%>OLN), Rechenzeiten in Sekunden für die Kombination der beiden Heuristiken (OZ ges.) sowie der isolierten NIVD-Heuristik (OZ NIVD); Angabe der Anzahl nachträglich in die Rundreise eingefügter Städte (NIF) und notwendige Anzahl an Läufen der NIVD-Heuristik (#VL) im Vergleich zu den Lösungsqualitäten und Rechenzeiten der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik (Parametrisierung: Modus B, VAV-EAV: 7-10).	641
Tab. 169	Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik bei Variation der Abbruchquote (ABQ 0%, 1%) in Kombination mit der NIVD-Heuristik (mit <i>g</i> = 1) auf die 6 TSP der Gruppe III (tw.): Realisierte Lösungsqualitäten als % über OLN (%>OLN), Rechenzeiten in Sekunden für die Kombination der beiden Heuristiken (OZ ges.) sowie der isolierten NIVD-Heuristik (OZ NIVD); Angabe der Anzahl nachträglich in die Rundreise eingefügter Städte (NIF) und notwendige Anzahl an Läufen der NIVD-Heuristik (#VL) im Vergleich zu den Lösungsqualitäten und Rechenzeiten der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik (Parametrisierung: Modus B, VAV-EAV: 7-10).	642
Tab. 170	Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik bei Variation der Abbruchquote (ABQ 2%, 3%) in Kombination mit der NIVD-Heuristik (mit <i>g</i> = 1) auf die 6 TSP der Gruppe III (tw.): Realisierte Lösungsqualitäten als % über OLN (%>OLN), Rechenzeiten in Sekunden für die Kombination der beiden Heuristiken (OZ ges.) sowie der isolierten NIVD-Heuristik (OZ NIVD); Angabe der Anzahl nachträglich in die Rundreise eingefügter Städte (NIF) und notwendige Anzahl an Läufen der NIVD-Heuristik (#VL) im Vergleich zu den Lösungsqualitäten und Rechenzeiten der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik (Parametrisierung: Modus B, VAV-EAV: 7-10)	642
Tab. 171	Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik bei Variation der Abbruchquote (ABQ 4%, 5%) in Kombination mit der NIVD-Heuristik (mit $g=1$) auf die 6 TSP der Gruppe III (tw.): Realisierte Lösungsqualitäten als % über OLN (%>OLN), Rechenzeiten in Sekunden für die Kombination der beiden Heuristiken (OZ ges.) sowie der isolierten NIVD-Heuristik (OZ NIVD); Angabe der Anzahl nachträglich in die Rundreise eingefügter Städte (NIF) und notwendige Anzahl an Läufen der NIVD-Heuristik (#VL) im Vergleich zu den Lö-	

	ristik (Parametrisierung: Modus B, VAV-EAV: 7-10)64	3
Tab. 172	Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik bei Variation der Abbruchquote (ABQ 6%, 7%) in Kombination mit der NIVD-Heuristik (mit <i>g</i> = 1) auf die 6 TSP der Gruppe III (tw.): Realisierte Lösungsqualitäten als % über OLN (%>OLN), Rechenzeiten in Sekunden für die Kombination der beiden Heuristiken (OZ ges.) sowie der isolierten NIVD-Heuristik (OZ NIVD); Angabe der Anzahl nachträglich in die Rundreise eingefügter Städte (NIF) und notwendige Anzahl an Läufen der NIVD-Heuristik (#VL) im Vergleich zu den Lösungsqualitäten und Rechenzeiten der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik (Parametrisierung: Modus B, VAV-EAV: 7-10)	-3
Tab. 173	Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik bei Variation der Abbruchquote (ABQ 8%, 9%) in Kombination mit der NIVD-Heuristik (mit <i>g</i> = 1) auf die 6 TSP der Gruppe III (tw.): Realisierte Lösungsqualitäten als % über OLN (%>OLN), Rechenzeiten in Sekunden für die Kombination der beiden Heuristiken (OZ ges.) sowie der isolierten NIVD-Heuristik (OZ NIVD); Angabe der Anzahl nachträglich in die Rundreise eingefügter Städte (NIF) und notwendige Anzahl an Läufen der NIVD-Heuristik (#VL) im Vergleich zu den Lösungsqualitäten und Rechenzeiten der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik (Parametrisierung: Modus B, VAV-EAV: 7-10)	4
Tab. 174	Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik bei Variation der Abbruchquote (ABQ 10%, 11%) in Kombination mit der NIVD-Heuristik (mit <i>g</i> = 1) auf die 6 TSP der Gruppe III (tw.): Realisierte Lösungsqualitäten als % über OLN (%>OLN), Rechenzeiten in Sekunden für die Kombination der beiden Heuristiken (OZ ges.) sowie der isolierten NIVD-Heuristik (OZ NIVD); Angabe der Anzahl nachträglich in die Rundreise eingefügter Städte (NIF) und notwendige Anzahl an Läufen der NIVD-Heuristik (#VL) im Vergleich zu den Lösungsqualitäten und Rechenzeiten der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik (Parametrisierung: Modus B, VAV-EAV: 7-10)	4
Tab. 175	Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik bei Variation der Abbruchquote (ABQ 12%, 13%) in Kombination mit der NIVD-Heuristik (mit <i>g</i> = 1) auf die 6 TSP der Gruppe III (tw.): Realisierte Lösungsqualitäten als % über OLN (%>OLN), Rechenzeiten in Sekunden für die Kombination der beiden Heuristiken (OZ ges.) sowie der isolierten NIVD-Heuristik (OZ NIVD); Angabe der Anzahl nachträglich in die Rundreise eingefügter Städte (NIF) und notwendige Anzahl an Läufen der NIVD-Heuristik (#VL) im Vergleich zu den Lösungsqualitäten und Rechenzeiten der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik (Parametrisierung: Modus B, VAV-EAV: 7-10).	-5
Tab. 176	Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik bei Variation der Abbruchquote (ABQ 14%, 15%) in Kombination mit der NIVD-Heuristik (mit $g=1$) auf die 6 TSP der Gruppe III (tw.): Realisierte Lösungsqualitäten als % über OLN (%>OLN), Rechenzeiten in Sekunden für die Kombination der beiden Heuristiken (OZ ges.) sowie der isolierten NIVD-Heuristik (OZ NIVD); Angabe der Anzahl nachträg-	

	zahl an Läufen der NIVD-Heuristik (#VL) im Vergleich zu den Lösungsqualitäten und Rechenzeiten der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik (Parametrisierung: Modus B, VAV-EAV: 7-10)	645
Tab. 177	Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik bei Variation der Abbruchquote (ABQ 16%, 17%) in Kombination mit der NIVD-Heuristik (mit $g=1$) auf die 6 TSP der Gruppe III (tw.): Realisierte Lösungsqualitäten als % über OLN (%>OLN), Rechenzeiten in Sekunden für die Kombination der beiden Heuristiken (OZ ges.) sowie der isolierten NIVD-Heuristik (OZ NIVD); Angabe der Anzahl nachträglich in die Rundreise eingefügter Städte (NIF) und notwendige Anzahl an Läufen der NIVD-Heuristik (#VL) im Vergleich zu den Lösungsqualitäten und Rechenzeiten der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik (Parametrisierung: Modus B, VAV-EAV: 7-10).	646
Tab. 178	Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik bei Variation der Abbruchquote (ABQ 18%, 19%) in Kombination mit der NIVD-Heuristik (mit $g=1$) auf die 6 TSP der Gruppe III (tw.): Realisierte Lösungsqualitäten als % über OLN (%>OLN), Rechenzeiten in Sekunden für die Kombination der beiden Heuristiken (OZ ges.) sowie der isolierten NIVD-Heuristik (OZ NIVD); Angabe der Anzahl nachträglich in die Rundreise eingefügter Städte (NIF) und notwendige Anzahl an Läufen der NIVD-Heuristik (#VL) im Vergleich zu den Lösungsqualitäten und Rechenzeiten der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik (Parametrisierung: Modus B, VAV-EAV: 7-10)	646
Tab. 179	Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik bei Variation der Abbruchquote (ABQ 20%, 21%) in Kombination mit der NIVD-Heuristik (mit $g=1$) auf die 6 TSP der Gruppe III (tw.): Realisierte Lösungsqualitäten als % über OLN (%>OLN), Rechenzeiten in Sekunden für die Kombination der beiden Heuristiken (OZ ges.) sowie der isolierten NIVD-Heuristik (OZ NIVD); Angabe der Anzahl nachträglich in die Rundreise eingefügter Städte (NIF) und notwendige Anzahl an Läufen der NIVD-Heuristik (#VL) im Vergleich zu den Lösungsqualitäten und Rechenzeiten der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik (Parametrisierung: Modus B, VAV-EAV: 7-10)	647
Tab. 180	Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik bei Variation der Abbruchquote (ABQ 22%, 23%) in Kombination mit der NIVD-Heuristik (mit $g=1$) auf die 6 TSP der Gruppe III (tw.): Realisierte Lösungsqualitäten als % über OLN (%>OLN), Rechenzeiten in Sekunden für die Kombination der beiden Heuristiken (OZ ges.) sowie der isolierten NIVD-Heuristik (OZ NIVD); Angabe der Anzahl nachträglich in die Rundreise eingefügter Städte (NIF) und notwendige Anzahl an Läufen der NIVD-Heuristik (#VL) im Vergleich zu den Lösungsqualitäten und Rechenzeiten der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik (Parametrisierung: Modus B, VAV-EAV: 7-10).	647
Tab. 181	Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik bei Variation der Abbruchquote (ABQ 24%, 25%) in Kombination mit der NIVD-Heuristik (mit $g=1$) auf die 6 TSP der Gruppe III (tw.): Realisierte Lösungsqualitäten als % über OLN (%>OLN), Rechenzeiten in Sekun-	

	den für die Kombination der beiden Heuristiken (OZ ges.) sowie der isolierten NIVD-Heuristik (OZ NIVD); Angabe der Anzahl nachträglich in die Rundreise eingefügter Städte (NIF) und notwendige Anzahl an Läufen der NIVD-Heuristik (#VL) im Vergleich zu den Lösungsqualitäten und Rechenzeiten der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik (Parametrisierung: Modus B, VAV-EAV: 7-10)	.648
Tab. 182	Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik in Kombination mit der NIVD-Heuristik (mit $g=1$) auf die 35 TSP der Gruppe II, die 6 TSP der Gruppe III (tw.), sämtliche 41 TSP beider Gruppen: Mittelwerte der Lösungsqualitäten (%>OLN) bei Variation des Parameters Abbruchquote (ABQ) zwischen 0% und 25%.	.649
Tab. 183	Vergleich der Laufzeiten der CHI-TICI-Heuristik (Parametrisierung: ABQ 15% sowie ABQ 16%) in Kombination mit der NIVD- bzw. der NIVD-M-Heuristik (Parametrisierung: $g=1$): Anwendung der Kombination der Heuristiken auf 41 TSP der Gruppen II und III (tw.) aus der TSPLIB; Ausweis der Laufzeit in Sekunden (OZ) jeweils für die Kombination der beiden Heuristiken sowie die isolierte NIVD- bzw. NIVD-M-Heuristik; prozentualer Vergleich der realisierten Laufzeiten jeweils für die Kombination der beiden Heuristiken sowie die isolierte NIVD- bzw. NIVD-M-Heuristik	.657

1. Einführung

1.1. Gegenstand der Arbeit

Das "Traveling-Salesman-Problem" (TSP), auch als Handlungsreisenden-, Boten- oder Rundreiseproblem bezeichnet, kann zweifelsohne als eine der bekanntesten und am meisten beachteten kombinatorischen Problemstellungen des 20. Jahrhunderts gelten. Seine allgemeine Formulierung greift auf einen imaginären Handlungsreisenden zurück, welcher eine Anzahl an Orten bzw. Städten zu besuchen hat und sich zu Beginn seiner Reise in einer derselben aufhält. Die "Entfernungen" zwischen sämtlichen Städten sind ihm als geographische Distanzen, Reisekosten oder Reisezeit bekannt. Es ist ihm nunmehr aufgegeben, eine jede Stadt genau einmal aufzusuchen und anschließend wieder in den Startort zurückzukehren. Dabei soll - je nach den zugrundegelegten "Entfernungen" - durch die Wahl der Reihenfolge des Besuches der Städte entweder die zurückgelegte Strecke, die entstehenden Reisekosten oder die benötigte Reisezeit minimiert werden.

Diese auch für jeden mathematischen Laien einfach nachvollziehbare allgemeine Formulierbarkeit des TSP dürfte - in Verbindung mit der Tatsache, daß sich dieses vermeintlich so triviale Problem als mit vertretbarem Aufwand außerordentlich schwer optimal lösbar erweist -³ wesentlich mit zu seiner Popularität beigetragen haben.⁴ Ein weiterer Grund mag darin liegen,⁵ daß das TSP stellvertretend für eine ganze Anzahl anderer gleichfalls schwerlich effizient optimal lösbarer kombinatorischer Probleme steht. Die Wissenschaftskolumne der New York Times bezeichnete es im Jahre 1991, mit spöttischer Referenz an den damals aktuellen Golfkrieg bzw. an Saddam Hussein und einer gewissen populärwissenschaftlichen Übertreibung, als "the mother of all algorithmic problems". Obgleich es eine Vielzahl realweltlicher Situationen gibt, in welchen das TSP auftritt und seine Lösung einen konkreten Nutzen verspricht,⁵ bleibt es vor allem doch auch eine theoretische - intellektuelle - Herausforderung:8

Vgl. z.B. MÜLLER-MERBACH (1970), S. 65; PANNY (1978), S. 1; JOHNSON/PAPADIMITRIOU (1985a), S. 37; MELAMED/SERGEEV/SIGAL (1989a), S. 1147; STADLER/SCHNABL (1991), S. 1; GENDREAU/HERTZ/LAPORTE (1992), S. 1086; JÜNGER/REINELT (1992), S. 122; LAPORTE (1992a), S. 231; TSUBAKITANI/EVANS (1993), S. 65; REINELT (1994), S. 1.

Vgl. mit solchen allgemeinen (einführenden) Formulierungen des TSP z.B. CROES (1958), S. 791 f.; LITTLE/MURTY/SWEENEY/KAREL (1963), S. 972; LIN (1965), S. 2245; ESCHER (1968), S. 17; WEBER (1972), S. 14; HINRICHSEN (1975), S. 9; HOFFMAN/WOLFE (1985), S. 1; ME-LAMED/SERGEEV/SIGAL (1989a), S. 1148; SPRESSER (1989), S. 827.

³ Vgl. dazu mit eingehender bzw. exakter Erklärung Abschnitt 2.2.1.

Vgl. mit derartigen Aussagen z.B. ESCHER (1968), S. 17; BELLMORE/MALONE (1971), S. 278; PAPADIMITRIOU/STEIGLITZ (1976), S. 1; MÜLLER (1980), S. 3; GARFINKEL (1985), S. 17; SPRESSER (1989), S. 827; LAPORTE (1992a), S. 231; JOHNSON/MCGEOCH (1995), S. 3. Diese Popularität wird allerdings - gerade von Mathematikern - nicht nur positiv gesehen: So beklagen z.B. GRÖTSCHEL/PADBERG (1993), S. 14, daß heuristische (d.h. suboptimierende) Verfahren zur Lösung des TSP zum "Spielplatz der Amateure" geworden seien.

⁵ Vgl. dazu auch detaillierter Abschnitt 2.2.1.

⁶ New York Times, Science Section, 11. März 1991. Hier zitiert nach CHAN (1993), S. 2171.

Vgl. Abschnitt 3 dieser Arbeit.

⁸ Vgl. ähnlich z.B. auch WEBB (1971), S. 49; HOFFMAN/WOLFE (1985), S. 1; JÜNGER/REI-NELT/RINALDI (1994), S. 1.

"The traveling salesman problem epitomizes and is a simplified version of the rather more complicated problems that occur in practice. Everyone knows that the traveling salesman problem is a metaphor or a myth - it's obvious that no salesman is going to worry about absolutely minimizing his mileage - but it is an interesting and easily defined problem. [...] This is the way theory advances - you can't do clean theoretical work by taking on all the complications of real-world problems. So you take cleaner formulations, study them as closely as possible, go deeply into their structure, and hope that the results will transfer over to the real problems."9

Es ist bemerkenswert, daß die Ursprünge dieses Problems bzw. die Frage, wann es erstmalig mit wissenschaftlicher Ernsthaftigkeit untersucht wurde, etwas unklar sind. ¹⁰ Obgleich dem TSP ähnliche bzw. identische Problemstellungen der Reihung von Objekten sicherlich seit Jahrhunderten bzw. Jahrtausenden im Alltag der Menschen aufgetreten sind, ¹¹ so wurden doch alle wesentlichen algorithmischen Ansätze zur Lösung des TSP erst in den letzten vier Dekaden eingeführt. ¹² Zwar können z.B. das "Königsberger Brückenproblem" - von EULER im Jahre 1736 formuliert - oder das "Icosian Game" des irischen Mathematikers HAMILTON aus dem 19. Jahrhundert als frühe "Vorgänger" des TSP angesehen werden; ¹³ die erste konkrete Erwähnung einer sehr ähnlichen Problemstellung scheint jedoch auf MENGER (1932) zurückführbar zu sein:

"Wir bezeichnen als Botenproblem (weil diese Frage in der Praxis von jedem Postboten, übrigens auch von vielen Reisenden zu lösen ist) die Aufgabe, für endlich viele Punkte, deren paarweise Abstände bekannt sind, den kürzesten die Punkte verbindenden Weg zu finden. Dieses Problem ist natürlich stets durch endlich viele Versuche lösbar. Regeln, welche die Anzahl der Versuche unter die Anzahl der Permutationen der gegebenen Punkte herunterdrücken würden, sind nicht bekannt. Die Regel, man sollte vom Ausgangspunkt erst zum nächstgelegenen Punkt, dann zu dem diesen nächstgelegenen Punkt gehen usw., liefert im allgemeinen nicht den kürzesten Weg."

⁹ RICHARD M. KARP in einem Interview mit KAREN A. FRENKEL, FRENKEL (1986), S. 112.

Vgl. bereits DANTZIG/FULKERSON/JOHNSON (1954), S. 393, Fußnote "Historical Note": "The origin of this problem is somewhat obscure. It appears to have been discussed informally among mathematics meetings for many years."

¹¹ Vgl. MÜLLER-MERBACH (1970), S. 66.

¹² Vgl. JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 2.

Vgl. zur Geschichte des TSP insbesondere HOFFMAN/WOLFE (1985), S. 1 ff. Als Marginalie sei angemerkt, daß der Verweis dieser Autoren (wie auch jener von MELAMED/SERGEEV/SIGAL (1989a), S. 1147 f.) auf O.V. (1832), ein Werk mit dem Titel "Der Handlungsreisende, wie er sein soll und was er zu thun hat, um Aufträge zu erhalten und eines glücklichen Erfolgs in seinen Geschäften gewiß zu sein. Von einem alten Commis-Voyageur" als eine der "Urquellen" des TSP sich als etwas substanzlos erweist. Zwar erfährt der geduldige Leser historisch interessante Details über das Leben eines Handlungsreisenden im 19. Jahrhundert (so z.B. die Auswahl von Pferden, Gasthäusern, Wagen sowie das Abschmieren derselben) - die Ausführungen, auf welche HOFFMAN/WOLFE (1985), S. 5 Bezug nehmen, können allerdings schwerlich bereits dem TSP zugeordnet werden: "... Die Hauptsache besteht immer darin: so viele Orte wie möglich mitzunehmen, ohne den nämlichen Ort zweimal berühren zu müssen." (O.V. (1832), S. 189).

MENGER (1932), S. 11. Diese Formulierung stammt aus einem Beitrag MENGERs in einer Publikation, welche die Ergebnisse eines mathematischen Kolloquiums (gehalten in Wien am 5. Februar

Nach FLOOD (1956) - den HOFFMAN/WOLFE (1985) aufgrund seiner Publikationen und seines Wirkens hinsichtlich der Verbreitung der Problemstellung in der Operations-Research-Gemeinde in den 40er und 50er Jahren als "Botschafter" des TSP bezeichnen - wurde das TSP erstmalig in einem Seminargespräch von WHITNEY an der Princeton University im Jahre 1931 oder 1932 (nach anderen Quellen erst 1934)¹⁵ als "Traveling Salesman Problem" erwähnt.¹⁶

Ob die "Wurzeln" des TSP im Sinne seiner erstmaligen konkreten Formulierung nun in Europa oder den USA zu identifizieren sind, mag dahingestellt sein - anhand der zunehmenden Anzahl der Veröffentlichungen der 50er und 60er Jahre läßt sich unabhängig davon seine wachsende Popularität verfolgen. Dabei war wiederholt ein Phänomen zu beobachten, welches auch heute zuweilen noch für Publikationen im Zusammenhang mit dem TSP kennzeichnend ist: Oft beschäftigten sich Beiträge zwar mit dem TSP als Problemstellung, entwickelten oder demonstrierten jedoch Methoden und Techniken, deren Bedeutung weit über dieses hinausging.¹⁷ So gilt z.B. der Beitrag von DANTZIG/FUL-KERSON/JOHNSON (1954) als einer der Ursprünge der polyedrischen Kombinatorik bzw. der Schnittebenenverfahren in der Linearen Programmierung wie auch des Branchand-Bound-Verfahrens. 18 Die Bezeichnung "Branch-and-Bound" selbst wurde von LITTLE/ MURTY/SWEENEY/KAREL (1963) geprägt - wiederum bei Einsatz eines entsprechenden Verfahrens zur Lösung des TSP.¹⁹ In den letzten zwanzig Jahren wurden zahlreiche innovative Ansätze der heuristischen "local search"²⁰, deren Anwendung nicht allein auf das TSP beschränkt ist, gleichfalls unter anderem an diesem erprobt bzw. entwickelt:²¹ In diesem Zusammenhang können z.B. das Simulated Annealing, genetische Algorithmen, Tabu Search oder Ameisensysteme genannt werden.

Damit ist zugleich auch ein weiteres Phänomen angesprochen, welches die Faszination des TSP mit zu erklären vermag: Die Problemstellung avancierte - gerade in den letzten beiden Dekaden - zu einem Musterbeispiel interdisziplinären wissenschaftlichen Arbeitens. ²² Das TSP ist nicht nur Gegenstand des Interesses von Mathematikern, Informatikern bzw. Forschenden aus dem Bereich des Operations Research (und damit auch Wirtschaftswissenschaftlern) - in der Literatur finden sich z.B. auch Veröffentlichungen von

1930) zusammenfaßte. HOFFMAN/WOLFE (1985), S. 3 ff., weisen darauf hin, daß diese Formulierung noch keine *Rundreise* im Sinne eines TSP, sondern nur einen Hamiltonischen Pfad bezeichnet.

Vgl. DANTZIG/FULKERSON/JOHNSON (1954), S. 393, Fußnote "Historical Note".

Vgl. FLOOD (1956), S. 61; HOFFMAN/WOLFE (1985), S. 5 f. Allerdings soll FLOOD selbst erst über TUCKER im Jahre 1937 von diesem Seminargespräch gehört haben; WHITNEY selbst kann sich nach HOFFMAN/WOLFE (1985), S. 5 kurioserweise nicht mehr an dasselbe erinnern; mit gleicher Aussage auch schon DANTZIG/FULKERSON/JOHNSON (1954), S. 393.

Vgl. z.B. in diesem Sinne z.B. JOHNSON/PAPADIMITRIOU (1985a), S. 37; BALAS/TOTH (1985), S. 361 f.

Vgl. DANTZIG/FULKERSON/JOHNSON (1954), S. 393 ff.; mit dieser Einschätzung z.B. KORTE (1979), S. 55; HOFFMAN/WOLFE (1985), S. 9 f.; BALAS/TOTH (1985), S. 361 f.; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 1.

Vgl. LITTLE/MURTY/SWEENEY/KAREL (1963), S. 972 ff.; auch HANSMANN (1972), S. 305; HOFFMAN/WOLFE (1985), S. 9 f.; BALAS/TOTH (1985), S. 362.

Vgl. mit detaillierteren Ausführungen zur "local search" Abschnitt 2.3.4.

Vgl. zu den nachstehenden Begrifflichkeiten und Verweisen auf entsprechende Literaturquellen Abschnitt 2.3.4.

²² Vgl. z.B. REINELT (1989), S. 1; REINELT (1994), S. 1.

Physikern, Biologen, Chemikern und Angehöriger diverser anderer Disziplinen zu diesem Thema. So ist z.B. das bereits oben genannte Simulated Annealing eine Übertragung physikalischen Gedankengutes auf kombinatorische Probleme; in gleicher Weise entstammen z.B. die Prinzipien genetischer bzw. evolutionärer Algorithmen dem Umfeld der Evolutionslehre bzw. der Biologie. Somit wurde das TSP auch immer wieder herangezogen, wenn es galt, neue Methoden und Techniken exemplarisch anzuwenden:²³ ADLE-MAN (1994) z.B. demonstrierte seine Nutzung der Erbsubstanz (DNS, Desoxyribonukleinsäure) als Computer bzw. außerordentlich schnelle Rechenmaschine erstmalig am Beispiel des TSP.²⁴

Nicht zuletzt zeichnet das TSP allerdings auch - wie keine andere Problemstellung - die Erfolgsgeschichte der mathematischen Optimierung nach. Mittels der auf der Linearen Programmierung fußenden Ansätze der polyedrischen Kombinatorik unter Integration weiterer Verfahren (wie z.B. des Branch-and-Bound) gelang es auf der Basis gewonnener Erkenntnisse über die Facettialstruktur des TSP-Polytopen, immer größere TSP (mit bis nahezu 7.400 Städten) optimal zu lösen. Allerdings sind dafür zum einen sehr komplexe Algorithmen - deren Implementierung umfangreiches theoretisches Wissen verlangt - und die schnellsten derzeit verfügbaren Computer erforderlich. Zum anderen ist die benötigte Rechenzeit sowohl schwer vorhersagbar als auch noch immer recht erheblich.

Somit kann letztlich konstatiert werden, daß das TSP nicht nur aufgrund seiner Natur als intellektuelle Herausforderung (wie auch der praktischen Relevanz) ein attraktives Arbeitsgebiet darstellt - es bietet trotz vier bis fünf Jahrzehnten wissenschaftlicher Forschung und tausender von Veröffentlichungen immer noch die Möglichkeit, neues Wissen zu erschließen und innovative wie nützliche Lösungsansätze zu entwickeln.

1.2. Ziele der Untersuchung

Mit den nachstehenden Ausführungen werden drei primäre Ziele verfolgt, welchen eine unterschiedliche Gewichtung bzw. Bedeutung zukommt:

(1) Zusammenstellung und kritische Reflexion von Anwendungen des TSP. Das erste Ziel dieser Arbeit ist es, das Erscheinen des TSP in realweltlichen Problemkontexten nachzuvollziehen. Solche werden hier, dem dafür gebräuchlichen angloamerikanischen Begriff "applications" folgend,²⁶ "Anwendungen" genannt. Bislang publizierte

Vgl. z.B. JOHNSON/PAPADIMITRIOU (1985a), S. 37; POTVIN (1993), S. 329; JOHNSON (1994), S. 221; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 1; JOHNSON/MCGEOCH (1995), S. 3.

²⁴ Vgl. z.B. ADLEMAN (1994), S. 1021 ff.

Vgl. folgend z.B. GRÖTSCHEL/PADBERG (1977), S. 33 ff.; PADBERG/HONG (1980), S. 78 ff.; GRÖTSCHEL (1980), S. 61 ff.; CROWDER/PADBERG (1980), S. 495 ff.; HOFFMAN/WOLFE (1985), S. 14 f.; PADBERG/RINALDI (1991), S. 60 ff.; GRÖTSCHEL/PADBERG (1993); JÜNGER/REINELT/THIENEL (1993); REINELT (1994), S. 1 f.; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 1; JÜNGER/REINELT/THIENEL (1994); JOHNSON/MCGEOCH (1995), S. 3; JÜNGER/STÖRMER (1995).

Vgl. z.B. LENSTRA/RINNOOY KAN (1975), S. 717 ff.; GARFINKEL (1985), S. 18 ff.; GIL-MORE/LAWLER/SHMOYS (1985), S. 117 ff.; S. 125 ff.; MADSEN (1988), S. 249 ff.; CHAN/MERCIER (1989), S. 1837 ff.; BOZER/SCHORN/SHARP (1990), S. 238 ff.; LAPORTE (1992a),

Beiträge zu diesem Thema nehmen sich entweder nur einer einzigen derartigen Anwendung an und stellen diese eingehend dar oder geben einen lediglich skizzenhaften Überblick über eine größere Anzahl derselben.²⁷ Hier soll erstmals eine Vielzahl an Anwendungen unterschiedlichster Natur detailliert erörtert und jeweils auf weitere mit ähnlichen Merkmalen verwiesen werden. Obgleich eine Beschreibung bzw. Nennung sämtlicher möglicher Fälle dabei unmöglich bzw. auch nicht beabsichtigt ist, soll die vorgenommene Auswahl doch zum einen die Heterogenität möglicher Anwendungen und zum anderen deren Beziehungen untereinander aufzeigen. Letztlich gilt es im Sinne eines Resümees, spezifische Schwierigkeiten und Eigenarten der Lösung realer Probleme als TSP aufzuzeigen.

Mit diesem ersten Ziel der Arbeit wird die Absicht verfolgt, durch eine eher synoptischdeskriptiv aufzufassende Leistung eine Lücke in der Literatur zu schließen. Die Möglichkeiten, im Rahmen des Vergleiches von Anwendungen bzw. bei ihrer kritischen Reflexion in größerem Umfang neue Erkenntnisse zu gewinnen, sind jedoch als recht beschränkt anzusehen. Daher ist diesem Ziel tendenziell eher eine Motivations- und Anregungsfunktion zuzusprechen: Es wird aufgezeigt, daß eine intensive Beschäftigung mit
dem TSP nicht nur um des intellektuellen Reizes willen lohnt, sondern auch eine praktische Relevanz - im Zusammenhang mit zahlreichen Anwendungen in betriebswirtschaftlichen Kontexten z.B. im Sinne des klassischen ökonomischen Prinzips - gegeben ist.

Die zwei verbleibenden Ziele der Untersuchungen leiten sich aus der Auseinandersetzung mit einem konkreten Typ des TSP, der zweidimensionalen euklidischen Instanz,²⁸ und deren Beziehung zu einer spezifischen räumlichen Strukturierung - der sogenannten Voronoi-/Delaunay-Struktur²⁹ - ab:

(2) Beschreibung und empirische Analyse einiger Beziehungen zwischen dem euklidischen, zweidimensionalen TSP und adäquaten Voronoi-/Delaunay-Strukturen. Das zweite Ziel der Arbeit ist es zum einen, die bereits vorliegenden bzw. in der Literatur verfügbaren Erkenntnisse bezüglich Beziehungen zwischen dem zweidimensionalen euklidischen TSP und Voronoi-/Delaunay-Strukturen - welche deren Nutzung zur heuristischen³⁰ Lösung des TSP motivieren - zusammenzufassen, empirisch zu überprüfen und schließlich kritisch zu hinterfragen. Zum anderen soll exemplarisch eine Hypothese bezüglich einer von mehreren bislang unbekannten Relationen zwischen den beiden Betrachtungsobjekten, welche als Ergebnis der für diese Arbeit angestellten empirischen Untersuchungen festgestellt werden konnte, eingehender erörtert werden.

S. 231 f.; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 7 ff.; REINELT (1994), S. 35 ff.; S. 187 ff.; LAPORTE/ASEFVAZIRI/SRISKANDARAJAH (1996), S. 1461 ff.

Vgl. in der ersten genannten Manier z.B. CHISMAN (1975), S. 115 ff.; DINKEL/KLEINDOR-FER/KOCHENBERGER/WONG (1976), S. 269 ff.; SILLABER (1986), S. B77 ff.; PLANTE/LO-WE/CHANDRASEKARAN (1987), S. 772 ff.; MADSEN (1988), S. 249 ff.; CHAN (1993), S. 2171 ff.; OZGUR/BROWN (1995), S. 205 ff.; in der zweiten z.B. GARFINKEL (1985), S. 18 ff.; LAPORTE (1992a), S. 231 f.; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 7 ff.; REINELT (1994), S. 35 ff.; LAPORTE/ASEFVAZIRI/SRISKANDARAJAH (1996), S. 1461 ff.; abweichend davon z.B. LENSTRA/RINNOOY KAN (1975), S. 717 ff.

Vgl. zum Begriff des zweidimensionalen euklidischen TSP bzw. mit einer genauen Definition Abschnitt 2.2.3.

²⁹ Vgl. zum Begriff der Voronoi-/Delaunay-Struktur bzw. mit einer genauen Definition Abschnitt 4.2.

Vgl. zum Begriff der Heuristik bzw. Heuristiken zur Lösung des TSP Abschnitt 2.3.4.

(3) Nutzung von Beziehungen zwischen dem euklidischen zweidimensionalen TSP und adäquaten Voronoi-/Delaunay-Strukturen im Rahmen von Heuristiken zur Lösung des TSP. Eine der elementarsten Beziehungen zwischen dem zweidimensionalen euklidischen TSP und Voronoi-/Delaunay-Strukturen ist die Tatsache, daß letztere "Nachbarschaftsbeziehungen" zwischen den zu reihenden Objekten bzw. den Städten des TSP konstituieren. Insbesondere unter Berücksichtigung dieser Nachbarschaftsbeziehungen ist es das dritte Ziel dieser Arbeit, beispielhaft anhand zweier in der Literatur dokumentierter Heuristiken Möglichkeiten zur Nutzung von Voronoi-/Delaunay-Strukturen aufzuzeigen. Im Vordergrund des Interesses stehen dabei deutliche Reduzierungen der von den heuristischen Algorithmen benötigten Rechenzeiten. Des weiteren gilt die Aufmerksamkeit der Frage, durch welche gegebenenfalls noch zu entwickelnde Modifikationen bzw. Variationen der Ausgangsverfahren - unter Berücksichtigung der jeweiligen Spezifika derselben - eine besonders effiziente sowie effektive Nutzung möglich ist.

1.3. Gang der Ausführungen

Die Abfolge der Ausführungen in den nachstehenden Abschnitten 2 bis 6 orientiert sich weitestgehend an den im obigen Abschnitt 1.2 erläuterten Zielen der Arbeit. Darüber hinaus erweist es sich jedoch als notwendig, zu diversen Sachverhalten zunächst fundierendes Grundlagenwissen bereitzustellen

In diesem Sinne geht Abschnitt 2 vorderhand auf das TSP im allgemeinen ein. Die Fülle der zu dieser Problemstellung publizierten Erkenntnisse läßt dabei allerdings nur eine knappe, skizzenhafte Darstellung einiger grundlegender Aspekte zu. Zum einen gilt es hier folglich, dem Leser unter Beachtung dieser Beschränkung einen gewissen Überblick über den Gegenstand der Arbeit zu verschaffen; zum anderen sollen aber auch im weiteren verwendete Begrifflichkeiten, Termini und Notierungen eingeführt werden. Dabei gliedern sich die Darlegungen in drei wesentliche Abschnitte: Der Abschnitt 2.2 leistet zunächst eine grundlegende Charakterisierung des TSP, die eine allgemeine Definition sowie einen Überblick über die Familie der TSP und eine gesonderte Betrachtung des im späteren Verlauf der Arbeit vorrangig untersuchten euklidischen, zweidimensionalen TSP umfaßt. Mit dem Abschnitt 2.3 werden Verfahren zur Lösung des TSP vorgestellt. Dabei setzen sich die Ausführungen aus einigen Anmerkungen zu unteren Schranken und Relaxationen des TSP, einem komprimierten Überblick hinsichtlich exakter Verfahren zur Problemlösung und einer eingehenderen Erörterung heuristischer Verfahren zusammen. Im Zusammenhang mit letzterem Punkt wird auch der Heuristikbegriff kurz geklärt. Da die Untersuchungen in den Abschnitten 4 und 5 der Arbeit weitgehend empirisch-simulativ orientiert vorgenommen werden,³² erweist es sich schließlich als notwendig, mit dem Abschnitt 2.4 die hier verwendeten konkreten Testprobleme bzw. TSP vorzustellen und auf ihre besonderen Eigenheiten sowie deren Implikationen einzugehen.

Vgl. detaillierter Abschnitt 4.

Vgl. zum Konzept der empirisch-simulativen Untersuchung Abschnitt 2.3.4.1.

Gegenstand des Abschnittes 3 sind im weiteren "Anwendungen" des TSP im Sinne seines Auftretens in realweltlichen Problemkontexten. Nach einer knappen Einführung in dieses Thema im Abschnitt 3.1 wird im Abschnitt 3.2 zunächst ein Vorschlag für eine Klassifikation der großen Anzahl von Anwendungen entwickelt, um deren weitere Darstellung in einer - angesichts der zu konstatierenden Heterogenität - näherungsweise sinnvollen Folge zu gewährleisten. Diesem Klassifikationsvorschlag folgend wendet sich die Betrachtung im Abschnitt 3.3 zunächst jenen Anwendungen (Klasse I) zu, für welche die Distanz zwischen den zu reihenden Objekten einer räumlichen Orientierung unterliegt. Dabei wird zuerst etwas allgemeiner auf einige grundlegende Variationen des klassischen TSP eingegangen, bevor dann eine Anzahl konkreter Anwendungsfälle vorgestellt wird. Einen besonderen Schwerpunkt bildet in diesem Kontext die Beschreibung von Problemen der Steuerung von Maschinen mit räumlich zu positionierenden Subsystemen unter besonderer Berücksichtigung der Leiterplattenfertigung. Der Abschnitt 3.3 schließt mit einem Ausblick auf diverse weitere Anwendungen dieser ersten Klasse. - Abschnitt 3.4 beschäftigt sich folgend mit Anwendungen, bei denen die Reihung der Objekte einer nicht räumlich orientierten Distanzfunktion unterliegt (Klasse II). Auch hier wird eine Reihe von Problemstellungen detailliert erörtert und abschließend ein Ausblick auf weitere Anwendungen dieser zweiten Klasse gegeben. Der Abschnitt 3.5 zieht schließlich ein Resümee aus den dargestellten Anwendungen: Es wird auf spezifische Probleme der Formulier- und Lösbarkeit von Praxisproblemen als TSP eingegangen und auf entsprechende Defizite in der Forschung hingewiesen.

Nach den Darlegungen des Abschnittes 3 wendet sich die Betrachtung im weiteren einer bestimmten Form des TSP, dem zweidimensionalen, euklidischen Typ, zu. Dessen Beziehungen zu einer speziellen räumlichen Strukturierung - der Voronoi-/Delaunay-Struktur - und die heuristische Nutzung derselben zur Lösung von euklidischen, zweidimensionalen TSP sind Gegenstand der verbleibenden Ausführungen.

Im Abschnitt 4 wird auf Voronoi-/Delaunay-Strukturen und ihre Beziehungen zum euklidischen, zweidimensionalen TSP eingegangen. Abschnitt 4.2 führt die Voronoi-/Delaunay-Strukturen zunächst unter besonderer Berücksichtigung der euklidisch-zweidimensionalen Form derselben - adäquat zum Typ des dazu in Relation gesetzten TSP - ein. Auf eine grundlegende Charakterisierung folgt in diesem Rahmen eine Darstellung ausgewählter Eigenschaften. Herkunft und Anwendungen von Voronoi-/Delaunay-Strukturen im allgemeinen werden eher knapp erörtert; besondere Aufmerksamkeit finden hingegen Modi ihrer Berechnung. Eine Auswahl entsprechender Algorithmen wird erläutert; darüber hinaus werden spezielle Probleme der Berechnung - wie z.B. jenes der numerischen Stabilität sowie der Eindeutigkeit - eingehender diskutiert. Abschließend erfolgt eine Darstellung des im Rahmen dieser Arbeit für die Berechnung eingesetzten Algorithmus. - Abschnitt 4.3 geht folgend auf Beziehungen zwischen dem zweidimensionalen, euklidischen TSP und ihm adäquaten Voronoi-/Delaunay-Strukturen ein. Dabei gilt die Aufmerksamkeit zunächst den Kantenfolgen optimaler Rundreisen für das zweidimensionale, euklidische TSP und deren Identität mit Kanten der Delaunay-Struktur. Im weiteren wird untersucht, in welcher Anzahl und Qualität sich auf der Delaunay-Struktur Rundreisen als Lösung des TSP identifizieren lassen. Im Sinne einer ergänzenden Retrospektive erfolgt anschließend eine Zusammenstellung von in der Literatur identifizierbaren Begründungen für die heuristische Nutzung von Voronoi-/Delaunay-Strukturen. Abschnitt 4 schließt mit der Vorstellung einer Hypothese bezüglich eines bislang unbekannten Zusammenhangs zwischen dem zweidimensionalen, euklidischen TSP und Voronoi-/Delaunay-Strukturen.

Nachdem damit Voronoi-/Delaunay-Strukturen eingeführt und ihre Beziehungen zum TSP erörtert sind, werden im Abschnitt 5 Möglichkeiten ihrer heuristischen Nutzung untersucht. Nach einer knappen Einführung im Abschnitt 5.1 findet sich im Abschnitt 5.2 zunächst eine Reflexion der Charakteristika existierender heuristischer Rückgriffe auf Voronoi-/Delaunay-Strukturen, welche in der Literatur auffindbar sind. Dabei wird auf einen derselben - die Arbeit von SEGAL/ZHANG/TSAI (1991) - exemplarisch detaillierter eingegangen. Der folgende Abschnitt 5.3 widmet sich Überlegungen zur heuristischen Nutzung von Voronoi-/Delaunay-Strukturen am Beispiel eines Eröffnungs- und eines Verbesserungsverfahrens.³³ Dabei gilt das Interesse im Abschnitt 5.3.1 zunächst der "Convex Hull Insertion"-Heuristik als einem klassischen Eröffnungsverfahren. Nach einer eingehenden Darstellung ihres Konzeptes sowie ihrer historischen Entwicklung wird eine Implementierung präsentiert und anhand einer Reihe von Testproblemen evaluiert. Mit der sich anschließenden Entwicklung von Methoden und Techniken zur Heranziehung der durch Voronoi-/Delaunay-Strukturen definierten Nachbarschaftsverhältnisse der Städte eines TSP erfolgt sodann eine Reduzierung der durch das Verfahren benötigten Rechenzeit unter Wahrung der von der klassischen Implementierung erzielten Lösungsqualitäten. Es werden konkrete Umsetzungen zweier entsprechender Variationen vorgestellt und in ihrer Leistungsfähigkeit im Vergleich zum Ausgangsverfahren anhand von Testproblemen eingeschätzt. Erst beim Entwurf einer dritten Variation - der sogenannten "Triangle Insertion" - sind schließlich auch Verschlechterungen der Lösungsqualität gegenüber der klassischen "Convex Hull Insertion"-Heuristik zwecks weiterer Senkung der Laufzeit des Verfahrens zugelassen. - Ein einfaches Verbesserungsverfahren - die "Node Insertion"-Heuristik - ist im sich anschließenden Abschnitt 5.3.2 Gegenstand der Betrachtung. Es wird ein Konzept zur Nutzung der durch Voronoi-/Delaunay-Strukturen determinierten Nachbarschaftsverhältnisse eines TSP entworfen und implementiert. Im weiteren gilt die Aufmerksamkeit zunächst der Leistungsfähigkeit dieser Umsetzung bei der Verbesserung von suboptimalen Rundreisen, die zufällig erzeugt bzw. mit der Heuristik des besten Nachfolgers generiert wurden. Anschließend wird die um die Nutzung von Voronoi-/Delaunay-Strukturen erweiterte "Node Insertion"-Heuristik auf mittels der oben präsentierten dritten Variation des "Convex Hull Insertion"-Verfahrens ("Triangle Insertion") erzeugte Rundreisen angewandt. Resultierende Laufzeiten und realisierte Lösungsqualitäten werden analysiert. - Abschnitt 5.4 stellt letztendlich die im Rahmen des Abschnitts 5 erzielten Ergebnisse - unter besonderer Berücksichtigung der erreichten Reduzierungen der von den verschiedenen Variationen benötigten Rechenzeiten - zusammen. Darüber hinaus wird der mit erheblichen Problemen belastete Versuch eines Vergleichs der Kombination des modifizierten "Convex Hull Insertion"- ("Triangle Insertion") und "Node Insertion"-Verfahrens mit einer in der Literatur dokumentierten Heuristik zur Lösung des euklidischen, zweidimensionalen TSP unternommen.

Abschnitt 6 verdichtet schließlich die zentralen Ergebnisse der Arbeit knapp und reflektiert sie kritisch hinsichtlich des Erreichungsgrades der gesetzten Ziele. Dabei gilt das Interesse im Sinne eines Ausblicks vorrangig der - durch die gewonnenen Erkenntnisse motivierten - Identifizierung jener möglichen zukünftigen Arbeitsfelder, die hinsichtlich des euklidischen, zweidimensionalen TSP neue strukturelle Erkenntnisse oder Optionen auf leistungsfähige, innovative Heuristiken erhoffen lassen.

Vgl. zum Begriff der heuristischen Eröffnungs- und Verbesserungsverfahren Abschnitt 2.3.4.

2. Das Traveling-Salesman-Problem

2.1. Überblick

Die Fülle der insbesondere in den letzten drei Dekaden zusammengetragenen Erkenntnisse über das TSP in sämtlichen seiner zahlreichen Variationen ist erheblich. Schon LAWLER ET AL. (1985), welche die erste umfassendere Monographie zu diesem Thema vorlegten, konnten sie nicht mehr in all ihren Facetten vollständig erfassen. Die Publikation von REINELT (1994), welche gleichfalls einen Meilenstein der TSP-Literatur kennzeichnet, verzichtete bereits auf diesen Versuch und beschränkte sich auf ausgewählte Aspekte.¹ Entsprechend müssen die Ausführungen des folgenden Abschnitts 2, welcher das TSP einführen und grundlegende Begrifflichkeiten vermitteln soll, sich zwangsläufig - unter Verweis auf weiterführende Literaturquellen - auf einen eher skizzenhaften Überblick beschränken. Im Vordergrund der Darstellung stehen dabei Spezifika des TSP, deren Kenntnis für die Lektüre späterer Abschnitte dieser Arbeit nützlich erscheint. Darüber hinaus werden die hier verwendeten Notationen und Termini erörtert.

Im weiteren wird mit dem Abschnitt 2.2 zunächst eine grundlegende Charakterisierung des TSP bezüglich jener Eigenschaften vorgenommen, die im Kontext nachstehender Ausführungen als relevant angesehen werden. Auf eine allgemeine Definition, welche auch auf die aus seiner Natur als kombinatorisches Problem resultierenden Schwierigkeiten bei der Lösung eingeht, folgt ein Überblick hinsichtlich diverser Mitglieder der umfangreichen Familie der TSP. Die euklidische, zweidimensionale Instanz des Problems wird anschließend - da sich die Untersuchung in den Abschnitten 4 und 5 auf dieselbe fokussiert - aus der Familie der TSP herausgegriffen und in einem eigenen Teilabschnitt näher betrachtet.

Die Hartnäckigkeit, mit welcher sich das TSP einer Lösung widersetzt, begründet zweifelsohne einen Großteil des Interesses an der Problemstellung. Entsprechend wäre auch eine nur knappe Darstellung desselben ohne ein Eingehen auf die wichtigsten Verfahren zu seiner Lösung unvollständig. Im Abschnitt 2.3 werden in diesem Sinne zunächst untere Schranken und Relaxationen als wesentliche Bestandteile vieler Lösungsverfahren skizziert. Anschließend wird ein komprimierter Überblick hinsichtlich der exakten, optimierenden Verfahren zur Lösung des TSP gegeben, bevor die Ausführungen sich eingehender den Heuristiken zuwenden. Da die Evaluation der Leistungsfähigkeit der in dieser Arbeit entwickelten heuristischen Verfahren sich weitgehend auf empirische Untersuchungen stützt, werden letztendlich im Abschnitt 2.4 die im Rahmen späterer Analysen herangezogenen Testprobleme vorgestellt.

Vgl. mit weiteren Überblicksarbeiten zum TSP (neben den zentralen Werken von LAWLER ET AL. (1985) und REINELT (1994)) z.B. FLOOD (1956), S. 61 ff.; BELLMORE/NEMHAUSER (1968), S. 538 ff.; MÜLLER-MERBACH (1970), S. 65 ff.; MÜLLER-MERBACH (1973), S. 292 ff.; ROSENKRANTZ/STEARNS/LEWIS (1977), S. 563 ff.; PANNY (1978); CHRISTOFIDES (1979), S. 131 ff.; BURKARD (1979), S. 193 ff.; GOLDEN/BODIN/DOYLE/STEWART (1980), S. 694 ff.; DELFMANN (1985), S. 395 ff.; SPRESSER (1989), S. 827 ff.; MELAMED/SER-GEEV/SIGAL (1989a), S. 1147 ff.; MELAMED/SERGEEV/SIGAL (1989b), S. 1303 ff.; MELAMED/SERGEEV/SIGAL (1989c), S. 1459 ff.; DOMSCHKE (1990), S. 56 ff.; BENTLEY (1992), S. 387 ff.; LAPORTE (1992a), S. 231 ff.; GRÖTSCHEL/PADBERG (1993); JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994); JOHNSON/MCGEOCH (1995).

Die Beschreibung von Erscheinungsformen des TSP in der Realität, welche bei einer umfassenden Behandlung des Themas zwecks Dokumentation der Praxisrelevanz der Problemstellung gleichfalls nicht fehlen sollte, bleibt Abschnitt 3 vorbehalten.

2.2. Grundlegende Charakterisierung

2.2.1. Allgemeine Definition und Problembeschreibung

Das klassische TSP ist seiner Natur nach ein knotenorientiertes Reihenfolgeproblem: Eine Anzahl von n Objekten ist unter Berücksichtigung einer zu minimierenden Zielfunktion in einer zyklischen Sequenz zu ordnen. Dabei gilt, daß die direkte Folge zweier Objekte i und j in der Sequenz den Zielwert um den Beitrag $d_{i,j}$ mit $i,j \in \{1,2,...n\}$ und $i \neq j$ erhöht. Greift man auf das Bild des Handlungsreisenden zurück, so können die Objekte als "Städte" interpretiert werden und die Erhöhung des Zielwertes durch die direkte Abfolge zweier Städte einer zu generierenden Rundreise als Entfernungen zwischen diesen Städten, Reisekosten oder Reisezeit. Gesucht ist nun diejenige Folge bzw. Permutation \mathbf{r} von Städten, \mathbf{s} welche die Zielfunktion

$$\left(\sum_{i=1}^{n-1} d_{\mathbf{r}(i),\mathbf{r}(i+1)}\right) + d_{\mathbf{r}(n),\mathbf{r}(1)}$$

minimiert. Dabei werden im ersten Teil der Bewertungsfunktion (in Klammern) die aus einer Permutation der Objektfolge resultierenden Zielfunktionswerterhöhungen aufsummiert; im zweiten Teil wird die durch die Abfolge des ersten und letzten Objektes bedingte Zielfunktionswerterhöhung hinzuaddiert, um den geforderten Zyklus zu schließen. Im weiteren sollen die Objekte - in Anlehnung an das Bild des Handlungsreisenden - als "Städte" und der Beitrag $d_{i,j}$ zum Zielfunktionswert durch die direkte Abfolge zweier Städte als "Distanz" zwischen denselben bezeichnet werden.

Legt man eine graphentheoretische Terminologie zugrunde, so können die Städte als Knoten eines Graphen sowie die Wege von einer Stadt zur anderen als Kanten desselben aufgefaßt werden.⁴ Eine Rundreise als eine mögliche (jedoch nicht unbedingt optimale) Lösung des TSP ist dann eine zyklische, zusammenhängende Kantenfolge, die jeden

Vgl. zur Definition des Begriffes "Reihenfolgeproblem", einer Abgrenzung gegenüber anderen Problemtypen sowie einer Einordnung des TSP unter den Reihenfolgeproblemen z.B. MÜLLER-MERBACH (1970), S. 1 ff., S. 65 ff. Vgl. zur Natur des TSP als knotenorientiertes Reihenfolgeproblem z.B. auch BELLMORE/NEMHAUSER (1968), S. 538 ff.; HELLMANN (1984), S. 58.

Vgl. zu kombinatorisch orientierten Formulierungen des TSP z.B. DANTZIG/FULKERSON/ JOHNSON (1954), S. 396; FLOOD (1956), S. 63; GILMORE/GOMORY (1964), S. 656 f.; BELL-MORE/NEMHAUSER (1968), S. 538; MÜLLER (1980), S. 9; MELAMED/SERGEEV/SIGAL (1989a), S. 1148 f.; JOHNSON/MCGEOCH (1995), S. 3.

Vgl. zu graphentheoretisch orientierten Beschreibungen des TSP im folgenden z.B. SCHÖNLEIN (1974), S. 13; GRÖTSCHEL/PADBERG (1977), S. 36; MÜLLER (1980), S. 5 f.; BEUTEL (1981), S. 8; HELLMANN (1984), S. 59; DELFMANN (1985), S. 395; MELAMED/SERGEEV/SIGAL (1989a), S. 1149 f.

Knoten des Graphen genau einmal berührt; jeder Knoten weist genau zwei ihn inzidierende Kanten und damit den Grad 2 auf. Eine solche Kantenfolge wird auch als "Hamiltonischer Zyklus" bezeichnet.⁵ Die optimale Lösung des TSP entspricht damit dem bewertungsminimalen Hamiltonischen Zyklus, d.h. jenem mit der kürzesten Kantenfolge. Wird ein vollständiger, ungerichteter Graph zugrundegelegt, in welchem Verbindungen zwischen beliebigen Städten richtungsunabhängig zulässig sind, so stellt die Identifikation eines Hamiltonischen Zyklus kein Problem dar: Jede mögliche Permutation bzw. Folge der Städte entspricht einem solchen. Da damit sichergestellt ist, daß für den Graphen stets *mindestens ein* hamiltonischer Zyklus existiert, wird er auch als "hamiltonisch" bezeichnet. - Ist ein Graph jedoch unvollständig in dem Sinne, daß die Folge bestimmter Städte unzulässig ist (also keine Kante zwischen denselben existiert) oder gerichtet in dem Sinne, daß die Folge bestimmter Städte nur richtungsabhängig zulässig ist (d.h. die existierende Kante zwischen denselben nur in einer vorgegebenen Richtung durchlaufen werden darf), so ist es im allgemeinen ein äußerst schwieriges Problem nachzuweisen, ob der Graph hamiltonisch ist oder nicht.⁶

Ein "Hamiltonischer Pfad" unterscheidet sich vom Hamiltonischen Zyklus dadurch, daß keine *geschlossene*, zirkuläre Kantenfolge verlangt wird. Vielmehr genügt für die Identifikation desselben das Auffinden einer Kantenfolge, die sämtliche Knoten des Graphen einmal berührt. Wiederum muß jeder Knoten - ausgenommen natürlich Anfangs- und Endknoten des Pfades - dabei den Grad 2 aufweisen. Die Suche nach einem bewertungsminimalen hamiltonischen Pfad kann nunmehr unmittelbar in ein TSP überführt werden, indem eine die erste und letzte Stadt des Pfades verbindende fiktive Kante eingeführt wird, welche mit einer hinreichend kleinen (bzw. negativen) Distanz zu bewerten ist.

Eine andere gängige Formulierung des TSP bedient sich des Gedankengutes der ganzzahligen Linearen Programmierung (LP). Da sowohl die Zielfunktion des TSP linearen Charakter aufweist als auch sämtliche zu berücksichtigende Restriktionen als lineare Gleichungen bzw. Ungleichungen faßbar sind, ergibt sich bei Zulässigkeit sämtlicher möglichen Städteverbindungen der folgende LP-Ansatz:9

Vgl. zum Begriff des "Hamiltonischen Zyklus" und den folgenden Ausführungen insbesondere PEEMÖLLER (1984); CHVÁTAL (1985), S. 403 ff.; darüber hinaus z.B. HINRICHSEN (1975), S. 13 ff.; MÜLLER (1980), S. 7 ff.

Es handelt sich - abgesehen von speziellen Fällen - um ein NP-vollständiges Problem. Vgl. zum Begriff der NP-Vollständigkeit die nachstehenden Ausführungen und Literaturangaben; zum o.g. Sachverhalt z.B. PEEMÖLLER (1984), S. 22 ff.; CHVÁTAL (1985), S. 404 ff.; JÜNGER/REI-NELT/RINALDI (1994), S. 2; auch Abschnitt 4.3.1.

Vgl. folgend z.B. MÜLLER-MERBACH (1970), S. 136; GARFINKEL (1985), S. 22 f.; GROSSER (1986), S. 430; REINELT (1994), S. 32.

⁸ Vgl. auch detaillierter Abschnitt 3.3.2.

Übernommen von LAPORTE (1992a), S. 233 (bei diesem in Anlehnung an DANTZIG/FULKER-SON/JOHNSON (1954), S. 396 ff.); vgl. mit ähnlichen bzw. identischen Formulierungen des TSP als (ganzzahliges) lineares Programm z.B. MÜLLER-MERBACH (1970), S. 69 ff., SCHÖNLEIN (1974), S. 20 ff.; GRÖTSCHEL/PADBERG (1977), S. 36 f.; JONKER (1986), S. 9 f.; POTVIN (1993), S. 328; FISCHETTI/TOTH (1997), S. 1521; darüber hinaus z.B. BELLMORE/NEMHAU-SER (1968), S. 542 f.; WEBER (1972), S. 29 ff.; MÜLLER (1980), S. 12 ff.; MELAMED/SER-GEEV/SIGAL (1989a), S. 1148 ff.; mit einer Analyse verschiedener Formulierungen z.B. PAD-BERG/SUNG (1991), S. 315 ff.

$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} d_{i,j} x_{i,j} \to \min! \tag{1}$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{i,j} = 1 \qquad \forall i \in \{1, ...n\}$$
 (2)

$$\sum_{i=1}^{n} x_{i,j} = 1 \qquad \forall j \in \{1, \dots n\}$$

$$\sum_{i,i \in S} x_{i,j} \le |S| - 1 \qquad \forall S \subset \{1,...n\} \text{ mit } 2 \le |S| \le n - 2$$
 (4)

$$x_{i,j} \in \left\{0,1\right\} \qquad \forall i,j \in \left\{1,\dots n\right\}, \ i \neq j \tag{5}$$

In der Zielfunktion (1) erscheinen dabei zunächst zwei Variablen: Mit $d_{i,j}$ wird wiederum die vorgegebene Distanz zweier Städte i und j zueinander bezeichnet. $x_{i,j}$ ist eine Binärvariable und kann - wie aus (5) ersichtlich ist - nur die Werte "1" oder "0" annehmen. Sie gibt an, ob die Kante zwischen den Städten i und j in einer bzw. der zu ermittelnden optimalen Rundreise enthalten sein soll $(x_{i,j}=1)$ oder nicht $(x_{i,j}=0)$. Die Zielfunktion summiert nunmehr die Länge aller benutzten Kanten als zu minimierende Größe auf.

Durch eine Anzahl von Restriktionen muß im weiteren gesichert werden, daß tatsächlich eine Rundreise bzw. ein Hamiltonischer Zyklus durch den LP-Ansatz bestimmt wird. Die Bedingungen (2) und (3) legen in diesem Sinne zunächst fest, daß eine jede Stadt nur von zwei Kanten berührt bzw. - wenn denn der Rundreise eine Richtung unterstellt wird einmal betreten und verlassen werden darf. Ignoriert man die Restriktion (4), so entspricht der Ansatz damit dem klassischen linearen Zuordnungsproblem.¹⁰ Bei einer Beschränkung auf diese Formulierung wäre bei der Lösung des Linearen Programms allerdings ggf. die Bildung von Subzyklen - einer Anzahl von unzusammenhängenden bzw. isolierten geschlossenen Rundreisen, welche jeweils nicht überlappende Teilmengen der Gesamtzahl der Städte umfassen - möglich. Dies wird durch die sogenannten Zyklusbedingungen in (4) unterbunden.¹¹ Ein hypothetischer Subzyklus, der nicht sämtliche n Städte des TSP einschließt, würde aus |S| Kanten und Städten bestehen. Damit würde der linke Teil der Ungleichung (4) sich zu |S| ergeben und diese wäre verletzt. Die Restriktion (4) kann bei einer Beschränkung von |S| auf $2 \le |S| \le n-2$ folglich nur erfüllt werden, wenn in eine einzige Rundreise sämtliche Städte eingebunden sind. Aus einer einzigen Stadt bestehende Subzyklen (wie auch ein aus n - 1 Städten bestehender Subzyklus vice versa) sind bereits durch die Bedingungen (2) und (3) ausgeschlossen.

Vgl. zur Verwandtschaft des TSP mit dem linearen Zuordnungsproblem z.B. BURKARD (1979),
 S. 193 ff.; GARFINKEL (1985), S. 25 ff.; MELAMED/SERGEEV/SIGAL (1989a), S. 1155 ff.;
 DOMSCHKE (1990), S. 59 ff.; REINELT (1994), S. 166 f.

Vgl. mit einer eingehenden Erklärung zu den Kurzzyklen verhindernden Nebenbedingungen z.B.
 MÜLLER-MERBACH (1970), S. 69 f.; PANNY (1978), S. 12 f.; GARFINKEL (1985), S. 26 f.;
 MELAMED/SERGEEV/SIGAL (1989a), S. 1158 ff.; DOMSCHKE (1990), S. 59 ff.; POTVIN (1993), S. 328; die weiteren Ausführungen lehnen sich eng an LAPORTE (1992a), S. 233 an.

Im Rahmen der obigen Formulierung des TSP als lineares Programm werden $n \times (n-1)$ binäre Variablen und 2n Restriktionen des Typs (2) und (3) verwendet. Die Anzahl der Zyklusbedingungen allerdings zeigt sich als nicht polynomial von der Größe des TSP abhängig - ihre Zahl wächst mit steigendem n exponentiell. Es ist allerdings anzumerken, daß - ungeachtet der Schwierigkeiten, einen entsprechenden LP-Ansatz zu lösen - Alternativen für die Fassung der Zyklusbedingungen existieren, welche deren Anzahl in Abhängigkeit von n erheblich geringer ansteigen lassen als die hier vorgestellte Variante. n

Nachdem nunmehr einige Formulierungen des TSP eingeführt sind, soll etwas näher auf die spezifischen Schwierigkeiten bei dessen Lösung eingegangen werden. ¹³ Zu diesem Zweck wird - im Vorgriff auf den folgenden Abschnitt 2.2.2 - zunächst eine gängige Einteilung verschiedener Typen des klassischen TSP in Orientierung an Eigenschaften der durch die $d_{i,j}$ gebildeten Distanzmatrix erläutert: ¹⁴

- Ein TSP wird als *symmetrisch* bezeichnet, wenn für sämtliche Distanzen $d_{i,j} = d_{j,i}$ $(i, j \in \{1, 2, ...n\}, i \neq j)$ gilt. Dies bedeutet, daß die Entfernung zwischen zwei Städten unabhängig von der Richtung, in welcher die sie verbindende Kante durchlaufen wird, identisch ist. Aufgrund der Symmetrie der Distanzmatrix genügt ein Ausschnitt derselben (die obere oder untere Dreiecksmatrix), um sämtliche Entfernungen zu erfassen.
- Gilt die angegebene Beziehung nicht durchgängig für sämtliche Distanzen eines TSP, so wird es *asymmetrisch* genannt.

Das Interesse bei einer Suche nach der kürzestmöglichen bzw. im Sinne der formulierten Zielfunktion optimalen Rundreise kann nun zunächst der Frage gelten, wieviele mögliche Rundreisen überhaupt existieren. Würde es sich um eine relativ geringe Anzahl handeln, so könnte das Problem vielleicht noch durch eine vollständige Enumeration - d.h. eine Bildung sämtlicher zulässiger Rundreisen und die Messung der Länge derselben - mit vertretbarem Aufwand gelöst werden. - Gemäß den Regeln der Kombinatorik ergibt sich jedoch für ein asymmetrisches TSP die Anzahl der möglichen Rundreisen zu (n-1)!; für ein symmetrisches TSP aufgrund der unter Bewertungsaspekten zu konstatierenden Identität zweier hinsichtlich der Kanten gleicher, aber nur richtungsverschiedener Rundreisen zu

Vgl. z.B. HELLMANN (1984), S. 61 f.; DELFMANN (1985), S. 396; GARFINKEL (1985), S. 26 f.; JONKER (1986), S. 9 f.; MELAMED/SERGEEV/SIGAL (1989a), S. 1158 ff.; LAPORTE (1992a), S. 234.

Es ist darauf hinzuweisen, daß die folgenden Ausführungen die diesbezüglichen Erkenntnisse der Komplexitätstheorie erheblich vereinfachen; es soll hier nun ein knapper Überblick über die Problematik gegeben werden, welcher keinen Anspruch auf formale Vollständigkeit bzw. Exaktheit erhebt.

Vgl. zu dieser Differenzierung z.B. MÜLLER-MERBACH (1970), S. 124; SCHÖNLEIN (1974), S. 13; HINRICHSEN (1975), S. 10 f.; PANNY (1978), S. 6 f.; MÜLLER (1980), S. 8; HELL-MANN (1984), S. 62 f.; GRÖTSCHEL/LOVÁSZ/SCHRIJVER (1988), S. 262 ff.; MELAMED/SERGEEV/SIGAL (1989a), S. 1149; BERENS (1992), S. 91 f.; LAPORTE (1992a), S. 231; JÜN-GER/REINELT/RINALDI (1994), S. 2 ff.; JOHNSON/MCGEOCH (1995), S. 3.

$$\frac{(n-1)!}{2}.15$$

Dies bedeutet, daß z.B. für ein symmetrisches TSP mit n=5 Städten insgesamt 12 zulässige Rundreisen existieren; bei einem solchen mit 10 Städten sind es bereits 181.440; steigt n auf 20, so müßten bereits 60.822.550.204.416.000 - also rund 61 Billiarden - verschiedene zulässige Lösungen berücksichtigt werden. Damit erscheint eine vollständige Enumeration aufgrund der bei wachsendem n rasch steigenden Anzahl möglicher Rundreisen als hoffnungsloses Unterfangen. Im Falle des klassischen TSP weist eine solche stets eine Laufzeitkomplexität von $O(n!)^{16}$ auf.

In der Literatur gilt ein Optimierungsproblem als "effizient" lösbar, wenn ein deterministischer Algorithmus existiert, welcher es in einer Anzahl von Operationen (elementarer Rechenschritte) bzw. einer Laufzeit optimal löst, die durch ein Polynom in Abhängigkeit von der Problemgröße (bzw. der Länge des Probleminputs) - beim TSP die Anzahl der Städte n - für den ungünstigsten Fall beschränkt ist. The gleiche Terminus wird verwendet, um die Laufzeitkomplexität von Algorithmen zu kennzeichnen: So gilt ein Verfahren, welches im "worst case" z.B. eine exponentielle oder fakultative Laufzeit in Abhängigkeit von der Problemgröße realisiert, als "ineffizient". Die Planungstheorie verwendet synonym den Begriff des "Lösungsdefektes", um die Tatsache zu kennzeichnen, daß die Lösung eines numerischen, ansonsten wohlstrukturierten Problems nicht mehr mit vertretbarem bzw. als adäquat empfundenen Aufwand möglich ist. Offensichtlich kann die vollständige Enumeration zur Lösung des TSP folglich als ineffizienter Algorithmus qualifiziert werden.

Die spezifischen Schwierigkeiten beim Auffinden einer optimalen Lösung des TSP resultieren jedoch nicht allein aus der großen Anzahl zulässiger Lösungen bzw. Rundreisen. Es existieren auch andere Problemstellungen, für welche ein solcher Umstand gegeben ist - und die dennoch effizient lösbar sind. Ein Beispiel ist die Lineare Programmierung, d.h. das lösbare, nicht ganzzahlige lineare Optimierungsproblem. Für dieses ist als wichtige Strukturerkenntnis bekannt, daß eine optimale Lösung auf mindestens einer Ecke des

Vgl. z.B. DANTZIG/FULKERSON/JOHNSON (1954), S. 393; FLOOD (1956), S. 61; BELL-MORE/NEMHAUSER (1968), S. 539 f.; WEBER (1972), S. 15; HINRICHSEN (1975), S. 10; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 2.

Vgl. zu der in dieser Arbeit verwendeten klassischen O-Notation als Verfahren zur Beschreibung der "worst case"-Laufzeitkomplexität bzw. der Anzahl notwendiger Operationen eines Algorithmus im ungünstigsten Falle mit eingehenderer Erläuterung z.B. GAREY/JOHNSON (1979), S. 6 f.; JOHNSON/PAPADIMITRIOU (1985a), S. 42; SEDGEWICK (1992), S. 98 ff.; BRASSARD/BRATLEY (1993), S. 22 ff., S. 61 ff.; OTTMANN/WIDMAYER (1993), S. 18 ff.; REINELT (1994), S. 7 f.; BERENS/DELFMANN (1995), S. 121 ff.

Vgl. - auch folgend - z.B. BRUCKER (1979), S. 77 f.; GAREY/JOHNSON (1979), S. 6 ff.; BEUTEL (1981), S. 3; HELLMANN (1984), S. 203 ff.; HOFFMAN/WOLFE (1985), S. 10; JOHNSON/PAPADIMITRIOU (1985a), S. 43 ff.; SEDGEWICK (1992), S. 717 ff.; BERENS (1992), S. 7 ff.; OTTMANN/WIDMAYER (1993), S. 21 f.; BRASSARD/BRATLEY (1993), S. 405 f.; REINELT (1994), S. 8; BERENS/DELFMANN (1995), S. 123.

Vgl. zum allgemeinen Planungsschema der "klassischen" Planungstheorie und zum Begriff des Lösungsdefektes z.B. ADAM/WITTE (1979), S. 382 f.; WITTE (1979a), S. 437 ff.; WITTE (1979b), S. 490 ff.; ADAM (1993), S. 7 ff.

Vgl. folgend z.B. JOHNSON/PAPADIMITRIOU (1985a), S. 45 f.; BARTELS (1988), S. 433 ff.; REINELT (1994), S. 12 ff.

durch die Restriktionen und Anzahl der Variablen determinierten Lösungspolyeders identifiziert werden kann. Derselbe weist jedoch auch eine mit zunehmender Anzahl der Variablen sowie Nebenbedingungen rasch steigende maximal mögliche Anzahl an Eckpunkten auf. Dennoch konnte nachgewiesen werden, daß sich unter Nutzung seiner spezifischen Struktureigenschaften - wie z.B. der Konvexität - im oben definierten Sinne effiziente (d.h. polynomial beschränkte) Algorithmen zur Lösung des Problems finden lassen.²⁰

Dabei ist bemerkenswerterweise zu konstatieren, daß der bekannte SIMPLEX-Algorithmus in Anwendung auf das lösbare, nicht ganzzahlige lineare Optimierungsproblem eine im "worst case" exponentielle Zeitkomplexität aufweist. Folglich ist er im obigen Sinne als "ineffizient" zu beurteilen. Sein erfolgreicher Einsatz in der Praxis zeigt jedoch einen weiteren wesentlichen Aspekt der hier angestellten Überlegungen auf: Zumeist bzw. im durchschnittlichen Anwendungsfall wird die exponentielle Laufzeit des SIMPLEX-Algorithmus nicht realisiert - der schlechtestdenkbare Fall tritt äußerst selten ein. Folglich kann ein Algorithmus nicht allein nach seinem "worst case"-Verhalten beurteilt werden; wesentlicher für die Anwendung in realweltlichen Problemkontexten ist sein durchschnittliches Laufzeitverhalten in Anwendung auf repräsentative Problemdatensätze. 22

All jene numerischen Problemstellungen bzw. Entscheidungsprobleme²³, für welche - wie beim nicht ganzzahligen linearen Optimierungsproblem - ein "effizienter" Algorithmus bekannt oder konstruierbar ist,²⁴ werden nunmehr der Klasse P der mit in Abhängigkeit von der Problemgröße mit polynomialem Aufwand lösbaren Probleme zugeordnet.²⁵ Um auch jene Probleme, die dieser Anforderung nicht genügen, erfassen zu können, bedarf es nun darüber hinaus der Definition einer zweiten Klasse. Dies ist die Klasse NP der nicht-deterministisch polynomial lösbaren Probleme.

Ein Problem wie z.B. das TSP, welches nach dem derzeitigen Erkenntnisstand der Klasse NP, vermutlich jedoch nicht der Klasse P angehört, ist nun mittels eines nondeterministischen Algorithmus in einer durch die Problemgröße polynomial beschränkten Anzahl von elementaren Operationen optimal lösbar.²⁶ Ein *deterministischer* Algorithmus entspricht

Dies gilt allerdings nicht für den SIMPLEX-Algorithmus, welcher im "worst case" eine exponentielle Laufzeit aufweist, vgl. z.B. JOHNSON/PAPADIMITRIOU (1985a), S. 45; REINELT (1994), S. 13; BERENS/DELFMANN (1995), S. 123.

Vgl. dazu und folgend z.B. JOHNSON/PAPADIMITRIOU (1985a), S. 45; SEDGEWICK (1992), S. 701; REINELT (1994), S. 13; BERENS/DELFMANN (1995), S. 123.

Vgl. z.B. KORTE (1979), S. 58; GAREY/JOHNSON (1979), S. 148; HELLMANN (1984), S. 206; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 12; JOHNSON/MCGEOCH (1995), S. 5, S. 16, S. 93.

Die meisten Optimierungsprobleme - wie auch das TSP - lassen sich in Entscheidungsprobleme überführen, vgl. z.B. BRASSARD/BRATLEY (1993), S. 409 f. In der Komplexitätstheorie richten sich viele Darstellungen an der Behandlung von Entscheidungsproblemen aus (vgl. z.B. JOHN-SON/PAPADIMITRIOU (1985a), S. 46 ff.).

Für das nicht ganzzahlige Problem der linearen Programmierung sind solche Algorithmen z.B. von KHACHIAN (1979), S. 191 ff. und KARMARKAR (1984), S. 373 ff. vorgestellt worden.

Vgl. z.B. BRUCKER (1979), S. 77 ff.; KORTE (1979), S. 57 f.; BEUTEL (1981), S. 3; JOHNSON/PAPADIMITRIOU (1985a), S. 51 ff.; BRASSARD/BRATLEY (1993), S. 408; REINELT (1994), S. 8.

Vgl. zur nachfolgenden Darlegungen aus dem Bereich der Komplexitätstheorie z.B. BRUCKER (1979),
 S. 73 ff.; KORTE (1979), S. 57 ff.; GAREY/JOHNSON (1979); BEUTEL (1981), S. 2 ff.; HELLMANN (1984), S. 203 ff.; HOFFMAN/WOLFE (1985), S. 10 ff.; JOHNSON/PAPADIMITRIOU (1985a), S. 37

der klassischen Definition des Algorithmus: In jedem seiner Schritte ist der nachfolgende Schritt durch eindeutige Regeln festgelegt.²⁷ Ein *nondeterministischer* Algorithmus hat nun darüber hinausgehend die Fähigkeit, in bei der Lösung eines Problems auftretenden Entscheidungssituationen mit einer begrenzten Anzahl mehrerer möglicher Alternativen stets die richtige (zum Optimum führende) Wahl durch *Raten* zu treffen. Damit wird bereits deutlich, daß es sich beim nondeterministischen Algorithmus lediglich um eine nicht realisierbare Fiktion handelt. Dieses gedankliche Konstrukt wäre aufgrund seiner besonderen Fähigkeit in der Lage, *ein jedes* Entscheidungs- bzw. Optimierungsproblem effizient zu lösen. Dies impliziert zugleich, daß jedes Problem der Klasse P auch in NP liegt, da es gleichfalls durch einen nichtdeterministischen Algorithmus (optimal) lösbar bzw. entscheidbar ist. Hingleich ist es eine in der Komplexitätstheorie offene Frage, ob für jedes Problem, welches bislang NP zugeordnet wurde, vielleicht auch polynomial beschränkte Algorithmen existieren, ob also P = NP oder - wie heute zumeist vermutet wird - P ≠ NP gilt.

Es existiert nunmehr eine Reihe von Optimierungs- bzw. Entscheidungsproblemen, welche nach dem derzeitigen Erkenntnisstand in NP, nicht jedoch auch gleichzeitig in P liegen. Diese Charakterisierung als "besonders schwer lösbar" gilt z.B. für eine Reihe von Problemen kombinatorischer Natur - wie z.B. die ganzzahlige lineare Programmierung, das ganzzahlige Rucksackproblem, das Erfüllbarkeitsproblem oder das allgemeine Problem des Auffindens eines Hamiltonischen Zyklus in einem Graphen - und schließlich auch das TSP. Die Wahrscheinlichkeit, daß für diese Problemstellungen ein in Abhängigkeit von der Problemgröße hinsichtlich der Anzahl erforderlicher elementarer Rechenoperationen polynomial beschränkter Algorithmus zur optimalen Lösung gefunden werden kann, wird als äußerst gering eingeschätzt.

Innerhalb der Menge der Problemstellungen in NP werden die *NP-vollständigen* Probleme als eine besonders wichtige Teilmenge angesehen. Es handelt sich bei ihnen zum einen sämtlich um Probleme, für die unbekannt ist, ob sie P angehören.²⁸ Bislang ist kein effizienter Algorithmus für ihre Lösung verfügbar. Zum anderen gilt, daß sie sämtlich mit polynomialem Aufwand ineinander transformierbar sind.²⁹ Dieses in der operationalen Umsetzung recht komplizierte Konzept der Transformierbarkeit bedingt folglich, daß der Nachweis, daß nur ein einziges dieser Probleme in P liegt - bzw. die Entdeckung eines effizienten Algorithmus zu seiner Lösung - gleichzeitig bedeutet, daß auch jedes andere NP-vollständige Problem in P liegt bzw. effizient lösbar ist. Damit bietet sich zugleich die Möglichkeit, für eine neu formulierte Problemstellung durch den Nachweis einer Über-

ff.; GRÖTSCHEL/LOVÁSZ/SCHRIJVER (1988), S. 21 ff.; KISTNER (1988), S. 198 f.; SEDGEWICK (1992), S. 717 ff.; BRASSARD/BRATLEY (1993), S. 404 ff.; REINELT (1994), S. 7 ff.

Vgl. z.B. mit Definitionen des Begriffes "Algorithmus" z.B. BRUCKER (1979), S. 76; BRAS-SARD/BRATLEY (1993), S. 17 ff.; OTTMANN/WIDMAYER (1993), S. 17 ff.; BERENS/DELF-MANN (1995), S. 109 f.

Natürlich läßt sich das Konzept der NP-Vollständigkeit auch analog auf Probleme anwenden, die sämtlich in P liegen, vgl. z.B. JOHNSON/PAPADIMITRIOU (1985a), S. 57 f. Hier wird jedoch auf die üblicherweise verwendete Sicht, bei der die auf das Erfüllbarkeitsproblem zurückführbaren (schwierigen) Problemstellungen als NP-vollständig bezeichnet werden, referiert.

Vom Konzept der *Transformierbarkeit* ist jenes sehr ähnliche der *polynomialen Reduzierbarkeit* zu unterscheiden. Beim Konzept der polynomialen Reduzierbarkeit kann nachgewiesen werden, daß für die Lösung zweier Probleme der gleiche Aufwand betrieben werden muß; sie müssen dabei jedoch nicht ineinander transformierbar sein, vgl. z.B. JOHNSON/PAPADIMITRIOU (1985a), S. 58.

führung in ein NP-vollständiges Problem ggf. zu zeigen, daß nur wenig Hoffnung besteht, das vorliegende neue Problem jemals effizient zu lösen. Entsprechend wurde für eine Vielzahl von Problemstellungen - wie z.B. die bereits oben als in NP, nicht jedoch in P liegenden genannten - nachgewiesen, daß sie NP-vollständig sind. - Der Verdienst, die NP-Vollständigkeit des *ersten* Problems nachgewiesen zu haben, fällt COOK (1971) zu. 30 Er entwickelte unter Nutzung des logischen Modells einer nichtdeterministischen Rechenmaschine einen komplexen Beweis dafür, daß das Erfüllbarkeitsproblem NP-vollständig ist. Dieser besagt im wesentlichen, daß eine effiziente Lösbarkeit des Erfüllbarkeitsproblems bedingen würde, daß sämtliche Optimierungs- bzw. Entscheidungsprobleme in NP mit einer in Abhängigkeit von der Problemgröße polynomialen Anzahl von elementaren Rechenoperationen gelöst werden könnten.

Die von KARP (1972) u.a. aufgezeigte NP-Vollständigkeit des allgemeinen oder klassischen TSP, wie es bislang vorgestellt wurde,³¹ läßt es nun als wenig wahrscheinlich erscheinen, daß jemals in Abhängigkeit von der Problemgröße in der Anzahl ihrer elementaren Rechenoperationen polynomial beschränkte Algorithmen für das TSP verfügbar sein werden. Die wiederholte Heranziehung des TSP als sprachlicher Vergleich für die Schwierigkeiten bei der Lösung eines Problem ("Why, it's as hard as the traveling salesman problem!"³²) illustriert diesen Pessimismus. Folglich ist für praktische Zwecke der Rückgriff auf suboptimierende Verfahren bzw. Heuristiken³³, welche eine möglichst gute und zulässige Lösung des Problems generieren, naheliegend.³⁴ Anzumerken ist allerdings, daß eine Anzahl von - auch praktisch relevanten - Sonderfällen existiert, in welchen spezifische TSP mit polynomialem Aufwand bewältigbar sind.³⁵ Die effiziente Lösbarkeit läßt sich in diesen Spezialfällen zumeist auf eine konkrete Struktur der Distanzmatrix oder Besonderheiten der Lage der Städte in dem Raum, in welchem sie positioniert sind, zurückführen.

Vgl. COOK (1971), S. 151 ff.; auch KARP (1972), S. 85 ff.; KORTE (1979), S. 57 ff.; HOFF-MAN/WOLFE (1985), S. 11; JOHNSON/PAPADIMITRIOU (1985a), S. 54 f.; BRASSARD/BRATLEY (1993), S. 416.

Vgl. zur NP-Vollständigkeit des allgemeinen bzw. klassischen TSP erstmalig KARP (1972), S. 85 ff.; des weiteren z.B. BEUTEL (1981), S. 5 f.; JOHNSON/PAPADIMITRIOU (1985a), S. 37 ff.; MELAMED/SERGEEV/SIGAL (1989a), S. 1164 ff.; LAPORTE (1992a), S. 232 f.; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 11 f.

HOFFMANN/WOLFE (1985), S. 2; ähnlich CROWDER/PADBERG (1980), S. 495.

Vgl. zum Begriff der "Heuristik" Abschnitt 2.3.4.

Vgl. z.B. BRUCKER (1979), S. 74; HELLMANN (1984), S. 209; HOFFMAN/WOLFE (1985), S.
 11 ff.; JOHNSON/PAPADIMITRIOU (1985b), S. 148.

Vgl. zu mit polynomialem Aufwand in Abhängigkeit von der Problemgröße lösbaren Sonderfällen des TSP - auch folgend - z.B. GILMORE/GOMORY (1964), S. 655 ff.; LAWLER (1971), S. 267 ff.; BURKARD (1979), S. 209 ff.; RATLIFF/ROSENTHAL (1983), S. 507 ff.; GILMORE/LAW-LER/SHMOYS (1984); MICHALSKI (1987), S. 531 ff.; BURKARD/VAN DER VEEN (1991), S. 787 ff.; WARREN (1991), S. 283 ff.; VAN DAL (1992); LAPORTE (1992a), S. 233; VAN DER DAL/VAN DER VEEN/SIERKSMA (1993), S. 107 ff.; DEINEKO/VAN DAL/ROTE (1994), S. 141 ff.; WARREN (1994), S. 171 ff.; insbesondere GILMORE/LAWLER/SHMOYS (1985), S. 87 ff.; BURKARD/DEINEKO/VAN DAL/VAN DER VEEN/WOEGINGER (1995); im Rahmen dieser Arbeit z.B. auch die Abschnitte 3.3.8 und 3.4.2.

2.2.2. Die Familie der Traveling-Salesman-Probleme - ein Überblick

Das im vorstehenden Abschnitt beschriebene TSP entspricht der "klassischen" Definition dieser Problemstellung, wie sie üblicherweise bei einer Einführung derselben präsentiert wird.³⁶ Diese Definition kann jedoch modifiziert bzw. variiert oder erweitert werden, so daß faktisch eher von einer *Familie* der TSP als von *dem* TSP gesprochen werden muß.

Entsprechende Modifikationen des Optimierungsproblems können als Veränderungen der grundlegenden Formulierung bzw. Struktur, der Zielfunktion oder der einzuhaltenden Nebenbedingungen auftreten.37 So kann z.B. das "m salesman problem" (auch "Multisalesmen Problem", MTSP) als eine - praxisrelevante - grundlegende Variation der Problemformulierung aufgefaßt werden:³⁸ Im Startort wird nunmehr nicht nur die Existenz eines einzelnen, sondern jene von m Handlungsreisenden unterstellt. Diese sollen entweder sämtlich ("nonlazy salesmen") oder nur zum Teil eingesetzt werden, um die n Städte zu bereisen bzw. jeder Stadt genau einen einzigen Besuch abzustatten. Wiederum soll die gesamte Reisestrecke als Summe der von allen Handlungsreisenden zurückgelegten Wege (oder ersatzweise Reisekosten oder -zeit) minimiert werden. Das MTSP erweist sich als in das klassische TSP überführbar. - Beim "Bottleneck TSP" (BTSP) erfolgt z.B. eine Veränderung der Zielfunktion:³⁹ Es soll nicht mehr die gesamte Reisestrecke minimiert werden, sondern die längste in der gewählten Rundreise passierte Kante (bzw. die im Rahmen der Rundreise zwischen zwei Städten zurückzulegende Distanz) soll die kürzestmögliche Länge aufweisen. Das BTSP ist unter bestimmten Bedingungen mit polynomialem Aufwand lösbar. - Beim MTSP und dem BTSP handelt es sich allerdings nur um zwei in der Literatur typisierte Beispiele für eine nahezu unerschöpfliche Anzahl möglicher - und beliebig kombinierbarer - Variationen bzw. Modifikationen des klassischen TSP. Viele von diesen lassen sich wieder auf das klassische TSP zurückführen bzw. in dieses transformieren; andere können als eigenständige Mitglieder der Familie des TSP angesehen werden. Mit einigen derselben liegen mit polynomialem Aufwand in Relation zur Problemgröße lösbare Sonderfälle vor; andere erweisen sich als NP-vollständig.

Vgl. in dieser Form z.B. LITTLE/MURTY/SWEENEY/KAREL (1963), S. 972; LIN (1965), S. 2245; PFLUGER (1968), S. 88; KROLAK/FELTS/MARBLE (1971), S. 327; WEBER (1972), S. 14; DELFMANN (1985), S. 395; DOMSCHKE (1990), S. 56 f.; GREEN (1992), S. 14; BERENS/DELFMANN (1995), S. 386 f.

Vgl. mit einer detaillierteren Beschreibung von für Anwendungen des TSP relevanten Variationen und Erweiterungen insbesondere Abschnitt 3.3.2.; zu Variationen des klassischen TSP im allgemeinen vgl. folgend z.B. MÜLLER-MERBACH (1970), S. 136 ff.; GARFINKEL (1985), S. 22 ff.; JONKER (1986), S. 99 ff.; VOLGENANT/JONKER (1987), S. 1073 ff.; MELAMED/SERGEEV/SIGAL (1989a), S. 1150 ff.; REINELT (1994), S. 31 ff.; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 3 ff.

Vgl. im folgenden z.B. BOYE (1965); SVESTKA/HUCKFELDT (1973), S. 790 ff.; BELLMORE/HONG (1974), S. 500 ff.; HELLMANN (1984), S. 69 ff.; GARFINKEL (1985), S. 23 ff; JONKER (1986), S. 85 ff.; JONKER/VOLGENANT (1988), S. 163 ff.; DOMSCHKE (1990), S. 103 ff.; REINELT (1994), S. 33 f.; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 5; XING (1995), S. 557 ff.; auch Abschnitt 3.3.2 dieser Arbeit.

Vgl. im folgenden z.B. GARFINKEL (1985), S. 31 f.; GILMORE/LAWLER/SHMOYS (1985), S. 114 ff.; MELAMED/SERGEEV/SIGAL (1989a), S. 1149; PUNNEN (1992), S. 89 ff.; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 6 f.; REINELT (1994), S. 34 f.; BURKARD/DEINEKO/VAN DAL/VAN DER VEEN/WOEGINGER (1995), S. 14.

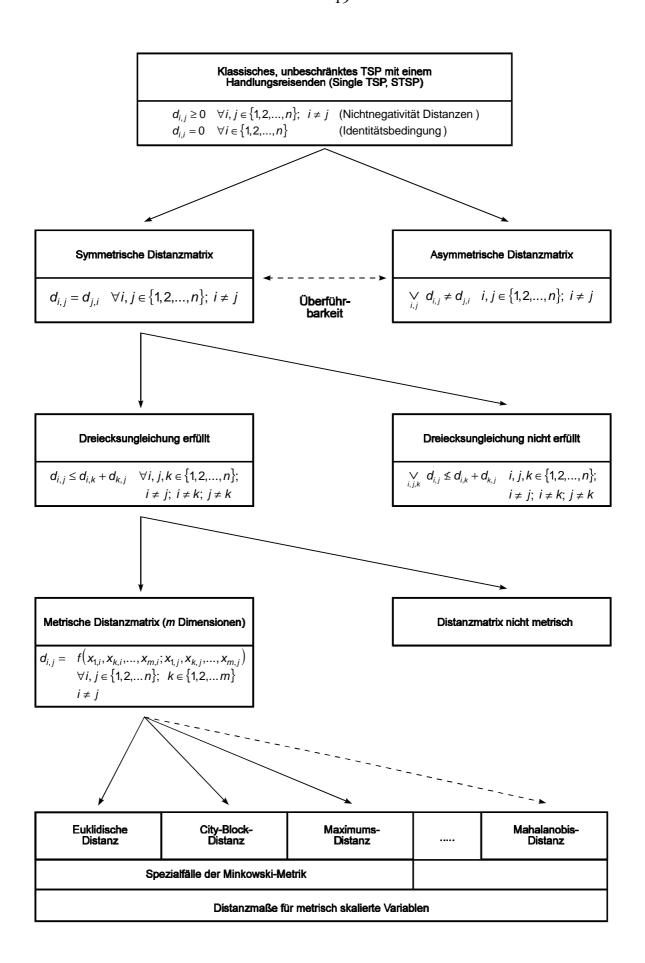


Abb. 1: Einige Varianten des (unbeschränkten) TSP für einen einzelnen Handlungsreisenden.

Über die Verwandtschaften *innerhalb* der Familie der TSP hinaus sind außerdem jene zu anderen Problemstellungen bzw. gedanklichen Konstrukten anzuführen, welche nicht der TSP-Familie angehören. Oso wurde oben im Zusammenhang mit der Formulierung des TSP als LP bereits die Verwandtschaft des klassischen TSP zum linearen Zuordnungsproblem erwähnt. Das Zuordnungsproblem unterscheidet sich vom klassischen TSP nur durch das Fehlen der Zyklusbedingungen. Weitere Verwandtschaften lassen sich z.B. zu Briefträgerproblemen (als kantenorientierten Reihenfolgeproblemen), zur Konstruktion diverser spannender Bäume bzw. jener von 1-Bäumen oder zu Matching-Problemen aufzeigen. Vielfach erweisen sich diese Verwandtschaften als im Rahmen von exakten oder suboptimierenden Lösungsverfahren für das TSP nutzbar.

Im weiteren soll die Aufmerksamkeit - im Hinblick auf die Ausführungen der folgenden Abschnitte - kurz einigen Variationen des klassischen TSP für einen einzelnen Handlungsreisenden ohne zusätzliche Beschränkungen gelten. Wie bereits oben erläutert und in Abb. 1 visualisiert, läßt sich (auch) für dieses TSP zwischen symmetrischen und asymmetrischen Distanzmatrizen unterscheiden. Dabei erweisen sich asymmetrische Probleme allerdings grundsätzlich als in symmetrische Probleme überführbar bzw. als solche lösbar; gleichfalls können symmetrische in asymmetrische Probleme transformiert werden. Hinsichtlich symmetrischer Probleme kann im weiteren danach differenziert werden, ob diese die sogenannte Dreiecksungleichung erfüllen, ob also durchgängig $d_{i,j} \leq d_{i,k} + d_{k,j}$ mit $i \neq j \neq k$, $\forall i,j,k \in \{1,...n\}$ gilt. Wie Symmetrie bzw. Asymmetrie der Distanzmatrix

Eine scharfe Abgrenzung der Familie der TSP zu den verwandten, ihr jedoch nicht angehörenden Problemen dürfte dabei schwerfallen. Vgl. zu solchen dem TSP verwandten Problemen folgend z.B. FLOOD (1956), S. 61 ff.; MÜLLER-MERBACH (1970), S. 71 f.; MÜLLER-MERBACH (1973), S. 334 ff.; SCHÖNLEIN (1974), S. 13 ff.; HINRICHSEN (1975), S. 13 ff.; SCHLAGETER (1978), S. 36 ff.; BURKARD (1979), S. 194 f.; GARFINKEL (1985), S. 25 ff.; JOHNSON/PAPA-DIMITRIOU (1985a), S. 59 f.; REINELT (1994), S. 31 ff.; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 3 ff.

⁴¹ Vgl. Abschnitt 2.2.1.

Vgl. zu Briefträgerproblemen bzw. ihrer Verwandtschaft zum TSP z.B. JOHNSON/PAPADIMITRIOU (1985a), S. 59 f.; DOMSCHKE (1990), S. 108 ff.; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 5 f.; REINELT (1994), S. 34.

Vgl. zu diversen Baumkonstruktionen in der Graphentheorie bzw. Beziehungen zum TSP z.B. HELD/KARP (1970), S. 1138 ff.; HELD/KARP (1971), S. 6 ff.; BENITO/GRÖFLIN (1978), S. 101 ff.; HÄSSIG (1979), S. 15 ff.; JOHNSON/PAPADIMITRIOU (1985a), S. 77 ff.; JOHNSON/PAPADIMITRIOU (1985b), S. 152 ff.; MELAMED/SERGEEV/SIGAL (1989a), S. 1156; LECLERC/RENDL (1989), S. 96 ff.; DOMSCHKE (1990), S. 84 ff.; LAPORTE (1992a), S. 237 ff.; SEDGEWICK (1992); OTTMANN/WIDMAYER (1993).

Vgl. zu Matching-Problemen bzw. ihrer Beziehung zum TSP z.B. HÄSSIG (1979), S. 139 ff.; CORNUÉJOLS (1981); DOMSCHKE (1990), S. 115 ff.; LAPORTE (1992a), S. 239 ff.

⁴⁵ Vgl. Abschnitt 2.3, insbesondere Abschnitt 2.3.2.

Vgl. z.B. JONKER/DE LEVE/VAN DER VELDE/VOLGENANT (1980), S. 623 ff.; JONKER/ VOLGENANT (1983), S. 161 ff.; JONKER (1986), S. 93 ff.; MELAMED/SERGEEV/SIGAL (1989a), S. 1163; PADBERG/SUNG (1991), S. 342 ff.; REINELT (1994), S. 33.

Vgl. zur Dreiecksungleichung z.B. MÜLLER-MERBACH (1970), S. 124; BELLMORE/MALONE (1971), S. 280; HINRICHSEN (1975), S. 10 ff.; ROSENKRANTZ/STEARNS/LEWIS (1977), S. 563; HELLMANN (1984), S. 62 f.; JOHNSON/PAPADIMITRIOU (1985a), S. 59 f.; JOHNSON/PAPADIMITRIOU (1985b), S. 150 ff.; MELAMED/SERGEEV/SIGAL (1989a), S. 1149; LAPORTE (1992a), S. 231; BERENS (1992), S. 92; REINELT (1994), S. 6; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 2; zu Transformationen zwecks Erfüllung derselben z.B. PANNY (1978), S. 6 f.; JERONIM/KÖRNER (1982a), S. 199 ff.; JERONIM/KÖRNER (1985), S. 114 ff.; JERONIM/KÖRNER

hat auch die Erfüllung der Dreiecksungleichung Einfluß auf Art und Anzahl der zur Lösung des jeweiligen TSP einsetzbaren optimierenden bzw. suboptimierenden Verfahren.⁴⁸

Sofern die als reelle Zahlen vorliegenden und mittels einer einheitlichen Berechnungsvorschrift ermittelbaren Entfernungen $d_{i,j}$ zwischen den Städten eines TSP sämtlich dem Identitätsaxiom $(d_{i,j} = 0 \ \forall i = j \in \{1,2,...n\})$ und dem Symmetrieaxiom (als die oben erläuterte Symmetrie der Distanzmatrix) genügen, die Dreiecksungleichung erfüllen und schließlich auch $d_{i,j} \geq 0 \ \forall i,j \in \{1,2,...n\}$ gilt, wird schließlich von einer $metrischen\ Distanzmatrix$ gesprochen. Diese impliziert, daß die Städte eines TSP als Punkte in einem gleichfalls metrischen Raum positioniert sind; aus den Koordinaten der Städte in diesem läßt sich mittels der Berechnungsvorschrift die Entfernung zweier Städte i und j zueinander bestimmen.

Gängigerweise im Zusammenhang mit dem TSP verwendete metrische Distanzmaße entsprechen z.B. der euklidischen Metrik, der City-Block- bzw. Taximetrik oder der Maximums- bzw. Dominanz- bzw. Chebyshev-Metrik.⁴⁹ Diese können sämtlich als Spezialfälle der L_p -Norm bzw. Minkowski-Metrik angesehen werden; danach ermittelt sich die Entfernung zwischen zwei Städten i und j in einem m-dimensionalen Raum unter Angabe der jeweils m Koordinatenwerte einer Stadt i mit $x_{k,i}$, $k \in \{1,2,...m\}$, $i \in \{1,2,...n\}$ zu

$$d_{i,j} = \left[\sum_{k=1}^{m} |x_{k,i} - x_{k,j}|^{p}\right]^{\frac{1}{p}}.$$

Bei der euklidischen Metrik ist p=2, bei der City-Block-Metrik p=1 und bei der Maximumsmetrik erweist sich dabei, wie in Abschnitt 3 an diversen Beispielen gezeigt wird, als anwendungsrelevant. - Die in Abb. 1 gleichfalls mit aufgeführte Mahalanobis-Distanz ist ein die spezifische Struktur der Lage der Städte im metrischen Raum berücksichtigendes Distanzmaß. 50

KÖRNER (1989), S. 70 ff. Auch asymmetrische TSP können natürlich die Dreiecksungleichung erfüllen.

⁴⁸ Vgl. Abschnitt 2.3.

^{Vgl. zu diesen und anderen im Zusammenhang mit dem TSP eingesetzen Distanzmaßen bzw. Distanzfunktionen z.B. BELLMORE/NEMHAUSER (1968), S. 538 f.; KROLAK/FELTS/MARBLE (1971), S. 333; HINRICHSEN (1975), S. 10 ff.; ROSENKRANTZ/STEARNS/LEWIS (1977), S. 563; PANNY (1978), S. 6 f.; BENTLEY (1984), S. 76 ff.; HELLMANN (1984), S. 62 ff.; CHAUNY/HAURIE/WAGNEUR/LOULOU (1987), S. 28 f.; MELAMED/SERGEEV/SIGAL (1989a), S. 1150; REINELT (1990a); REINELT (1991b), S. 37 ff.; BENTLEY (1992), S. 387, S. 407 ff.; REINELT (1995), S. 2 ff.; vgl. zum TSP mit einer City-Block-Metrik (synonym: rektilineares TSP, Manhattan TSP) z.B. JOHNSON/PAPADIMITRIOU (1985a), S. 59 f.; LEE/WONG (1980), S. 200 ff.; zum TSP mit einer Maximumsmetrik (synonym: Chebyshev-TSP) z.B. LEE/WONG (1980), S. 200 ff.; MAGIROU (1986), S. 16 f.; HWANG/LEE (1988), S. 286; GERSHUNI/ SHERSTYUK (1990), S. 171; BOZER/SCHORN/SHARP (1990), S. 238 ff.; GRÖTSCHEL/JÜN-GER/REINELT (1991), S. 70 f.; zum TSP mit euklidischer Metrik den folgenden Abschnitt 2.2.3.}

Vgl. zur Mahalanobis-Distanz z.B. BLEYMÜLLER (1989), S. 145 ff.; BACKHAUS/ERICHSON/ PLINKE/WEIBER (1990), S. 189, S. 216 f. Die Mahalanobis-Distanz wurde nach Wissen des Verfassers noch nicht im Zusammenhang mit dem TSP in der Literatur erwähnt.

2.2.3. Das euklidische zweidimensionale Traveling-Salesman-Problem

Da sich diese Arbeit in den Abschnitten 4 und 5 vorrangig mit dem zweidimensionalen, euklidischen TSP für einen einzelnen Handlungsreisenden ohne zusätzliche Beschränkungen beschäftigt, soll dieses hier knapp eingeführt werden.⁵¹

Bei dieser Instanz des TSP liegen die zu berücksichtigenden Städte in einem zweidimensionalen Raum mit einem kartesischen Koordinatensystem. Bei letzterem stehen die zwei Achsen rechtwinklig aufeinander; die Einheiten auf den Koordinatenachsen sind gleich groß. Die positive Ordinate geht durch eine Rechtsdrehung um 90 Grad in die positive Abszisse über. Die n Städte des TSP werden nun üblicherweise unter Angabe einer (positiven) x- bzw. Ordinaten- und y- bzw. Abszissenkoordinate im I. Quadranten dieses Raumes positioniert. Die Distanzen der Städte untereinander werden nach der euklidischen Metrik bestimmt; die Entfernung zwischen einer Stadt i und einer Stadt j ergibt sich bei Festlegung ihrer Koordinaten mit (x_i, y_i) und (x_j, y_j) zu

$$d_{i,j} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}$$
.

Aus der Bestimmung der Entfernungen der Städte untereinander unter Verwendung einer Metrik ergibt sich die Natur der Distanzmatrix im oben bereits erläuterten Sinne unmittelbar als *symmetrisch*. Des weiteren ist die Dreiecksungleichung stets erfüllt.

Auch das euklidische zweidimensionale TSP erweist sich im allgemeinen, wie bereits PA-PADIMITRIOU/STEIGLITZ (1976) feststellten, als NP-vollständig.⁵³ Mit polynomialem Aufwand lösbare Sonderfälle zeichnen sich zumeist durch eine spezielle Struktur der Lage der Städte in der Ebene aus.⁵⁴ Liegen dieselben z.B. *sämtlich* auf dem Rand der von ihnen determinierten konvexen Hülle,⁵⁵ so ergibt sich die optimale Rundreise direkt aus der Folge der Städte auf demselben. In direktem Zusammenhang damit steht auch eine der wenigen bekannten geometrisch interpretierbaren Eigenschaften des euklidischen, zweidimensionalen TSP:⁵⁶ Jene Städte eines TSP, die auf dem Rand der konvexen Hülle liegen, können als eine Reihenfolge bildend angesehen werden. In der optimalen Rundreise erscheinen diese Städte nun stets in genau der gleichen Reihenfolge wie auf dem Rand der konvexen Hülle, wenngleich auch andere (nicht auf dem Rand der konvexen Hülle liegende Städte) zwischen ihnen plaziert sein mögen. In unmittelbarer Verbindung damit steht als weitere Eigenschaft die Tatsache, daß die optimale Rundreise nie-

Die meisten der hier erläuterten Sachverhalte werden in den Abschnitten 4 und 5 detaillierter - unter Nennung entsprechender Literaturquellen - wieder aufgegriffen.

Natürlich kann entsprechend gleichfalls ein TSP mit drei, vier oder beliebig vielen Dimensionen definiert werden.

⁵³ Vgl. z.B. PAPADIMITRIOU/STEIGLITZ (1976), S. 1 ff.; PAPADIMITRIOU (1977), S. 237 ff.

Vgl. im folgenden zu den mit polynomialem Aufwand in Abhängigkeit von der Problemgröße lösbaren Sonderfällen des zweidimensionalen euklidischen TSP z.B. DEINEKO/VAN DAL/ROTE (1994), S. 141 ff.; BURKARD/DEINEKO/VAN DAL/VAN DER VEEN/WOEGINGER (1995), S. 15 ff.

Vgl. zu Definition, Eigenschaften und Berechnung der konvexen Hülle z.B. SEDGEWICK (1992), S. 411 ff. Hinreichend läßt sich die konvexe Hülle einer Anzahl von Städten bzw. ausgezeichneten Raumpunkten im zweidimensionalen Raum als das kleinste Polyeder definieren, welches sämtliche Städte enthält.

Vgl. zu den hier dargestellten Eigenschaften eingehender und unter Nennung entsprechender Literaturquellen Abschnitt 5.3.1.1.

mals einander kreuzende Kanten bzw. Verbindungen zwischen Städten aufweist. Einerseits läßt sich mittels des Satzes des Phytagoras nachweisen, daß im Falle einer solchen "Kreuzung" stets eine Verkürzung der Rundreise möglich wäre; andererseits widerspräche eine solche auch der bereits erläuterten spezifischen Eigenschaft der Städte auf dem Rand der konvexen Hülle bzw. ihrer Folge: Würde die optimale Rundreise sich selbst kreuzen, so könnten die Städte auf dem Rand der konvexen Hülle nicht mehr in identischer Reihenfolge in ihr erscheinen.

Im weiteren wird bei der Beschreibung heuristischer⁵⁷ bzw. suboptimierender Verfahren zur Lösung des euklidischen, zweidimensionalen TSP eine zulässige - wenngleich nicht zwangsläufig optimale - Lösung desselben als *Rundreise* bezeichnet. Eine zyklische, zusammenhängende Kantenfolge, die *nicht jeden* Knoten des Graphen genau einmal berührt (wobei jeder Knoten genau zwei ihn inzidierende Kanten und damit den Grad 2 aufweist) bzw. *nicht sämtliche n* Städte des TSP einschließt, wird als *Teilrundreise* bezeichnet. Eine Teilrundreise kann durch das Einfügen der bislang nicht in ihr enthaltenen Städte zu einer Rundreise erweitert werden. Als ein *Pfad* wird im weiteren eine sequentielle Folge von Städten bzw. ein Kantenzug bezeichnet, bei welchem jeder Knoten (bzw. jede Stadt) außer dem Anfangs- und dem Endknoten den Grad 2 aufweist, d.h. von genau zwei Kanten oder Städteverbindungen berührt wird.

Das zweidimensionale, euklidische TSP scheint seit langer Zeit auf all jene Institutionen und Personen, die sich mit dem TSP beschäftigen, eine besondere Anziehungskraft ausgeübt zu haben. Ein bedeutender Teil der zum TSP erschienenen Publikationen beschäftigt sich mit dieser speziellen Instanz; sie wird wiederholt als ein "wichtiger Sonderfall"58 des allgemeinen TSP bezeichnet. Dies mag seinen Grund einerseits darin haben, daß sowohl die euklidische Metrik dieser Instanz - im Gegensatz zu an anderen Metriken orientierten Varianten des Problems - als auch die Zweidimensionalität bzw. planare Darstellbarkeit dem menschlichen Denken entgegenkommen. Andererseits ist zu konstatieren, daß gerade die enge Verwandtschaft der euklidischen Metrik zu diversen anderen Metriken über die Minkowski-Metrik es ermöglicht, zahlreiche der für das euklidische, zweidimensionale TSP gewonnenen Erkenntnisse auf TSP mit anderen Metriken zu übertragen. So lassen sich z.B. auch zahlreiche suboptimierende Lösungsverfahren bzw. Heuristiken, welche für das zweidimensionale, euklidische TSP entwickelt wurden, ohne größere Modifikationen direkt auf planare TSP mit anderen Metriken - so z.B. TSP mit der für zahlreiche realweltliche Erscheinungsformen relevanten Maximumsmetrik ("Chebyshev-TSP") - anwenden.59

Vgl. zu einer Definition des Begriffes "Heuristik" Abschnitt 2.3.4.1.

Vgl. z.B. als "important special case" bei JOHNSON/PAPADIMITRIOU (1985a), S. 60; ähnlich z.B. PAPADIMITRIOU/STEIGLITZ (1976), S. 7; PAPADIMITRIOU (1977), S. 237; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 2; REINELT (1994), S. 2.

Vgl. zu Anwendungen des TSP, denen eine Maximumsmetrik zugrundeliegt, insbesondere die Abschnitte 3.3.6 und 3.3.7 dieser Arbeit; vgl. zur Bedeutung des TSP in diesem Zusammenhang z.B. auch JOHNSON/MCGEOCH (1995), S. 11.

2.3. Verfahren zur Lösung des Traveling-Salesman-Problems

2.3.1. Vorbemerkung

Im Rahmen des folgenden Überblicks über Verfahren zur Bestimmung optimaler bzw. suboptimaler zulässiger Lösungen des TSP müssen sich die Ausführungen zwangsläufig auf skizzenhafte Beschreibungen der wichtigsten Methoden beschränken. Dabei sollen dem Leser - im Hinblick auf die Darlegungen in den nachstehenden Abschnitten - lediglich die elementaren Arbeitsprinzipien der angesprochenen Verfahren verdeutlicht werden. Das detaillierte Nachvollziehen bzw. eine Implementierung der verschiedenen Methoden und Techniken ist mittels dieser Darstellung nicht möglich; in dieser Hinsicht wird jeweils auf weiterführende bzw. grundlegende Literatur bzw. Überblicke zu den einzelnen Verfahren verwiesen.

Im folgenden wird mit dem Abschnitt 2.3.2 zunächst auf untere Schranken und Relaxationen für das TSP eingegangen. Diese stellen zwar keine "Lösungsverfahren" im eigentlichen Sinne dar; sie erweisen sich jedoch als unverzichtbare Hilfsmittel beim Einsatz derselben. Sodann gilt die Aufmerksamkeit im Abschnitt 2.3.3 den "exakten" Verfahren zur Lösung des TSP. Es handelt sich dabei um solche, die das Problem in einer endlichen Zahl von Schritten optimal lösen oder nachweisen, daß keine zulässige Lösung existiert. Heuristiken bzw. suboptimierende Verfahren hingegen, 60 die Gegenstand des Abschnittes 2.3.4 sind, bemühen sich um eine möglichst gute zulässige Lösung des TSP, garantieren jedoch keine optimale Lösung.

2.3.2. Untere Schranken und Relaxationen

Als "untere Schranke" ("Lower Bound") für ein wohlstrukturiertes, numerisch faßbares Optimierungsproblem mit zu minimierender Zielfunktion wie das TSP bezeichnet man einen Wert, der von einer optimalen Lösung dieses Problems bzw. ihrem Zielfunktionswert keinesfalls unterschritten werden kann. Eine solche untere Schranke wird "scharf" genannt, wenn sie nahe am tatsächlichen optimalen Zielfunktionswert liegt.⁶¹

Als "Relaxation" eines wohlstrukturierten, numerisch faßbaren Optimierungsproblems wird ein anderes (zweites) Problem bezeichnet, wenn die Menge der zulässigen Lösungen dieses zweiten Problems garantiert sämtliche zulässigen Lösungen des betrachteten

Vgl. zum Begriff der Heuristik bzw. des heuristischen Verfahren Abschnitt 2.3.4 bzw. die dort angegebenen Quellen.

Dabei ist der Begriff "scharf" nicht eindeutig bezüglich eines festgelegten (Mindest-) Abstandes vom Zielfunktionswert spezifiziert. - Vgl. zu "Lower Bounds" für das TSP z.B. CHRISTOFIDES (1972), S. 1044 ff.; SCHÖNLEIN (1974), S. 36 ff.; MAFFIOLI (1975), S. 72 ff.; HINRICHSEN (1975), S. 29 ff., S. 74 ff., S. 148 ff.; HELLMANN (1984), S. 66 ff., S. 144 ff.; MELAMED/SER-GEEV/SIGAL (1989b), S. 1312 ff.; REINELT (1989), S. 20 ff.; LAPORTE (1992a), S. 234 ff.; REINELT (1994), S. 161 ff.; JOHNSON/MCGEOCH (1995), S. 10.

Optimierungsproblems (des Ausgangsproblems) als Teilmenge umfaßt. ⁶² Zweckmäßigerweise wird für eine Relaxation des Ausgangsproblems zumeist ein erheblich einfacher als dieses zu lösendes Problem gewählt. Diese Vereinfachung kann dadurch erreicht werden, daß beim zweiten Problem (der Relaxation) beim Ausgangsproblem zu beachtende Restriktionen vernachlässigt bzw. gelockert werden. Folglich kann die optimale Lösung des Ausgangsproblems auch die optimale Lösung des zweiten Problems darstellen; zumeist wird dies allerdings nicht gegeben sein. Vielmehr wird die optimale Lösung der Relaxation oft beim Ausgangsproblem zu wahrende Nebenbedingungen verletzen. Entsprechend wird bei einem Minimierungsproblem wie dem TSP die optimale Lösung einer solchen Relaxation stets einen geringeren (bzw. bestenfalls den gleichen) Zielfunktionswert realisieren als die optimale Lösung des Ausgangsproblems. Damit kann eine Relaxation dazu dienen, mit beschränktem Aufwand eine untere Schranke für das Ausgangsproblem zu bestimmen.

Der Nutzen von Relaxationen liegt zum ersten darin, daß sie die Ermittlung unterer Schranken für das Ausgangsproblem mit beschränktem Aufwand ermöglichen. "Lower Bounds" wiederum dienen zwei wichtigen Zwecken:⁶³

- Zum ersten vermögen untere Schranken im Rahmen von Verfahren zur exakten bzw. optimalen Lösung des TSP den Rechenaufwand erheblich zu senken.⁶⁴ Sie ermöglichen es, Teilmengen der Menge zulässiger Lösungen des Problems ohne eingehendere Betrachtung als suboptimal aus der weiteren Untersuchung auszuschließen. Dabei erweisen sich die Ausschlußmöglichkeiten als um so umfangreicher, je schärfer die untere Schranke ausfällt. Dies gilt beispielsweise für die diversen Varianten des im folgenden Abschnitt 2.3.3 angesprochenen Branch-and-Bound-Verfahrens.
- Zum zweiten können untere Schranken sowohl für konvergierende exakte Verfahren als auch für Heuristiken eine sinnvolle Abschätzung der Qualität vorliegender Lösungen bzw. Rundreisen gewährleisten:
 - Ein konvergierendes exaktes Lösungsverfahren wie z.B. Varianten der im Abschnitt 2.3.3 skizzierten "Branch-and-Cut"-Technik nähert sich iterativ der optimalen Lösung des TSP an und generiert dabei laufend sich hinsichtlich der Lösungsqualität verbessernde zulässige Rundreisen. Da in realen Kontexten jedoch die verfügbare Rechenzeit oft beschränkt ist, ist es wünschenswert, bei Abbruch der Berechnungen nach der zur Verfügung stehenden Zeit zu wissen,

Vgl. zu den Zwecken der Berechnung von unteren Schranken über die folgenden Aspekte hinaus z.B. BERENS (1992), S. 167 ff.; REINELT (1994), S. 161 ff.

Vgl. zu Relaxationen für das TSP z.B. HELLMANN (1984), S. 66; JONKER (1986), S. 4 f., S. 10 ff.; DOMSCHKE (1990), S. 63 ff.; LAPORTE (1992a), S. 234 ff.; REINELT (1994), S. 161 ff.; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 45 ff.

Vgl. folgend (zumeist für Branch-and-Bound-Verfahren) z.B. LITTLE/MURTY/SWEENEY/KA-REL (1963), S. 975 ff.; ESCHER (1968), S. 19 ff.; BELLMORE/NEMHAUSER (1968), S. 549 f.;
 MÜLLER-MERBACH (1970), S. 29 ff.; HELD/KARP (1971), S. 6 ff.; CHRISTOFIDES (1972), S. 1044 f.; HANSMANN (1972), S. 309; MAFFIOLI (1975), S. 73; MÜLLER-MERBACH (1975a), S. 182; HINRICHSEN (1975), S. 30 f.; MÜLLER (1980), S. 18; MELAMED/SERGEEV/SIGAL (1989b), S. 1312 ff.; SCHOLL/DOMSCHKE/KLEIN (1998b), S. 251.

Vgl. zum "Branch and Cut" z.B. JÜNGER/REINELT/THIENEL (1993); JÜNGER/REINELT/THIENEL (1994), S. 11 ff.; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 77 ff.; JÜNGER/STÖRMER (1995); FISCHETTI/TOTH (1997), S. 1520 ff.

Vgl. z.B. die im Abschnitt 3.3.7 dargestellten Anwendungen.

wie weit die aktuell vorliegende Lösung ungefähr noch vom Optimum entfernt ist und ob die Investition weiterer Rechenzeit lohnt bzw. erforderlich ist. Scharfe untere Schranken ermöglichen eine entsprechende Abschätzung.

Heuristische Verfahren,⁶⁷ für welche kein Konvergenzbeweis geführt werden kann, lassen sich einerseits vor einem eventuellen Praxiseinsatz mittels einer Anzahl verschiedener Methoden hinsichtlich der von ihnen erreichbaren bzw. ggf. sogar gewährleistbaren Lösungsqualitäten bei Ermittlung von Rundreisen für TSP evaluieren.⁶⁸ Die mittels dieser Methoden vorgenommenen Einschätzungen des Leistungsvermögens jedoch weisen andererseits zumeist spezifische Schwächen bzw. Grenzen in ihrer Aussagefähigkeit auf. Aus diesem Grunde erscheint es wünschenswert, ein heuristisches Verfahren bei seiner Anwendung auf ein konkretes, einzelnes TSP in einem Praxisfall mit einer Information über die ungefähre Nähe der Qualität der generierten Lösung zu jener der optimalen Lösung zu kommentieren.⁶⁹ Dies ermöglicht einerseits eine laufende Kontrolle hinsichtlich der Leistungsfähigkeit der Heuristik im realen Einsatz (und ggf. eine Entscheidung über ihre Ablösung oder Verbesserung) und andererseits ein ggf. notwendiges Eingreifen, wenn - z.B. aufgrund von Struktureigenschaften eines bestimmten TSP in Interaktion mit den Mechanismen der Heuristik - eine im Anwendungskontext nicht mehr akzeptable Lösungsqualität generiert wird. Auch für diesen Zweck ist es natürlich wünschenswert, möglichst scharfe untere Schranken auszuweisen.

Ein zweiter Nutzen von Relaxationen liegt in der Tatsache begründet, daß sie für exakte wie auch heuristische Verfahren als Ausgangspunkt für die Konstruktion optimaler bzw. guter zulässiger Lösungen des TSP dienen können.⁷⁰ Dies geschieht, indem die optimale Lösung der Relaxation so modifiziert wird, daß die zuvor vernachlässigten Restriktionen des Ausgangsproblems wieder Beachtung finden. Je nach eingesetztem Verfahren resultieren dabei suboptimale oder optimale Lösungen.

Eine der bekanntesten Relaxationen für das TSP wurde bereits im Abschnitt 2.2.1 angesprochen - es handelt sich um das lineare Zuordnungsproblem.⁷¹ Bei der Formulierung

Vgl. zum Begriff der Heuristik bzw. des heuristischen Verfahrens sowie zum folgenden den Abschnitt 2.3.4. bzw. 2.3.4.1.

Vgl. zur Evaluation der Leistungsfähigkeit heuristischer Verfahren Abschnitt 2.3.4.1 bzw. die dort genannten Literaturquellen.

Vgl. ähnlich z.B. WEBB (1971), S. 51, S. 58 f.; HELLMANN (1984), S. 66; REINELT (1991b),
 S. 31; BERENS (1992), S. 167 ff.; JÜNGER/REINELT/THIENEL (1993), S. 1; JÜNGER/REI-NELT/RINALDI (1994), S. 12, S. 100; REINELT (1994), S. 161.

Dieser Sachverhalt wird hier nicht detaillierter ausgeführt. Vgl. mit einem Beispiel im Bereich der Heuristiken z.B. KROLAK/FELTS/MARBLE (1971), S. 327 ff., die aus einer Lösung des linearen Zuordnungsproblems heraus Lösungen für das TSP entwickeln; vgl. im Bereich der exakten Verfahren z.B. bereits DANTZIG/FULKERSON/JOHNSON (1954), S. 393 ff., die aus einer LP-Relaxation des TSP durch das schrittweise Hinzufügen zuvor vernachlässigter Nebenbedingungen die optimale Lösung des Problems ermitteln; vgl. des weiteren z.B. CROES (1958), S. 791 ff.; MÜLLER-MERBACH (1970), S. 112 ff.; BELLMORE/MALONE (1971), S. 278 ff.; GRÖT-SCHEL (1977); GRÖTSCHEL (1980), S. 61 ff.; PADBERG/HONG (1980), S. 78 ff.; CROWDER/PADBERG (1980), S. 495 ff.; JÜNGER/REINELT/THIENEL (1993).

Vgl. zur Verwandtschaft des TSP zum Zuordnungsproblem bereits FLOOD (1956), S. 61 ff.; vgl. zur Relaxation des TSP über das Zuordnungsproblem z.B. BELLMORE/NEMHAUSER (1968), S. 540 f.; MÜLLER-MERBACH (1970), S. 71 f., S. 96 ff.; BELLMORE/MALONE (1971), S. 278

des TSP als lineares Programm wurde gezeigt, daß dieses bis auf die Subzyklen bzw. Teilrundreisen verhindernden Restriktionen mit dem TSP identisch ist. Im Gegensatz zum TSP läßt sich das Zuordnungsproblem allerdings effizient mit einem Aufwand von $O(n^3)$ - so z.B. mit Implementierungen der ungarischen Methode - lösen. Die untere Schranke, welche sich aus ihm ableiten läßt, ist allerdings zumeist nicht sonderlich scharf. Bessere Ergebnisse lassen sich in dieser Hinsicht mit einer Anzahl anderer Verfahren zur Bestimmung von "Lower Bounds" für das TSP erzielen; folgend einige Beispiele, welche die Vielfalt möglicher Ansätze verdeutlichen: 73

• Eine recht einfache und seit langem bekannte untere Schranke für eine TSP-Lösung läßt sich - bei erfüllter Dreiecksungleichung - aus dem für den Graphen des Problems formulierbaren minimal spannenden Baum ableiten.⁷⁴ Eine jede Rundreise für ein TSP kann durch das Streichen einer ihrer Kanten in einen spannenden Baum mit *n* - 1 Kanten transformiert werden.⁷⁵ Es läßt sich zeigen, daß folglich die Summe der bewerteten Kanten des bzw. der minimal spannenden Bäume stets geringer ist als die Länge der optimalen Rundreise. - Erweitert man das Konzept des minimal spannenden Baumes zu dem des 1-Baumes, so läßt sich eine noch schärfere untere Schranke ermitteln.⁷⁶ Der Bestimmung derselben liegt die Einsicht zugrunde, daß eine Rundreise für ein TSP aus einem spannenden Baum für *n* - 1 Städte desselben sowie zwei zusätzlichen Kanten besteht, welche die verbleibende ("ausgezeichnete") Stadt mit dem spannenden Baum verbinden. Wählt man nun eine Stadt als "ausgezeichnete" Stadt, berechnet für die verbleibenden Städte den minimal spannenden Baum und schließt die ausgezeichnete Stadt über zwei Kanten - zu ihrer nächsten sowie der

ff.; CHRISTOFIDES (1972), S. 1045; MÜLLER-MERBACH (1973), S. 334 ff.; SCHÖNLEIN (1974), S. 13 ff., S. 68 ff.; BENITO/GRÖFLIN (1978), S. 106 f.; BURKARD (1979), S. 193 ff.; JERONIM/KÖRNER (1982a), S. 199 ff.; HELLMANN (1984), S. 64 f.; GARFINKEL (1985), S. 25 f.; BALAS/TOTH (1985), S. 365 ff.; MELAMED/SERGEEV/SIGAL (1989a), S. 1155 f.

- Vgl. mit Vergleichen von Verfahren zur Bestimmung von unteren Schranken hinsichtlich der erzielbaren Schärfe z.B. HINRICHSEN (1975), S. 148 ff.; JERONIM/KÖRNER (1982b), S. 369 f.; MELAMED/SERGEEV/SIGAL (1989b), S. 1315 ff.; REINELT (1989), S. 23 ff.; REINELT (1994), S. 170 ff., S. 184 ff.
- Vgl. über die folgend genannten Verfahren hinaus mit weiteren Methoden bzw. Variationen z.B. CHRISTOFIDES (1972), S. 1047 ff.; WEBER (1972), S. 21 f.; JERONIM/KÖRNER (1982b), S. 359 ff.; HELLMANN (1984), S. 144; MELAMED/SERGEEV/SIGAL (1989b), S. 1305 ff., S. 1312 ff.; REINELT (1989), S. 20 ff.; REINELT (1991b), S. 31 ff.; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 45 ff.; REINELT (1994), S. 161 ff.
- Vgl. zu Definition, Eigenschaften und Berechnung des minimal spannenden Baumes z.B. SEDGE-WICK (1992), S. 514 f.; OTTMANN/WIDMAYER (1993), S. 445 ff., S. 546 ff., S. 631 ff. Hinreichend läßt sich ein minimal spannender Baum als jene Teilmenge der Menge der Kanten eines Graphen mit minimaler Gesamtlänge charakterisieren, die notwendig ist, um einen zusammenhängenden Subgraphen (den minimal spannenden Baum) zu erzeugen, in dem jede Stadt von mindestens einer Kante berührt wird.
- Vgl. folgend z.B. ISAAC/TURBAN (1969), S. 544; CHRISTOFIDES (1972), S. 1045 f.; GAR-FINKEL (1985), S. 29; JOHNSON/PAPADIMITRIOU (1985b), S. 152 ff.; LAPORTE (1992a), S. 237 f.
- Vgl. folgend auch mit diversen Variationen des dargestellten Konzeptes z.B. HELD/KARP (1970), S. 1138 ff.; HELD/KARP (1971), S. 6 ff.; HELBIG HANSEN/KRARUP (1974), S. 90 ff.; HINRICHSEN (1975), S. 151 ff.; BENITO/GRÖFLIN (1978), S. 101 ff.; HELLMANN (1984), S. 67, S. 151 ff.; BALAS/TOTH (1985), S. 371 f.; DOMSCHKE (1990), S. 84 ff.; LAPORTE (1992a), S. 238 ff.; MELAMED/SERGEEV/SIGAL (1989a), S. 1156; REINELT (1989), S. 20 f.; REINELT (1994), S. 163 ff., S. 175 ff.; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 48 ff.

zweitnächsten Nachbarstadt - an denselben an, so erhält man den minimalen 1-Baum für das TSP sowie die jeweilige ausgezeichnete Stadt. Wählt man nun jede der n Städte einmal als ausgezeichnete Stadt aus, so ist unter den n minimalen 1-Bäumen jener mit der maximalen summierten Kantenlänge eine untere Schranke für die Länge der optimalen Rundreise. Da die optimale Rundreise als ein minimaler 1-Baum unter Berücksichtigung zusätzlicher Restriktionen aufgefaßt werden kann, ist sie in der Menge aller 1-Bäume enthalten; folglich ist das Konstrukt des 1-Baumes eine Relaxation des TSP.

- Einige einfache Überlegungen bezüglich der Nachbarschaften von Städten können gleichfalls zu unteren Schranken führen. The iner Rundreise ist jede Stadt mit genau zwei anderen Städten durch jeweils eine Kante verbunden. Würde es sich dabei durchgängig um die jeweils nächsten Nachbarstädte handeln, so läge eine optimale Rundreise vor. Folglich ergibt sich eine untere Schranke für die Länge der optimalen Rundreise, wenn man die Distanzen einer jeden Stadt zu ihren zwei nächsten Nachbarstädten über alle Städte mit 2n berücksichtigten Kanten summiert und das resultierende Ergebnis halbiert.
- Das TSP läßt sich über diverse LP-Ansätze relaxieren. Dabei werden gegenüber der im Abschnitt 2.2.1 vorgestellten Problemformulierung in erster Linie die Ganzzahligkeitsforderungen zurückgenommen. Darüber hinaus können (faktisch beschränkende oder nicht beschränkende) Zyklusbedingungen abgeschwächt oder selektiv partiell ignoriert sowie bzw. oder die Bedingungen (2) und (3) des präsentierten LP-Ansatzes, welche garantieren, daß eine jede Stadt nur von zwei Kanten berührt wird, modifiziert werden. So wird z.B. bei der (auch als LP formulierbaren) 2-Matching-Relaxation bei unveränderter Zielfunktion gefordert, daß eine jede Stadt von genau zwei Kanten berührt wird (was beim Zuordnungsproblem nicht gegeben sein muß); die Zyklusbedingungen entfallen. Damit werden nur aus einer einzigen Kante bestehende Subzyklen (welche beim Zuordnungsproblem möglich sind), als unzulässig ausgeschlossen. Es ergibt sich entsprechend eine schärfere untere Schranke. Darüber hinaus ist es denkbar, nur eine Auswahl statt aller Zyklusbedingungen zu berücksichtigen oder dieselben in anderer Form abzuschwächen.
- Eine Alternative zur Vernachlässigung von Restriktionen besteht darin, dieselben teilweise oder gänzlich unter Berücksichtigung generalisierter Lagrange-Multiplikatoren ("Lagrange Multiplier Method"; "Lagrangean Relaxation") in die Zielfunktion zu integrieren.⁸¹ Dabei werden die entsprechend zu berücksichtigenden Restriktionen des Ausgangsproblems nach Null aufgelöst und mit einer als Lagrange-Multiplikator bezeichneten Variablen multipliziert zur Zielfunktion addiert. Maximiert

Vgl. folgend - teilweise in enger Anlehnung - REINELT (1989), S. 23; REINELT (1994), S. 165 f.; ähnlich HINRICHSEN (1975), S. 18 f., S. 155 ff.

⁷⁸ Vgl. z.B. REINELT (1994), S. 161 ff.; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 47 f., S. 51 ff.

Vgl. z.B. BALAS/TOTH (1985), S. 392; MELAMED/SERGEEV/SIGAL (1989a), S. 1157; LA-PORTE (1992a), S. 239 f.; REINELT (1994), S. 162; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 46, S. 50 f.

Vgl. z.B. REINELT (1994), S. 162 f., S. 172 ff. Entsprechende gedankliche Ansätze standen auch am Anfang der polyedrischen Kombinatorik, so z.B. mit der Arbeit von DANTZIG/FULKERSON/ JOHNSON (1954), S. 393 ff.

Vgl. zum folgenden detaillierter (mit diversen Variationen dieses Konzeptes) z.B. MELAMED/ SERGEEV/SIGAL (1989b), S. 1305 ff.; DOMSCHKE (1990), S. 86 ff.; REINELT (1994), S. 172 ff

man nun das sogenannte Lagrange-Dual (z.B. mittels eines iterativen Subgradientenverfahrens), so erhält man eine untere Schranke für das Ausgangsproblem. Diese fällt insbesondere für Lagrange-Relaxationen in Verbindung mit einer 1-Baum-Formulierung scharf aus.⁸²

Zusammenfassend kann festgehalten werden, daß mittels einer Anzahl ausgewählter Algorithmen - welche sich zumeist diverser Relaxationen des Problems bedienen - scharfe untere Schranken für TSP berechnet werden können. Entsprechenden Methoden und Techniken galt - wie durch die Anzahl der Publikationen zu diesem Thema belegbar ist - aufgrund ihrer oben erläuterten erheblichen Bedeutung für optimale wie suboptimale Verfahren zur Lösung des TSP in der Vergangenheit erhebliche Aufmerksamkeit. Allerdings weisen die verfügbaren Algorithmen einen recht unterschiedlichen Rechenzeitbedarf auf. Gerade im Zusammenhang mit Anwendungen des TSP, bei welchen die Zeit zur Lösung des Problems und einer Evaluierung der Lösung beschränkt ist, ist daher bei einer beabsichtigten durchgängigen Qualitätsprüfung der Leistung von Heuristiken eine sorgfältige Auswahl zu treffen. Bei dieser bilden die Schärfe der bestimmbaren unteren Schranken und der Rechenzeitbedarf im allgemeinen konfliktäre Ziele.

Da im Rahmen dieser Arbeit bei der empirisch-simulativen Entwicklung und Beurteilung von Heuristiken im Abschnitt 5 lediglich auf Testprobleme zurückgegriffen wird, für welche durchgängig optimale Lösungen bekannt sind, wird auf Relaxationen und untere Schranken im weiteren nicht mehr detaillierter eingegangen.

2.3.3. Ein Überblick über exakte Verfahren

Die Entwicklung der exakten optimierenden Verfahren zur Lösung kombinatorischer Probleme im allgemeinen - und des TSP im speziellen - hatte in letzten beiden Dekaden bemerkenswerte Erfolge zu verzeichnen.⁸³ Es gelang, in immer rascherer Folge immer größere TSP optimal zu lösen und dabei zahlreiche Erkenntnisse hinsichtlich struktureller Eigenschaften derselben zu gewinnen. - Da die exakten optimierenden Verfahren zur Lösung von TSP in dieser Arbeit jedoch nur am Rande berührt werden, beschränken sich die folgenden Ausführungen auf einen äußerst knappen Überblick. Weiterführend sei auf die angegebenen Quellen verwiesen.

Eine grundsätzliche Ausgestaltungsmöglichkeit für optimierende Verfahren ist jene des *Entscheidungsbaumes*. 84 Die meisten der klassischen optimierenden Algorithmen zur Lö-

Zurückführbar auf die Arbeiten von HELD/KARP (1970), S. 1138 ff.; HELD/KARP (1971), S. 6
 ff.; vgl. auch mit Variationen BENITO/GRÖFLIN (1978), S. 101 ff.; BALAS/TOTH (1985), S. 371 ff.; JONKER (1986), S. 4 f.; LECLERC/RENDL (1989), S. 96 ff.; DOMSCHKE (1990), S. 86 ff.; LAPORTE (1992a), S. 238 f.; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 49 f.

Vgl. dazu und folgend z.B. GRÖTSCHEL/PADBERG (1993), S. 1; JÜNGER/REINELT/THIE-NEL (1993), S. 1; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 75 ff.; REINELT (1994), S. 1; JOHN-SON/MCGEOCH (1995), S. 3; ROHE (1997), S. 4.

Vgl. folgend z.B. MÜLLER-MERBACH (1973), S. 325; MÜLLER-MERBACH (1975a), S. 178 ff.; HELLMANN (1984), S. 133 ff.

sung des TSP weisen eine an diesem orientierte Organisation auf.85 Das grundlegende Prinzip der Entscheidungsbaumverfahren ist die Umschreibung der Lösung eines Problems als eine Kette aufeinander folgender bzw. aufbauender Entscheidungsoptionen. Diese Kette läßt sich als Baum visualisieren, an dessen Knoten Entscheidungen über zu realisierende Schritte des Lösungsaufbaus fallen. Bei der Bearbeitung eines Optimierungsproblems wird nun schrittweise die optimale Lösung generiert; dabei werden jene potentiellen Lösungen, deren Suboptimalität rechtzeitig erkannt wurde, vernachlässigt, indem die entsprechenden Zweige des Entscheidungsbaumes nicht weiter verfolgt werden. Demzufolge werden Entscheidungsbaumverfahren auch als "implizite Enumerationsverfahren"86 bezeichnet, da sie zwar grundsätzlich sämtliche potentiellen Lösungen einbeziehen, einen Großteil derselben jedoch von der expliziten Untersuchung bzw. Betrachtung ausschließen. Als drei wesentliche, zur Lösung des TSP heranziehbare Grundtypen (die entgegen der teilweise strengen Trennung ihrer Darstellung in der Literatur allerdings eine enge Verwandtschaft aufweisen)87 sind die verkürzte Enumeration, die Dynamische Programmierung bzw. Optimierung sowie Branch-and-Bound-Verfahren zu nennen.

Aufgrund der in Abschnitt 2.2.1 erläuterten Sachverhalte ist eine vollständige Enumeration für das TSP bei größeren Problemen ein hoffnungsloses Unterfangen.⁸⁸ Der zu betreibende Aufwand läßt sich durch eine verkürzte bzw. begrenzte Enumeration allerdings erheblich senken.⁸⁹ Eine solche ließe sich so gestalten, daß zunächst - z.B. mittels eines vorgeschalteten heuristischen Verfahrens - eine obere Schranke als zulässige Lösung des TSP bestimmt wird. Sodann werden schrittweise Lösungen im Entscheidungsbaum entwickelt. Der Aufbau einer Lösung wird immer dann abgebrochen, wenn die Länge der korrespondierenden Rundreise die vorliegende obere Schranke überschreitet. Die unter dem entsprechenden Knoten folgenden Zweige des Entscheidungsbaumes können dann vernachlässigt werden. Kommt es zum vollständigen Aufbau einer Rundreise, so ergibt sich (falls deren Länge nicht gleich der aktuellen oberen Schranke ist) eine neue - bei einem Minimierungsproblem wie dem TSP niedrigere - obere Schranke. - Charakterisierend für die begrenzte Enumeration ist der Umstand, daß immer nur einzelne Zweige des Entscheidungsbaumes betrachtet und in die Tiefe desselben verfolgt werden; es werden keine Zweige parallel untersucht bzw. vorgehalten und verglichen. Die Verminderung des Rechenaufwandes gegenüber der vollständigen Enumeration fällt dabei um so größer aus, desto schärfer die vorliegende obere Schranke ist und desto eher folglich Zweige des Entscheidungsbaumes vernachlässigt werden können. Allerdings bleibt der Zeitbedarf des

Vgl. mit Überblicken zu den klassischen exakten Verfahren zur Lösung des TSP (begrenzte Enumeration, Dynamische Programmierung sowie Branch-and-Bound, letzteres ohne Nutzung der Erkenntnisse der polyedrischen Kombinatorik) z.B. MÜLLER-MERBACH (1970), S. 25 ff.; PANNY (1978), S. 10 ff.; SCHLAGETER (1978), S. 5 ff.; MÜLLER (1980), S. 12 ff.; HELLMANN (1984), S. 129 ff.; MELAMED/SERGEEV/SIGAL (1989b), S. 1303 ff.; DOMSCHKE (1990), S. 62 ff.

⁸⁶ HELLMANN (1984), S. 133.

⁸⁷ Vgl. z.B. MÜLLER-MERBACH (1973), S. 326, S. 348; MÜLLER-MERBACH (1975a), S. 179.

Vgl. Abschnitt 2.2.1; vgl. auch z.B. MÜLLER-MERBACH (1970), S. 25 ff., S. 72; MÜLLER-MERBACH (1973), S. 327 f.; SCHÖNLEIN (1974), S. 17 f.; HELLMANN (1984), S. 62; SPRESSER (1989), S. 828 ff.

Vgl. folgend zur verkürzten Enumeration mit verschiedenen Variationen z.B. MÜLLER-MER-BACH (1970), S. 31 f., S. 102 ff.; MÜLLER-MERBACH (1973), S. 341 ff.; BEUTEL (1981), S. 132; HELLMANN (1984), S. 138 ff.

Verfahrens noch immer so hoch, daß es nur für kleinere TSP praktikabel ist; er fällt im schlechtestdenkbaren Fall noch immer exponentiell aus.

Auch die Dynamische Programmierung (DP) basiert auf einem frühzeitigen Ausschluß suboptimaler potentieller Lösungen aus der weiteren Betrachtung.90 Während die begrenzte Enumeration allerdings immer nur einen einzelnen Zweig des Entscheidungsbaumes untersucht, organisiert die DP dessen Examination parallel. Dabei wird das zu lösende Problem im Sinne einer Dekomposition in Stufen bzw. Zustände zerlegt, welche den Ebenen des Entscheidungsbaumes entsprechen. Auf jeder Stufe werden all jene möglichen Entscheidungen generiert und vorgehalten, die zu einer optimalen Lösung führen könnten. Jene, für die dies im Vergleich der potentiellen Entscheidungen untereinander ausgeschlossen werden kann, finden im weiteren keine Berücksichtigung mehr. Dies geschieht schrittweise für sämtliche Stufen, wobei sich die Zustände bzw. potentiellen Entscheidungen der Folgestufe jeweils aus denen der Vorstufe ableiten. Anschließend erlaubt die logische Verknüpfung der Stufen im Sinne der Abhängigkeit der möglichen Entscheidungen voneinander nach dem BELLMAN'schen Optimalitätsprinzip⁹¹ die rekursive Bestimmung der bestmöglichen Lösung des Problems. Dabei wird über die vorgehaltenen, potentiell zum Optimum führenden Entscheidungen rückwärts geschritten. -Ein solches Vorgehen ist insbesondere dann sinnvoll, wenn man es mit schmalen, langen Entscheidungsbäumen zu tun hat;92 der dem TSP zuzuordnende ist jedoch im allgemeinen eher als breit zu charakterisieren. 93 Damit erweist es sich im Rahmen der DP als notwendig, eine sehr große Anzahl an potentiellen Entscheidungen auf einer jeden Stufe vorzuhalten bzw. im Rahmen einer Implementierung zu speichern. Der daraus resultierende Speicherplatzbedarf schränkt die Größe der entsprechend lösbaren TSP bereits erheblich ein.94 Zudem ist auch für die DP in ihrer Grundform bei einer Anwendung auf das TSP noch immer ein (deterministischer, d.h. vorab feststehender) exponentieller Laufzeitbedarf zu konstatieren, wenngleich die Rechenzeit auch geringer als bei der vollständigen oder verkürzten Enumeration ausfällt. Damit erweist sich auch dieses optimierende Verfahren als von geringem praktischen Nutzen.

Vgl. folgend zur Dynamischen Programmierung im allgemeinen z.B. BELLMAN (1957); MÜLLER-MERBACH (1970), S. 28 f.; MÜLLER-MERBACH (1975a), S. 182 ff.; OPITZ (1976), S. 123 ff.; KISTNER (1988), S. 201 ff.; SEDGEWICK (1992), S. 673 ff.; WEISER (1995), S. 71 ff.; BERENS/DELFMANN (1995), S. 352 ff.; in Anwendung auf das TSP erstmalig BELLMAN (1962), S. 61 ff.; GONZALES (1962); HELD/KARP (1962), S. 196 ff.; vgl. darüber hinaus mit verschiedenen Variationen z.B. BELLMORE/NEMHAUSER (1968), S. 546 f.; MÜLLER-MERBACH (1970), S. 92 ff.; WEBER (1972), S. 16 ff.; MÜLLER-MERBACH (1973), S. 329 ff.; SCHÖNLEIN (1974), S. 23 ff.; PANNY (1978), S. 28 ff.; PAPADIMITRIOU/STEIGLITZ (1982), S. 448 ff.; HELLMANN (1984), S. 136 f.; SPRESSER (1989), S. 830 ff.; MELAMED/SERGEEV/SIGAL (1989b), S. 1303 f.; FONLUPT/NACHEF (1993), S. 1165 ff.; SNIEDOVICH (1993), S. 1 f.; CHENTSOV/KOROTAYEVA (1997), S. 93 ff.

⁹¹ Vgl. zum BELLMAN'schen Optimalitätsprinzip z.B. eingehender OPITZ (1976), S. 123 ff.

⁹² Vgl. z.B. MÜLLER-MERBACH (1970), S. 33; MÜLLER-MERBACH (1975a), S. 184.

⁹³ Vgl. z.B. HELLMANN (1984), S. 136.

Vgl. zum Speicherplatzbedarf und folgend zur benötigten Rechenzeit auch HELD/KARP (1962),
 S. 202; MÜLLER-MERBACH (1970), S. 32 f., S. 95 f.; MÜLLER-MERBACH (1973), S. 332 ff.;
 PANNY (1978), S. 32; MÜLLER (1980), S. 12; MELAMED/SERGEEV/SIGAL (1989b), S. 1304.

Als im Hinblick auf die Lösung von TSP erfolgreichste Entscheidungsbaumverfahren⁹⁵ erwiesen sich für lange Zeit Branch-and-Bound-Algorithmen (B&B-Algorithmen).⁹⁶ Entsprechend wurden - insbesondere in den 70er Jahren - zahlreiche differenzierte Variationen derselben, oft in Abhängigkeit von den spezifischen Eigenschaften verschiedener Mitglieder aus der Familie der TSP, entwickelt und publiziert.⁹⁷ Noch heute kommt B&B-Algorithmen im Zusammenhang mit den Verfahren der unten angesprochenen polyedrischen Kombinatorik eine hohe Bedeutung zu.

Der Begriff des "Branch-and-Bound"-Verfahrens wurde erstmalig von LITTLE/MUR-TY/SWEENEY/KAREL (1963) beim Einsatz eines solchen zur Lösung des TSP verwendet; das zugrundeliegende Konzept fand allerdings schon früher Anwendung. Die erste wesentliche Grundidee des B&B-Algorithmus ist es, die Menge aller potentiellen, zulässigen Lösungen in - problemspezifisch zu definierende - disjunkte Teilmengen aufzuspalten, ohne dabei die Lösungen (bzw. für das TSP Rundreisen) vollständig zu generieren ("Branching", Verzweigung). Diese Dekomposition wird stufenweise fortgeführt, d.h. die im ersten Schritt gebildeten Teilmengen werden erneut zerlegt. Der Zerlegungsprozeß wird durchgeführt, bis in einer der Teilmengen die optimale Lösung identifiziert werden kann. Die zweite zentrale Grundidee des Verfahrens ist das "Bounding" bzw. Begrenzen. Für eine jede der gebildeten Teilmengen wird eine untere Schranke ("lower bound") - normalerweise über eine Relaxation des Ausgangsproblems unter Berücksichtigung der Gemeinsamkeiten der in der betrachteten Teilmenge befindlichen Lösungen - des Zielfunktionswertes berechnet. Damit steht für jede Teilmenge (bei einem

Vgl. zur Bezeichnung des Branch-and-Bound-Algorithmus als Entscheidungsbaumverfahren bzw. der Darstellung im Entscheidungsbaum z.B. MÜLLER-MERBACH (1970), S. 27 f.; MÜLLER-MERBACH (1973), S. 325 ff.; HINRICHSEN (1975), S. 2; MÜLLER (1980), S. 45 f.; HELL-MANN (1984), S. 133 ff.

^{Vgl. folgend zur Branch-and-Bound-Methode im allgemeinen z.B. MÜLLER-MERBACH (1970), S. 29 ff.; HANSMANN (1972), S. 305 ff.; in Anwendung auf das TSP in verschiedensten Variationen (tw. in Abhängigkeit von den spezifischen Eigenschaften verschiedener Mitglieder der Familie der TSP, vgl. Abschnitt 2.2) z.B. früh bzw. erstmalig (implizit) DANTZIG/FULKERSON/JOHNSON (1954), S. 393 ff.; (explizit) LITTLE/MURTY/SWEENEY/KAREL (1963), S. 972 ff. (dazu auch ESCHER (1968), S. 17 ff.; SCHÖNLEIN (1974), S. 28 ff.; MÜLLER (1980), S. 21 ff.); des weiteren PFLUGER (1968), S. 88 ff.; BELLMORE/NEMHAUSER (1968), S. 549 f.; MÜLLER-MERBACH (1970), S. 96 ff.; HELD/KARP (1970), S. 1138 ff.; STECKHAN/THOME (1971); HELD/KARP (1971), S. 6 ff.; WEBER (1972), S. 21 ff.; MÜLLER-MERBACH (1973), S. 336 ff.; SCHÖNLEIN (1974); HINRICHSEN (1975), S. 25 ff.; PANNY (1978), S. 35 ff., 81 ff.; CARPANETO/TOTH (1980), S. 736 ff.; MÜLLER (1980), S. 15 ff.; BEUTEL (1981); HELL-MANN (1984), S. 140 ff.; BALAS/TOTH (1985), S. 361 ff.; JONKER (1986), S. 49 ff.; MELA-MED/SERGEEV/SIGAL (1989b), S. 1304 f., S. 1310 ff.; VOLGENANT (1990), S. 153 f.; DOMSCHKE (1990), S. 64 ff.; LAPORTE (1992a), S. 234 ff.; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 72 f.}

Vgl. z.B. PANNY (1978), S. 35, S. 54 der dieses Verfahren noch als "die effizienteste Möglichkeit zur exakten Lösung des Traveling Salesman Problems" (S. 35) bezeichnete; des weiteren z.B. SCHLAGETER (1978), S. 15; BEUTEL (1981), S. 13; LAPORTE (1992a), S. 234.

Vgl. LITTLE/MURTY/SWEENEY/KAREL (1963), S. 972 ff.; vgl. auch die in Fußnote 96 angegebenen Quellen.

Zur nachfolgenden komprimierten Beschreibung des Grundprinzips von Branch-and-Bound-Algorithmen vgl. z.B. MÜLLER-MERBACH (1973), S. 336 ff.; SCHÖNLEIN (1974), S. 25; BEUTEL (1981), S. 13; HELLMANN (1984), S. 141 ff.; DELFMANN (1985), S. 396; JONKER (1986), S. 4, S. 49 ff.

Vgl. zur Berechnung unterer Schranken bzw. Relaxationen eingehend Abschnitt 2.3.2; vgl. zur Bedeutung der Berechnung von "lower bounds" für Branch-and-Bound-Algorithmen auch z.B.

Minimierungsproblem wie dem TSP) fest, welcher Zielfunktionswert von den in ihr enthaltenen Lösungen nicht unterschritten werden kann. Der Verzweigungsprozeß als die Entscheidung, welche Teilmengen im zeitlichen Ablauf vorrangig weiter aufgespalten werden sollen, wird zumeist so organisiert, daß jene Teilmengen, welche die niedrigste untere Schranke aufweisen, vorrangig betrachtet werden. Variationen sind allerdings oft fruchtbar; tendenzielle Ausgestaltungsrichtungen sind die Breitensuche (bei welcher, ähnlich der DP, eine große Anzahl von Teilmengen parallel weiter untersucht wird) und die Tiefensuche (bei welcher, ähnlich wie beim Vorgehen der verkürzten Enumeration, eine einzelne Teilmenge zunächst immer weiter aufgespalten bzw. ein Zweig des Entscheidungsbaumes in die Tiefe verfolgt wird). Ist durch die fortdauernde Zerlegung erstmalig eine zulässige Lösung des Problems bestimmt worden, so kann folgend auf die Betrachtung all jener noch durch Aufspaltungen entstehenden Teilmengen verzichtet werden, deren untere Schranke über dem nunmehr vorliegenden Zielfunktionswert bzw. der damit identifizierten "oberen Schranke" liegen. Damit kann während des Ablaufes des Verfahrens die Anzahl der noch eingehender zu untersuchenden Lösungsteilmengen bzw. konkret zu bildenden Lösungen immer weiter eingeschränkt werden. Als sinnvoll erweist es sich darüber hinaus, mit einem vorgeschalteten heuristischen Verfahren bereits vorab eine möglichst gute Lösung aufzufinden, um bereits früh zahlreiche Lösungsteilmengen vernachlässigen zu können.¹⁰¹

Als zentrale Determinante der Leistungsfähigkeit von B&B-Algorithmen im Sinne der Gewährleistung möglichst geringer Laufzeiten gilt die Qualität der "Lower Bounds": 102 Je schärfer diese bestimmt werden können, desto umfassender können potentielle Lösungen bzw. gebildete Teilmengen aus der weiteren Betrachtung ausgeschlossen werden. Dieser Umstand motivierte zahlreiche Nachforschungen hinsichtlich der Bestimmung immer besserer unterer Schranken für TSP. 103 Als Relaxation wurde anfänglich oft das Zuordnungsproblem (so von LITTLE/MURTY/SWEENEY/KAREL (1963); auch im Rahmen diverser Subtour-Eliminationsverfahren) genutzt; die dabei zu konstatierenden Schwächen - insbesondere hinsichtlich symmetrischer TSP - führten jedoch bald mit zur Entwicklung einer Vielzahl anderer Relaxationen für diese. Beispielhaft seien die oft herangezogenen 1-Baum-Relaxationen genannt, die auf die Arbeiten von HELD/KARP (1970, 1971) zurückgehen. 105

HINRICHSEN (1975), S. 74; MELAMED/SERGEEV/SIGAL (1989b), S. 1312 f.; LAPORTE (1992a), S. 234.

¹⁰¹ Vgl. z.B. HELLMANN (1984), S. 142.

Vgl. z.B. LITTLE/MURTY/SWEENEY/KAREL (1963), S. 972 ff.; ESCHER (1968), S. 19 ff.; BELLMORE/NEMHAUSER (1968), S. 549 f.; MÜLLER-MERBACH (1970), S. 29 ff.; HELD/KARP (1971), S. 6 ff.; CHRISTOFIDES (1972), S. 1044 f.; HANSMANN (1972), S. 309; MAFFIOLI (1975), S. 73; MÜLLER-MERBACH (1973), S. 348; MÜLLER-MERBACH (1975a), S. 182; HINRICHSEN (1975), S. 30 f.; MÜLLER (1980), S. 18; MELAMED/SERGEEV/SIGAL (1989b), S. 1312 ff.; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 73 ff.; SCHOLL/DOMSCHKE/KLEIN (1998b), S. 251.

Vgl. folgend detaillierter Abschnitt 2.3.2.

Vgl. z.B. LITTLE/MURTY/SWEENEY/KAREL (1963), S. 972 ff.; zu den Subtour-Eliminationsverfahren z.B. BELLMORE/MALONE (1971), S. 278 ff.; BEUTEL (1981); DOMSCHKE (1990), S. 68 ff.

Vgl. HELD/KARP (1970), S. 1138 ff.; HELD/KARP (1971), S. 6 ff.; auch DELFMANN (1985), S. 396.

Die Größe von mittels B&B-Verfahren innerhalb einer vorgegeben Zeitspanne lösbaren TSP oder vice versa die Rechenzeit, welche für die Bestimmung der optimalen Rundreise eines TSP einer festgelegten Größe aufgewandt werden muß, läßt sich nicht generell angeben. Zum ersten müssen die hinsichtlich vieler Details unterschiedlichen Ausgestaltungen implementierter Verfahren - oft in Abhängigkeit von bzw. einer Spezialisierung auf die besonderen Eigenarten bestimmter Mitglieder der Familie der TSP (so z.B. asymmetrischer oder symmetrischer Probleme) - berücksichtigt werden. Zum zweiten läßt sich die Rechengeschwindigkeit der in den 70er und 80er Jahre eingesetzten EDV-Anlagen (wenn man denn auf Literaturangaben referiert) kaum mit jener heute verfügbarer vergleichen; zumeist ist ein Vergleich von zu demselben Zeitpunkt eingesetzten Rechnern schon problematisch. Letztlich gilt auch, daß zwei TSP gleicher Größe nicht in vergleichbarer Zeit lösbar sein müssen; in Abhängigkeit von den strukturellen Eigenschaften kann im schlechtestdenkbaren Fall sogar eine exponentielle Laufzeit (i.S. einer notwendigen Vollenumeration, da keine oder nur sehr wenige Lösungsteilmengen ausgeschieden werden können) notwendig sein. - Als Anhaltspunkte mögen - unter den erläuterten Vorbehalten sowie resultierend geringer Vergleich- bzw. Übertragbarkeit - dennoch einige Literaturangaben dienen: 106 So lösen z.B. SMITH/THOMPSON (1977) symmetrische TSP mit bis zu 80 Städten; darüber hinaus in 13,6 min ein TSP mit 100 Städten; BENI-TO/GRÖFLIN (1978) geben die Größe von mit B&B-Algorithmen lösbaren TSP mit n = 100 an (ohne allerdings die dafür notwendige Rechenzeit zu präzisieren).¹⁰⁷ MÜLLER (1980) bewältigt mit den in seiner Arbeit entwickelten Implementierungen "routinemäßig" TSP mit 70 Städten in unter einer Minute auf einer Großrechenanlage; CARPANETO/TOTH (1980) weisen für ein asymmetrisches TSP mit 240 Städten im gleichen Publikationsjahr eine Rechenzeit von 53,4 Sekunden aus. 108 BALAS/CHRI-STOFIDES (1981) benötigen 49,7 Sekunden, um die optimale Rundreise für ein zufällig erzeugtes, gleichfalls asymmetrisches TSP mit n = 325 zu bestimmen. 109 VOLGENANT (1990) berichtet von Rechenzeiten um 10 Minuten für die Bearbeitung eines symmetrischen TSP mit 100 Städten auf einem PC; (asymmetrische) Probleme mit zufällig erzeugten Distanzmatrizen können mit unter einer Minute Laufzeit bewältigt werden. 110 NUR-MI (1991) löst zehn verschieden strukturierte asymmetrische TSP mit 100 Städten in zwischen 61 und 912 Sekunden, symmetrische gleicher Größe in zwischen 355 und 2.460 Sekunden auf einem PC.¹¹¹ MILLER/PEKNY (1991) berichten gar von der Lösung asymmetrischer TSP mit bis zu 5.000 Städten in rund 40 Sekunden auf einer Workstation sowie einer solchen mit n = 500.000 in dreieinhalb Stunden auf einem Supercomputer.¹¹²

-

Vgl. mit einer Übersicht bezüglich mit verschiedenen B&B-Implementierungen optimal gelösten TSP und benötigten Rechenzeiten auch MELAMED/SERGEEV/SIGAL (1989b), S. 1321, Table 8 und 9.

Vgl. SMITH/THOMPSON (1977), S. 492 (auf einer UNIVAC 1108); BENITO/GRÖFLIN (1978),
 S. 101.

¹⁰⁸ Vgl. MÜLLER (1980), S. 96; CARPANETO/TOTH (1980), S. 736 ff. (auf einer CDC 6600).

¹⁰⁹ Vgl. BALAS/CHRISTOFIDES (1981), S. 19 ff. (auf einer CDC 7600).

¹¹⁰ Vgl. VOLGENANT (1990), S. 153 (eingesetzt wird ein IBM PS/2 70-486).

Vgl. folgend NURMI (1991), S. 742 (eingesetzt wird ein IBM-PC/XT/AT (80286), 12,5 MHz mit mathematischem Coprozessor; die Programme sind in TURBO C geschrieben) sowie S. 742, Table 1-4.

Vgl. MILLER/PEKNY (1991), S. 754 ff. (als Workstation wurde eine Sun 4/330 eingesetzt; das TSP mit 500.000 Städten wurde auf einer Cray 2 gelöst).

Die zweifelsohne größten Erfolge bei der exakten Lösung von TSP wurden in den letzten zwei Dekaden mittels jener Verfahren realisiert, welche hier unter dem Begriff der "polyedrischen Kombinatorik" zusammengefaßt werden. Diese kann knapp als das Bemühen um ein Verständnis der sogenannten "Facettialstruktur" von kombinatorischen Optimierungsproblemen - und damit auch des TSP - und deren Nutzung beschrieben werden. Als die Facettialstruktur eines kombinatorischen Optimierungsproblems wird dabei die Gestalt des ihm zugehörigen vieldimensionalen Lösungspolytopen bei einer Formulierung als Lineares Programm (LP) verstanden; die Facetten bzw. Hyperflächen dieses Polyeders werden durch die Restriktionen des LP determiniert.

Eine Lösung des TSP mittels eines gewöhnlichen LP scheitert, wie in Abschnitt 2.2.1 erläutert wurde, an der Anzahl zu berücksichtigender Nebenbedingungen, welche bei steigender Problemgröße tendenziell exponentiell zunimmt. Der Arbeit von DANTZIG/FUL-KERSON/JOHNSON (1954), die als wegweisend für die polyedrische Kombinatorik gelten kann, lag nun die Idee zugrunde, zunächst eine Relaxation des TSP unter der Vernachlässigung von Nebenbedingungen (z.B. als Zuordnungsproblem) mittels eines LP zu lösen. Sodann wurde "von Hand" untersucht, welche bei der Generierung einer zulässigen Rundreise zu beachtenden Restriktionen durch diese Lösung verletzt waren. Diese Nebenbedingungen wurden dem LP hinzugefügt und derselbe dann erneut gelöst. Das Vorgehen wurde anschließend solange wiederholt, bis keine verletzten Restriktionen mehr identifizierbar waren. Unter Berücksichtigung zusätzlicher Bedingungen zum Ausschluß nichtganzzahliger Lösungen in Form kombinatorischer Überlegungen sowie einer manuellen (auf Plausibilitätsüberlegungen beruhenden) Nachkorrektur in der letzten Phase der Berechnungen bestimmten die Autoren die optimale Rundreise für ein TSP mit 49 Städten.

Obgleich ähnliche Überlegungen in den Folgejahren als "Schnittebenenverfahren" zur Lösung ganzzahliger LP herangezogen wurden und die von DANTZIG/FULKERSON/ JOHNSON (1954) präsentierte Idee der sukzessiven Hinzunahme von Restriktionen auch wiederholt im Rahmen der Lösung von TSP zum Einsatz kam, 115 konnte erst GRÖTSCHEL (1977) diese entscheidend weiter entwickeln. 116 Auf der Grundlage seiner Untersuchungen der Facettialstruktur des TSP-Polytopen löste er ein TSP mit 120 Städten. Dabei bildete eine weite Problemrelaxation den Ausgangspunkt; von dessen Optimallösung fortschreitend wurden nun nach jedem LP-Lauf dem repräsentierenden Restriktionssystem weitere Ungleichungen - unter Berücksichtigung von Überlegungen zur

Vgl. zu den Verfahren der "polyedrischen Kombinatorik" und deren Anwendung auf das TSP im folgenden z.B. GRÖTSCHEL (1977); GRÖTSCHEL/PADBERG (1977), S. 33 ff.; PADBERG/HONG (1980), S. 78 ff.; CROWDER/PADBERG (1980), S. 495 ff.; GRÖTSCHEL (1980), S. 61 ff.; HOFFMAN/WOLFE (1985), S. 6 ff.; GRÖTSCHEL/PADBERG (1985), S. 251 ff.; PADBERG/GRÖTSCHEL (1985), S. 307 ff.; KORTE (1985); GRÖTSCHEL/PULLEYBLANK (1986), S. 537 ff.; PADBERG/RINALDI (1987), S. 1 ff.; GRÖTSCHEL/LOVÁSZ/SCHRIJVER (1988); GRÖTSCHEL/HOLLAND (1988); PADBERG/RINALDI (1989), S. 1393 ff.; REINELT (1990b); PADBERG/RINALDI (1991), S. 60 ff.; JÜNGER/REINELT (1992), S. 120 ff.; GRÖTSCHEL/PADBERG (1993); JÜNGER/REINELT/THIENEL (1993); JÜNGER/REINELT/THIENEL (1994); JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 51 ff; REINELT (1994), S. 200 ff.; JÜNGER/THIENEL (1994), S. 183 ff.; JÜNGER/STÖRMER (1995); FISCHETTI/TOTH (1997), S. 1520 ff.

Vgl. folgend DANTZIG/FULKERSON/JOHNSON (1954), S. 393 ff.; vgl. dazu z.B. auch FLOOD (1956), S. 65 ff.; PANNY (1978), S. 10 ff. MÜLLER (1980), S. 12 ff.

Vgl. unter Angabe von Quellen HELLMANN (1984), S. 64.

¹¹⁶ Vgl. folgend z.B. GRÖTSCHEL (1977), S. 277 ff.; GRÖTSCHEL (1980), S. 61 ff.

Struktur des Polytopen - hinzugefügt. Es gelang, das TSP mit 13 entsprechenden Läufen bei Hinzunahme von nur 96 neuen Ungleichungen unter Verwendung eines Standard-Softwarepaketes zur Lösung von LP optimal zu lösen. Dabei wurden allerdings die verletzten Restriktionen noch immer manuell bestimmt.

Die Weiterentwicklung der polyedrischen Kombinatorik - auf welche hier nicht detailliert eingegangen werden soll -117 war folgend von einem intensiven, theoretisch orientierten Studium der Eigenarten verschiedener Restriktionen sowie deren Klassifikation bestimmt.¹¹⁸ Die daraus resultierenden Erkenntnisse erlaubten es anschließend zum ersten, die Identifizierung und Generierung verletzter bzw. sinnvoll einzufügender Nebenbedingungen vollständig (teilweise unter Einsatz von Heuristiken) zu automatisieren, so daß später implementierte Verfahren ohne menschliche Eingriffe auskommen. 119 Dem Schnittebenenverfahren wird dabei zumeist ein B&B-Algorithmus nachgeschaltet, sobald keine verletzten Restriktionen mehr aufgefunden werden können. Letzterer vermag aufgrund des stark eingeschränkten Spektrums potentiell optimaler Lösungen sehr effizient zu arbeiten Zum zweiten wurde die Ausgangsrelaxation durch bereits bei der ersten Lösung eines LP berücksichtigte - gleichfalls automatisch erzeugte - Ungleichungen weiter spezifiziert;¹²⁰ zum dritten wurden klassische Heuristiken zur Lösung von TSP (so z.B. das Verfahren von LIN/KERNIGHAN (1973)) zur Erzeugung zulässiger Rundreisen guter Qualität als Ausgangslösungen für Schnittebenenverfahren integriert - Eine Synthese von Schnittebenenverfahren und B&B-Methoden führte schließlich zu den heute als "state of the art" anzusehenden "Branch-and-Cut"-Techniken, bei welchen die Schnittebenenverfahren zwecks Ableitung sehr scharfer unterer Schranken in B&B-Algorithmen integriert werden. 121 Diese weisen - im Gegensatz zu den reinen Schnittebenenverfahren - nicht erst am Ende ihrer Berechnungen die optimale Lösung für ein TSP aus, sondern erzeugen eine Folge ständig kürzerer Rundreisen mit einer aufgrund von unteren Schranken ermittelten Qualitätsgarantie. Dies erlaubt den jederzeitigen Abbruch der Berechnungen nach einer vorgegebenen maximalen Laufzeit vor Erreichen des Optimums oder bei einer zufriedenstellenden Lösungsqualität. Da die Rundreiselänge bei diesen Verfahren degressiv gegen das Optimum fällt, können zumeist nach bereits kurzer Laufzeit Lösungen guter Qualität präsentiert werden. Mittels "Branch-and-Cut"-Verfahren vermag man TSP mit bis zu 100 Städten tendenziell innerhalb weniger Minuten auf einer Workstation zu bewältigen; für Probleme mit um 1.000 Städten können einige Stunden oder Tage Rechenzeit erforderlich sein. 122

Vgl. mit kurzen Darstellungen zur Entwicklung der polyedrischen Kombinatorik z.B. JÜNGER/REINELT/THIENEL (1993), S. 8 ff.; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 76 ff.

Vgl. z.B. GRÖTSCHEL/PADBERG (1977), S. 33 ff.; PADBERG/HONG (1980), S. 78 ff.; CROWDER/PADBERG (1980), S. 495 ff.; GRÖTSCHEL (1980), S. 61 ff.; GRÖTSCHEL/PULLEYBLANK (1986), S. 537 ff.; PADBERG/RINALDI (1987), S. 1 ff.

¹¹⁹ Vgl. erstmalig CROWDER/PADBERG (1980), S. 495 ff.

Vgl. z.B. PADBERG/HONG (1980), S. 78 ff.; CROWDER/PADBERG (1980), S. 495 ff.; GRÖT-SCHEL (1980), S. 61 ff.; PADBERG/RINALDI (1987), S. 1 ff.

Vgl. zu "Branch-and-Cut"-Verfahren in Anwendung auf verschiedene Mitglieder aus der Familie der TSP z.B. PADBERG/RINALDI (1987), S. 1 ff.; PADBERG/RINALDI (1989), S. 1393 ff.; PADBERG/RINALDI (1991), S. 60 ff.; JÜNGER/REINELT/THIENEL (1993), S. 2 ff.; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 75 ff., S. 97 ff.; JÜNGER/REINELT/THIENEL (1994); JÜNGER/THIENEL (1994), S. 183 ff.; REINELT (1994), S. 200 ff.; JÜNGER/STÖRMER (1995); FISCHETTI/TOTH (1997), S. 1520 ff.

¹²² Vgl. JOHNSON/MCGEOCH (1995), S. 3 f.

Obgleich mit den Verfahren der polyedrischen Kombinatorik inzwischen TSP mit mehreren tausend Städten optimal gelöst werden, sind dafür doch teilweise sehr lange, zumeist nicht prognostizierbare Laufzeiten auf Rechenanlagen höchster Leistungsfähigkeit erforderlich. Manche TSP erweisen sich sogar als mit den verfügbaren Methoden *nicht* lösbar. Polglich bleiben heuristische Verfahren zur Bestimmung von Rundreisen guter - aber eben eher selten bestmöglicher - Lösungsqualität unverzichtbar. Ihnen gilt die Aufmerksamkeit in den folgenden Abschnitten; dabei werden die Ausführungen zunächst mit einer eingehenden Klärung des Begriffes der "Heuristik" fundiert.

2.3.4. Heuristische Verfahren

2.3.4.1. Zum Begriff der Heuristik

Der Begriff der "Heuristik" wird üblicherweise auf den legendären Ausruf des Archimedes anläßlich dessen Entdeckung des Auftriebs bzw. des spezifischen Gewichts eines Körpers ("ἑυρεκα!" - "Heureka!" - "Ich habe es gefunden!") zurückgeführt. 124 Als Heuristik wird im gängigen Sprachgebrauch ein Verfahren bezeichnet, dessen Einsatz unter Rückgriff auf im Sachkontext plausible Prinzipien (auch als "Faustregeln, Strategien, Tricks und Daumenregeln"125 bezeichnet) zu einer befriedigenden bzw. guten Lösung eines Problems führt bzw. beiträgt. 126 Heuristische Verfahren fördern das Auffinden einer solchen Problemlösung vorrangig durch die Beschränkung der Anzahl möglicher Handlungsalternativen auf eine geringe, vorteilhaft erscheinende Zahl (bzw. nur eine einzige derselben). Damit wird der notwendige Aufwand für die Problemlösung oft erheblich beschränkt; es kann aber andererseits zumeist nicht das Auffinden der im Sinne der Präferenzen des Entscheidungsträgers "optimalen" Handlungsalternative gewährleistet werden. Diese Charakteristika von heuristischen Verfahren lassen bereits erahnen, daß sie insbesondere dann zum Einsatz kommen, wenn andere Verfahren zur Problemlösung aufgrund von aus der Natur des Problems oder dem Sachkontext resultierenden Schwierigkeiten nicht herangezogen werden können.¹²⁷

Bereits GRÖTSCHEL (1977), S. 285 weist darauf hin, daß sein Verfahren nicht notwendigerweise zum Optimum konvergieren muß. Vgl. auch JÜNGER/REINELT/THIENEL (1993), S. 1; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 92.

¹²⁴ Vgl. z.B. MEYER (1979), S. 467.

¹²⁵ BERENS/DELFMANN (1995), S. 126.

Vgl. mit einer Übersicht über verschiedene Auffassungen des allgemeinen Heuristikbegriffes (bzw. des "heuristischen Lösungsverfahrens") STREIM (1975), S. 143 f.; vgl. zu den hier folgend aufgeführten generellen Eigenschaften von Heuristiken auch z.B. MÜLLER-MERBACH (1975b), S. 236 f.; MÜLLER-MERBACH (1976), S. 69 ff.; KRUSCHWITZ/FISCHER (1981), S. 449 f.; HELL-MANN (1984), S. 155 ff.

Es handelt sich dabei üblicherweise um die im Rahmen des allgemeinen Planungsschemas der Planungstheorie zu konstatierenden Problemdefekte (Abgrenzungsdefekte, Wirkungsdefekte, Bewertungsdefekte, Zieldefekte und Lösungsdefekte); vgl. z.B. ADAM/WITTE (1979), S. 380 ff.; WITTE (1979a), S. 437 ff.; WITTE (1979b), S. 490 ff.; ADAM (1980a), S. 127 ff.; ADAM (1980b), S. 382 ff.; WITTE (1981), S. 328 ff.; ADAM (1993), S. 7 ff.; BERENS/DELFMANN (1995), S. 17 ff.

Dieser Heuristikbegriff ist recht weit gefaßt und genügt damit noch nicht den im Rahmen dieser Arbeit zu stellenden Anforderungen. Er erlaubt es z.B. auch, eine Vielzahl von nicht direkt zur Bewältigung quantitativer Probleme konzipierten Verfahren zu subsumieren. So können beispielsweise auch Methoden der Ideenfindung (wie der morphologische Kasten, das Brainstorming oder die Analogieentwicklung) oder Verfahren der Problemstrukturierung und -operationalisierung (wie Dekompositionsansätze oder diverse Techniken der Systemanalyse, des Systementwurfes und der Systementwicklung) bei Verwendung dieser Definition als "Heuristiken" bezeichnet werden.

Aus diesem Grund erweist es sich hier als notwendig, den Heuristikbegriff - konform zu seinem üblichen Einsatz im Kontext der Lösung des TSP - weiter einzugrenzen. Unter einer "Heuristik" soll im weiteren in dieser Arbeit über die bereits oben erläuterten Charakteristika hinaus ein als *Algorithmus beschreibbares* und damit programmierbares Verfahren zur Lösung von numerisch eindeutig und vollständig faßbaren Problemen verstanden werden. Eine solche Begriffsfassung entspricht einem im Operations Research wurzelnden Heuristikverständnis; sie ist äquivalent zu jener der "Heuristischen Programmierung" bzw. teilweise auch der "heuristischen Lösungsverfahren" in der Literatur. De Begrifflichkeiten zumeist der Einsatz von Heuristiken bei einem Vorliegen "schlecht strukturierter" Probleme genannt wird, ist dennoch bei den meisten genannten Beispielen bzw. angesichts der üblicherweise gegebenen Erläuterungen zu konstatieren, daß überwiegend lösungsdefekte - d.h. mit Verfahren der Optimalplanung nicht effizient optimal lösbare - Probleme mit ihrer Hilfe bewältigt werden sollen. 131

Vgl. folgend z.B. KRUSCHWITZ/FISCHER (1981), S. 450 ff., insbesondere Abb. 1 auf S. 451;
 ähnlich auch ULRICH (1976a), S. 251 ff., insbesondere Abb. 1 auf S. 253; auch ULRICH (1976b),
 S. 401 ff.; ULRICH (1977a), S. 51 ff.; ULRICH (1977b), S. 199 ff.; ULRICH (1977c), S. 247 ff.;
 ULRICH (1977d), S. 395 ff.; HANSMANN (1979), S. 229 ff.; WITTE (1981), S. 328 ff.

^{Vgl. zum Begriff der "Heuristischen Programmierung" z.B. NEWELL (1969), S. 363 ff.; ULRICH (1976a), S. 251 ff., insbesondere Abb. 1 auf S. 253; KRUSCHWITZ/FISCHER (1981), S. 449 ff., insbesondere Abb. 1 auf S. 451; HELLMANN (1984), S. 163 f.; BERENS/DELFMANN (1995), S. 126 ff., S. 385 ff.; zum Begriff der "heuristischen Lösungsverfahren" z.B. STREIM (1975), S. 143 ff.; ADAM (1993), S. 414 f.; undifferenzierter verwendet bei KRUSCHWITZ/FISCHER (1981), S. 449 ff.}

Obgleich es für die Charakterisierung "schlecht strukturierter" Probleme keine allgemeine Konvention in der Literatur zu geben scheint (vgl. mit Definitionen z.B. NEWELL (1969), S. 363 ff.; KRUSCHWITZ/FISCHER (1981), S. 450 f.; HELLMANN (1984), S. 161 ff.), erweist sich eine Beschreibung der damit angesprochenen Problemdefekte über das schon o.g., von ADAM variierte allgemeine Planungsschema der klassischen Planungstheorie als sinnvoll, vgl. z.B. ADAM/WITTE (1979), S. 380 ff.; WITTE (1979a), S. 437 ff.; WITTE (1979b), S. 490 ff.; ADAM (1980a), S. 127 ff.; ADAM (1980b), S. 382 ff.; WITTE (1981), S. 328 ff.; ADAM (1993), S. 7 ff.; BERENS/DELFMANN (1995), S. 17 ff.; in diesem Sinne auch BERENS (1992), S. 15 ff.

Vgl. zum Begriff des Lösungsdefektes auch Abschnitt 2.2.1; der konstatierte Sachverhalt wird z.B. bei STREIM (1975), S. 143 ff.; WITTE (1979a), S. 438; MÜLLER-MERBACH (1979), S. 63 ff. (mit dem Begriff "heuristische Verfahren"); KRUSCHWITZ/FISCHER (1981), S. 449 ff.; PFOHL/HEBEL (1982), S. B123 ff. (mit dem Begriff "heuristische Methoden") deutlich; mit gleicher Aussage MÜLLER-MERBACH (1973), S. 200 ff.; MÜLLER-MERBACH (1976), S. 71 f.; HELL-MANN (1984), S. 162 ff., S. 200 f.; BERENS (1992), S. 5; BERENS/DELFMANN (1995), S. 128; mit ähnlicher Differenzierung ADAM (1993), S. 414 ff. - MÜLLER-MERBACH (1973), S. 291; MÜLLER-MERBACH (1976), S. 70 ff.; MÜLLER-MERBACH (1979), S. 63 erweitert diese Sichtweise sinnvoll um solche Fälle, in denen optimierende Verfahren durch die Bereitstellung einer heuristischen Ausgangslösung erheblich beschleunigt werden können.

Für den damit im Sinne dieser Arbeit treffender gefaßten Heuristikbegriff liegt - wenngleich auch unter dem Terminus "heuristisches Lösungsverfahren", so doch mit gleicher Intention - eine vielbeachtete, detailliertere Begriffsklärung von STREIM (1975) vor. 132 Nach diesem Autor weisen heuristische Lösungsverfahren *stets* drei grundlegende, begriffskonstituierende Eigenschaften auf: 133

(1) Verwendung nichtwillkürlicher Entscheidungsoperatoren. Der Ablauf eines heuristischen Lösungsverfahrens (i.S. eines Algorithmus) wird durch spezifische Regeln gesteuert. Deren zentrale Aufgabe besteht darin, Handlungsalternativen bzw. potentielle Lösungen von der weiteren Betrachtung auszuschließen. Diese Regeln beruhen zumeist auf Annahmen oder Teilerkenntnissen über die Natur bzw. Struktur des untersuchten Problems sowie früheren Erfahrungen bei der Lösung ähnlicher oder gleicher Probleme. Dieselben sind in diesem Sinne plausibel; ihr Einsatz ist begründet. Sie sollten jedoch nach STREIM (1975) niemals "willkürlich" sein. Bedauerlicherweise wird letztere Bezeichnung von dem Autor nicht weiter präzisiert. 134 Vom Wortsinne her unterstellt die "Willkür" einen aus dem Sachkontext her nicht begründeten lenkenden Eingriff in den Algorithmus. Es bleibt jedoch unklar, ob STREIM (1975) damit auch explizit die Nutzung solcher Entscheidungsoperatoren ausschließen will, die in irgendeiner Form den Zufall lenkend nutzen. 135 KRUSCH-WITZ/FISCHER (1981) z.B. erweitern den von STREIM (1975) verwendeten Begriff von "willkürlich" auf "unbegründet" und subsumieren darunter die Begriffe "willkürlich" und "zufällig". 136 HELLMANN (1984) z.B. verwendet den Begriff "willkürlich" zur Charakterisierung stochastischer Suchverfahren, welche nach seinen Ausführungen nicht als Heuristiken aufzufassen sind. 137 - Hier entsteht eine gewisse Definitionsunschärfe: Sind damit Verfahren, welche den Zufall in einzelnen Verfahrensschritten unbegründet, jedoch in der Gesamtschau des Verfahrens mit plausibler Erklärung einsetzen, nicht mehr als Heuristiken zu bezeichnen? - Ein Beispiel für derartige Verfahren wären z.B. die genetischen Algorithmen bzw. Evolu-

Vgl. STREIM (1975), S. 143 ff.; ähnlich mit leichten Erweiterungen KRUSCHWITZ/FISCHER (1981), S. 449 f. Die von STREIM (1975) präsentierten Beispiele wie auch seine Argumentation belegen implizit, daß er mit seinem Terminus "heuristische Lösungsverfahren" der hier herangezogenen Fassung für den Begriff der Heuristik bzw. der "heuristischen Programmierung" sehr nahesteht bzw. dieselben nahezu identisch sind.

Im folgenden (zwangsläufig) in enger Anlehnung an STREIM (1975), S. 151; vgl. auch STREIM (1975), S. 147 ff.; tw. abweichend bei REICHARDT (1980), S. 85; differenzierter teilweise bei KRUSCHWITZ/FISCHER (1981), S. 449 ff.; HELLMANN (1984), S. 160 ff.

Im Beitrag von STREIM (1975), S. 143 ff. findet sich keine auch nur n\u00e4herungsweise Konkretisierung dieses Begriffes.

Allerdings geht STREIM (1975), S. 157 bei der Beschreibung von Beispielen heuristischer Lösungsverfahren im 4. Abschnitt seines Beitrags auch kurz auf den Zufall nutzende Verfahren ein; implizit kann daraus geschlossen werden, daß er die Begriffe "zufällig" und "willkürlich" *nicht* gleichsetzt.

Vgl. KRUSCHWITZ/FISCHER (1981), S. 450; auch Abb. 2 auf S. 452; vgl. des weiteren mit teilweise erweiterten oder variierten Wiedergaben der von STREIM (1975), S. 143 ff. entwickelten Charakterisierung im Hinblick auf dieses Merkmal z.B. MÜLLER-MERBACH (1979), S. 63 (mit gleichem Ausschluß des Zufalls); HELLMANN (1984), S. 170 ff.; BERENS (1992), S. 4; ADAM (1993), S. 415; BERENS/DELFMANN (1995), S. 127.

Vgl. HELLMANN (1984), S. 155 ff., insbesondere Abb. 3.13 auf S. 157, S. 170 ff., insbesondere Abb. 4.2 auf S. 173.

tionsstrategien.¹³⁸ Die *Mutation* als ein Schritt derselben kann als eine zufällige, in ihrer konkreten Realisation unbegründete Fokussierung auf die Betrachtung bestimmter potentieller Lösungen angesehen werden. Im gesamten Verfahrenskontext ist der Einsatz des Zufalls hier jedoch durchaus begründbar. Genetische Algorithmen bzw. Evolutionsstrategien werden in der Literatur definitiv als Heuristiken angesehen. - Es wird deutlich, daß die Definition von STREIM (1975) bzw. einige spätere Erweiterungen derselben hier einer differenzierenden Präzisierung bedürfen.

- (2) Ausschluß potentieller Lösungen vom Suchprozeß. Das bereits oben angesprochene Regelwerk, welches eine Heuristik ausmacht, schließt entweder von vorneherein, oft aber auch sukzessive in einem fortschreitenden Prozeß mögliche Handlungsalternativen als vermutlich unvorteilhaft aus der weiteren Betrachtung bzw. vom Suchprozeß aus. Damit wird der für die Lösung eines Problems zu betreibende Aufwand (bei lösungsdefekten Problemen im wesentlichen als Rechenzeit anfallend) mehr oder weniger stark eingeschränkt. Es ist allerdings anzumerken, daß dieses Charakteristikum auch für die meisten optimierenden Verfahren zutrifft. Während jene jedoch aufgrund gesicherter Erkenntnisse um die Struktur bzw. Natur des Problems Teilmengen der Gesamtmenge möglicher Lösungen abspalten und aus der weiteren Betrachtung ausschließen, in welchen die optimale Lösung definitiv nicht enthalten sein kann, beruht der entsprechende Ausschluß bei Heuristiken nur auf plausiblen Vermutungen. Entsprechend besteht bei letzteren stets die Gefahr, daß auch Teilmengen guter bzw. optimale Lösungen nicht näher untersucht werden.
- (3) Kein Konvergenzbeweis und damit keine Lösungsgarantie. Da aufgrund des unzureichenden Wissens bezüglich der Struktur bzw. Natur des Problems der Ausschluß potentieller Lösungen nur aufgrund von Vermutungen um dieselben erfolgt, kann zum ersten niemals garantiert werden, daß die bzw. eine optimale Handlungsalternative identifiziert wird. Bei bestimmten Problemstellungen bzw. spezifischen Heuristiken mag sogar der Fall eintreten, daß überhaupt keine (zulässige) Lösung aufgefunden wird. KRUSCHWITZ/FISCHER (1981) bezeichnen diese Tatsache treffend als den Preis, welcher für die Reduktion des Problemlösungsaufwandes zu zahlen ist. 139 Wesentlicher - obgleich mit vorgenannter Eigenschaft eng verknüpft - ist zum zweiten der Umstand, daß für Heuristiken kein mathematischer Konvergenzbeweis zum Optimum geführt werden kann. STREIM (1975) schlägt vor, weder Verfahren, die gegen das Optimum konvergieren und dieses in einer endlichen Anzahl von Berechnungsschritten erreichen, noch jene, die erst im Unendlichen konvergieren, als Heuristiken anzuerkennen. 140 Letztere Algorithmen, für welche nach ihrem Abbruch eine entsprechend kleine e-Umgebung bestimmbar ist, in welcher die optimale Lösung liegt, sind treffender als "Näherungsverfahren" zu bezeichnen. Dazu ist anzumerken, daß Heuristiken (wie z.B. bei genetischen Algorithmen beobachtbar) faktisch durchaus gegen das Optimum konvergieren dürfen - nur darf kein allgemeiner, logisch-deduktiver Beweis dafür führbar sein, daß eine solche Konvergenz stets gegeben ist.

Über diese drei begriffskonstituierenden Charakteristika hinaus - die seiner Auffassung nach stets vorliegen müssen, um ein Lösungsverfahren als "heuristisch" bezeichnen zu

¹³⁸ Vgl. detaillierter und mit Quellennachweisen Abschnitt 2.3.4.3.

¹³⁹ Vgl. KRUSCHWITZ/FISCHER (1981), S. 450; ähnlich HELLMANN (1984), S. 149.

Vgl. dazu und folgend STREIM (1975), S. 147; auch KRUSCHWITZ/FISCHER (1981), S. 450.

können - nennt STREIM (1975) drei weitere Eigenschaften, welche eine Heuristik nicht zwingend aufweisen muß, die jedoch sehr oft gegeben sind. Diese akzessorischen Merkmale einer Heuristik betreffen folgende Sachverhalte: 141

- (4) Verwendung künstlicher, subjektiver Abbruchregeln neben autonomen, verfahrensbedingten Stopregeln. Heuristiken können einerseits aufgrund einer in ihrem Regelwerk angelegten Logik terminieren. Dies geschieht in vielen Fällen genau dann, wenn die aufgrund des Regelwerkes stark reduzierte Menge zur näheren Betrachtung ausgewählter potentieller Lösungen eingehend untersucht und deren nach dem Zielkriterium vorteilhafteste identifiziert worden ist. Eine andere Möglichkeit besteht darin, daß die Heuristik von vorneherein über eine Entscheidungsfolge nur eine einzige Lösung aufbaut und endet, wenn diese vollständig (d.h. zulässig) ist. STREIM (1975) bezeichnet solche Verfahren als autonom endend. Darüber hinaus können aber auch von dem Autor als künstliche Stopkriterien bezeichnete Abbruchregeln existieren. Diese werden üblicherweise im Sinne einer Ergänzung des Regelwerkes um eine zusätzliche Vorschrift bzw. eines Parameters vom Benutzer der Heuristik vorgegeben. So könnte deren Ausführung z.B. beendet werden, wenn eine Lösung vorab bestimmter (z.B. über untere Schranken abgeschätzter) Lösungsqualität vorliegt, wenn das Verfahren eine vorab bestimmte Zeit gearbeitet hat oder eine gewisse Anzahl potentieller Lösungen untersucht worden ist. Während derartige Abbruchregeln noch direkt als solche erkenntlich sind, gilt dies bei komplexer und umfangreicher parametrisierbaren Heuristiken nicht mehr. Hier können Parameter, welche vorrangig steuernd wirken, auch nebenbei auf die Terminierung des Verfahrens Einfluß nehmen.
- (5) Möglichkeit der Parametrisierung, d.h. Steuerung des heuristischen Lösungsverfahrens. Das Regelwerk, welches den Kern einer Heuristik ausmacht, kann einerseits vollständig starr - d.h. unveränderbar - ausgelegt sein. Andererseits ist es auch möglich, daß für dasselbe aufgrund der Spezifika der Heuristik eine Variation innerhalb vorab festgelegter Grenzen zulässig ist. Diese Variation betrifft üblicherweise nicht die grundlegende Natur der formulierten Regeln, sondern nur ihre konkrete Ausgestaltung. So können z.B. in die Regeln integrierte, ansonsten als Konstanten anzusehende numerische Werte veränderbar sein. Eine solche begrenzte Einflußnahme auf das Regelwerk wird zumeist Parametrisierung genannt und gibt dem Benutzer einer Heuristik Steuerungsmöglichkeiten. Diese externe Parametrisierung erlaubt es ihm z.B., bei Vorliegen einer konkreten Probleminstanz eine Suche nach der besten durch die Heuristik generierbaren Lösung für diese bei unterschiedlichen Parametrisierungen vorzunehmen. Im Rahmen der Heuristikentwicklung dient die externe Parametrisierung der Suche nach einer vorteilhaften Ausgestaltung im Sinne einer Feinabstimmung nach der Festlegung der grundlegenden Natur des Regelwerks. - Eine Erweiterung findet dieser Gedanke in der internen Parametrisierung. Bei dieser werden Parameter von der Heuristik selbst gesetzt bzw. aufgrund von im Ablauf des Verfahrens anfallenden Erkenntnissen variiert. Im Extrem kann dabei der eigentlich problemlösenden Heuristik sogar ein - gleichfalls heuristisches - Verfahren vorgeschaltet sein, welches zunächst eine vermutlich vorteilhafte Parametrisierung für das Kernverfahren bestimmt.

Im folgenden (zwangsläufig) in enger Anlehnung an STREIM (1975), S. 151; vgl. auch STREIM (1975), S. 149 ff.; HELLMANN (1984), S. 170 ff.

(6) Wahrung der Zulässigkeit eines Ergebnisses bei Extremwertaufgaben mit Nebenbedingungen durch das heuristische Lösungsverfahren. STREIM (1975) bezieht sich mit dieser letzten akzessorischen Eigenschaft insbesondere auf Extremwertaufgaben mit Nebenbedingungen. Bei diesen wird eine Handlungsalternative bzw. Lösung als zulässig bezeichnet, wenn sie die Restriktionen einhält; als optimal gilt eine Lösung, die zulässig ist und den bestmöglichen Zielfunktionswert realisiert. Zahlreiche optimierende Verfahren generieren eine zulässige (und gleichzeitig optimale) Lösung erst im letzten Verfahrensschritt und transformieren zuvor - im Ablauf des Verfahrens - sukzessive unzulässige Lösungen. Viele Heuristiken - so auch solche zur Lösung des TSP - hingegen wahren die Zulässigkeit des Ergebnisses bzw. der im folgenden weiteren Transformationen unterzogenen aktuellen Lösung in jedem Verfahrensschritt.

Nachdem der Begriff der Heuristik damit eingehend und für die Zwecke dieser Arbeit zufriedenstellend geklärt ist, soll im weiteren zunächst auf einige wichtige Möglichkeiten der Klassifikation von Heuristiken bzw. heuristischer Lösungsverfahren eingegangen werden. Zu diesem Zweck werden einige der gängigsten Differenzierungen skizziert:¹⁴³

Formale und materielle Orientierung von Heuristiken. 144 Als materiell orientierte Heuristiken werden solche aufgefaßt, die sich im Hinblick auf die Gestaltung ihres Regelwerkes an den spezifischen Inhalten - und nicht den formalen Eigenschaften einer Problemstellung ausrichten und für gewöhnlich nur auf hinsichtlich des Problemgegenstandes gleiche oder sehr ähnliche Fälle anwenden lassen. STREIM (1975) nennt als Beispiele u.a. Heuristiken zur Lösung von Projektplanungs-, Maschinenbelegungs-, Transport-, Standortplanungs- und Investitionsplanungsproblemen. Nach seiner Auffassung sind grundlegend ähnliche Problemstrukturen (wie z.B. die kombinatorische Natur der o.g. Probleme) für Anwendbarkeitsüberlegungen bezüglich speziell zu ihrer Lösung konzipierter "materiell orientierter" Heuristiken weitgehend irrelevant. Abzugrenzen von diesen sind die "formal orientierten" Heuristiken, welche für bestimmte Problemtypologien bzw. -strukturen konzipiert sind. Ein entsprechendes heuristisches Verfahren kann auf ein konkretes Problem - unabhängig von dessen jeweiligen Inhalten - immer dann angewandt werden, wenn dasselbe jene formalen Eigenschaften aufweist, auf welche die Heuristik zugeschnitten ist. So lassen sich z.B. "Local Search"-Verfahren unter geringen Modifikationen auf eine Vielzahl von Reihenfolgeproblemen - von der Maschinenbelegungsplanung bis hin zum TSP - anwenden; gleiches gilt z.B. für genetische Algorithmen und neuronale Netze. 145 - Es ist anzumerken, daß die klassische Unterscheidung zwischen "materiell" und "formal" orientierten Heuristiken, welche noch nie sonderlich trennscharf war, gerade angesichts der Entwicklung von metaheuristischen¹⁴⁶ Prinzipien

¹⁴² Vgl. - auch folgend - STREIM (1975), S. 150 f.

Vgl. in ähnlichem Sinne mit einer erheblich detaillierteren "Morphologie" heuristischer Verfahren z.B. MÜLLER-MERBACH (1975b), S. 236 ff.; MÜLLER-MERBACH (1976), S. 69 ff.; mit einer Klassifikation auch HELLMANN (1984), S. 165 ff.

Vgl. folgend z.B. STREIM (1975), S. 153 (bedauerlicherweise in diesem Zusammenhang mit einer zirkulären Definition des Begriffes "materiell"); KRUSCHWITZ/FISCHER (1981), S. 450 ff.; HELLMANN (1984), S. 174 ff.

Vgl. zu den genannten Verfahren die folgenden Abschnitte 2.3.4.2 und 2.3.4.3.

Vgl. zu diesem Begriff die untenstehenden Ausführungen sowie Abschnitt 2.3.4.3.

wieder zweifelhaft erscheinen muß. Bei der Rückführung der meisten "Heuristiken" im Sinne dieser Arbeit auf die grundlegende Natur ihres Regelwerkes stellt man fest, daß - unabhängig von anderen, inhaltlich orientierten Ausgestaltungsmerkmalen - der Erfolg derselben doch immer von an der (letztlich stets auffindbaren) formalen Problemstruktur ausgerichteten Aspekten des Regelwerkes abhängig ist.

Eröffnungs- und Verbesserungsverfahren. 147 Als Eröffnungsverfahren ("construction procedures/heuristics") werden allgemein solche Heuristiken bezeichnet, welche für eine Problemstellung entweder eine erste zulässige Lösung oder eine größere Anzahl derselben erzeugen. Ihr Einsatz kann einerseits mit der Absicht erfolgen, mit einer oder mehreren generierten Problemlösungen bereits einen möglichst guten Zielfunktionswert zu realisieren. Alternativ kann er der Erzeugung von Ausgangslösungen für Verbesserungsverfahren dienen. Verbesserungsverfahren (synonym, aber weniger treffend: "Iterationsverfahren" improvement procedures/heuristics") setzen eine bereits vorliegende (zumeist zulässige) Lösung voraus und versuchen deren Zielfunktionswert durch Modifikationen zu verbessern. Die meisten Verbesserungsverfahren sind so organisiert, daß sie die Qualität der aktuell vorliegenden Lösung durch eine Folge von "kleinen" Lösungsänderungen bzw. Transformationsschritten spezifizierter Natur zu steigern suchen. Dabei werden all jene Lösungen, die aus der aktuell vorliegenden Lösung durch einen solchen spezifizierten Transformationsschritt gebildet werden können, als "Nachbarschaft" 149 der aktuellen Lösung angesehen. 150 Über diesem Grundkonzept lassen sich nun komplexere Strategien zur Parametrisierung und Auswahl der zu vollziehenden Transformationsschritte formulieren;

Vgl. folgend z.B. MÜLLER-MERBACH (1970), S. 34 ff.; MÜLLER-MERBACH (1973), S. 292 ff.; STREIM (1975), S. 152 f.; MÜLLER-MERBACH (1975b), S. 237 ff.; MÜLLER-MERBACH (1976), S. 70 ff.; MÜLLER-MERBACH (1979), S. 66 ff.; GOLDEN/BODIN/DOYLE/STEWART (1980), S. 694 ff.; REICHARDT (1980), S. 86; KRUSCHWITZ/FISCHER (1981), S. 451 ff.; HELLMANN (1984), S. 178 ff.; HOFFMAN/WOLFE (1985), S. 12; MELAMED/SERGEEV/SI-GAL (1989c), S. 1464 ff.; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 12 ff. Auf eine weitergehende Differenzierung der Eröffnungsverfahren nach solchen mit *zunehmendem* und *abnehmendem* Freiheitsgrad (vgl. z.B. STREIM (1975), S. 152; MÜLLER-MERBACH (1975b), S. 237 ff.; MÜLLER-MERBACH (1976), S. 73 ff.; REICHARDT (1980), S. 86; HELLMANN (1984), S. 180 ff.) sowie einer solchen der Verbesserungsverfahren nach jenen mit *ungezielter* und *gezielter* Auswahl (vgl. z.B. STREIM (1975), S. 152; MÜLLER-MERBACH (1975b), S. 237 ff.; MÜLLER-MERBACH (1976), S. 73 ff.; HELLMANN (1984), S. 185 ff.) wird hier verzichtet, da diese Unterscheidungen über den deskriptiven Aspekt hinaus für die nachfolgenden Ausführungen bzw. Untersuchungen von wenig faßbaren Nutzen scheinen. Vgl. zu den Verfahrenstypen auch die konkreten Beispiele von Heuristiken zur Lösung des TSP in den folgenden Abschnitten 2.3.4.2 und 2.3.4.3.

So z.B. bei MÜLLER-MERBACH (1970), S. 34 ff.; MÜLLER-MERBACH (1973), S. 292 ff.; STREIM (1975), S. 152; MÜLLER-MERBACH (1975b), S. 237 ff.; MÜLLER-MERBACH (1976), S. 70 ff.; vgl. zur Diskussion um die Begrifflichkeiten "Iterations-" und "Verbesserungsverfahren" auch HELLMANN (1984), S. 178, Fußnote 3.

Dieser Begriff der "Nachbarschaft" ist grundsätzlich von jenem verschieden, welcher in den Abschnitten 4 und 5 dieser Arbeit verwendet wird.

Vgl. z.B. MÜLLER-MERBACH (1976), S. 83 f.; HELLMANN (1984), S. 185 ff.; DOMSCHKE/KLEIN/SCHOLL (1996), S. 607. Im angloamerikanischen Sprachraum wird ein derartiges Vorgehen - insbesondere in Anwendung auf kombinatorische Probleme - als "Local Neighborhood Search" bzw. kürzer "Local Search" bezeichnet, vgl. z.B. PAPADIMITRIOU/STEIGLITZ (1982); JOHNSON/PAPADIMITRIOU (1985b), S. 148 f.; JOHNSON/MCGEOCH (1995), S. 16 ff.

ein Großteil der metaheuristischen Verfahren besteht aus derartigen Regelwerken.¹⁵¹ Oftmals werden zunächst Eröffnungsverfahren eingesetzt, um eine erste Problemlösung zu erzeugen; sodann wird diese mit Verbesserungsverfahren hinsichtlich ihrer Lösungsqualität verbessert. Anstelle dieses zweistufigen Vorgehens ist es allerdings auch möglich, Eröffnungs- und Verbesserungsverfahren ineinander zu integrieren. Dabei könnten z.B. während des Aufbaus einer Lösung durch ein Eröffnungsverfahren die in jedem Berechnungsschritt vorliegenden Teillösungen bereits durch das Verbesserungsverfahren bearbeitet werden.

Klassische und metaheuristische Verfahren. 152 OSMAN/LAPORTE (1996) definieren Metaheuristiken formal als iterative Prozesse, welche untergeordnete Heuristiken mittels einer Kombination verschiedener Konzepte zur Erkundung und Erschließung des Suchraumes steuern und die dabei gewonnenen Erkenntnisse im Rahmen von Lernstrategien strukturieren bzw. verarbeiten. Dies soll ihnen eine effiziente Generierung von möglichst nahezu optimalen Lösungen ermöglichen. Zu diesen Verfahren, welche seit etwa Beginn der achtziger Jahre erhebliche Aufmerksamkeit auf sich ziehen, gehören als bekannte Vertreter z.B. genetische Algorithmen, evolutionäre Programme, neuronale Netze, die Tabu Search, das Simulated Annealing und Ameisensysteme. 153 Diese Beispiele lassen bereits deutlich werden, daß die übergeordneten Regelwerke von Metaheuristiken oftmals Erkenntnisse bzw. Problemlösungsverfahren von anderen Wissenschaftsdisziplinen - wie z.B. der Biologie und Physik - übernehmen bzw. Anregungen von diesen empfangen. Als untergeordnete Heuristiken werden wiederholt Verfahren eingesetzt, welche durch geringfügige Modifikationen vorliegender Lösungen des behandelten Problems neue Lösungen in der bereits o.g. "Nachbarschaft" der bisherigen Lösung erzeugen können; im Falle des TSP sind dies zumeist Kantenaustauschverfahren. 154 Diese dienen quasi der Bewegung im Suchraum, während das übergeordnete Regelwerk die Richtung dieser Bewegung steuert. Obwohl der Einsatz von Metaheuristiken in der Vergangenheit - insbesondere im Zusammenhang mit kombinatorischen, lösungsdefekten Problemen - beachtliche Erfolge zeitigte, muß doch kritisch eingewandt werden, daß diese Verfahren sich kaum an strukturellen oder formalen Erkenntnissen bezüglich der zu lösenden Probleme orientieren bzw. diese nutzen. Insofern könnte man sie als "blinde Sucher" bezeichnen; ihr übergeordnetes Regelwerk bedarf außer einer passenden

Vgl. zu den metaheuristischen Verfahren auch die nachstehenden Ausführungen sowie Abschnitt 2.3.4.2; zu Konkretisierungen dieser "Nachbarschaftssuche" bzw. "Local Search" im Hinblick auf das TSP die Abschnitte 2.3.4.2 und 2.3.4.3.

Vgl. im folgenden OSMAN/LAPORTE (1996), S. 513 ff.; eine umfassende Übersicht über verschiedene Metaheuristiken bieten z.B. OSMAN/KELLY (1996a); vgl. hier insbesondere den Übersichtsbeitrag von OSMAN/KELLY (1996b), S. 1 ff. Vgl. mit Skizzen einiger konkreter metaheuristischer Verfahren zur Lösung des TSP Abschnitt 2.3.4.3. - REINELT (1994), S. 160 bezeichnet hier als Metaheuristiken definierte Verfahren aufgrund ihrer - allerdings nicht konstitutiven - Verwendung des Zufalls auch als "randomized improvement heuristics" (vgl. ebenso JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 45) bzw. "stochastic search methods".

Vgl. zu den aufgeführten Verfahren (unter Nennung von Quellen) Abschnitt 2.3.4.3.

Vgl. zu den Kantenaustauschverfahren für das TSP z.B. LIN (1965), S. 2245 ff.; CHRISTOFIDES/EILON (1972), S. 511 ff.; ROSENKRANTZ/STEARNS/LEWIS (1977), S. 579 f.; GOLDEN/BODIN/DOYLE/STEWART (1980), S. 700 f.; GOLDEN/STEWART (1985), S. 218 ff.; MELAMED/SERGEEV/SIGAL (1989c), S. 1466 f.; DOMSCHKE (1990), S. 98 ff.; LAPORTE (1992a), S. 243; BENTLEY (1992), S. 399 ff.; REINELT (1994), S. 117 ff.; GLOVER (1996b), S. 169 ff. sowie Abschnitt 2.3.4.2.

Repräsentation des zu lösenden Problems keiner weiteren Kenntnisse über dasselbe. Dieser Umstand begründet natürlich auch andererseits einen wesentlichen Vorteil der Metaheuristiken: Sie lassen sich auf eine Vielzahl verschiedenster Problemstellungen anwenden, wenn nur eine geeignete Repräsentation und angepaßte Implementierungen der untergeordneten Heuristiken zur Verfügung stehen. - Die obige Charakterisierung verdeutlicht bereits weitgehend die Unterschiede zu den hier als "klassisch" bezeichneten Heuristiken: Diese sind deutlicher auf formale oder materielle Problemeigenschaften zugeschnitten und können folglich - ohne erhebliche Modifikationen - nur zur Lösung speziell jener Probleme, für welche sie konzipiert sind, eingesetzt werden. Des weiteren orientiert sich das ihnen zugrundeliegende Regelwerk bei der Steuerung des Lösungsaufbaus bzw. der Lösungsverbesserung zumeist an im Problemkontext unmittelbar erkennbaren Spezifika.

Sollen Heuristiken zur Lösung eines konkreten Problems eingesetzt werden, so stellt sich - sofern denn mehrere heuristische Verfahren zur Lösung desselben verfügbar sind - die Frage der Auswahl eines derselben. Eine solche Auswahl wird im allgemeinen aufgrund eines Vergleichs der zur Verfügung stehenden Objekte hinsichtlich einer Anzahl ihrer als kontextrelevant erachteten Eigenschaften vorgenommen. Dabei kann der Vergleich entweder mit vorab definierten wünschenswerten Ausprägungen dieser Eigenschaften als Sollobjekt vorgenommen werden; muß jedoch eines der Objekte ausgewählt werden, so wird man zumeist auf jenes zurückgreifen, dessen Eigenschaftsausprägungen in ihrer Gesamtheit günstiger erscheinen als jene der verbleibenden Objekte. - Für Heuristiken ergibt sich damit zunächst in einer generellen Betrachtung die Notwendigkeit, allgemein relevante Beurteilungskriterien bzw. -maßstäbe zur Evaluation ihrer Leistungsfähigkeit zu entwickeln. Beurteilungskriterien für Heuristiken im allgemeinen - wie auch speziell für Heuristiken zur Lösung des TSP - sind seit Jahrzehnten Gegenstand einer intensiven Diskussion.¹⁵⁵ Entsprechend wurden umfangreiche Kataloge von als in dieser Beziehung belangvoll erachteten Eigenschaften zusammengestellt; folgend werden einige derselben exemplarisch aufgeführt:156

 Lösungsqualität.¹⁵⁷ Die Lösungsqualität gibt üblicherweise an, wie weit die durch eine Heuristik ermittelte Problemlösung hinsichtlich ihrer Ausprägung der primären Zielgröße von einer optimalen Problemlösung (ggf. abgeschätzt über die Ermittlung ent-

Vgl. zur Frage der Evaluation der Leistungsfähigkeit von Heuristiken im folgenden z.B. FISCHER/KRUSCHWITZ (1980), S. 173 ff.; KRUSCHWITZ/FISCHER (1981), S. 453 ff.; PFOHL/HEBEL (1982), S. B123 ff.; BERENS (1992); BERENS/DELFMANN (1995), S. 134 ff.; speziell für das TSP z.B. WEBB (1971), S. 51; HOFFMAN/WOLFE (1985), S. 12 ff.

Der nachstehende Katalog wurde grundlegend von PFOHL/HEBEL (1982), S. B123 ff. übernommen und um verschiedene Aspekte aus anderen Literaturquellen ergänzt; vgl. z.B. auch NE-WELL (1969), S. 363 ff.; WEBB (1971), S. 51; KRUSCHWITZ/FISCHER (1981), S. 453 ff.; HELLMANN (1984), S. 211 ff.; HOFFMAN/WOLFE (1985), S. 12 ff.; BERENS (1992), S. 24 ff. Die von PFOHL/HEBEL (1982), S. B136 f. diskutierte "Kosten-Leistungs-Relation" wird hier nicht weiter betrachtet, da sie bereits ein derivatives (d.h. aus originären Beurteilungskriterien abgeleitetes) Beurteilungskriterium darstellt. - Die ersten drei aufgeführten Eigenschaften bzw. Kriterien (Lösungsqualität, Rechenzeitbedarf/Zeitkomplexität und Speicherplatzkomplexität) sind - in Abhängigkeit von der jeweiligen Heuristik sowie den Eigenarten der bearbeiteten Probleme - zumeist als stochastische Größen anzusehen.

Vgl. z.B. MÜLLER-MERBACH (1979), S. 65; KRUSCHWITZ/FISCHER (1981), S. 454; PFOHL/ HEBEL (1982), S. B132 f.; GOLDEN/STEWART (1985), S. 208.

sprechender unterer oder oberer Schranken) abweicht. Im Falle des TSP wird die Länge der mittels der Heuristik bestimmten Rundreise beispielsweise zur Länge der optimalen Rundreise (bzw. einem entsprechenden "Lower Bound") ins Verhältnis gesetzt. Es läßt sich dann ausweisen, um wieviele Prozentpunkte die Länge der mittels der Heuristik generierten Rundreise die Länge der optimalen Rundreise bzw. eine entsprechende untere Schranke übersteigt. 158 - NEWELL (1969) subsumiert unter dem übergeordneten Begriff der "power" einer Heuristik über die Lösungsqualität hinaus auch die Wahrscheinlichkeit, daß die Heuristik bei vorgegebenem Ressourceneinsatz eine Lösung mit einer vorgegebenen Mindestlösungsgüte zu bestimmen vermag, sowie ihre Fähigkeit, überhaupt zulässige Problemlösungen zu erzeugen. 159

- Rechenzeitbedarf/Zeitkomplexität. 160 Die Rechenzeit, welche zur Lösung eines Problems mittels einer betrachteten Heuristik auf einer DV-Anlage erforderlich ist, wird in der Literatur als Rechenzeitbedarf oder Zeitkomplexität bezeichnet. Sie erweist sich immer als von spezifischen Merkmalen des Problems, so insbesondere der Problemgröße (beim TSP n als die Anzahl der Städte), abhängig. Es wird üblicherweise gefragt, wie sich dieser Rechenzeitbedarf bei Variation seiner Determinanten (so z.B. steigender Größe von zu lösenden TSP) entwickelt. Obgleich sich angesichts der im letzten Jahrzehnt erheblich beschleunigten Rechengeschwindigkeit von Computern die "Rechenbarkeit" von Heuristiken im Sinne der Gewährleistung von kontextadäquaten Rechenzeiten erheblich verbessert hat, können doch bereits Verfahren, deren Zeitkomplexität quadratisch ausfällt (d.h. die Rechenzeit nimmt im Quadrat in Relation zu einer Heraufsetzung der Problemgröße zu), zu Schwierigkeiten führen. Dies gilt insbesondere für Anwendungssituationen, in welchen die Rechenzeit, welche für die Lösung eines Problems aufgewandt werden kann, scharf begrenzt ist. 161
- Speicherplatzkomplexität. 162 Der in Abhängigkeit von der Problemgröße oder anderen Problemcharakteristika bei der Ausführung eines heuristischen Algorithmus auf einer DV-Anlage temporär in Anspruch genommene Haupt- sowie Plattenspeicher kennzeichnet die Speicherplatzkomplexität einer Heuristik. Aufgrund des technischen Fortschritts bzw. der Verfügbarkeit schneller, großer und kostengünstiger Speichermedien hat dieses Beurteilungskriterium allerdings deutlich an Bedeutung verloren. Für Heuristiken, welche in Abhängigkeit von spezifischen Problemmerkmalen insbesondere der Problemgröße polynomial oder exponentiell wachsenden Speicherplatzbedarf aufzeigen, kann es allerdings noch immer von Relevanz sein.
- Möglichkeit der Mehrfachanwendung.¹⁶³ Bei bestimmten bzw. entsprechend angelegten Heuristiken bietet sich die Möglichkeit, den Lösungsaufbau (bei Konstruktionsverfahren) oder die Lösungsverbesserung (bei Verbesserungsverfahren) mit un-

¹⁵⁸ Vgl. z.B. JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 12.

Vgl. NEWELL (1969), S. 371 f.; ähnlich MÜLLER-MERBACH (1979), S. 65; äquivalent KRUSCHWITZ/FISCHER (1981), S. 454; BERENS/DELFMANN (1995), S. 135 f.

Vgl. z.B. MÜLLER-MERBACH (1979), S. 65; PFOHL/HEBEL (1982), S. B130 ff.; als "running time" bei GOLDEN/STEWART (1985), S. 208. Vgl. zur Ermittlung bzw. Messung der Rechenzeit auch die unten folgenden Ausführungen.

¹⁶¹ Vgl. Abschnitt 3, insbesondere Abschnitt 3.5.

Vgl. PFOHL/HEBEL (1982), S. B129 f. Die Autoren sprechen allerdings nur die Inanspruchnahme von Hauptspeicher und nicht jene anderer Speichermedien an; auch sie weisen bereits auf die abnehmende Bedeutung dieses Beurteilungskriteriums hin.

Vgl. im folgenden MÜLLER-MERBACH (1979), S. 65.

terschiedlichen "Startpunkten" zu initialisieren. Ein Beispiel dafür ist für das TSP die "Nearest Neighbor"-Heuristik, bei welcher jede der *n* Städte des TSP als Ausgangspunkt für den Aufbau einer Rundreise dienen kann. ¹⁶⁴ Es resultiert eine entsprechende Anzahl von generierten Lösungen unterschiedlicher Qualität, aus welchen dann die vorteilhafteste ausgewählt werden kann. Die Anzahl der möglichen Anwendungen kann nun als Beurteilungskriterium herangezogen werden, da sie tendenziell die Chance erhöht, eine günstige Lösung zu identifizieren.

- *Programmierzeit.* 165 Unter dieser Bezeichnung wird der (z.B. als Personal- oder Auftragskosten anfallende) Aufwand gefaßt, welcher angefangen von den ersten Konzeptentwürfen bis zum auf Fehlerfreiheit hin getesteten Programm betrieben werden muß, um eine Heuristik EDV-technisch zu realisieren.
- Maschinenbezogene Testzeit. 166 PFOHL/HEBEL (1982) verstehen unter der "maschinenbezogenen Testzeit" die für das Austesten der Heuristik benötigte Rechenzeit auf einem Computer. Da DV-Ressourcen allerdings heute im Gegensatz zum Zeitpunkt der Abfassung des Beitrages der Autoren nur noch selten bzw. im Falle von Hochleistungsrechnern einen Engpaß darstellen, dürfte diesem Beurteilungskriterium auch nur noch eine marginale Bedeutung zukommen.
- *Implementierungsaufwand*. ¹⁶⁷ Der für die Schulung und Involvierung der kontextbzw. problemspezifisch existenten Anwender anfallende Aufwand wird von PFOHL/HEBEL (1982) als "Implementationskosten" bezeichnet.
- Konzeptionelle Einfachheit.¹⁶⁸ Mit diesem Terminus umschreiben z.B. GOLDEN/ STEWART (1985) die Nachvollziehbarkeit heuristischer Verfahren. Sie argumentieren, daß eine konzeptionell einfachere Heuristik die Benutzer eher anspreche als komplexere Verfahren; zudem sei die Analyse der ersteren einfacher. Unabhängig von der Frage der Plausibilität dieser Begründungen dürfte es jedoch schwerfallen, die "konzeptionelle Einfachheit" sinnvoll zu messen.
- Bandbreite. 169 Bereits bei NEWELL (1969) wird als "Grad der Allgemeinheit" ("generality") die Bandbreite der Probleme, für deren Lösung sich die Heuristik eignet, im Sinne eines Spezialisierungs- bzw. Generalisierungsmaßes beschrieben. Es muß angemerkt werden, daß dieses Beurteilungskriterium allerdings einerseits Operationalisierungsschwierigkeiten aufwerfen dürfte und andererseits sein praktischer Nutzen wenig offensichtlich wird.

Vgl. zur "Nearest Neighbor"-Heuristik zur Lösung des TSP im Rahmen dieser Arbeit (unter Nennung von Quellen) z.B. die Abschnitte 2.3.4.2, 5.1 und 5.3.2.3.

Vgl. PFOHL/HEBEL (1982), S. B126, S. B128 f.; vgl. darüber hinaus z.B. auch GOLDEN/STE-WART (1985), S. 208; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 11.

¹⁶⁶ Vgl. z.B. PFOHL/HEBEL (1982), S. B126 ff.

Vgl. PFOHL/HEBEL (1982), S. B126 ff.; die Vorschläge dieser Autoren zur Operationalisierung bleiben jedoch zweifelhaft. Ähnlich - wenngleich ohne Klärung des Begriffes "Implementierung" - bei GOLDEN/STEWART (1985), S. 208 als "ease of implementation"; vgl. auch BOZER/SCHORN/SHARP (1990), S. 238 ff.; vgl. im Rahmen dieser Arbeit auch Abschnitt 3, insbesondere Abschnitt 3.5.

Vgl. als "simplicity" bei GOLDEN/STEWART (1985), S. 208; vgl. des weiteren BOZER/SCHORN/SHARP (1990), S. 238 ff.

Zur Allgemeinheit/Flexibilität einer Heuristik vgl. insbesondere NEWELL (1969), S. 371 f.; darüber hinaus z.B. KRUSCHWITZ/FISCHER (1981), S. 454; GOLDEN/STEWART (1985), S. 208; BERENS (1992), S. 26 ff.; BERENS/DELFMANN (1995), S. 135 f.

Hinsichtlich einer möglichen Operationalisierung¹⁷⁰ der Evaluation der Leistungsfähigkeit von Heuristiken erscheint eine Differenzierung dieser möglichen Beurteilungskriterien nach zwei Merkmalen sinnvoll:

- "Harte" und "weiche" Beurteilungskriterien. Die "harten" Beurteilungskriterien zeichnen sich dadurch aus, daß sie eindeutig meß- oder bestimmbar sind. Als solche können z.B. die mittels einer Heuristik im Sinne dieser Arbeit realisierbare Lösungsgüte sowie die benötigte Rechenzeit genannt werden. Die "weichen" Beurteilungskriterien lassen sich dem gegenüber durch ihre mangelnde Quantifizierbarkeit abgrenzen. 171 So ist z.B. der o.g. Implementierungsaufwand für eine Heuristik eine mit erheblichen Meßproblemen behaftete Größe; gleiches gilt auch die für die Umsetzung in ein EDV-Programm aufzuwendende Programmierzeit, die sich zudem mit dem Implementierungsaufwand überschneiden kann. Merkmale wie die "konzeptionelle Einfachheit" entziehen sich letztlich fast vollständig einer objektiven Quantifizierung.
- Input- und Outputkriterien.¹⁷² Der oben aufgeführte Katalog von zur Beurteilung heranziehbaren Merkmalen beinhaltet überwiegend solche Größen, die als Input (im Sinne eines Ressourceneinsatzes) anzusehen sind. Als solche können z.B. die erforderliche Rechenzeit, Programmier- und Implementierungsaufwand, Testzeit und Speicherplatzbedarf genannt werden. Als die Ergebnisse des Heuristikeinsatzes bzw. der heuristischen Konzeption charakterisierende Outputgröße ist im wesentlichen bzw. nur die erzielbare Lösungsqualität zu nennen, da die "konzeptionelle Einfachheit" und die Bandbreite der Probleme, für deren Lösung sich die Heuristik eignet, in dieser Zuordnung zwangsläufig etwas zweifelhaft bleiben würden. Zudem wurde schon oben auf unzulängliche Quantifizierbarkeit dieser beiden letzteren Eigenschaften hingewiesen. In einer ökonomisch orientierten Betrachtungsweise sind jedoch gerade Output- bzw. Leistungsgrößen von besonderem Interesse: Über sie läßt sich zum ersten die Effektivität des Heuristikeinsatzes beziffern; zum zweiten gestatten sie was noch bedeutsamer scheint Aussagen zur Effizienz desselben.¹⁷³

Bei Durchsicht der Literatur zum TSP - aber auch hinsichtlich anderer lösungsdefekter Probleme (oft kombinatorischer Natur), welche einen im Sinne dieser Arbeit aufzufassenden Heuristikeinsatz implizieren - fällt auf, daß zwei quantitative Beurteilungskriterien dominieren. Die meiste Beachtung findet die Lösungsqualität; erhebliche Aufmerk-

Vgl. zur Frage der Entwicklung von Meßvorschriften für die einzelnen Beurteilungskriterien auch PFOHL/HEBEL (1982), S. B126 ff.

¹⁷¹ Vgl. auch BERENS (1992), S. 41 ff.

Vgl. im folgenden auch WEBB (1971), S. 51; PFOHL/HEBEL (1982), S. B124 f.; BERENS (1992), S. 24 ff.; BERENS/DELFMANN (1995), S. 134 f.

Dabei bedarf es einer Definition der Begrifflichkeiten "Effektivität" und "Effizienz". Als "effektiv" wird eine Maßnahme (z.B. im Sinne eines Heuristikeinsatzes) hier angesehen, wenn sie geeignet ist, ein gesetztes Ziel zu erreichen (z.B. im Sinne einer vorgegebenen durchschnittlichen Lösungsqualität für eine Heuristik oder der Zulässigkeit der Lösung). "Effizienz" wird als Relation zwischen dem dafür erforderlichen In- und Output charakterisiert; vgl. dazu z.B. HILL/FEHLBAUM/ULRICH (1981), S. 160 f.; mit einer Übersicht von entsprechenden Definitionsmöglichkeiten (wenngleich im organisatorischen Kontext) AHN/DYCKHOFF (1997), S. 2 ff. - Vgl. mit ähnlicher Intention als "Kosten-Leistungs-Relation" auch PFOHL/HEBEL (1982), S. B125, S. B136 f.; mit einer Retrospektive von Verdichtungsversuchen für verschiedene Beurteilungskriterien BERENS (1992), S. 40 ff.

samkeit gilt auch der erforderlichen Rechenzeit bzw. der Zeitkomplexität.¹⁷⁴ Sämtliche anderen Beurteilungskriterien werden zwar immer wieder angesprochen, aber nur selten für eine konkrete Beurteilung von Heuristiken zur Lösung des TSP herangezogen. Sie werden zumeist erst in spezifizierten Anwendungskontexten - so z.B. als für die Programmierung einer Heuristik anfallende Kosten - relevanter.¹⁷⁵

Folgt man dieser Auffassung, so stellt man bei einer näheren Betrachtung dieser beiden Beurteilungskriterien zum ersten fest, daß mit Lösungsqualität und Rechenzeitbedarf das offensichtlich jeweils als am belangvollsten angesehene Out- und Inputkriterium benannt wird. Ihre Relation zueinander ist damit als Effizienzmaß geeignet. Zum zweiten ist festzuhalten, daß diese beiden Beurteilungskriterien sich üblicherweise konfliktär verhalten; im Kontext vieler Heuristiken sind bei höheren Rechenzeiten bessere Lösungsqualitäten zu beobachten und vice versa. ¹⁷⁶ Dies bedingt, daß beim Vergleich zweier oder mehrerer Heuristiken hinsichtlich dieser Kriterien zwei Situationen auftreten können: Zum ersten ist es möglich, daß eine betrachtete Heuristik hinsichtlich beider Kriterien vorteilhafter ist als eine andere. In diesem Fall liegt eine Dominanz vor; die Auswahl des einzusetzenden Verfahrens fällt nicht schwer. Zum zweiten ist es aber auch denkbar, daß die erste betrachtete Heuristik das Kriterium "Lösungsqualität" günstiger realisiert als die zweite und es sich beim Kriterium "Rechenzeit" genau umgekehrt verhält. In einem solchen Fall kann keines der beiden Verfahren per se als vorteilhafter bezeichnet werden.¹⁷⁷ Eine Entscheidung für den Einsatz einer der beiden Heuristiken ist erst möglich, wenn der Entscheidungsträger ein subjektives bzw. aus dem jeweiligen Problemkontext heraus plausibles Substitutionsverhältnis zwischen den beiden Kriterien angibt und damit eine Wertsynthese hin zu einer eindimensionalen Zielgröße ermöglicht.

Zur Feststellung der jeweiligen Ausprägung der beiden quantifizierbaren Beurteilungskriterien Lösungsqualität und Zeitkomplexität bzw. Rechenzeitbedarf bei einer konkreten Heuristik (unter Berücksichtigung deren Stochastizität in Abhängigkeit von der untersuchten Heuristik selbst sowie den bearbeiteten Problemen) werden in der Literatur drei Methoden entwickelt:¹⁷⁸

Worst-Case-Analyse.¹⁷⁹ Mittels der Worst-Case-Analyse soll herausgefunden werden, welches die schlechtest denkbare Ausprägung eines Kriteriums (als die ungün-

Vgl. z.B. WEBB (1971), S. 50 ff.; MÜLLER-MERBACH (1973), S. 290 f.; MÜLLER-MERBACH (1975b), S. 237; MÜLLER-MERBACH (1976), S. 82; MÜLLER-MERBACH (1979), S. 65; GOLDEN/BODIN/DOYLE/STEWART (1980), S. 694 ff.; HELLMANN (1984), S. 211; GOLDEN/STEWART (1985), S. 208 ff; BOZER/SCHORN/SHARP (1990), S. 238; BERENS (1992), S. 38; ADAM (1993), S. 419; JOHNSON (1994), S. 221; JOHNSON/MCGEOCH (1995), S. 6; vgl. des weiteren den Umfang der Ausführungen von PFOHL/HEBEL (1982), S. B123 ff. zu diesen beiden Kriterien.

Vgl. Abschnitt 3, insbesondere Abschnitt 3.5.

¹⁷⁶ Vgl. z.B. JOHNSON/PAPADIMITRIOU (1985b), S. 145; JOHNSON (1994), S. 221.

Vgl. mit der Erwähnung einer Studie zur Einordnung einer großer Anzahl von Heuristiken zur Lösung des TSP in ein "Dominanzschema" JOHNSON (1994), S. 221.

Vgl. z.B. FISCHER/KRUSCHWITZ (1980), S. 173 ff.; KRUSCHWITZ/FISCHER (1981), S. 454 f.; PFOHL/HEBEL (1982), S. B130 ff.; HOFFMAN/WOLFE (1985), S. 12 ff.; JOHNSON/PAPA-DIMITRIOU (1985b), S. 145 ff.

Vgl. zur Worst-Case-Analyse im folgenden allgemein z.B. PFOHL/HEBEL (1982), S. B130 f.,
 S.133 f.; KRUSCHWITZ/FISCHER (1981), S. 454 f.; HELLMANN (1984), S. 216 ff.; BERENS (1992), S. 114 ff.; für Heuristiken zur Lösung des TSP z.B. JOHNSON/PAPADIMITRIOU

stigste Lösungsqualität oder die maximal erforderliche Rechenzeit bzw. Anzahl grundlegender Operationen) bei Anwendung der jeweiligen Heuristik ist. Diese wird mittels einer mathematisch-analytischen Untersuchung der Heuristik festgestellt. 180 Dadurch soll der Nutzer über den "worst case" informiert werden; es wird eine Leistungsgarantie ("performance guarantee"181) für die Heuristik ausweisbar. Als Vorteil dieser Methode wird angeführt, daß sie ein aufwendiges Austesten der Heuristik erspare. 182 Dabei wird jedoch oft verschwiegen, daß zur Feststellung des "worst case" ein erheblicher analytischer Aufwand - ggf. unter Setzung enger Prämissen - nötig ist. 183 Dies gilt insbesondere im Hinblick auf die Lösungsqualität; bezüglich der erforderlichen Rechenzeit gestaltet sich eine Worst-Case-Analyse oft einfacher. 184 -Jene Heuristiken zur Lösung des TSP, für die eine Worst-Case-Analyse der Lösungsqualität vorliegt, sind zudem meist recht einfach strukturiert (z.B. das Verfahren des besten Nachfolgers, auf der Ermittlung des minimalen spannenden Baumes basierende Verfahren etc.)¹⁸⁵. ¹⁸⁶ Die Ermittlung des "worst case" für komplexere Heuristiken ist hinsichtlich der Lösungsqualität oftmals nicht möglich bzw. noch nicht gelungen.¹⁸⁷ Weiterhin wird in der Literatur für einige Heuristiken festgestellt, daß der "worst case" in der Realität - für Lösungsqualität wie auch Rechenzeit - nur mit sehr geringer Wahrscheinlichkeit auftritt. 188 Dieses relativiert die Bedeutung der Worst-Case-Analyse als isoliertes Beurteilungskriterium; sie ist erst im Zusammenhang mit den folgend dargestellten Methoden, der probabilistischen und der simulativ-empirischen Analyse, aussagekräftig. 189

(1985a), S. 42 f.; JOHNSON/PAPADIMITRIOU (1985b), S. 145 ff.; auch als "Guaranteed Approximation Approach" bezeichnet bei KARP (1976), S. 2; vgl des weiteren HOFFMAN/WOLFE (1985), S. 13; MELAMED/SERGEEV/SIGAL (1989c), S. 1468 ff. Auf von PFOHL/HEBEL (1982), S. B130 f. angesprochene Probleme im Zusammenhang mit der asymptotischen *O*-Notation für die Zeitkomplexität wird hier nicht weiter eingegangen; desgleichen wird hier vereinfachend nicht zwischen inputdatenabhängiger und inputdatenunabhängiger Worst-Case-Analyse unterschieden; vgl. zu letzterem z.B. MELAMED/SERGEEV/SIGAL (1989c), S. 1468 ff.; BERENS (1992), S. 122 ff.

- ¹⁸⁰ Vgl. z.B. KRUSCHWITZ/FISCHER (1981), S. 454 f.; BERENS (1992), S. 115 ff.
- ¹⁸¹ HOFFMAN/WOLFE (1985), S. 13; ebenso GAREY/JOHNSON (1979), S. 122.
- So z.B. unter Annahme bestimmter Problemgrößen oder Verteilungsannahmen hinsichtlich spezifischer Problemmerkmale, vgl. z.B. KRUSCHWITZ/FISCHER (1981), S. 455; PFOHL/HEBEL (1982), S. B130, S. B133; HELLMANN (1984), S. 232; MELAMED/SERGEEV/SIGAL (1989c), S. 1468 ff; JOHNSON/MCGEOCH (1995), S. 6 ff.
- Vgl. z.B. HELLMANN (1984), S. 233; JOHNSON/PAPADIMITRIOU (1985b), S. 146; BERENS (1992), S. 125.
- ¹⁸⁴ Vgl. zur Worst-Case-Analyse für die Laufzeit z.B. JOHNSON/PAPADIMITRIOU (1985a), S. 42 f.
- Vgl. JOHNSON/PAPADIMITRIOU (1985b), S. 150 ff.; HOFFMAN/WOLFE (1985), S. 13; vgl. mit "Worst Case"-Analysen für Heuristiken zur Lösung des TSP z.B. JERONIM/KÖRNER (1986), S. 85 ff.; LAPORTE (1992a), S. 241 f.; JOHNSON/MCGEOCH (1995), S. 6 ff.
- Vgl. z.B. KRUSCHWITZ/FISCHER (1981), S. 455; HELLMANN (1984), S. 233; JOHNSON/PA-PADIMITRIOU (1985b), S. 150 ff.; BERENS (1992), S. 124 ff.
- Vgl. z.B. GOLDEN/BODIN/DOYLE/STEWART (1980), S. 695 ff.; JOHNSON/PAPADIMI-TRIOU (1985b), S. 146.
- Vgl. z.B. ROSENKRANTZ/STEARNS/LEWIS (1977), S. 577; KRUSCHWITZ/FISCHER (1981), S. 455; PFOHL/HEBEL (1982), S. B130, S. B133 f.; HELLMANN (1984), S. 230 f.; HOFFMAN/ WOLFE (1985), S. 13; JOHNSON/PAPADIMITRIOU (1985b), S. 146; BERENS (1992), S. 126 ff.
- Vgl. z.B. HELLMANN (1984), S. 230 f.; BERENS (1992), S. 115, S. 130; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 12; JOHNSON/MCGEOCH (1995), S. 5, S. 16, S. 93.

- Probabilistische Analyse. 190 Die probabilistische Analyse soll eine Aussage über die Wahrscheinlichkeit des Auftretens bestimmter Ausprägungen der Kriterien ermöglichen. So wird z.B. versucht, die durchschnittlich zu erwartende Rechenzeit bei verschiedenen Problemgrößen oder eine Verteilungsfunktion der Lösungsqualitäten zu bestimmen. Dabei bedient man sich mathematisch-statistischer (wahrscheinlichkeitstheoretischer) Methoden. Als Vorteil der probabilistischen Analyse wird wiederum angeführt, daß bei ihrer Verwendung auf das aufwendige Austesten der Heuristik verzichtet werden kann. Jedoch ist der hier einzusetzende Analyseaufwand - insbesondere für das Beurteilungskriterium Lösungsqualität - noch wesentlich höher als bei der Worst-Case-Analyse einzuschätzen.¹⁹¹ Es erweist sich zudem auch als schwierig, die für die statistische Analyse benötigte Wahrscheinlichkeitsverteilung möglicher Inputdaten bzw. relevanter Strukturdeterminanten des zu untersuchenden Problems zu schätzen. 192 Weiterhin treffen die Aussagen der probabilistischen Analyse im Hinblick auf die Lösungsqualität in der Regel nur bei größeren Problemen mit befriedigender Sicherheit zu. 193 Eine probabilistische Analyse bezüglich dieses Kriteriums liegt bisher nur für wenige - eher einfach strukturierte - Heuristiken zur Lösung des TSP vor. 194
- Simulativ-empirische Analyse. 195 Bei der simulativ-empirischen Analyse, auch als numerisch-statistische Methode bezeichnet, 196 werden die Ausprägungen der Beurteilungskriterien durch ein Austesten der jeweiligen Heuristik mittels einer Anzahl von Testproblemen festgestellt. Die erzielten Ergebnisse können im Falle der Lösungsqualität für das TSP z.B. mit jener der optimalen Rundreise verglichen werden. Ist diese nicht bekannt, ist der Vergleich mit den Ergebnissen anderer Heuristiken oder mit berechneten unteren Schranken für die Optimallösung möglich. 197 Darüber hinaus können die Ergebnisse in einfachster Form über Mittelwerte und Streuungsmaße operationalisiert werden; weiterführend ist eine Untersuchung mittels statistischer Methoden der Stichprobentheorie auf ihre Verallgemeinerungsfähigkeit mög-

Vgl. zur probabilistischen Analyse z.B. KARP (1976), S. 3 ff.; KRUSCHWITZ/FISCHER (1981),
 S. 454 f.; PFOHL/HEBEL (1982), S. B131, S. B134; HELLMANN (1984), S. 216 ff.; HOFFMAN/
 WOLFE (1985), S. 13; JOHNSON/PAPADIMITRIOU (1985a), S. 42 f.; JOHNSON/PAPADIMITRIOU (1985b), S. 145 ff.; BERENS (1992), S. 130 ff.; insbesondere KARP/STEELE (1985), S. 181 ff.

¹⁹¹ Vgl. z.B. KORTE (1979), S. 58; HELLMANN (1984), S. 233; BERENS (1992), S. 132 ff.

¹⁹² Vgl. z.B. KORTE (1979), S. 58; PFOHL/HEBEL (1982), S. B131, S. B134; HOFFMAN/WOLFE (1985), S. 13; JOHNSON/PAPADIMITRIOU (1985b), S. 146; BERENS (1992), S. 132.

¹⁹³ Vgl. z.B. HOFFMAN/WOLFE (1985), S. 13; KARP/STEELE (1985), S. 181 f.

Vgl. z.B. für das TSP KARP (1976), S. 4; KORTE (1979), S. 58 f.; PFOHL/HEBEL (1982), S. B134; HELLMANN (1984), S. 232 f.; allgemein BERENS (1992), S. 134; ähnlich für die Zeitkomplexität PFOHL/HEBEL (1982), S. B131.

Vgl. im folgenden z.B. KRUSCHWITZ/FISCHER (1981), S. 455; PFOHL/HEBEL (1982), S. B131 f, S. B134 ff.; HELLMANN (1984), S. 216 ff.; HOFFMAN/WOLFE (1985), S. 12 f.; MELA-MED/SERGEEV/SIGAL (1989c), S. 1470 ff.; insbesondere (mit praktischer Umsetzung) GOLDEN/STEWART (1985), S. 207 ff.; BERENS (1992), S. 136 ff.

BERENS (1992), S. 136, Fußnote 1 schlägt statt der üblichen Bezeichnung "Empirische Untersuchungen" den Begriff "Simulative Untersuchungen" vor, da oftmals künstlich erzeugte Testprobleme verwendet werden. Hier soll dieser Tatsache durch eine gemischte Bezeichnung Rechnung getragen werden; vgl. dazu auch MÜLLER-MERBACH (1970), S. 34.

¹⁹⁷ Vgl. z.B. HOFFMAN/WOLFE (1985), S. 12; GOLDEN/STEWART (1985), S. 244 ff.; BERENS (1992), S. 167 ff.

lich.¹⁹⁸ Zu diesem Zweck ist es nötig, zum einen eine möglichst große Anzahl von Testproblemen (Stichprobenumfang) zu untersuchen; zum anderen müssen die Testprobleme für die später durch die Heuristik zu lösenden realen Probleme repräsentativ sein. 199 Daher empfiehlt sich, soweit möglich, die Verwendung realer Probleme; es ist allerdings auch möglich, Testprobleme mittels Datengeneratoren zu erzeugen.²⁰⁰ Dabei sollte jedoch auf strukturelle Ähnlichkeit zu realen Problemen geachtet werden.²⁰¹ - Hinsichtlich der Messung bzw. Operationalisierung des Kriteriums Rechenzeit treten im Rahmen der simulativ-empirischen Analyse einige sorgsam zu beachtende Schwierigkeiten auf. Dieselbe wird nicht allein durch den EDV-technisch realisierten heuristischen Algorithmus, sondern auch durch die eingesetzte Hardware, das verwendete Betriebssystem, die herangezogene Programmiersprache und nicht zuletzt auch durch den Stil bzw. das Können des jeweiligen Programmierers beeinflußt.²⁰² Folglich ist ein Vergleich mit den in der Literatur publizierten absoluten Rechenzeiten der Heuristiken anderer Forschender stets mit erheblichen Problemen belastet. Daher sollte sich die Aufmerksamkeit insbesondere auf die Entwicklung der Rechenzeit bei Variation ihrer Determinanten (hauptsächlich der Problemgröße) konzentrieren. Dafür bieten sich Regressionsanalysen an.²⁰³ - In der Literatur findet sich ein Set von allgemein akzeptierten Standard-TSP-Testproblemen, die üblicherweise für ein derartig angelegtes Austesten neuer TSP-Heuristiken eingesetzt werden.²⁰⁴

Bei der Vorstellung neuer Heuristiken führen die meisten Autoren nur eine simulativ-empirische Analyse durch. Diese wird auch in der Literatur als der "vorziehenswürdigste Ansatz" bezeichnet. Es wird darüber hinaus wiederholt gefordert, daß die Vorstellung einer Heuristik immer eine Demonstration der Anwendung auf einen Satz von Testproblemen einschließen solle. Aufgrund des mit der Worst-Case- sowie der probabilistischen Analyse verbundenen Aufwands und der oben geschilderten Probleme mit diesen Methoden werden im Rahmen dieser Arbeit gleichfalls simulativ-empirische Analysen zwecks Evaluation der Leistungsfähigkeit der im Abschnitt 5 entwickelten Heuristiken präferiert.

Vgl. z.B. MÜLLER-MERBACH (1979), S. 65; KRUSCHWITZ/FISCHER (1981), S. 455; PFOHL/
 HEBEL (1982), S. B134; HELLMANN (1984), S. 217 f.; HOFFMAN/WOLFE (1985), S. 12;
 GOLDEN/STEWART (1985), S. 208 ff.

Vgl. z.B. KRUSCHWITZ/FISCHER (1981), S. 455; PFOHL/HEBEL (1982), S. B134 ff.; HELL-MANN (1984), S. 217 ff.; HOFFMAN/WOLFE (1985), S. 12; JOHNSON/PAPADIMITRIOU (1985b), S. 146; BERENS (1992), S. 143 ff.

Vgl. z.B. KRUSCHWITZ/FISCHER (1981), S. 455; BERENS (1992), S. 147 f., S. 188 ff.; für das TSP z.B. mit einem solchen Datengenerator ARTHUR/FRENDEWEY (1988), S. 153 ff.

Vgl. z.B. KRUSCHWITZ/FISCHER (1981), S. 455; PFOHL/HEBEL (1982), S. B135; HELL-MANN (1984), S. 217 ff.; BERENS (1992), S. 148, S. 209 ff.; HOFFMAN/WOLFE (1985), S. 12.

Vgl. z.B. BELLMORE/NEMHAUSER (1968), S. 554; MELAMED/SERGEEV/SIGAL (1989b), S. 1320 f.; BERENS (1992), S. 30, S. 36; JOHNSON/MCGEOCH (1995), S. 5.

²⁰³ Vgl. z.B. PFOHL/HEBEL (1982), S. B132.

Vgl. für das TSP REINELT (1990a); REINELT (1991a); REINELT (1991d), S. 376 ff.; REINELT (1994), S. 40 f.; REINELT (1995) sowie Abschnitt 2.4 dieser Arbeit; vgl. allgemein auch BEAS-LEY (1990); BERENS (1992), S. 143 ff.

²⁰⁵ PFOHL/HEBEL (1982), S. B135; ähnlich PFOHL/HEBEL (1982), S. B132.

²⁰⁶ Vgl. ähnlich HELLMANN (1984), S. 216 f, S. 233; KRUSCHWITZ/FISCHER (1981), S. 455.

Vgl. z.B. STREIM (1975), S. 160; MÜLLER-MERBACH (1973), S. 291; MÜLLER-MERBACH (1976), S. 82; MÜLLER-MERBACH (1979), S. 68; ADAM (1993), S. 419; BERENS (1992), S. 162 ff.

2.3.4.2. Beispiele für klassische Heuristiken

Verfahren zur Lösung des TSP, welche im Sinne der oben vorgenommenen Differenzierung zwischen "klassischen" Heuristiken und Metaheuristiken in die erste Kategorie fallen, wurden in den vergangenen vier Jahrzehnten in nahezu unüberschaubarer Anzahl entwickelt.²⁰⁸ Ihre vollständige und fruchtbare Beschreibung würde zunächst eine valide Klassifikation erfordern, welche aufgrund der zu konstatierenden Heterogenität der jeweils zugrundeliegenden Verfahrensideen bereits erhebliche Schwierigkeiten aufwerfen dürfte.²⁰⁹ Sodann wäre es darüber hinaus notwendig, die Einsatzvoraussetzungen einer jeden Heuristik vollständig darzulegen: Nicht eine jede Heuristik zur Lösung des TSP vermag jedes TSP zu lösen. Oben wurde bereits die "Familie der TSP" eingeführt und auf die Vielfalt der Erscheinungsformen des Problems hingewiesen.²¹⁰ Entsprechend deren Untergliederung sind auch viele Heuristiken auf die Lösung bestimmter Mitglieder dieser Familie spezialisiert und lassen sich nur für bestimmte TSP-Instanzen (z.B. nur symmetrische TSP) einsetzen; andere wieder sind mit geringen Modifikationen auf eine größere Anzahl anwendbar. Für eine jede Heuristik müßte daher im Rahmen einer Beschreibung bzw. Klassifikation auch - im Sinne von NEWELL (1969)²¹¹ - der "Grad der Allgemeinheit" als ihre Fähigkeit, verschiedene Problemtypen aus der Familie der TSP zu lösen, beurteilt werden.

Da eine derartig umfangreiche und zweifelsohne aufwendige Untersuchung nicht zentraler Gegenstand dieser Arbeit ist, beschränken sich die nachstehenden Ausführungen auf eine grobe Differenzierung zwischen einigen grundlegenden Klassen von heuristischen Verfahren, welche insbesondere bzw. auch zur Lösung der in den Abschnitten 4 und 5 eingehender betrachteten euklidischen, zweidimensionalen TSP geeignet sind. Aus diesen werden einige Heuristiken, welche besonders charakteristisch, bekannt oder für spätere Darlegungen von Interesse sind, herausgegriffen und knapp skizziert. Grundlegend ist auch hier zunächst die bereits oben eingeführte Unterscheidung zwischen Eröffnungs- und Verbesserungsverfahren.²¹²

Hinsichtlich der *Eröffnungs- bzw. Konstruktionsverfahren*²¹³ ist für viele klassische Heuristiken zur Lösung des TSP zu konstatieren, daß dieselben eine Rundreise oft sukzessive

Vgl. mit solcher Aussage z.B. JONKER (1986), S. 12; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 11; REINELT (1994), S. 1 f.

Vgl. im folgenden mit Überblicken zu "klassischen" Heuristiken zur Lösung des TSP (teilweise unter Berücksichtigung von Klassifikationen) z.B. BELLMORE/NEMHAUSER (1968), S. 544 ff.; MÜLLER-MERBACH (1970), S. 34 ff.; MÜLLER-MERBACH (1973), S. 292 ff.; ROSEN-KRANTZ/STEARNS/LEWIS (1977), S. 563 ff.; PANNY (1978), S. 56 ff.; REICHARDT (1980), S. 100 ff.; GOLDEN/BODIN/DOYLE/STEWART (1980), S. 694 ff.; JOHNSON/PAPADIMI-TRIOU (1985b), S. 150 ff.; GOLDEN/STEWART (1985), S. 215 ff.; MELAMED/SERGEEV/SI-GAL (1989c), S. 1459 ff.; DOMSCHKE (1990), S. 96 ff.; BENTLEY (1992), S. 387 ff.; LAPOR-TE (1992a), S. 241 ff.; GENDREAU/HERTZ/LAPORTE (1992), S. 1086 f.; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 10 ff.; REINELT (1994), S. 73 ff.; JOHNSON/MCGEOCH (1995).

²¹⁰ Vgl. Abschnitt 2.2.2.

Vgl. NEWELL (1969), S. 371 f. sowie die Ausführungen im obigen Abschnitt 2.3.4.1.

²¹² Vgl. Abschnitt 2.3.4.1.

Vgl. folgend mit Übersichten zu klassischen Konstruktions- bzw. Eröffnungsverfahren z.B. BELL-MORE/NEMHAUSER (1968), S. 545; MÜLLER-MERBACH (1970), S. 34 ff., S. 73 ff.; MÜLLER-MERBACH (1973), S. 292 ff.; ROSENKRANTZ/STEARNS/LEWIS (1977), S. 564 ff.;

über eine Folge von Entscheidungen generieren.²¹⁴ Einmal im Rahmen dieser Entscheidungsfolge - im Sinne von Pfaden - erzeugte Sequenzen von Städten werden (außer zum Zwecke der Vervollständigung einer Rundreise) selten noch einmal verändert, sondern gehen zumeist unmittelbar in die abschließende Lösung ein. Dabei sind wiederholt drei grundlegende Vorgehensweisen zu beobachten:²¹⁵

Zum ersten können Pfade gebildet und sukzessive verlängert sowie schließlich zu einer Rundreise bzw. einer zulässigen Lösung des TSP geschlossen bzw. transformiert werden. Als das klassische Beispiel für ein solches Verfahren kann die bereits von MENGER (1932) skizzierte "Nearest Neighbor"-Heuristik genannt werden.²¹⁶ Bei dieser wird eine der n Städte des TSP als Ausgangspunkt gewählt; sodann wird jene mit ihrem nächstliegenden Nachbarn durch eine Kante verbunden. Dem Ende dieses Pfades (welches durch die jeweils letzte hinzugenommene Stadt definiert ist) wird nun folgend wiederum eine Kante zur diesem nächstliegenden, noch nicht in den Pfad aufgenommenen Stadt hinzugefügt. Das Verfahren setzt sich fort, bis sämtliche Städte des TSP an den Pfad angeschlossen sind; letztlich wird das Ende des Pfades mit seinem Anfang bzw. der Ausgangsstadt durch eine schließende Kante verbunden. - Die Bezeichnung eines solchen Vorgehens als "gierig" ("greedy"²¹⁷) ist einsichtig; es werden stets unmittelbar als vorteilhaft ersichtliche Gelegenheiten zur Verlängerung des Pfades wahrgenommen. Dies führt dazu, daß am Ende auch recht ungünstige Kanten akzeptiert werden müssen. Der Rechenzeitbedarf dieses Verfahrens läßt sich zu $O(n^2)$ bestimmen. Zahlreiche Variationen sind möglich: So kann z.B. eine jede Stadt des TSP einmal als Ausgangspunkt gewählt ("All Nearest Neighbors", ANN) und abschließend die Rundreise mit der besten Lösungsqualität ausgewiesen werden. Der Rechenzeitbedarf der Heuristik erhöht sich dann allerdings auf $O(n^3)$. Des weiteren ist es möglich, den Pfad nicht nur an einem Ende, sondern an beiden sukzessive zu verlängern.²¹⁸ Alternativ kann auch statt nur einer Stadt eine größere Anzahl parallel als Ausgangspunkte gewählt werden. Es werden dann in jeder Iteration der Heuristik mehrere Pfade verlängert; abschließend stellt sich das Problem, die erzeugten Pfade zu einer zulässigen Lösung des TSP bzw. einer Rund-

GOLDEN/BODIN/DOYLE/STEWART (1980), S. 695 ff.; JOHNSON/PAPADIMITRIOU (1985b), S. 150 ff.; GOLDEN/STEWART (1985), S. 215 ff.; MELAMED/SERGEEV/SIGAL (1989c), S. 1464 ff.; DOMSCHKE (1990), S. 96 ff.; LAPORTE (1992a), S. 242 f.; JÜNGER/REINELT/RI-

NALDI (1994), S. 12 ff.; REINELT (1994), S. 73 ff.; JOHNSON/MCGEOCH (1995), S. 6 ff.

In diesem Sinne werden sie auch von MÜLLER-MERBACH (1976), S. 73 ff. als "gekappte Entscheidungsbaumverfahren" bezeichnet.

Folgend in Anlehnung an die Systematik von BENTLEY (1992), S. 388 ff., teilweise auch REI-NELT (1994), S. 73 ff.; die im weiteren verwendeten Begrifflichkeiten "Pfad" und "Teilrundreise" wurden im Abschnitt 2.2.3 dieser Arbeit definiert.

^{Vgl. MENGER (1932), S. 11 bzw. auch Abschnitt 1 dieser Arbeit; vgl. zur "Nearest Neighbor"-Heuristik bzw. ihren diversen Varianten im folgenden z.B. BELLMORE/NEMHAUSER (1968), S. 545; MÜLLER-MERBACH (1970), S. 73 ff.; MÜLLER-MERBACH (1973), S. 294 f.; ROSEN-KRANTZ/STEARNS/LEWIS (1977), S. 564 ff.; GOLDEN/BODIN/DOYLE/STEWART (1980), S. 695 f.; HELLMANN (1984), S. 184; JOHNSON/PAPADIMITRIOU (1985b), S. 150 ff.; SPRESSER (1989), S. 834 ff.; DOMSCHKE (1990), S. 96 f.; LAPORTE (1992a), S. 242; BENT-LEY (1992), S. 388 ff.; REINELT (1994), S. 73 ff.; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 13 f.; JOHNSON/MCGEOCH (1995), S. 7 f.; TASSIULAS (1997), S. 171 ff.; im Rahmen dieser Arbeit auch Abschnitt 5.3.2.3.}

²¹⁷ Vgl. z.B. BENTLEY (1992), S. 388 ff.; REINELT (1994), S. 30, S. 74 f.

Vgl. dazu und folgend insbesondere BENTLEY (1992), S. 390 ff.

reise zusammenzufügen. - Weitere Variationen dieses Vorgehens lösen sich auch von dem bislang erläuterten Anfügungskriterium "Nächster Nachbar" und verlängern einen oder mehrere Pfade aufgrund von anderen Abwägungen.

Zum zweiten können Teilrundreisen gebildet und in diese schrittweise so lange noch nicht eingebundene Städte eingefügt werden, bis eine Lösung des TSP bzw. eine zulässige Rundreise vorliegt (d.h. sämtliche Städte in die dann vorliegende Rundreise aufgenommen worden sind). Entsprechende Heuristiken werden zumeist unter dem Begriff "Einfügungsverfahren" ("insertion heuristics", "insertion methods")²¹⁹ subsumiert. Die einzelnen Einfügungsverfahren unterscheiden sich insbesondere hinsichtlich der Art und Weise der Bestimmung der ersten Teilrundreise, der anschließend herangezogenen Kriterien für die Auswahl einer einzubindenden Stadt sowie der Realisation der Einbindung. Als erste Teilrundreise kann z.B. eine verdoppelte Kante zwischen zwei der n Städte eines TSP bestimmt werden. Vordergründig plausibel erscheint dabei insbesondere die Wahl einer besonders kurzen Kante bzw. zweier Städte, die dicht beieinander liegen. Eine andere Möglichkeit besteht darin, den Rand der konvexen Hülle der Städte des TSP als erste Teilrundreise zu verwenden.²²⁰ Die aus einem solchen Vorgehen resultierende "Convex Hull Insertion"-Heuristik (CHI-Heuristik) wird im Rahmen dieser Arbeit in den Abschnitten 5.3.1.1 bis 5.3.1.3 detailliert dargestellt und eingehend untersucht.²²¹ - Bei der anschließenden Einfügung von Städten in die erste bzw. jeweils aktuelle Teilrundreise muß nun wiederholt darüber entschieden werden, welche der noch nicht berücksichtigten Städte an welcher Stelle - d.h. zwischen welchen beiden bereits in der Teilrundreise enthaltenen Städten - in dieselbe eingebunden werden soll. So wird z.B. bei der "Nearest Addition" üblicherweise jene Stadt i für die Einfügung ausgewählt, welche einer bereits in der Teilrundreise enthaltenen Stadt i am nächsten liegt.²²² Die Stadt i wird dann vor oder hinter der Stadt j in die Teilrundreise eingebunden. Modifiziert man nun die Einbindung der Stadt i so, daß sie nicht einfach wahlfrei vor oder hinter der Stadt *i*, sondern zwischen jener der in der Teilrundreise benachbarten Städte *k* bzw. *l*

Vgl. folgend zu den Einfügungsverfahren bzw. ihren diversen Varianten z.B. KARG/THOMPSON (1964), S. 225 ff.; MÜLLER-MERBACH (1970), S. 73 ff.; MÜLLER-MERBACH (1973), S. 295 ff.; ROSENKRANTZ/STEARNS/LEWIS (1977), S. 570 ff.; GOLDEN/BODIN/DOYLE/STEWART (1980), S. 696 ff.; JOHNSON/PAPADIMITRIOU (1985b), S. 155 ff.; GOLDEN/STEWART (1985), S. 215 ff.; SPRESSER (1989), S. 836 ff.; BOZER/SCHORN/SHARP (1990), S. 238 ff.; DOMSCHKE (1990), S. 97 f.; LAPORTE (1992a), S. 242; GENDREAU/HERTZ/LAPORTE (1992), S. 1087 f.; BENTLEY (1992), S. 392 ff.; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 14 ff.; REINELT (1994), S. 82 ff.; mit weiteren Hinweisen auf Literaturquellen auch Abschnitt 5.3.1.1. - Auf eine Differenzierung zwischen den Begrifflichkeiten "addition" und "insertion" bezüglich der Ausgestaltung von Einfügungsverfahren wird hier verzichtet; vgl. z.B. BENTLEY (1992), S. 392 f.; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 16.

Vgl. zu Definition, Eigenschaften und Berechnung der konvexen Hülle z.B. SEDGEWICK (1992), S. 411 ff. Hinreichend läßt sich die konvexe Hülle einer Anzahl von Städten bzw. ausgezeichneten Raumpunkten im zweidimensionalen Raum als das kleinste Polyeder definieren, welches sämtliche Städte enthält. Vgl. zu den besonderen Eigenschaften der konvexen Hülle in Verbindung mit dem euklidischen, zweidimensionalen TSP - unter Nennung von Literaturquellen - auch Abschnitt 2.2.3 und insbesondere Abschnitt 5.3.1.1.

Vgl. unter Nennung von Literaturquellen zur "Convex Hull Insertion"-Heuristik die Abschnitte 5.3.1.1 bis 5.3.1.3.

Vgl. folgend zur "Nearest Addition" bzw. "Nearest Insertion" z.B. JOHNSON/PAPADIMITRIOU (1985b), S. 155 ff.; SPRESSER (1989), S. 836 ff.; REINELT (1994), S. 85 ff.; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 14 ff.

und j eingebunden wird, an welcher sie den geringsten Längenzuwachs der Teilrundreise verursacht (d.h. k oder l nach dem Minimum aus $d_{i,i} + d_{i,k} - d_{i,k}$ und $d_{i,i} + d_{i,l} - d_{i,l}$ wählt), entspricht dies der sogenannten "Nearest Insertion". Dabei liegen diesem Vorgehen eigentlich zwei Entscheidungen zugrunde: Einmal die "Nearest Addition"-Regel für die Auswahl der einzufügenden Stadt; zum zweiten eine "Cheapest Insertion"-Regel für die Auswahl der zwecks Einbindung aufzubrechenden Kante der vorliegenden Teilrundreise. Die eigentliche - in der Literatur auch so bezeichnete - "Cheapest Insertion" als eine weitere der zahlreichen dokumentierten Variationen von Einfügungsverfahren realisiert hinsichtlich beider Entscheidungen nun jenes Kriterium, welches die "Nearest Addition" zur "Nearest Insertion" erweitert: Es wird die für die Einfügung heranzuziehende Stadt wie auch die aufzubrechende Kante der bisherigen Teilrundreise so ausgewählt, daß der Längenzuwachs der vorliegenden Teilrundreise für alle noch möglichen Auswahl- und Einfügungsmöglichkeiten minimiert wird. - Einfügungsverfahren realisieren in den gängigen Varianten einen Rechenzeitbedarf zwischen $O(n^2 \log n)$ und $O(n^2)$; die von ihnen im schlechtestdenkbaren Fall ("Worst Case") realisierbare Lösungsqualität ist - soweit Analysen vorliegen - allerdings recht unterschiedlich.²²³

• Zum dritten kann die Generierung von Rundreisen bei erfüllter Dreiecksungleichung auf Transformationen *spannender Bäume* - vorzugsweise minimal spannender Bäume - vorzugsweise minimal spannender Bäume - 224 basieren. So läßt sich ein minimal spannender Baum z.B. zunächst durch die Verdopplung seiner Kanten in einen Eulergraphen überführen. Diese Eulertour ist allerdings keine zulässige Lösung des TSP, da Städte mehrfach besucht werden. Zwecks Erzeugung einer Rundreise können nunmehr sukzessive Pfade der Eulertour zwischen Endknoten des ehemaligen minimal spannenden Baumes (d.h. solchen, die einen Grad von eins in demselben aufweisen) durch diese ehemaligen Endknoten verbindende Kanten ersetzt werden. Im Verlaufe dieser Ersetzungen bzw. "Abkürzungen" ("shortcuts") der (zunächst unzulässigen) Rundreise wird sukzessive die Zulässigkeit der Lösung des TSP hergestellt; zudem ergibt sich bei erfüllter Dreiecksungleichung eine fortlaufende Verkürzung der (erst nach Abschluß des Verfahrens zulässigen) Rundreise. Folglich kann gleichzeitig garantiert werden, daß die aus die-

Vgl. zu "Worst Case"-Analysen hinsichtlich der mit diversen Einfügungsverfahren erreichbaren Lösungsqualität z.B. GOLDEN/BODIN/DOYLE/STEWART (1980), S. 696 ff.; SPRESSER (1989), S. 838 f.; WARBURTON (1993), S. 37 ff.; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 16; JOHNSON/MCGEOCH (1995), S. 9.

Vgl. zu Definition, Eigenschaften und Berechnung des minimal spannenden Baumes z.B. SEDGE-WICK (1992), S. 514 f.; OTTMANN/WIDMAYER (1993), S. 445 ff., S. 546 ff., S. 631 ff. Hinreichend läßt sich ein minimal spannender Baum für die Städte eines (euklidischen, zweidimensionalen) TSP als jene Teilmenge der Menge der Kanten des vollständigen Graphen mit minimaler Gesamtlänge charakterisieren, die notwendig ist, um einen zusammenhängenden Subgraphen (den minimal spannenden Baum) zu erzeugen, in dem jede Stadt von mindestens einer Kante berührt wird.

Vgl. folgend zur heuristischen Nutzung (minimal) spannender Bäume zur Lösung des TSP z.B. ROSENKRANTZ/STEARNS/LEWIS (1977), S. 579; GAREY/JOHNSON (1979), S. 131; HELL-MANN (1984), S. 224 ff.; JOHNSON/PAPADIMITRIOU (1985b), S. 152 ff.; LAPORTE (1992a), S. 241 f.; BENTLEY (1992), S. 398 ff.; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 16 ff.; REINELT (1994), S. 89 ff.; JOHNSON/MCGEOCH (1995), S. 9 f.

Vgl. zum Begriff des Eulergraphen und der Eulertour z.B. DOMSCHKE (1990), S. 109 ff.

ser zuweilen als "Double (Minimum Spanning) Tree"227 bezeichneten Heuristik resultierende Rundreise eine geringere als die doppelte Länge des minimal spannenden Baumes hat, da die oben beschriebene Eulertour stets eben jene Länge realisiert. -Eine oft dargestellte Verbesserung dieses Verfahrens stammt von CHRISTOFIDES (1976a).²²⁸ Dieser konstruiert zuerst gleichfalls den minimal spannenden Baum für die Städteschar. Sodann bestimmt er allerdings zunächst ein minimal gewichtetes perfektes Matching für all jene Städte bzw. Knoten des Graphen, die eine ungerade Gradzahl haben bzw. von einer ungeraden Anzahl an Kanten des minimal spannenden Baumes inzidiert werden.²²⁹ Die mittels des Matchings ermittelten Kanten werden dem minimal spannenden Baum hinzugefügt; damit ist die Gradzahl des resultierenden Graphen für sämtliche Knoten nunmehr gerade und er enthält folglich eine Eulertour. Diese ist in jedem Fall von kürzerer Länge als jene, die - wie oben beschrieben - durch ein Umlaufen des hinsichtlich seiner Kanten verdoppelten minimal spannenden Baumes identifiziert werden kann. Bei der Bildung einer zulässigen Rundreise als Lösung des TSP nach dem oben skizzierten Vorgehen kann somit - da bei der Überführung der Eulertour in eine Rundreise stets eine Verkürzung eintritt eine bessere Lösungsqualität garantiert werden. Es läßt sich zeigen, daß die "Double Tree"-Heuristik für TSP, welche die Dreiecksungleichung erfüllen, im schlechtestdenkbaren Falle eine doppelt so lange wie die optimale Rundreise generiert; das Verfahren nach CHRISTOFIDES (1976a) hingegen garantiert eine im "worst case" nur eineinhalbfach so lange Rundreise. Damit realisiert das CHRISTOFIDES-Verfahren die beste "Worst Case"-Lösungsqualität unter allen derzeit bekannten Heuristiken zur Lösung des euklidischen, zweidimensionalen TSP. Es wird allerdings berichtet, daß die von dem Verfahren durchschnittlich erzielten Lösungsqualitäten nicht sonderlich gut sind;²³⁰ zudem fällt der Rechenzeitbedarf für den schlechtestdenkbaren Fall in Abhängigkeit von der Problemgröße kubisch aus. - Über die hier dargestellten Möglichkeiten hinaus lassen sich zahlreiche weitere Verfahren zur Lösung des TSP unter Nutzung minimal spannender Bäume - oder auch anderen Formen spannender Bäume - entwerfen; zumeist handelt es sich bei den publizierten Algorithmen jedoch nur um Variationen der "Double Tree"-Heuristik.

Über diese drei immer wieder im Zusammenhang mit Heuristiken zur Lösung des TSP erwähnten Grundformen von Eröffnungsverfahren hinaus gibt es allerdings noch viele an-

Vgl. z.B. JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 16 f.; REINELT (1994), S. 90; JOHNSON/MCGEOCH (1995), S. 9.

^{Vgl. folgend CHRISTOFIDES (1976a); CHRISTOFIDES (1979), S. 131 ff.; darüber hinaus auch z.B. ROSENKRANTZ/STEARNS/LEWIS (1977), S. 579; GAREY/JOHNSON (1979), S. 131 f.; GOLDEN/BODIN/DOYLE/STEWART (1980), S. 699 f.; PAPADIMITRIOU/STEIGLITZ (1982), S. 416 ff.; HELLMANN (1984), S. 226 ff.; JOHNSON/PAPADIMITRIOU (1985b), S. 159 ff.; SPRESSER (1989), S. 839; BENTLEY (1992), S. 398; LAPORTE (1992a), S. 241 f.; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 17 ff.; REINELT (1994), S. 91 ff.; JOHNSON/MCGEOCH (1995), S. 9 f.}

Vgl. zur Definition von Matching-Problemen z.B. HÄSSIG (1979), S. 139 ff.; OTTMANN/WID-MAYER (1993), S. 650 ff. Vereinfacht läßt sich ein perfektes Matching als eine Teilmenge aller Kanten eines Graphen beschreiben, bei welcher jede Kante der Teilmenge genau zwei Knoten des Graphen inzidiert und ein jeder Knoten des Graphen - im Unterschied zum Zuordnungsproblem von nur genau einer Kante berührt wird. Ein minimal gewichtetes perfektes Matching unter allen möglichen perfekten Matchings für einen Graphen ist jenes mit minimaler summierter Kantenlänge.

²³⁰ Vgl. z.B. REINELT (1994), S. 92 f.; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 18 f.

dere, welche sich aufgrund ihrer Heterogenität nur schwerlich valide klassifizieren lassen. Um die Spannweite der denkbaren Konstrukte zu verdeutlichen, sollen abschließend noch zwei derselben knapp skizziert werden

Die bekannte Savings-Heuristik wurde von CLARKE/WRIGHT (1964) eigentlich zur Lösung von Tourenplanungsproblemen ("Vehicle Routing Problems", VRP)²³¹ konzipiert.²³² Sie läßt sich jedoch auch problemlos zur Lösung des TSP einsetzen; im weiteren wird eine entsprechende Modifikation beschrieben. - Im ersten Schritt des Verfahrens ist eine Stadt des TSP als sogenanntes "Depot" auszuwählen. Für die Bestimmung desselben bei der Anwendung der Savings-Heuristik auf ein TSP existieren keine festen Regeln; zuweilen wird jedoch empfohlen, jene Stadt heranzuziehen, die dem Centroiden bzw. Schwerpunkt sämtlicher Städte am nächsten liegt. Es ist gleichfalls möglich, die Heuristik einmal mit jeder Stadt des TSP als Depot ablaufen zu lassen ("All Savings" als Mehrfachanwendung²³³) und abschließend die beste dabei ermittelte Rundreise als generierte Lösung auszuweisen. - Im weiteren werden vom Depot aus zunächst (n - 1) Pendeltouren²³⁴ zu den verbleibenden Städten initialisiert. Dies bedeutet, daß eine jede Stadt mit dem Depot durch zwei Kanten verbunden wird. Anschließend werden die sogenannten "Savings" ("Ersparnisse") für mögliche Vereinigungen von jeweils zwei Pendeltouren berechnet. Der Bestimmung derselben liegt die Überlegung zugrunde, daß die summierte zurückzulegende Strecke für zwei Pendeltouren verkürzt werden könnte, wenn man nicht von der ersten besuchten Stadt direkt zum Depot zurückkehrt, sondern zuvor noch die in der zweiten Pendeltour enthaltene Stadt aufsucht. Der Umfang der realisierbaren Verkürzung stellt das "Saving" bzw. die Ersparnis dar. Von allen möglichen Vereinigungen der Pendeltouren wird anschließend jene umgesetzt bzw. fixiert, die die größte Ersparnis aufweist. Im weiteren Fortgang des Verfahrens sind nun allerdings auch bereits erweiterte Pendeltouren zu berücksichtigen, welche schon mehr als eine Stadt (außer dem Depot) integrieren. Bei diesen wird die Ersparnis einer potentiellen Vereinigung mit einer anderen Pendeltour stets nur für das Aufbrechen einer der beiden die Pendeltour mit dem Depot verbindenden Kanten berechnet. Der aus früheren Vereinigungen entstandene verbleibende (nicht das Depot berührende) Kantenzug der Pendeltour wird nicht mehr angetastet. Folglich ergeben sich für zwei bereits erweiterte Pendeltouren stets vier Möglichkeiten der Vereinigung. Bei jeder derselben wird jeweils eine von den beiden die Pendeltouren mit dem Depot verbindenden Kanten eliminiert und durch eine die nunmehr offenen Enden der beiden Pendeltouren berührende Kante ersetzt. - In jeder Iteration vereinigt die Heuristik zwei Pendeltouren; sie terminiert, sobald eine zulässige Rundreise - resultierend aus der Vereinigung der zwei letzten Pendeltouren - entstanden ist. Die Laufzeit des Verfahrens ist in der klassischen Version von CLARKE/WRIGHT (1964) für den schlechtestdenkbaren Fall kubisch zur Problemgröße; durch eine Speicherung sämt-

Vgl. zum Tourenplanungsproblem bzw. VRP und seiner Verwandtschaft zum TSP unter Angabe von Literaturquellen Abschnitt 3.3.3 dieser Arbeit.

Vgl. zur Savings-Heuristik folgend insbesondere CLARKE/WRIGHT (1964), S. 568 ff.; darüber hinaus (insbesondere in Anwendung auf das TSP sowie teilweise in Variationen) z.B. GOLDEN/BODIN/DOYLE/STEWART (1980), S. 696; HELLMANN (1984), S. 237 ff.; GOLDEN/STEWART (1985), S. 240 f.; CHRISTOFIDES (1985), S. 444 f.; DOMSCHKE (1990), S. 143 ff.; LAPORTE (1992b), S. 355; BERENS (1992), S. 95 ff.; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 19 ff.; BERENS/DELFMANN (1995), S. 389 ff.; JOHNSON/MCGEOCH (1995), S. 8.

Vgl. zum Begriff der Mehrfachanwendung von Heuristiken Abschnitt 2.3.4.1.

Diese entsprechen nicht dem im Rahmen dieser Arbeit ansonsten gebrauchten Begriff der "Teilrundreise".

licher möglicher Savings kann allerdings $O(n^2 \log n)$ bei in Abhängigkeit von der Problemgröße quadratischem Speicherplatzbedarf realisiert werden. - Beim Vergleich einer Anzahl klassischer Konstruktionsverfahren hinsichtlich der erzielbaren Lösungsqualitäten in Relation zu den Bestleistungen der einzelnen Heuristiken konstatiert REINELT (1994) eine deutliche Überlegenheit verschiedener von ihm vorgestellter Varianten der Savings-Heuristik über sämtliche anderen untersuchten Eröffnungsverfahren.²³⁵

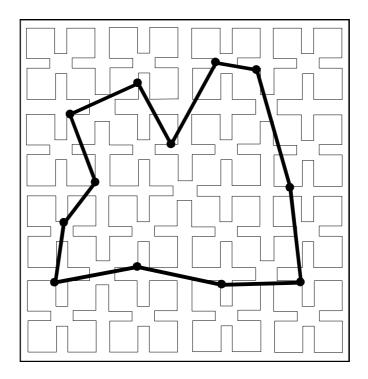


Abb. 2: Abstrahierende Visualisierung einer "Space Filling Curve" und aus derselben abgeleitete Rundreise als Lösung für ein zweidimensionales, euklidisches TSP.²³⁶

Die von BARTHOLDI/PLATZMAN (1982) erstmals vorgestellte "Space Filling Curve"-Heuristik (SFC-Heuristik) gilt hinsichtlich der erforderlichen Rechenzeit als eines der schnellsten verfügbaren Verfahren zur heuristischen Lösung des TSP.²³⁷ Ihr zugrunde liegt das schon aus dem 19. Jahrhundert stammende Konzept der sogenannten "raum-

Vgl. REINELT (1994), S. 97 ff.; darüber hinaus zur Beurteilung der Savings-Heuristik auch GOL-DEN/BODIN/DOYLE/STEWART (1980), S. 702 ff.; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 19 f.

²³⁶ Unverändert übernommen von BARTHOLDI/PLATZMAN/COLLINS/WARDEN (1983), S. 3, Fig. 1.

Vgl. zur "Space Filling Curve"-Heuristik bzw. ihren Variationen folgend z.B. BARTHOLDI/PLATZMAN/COLLINS/WARDEN (o.J.); BARTHOLDI/PLATZMAN (1982), S. 121 ff.; BARTHOLDI/PLATZMAN/COLLINS/WARDEN (1983), S. 1 ff.; BERENS (1992), S. 102 ff.; BARTHOLDI/PLATZMAN (1984); GAO/STEELE (1994a), S. 314 ff.; GAO/STEELE (1994b), S. 230 ff.; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 33 f.; REINELT (1994), S. 133 ff.; BERENS/DELFMANN (1995), S. 393 ff.; BARTHOLDI (1996). Zu der Einschätzung der SFC-Heuristik als ein außerordentlich schnelles heuristisches Verfahren zur Lösung des TSP vgl. auch JOHNSON (1994), S. 221.

füllenden Kurve". Eine Möglichkeit der Realisation einer solchen ist in Abb. 2 - als Übernahme des entsprechenden Ansatzes von BARTHOLDI/PLATZMAN/COLLINS/WAR-DEN (1983) - abstrahierend wiedergegeben. Anschaulich läßt sich der Grundgedanke einer SFC anhand eines beliebig dehnbaren Gummibandes erklären:²³⁸ Zunächst wird auf der in Abb. 2 vorgegebenen quadratischen Fläche die durch die Parametrisierung der SFC vorgegebene Grundfigur ausgelegt - hier ein Quadrat, welches sich mit den Rändern der Fläche nahezu deckt. Im zweiten Schritt der Konstruktion wird durch eine entsprechende Dehnung des Gummibandes bzw. "Einschnürung" des Quadrates dasselbe in vier kleinere Quadrate geteilt, welche jedoch untereinander - da das Gummiband nicht zerschnitten wird - in jener Region, in welcher vier Ecken derselben einander am nächsten stehen, noch verbunden sind. Im dritten und den darauffolgenden Schritten wird dieser Vorgang nun wiederholt - für ein jedes im vorherigen Schritt vorhandene Quadrat werden unter weiterer Dehnung des Gummibandes und "Einschnürung" jeweils wieder vier neue Quadrate angelegt. In Abb. 2 wurden nur drei solche Verfeinerungsschritte realisiert; zudem sind der Veranschaulichung halber Abstände zwischen den Quadraten belassen worden. Bei einer vollständigen SFC wird diese rekursive Zerlegung der Fläche jedoch - ohne Abstände zwischen den Quadraten bzw. den durch die Parametrisierung vorgegebenen Grundstrukturen zu berücksichtigen - solange fortgeführt, bis die Kurve den gesamten Raum ausfüllt. Es entsteht ein quasi fraktales Gebilde, welches seine durch die Parametrisierung vorgegebene Grundstruktur immer wieder in sich selbst wiederholt und die gesamte Fläche überdeckt.

Von besonderem Interesse für die Lösung eines zweidimensionalen TSP (hier bei euklidischer Metrik) ist dabei die Tatsache, daß bei sinnvoller Wahl der entsprechenden Grundstruktur jene Städte eines TSP, welche in der Fläche nahe beieinander liegen, einander auch als Punkte in ihrer Folge auf der Kurve tendenziell benachbart sind. Die SFC berührt - wie in Abb. 2 ersichtlich - zunächst alle Punkte innerhalb eines durch ihre Grundstruktur in einer bestimmten Verfeinerungstiefe vorgegebenen (hier quadratischen) Teilraumes, bevor sie den nächsten solchen Teilraum aufsucht. Aufgrund dieser Eigenschaft scheint die Annahme plausibel, daß eine Rundreise recht vorteilhaft ausfällt, wenn man die Städte eines TSP in jener Reihenfolge aufsucht, in welcher sie auf der SFC liegen. Genau dieser Gedanke begründet die SFC-Heuristik. Als hinsichtlich der erforderlichen Rechenzeit besonders vorteilhaft erweist sich dabei die Tatsache, daß es nicht der expliziten - oben skizzierten - Konstruktion der SFC bedarf, um die Positionen der Städte auf derselben festzustellen. Normiert man die (eigentlich unendliche) Länge der Kurve auf den Wert "1", so läßt sich die relative Position einer jeden Stadt auf derselben bei Verfügbarkeit ihrer Koordinaten als ein Wert zwischen "0" und "1" mit einer die gewählte Grundstruktur integrierenden Formel recht einfach berechnen. Soll diese Berechnung für sämtliche n Städte eines TSP durchgeführt werden, so ist dafür eine nur in Abhängigkeit von der Anzahl der Städte linear wachsende Rechenzeit erforderlich. Abschließend müssen die errechneten relativen Positionen der Städte auf der SFC lediglich noch der Größe nach sortiert werden, um ihre Folge in der zu ermittelnden Rundreise ausweisen zu können. Um die Rundreise zyklisch zu schließen, wird diese Folge noch um eine Abfolge der Stadt mit dem höchsten und dem niedrigsten relativen Kurvenpositionswert ergänzt. Der erwähnte Sortiervorgang kann dabei im ungünstigsten Falle mit einem Zeitbedarf von $O(n \log_2 n)$ ausgeführt werden. - In Abb. 2 sind die Städte eines

Dieses Bild wurde von BERENS (1992), S. 102 ff.; BERENS/DELFMANN (1995), S. 394 übernommen; vgl. zu formalen Herleitungen die oben angegebenen Quellen.

TSP als Punkte sowie die sich aus ihrer Position auf der SFC ergebende Rundreise fett eingezeichnet.

Obgleich die SFC-Heuristik hinsichtlich der erforderlichen Rechenzeit fast sämtlichen anderen klassischen heuristischen Verfahren zur Lösung des TSP überlegen ist, zeigt sich die erreichbare Lösungsqualität doch als wenig konkurrenzfähig. Bei gegen unendlich strebender Anzahl der Städte eines TSP ist zu erwarten, daß die Länge der generierbaren Rundreise die Länge der optimalen Rundreise um näherungsweise 25% übersteigt. Die empirischen Untersuchungen von REINELT (1994) zeigen für 24 TSP mit zwischen 654 und 18.512 Städten eine durchschnittliche Lösungsqualität von 46,8% auf.²³⁹ Allerdings ist zu berücksichtigen, daß die erzielbaren Lösungsqualitäten durch die Grundstruktur bzw. Parametrisierung der eingesetzten raumfüllenden Kurve - im hier vorgestellten Beispiel bzw. Abb. 2 war dies die rekursive Aufteilung des Raumes in Quadrate - beeinflußt wird. Des weiteren ist natürlich die Möglichkeit gegeben, auf mittels der SFC-Heuristik erzeugte Rundreisen anschließend Verbesserungsverfahren anzuwenden.

In Ergänzung zu den Eröffnungsverfahren sind als "Hilfstechniken", deren Einsatz insbesondere bei der Lösung sehr großer TSP vorteilhaft erscheint, noch Dekompositionsbzw. Partitionierungs- sowie Reduktionsansätze zu nennen. Sie können mit den klassischen Eröffnungsverfahren kombiniert werden. Grundsätzlich ist es ihr Anliegen, den Arbeitsaufwand für das herangezogene Eröffnungsverfahren zu mindern.

Reduktionsverfahren verringern zu diesem Zwecke die Anzahl der Städte des TSP, indem sie jeweils mehrere reale Städte nach bestimmten Kriterien (vorzugsweise ihrer Nachbarschaft untereinander) auswählen und diese zu einer sie ersetzenden "künstlichen" Stadt zusammenfassen.²⁴⁰ Die Position dieser künstliche Stadt kann dabei z.B. als Centroid (d.h. Schwerpunkt) der zusammenzufassenden Städte bestimmt werden. Für Reduktionsverfahren ergeben sich zahlreiche Ausgestaltungsalternativen: So kann z.B. eine mehrstufige Zusammenfassung ähnlich einer Clusteranalyse realisiert werden, bei welcher auch die künstlichen Städte ihrerseits wieder zu aggregieren sind. Die Anzahl der in einem Schritt zusammengefaßten Städte kann variiert werden, gleichfalls die Kriterien für die Auswahl der zusammenzufassenden Städte. So könnte z.B. die von den Städten des TSP besetzte Fläche in gleichgestaltige Rechtecke (alternativ natürlich auch solche variierender Größe) zerlegt und für die in einem jeden Rechteck liegenden Städte eine "künstliche" Stadt als Stellvertreter auf deren Schwerpunkt plaziert werden. - Nach der Reduktion wird für das "reduzierte" TSP bzw. durch die verbleibenden künstlichen oder ggf. noch realen Städte mittels einer beliebigen Heuristik eine Rundreise bestimmt. Aufgrund der verminderten Städteanzahl kann dies mit geringerem Rechenzeitbedarf als für das Ausgangsproblem geschehen. Anschließend muß die Reduktion wieder rückgängig

²³⁹ Vgl. REINELT (1994), S. 136.

Vgl. folgend zu den Reduktionsverfahren und ihren Variationen z.B. LITKE (1984), S. 1227 ff. (mit einer Reduktion über eine Clusterung); BOYD/PULLEYBLANK/CORNUÉJOLS (1987), S. 142 (Reduktion über eine Clusterung); MELAMED/SERGEEV/SIGAL (1989c), S. 1476 f.; REINELT (1989), S. 4 ff. (als "Node reduction", "partial representation" sowie "Bucketing"); REINELT (1991b), S. 25, S. 35 f. (als "Bucketing"); CODENOTTI/MARGARA (1992b), S. 13 ff. (mit einer Reduktion über eine Clusterung); SUN/MEAKIN/JØSSANG (1993), S. 232 ff.; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 35 f. (als "node reduction"); BACHEM/STECKEMETZ/WOTTAWA (1994), S. 1 ff.; REINELT (1994), S. 139 ff. (als "partial representation" sowie "bucketing").

gemacht werden: Die Zusammenfassungen von Städten werden nach festzulegenden Schemata wieder aufgelöst und die dabei freigesetzten Städte statt der nunmehr eliminierten, sie vorher ersetzenden künstlichen Städte in die Rundreise eingebunden. Diese "verfeinert" sich somit zusehends, bis eine zulässige Lösung des TSP vorliegt.

Dekompositions- bzw. Partitionierungsansätze zerlegen die Menge der Städte eines TSP zunächst in eine Anzahl von Teilmengen.²⁴¹ Die gemeinsame Zugehörigkeit von Städten zu einer Teilmenge wird dabei zumeist wiederum durch das Kriterium der räumlichen Nähe derselben zueinander determiniert. Damit wird - quasi im Sinne einer Clusteranalyse - mittels verschiedener konkreter Vorgehensweisen versucht, die grobe Verteilungsstruktur der Städte im Raum bei der Teilmengenbildung zu berücksichtigen. Zu diesem Zweck wird z.B. von REINELT (1994) im Rahmen der "Nearest Neighbor Partition" ein Graph gebildet, in welchem eine jede Stadt des TSP mit ihren drei nächsten Nachbarn verbunden ist.²⁴² Dieser Graph ist nicht zwangsläufig zusammenhängend; unter Berücksichtigung gänzlich isolierter sowie nur schwach zusammenhängender (d.h. durch nur wenige Kanten miteinander verbundener) Komponenten lassen sich die gewünschten Städte-Teilmengen bestimmen. KARP (1977) z.B. zerlegt die Fläche, auf welcher die Städte eines TSP plaziert sind, so durch eine Anzahl von senkrechten und waagerechten Schnitten in Teilflächen, daß nicht mehr als eine vorgegebene Anzahl an Städten in jeder Teilfläche liegt.²⁴³ Diverse andere Möglichkeiten der Bildung von Teilmengen der Städte sind denkbar. - Im weiteren Fortgang eines Dekompositions- bzw. Partitionierungsansatzes lassen sich standardmäßig zwei leicht differierende Vorgehensweisen realisieren: Zum ersten ist es nun möglich, jede Teilmenge an Städten zunächst wieder als ein eigenständiges TSP anzusehen. Dieses ist bei geringer Größe u.U. noch mit einem exakten Verfahren, ansonsten mit einem heuristischen Eröffnungsverfahren lösbar. Optional kann auf eine erste heuristische Lösung noch ein Verbesserungsverfahren angewandt werden. Es resultiert für jede Teilmenge von Städten eine Rundreise. Diese Rundreisen müssen nunmehr zu einem Hamiltonischen Zyklus für sämtliche Städte des TSP transformiert werden. Für dieses "Subtour Patching" existiert wiederum eine Anzahl von im Detail unterschiedlichen Verfahren. - Zum zweiten kann zunächst mittels einer in ihrer Ausgestaltung den entsprechenden Anforderungen angepaßten Heuristik eine zyklische Folge bzw. "Metarundreise" durch die Städte-Teilmengen bestimmt werden. Damit werden die Städte-Teilmengen in einer zyklischen Folge angeordnet; zugleich ist festzulegen, über welche Stadt in einer Städte-Teilmenge dieselbe "betreten" und über welche andere sie wieder "verlassen" wird. Ist diese Metarundreise generiert, so muß lediglich noch für jede Städte-Teilmenge ein hamiltonischer Pfad möglichst geringer Länge zwischen jenen beiden

Vgl. folgend zu den Partitionierungs-/Dekompositionsverfahren bzw. ihren diversen Varianten z.B. HELD/KARP (1962), S. 202 ff.; KARG/THOMPSON (1964), S. 225 ff.; BELLMORE/NEMHAUSER (1968), S. 552 ff.; KARP (1977), S. 209 ff.; PANNY (1978), S. 69 ff.; KRÄMER (1987), S. 24 ff.; GZYL/JIMENEZ (1989), S. 667 ff.; REINELT (1989), S. 15 ff.; MELAMED/SERGEEV/SIGAL (1989c), S. 1475 ff.; CLARKSON (1991); CODENOTTI/MARGARA (1992b), S. 11 ff. (mit einer Bildung von Städte-Teilmengen über eine Clusterung); BENTLEY (1992), S. 398 f.; BACHEM/WOTTAWA (1992), S. 8 ff. (mit einer Clusterung); REINELT (1994), S. 145 ff. (mit der "Nearest Neighbor Partition" sowie einer "Rectangle Decomposition" in Anlehnung an KARP (1977)); BACHEM/STECKEMETZ/WOTTAWA (1994), S. 2 ff.; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 34 f.; JOHNSON/MCGEOCH (1995), S. 28 ff.; vgl. im Kontext von Anwendungen des TSP im Rahmen dieser Arbeit auch die Abschnitte 3.3.5, 3.3.7.3, 3.3.7.6 und 3.4.2.

²⁴² Vgl. REINELT (1994), S. 146 ff.

²⁴³ Vgl. KARP (1977), S. 209 ff.; auch JOHNSON/MCGEOCH (1995), S. 28 f.

ihr zugehörigen Städten, über die sie "betreten" und "verlassen" wird, gebildet werden. Dafür kann wiederum ein exaktes oder heuristisches Eröffnungs- bzw. Verbesserungsverfahren eingesetzt werden. - Für das beschriebene grundsätzliche Vorgehen bietet sich eine Vielzahl von denkbaren Variationen an, welche zu einer großen Anzahl verschiedener Partitionierungs- und Dekompositionsverfahren führt.

Verbesserungsverfahren dienen, wie bereits oben erläutert, dazu, eine bereits generierte zulässige Rundreise für ein TSP in ihrer Länge weiter zu verkürzen. He wird im allgemeinen zwischen monotonen Verbesserungsverfahren - welche in jedem Schritt ihres Ablaufs ausschließlich Lösungsverbesserungen zulassen - und nicht-monotonen Verbesserungsverfahren unterschieden. Nicht-monotone Verbesserungsverfahren dulden im Verfahrensablauf auch Verschlechterungen der Lösungsqualität. Mittels dieser Option soll verhindert werden, daß sich der heuristische Lösungsprozeß dauerhaft in einem lokalen Optimum "fängt". Sind auch Lösungsverschlechterungen zugelassen, so kann das Verbesserungsverfahren ein ggf. erreichtes lokales Optimum auch wieder verlassen und terminiert nicht in diesem. Damit sind nicht-monotone Verfahren grundsätzlich leistungsfähiger als monoton angelegte. Die hier als "klassisch" bezeichneten Verbesserungsverfahren sind überwiegend monoton ausgestaltet; nicht-monotone Verfahren finden sich in größerer Zahl unter den im Abschnitt 2.3.4.3 angesprochenen metaheuristischen Prinzipien.

Verbesserungsverfahren werden in der angloamerikanischen Literatur auch oft als "Local (Neighborhood) Search"- bzw. "Local Optimization"-Verfahren bezeichnet.²⁴⁵ Damit wird der Tatsache Rechnung getragen, daß die meisten Verbesserungsverfahren so organisiert sind, daß sie die Qualität der anfangs bzw. im Verfahrensablauf aktuell vorliegenden Lösung durch eine Folge von "kleinen" Lösungsänderungen bzw. Transformationsschritten spezifizierter Natur zu steigern suchen. Dabei werden all jene Lösungen, die aus der aktuell vorliegenden Lösung durch einen solchen spezifizierten Transformationsschritt gebildet werden können, als "Nachbarschaft"²⁴⁶ der aktuellen Lösung angesehen.

^{Vgl. folgend mit Übersichten zu den klassischen Verbesserungsverfahren und ihren Variationen z.B. BELLMORE/NEMHAUSER (1968), S. 545, S. 550 f.; MÜLLER-MERBACH (1970), S. 34 ff., S. 77 ff.; MÜLLER-MERBACH (1973), S. 298 ff.; GOLDEN/BODIN/DOYLE/STEWART (1980), S. 700 f.; GOLDEN/STEWART (1985), S. 218 ff.; MELAMED/SERGEEV/SIGAL (1989c), S. 1464 ff.; DOMSCHKE (1990), S. 98 ff.; BENTLEY (1992), S. 399 ff.; LAPORTE (1992a), S. 243 f.; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 23 ff.; REINELT (1994), S. 100 ff.; JOHNSON/MCGEOCH (1995), S. 16 ff.}

Vgl. folgend zu diesen Termini und ihren Implikationen z.B. bereits LIN (1965), S. 2245 ff.; MÜLLER-MERBACH (1976), S. 83 f.; SAVAGE/WEINER/BAGCHI (1976), S. 25 ff.; PAPADI-MITRIOU/STEIGLITZ (1977), S. 76 ff.; PAPADIMITRIOU/STEIGLITZ (1982); HELLMANN (1984), S. 185 ff.; JOHNSON/PAPADIMITRIOU (1985b), S. 148 f.; JOHNSON (1990), S. 446 ff.; CODENOTTI/MARGARA (1992a); BENTLEY (1992), S. 399; JOHNSON/MCGEOCH (1995), S. 3 f., S. 16 ff.; PESCH/VOSS (1995), S. 55 ff.; VOUDOURIS/TSANG (1995); DOMSCHKE/KLEIN/SCHOLL (1996), S. 607. Es ist zu beachten, daß teilweise nur nicht-monotone Verbesserungsverfahren als "Local Search"-Verfahren angesehen werden, vgl. z.B. DOMSCHKE/KLEIN/SCHOLL (1996), S. 607. Dieser Auffassung wird hier nicht gefolgt.

Dieser Begriff der "Nachbarschaft" ist grundsätzlich von jenem verschieden, welcher in den Abschnitten 4 und 5 dieser Arbeit verwendet wird.

Eines der ältesten und bekanntesten Konzepte der monotonen Verbesserung für das TSP ist der sogenannte "Kantenaustausch". 247 Bei den Kantenaustauschverfahren (k-opt-Verfahren) werden zunächst k ($2 \le k \le n$) Kanten aus der vorliegenden Rundreise entfernt. Damit zerfällt die Rundreise in k isolierte Pfade bzw. im Extrem bei k = n in n isolierte lierte Städte. Diese werden nun anschließend in der bestmöglichen Form (bzw. Kombination) durch k neue Kanten wieder zu einer zulässigen Rundreise verbunden. Tritt dabei eine Verbesserung der Lösungsqualität ein, so wird die Änderung fixiert; ansonsten wird sie verworfen. Die Untersuchung wird für sämtliche möglichen Kombinationen von k Kanten aus der jeweils vorliegenden Rundreise vorgenommen. Kommt es aufgrund der Vorteilhaftigkeit einer möglichen Modifikation durch einen Kantentausch zu einer faktischen Änderung der Rundreise, so müssen die von dieser Änderung tangierten, bereits untersuchten Kantenkombinationen natürlich erneut geprüft werden. Läßt sich schließlich eine vorliegende Rundreise durch keine mögliche Herausnahme von k Kanten und entsprechend modifizierte Verbindung der resultierenden isolierten Pfade mehr verbessern, so wird sie k-optimal genannt.²⁴⁸ Eine so ermittelte k-optimale Rundreise kann eine optimale Lösung des TSP darstellen, wird aber in der Regel - insbesondere, wenn k erheblich kleiner als n ausfällt - zumeist nur ein lokales Optimum bilden. ²⁴⁹ Der Laufzeitbedarf einer einzelnen Prüfung einer Rundreise auf k-Optimalität (d.h. die Prüfung sämtlicher Möglichkeiten, in einer vorliegenden Rundreise k Kanten zu eliminieren und die resultierenden Pfade rundreiseverkürzend wieder zu verbinden) beträgt bei einer effizienten Implementierung im schlechtestdenkbaren Falle bereits $O(n^k)$;²⁵⁰ der tatsächliche (nicht polynomial beschränkbare) gesamte Laufzeitbedarf der Heuristik hängt davon ab, wieviele Verbesserungen tatsächlich vorgenommen werden können und wie oft demzufolge die entsprechende Prüfung wiederholt werden muß. Da jedoch die durchschnittliche Rechenzeit des bislang dargelegten Grundverfahrens erfahrungsgemäß ein ähnliches Verhalten zeigt wie der ableitbare "worst case" für eine einzelne entsprechende Prüfung, 251 sind Realisationen mit k > 3 wenig praxistauglich. Entsprechend werden in der Literatur zumeist 2-opt- und 3-opt-Kantenaustauschverfahren beschrieben.

_

^{Eingeführt von LIN (1965), S. 2245 ff. (mit Rückgriff auf gleichartige Ideen bei CROES (1958), S. 791 ff. und FLOOD (1956), S. 61 ff.); vgl. folgend auch z.B. BELLMORE/NEMHAUSER (1968), S. 551; MÜLLER-MERBACH (1970), S. 77 ff.; MÜLLER-MERBACH (1973), S. 302 ff.; ROSENKRANTZ/STEARNS/LEWIS (1977), S. 579 f.; PANNY (1978), S. 66 ff.; GOLDEN/BODIN/DOYLE/STEWART (1980), S. 700 f.; REICHARDT (1980), S. 100 ff.; HELLMANN (1984), S. 186 ff.; GOLDEN/STEWART (1985), S. 218 ff.; MELAMED/SERGEEV/SIGAL (1989c), S. 1466 ff.; DOMSCHKE (1990), S. 98 ff.; LAPORTE (1992a), S. 243; BENTLEY (1992), S. 399 ff.; MARGOT (1992), S. 45 ff.; RETZKO/SCHUMANN (1994), S. 18; REINELT (1994), S. 100 ff.; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 23 ff.; JOHNSON/MCGEOCH (1995), S. 16 ff.}

Zurückgehend auf LIN (1965), S. 2245 ff.; vgl. entsprechend auch HELLMANN (1984), S. 187 f. und die oben angegebenen Quellen. Dabei gilt, daß eine k-optimale Rundreise auch r-optimal für alle $r \in \{2,...k-1\}$ ist.

²⁴⁹ Vgl. z.B. GOLDEN/STEWART (1985), S. 218 f.

Vgl. folgend z.B. GOLDEN/BODIN/DOYLE/STEWART (1980), S. 701; DOMSCHKE (1990), S. 102; REINELT (1994), S. 106; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 27; vgl. zu effizienten Implementierungen (insbesondere hinsichtlich der einzusetzenden Datenstrukturen) MARGOT (1992), S. 45 ff.; FREDMAN/JOHNSON/MCGEOCH/OSTHEIMER (1995), S. 432 ff.; JOHNSON/MCGEOCH (1995), S. 25 f.

Vgl. z.B. die empirischen Untersuchungen bei REINELT (1994), S. 101 ff.

Mittels k-opt-Verfahren können - u.a. in Abhängigkeit von der gewählten Ausgangsrundreise und insbesondere in einer Mehrfachanwendung auf mehrere derselben -252 recht gute Lösungsqualitäten von oft deutlich unter 5% (als Angabe darüber, inwiefern die Länge der erzeugten Rundreise die Länge der optimalen Rundreise prozentual übersteigt, bei $k \ge 3$) realisiert werden.²⁵³ Folglich ist es naheliegend, über Variationen der Kantenaustauschverfahren nachzudenken, welche deren Nachteile überwinden. Die erforderliche Laufzeit kann nun z.B. insbesondere dadurch gemindert werden, daß einerseits von den oben beschriebenen Prüfungen bezüglich der Verbindung der nach der Herausnahme von k Kanten aus der Rundreise resultierenden Pfade einige vernachlässigt werden. Andererseits könnte darauf verzichtet werden, sämtliche Möglichkeiten zur Eliminierung von k Kanten aus der vorliegenden Rundreise zu untersuchen. So wurde z.B. von OR (1976) eine entsprechende Modifikation des 3-opt-Kantenaustauschverfahrens vorgeschlagen,²⁵⁴ bei welcher die k (so z.B. bei 3-opt mit k=3) aus der Rundreise gestrichenen Kanten stets so gewählt werden, daß einer der drei verbleibenden Pfade (der ausgezeichnete Pfad) zunächst stets eine Folge aus drei Städten (mit zwei Kanten) bildet. Dieser ausgezeichnete Pfad ist durch die vorherige Eliminierung von zwei Kanten determiniert; es wird nun versucht, ihn längenverkürzend an jener Stelle wieder einzufügen, an welcher die dritte Kante aus der Rundreise entfernt wurde. Nachdem mit diesem Vorgehen keinerlei Verbesserungen der Lösungsqualität mehr erreicht werden können (d.h. nach der Prüfung sämtlicher entsprechenden Modifikationen), wird dazu übergegangen, in gleicher Form mit einem ausgezeichneten Pfad von zwei Städten zu operieren; letztlich wird, nachdem auch damit keinerlei Verbesserungen mehr realisierbar sind, abschließend nur noch jeweils eine Stadt aus der Rundreise entfernt und ihre vorteilhafte Wiedereinfügung untersucht (letzteres entspricht der weiter unten skizzierten "Node Insertion"). - Obgleich mit dem Verfahren von OR (1976) laut REINELT (1994) keine sonderlich guten Lösungsqualitäten realisiert werden können,²⁵⁵ zeigt es dennoch eine - wenngleich im Vergleich zu anderen Verfahren (so z.B. der Heuristik von LIN/KERNIGHAN (1973)) auch noch recht "starre", wenig flexible - Möglichkeit zur Reduzierung der erforderlichen Rechenzeit auf. Diese wird im Vergleich zum Ausgangsverfahren 3-opt erheblich gesenkt.

Eine weitere von zahlreichen denkbaren plausiblen Optionen zur Beschleunigung von Kantenaustauschverfahren besteht darin, die bei einigen Mitgliedern der Familie der TSP - so auch dem euklidischen, zweidimensionalen TSP - bekannten Informationen um die

^{Vgl. zum Begriff der Mehrfachanwendung Abschnitt 2.3.4.1; zur Frage der Bedeutung der gewählten Ausgangsrundreisen für die Leistungsfähigkeit von Verbesserungsverfahren bzw. Kantenaustauschverfahren vgl. z.B. GOLDEN/BODIN/DOYLE/STEWART (1980), S. 701; ADRABINS-KI/SYSLO (1983), S. 91 ff.; PERTTUNEN (1994), S. 1131 ff.; JOHNSON/MCGEOCH (1995), S. 5, S. 18 ff. sowie Abschnitt 5.2.2.2 dieser Arbeit. Kann z.B. für das eingesetzte Eröffnungsverfahren zur Bildung der Ausgangsrundreise eine Worst-Case-Garantie hinsichtlich der Lösungsqualität gegeben werden (wie z.B. für das Verfahren von CHRISTOFIDES (1976a), welches oben beschrieben wurde), so gilt diese auch für eine Kombination aus Eröffnungs- und Verbesserungsverfahren. - Mit einer Mehrfachanwendung der k-opt-Verfahren mit unterschiedlichen Ausgangsrundreisen ist die Hoffnung verbunden, zumindest die Wahrscheinlichkeit des "Steckenbleibens" der Lösung in einem bestimmten lokalen Optimum zu senken.}

Vgl. z.B. JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 25 ff.; REINELT (1994), S. 117 ff.; JOHN-SON/MCGEOCH (1995), S. 4.

Vgl. im folgenden OR (1976); darüber hinaus z.B. GOLDEN/STEWART (1985), S. 229; LAPORTE (1992a), S. 243; REINELT (1994), S. 122; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 27; JOHNSON/MCGEOCH (1995), S. 32.

²⁵⁵ Vgl. REINELT (1994), S. 122; and eutungsweise JOHNSON/MCGEOCH (1995), S. 32.

räumliche Nachbarschaft der Städte zu nutzen.²⁵⁶ BENTLEY (1992) zeigt z.B. für das euklidische, zweidimensionale TSP auf, daß das 2-opt-Verfahren ohne Einbußen hinsichtlich der erzielbaren Lösungsqualitäten deutlich weniger Rechenzeit benötigt, wenn bei Fixierung einer zu eliminierenden Kante einer vorliegenden Rundreise die zweite aufzubrechende Kante nur in einer kreisförmigen Umgebung ("fixed-radius near neighbor search"²⁵⁷), deren Radius der Länge der ersten Kante entspricht, um die erste Kante bzw. eine der Städte an ihren Enden herum gesucht wird.²⁵⁸ - REINELT (1994) nutzt z.B. die Kanten der auch im Rahmen dieser Arbeit in den Abschnitten 4 und 5 untersuchten Voronoi-/Delaunay-Strukturen sowie jene von Nachbarschaftsgraphen in einem etwas anderen Sinne als "Kandidatenmengen". 259 Eine solche Kandidatenmenge ist eine Teilmenge der Kanten des vollständigen Graphen des TSP. Bei einem Nachbarschaftsgraphen wird sie z.B. gebildet, indem nur jene Kanten berücksichtigt werden, welche eine jede Stadt mit ihren i nächsten Nachbarstädten verbinden;²⁶⁰ bei Voronoi-/Delaunay-Strukturen sind es die Kanten des Delaunay-Diagramms bzw. jene plausibler Erweiterungen desselben.²⁶¹ Der Nutzung dieser auf räumlichen Nachbarschaften basierenden Kandidatenmengen liegt der Gedanke zugrunde, daß in hinsichtlich der erzielten Lösungsqualität guten bzw. der optimalen Rundreise überwiegend Kanten zwischen nahe beieinander liegenden Städten erscheinen.²⁶² Bereits LIN/KERNIGHAN (1973) stellten fest, daß entsprechend ihren Erwartungen die meisten Städte in optimalen oder fast optimalen Rundreisen mit relativ nahen Nachbarn verbunden werden.²⁶³ Etwa in der Hälfte der von ihnen wahrgenommenen Fälle waren dieses die nächsten Nachbarn. Selten fanden sich Kanten, die eine Stadt mit einem entfernteren als dem 15. Nachbarn verbanden. Die oben skizzierten Kandidatenmengen beinhalten überwiegend Kanten, welche durchschnittlich erheblich kürzer als die Kanten des vollständigen Graphen ausfallen. Als ein Nachteil der k-opt-Verfahren kann nun angeführt werden, daß dieselben sehr viel Rechenzeit mit der unnötigen Berücksichtigung bzw. Untersuchung "nutzloser" Kanten vergeuden. Als "nutzlose" Kanten des vollständigen, durch die Städte definierten Graphen werden dabei solche angesehen, die mit hoher Wahrscheinlichkeit nicht in einer guten bzw. der optimalen Rundreise erscheinen werden. REINELT (1994) folgert, daß ein sinnvolles Vorgehen darin bestehen

Diese "räumlichen" Nachbarschaften, die auch in den Abschnitten 4 und 5 dieser Arbeit konkreter untersucht werden, dürfen allerdings nicht mit der Definition der "Nachbarschaft" im Sinne der "Local (Neighborhood) Search" bzw. "Local Optimization" (vgl. auch die obigen Ausführungen sowie Abschnitt 2.3.4.1) verwechselt werden.

²⁵⁷ BENTLEY (1992), S. 399.

²⁵⁸ Vgl. BENTLEY (1992), S. 399 ff.

Vgl. folgend REINELT (1994), S. 103 ff.; des weiteren z.B. JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 23 ff.; JOHNSON/MCGEOCH (1995), S. 25 ff.; vgl. zur Definition und Erörterung der Eigenschaften von Voronoi-/Delaunay-Strukturen Abschnitt 4, zur Verwendung von Kanten-"Kandidatenmengen" durch REINELT (1994) auch detaillierter die Abschnitte 4.3.3 und 5.2.1.

Dabei geht eine jede Kante allerdings nur einmal in die entsprechende Teilmenge ein; vgl. ähnlich RETZKO/SCHUMANN (1994), S. 18.

Vgl. zum Delaunay-Diagramm Abschnitt 4 bzw. zu den von REINELT (1994) genutzten Erweiterungen der Delaunay-Kantenmenge die Abschnitte 4.3.3 und 5.2.1.

Vgl. im folgenden z.B. REINELT (1989), S. 9 f.; REINELT (1991b), S. 3, S. 33; JÜNGER/REI-NELT/THIENEL (1993), S. 22; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 38; REINELT (1994), S. 2, S. 42, S. 64; zur Nutzung überwiegend kürzerer Kanten in Rundreisen guter Lösungsqualität auch SEGAL/ZHANG/TSAI (1991), S. 2 f.; JÜNGER/REINELT/THIENEL (1993), S. 22; KRAS-NOGOR/MOSCATO/NORMAN (1995), S. 1 sowie Abschnitt 4.3 dieser Arbeit.

²⁶³ Vgl. LIN/KERNIGHAN (1973), S. 515.

könne, vorab eine Menge von Kanten zu bilden, deren Chancen, in einer Rundreise guter Lösungsqualität Verwendung zu finden, hoch sind bzw. vice versa insbesondere sehr lange Kanten aus der Betrachtung auszuschließen. Diese Überlegung führt zur Bildung der obigen Kandidatenmengen. *k*-opt-Kantenaustauschverfahren können nunmehr bei ihren spezifischen Prüfungen primär - oder sogar ausschließlich - auf diese Kanten beschränkt werden. So könnten z.B. für die Wiederverbindung der nach der Herausnahme von *k* Kanten entstandenen isolierten Pfade nur noch Kanten der Kandidatenmenge zulässig sein. Dies schränkt die Anzahl der notwendigen Prüfungen erheblich ein und ermöglicht folglich eine beträchtliche Beschleunigung der Heuristiken bzw. die Senkung der Rechenzeiten.

Es ist abschließend zu konstatieren, daß sich für die Kantenaustauschverfahren zahlreiche Möglichkeiten der Erweiterung und Modifikation bieten. Damit können zum ersten signifikante Minderungen des Rechenzeitbedarfes der Verfahren erreicht und zum zweiten - durch geschickte Organisation des Kantenaustauschs - auch Verbesserungen der Lösungsqualität realisiert werden. Einen umfassenderen Überblick über die diverse Optionen der Variation von Kantenaustauschverfahren, welche hier (abgesehen von der Heuristik LIN/KERNIGHANs (1973)) nicht mehr eingehender betrachtet werden sollen, geben z.B. JOHNSON/MCGEOCH (1995). Letztlich ist auch darauf hinzuweisen, daß zahlreiche der im Abschnitt 2.3.4.3 erwähnten bzw. skizzierten Metaheuristiken gleichfalls Kantenaustauschverfahren zur grundlegenden Rundreisemodifikation nutzen.

Als eine der intuitiven Erfaßbarkeit naheliegendere Technik als die Kantenaustauschverfahren mag hier als abschließendes Beispiel für klassische monotone Verbesserungsverfahren noch die "Node Insertion"-Heuristik genannt werden. 266 Obgleich dieser allgemein eine deutlich geringere Leistungsfähigkeit als den Kantenaustauschverfahren und ihren diversen Varianten zugeschrieben wird, 267 wird sie im Abschnitt 5.3.2 dieser Arbeit eingehender betrachtet, modifiziert und evaluiert. Ihre Grundidee ist es zunächst, nicht Kanten oder Kantenzüge, sondern nur einzelne Städte aus einer vorliegenden Rundreise herauszulösen. Dabei wird eine Stadt i zunächst isoliert, indem die in der Städtefolge der Rundreise ihr vorangehende Stadt i-1 sowie die ihr folgende Stadt i+1 mit einer Kante verbunden werden; die Kanten zwischen der Stadt i und den Städten i-1 und i+1 werden gestrichen. Sodann wird versucht, die nunmehr isolierte bzw. aus der Rundreise herausgenommene Stadt i an einer anderen Stelle zwischen zwei Städten längenverkürzend

Als ein Beispiel für mögliche Verbesserungen der Lösungsqualität sei die auf Kantenaustauschverfahren basierende Heuristik von LIN/KERNIGHAN (1973) - welche weiter unten knapp betrachtet wird - genannt; des weiteren ist in diesem Sinne auf die im Abschnitt 2.3.4.3 skizzierten Metaheuristiken (welche oftmals auf Kantenaustauschverfahren zurückgreifen) zu verweisen.

²⁶⁵ Vgl. JOHNSON/MCGEOCH (1995), S. 16 ff.

Vgl. z.B. folgend zur "Node Insertion"-Heuristik in Ansätzen NICHOLSON (1967), S. 363 f., 368 f.; BELLMORE/NEMHAUSER (1968), S. 545, S. 550; REINELT (1991b), S. 29 f.; beschränkt vergleichbar mit paarweisem Ortstausch PACK (1991); mit einer Weiterentwicklung unter der Bezeichnung "Unstringing/Stringing" GENDREAU/HERTZ/LAPORTE (1992), S. 1088 ff.; unter der Bezeichnung "2H OPT" BENTLEY (1992), S. 401; eine Erwähnung bei JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 25; knapp bei JOHNSON/MCGEOCH (1995), S. 32; eingehender REINELT (1994), S. 100 ff. Vgl. auch die detailliertere Darstellung in Abschnitt 5.3.2 dieser Arbeit sowie die dort genannten Quellen.

Vgl. zur höheren Leistungsfähigkeit von Kantenaustauschverfahren im Vergleich mit der "Node Insertion"-Heuristik z.B. BENTLEY (1992), S. 401; REINELT (1994), S. 102 ff.; JOHNSON/MC-GEOCH (1995), S. 32.

wieder einzufügen. In der Terminologie der Kantenaustauschverfahren läuft dies natürlich nur auf eine Modifikation der 2-opt-Heuristik bzw. der 3-opt-Heuristik hinaus: Zwei der drei zu eliminierenden Kanten dürfen nur zusammenhängend gewählt und - unter Herausnahme der dritten Kante - auch nur zusammenhängend wieder eingefügt werden. Dies mag BENTLEY (1992) zu der Bezeichnung der "Node Insertion" als "Two-and-a-half-opt" bewogen haben. 268 - Eine vollständige Prüfung, ob mittels der Herausnahme einer jeden Stadt aus der Rundreise und ihrer alternativen Wiedereinfügung eine Lösungsqualitätsverbesserung realisiert werden kann, erfordert $O(n^2)$ Operationen. Da eine realisierte Verkürzung bzw. andere Einfügung einer Stadt allerdings eventuell wiederum neue Möglichkeiten der lösungsqualitätssteigernden Relokalisation anderer Städte eröffnet, läßt sich die Laufzeit des Verfahrens schwer vorhersagen bzw. nicht polynomial beschränken: Nach einer realisierten Verbesserung müssen erneut eventuelle neue Verbesserungsmöglichkeiten geprüft werden. - Wiederum ergeben sich natürlich durch die Nutzung von Kandidatenmengen - wie im Abschnitt 5 näher erläutert werden wird - Möglichkeiten zur deutlichen Reduzierung der erforderlichen Rechenzeit.

Als ein Beispiel für nicht-monotone Verbesserungsverfahren mag letztlich die Heuristik von LIN/KERNIGHAN (1973) skizziert werden.²⁶⁹ In der gleichen Manier, wie die oben beschriebene "Space Filling Curve"-Heuristik als eine der schnellsten Heuristiken zur Lösung des TSP apostrophiert wird, galt die LIN/KERNIGHAN-Heuristik (LK-Heuristik) eineinhalb Jahrzehnte (von 1973 bis 1989) als die "World Champion Heuristic" zur Lösung des TSP;²⁷⁰ viele ihrer späteren Variationen sind auch heute (so z.B. durch die in jüngerer Zeit so populären metaheuristischen Prinzipien) hinsichtlich erzielbarer Lösungsqualitäten und notwendiger Rechenzeiten schwerlich zu überbieten.²⁷¹ In diesem Sinne ist auch zu fragen, ob das LK-Verfahren - trotz des Zeitpunktes seiner Publikation - überhaupt den "klassischen" Heuristiken zur Lösung des TSP zugerechnet werden sollte, da es in mehreren Punkten bereits Gedanken metaheuristischer Prinzipien vorwegnahm bzw. realisierte.

Auf ein frappierendes Paradoxon im Zusammenhang mit der zu konstatierenden, oben lediglich angedeuteten "Mystifizierung" der LK-Heuristik weisen JOHNSON/MCGEOCH (1995) hin:²⁷²

"In general, the fame of the Lin-Kernighan algorithm seems to have spread far wider than knowledge of its details, and not all claims in the literature about the

²⁶⁸ Vgl. BENTLEY (1992), S. 401.

^{Vgl. folgend originär LIN/KERNIGHAN (1973), S. 498 ff.; darüber hinaus (teilweise mit Variationen) z.B. GOLDEN/BODIN/DOYLE/STEWART (1980), S. 700 f.; GOLDEN/STEWART (1985), S. 219; JOHNSON (1987), S. 525; JOHNSON (1990), S. 446 ff.; PAPADIMITRIOU (1992), S. 450 ff.; CODENOTTI/MARGARA (1992b); LAPORTE (1992a), S. 243; MAK/MORTON (1993), S. 127 ff.; RETZKO/SCHUMANN (1994), S. 19 f.; REINELT (1994), S. 123 ff.; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 27 ff.; JOHNSON/MCGEOCH (1995), S. 39 ff.; EIKELDER/VERHOEVEN/VOSSEN/AARTS (1996), S. 605 ff.}

²⁷⁰ Vgl. mit dieser Aussage JOHNSON/MCGEOCH (1995), S. 5, S. 39.

Vgl. z.B. BEUTEL (1981), S. 11; JONKER (1986), S. 13; JOHNSON (1987), S. 525; BACHEM/WOTTAWA (1992), S. 6; CODENOTTI/MANZINI/MARGARA/RESTA (1993b), S. 253; RETZ-KO/SCHUMANN (1994), S. 19, S. 74, S. 81; BACHEM/STECKEMETZ/WOTTAWA (1994), S. 2.

Ein Grund dafür mag darin liegen, daß eine effiziente Implementierung von einigen Autoren für ein anspruchsvolles Unterfangen gehalten wird, vgl. z.B. LAPORTE (1992a), S. 243; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 33.

behaviour of "Lin-Kernighan" should be taken at face value. Many authors rely on implementations that omit key components of the algorithm and end up producing tours that are worse on average than those produced by 3-Opt. Other authors seem to think that "Lin-Kernighan" is a synonym for 3-Opt, or even 2-Opt!"²⁷³

Da das LK-Verfahren für diese Arbeit nur von marginaler Bedeutung ist, soll allerdings auch an dieser Stelle nur ein knapper, skizzenhafter Überblick über seine Arbeitsweise gegeben werden.²⁷⁴ Der Ausgestaltung bzw. dem Konzept der Heuristik liegen zwei wesentliche Motive zugrunde:²⁷⁵

- Es läßt sich im Vergleich der Kantenaustauschverfahren zeigen, daß (k+1)-opt-Heuristiken in einer Durchschnittsbetrachtung stets k-opt-Heuristiken überlegen sind. Je mehr Variationen der Kantenfolge in der Rundreise ein spezifisches Kantenaustauschverfahren erlaubt, desto bessere Lösungsqualitäten kann es realisieren. Eine einfache Heraufsetzung von k führt allerdings zu einem erheblich höheren Rechenzeitbedarf und ist folglich wenig praktikabel.
- Wird *k* niedrig gewählt, so "fängt" sich das Kantenaustauschverfahren oft in lokalen Optima geringer Lösungsqualität, welche nicht mehr verlassen werden können.²⁷⁶

Das Herzstück des LK-Algorithmus ist ein einziger Kantentauschvorgang.²⁷⁷ Ein solcher wäre bei einem der oben erläuterten k-opt-Verfahren so organisiert, daß k Kanten aus der aktuellen Rundreise herausgenommen werden und anschließend versucht wird, die resultierenden Pfade rundreiseverkürzend zu verbinden. Gelingt dies, wird die entsprechende Transformation der Rundreise fixiert. - Die LK-Heuristik dynamisiert bzw. flexibilisiert nun zunächst dieses k. Es wird zu Beginn nur eine einzige (festzulegende) Kante zwischen den Städten t_1 und t_2 aus der Rundreise eliminiert. ²⁷⁸ Sodann wird die Einfügung einer neuen Kante - ausgehend von t_1 - so erwogen, daß die neu einzufügende Kante von t_1 nach t_3 deutlich kürzer ausfällt als die gerade eliminierte zwischen t_1 und t_2 . Durch die Hinzunahme der neuen Kante entsteht jetzt allerdings ein Subzyklus; die Rundreise wird unzulässig. Seine Eliminierung erfordert das Streichen einer eindeutig bestimmbaren Kante, deren eines Ende die Stadt t_3 ist; am anderen Ende derselben mag die Stadt t_4 liegen. Folgend könnte nun die Rundreise durch eine Kante von t_4 nach t_1 wieder geschlossen werden. In diesem Fall hätte man lediglich einen 2-opt-Tausch durchgeführt. Stattdessen setzt der LK-Algorithmus nun jedoch - sofern nicht eines von mehreren vorgegebenen Abbruchkriterien erfüllt wird - den Tauschvorgang fort. Ausgehend von t_4

²⁷³ JOHNSON/MCGEOCH (1995), S. 40.

Es wird ausdrücklich darauf hingewiesen, daß die folgende Beschreibung keine Implementierung des Verfahrens erlaubt; sie dient lediglich dazu, dessen zentrale Charakteristika zu verdeutlichen.

Folgend in enger Anlehnung an bzw. Übersetzung von REINELT (1994), S. 123; nahezu identisch JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 27; teilweise JOHNSON/MCGEOCH (1995), S. 35. Im Original LIN/KERNIGHAN (1973), S. 500.

²⁷⁶ Vgl. auch JOHNSON/MCGEOCH (1995), S. 35.

²⁷⁷ Vgl. folgend LIN/KERNIGHAN (1973), S. 499 ff.

Die entsprechende Betrachtung bzw. der nachfolgend beschriebene Tauschvorgang ist natürlich - genau wie oben für die *k*-opt-Verfahren erläutert - für sämtliche Kanten einer vorgegebenen Ausgangsrundreise vorzunehmen und bei erfolgten Verbesserungen entsprechend für dieselben zu wiederholen.

wird - analog zu der ersten neu hinzugefügten Kante zwischen t_1 und t_3 - wiederum eine neu einfügbare Kante gesucht; der Ablauf wird wie oben beschrieben prolongiert. - Ein einzelner Tauschvorgang besteht folglich beim LK-Algorithmus aus einer aufeinander aufbauenden Kette von "Teiltauschvorgängen", welche in Abhängigkeit von der Erfüllung bestimmter Kriterien verlängert wird. Nach jedem einzelnen dieser Teiltauschvorgänge kann die Zulässigkeit der Rundreise durch die Einfügung einer einzelnen, bekannten Kante wieder hergestellt werden. - Der außerordentliche Erfolg der LK-Heuristik ist nun - über die damit erfolgte situative Flexibilisierung bzw. Dynamisierung von k hinaus, welches sich in der bis zur Erfüllung eines Abbruchkriterium erreichten Länge der Tauschkette manifestiert - maßgeblich auf zwei weitere konkrete Details bei der Ausgestaltung der Kette von Teiltauschvorgängen zurückzuführen:

- Als zentrales Abbruchkriterium für die Kette von Teiltauschvorgängen bzw. einen einzelnen Tauschvorgang gilt neben einigen anderen Merkmalen, die die jederzeitige Herstellbarkeit der Zulässigkeit der Rundreise in einem einzigen Folgeschritt sichern sollen *nicht* die isolierte Vorteilhaftigkeit eines Teiltausches, sondern die erreichte summierte (positive) Längenverkürzung der Rundreise durch sämtliche bis zu einer aktuellen Kettenlänge vorgenommenen Teiltäusche. Damit werden auch solche Teiltäusche zugelassen, die bei isolierter Betrachtung zu einer Verlängerung der Rundreise führen. Dieses Charakteristikum befähigt die LK-Heuristik als ein nichtmonotones Verbesserungsverfahren, lokale Optima wieder zu verlassen; im Gegensatz zu den k-opt-Verfahren "fängt" sie sich nicht in ihnen. Damit weist der LK-Algorithmus lange vor deren Erscheinen ein heute für Metaheuristiken wie z.B. das Simulated Annealing oder die Genetischen Algorithmen als typisch bezeichnetes Ausgestaltungsmerkmal auf.²⁷⁹
- Im Rahmen der Teiltauschvorgänge innerhalb eines einzelnen Tauschvorganges werden wiederholt Kanten in die Rundreise eingefügt und aus dieser eliminiert. LIN/ KERNIGHAN (1973) fordern nun u.a., die Menge der eingefügten und die Menge der eliminierten Kanten disjunkt zu wählen. Dies bedeutet, daß eine Kante, die während eines Tauschvorganges durch einen Teiltauschvorgang eliminiert wurde, im Rahmen desselben Tauschvorganges nicht wieder eingefügt werden darf (und vice versa, d.h. eine während eines Tauschvorganges durch einen Teiltauschvorgang eingefügte Kante darf während des Tauschvorganges nicht wieder herausgenommen werden). Obgleich die Begründungen der Autoren für dieses Vorgehen eher pragmatisch motiviert (im Sinne einer Begrenzung des Tausch- bzw. Rechenaufwandes auf maximal *n* Operationen) scheinen und kaum darauf hinweisen, ²⁸⁰ realisieren sie damit bereits das grundsätzliche Prinzip einer "Tabu Search", deren Einführung normalerweise GLOVER (1986, 1989, 1990) zugeschrieben wird. ²⁸¹ JOHNSON/MC-GEOCH (1995) sehen im LK-Algorithmus sogar die erfolgreichste Anwendung von

Vgl. zu den Metaheuristiken bzw. metaheuristischen Prinzipien Abschnitt 2.3.4.1 sowie 2.3.4.3.

Vgl. LIN/KERNIGHAN (1973), S. 501. Experimentiert man im Rahmen einer Implementierung in der Form, daß man die entsprechenden "Tabulisten" bzw. die oben benannte Forderung von LIN/KERNIGHAN (1973) mißachtet, so zeigt sich, daß der Algorithmus sich oft in einer zirkulären Folge von Teiltauschvorgängen "fängt" und diese (ohne den Einsatz zusätzlicher Abbruchkriterien) nicht mehr verlassen kann. Zudem verlängert sich die Laufzeit erheblich.

Vgl. dazu auch JOHNSON/MCGEOCH (1995), S. 5, 40 f., insbesondere S. 36; des weiteren GLOVER (1986), S. 533 ff.; GLOVER (1989), S. 190 ff.; GLOVER (1990), S. 4 ff. sowie die Ausführungen zur "Tabu Search" im folgenden Abschnitt 2.3.4.3.

einfachen Prinzipien der "Tabu Search" überhaupt: "The most successful application of the underlying principles is in fact the famous algorithm of Lin and Kernighan [1973], which was invented over a decade before Glover first proposed tabu search as a general approach."²⁸²

Die LK-Heuristik ist seit ihrer Einführung im Jahre 1973 wiederholt weiterentwickelt und variiert worden. Die Leistungsfähigkeit einer modernen sequentiellen Version derselben wird z.B. von JOHNSON/MCGEOCH (1995) untersucht; exemplarisch zwei Beispiele: Die Autoren lösen ein zufällig erzeugtes euklidisches TSP mit einer Million Städten innerhalb von etwa 45 Minuten auf einer Workstation; die Länge der dabei generierten Rundreise ist nur um 2% höher als der Wert der zu diesem Problem bestimmbaren unteren Schranke nach dem Verfahren von HELD/KARP²⁸⁵. Ein gleichfalls euklidisches TSP mit 85.900 Städten aus der TSPLIB REINELT's wird in sieben Minuten bearbeitet; die Länge der generierten Rundreise liegt 1,6% über dem HELD/KARP-Bound. Die mittels der klassischen (d.h. nicht modifizierten) LK-Heuristik realisierbaren Lösungsqualitäten werden oft vage ("However, it produces solutions that are usually near-optimal" oft mit unter drei, zuweilen auch als ein bis zwei Prozent vom Optimum entfernt angegeben. Die mittels der klassischen (d.h. nicht als ein bis zwei Prozent vom Optimum entfernt angegeben.

Zu den hier als klassisch bezeichneten Eröffnungs- und Verbesserungsverfahren ist abschließend in einer Gesamtsicht anzumerken, daß sich natürlich insbesondere ein kombinierter Einsatz derselben anbietet. Der klassische Aufbau solcher "Kompositheuristiken" schaltet einem Eröffnungsverfahren ein Verbesserungsverfahren nach.²⁸⁹ Dabei kann das gewählte Eröffnungsverfahren bei einer guten Vorstrukturierung der Rundreise in Abhängigkeit von der Natur des Verbesserungsverfahren zu Laufzeitersparnissen führen oder zu einer höheren erreichbaren Lösungsqualität beitragen. - Alternativ ist es auch möglich, Verbesserungsverfahren in den Ablauf von Eröffnungsverfahren zu integrieren

²⁸² JOHNSON/MCGEOCH (1995), S. 36.

Vgl. mit einem Überblick über diverse Weiterentwicklungen JOHNSON/MCGEOCH (1995), S. 39 ff.; vgl. darüber hinaus z.B. JOHNSON (1990), S. 446 ff.; MARTIN/OTTO/FELTEN (1992), S. 219 ff.; CODENOTTI/MARGARA (1992b); MAK/MORTON (1993), S. 127 ff.; REINELT (1994), S. 124 ff.; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 28 ff.; ROHE (1997); ZACHARIA-SEN/DAM (o.J.).

Vgl. folgend JOHNSON/MCGEOCH (1995), S. 40, S. 45 f. (Table 7 und 8). Eingesetzt wurde eine SGI Challenge-Workstation mit sechzehn 150 MHz MIPS R4400-Prozessoren (hier allerdings nur unter Verwendung eines einzelnen Prozessors), vgl. JOHNSON/MCGEOCH (1995), S. 4.

Vgl. zum "Lower Bound" nach HELD/KARP insbesondere HELD/KARP (1970), S. 1138 ff.; HELD/KARP (1971), S. 6 ff., zum konkreten Einsatz in diesem Falle JOHNSON/MCGEOCH (1995), S. 10.

Vgl. zur TSPLIB, einer Bibliothek von TSP-Standardtestproblemen, REINELT (1990a); REINELT (1991a); REINELT (1991d), S. 376 ff.; REINELT (1995) sowie Abschnitt 2.4 dieser Arbeit.

²⁸⁷ GOLDEN/STEWART (1985), S. 219; ähnlich z.B. LAPORTE (1992a), S. 243.

Vgl. mit letzterer Aussage JOHNSON/MCGEOCH (1995), S. 4; darüber hinaus z.B. auch BACHEM/WOTTAWA (1992), S. 6 ("2%-5%"); JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 33.

Vgl. zum kombinierten Einsatz klassischer Eröffnungs- und Verbesserungsverfahren z.B. MÜLLER-MERBACH (1970), S. 34 ff.; MÜLLER-MERBACH (1973), S. 297 f.; GOLDEN/BODIN/DOYLE/STEWART (1980), S. 695, S. 701 ff.; GOLDEN/STEWART (1985), S. 227 ff.; MELAMED/SERGEEV/SIGAL (1989c), S. 1469 f.; DOMSCHKE (1990), S. 103; LAPORTE (1992a), S. 244 f.; CODENOTTI/MANZINI/MARGARA/RESTA (1993b), S. 253 ff.

und vorliegende Teilrundreisen oder Pfade bereits bei der Bildung einer zulässigen Rundreise qualitätssteigernden Transformationen zu unterziehen. Letztlich bietet sich für zahlreiche der klassischen Heuristiken auch die Möglichkeit der Parallelisierung, um die benötigten Rechenzeiten weiter zu senken.²⁹⁰

2.3.4.3. Beispiele für Metaheuristische Prinzipien

Metaheuristiken bzw. metaheuristische Prinzipien wurden im Abschnitt 2.3.4.1 in Anlehnung an OSMAN/LAPORTE (1996) formal als iterative Prozesse definiert, welche untergeordnete Heuristiken mittels einer Kombination verschiedener Konzepte zur Erkundung und Erschließung des Suchraumes steuern und die dabei gewonnenen Erkenntnisse im Rahmen von Lernstrategien strukturieren bzw. verarbeiten.²⁹¹ Ihnen zuzurechnen sind nach Aussage dieser Autoren - unter anderem - die beschränkte logische Programmierung, genetische Algorithmen, gierige, zufällige adaptive Suchverfahren, neuronale Netzwerke, nicht-monotone Suchverfahren, die problemorientierte heuristische Suche im Lösungsraum, das Simulated Annealing, die Tabu Search, Threshold-Algorithmen sowie all deren Hybride. - Diese teilweise etwas vage Charakterisierung läßt bereits erahnen, daß eine knappe, treffende Umschreibung der Begriffe "Metaheuristik" bzw. "metaheuristische Prinzipien" aufgrund der großen Zahl und Heterogenität der unter ihnen subsumierten Verfahren schwerfallen wird. Dies wird auch deutlich, wenn man entsprechende Darstellungen anderer Autoren reflektiert. So nennt z.B. REINELT (1994) dieselben nach der knappen Erörterung einiger derselben "randomized improvement heuristics" bzw. "stochastic search methods" und fokussiert sich damit auf den gezielten Einsatz des Zufalls, durch welchen sich einige - wenn auch längst nicht alle - dieser Verfahren auszeichnen.²⁹² Folglich ist das hier zur Benennung herangezogene Merkmal im Sinne von STREIM (1975) nicht konstitutiv. - JOHNSON/MCGEOCH (1995), welche unter dem Titel "The Traveling Salesman Problem: A Case Study in Local Optimization" eine größere Anzahl entsprechender Verfahren näher untersuchen, verwenden in ihrer Arbeit nicht ein einziges Mal den Begriff der "Metaheuristik". 293

Aufgrund dieser - im Rahmen der vorliegenden Arbeit nicht zu klärenden - Definitionsschwierigkeiten soll sich die Charakterisierung an dieser Stelle auf die Aufführung einiger wesentlicher Eigenschaften von "Metaheuristiken" bzw. "metaheuristischen Prinzipien" (welche unter Einschluß der obigen Fassung des Heuristikbegriffes denselben ergänzen) beschränken, welche in dem Sinne typisch sind, daß sie wiederholt beobachtet werden

Vgl. zu Parallelisierungsansätzen für hier als "klassisch" bezeichnete Heuristiken zur Lösung des TSP z.B. HÖPFL (1989); BACHEM/WOTTAWA (1992); BACHEM/STECKEMETZ/WOTTAWA (1994); JOHNSON/MCGEOCH (1995), S. 27 ff., S. 46 f.; CESARI (1996), S. 681 ff.; ROHE (1997).

Vgl. dazu und folgend (teilweise in enger Anlehnung) OSMAN/LAPORTE (1996), S. 513 ff.; eine umfassende Übersicht über verschiedene Metaheuristiken bieten z.B. OSMAN/KELLY (1996a); vgl. hier insbesondere den Übersichtsbeitrag von OSMAN/KELLY (1996b), S. 1 ff.

²⁹² Vgl. REINELT (1994), S. 160; ebenso JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 45.

²⁹³ Vgl. JOHNSON/MCGEOCH (1995).

können. Denselben darf allerdings keine konstitutive Natur zugeschrieben werden, da sie keineswegs in *jeder* Metaheuristik identifizierbar sind.²⁹⁴

- Ausgestaltung als nicht-monotone Verbesserungsverfahren. Die Mehrzahl der Metaheuristiken sind als Verbesserungsverfahren²⁹⁵ konzipiert oder werden faktisch als solche ausgestaltet. Diese sind zumeist nicht-monoton ausgelegt; dies befähigt die Heuristiken, auch wieder aus im Verfahrensablauf erreichten lokalen Optima zu entkommen.
- *Mehrstufiger* (*zweistufiger*), *hierarchischer Aufbau*. Der Aufbau der meisten Metaheuristiken ist mehr- bzw. zumindest zweistufig. Auf der untersten Ebene arbeiten einfache "Local Search"-Verfahren (im Falle des TSP sind dies oft so z.B. beim Simulated Annealing oder der Tabu Search -²⁹⁶ Kantenaustauschverfahren), welche dazu dienen, mittels kleiner Änderungsschritte zulässige Problemlösungen in der "Nachbarschaft"²⁹⁷ der aktuell vorliegenden Lösung bzw. einer Mehrzahl derselben zu identifizieren.²⁹⁸ Während diese die Bewegung im Suchraum realisieren, wird deren Richtung bzw. die "Suchstrategie" einer darüberliegenden Schicht den eigentlichen metaheuristischen Prinzipien gestaltet und gesteuert. Darüber kann ergänzend eine weitere Schicht oder Stufe positioniert werden, welche für die Parametrisierung des metaheuristischen Prinzips verantwortlich zeichnet und das Auffinden günstigerer Parametrisierungen im Suchprozeß übernimmt.
- Iterationsübergreifende Informationssammlung, -auswertung und -nutzung. Der Ablauf diverser metaheuristischer Verfahrens ist fast durchgängig durch eine Folge von erreichten Verbesserungen der Lösungsqualität (bezüglich einer oder mehrerer im Prozeß fortgeführter Problemlösungen) über eine Anzahl von Iterationen gekennzeichnet. Da es sich zumeist um nicht-monotone Verbesserungsverfahren handelt, kommen allerdings auch gelegentliche Lösungsverschlechterungen vor. Vielfach ist dabei nun eine iterationsübergreifende Informationssammlung und -auswertung bzw. -aufbereitung hinsichtlich relevanter Lösungsmerkmale des Problems anhand realisierter wie auch nur erwogener Transformationsschritte des untergeordneten "Local Search"-Verfahrens zu beobachten. Die gewonnenen Erkenntnisse werden anschließend im Rahmen der Steuerung der Suchrichtung durch das eigentliche metaheuristische Prinzip genutzt. Auf einer sehr einfachen Ebene gilt dies z.B. für die Tabu Search, bei welcher bereits im Verfahrensablauf vorgenommene Lösungsveränderungen vorgehalten werden und nicht (bzw. nur eingeschränkt) wieder rückgängig gemacht werden dürfen. Zumeist sind die entsprechenden Ansätze der Informationssammlung, -aufbereitung und -nutzung allerdings erheblich komplexer gestaltet; als Beispiel seien die unten noch näher erläuterten genetischen Algorithmen angeführt. Diese Vorgänge wurden im Rahmen der obigen Definition von OSMAN/LAPORTE

Vgl. zur folgenden Aufführung der Eigenschaften von Metaheuristiken OSMAN/LAPORTE (1996), S. 514 f.; teilweise auch REINELT (1994), S. 153 ff.

Vgl. zum Begriff des Verbesserungsverfahrens bzw. folgend des nicht-monotonen Verbesserungsverfahrens die obigen Abschnitte 2.3.4.1 bzw. 2.3.4.2.

Vgl. zur Tabu Search wie zum Simulated Annealing die nachstehenden Ausführungen sowie die dort genannten Quellen.

Dieser Begriff der "Nachbarschaft" ist grundsätzlich von jenem verschieden, welcher in den Abschnitten 4 und 5 dieser Arbeit verwendet wird.

Vgl. zu den "Local Search"-Verfahren die Anmerkungen in den Abschnitten 2.3.4.1 und 2.3.4.2 sowie die dort angeführten Quellen.

- (1996) als "Lernstrategien" bezeichnet.²⁹⁹ Eine solche Charakterisierung dürfte allerdings einen etwas übertriebenen Anspruch dokumentieren, da sie wenig passende Assoziationen zum menschlichen Lernen weckt.
- Heranziehung von Naturanalogien. Die übergeordneten Arbeitsprinzipien vieler Metaheuristiken basieren auf Naturanalogien. Einerseits werden bestimmte einfachere Vorgänge der Natur problemorientiert modifiziert nachgeahmt (so z.B. beim Simulated Annealing in Anlehnung an thermodynamische Modelle das Verhalten von Atomen oder Molekülen bei Abkühlungsvorgängen)³⁰⁰; andererseits werden komplexere Problemlösungsstrategien der Natur adaptiert. Letzteres gilt z.B. für die Vielzahl evolutionärer Algorithmen (so z.B. evolutionäre Programme, genetische Algorithmen usw.)³⁰¹, welche sich u.a. der grundlegenden Vorgehensweisen bedienen, welche die Natur entwickelte, um Lebewesen bestmöglich an verschiedene Umweltbedingungen anzupassen: der Evolution. Ameisen-Systeme (als ein anderes Beispiel) imitieren stark abstrahierend das kooperative Verhalten von Ameisen bei der Nahrungssuche durch das Legen und die Wahrnehmung von Duftspuren.³⁰² Als ein Beispiel dafür, daß sich Metaheuristiken in ihrer Ausgestaltung auch durchaus deutlich von der einstigen biologischen bzw. "natürlichen" Vorlage unterscheiden (oder entfernen), können die "Neuronalen Netze"303 genannt werden. Viele Varianten derselben weisen nur noch hinsichtlich weniger (teilweise nicht einmal grundlegender) Arbeitsprinzipien Ähnlichkeiten zum einstigen Vorbild - der Tätigkeit von Nervenzellen bzw. Komplexen derselben - auf. 304

²⁹⁹ Vgl. OSMAN/LAPORTE (1996), S. 514 f.

Vgl. zum Simulated Annealing die nachstehenden Ausführungen sowie die dort genannten Quellen.

Vgl. zu den evolutionären Prinzipien bzw. genetischen Algorithmen die nachstehenden Ausführungen sowie die dort genannten Quellen.

Vgl. zum Ameisen-System bzw. der "Ant Colony Optimization" im allgemeinen sowie in Anwendung auf das TSP z.B. DORIGO/MANIEZZO/COLORNI (1996), S. 29 ff.; DORIGO/GAMBAR-DELLA (1997), S. 53 ff.; SONDERGELD/VOSS (1997), S. 568 ff.

Vgl. zu diversen Varianten bzw. neuronalen Netze im allgemeinen z.B. KOHONEN (1982), S. 59 ff.; ALKON (1989), S. 66 ff.; HINTON (1992), S. 134 ff.; ADAM/HERING/WELKER (1995a), S. 507 ff.; ADAM/HERING/WELKER (1995b), S. 587 ff.; SCHNABL (1995), S. 317 ff.; CORSTEN/ MAY (1996), S. 217 ff.; mit umfassenden Bibliographien SHARDA (1994), S. 116 ff.; OSMAN/ LAPORTE (1996), S. 525 ff.; zum Einsatz von Variationen neuronaler Netze zur Lösung des TSP z.B. HOPFIELD/TANK (1985), S. 141 ff.; FORT (1988), S. 33 ff.; ANGÉNIOL/CROIX VAU-BOIS/TEXIER (1988), S. 289 ff.; DURBIN/SZELISKI/YUILLE (1989), S. 348 ff.; BRAUN/MA-LAKA (1990); VENKATARAMAN/ATHITHAN (1991), S. 1 ff.; MATSUYAMA (1991), S. 416 ff.; FAVATA/WALKER (1991), S. 463 ff.; XU/TSAI (1991), S. 193 ff.; JÜNEMANN/WÖLKER (1992), S. 164 ff.; BURKE/DAMANY (1992), S. 255 ff.; WÖLKER (1992), S. 40 ff.; AMIN/ FERNÁNDEZ-VILLACÃNAS/COCHRANE (1994), S. 117 ff.; BURKE (1994), S. 681 ff.; JÜN-GER/REINELT/RINALDI (1994), S. 44 ff.; REINELT (1994), S. 159 f.; BURKE (1996), S. 121 ff.; insbesondere POTVIN (1993), S. 328 ff.; RETZKO/SCHUMANN (1994); GEE/PRAGER (1995), S. 280 ff.; JOHNSON/MCGEOCH (1995), S. 85 ff. Auf neuronale Netze wird im Rahmen dieser Arbeit nicht näher eingegangen; sie haben sich im Hinblick auf ihre Eignung zur Lösung des TSP - bzw. speziell euklidischer, zweidimensionaler TSP - als bislang wenig überzeugend im Vergleich mit anderen heuristischen Verfahren erwiesen. Vgl. dazu z.B. JOHNSON (1987), S. 525; POTVIN (1993), S. 329; REINELT (1994), S. 159; GEE/PRAGER (1995), S. 280 ff.; JOHN-SON/MCGEOCH (1995), S. 85 f.

Treffend nennt POTVIN (1993), S. 328 im Rahmen seines Überblicks über Varianten Neuronaler Netze zur Lösung des TSP diese daher auch nur "'neurally' inspired problem-solving approaches".

• Fokussierung auf eine Anzahl von potentiellen Lösungen statt des Aufbaus einer Einzellösung. Einige Metaheuristiken konzentrieren sich nicht - wie die meisten klassischen Heuristiken - auf eine einzelne Problemlösung und verbessern deren Lösungsqualität im Verfahrensablauf, sondern bearbeiten eine größere Anzahl von zulässigen Lösungen gleichzeitig in jeder Iteration. Zwar handelt es sich dabei nur um einige wenige Verfahren; diesen kommt allerdings unter den Metaheuristiken eine größere Bedeutung zu. Vorrangig sind dabei solche aus der Gruppe der evolutionären Algorithmen (so die Evolutionäre Programmierung und die genetischen Algorithmen) zu nennen. Dabei ziehen diese Verfahren ihren Nutzen insbesondere aus der Kombination von Informationen aus den Einzellösungen zu neuen bzw. veränderten Lösungen innerhalb eines Iterationsschrittes.

Als ein erstes von drei ausgewählten Beispielen für eine im Konzept noch eher einfache Metaheuristik soll nun die "Tabu Search" (TS) skizziert werden.³⁰⁶ Ihre drei wesentlichen Grundbausteine bzw. in ihrem Rahmen angewandten Prinzipien sind:

- Lokale Suchverfahren ("Local Search"-Verfahren³⁰⁷), welche eine in einem Verfahrensschritt vorliegende Lösung des behandelten Problems durch Transformationsschritte spezifizierten Umfangs in eine andere Lösung in deren "Nachbarschaft" überführen können. Im Zusammenhang mit der Implementierung für das TSP werden hier zumeist die bereits im Abschnitt 2.3.4.2 eingehender erläuterten Kantenaustauschverfahren (so z.B. 2-opt- und 3-opt-Verfahren) eingesetzt.
- Auf der Ebene der übergeordneten Steuerung des gewählten eingesetzten lokalen Suchverfahrens erfolgt eine nicht-monotone Ausgestaltung, d.h. zwecks eines Entkommens aus lokalen Optima sind auch zwischenzeitliche Verschlechterungen der Lösungsqualität zulässig.
- Ein entsprechend den beiden bislang erläuterten Gedanken angelegtes Verfahren tendiert dazu, sich in mehr oder weniger umfangreichen Lösungszyklen zu fangen. Dies bedeutetet im einfachsten Falle z.B., daß ein lokales Optimum zunächst mittels einer gezielten Verschlechterung der Lösungsqualität verlassen wird. Anschließend führt die bestmögliche Verbesserung der Lösungsqualität direkt oder indirekt über eine Anzahl weiterer Lösungen in der "Nachbarschaft" gemäß der Definition des verwendeten lokalen Suchverfahrens wieder in dieses lokale Optimum zurück. Der Algorithmus würde folgend entsprechend seiner deterministischen Anlage immer wieder

Vgl. zu den evolutionären Prinzipien bzw. genetischen Algorithmen die nachstehenden Ausführungen sowie die dort genannten Quellen; darüber hinaus kann als Beispiel auch noch die "Scatter Search" angeführt werden, vgl. GLOVER (1995), S. 125 ff.

Vgl. folgend zur Tabu Search und ihren Varianten i.a. z.B. GLOVER (1989), S. 190 ff.; GLOVER (1990), S. 4 ff.; PESCH/VOSS (1995), S. 55 ff.; BATTITI/TECCHIOLLI (1995), S. 67 ff.; DOMSCHKE/KLEIN/SCHOLL (1996), S. 606 ff.; mit einer umfassenden Bibliographie zur Tabu Search OSMAN/LAPORTE (1996), S. 541 ff.; zu Variationen der Tabu Search in Anwendung auf das TSP z.B. ZACHARIASEN/DAM (o.J.); ROSSIER/TROYON/LIEBLING (1986), S. 151 ff.; FIECHTER/ROGGER/DE WERRA (1992), S. 5 ff.; LAPORTE (1992a), S. 244; KNOX (1994), S. 867 ff.; REINELT (1994), S. 158 f.; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 44; JOHNSON/MCGEOCH (1995), S. 35 ff.; CARLTON/BARNES (1996), S. 617 ff.; CAO/GLOVER (1997), S. 908 ff.

Vgl. zu den "Local Search"-Verfahren die Anmerkungen in den Abschnitten 2.3.4.1 und 2.3.4.2 sowie die dort angeführten Quellen.

genau diesen Zyklus von Lösungen durchlaufen. Eine Möglichkeit, dies zu unterbinden, besteht darin, das Aufsuchen bereits realisierter Lösungen - oder entsprechend die erneute Realisierung bereits schon einmal vorgenommener Kantentäusche - zu untersagen. Entsprechende Lösungen oder Kantentäusche sind dann "tabu" bzw. verboten; Lösungen dürfen nicht erneut aufgesucht oder Kantentäusche nicht erneut durchgeführt werden. Insbesondere bietet sich auch die Möglichkeit an, zu verbieten, bestimmte gerade zuletzt - oder eine bestimmte Anzahl von Verfahrensschritten zuvor - vorgenommene Kantentäusche wieder rückgängig zu machen.

Der konkrete Ablauf einer TS für ein TSP gestaltet sich nun so, daß zunächst mittels einer beliebigen Eröffnungsheuristik eine erste Rundreise generiert oder eine solche zufällig erzeugt wird. Sodann wird in einem jeden Ablaufschritt mittels eines beispielsweise eingesetzten Kantenaustauschverfahrens jene Modifikation der gerade vorliegenden Rundreise vorgenommen, welche zur bestmöglichen Verbesserung derselben führt. Ist eine solche nicht mehr möglich, so ist anzunehmen, daß das Verfahren ein lokales Optimum erreicht hat. In diesem Falle wird ein Kantenaustausch so durchgeführt, daß die geringstmögliche Verschlechterung der Lösungsqualität realisiert wird. In beiden Fällen sind allerdings - je nach konkreter Ausgestaltung der implementierten TS - nur solche Veränderungen zulässig, die entweder zum jeweiligen Zeitpunkt gerade nicht "tabu" sind oder nicht zu einer gerade als "tabu" vermerkten Lösung führen. Die Heuristik terminiert nach der Erfüllung eines als Parameter vorgegebenen Stopkriteriums - so z.B. nach einer bestimmten Anzahl von Iterationen, einer bestimmten Rechenzeit oder wenn ein bestimmter Abstand zu einer vorher errechneten unteren Schranke erreicht ist. 308 Die hinsichtlich der Lösungsqualität vorteilhafteste bis zu diesem Zeitpunkt generierte Rundreise wird als Ergebnis der TS ausgewiesen.

Wäre die Heuristik damit vollständig beschrieben, so wäre eine weitgehende Übereinstimmung mit den Prinzipien des bereits im Abschnitt 2.3.4.2 erläuterten LIN/KERNIG-HAN-Algorithmus (abgesehen von der komplexen Ausgestaltung des lokalen Suchverfahrens bei letzterem) gegeben. Nicht ohne Grund wurde dieser oben bereits als eine frühe - und sehr erfolgreiche - Realisierung des Grundgedankens der TS bezeichnet. Die Eigenständigkeit der TS als Verfahren rechtfertigt sich nunmehr im wesentlichen aus der komplexen Art und Weise, wie der "Tabu"-Status einzelner Modifikationen der Rundreise bzw. kompletter Lösungen verwaltet wird - dem Tabulisten-Management. 310

Im einfachsten Falle wird dieses Tabulisten-Management statisch ausgelegt sein. Soll z.B. verboten werden, einen Kantenaustausch rückgängig zu machen, so wird dieses "Tabu" nach dem jeweiligen Kantenaustausch der Tabuliste hinzugefügt. Nach einer als Parameter vorgegebenen Anzahl von Verfahrensschritten - der Tabudauer - wird das Verbot anschließend wieder aufgehoben. Die Tabudauer hat maßgeblichen Einfluß auf die erreichbaren Lösungsqualitäten: Wird sie zu knapp vorgegeben, so tendiert der Algorithmus dazu, sich - wie oben erläutert - in einem Lösungszyklus zu fangen. Bei einer zu

Letzteres Abbruchkriterium kann allerdings - wenn es nicht durch ein weiteres ergänzt wird - u.U. dazu führen, daß der Algorithmus niemals terminiert.

Dabei ist der Erfolg des LIN/KERNIGHAN-Algorithmus nicht allein der Integration des Grundgedankens der Tabu Search zuzurechnen, vgl. Abschnitt 2.3.4.2.

Vgl. mit einer knappen, pointierten Übersicht folgend insbesondere (teilweise in enger Anlehnung) DOMSCHKE/KLEIN/SCHOLL (1996), S. 608 ff.; detaillierter die bereits o.g. Quellen.

hohen Wahl besteht die Gefahr eines nur punktuellen Absuchens des Lösungsraumes: Eine gute Lösung, die in enger Nachbarschaft (im Sinne des "Local Search"-Verfahrens) zu einer bereits realisierten Lösung liegt, kann nicht mehr erreicht werden. - Die Tabudauer läßt sich nun flexibilisieren und dynamisieren. Zum einen ist es möglich, sie in Abhängigkeit von den erzielten Lösungsqualitätsverbesserungen im Verfahrensablauf zu verlängern oder zu verkürzen. Zum anderen können in Abhängigkeit von spezifischen Beobachtungen während der Arbeit der Heuristik ausgewählte Verbote kurzfristig - d.h. für eine oder wenige Iterationen - aufgehoben werden, wenn die Untersuchung deutlich werden läßt, daß kein Zyklus auftritt und die erreichbare Lösung vorteilhafter erscheint (Aspiration). - Darüber hinaus scheint es sinnvoll, einerseits eine möglichst erschöpfende Abdeckung des gesamten Lösungsraumes durch die Suche zu gewährleisten und andererseits besonders hoffnungsvolle Bereiche desselben gründlicher zu examinieren. Durch das Führen von Protokollen über die bereits abgewickelten Iterationen und dabei erreichte Lösungen sowie deren Auswertung kann in diesem Sinne die bislang realisierte "Suchintensität" für Teile des Lösungsraumes ermittelt werden. Gezielte zusätzliche Verbote bzw. das Aufheben von bestehenden Verboten ermöglichen es dann, die Heuristik entsprechend hinsichtlich einer näheren Sondierung anderer Teile des Suchraumes bzw. der intensiveren Sondierung ausgewählter Bereiche zu lenken (Diversifizierung und Intensivierung). Derartige Strategien lassen sich natürlich - wie in der Literatur eingehend dokumentiert wird - beliebig variieren, modifizieren bzw. komplexer gestalten.³¹¹

Dem "Simulated Annealing" (SA) als einer anderen Metaheuristik liegt eine Naturanalogie zugrunde. Thermodynamische Modelle zeigen z.B. für die Abkühlung von Flüssigkeiten bis zum Gefrierpunkt oder Schmelzen von Materialien bis zur Erstarrung auf, daß sich ideale kristalline Strukturen (als Ordnungen von Teilchen, so z.B. von Atomen oder Molekülen) tendenziell nur bei einer sehr langsamen Absenkung der Temperatur bilden. Dabei muß im betrachteten System auf jeder Temperaturstufe zunächst ein Wärmegleichgewicht (unter Vernachlässigung von Entropieeffekten) realisiert werden, welches durch ein (aktuelles) Minimum an sogenannter "freier Energie" gekennzeichnet ist. Ein solcher Abkühlungsvorgang gibt den Teilchen die Möglichkeit, sich durch beständige Positionsänderungen bzw. Bewegungen der idealen Ordnung anzunähern. Dabei gilt, daß Ausmaß und Umfang möglicher Positionsänderungen bei fallender Temperatur sinken. Bei hohen Temperaturen ist es insbesondere auch noch möglich, daß die Bewegungen die Abweichungen von der Idealstruktur vorübergehend erhöhen. Im Kristallisationspunkt wird anschließend - bei Realisation der Idealstruktur - ein absolutes Minimum der

Vgl. mit einem knappen Überblick JOHNSON/MCGEOCH (1995), S. 35 ff. sowie auch die o.g. Literaturquellen zur Tabu Search.

^{Vgl. zum Simulated Annealing und seinen Varianten i.a. im folgenden z.B. KIRKPATRICK/GE-LATT/VECCHI (1983), S. 671 ff.; BONOMI/LUTTON (1984), S. 551 ff.; KINZEL (1988), S. 19 ff.; AARTS/VAN LAARHOVEN (1989), S. 31 ff.; EGLESE (1990), S. 271 ff.; PESCH/VOSS (1995), S. 55 ff.; mit einer umfassenden Bibliographie OSMAN/LAPORTE (1996), S. 532 ff.; zum Einsatz diverser Variationen des Simulated Annealing zur Lösung des TSP im folgenden z.B. GOLDEN/STEWART (1985), S. 221 f.; ROSSIER/TROYON/LIEBLING (1986), S. 151 ff.; OTTEN/GINNEKEN (1989); SCHÖN (1989); MELAMED/SERGEEV/SIGAL (1989c), S. 1467 f.; VENKATARAMAN/ATHITHAN (1991), S. 1 ff.; LAPORTE (1992a), S. 243 f.; MARTIN/OTTO (1993); OTTO (1994), S. 188 ff.; REINELT (1994), S. 153 ff.; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 40 ff.; LEE/CHOI (1994), S. R651 ff.; PENNA (1995), S. R1 ff.; WENDT (1995); JOHNSON/MCGEOCH (1995), S. 47 ff.; WÄSCHER (1996), S. 20 ff.}

freien Energie erreicht. - Diese idealen Ordnungen bzw. Kristallisationen sind in der Realität bei Festkörpern selten gegeben. Sie können jedoch für manche Materialien durch ein "Ausglühen", d.h. ein Erhitzen und eine anschließende sehr langsame Abkühlung des Körpers ("Annealing") näherungsweise hergestellt werden. Diese Prozesse wurden zunächst in Computermodellen simuliert; Anfang der 80er Jahre zeigte KIRKPATRICK eine Übertragbarkeit auf Optimierungsprobleme auf. Dabei wird die zu minimierende Zielgröße als die zum Erstarrungszeitpunkt des Systems zu minimierende "freie Energie" angesehen; die Teilchen entsprechen den Variablen, deren "Bewegungsfreiheit" (d.h. Veränderung) bei fallender Temperatur (d.h. im Fortgang des Verfahrens bzw. einer "Abkühlung") sukzessive vermindert wird.

Eine heuristische Adaption dieses Sachverhaltes zur Lösung von TSP bedient sich zunächst auf der untersten Ebene wiederum eines lokalen Suchverfahrens, um Lösungen in der Nachbarschaft einer bekannten Rundreise aufzusuchen bzw. die Bewegung der Teilchen abzubilden. Beim TSP werden üblicherweise Kantenaustauschverfahren (so z.B. 2opt- oder 3-opt-Verfahren) eingesetzt. Grundlegend für den Erfolg der SA-Heuristik ist nun ihre Ausgestaltung als nicht-monotones Verbesserungsverfahren. Es werden prinzipiell - in einer spezifischen, das SA kennzeichnenden Art und Weise - auch zwischenzeitliche Verschlechterungen der Lösungsqualität zugelassen, um die Heuristik zum Entkommen aus erreichten lokalen Optima zu befähigen. Dabei nimmt im Verfahrensablauf die Wahrscheinlichkeit, mit welcher ein rundreiseverlängernder Kantentausch noch akzeptiert wird, in Abhängigkeit von dem Ausmaß der potentiellen Verlängerung stetig ab. Der genaue Modus der Absenkung der entsprechenden Wahrscheinlichkeit wird, in Analogie zu den als Vorbild dienenden Abkühlungsvorgängen in der Natur, als Abkühlungsschema ("cooling schedule", "cooling scheme")³¹⁴ bezeichnet. Dieses Abkühlungsschema könnte z.B. unter Berücksichtigung eines während der Iterationsfolge plangemäß abzusenkenden, die "Temperatur" wiedergebenden Parameters T so ausgestaltet sein,³¹⁵ daß in jedem Verfahrensschritt eine gleichverteilte Zufallszahl x mit (0 < x < 1) erzeugt wird. Sofern über die Akzeptanz einer Rundreiseverlängerung befunden werden muß, wird geprüft, ob diese kleiner als exp(-Rundreiseverlängerung/T) ausfällt. Ist dies der Fall, so wird dieselbe realisiert; ansonsten wird sie nicht akzeptiert und ein anderer Kantenaustausch muß vorgenommen werden. Es folgt daraus, daß sowohl die Anzahl als auch der Umfang der vorgenommenen Rundreiseverlängerungen bei Absenkung der Temperatur abnimmt. Der Lösungsraum wird dadurch zunächst mit einem groben Raster abgesucht, welches sich anschließend fortlaufend verfeinert, wobei sich der Suchprozeß auf vielversprechende Bereiche desselben fokussiert.

Der Ablauf eines SA-Algorithmus beginnt wiederum mit der Erzeugung einer - zufälligen oder mittels einer Eröffnungsheuristik generierten - Ausgangsrundreise.³¹⁶ Des weiteren werden ein Abkühlungsschema als Temperaturverlauf im o.g. Sinne sowie eine Aus-

³¹³ Vgl. KIRKPATRICK/GELATT/VECCHI (1983), S. 671 ff.; auch KINZEL (1988), S. 22.

³¹⁴ Vgl. z.B. REINELT (1994), S. 155; OSMAN/LAPORTE (1996), S. 532.

Dieses konkrete Beispiel wurde von RETZKO/SCHUMANN (1994), S. 23 f. übernommen; ähnlich z.B. MELAMED/SERGEEV/SIGAL (1989c), S. 1467; LAPORTE (1992a), S. 244; JÜNGER/REI-NELT/RINALDI (1994), S. 41; REINELT (1994), S. 154.

Vgl. folgend mit ähnlicher Ausgestaltung z.B. MELAMED/SERGEEV/SIGAL (1989c), S. 1467;
 LAPORTE (1992a), S. 244; REINELT (1994), S. 154; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 41; JOHNSON/MCGEOCH (1995), S. 48. Es sind allerdings auch diverse Variationen (vgl. die o.g. Quellen) des beschriebenen Vorgehens möglich.

gangstemperatur und ein Abbruchkriterium für jede Temperaturstufe als Parameter vorgegeben. Sodann beginnt der Vorgang bei der vorgegebenen Ausgangstemperatur. Es wird eine zufällige Variation der Rundreise mittels des gewählten Veränderungsverfahrens (zumeist eines Kantenaustauschverfahrens) vorgenommen. Führt diese zu einer Verminderung der Rundreiselänge, so wird die neue Rundreise als aktuelle Lösung übernommen. Ergibt sich jedoch eine Verlängerung, so wird - wie oben beschrieben - eine Zufallszahl gezogen und die Veränderung nur mit einer vom Ausmaß der Verschlechterung der Lösungsqualität und der aktuellen Temperatur abhängigen Wahrscheinlichkeit realisiert. Dieser Vorgang wird nun wiederholt, bis das Abbruchkriterium für die aktuelle Temperaturstufe erreicht ist. Ein solches kann als eine Anzahl zu erwägender oder zu fixierender Veränderungen der Rundreise festgelegt werden. Es ist allerdings auch denkbar,317 in Analogie zum natürlichen Vorbild über die statistische Auswertung der auf einer Temperaturstufe realisierten Lösungsqualitäten und potentieller Rundreiseveränderungen zu ermitteln, wann eine Entsprechung zum "Wärmegleichgewicht" (als gegen ein Minimum fallende Streuung der Lösungsqualitäten) näherungsweise erreicht ist. Zieht man allerdings ein solches Abbruchkriterium heran, so verlängert sich die Laufzeit des Algorithmus erheblich und wird zudem auch äußerst schwer abschätzbar. - Ist das Abbruchkriterium erfüllt, wird im Fortgang des Verfahrens die Temperatur gemäß dem Abkühlungsschema um einen Schritt abgesenkt und das beschriebene Vorgehen wiederholt. Das Verfahren endet, sobald die Temperatur bis auf den Endwert des Abkühlungsschemas (zumeist "Null") abgesenkt ist. Ein vorheriger Abbruch der Heuristik kann erwogen werden,³¹⁸ wenn über mehrere Temperaturstufen keinerlei Verbesserungen mehr beobachtbar sind.

Das SA unterscheidet sich von der TS insbesondere durch die Verwendung stochastischer Komponenten. Die vorzunehmenden Veränderungen werden zufällig bestimmt und die Akzeptanz von Lösungsqualitätsverschlechterungen wird gleichfalls über einen stochastischen Prozeß ermittelt. Die TS hingegen nimmt Verlängerungen der Rundreise nur vor, wenn es gilt, aus einem lokalen Optimum zu entkommen; davon abgesehen wird jede Modifikation immer nach der bestmöglichen Verbesserung der Lösungsqualität ausgewählt. Entsprechend dieser Ausgestaltung kann das SA als Markov-Kette interpretiert werden;³¹⁹ es kann sogar - unter der Prämisse der Wahl eines geeigneten Abkühlungsschemas und bei bestimmten Eigenschaften der rundreiseverändernden Modifikationstechnik - eine theoretische Konvergenz gegen das Optimum nachgewiesen werden. Allerdings erweist sich diese Feststellung von geringem praktischen Nutzen, da die Laufzeit eines derartig parametrisierten SA-Algorithmus mehr Rechenzeit als eine vollständige Enumeration erfordern würde. Folglich ist für praktische Zwecke stets eine schnellere Abkühlung zu wählen; das SA ist entsprechend als Heuristik anzusehen.

Wie die TS bietet auch das SA zahlreiche Ansatzpunkte für Modifikationen des o.g. Vorgehens, so z.B. hinsichtlich der Anzahl der Veränderungen der Rundreise auf jeder Temperaturstufe, der Art der Absenkung der Temperatur usw.. Entsprechend lassen sich in der Literatur zahlreiche Variationen (wie auch Kombinationen mit anderen metaheuristi-

Vgl. folgend ähnlich z.B. MELAMED/SERGEEV/SIGAL (1989c), S. 1467; JOHNSON/MCGEOCH (1995), S. 48 ff., S. 58.

³¹⁸ Vgl. so z.B. JOHNSON/MCGEOCH (1995), S. 50 f.

Vgl. dazu und folgend z.B. REINELT (1994), S. 156; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 42; JOHNSON/MCGEOCH (1995), S. 48 f.

schen Prinzipien) identifizieren.³²⁰ Dabei reagiert das SA hinsichtlich der erzielbaren Lösungsqualitäten insbesondere empfindlich auf Veränderungen des Abkühlungsschemas; entsprechend ist die Parametrisierung diffizil und verlangt hinreichende Erfahrung.³²¹ - Es läßt sich beobachten, daß das SA bei geeigneter Ausgestaltung - d.h. vorrangig langsamer Abkühlung sowie einer hohen Zahl zulässiger Modifikationen der Rundreisen auf einer Temperaturstufe - sehr gute Lösungsqualitäten (ähnlich Variationen des LIN/KERNIGHAN-Verfahrens) realisieren kann.³²² Dafür sind allerdings hohe Rechenzeiten erforderlich; mit Variationen des LIN/KERNIGHAN-Verfahrens können gleiche Lösungsqualitäten oft bei geringeren Laufzeiten bestimmt werden.

Eine hinsichtlich ihrer in der Literatur dokumentierten Leistungsfähigkeit bemerkenswerte Variante des SA ist das im Jahre 1990 von DUECK/SCHEUER vorgestellte "Threshold Accepting" (TAC) samt den aus ihm hervorgegangenen Weiterentwicklungen (wie z.B. dem "Great Deluge Algorithm" oder dem "Record-to-Record Travel").³²³ Dabei ist der grundlegende Aufbau des TAC zunächst gleich dem des SA. Der wesentliche Unterschied besteht jedoch darin, daß weitgehend (u.U. sogar gänzlich³²⁴) auf stochastische Elemente verzichtet wird. Während das SA unter Nutzung einer Wahrscheinlichkeitsfunktion über die Annahme einer rundreiseverschlechternden Veränderung entscheidet, existiert beim TAC eine sogenannte Toleranzschwelle ("threshold"). Führt eine erwogene Modifikation zu einer verminderten Lösungsqualität, so wird diese stets akzeptiert, wenn die Verschlechterung kleiner als die aktuelle Toleranzschwelle ausfällt. Die Toleranzschwelle wird nun - gleich der Temperatur beim SA - im Verlaufe des Verfahrens abgesenkt. Dies kann entweder geschehen, sobald über eine Anzahl von Variationen der vorliegenden Lösung keine Verbesserungen mehr erreicht wurden oder eine vorgegebene Anzahl von Variationen abgearbeitet ist. Der Algorithmus terminiert, wenn über eine festzulegende Anzahl von Herabsetzungen der Toleranzschwelle keine Veränderungen der Lösungsqualität mehr auftreten. - Das TAC realisiert nach Angaben der Autoren für TSP grundsätzlich geringere Rechenzeiten als das SA,325 findet oft auch bessere Lösungen und erweist sich unempfindlicher in der Parametrisierung bzw. des Schemas, nach welchem die Tole-

³²⁰ Vgl. z.B. REINELT (1994), S. 155; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 41 f.; JOHNSON/ MCGEOCH (1995), S. 52 ff.; OSMAN/LAPORTE (1996), S. 532 ff.

Vgl. z.B. DUECK/SCHEUER (1990), S. 162, S. 166; DUECK (1993), S. 87; REINELT (1994), S. 155; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 42; SCHMITT/AMINI (1995), S. 25.

Vgl. dazu und folgend z.B. REINELT (1994), S. 155; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 42; JOHNSON/MCGEOCH (1995), S. 48, S. 51, S. 70.

Vgl. folgend zum Threshold Accepting DUECK/SCHEUER (1990), S. 161 ff.; DUECK (1993), S. 86 ff.; DUECK/SCHEUER/WALLMEIER (1993), S. 42 ff.; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 42; REINELT (1994), S. 156 f.; OTTO (1994), S. 188 ff.; JOHNSON/MCGEOCH (1995), S. 65 ff.; WÄSCHER (1996), S. 20 ff.; mit einer umfassenden Bibliographie OSMAN/LA-PORTE (1996), S. 546 ff.

Die Wahl einer zu prüfenden bzw. durch das lokale Suchverfahren aufzusuchenden Nachbarlösung erfolgt nach der Beschreibung von DUECK/SCHEUER (1990), S. 162 noch immer zufällig. Werden jedoch Nachbarschaftsstrukturen im Sinne der Abschnitte 4 und 5 dieser Arbeit eingesetzt, so kann auch darauf verzichtet werden, vgl. z.B. REINELT (1994), S. 156. Allerdings stellen auch DUECK/SCHEUER (1990), S. 164 selbst bereits eine deterministische Variante ("Deterministic Threshold Accepting") zur Lösung von TSP vor, bei welcher sich die Ausgestaltung der Veränderungsschritte sich an LIN/KERNIGHAN (1973), S. 498 ff. anlehnt.

Gegenüber dem SA werden einige Operationsschritte - hinsichtlich der Berechnung der Wahrscheinlichkeiten - eingespart. Vgl. auch JOHNSON/MCGEOCH (1995), S. 65.

ranzschwelle abgesenkt wird.³²⁶ Hinsichtlich der Ursachen für die guten Leistungen des TAC und seiner Varianten im Vergleich zum SA vermuten DUECK/SCHEUER/WALL-MEIER (1993), daß die von ihnen untersuchten Optimierungsprobleme der Praxis (unter ihnen diverse TSP) durch regelmäßige Strukturen (bei TSP z.B. hinsichtlich der Anordnung der Städte im Raum) die Arbeitsweise - und damit die Leistungsfähigkeit - dieser im Vergleich zum SA vereinfachten Verfahren begünstigen.³²⁷

Als letzte Metaheuristik sollen hier nun die den evolutionären Algorithmen zuzurechnenden "Genetischen Algorithmen" (GAL) betrachtet werden. 328 Als "evolutionäre Algorithmen" werden dabei an dieser Stelle all jene Metaheuristiken bezeichnet, welche an die im 19. Jahrhundert erstmalig näher aufgeklärten und untrennbar mit dem Namen DARWINs verbundenen Vorgänge der natürlichen Evolution anknüpfen und deren Mechanismen in mehr oder weniger enger Anlehnung an das realweltliche Vorbild umsetzen. Als Ausgangspunkt dient dabei zunächst die Feststellung, daß die Natur ihre Geschöpfe in ihren Eigenschaften und Fähigkeiten ihrer jeweiligen Lebensumwelt bzw. ökologischen Nische über eine Anzahl von Generationen derselben erstaunlich erfolgreich anzupassen vermag. Sie bedient sich bei der Lösung des entsprechenden "Optimierungsproblems" der Evolution, welche als Heuristik klassifiziert werden kann. Faßt man ihre Geschöpfe nun als "heuristische Lösungen" (folgend als "Individuen" bezeichnet) des zu bewältigenden Problems auf, so kann man die angewandten Prinzipien im Rahmen einer knappen Skizze beispielhaft in drei wesentlichen Schritten zusammenfassen. Dabei wird die Annahme zugrundegelegt, daß zu einem Ausgangszeitpunkt eine Population (i.S. einer größeren Anzahl) von verschiedenen (d.h. mit unterschiedlichen Eigenschaften und Fähigkeiten ausgestatteten) Individuen existiert. Diese werden als erste Generation bezeichnet.

• Der erste Schritt verbindet im Rahmen der Rekombination Eigenschaften und Fähigkeiten (zweier oder mehrerer) verschiedener bereits vorhandener Individuen in einem neuen Individuum miteinander. Dabei kann das Individuum als "Kind" zweier oder mehrerer "Eltern" aufgefaßt und die Rekombination als Bestandteil des Reproduktions- bzw. Fortpflanzungsprozesses interpretiert werden. Für die Fortpflanzung werden dabei vorrangig Individuen ausgewählt, die gut an ihre Umwelt angepaßt

Vgl. z.B. DUECK/SCHEUER (1990), S. 163 ff.; DUECK (1993), S. 86; teilweise abweichend bzw. anders im Vergleich zum SA WÄSCHER (1996), S. 29 f.; auch JOHNSON/MCGEOCH (1995), S. 65 f.

Vgl. DUECK/SCHEUER/WALLMEIER (1993), S. 48.

^{Vgl. folgend zu diversen Varianten genetischer Algorithmen sowie evolutionären Prinzipien i.a. z.B. ABLAY (1979); ABLAY (1987), S. 104 ff.; VOIGT (1987); GOLDBERG (1989), S. 493 ff.; SYSWERDA (1991), S. 332 ff.; SMIEJA/MÜHLENBEIN (1991), S. 32 ff.; VIRTEL (1992), S. 56 ff.; HOLLAND (1992), S. 44 ff.; MICHALEWICZ (1992); RUDOLPH/SCHWEFEL (1994), S. 236 ff.; SCHWEFEL/HAMMEL/BÄCK (1994), S. 49 ff.; MÜHLENBEIN (1995); mit einer umfassenden Bibliographie OSMAN/LAPORTE (1996), S. 517 ff.; vgl. folgend zum Einsatz diverser Varianten genetischer Algorithmen bzw. evolutionärer Prinzipien zur Lösung verschiedener Formen des TSP z.B. WHITLEY/STARKWEATHER/FUQUAY (1989), S. 133 ff.; BANZHAF (1990), S. 7 ff.; MICHALEWICZ (1992), S. 25 f., S. 165 ff.; FOGEL (1993), S. 27 ff.; TANG/LEUNG (1994), S. 180 ff.; DZUBERA/WHITLEY (1994), S. 68 ff.; TATE/TUNASAR/SMITH (1994), S. 135 ff.; REINELT (1994), S. 157 ff.; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 43 f.; JOHNSON/MCGEOCH (1995), S. 70 ff.; SCHMITT/AMINI (1995); BIERWIRTH (1995), S. 87 ff.; CHATTERJEE/CARRERA/LYNCH (1996), S. 490 ff.; POTVIN/GUERTIN (1996), S. 619 ff.; im Rahmen der Tourenplanung mit ähnlichen Grundintentionen wie beim TSP z.B. KOPFER/PANKRATZ/ERKENS (1994), S. 21 ff.; REINHOLZ (1995); WENDT (1995).}

sind (d.h. eine hohe "fitness" aufweisen). Als Ergebnis der Rekombination vermehrt sich zunächst die Anzahl der Individuen in der Population.

- In einem zweiten Schritt werden als *Mutationen* zufällige Veränderungen der Eigenschaften und Fähigkeiten einer gewissen Teilanzahl der Individuen vorgenommen. Dieselben können eine verbesserte Anpassung der Individuen an ihre Lebensumwelt zur Folge haben, können aber auch das Gegenteil bewirken. Dabei ist es möglich, entweder nur im Rekombinationsschritt neu erzeugte Individuen oder sämtliche Individuen für Mutationen zuzulassen. In der Natur betreffen, da Mutationen stets das Erbgut und damit nur den Genotyp (und nicht den Phänotyp) verändern, diese fast ausschließlich neu erzeugte Individuen. Obgleich Mutationen hier als zweiter Schritt genannt werden, können sie auch der Rekombination vorgeschaltet oder in diese eingebettet sein.
- Der dritte Schritt, die Selektion, beinhaltet schließlich eine Verminderung der Größe der Population. Grundsätzlich werden dabei jene Individuen, deren Anpassung an die Lebensumwelt hinsichtlich der vorhandenen Fähigkeiten und Eigenschaften ("fitness") sich als unzureichend erweist, vorrangig aus der Population eliminiert. Damit wird der Umfang derselben wieder reduziert.

Sind diese drei Schritte vollzogen, wird die somit veränderte Population als die nächste Generation bezeichnet. Wird der Vorgang entsprechend oft wiederholt, so kommt es zu einer immer besseren "fitness" der Individuen bzw. einer zunehmenden Anpassung an die Lebensumwelt hinsichtlich der Ausprägung ihrer Eigenschaften und Fähigkeiten. Dabei stellt die Selektion den zielführenden Schritt dar, welcher dem Prozeß eine Entwicklungsrichtung gibt. Die Rekombination sorgt dafür, daß zahlreiche Möglichkeiten der Zusammenstellung von Grundelementen der bereits vorhandenen Fähigkeiten und Eigenschaften ausgeschöpft bzw. untersucht werden; die Mutation erlaubt es letztlich, neue Fähigkeiten und Eigenschaften in den Prozeß einzubringen.

Die grundlegende Übertragbarkeit dieses "heuristischen" Prinzips der Evolution auf Optimierungsprobleme wurde bereits vor über dreißig Jahren erkannt.³²⁹ Erst in den 70er und - mit wachsender Intensität und einer stark ansteigenden Anzahl von Publikationen in den 80er Jahren kam es jedoch zur breiteren Erschließung und Anwendung dieses Gedankengutes. Dabei ließen sich schon bald drei in ihrer Ausgestaltung unterschiedliche Formen der Umsetzung des natürlichen Vorbildes in konkrete Heuristiken beobachten:³³⁰ "Genetische Algorithmen" (GAL), "Evolutionsstrategien" und die "Evolutionäre Programmierung". GAL unterschieden sich zunächst deutlich von den beiden anderen Ansätzen; heute ist jedoch eine zunehmende Integration von erfolgreichen Bausteinen aller drei Denkrichtungen festzustellen.³³¹ - Die GAL stellten ursprünglich Problemlösungen (als Individuen) in Anlehnung an die natürliche genetische Informationsrepräsentation bi-

Vgl. dazu und folgend z.B. MICHALEWICZ (1992), S. VII ff., S. 1 ff.; RETZKO/SCHUMANN (1994), S. 25; SCHWEFEL/HAMMEL/BÄCK (1994), S. 52; RUDOLPH/SCHWEFEL (1994), S. 236.

Vgl. folgend mit dieser Differenzierung z.B. OSMAN/LAPORTE (1996), S. 517 ff. (unter der Bezeichnung "Paradigmen"); RUDOLPH/SCHWEFEL (1994), S. 236 ff.; SCHWEFEL/HAMMEL/BÄCK (1994), S. 51; vgl. auch MICHALEWICZ (1992), S. VII ff., S. 1 ff., insbesondere mit einem Vergleich von GAL und Evolutionären Strategien S. 132 ff.; RETZKO/SCHUMANN (1994), S. 25; REINELT (1994), S. 159 f.

³³¹ Vgl. z.B. MICHALEWICZ (1992), S. 133.

när (d.h. "Chromosomen" als Bitketten) dar; eine phänotypisch orientiertere Repräsentation ist jedoch gleichfalls möglich.332 Eine Fitness-Funktion berechnet aus derselben den Zielerreichungsgrad einer vorliegenden Lösung. Mutationen treten tendenziell nur mit geringer Wahrscheinlichkeit auf und beziehen sich vorrangig auf neu erzeugte Individuen; vermehrte Aufmerksamkeit gilt den verschiedenen Techniken der Rekombination im Rahmen der (zumeist zweigeschlechtlich angelegten) Reproduktion. Die Auswahl von dafür heranzuziehenden Individuen enthält oft stochastische Elemente; jene mit höherer Fitness werden mit größerer Wahrscheinlichkeit als "Eltern" ausgewählt. In den Selektionsprozeß werden gleichfalls Zufallskomponenten einbezogen; die Überlebenschancen von Individuen mit größerer Fitness sind besser. - Evolutionäre Strategien, welche den Evolutionären Programmen bis auf den Selektionsmechanismus sehr ähnlich sind, wurden ursprünglich zur Lösung von Optimierungsproblemen mit realzahligen Parametern (so z.B. bei der Gestaltung von Düsen) entworfen. Daher operieren sie - im Gegensatz zu den GAL - durchgängig mit entsprechenden Zahlenvektoren. Der Mutation wird ein höherer Stellenwert eingeräumt; ihrer komplexen Parametrisierung im Sinne einer "Selbstadaption" (d.h. einer Veränderung der Anfangsparametrisierung im Verfahrensablauf) gilt größere Aufmerksamkeit als der - erst später in die Evolutionären Programme eingeführten - Rekombination. Gleichfalls waren in frühen Varianten auch keine Mutationen zugelassen, welche die "fitness" verschlechtern. Die Selektion schließlich ist deterministisch angelegt; in eine Folgegeneration werden nur die bestangepaßtesten Individuen übernommen. Frühe evolutionäre Strategien operierten sogar mit nur einem einzigen Individuum, welches durch Mutationen verändert wurde.

Ein einfacher (allerdings vermutlich nicht sonderlich leistungsfähiger) GAL zur Lösung des TSP könnte wie nachfolgend beschrieben gestaltet werden:³³³ Als primitive Repräsentation für eine Rundreise im Sinne eines Individuums wird ein ganzzahliger Vektor verwendet, welcher die Städtenummern in ihrer Reihenfolge in der Rundreise aufnimmt.³³⁴ Sodann wird eine Ausgangspopulation mit einer festzulegenden Anzahl zufällig generierter Rundreisen initialisiert. Anschließend werden die folgenden Schritte wiederholt, bis eine vorgegebene Anzahl an Generationen durchlaufen ist oder keine nennenswerten Verbesserungen hinsichtlich der besten realisierten Lösungsqualität mehr festgestellt werden können:

• Rekombination/Reproduktion: Mittels einer Wahrscheinlichkeitsfunktion, welche Individuen mit einer höheren Fitness (d.h. kürzere Rundreisen) deutlich begünstigt, wird eine gerade Anzahl von Individuen (parametrisiert als Anteil der Populationsgröße) als "Eltern" ausgewählt. Diese werden zu Paaren geordnet. Anschließend wird aus den jeweils zwei Rundreisen eines Paares mittels eines Rekombinationsoperators³³⁵ eine neue Rundreise - das "Kind" - erzeugt. Dies könnte z.B. geschehen, in-

³³² Vgl. z.B. MICHALEWICZ (1992), S. 75 ff.

Folgend in Anlehnung an JOHNSON/MCGEOCH (1995), S. 71, Fig. 6 bzw. REINELT (1994), S. 158

Dazu ist anzumerken, daß diese Repräsentation mit erheblichen Nachteilen behaftet ist. Sie wird hier nur zwecks Vereinfachung der Erklärung gewählt; vgl. zu sinnvolleren Repräsentationen für das TSP z.B. MICHALEWICZ (1992), S. 25 f., S. 167 ff.; SCHMITT/AMINI (1995), S. 28; BIERWIRTH (1995), S. 87 ff.

Vgl. zu Rekombinationsoperatoren für das TSP (unter Verwendung sinnvollerer Repräsentationen als der hier gewählten) z.B. WHITLEY/STARKWEATHER/FUQUAY (1989), S. 133 ff.; MICHA-

dem die ersten $\frac{n}{2}$ Städte der Städtefolge des einen Elternteils mit den zweiten $\frac{n}{2}$ Städten der Städtefolge des anderen Elternteils kombiniert werden. Die dabei auftretenden Probleme verdeutlichen allerdings auch bereits die Nachteile der hier gewählten Repräsentation: Es besteht bei einem solchen Vorgehen die Gefahr, daß das "Kind" keine zulässige Rundreise darstellt, weil z.B. bestimmte Städte doppelt und andere gar nicht in der Folge vertreten sind. Entsprechende Fehler könnten zwar durch den Einsatz von "Reparaturalgorithmen", welche die Zulässigkeit der Rundreise wiederherstellen, behoben werden; sinnvoller wäre jedoch der abgestimmte Einsatz von Rekombinationsoperatoren und Repräsentationen, welche von vorneherein die Entstehung unzulässiger Rundreisen unmöglich machen. Für das TSP wurde ein solcher Ansatz z.B. von BIERWIRTH (1995) vorgestellt.³³⁶

- Mutation: Von den nunmehr durch die Rekombination neu geschaffenen Individuen wird ein vorab festgelegter, geringer Anteil folgend einer zufälligen Veränderung unterzogen. Im Gegensatz zur Rekombination läßt sich eine Mutation, die eine zulässige Rundreise bewahrt, recht leicht bewerkstelligen. Es könnte z.B. ein zufällig ausgewählter 2- oder 3-opt-Kantenaustausch vorgenommen werden.³³⁷
- Selektion: Unter der durchaus üblichen Annahme, daß die Populationsgröße konstant gehalten werden soll, ist im Rahmen der Selektion abschließend eine entsprechende Anzahl von Individuen bzw. Rundreisen zu eliminieren. Die zu entfernenden Individuen werden dabei mittels des Einsatzes einer Wahrscheinlichkeitsfunktion ausgewählt, welche Rundreisen mit hoher Fitness bzw. guten Lösungsqualitäten erheblich größere "Überlebenschancen" einräumt als solchen schlechter Lösungsqualität. Damit werden einerseits gute Lösungen begünstigt; andererseits besteht hinsichtlich schlechter Rundreisen, welche auch noch partiell bzw. lokal vorteilhafte Kantenfolgen enthalten mögen, auch eine begrenzte Möglichkeit der Erhaltung und späteren Weiterverwendung derselben. Nach dem Abschluß der Selektion liegt eine neue Generation vor. Sofern nicht ein vorgegebenes Abbruchkriterium erfüllt ist, beginnt der Prozeß erneut mit der Rekombination bzw. Reproduktion.

Die beschriebene, beispielhafte Konkretisierung eines GAL läßt deutlich werden, daß - über die hier nicht näher präzisierte Parametrisierung hinaus (z.B. hinsichtlich der eingesetzten Wahrscheinlichkeitsfunktionen, der Populationsgröße usw.) - zahlreiche Ausgestaltungs- und Variationsmöglichkeiten gegeben sind. So muß, um nur einige Beispiele zu nennen, die Populationsgröße nicht fixiert sein, sondern kann auch dynamisch ausgelegt werden; Rekombination, Mutation und Selektion können nach anderen Schemata ablaufen usw. Des weiteren bestehen Optionen der Kombination mit anderen Metaheuristiken oder klassischen Heuristiken zu Hybridformen.

Hinsichtlich der von ihnen erreichten Lösungsqualitäten bei der Ermittlung von Rundreisen für TSP erweisen sich evolutionäre Algorithmen - und insbesondere GAL - bei sorgfältiger Implementierung und Parametrisierung als zahlreichen Metaheuristiken und klassischen Heuristiken deutlich überlegen bzw. konkurrenzfähig zu den besten derselben.³³⁸

LEWICZ (1992), S. 168 ff.; TANG/LEUNG (1994), S. 180 ff.; DZUBERA/WHITLEY (1994), S. 68 ff.; SCHMITT/AMINI (1995), S. 31 ff.; BIERWIRTH (1995), S. 87 ff.

³³⁶ Vgl. BIERWIRTH (1995), S. 87 ff.

Vgl. zu den Kantenaustauschverfahren Abschnitt 2.3.4.2.

³³⁸ Vgl. z.B. JOHNSON/MCGEOCH (1995), S. 74.

Als problematisch erweist sich in zahlreichen Kontexten praktischer Anwendungen jedoch die Tatsache, daß diese Leistungsfähigkeit auch erhebliche Rechenkapazitäten bzw. sehr lange Rechenzeiten erfordert. Dieselben steigen insbesondere in Abhängigkeit von der Problemgröße rasch an. Es ist zu konstatieren, daß TSP beispielsweise mit weiterentwickelten Varianten des LIN/KERNIGHAN-Algorithmus wesentlich rascher mit vergleichbaren Ergebnissen hinsichtlich der Rundreiselängen gelöst werden können. - Eine Option, diesen Nachteil zu überwinden, bildet die Adaption einer anderen Eigenschaft der natürlichen "Evolutionsheuristik" - dieselbe organisiert die abzuwickelnden Prozesse parallel. Entsprechend bietet sich auch für die evolutionären Prinzipien eine Parallelisierung geradezu an, mit welcher die erforderlichen Rechenzeiten deutlich gesenkt werden können.³³⁹ - Eine andere Option besteht darin, erfolgsdeterminierende Ausgestaltungsmerkmale evolutionärer Algorithmen mit gleichfalls leistungsfähigen klassischen Heuristiken in reduzierter Form so zu kombinieren, daß geringere Laufzeiten realisiert werden. Dafür bietet sich insbesondere der erfolgreiche LIN/KERNIGHAN-Algorithmus an; ein Beispiel für eine gelungene Umsetzung stellt z.B. das "Iterated Lin-Kernighan"-Verfahren von JOHNSON (1990) dar.340

Die verschiedenen Metaheuristiken, von denen hier einige - zur Lösung des TSP nutzbare - knapp vorgestellt wurden, fanden in den letzten zwei Dekaden teilweise enthusiastische Aufmerksamkeit. Obgleich zweifellos beachtliche Erfolge erzielt wurden und darüber hinaus das aus der Natur adaptierte Gedankengut noch zahlreiche wertvolle Anregungen für die Entwicklung zukünftiger Heuristiken birgt, erscheinen diese Verfahren jedoch im Hinblick auf ihre Leistungsfähigkeit hinsichtlich der Lösung des TSP derzeit noch etwas überbewertet. Je hervorragenden Lösungsqualitäten, welche sich mittels der traditionellen Verfahren (insbesondere dem LIN/KERNIGHAN-Algorithmus bzw. dessen Weiterentwicklungen) realisieren lassen, bieten wenig Raum für signifikante Verbesserungen. Hahmen der Zusammenfassung ihrer Erkenntnisse hinsichtlich einer intensiven Untersuchung diverser "Local Search"-Verfahren unter Einschluß von Metaheuristiken kommen JOHNSON/MCGEOCH (1995) zu der Empfehlung, Implementierungen des SA und der GAL nur dann in Erwägung zu ziehen, wenn sehr viel Laufzeit zur Verfügung steht - ansonsten seien "klassische" Heuristiken (und der "iterated Lin-Kernighan"-Algorithmus in jedem Falle) vorzuziehen.

Vgl. z.B. SCHWEFEL/HAMMEL/BÄCK (1994), S. 58; RUDOLPH/SCHWEFEL (1994), S. 236; JOHNSON/MCGEOCH (1995), S. 70 ff.

Vgl. JOHNSON (1990), S. 446 ff.; auch CODENOTTI/MANZINI/MARGARA/RESTA (1993b), S. 257; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 30 f.; REINELT (1994), S. 129 f.; JOHNSON/MC-GEOCH (1995), S. 76 ff.

Vgl. dazu und folgend JOHNSON (1987), S. 525; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 45; REINELT (1994), S. 160; JOHNSON/MCGEOCH (1995), S. 4, S. 93.

In Anlehnung an JOHNSON/MCGEOCH (1995), S. 4.

³⁴³ Vgl. JOHNSON/MCGEOCH (1995), S. 93.

2.4. Die Verwendung von Testproblemen zur Evaluation der Leistungsfähigkeit von Heuristiken im Rahmen dieser Arbeit

Zur Einschätzung der Leistungsfähigkeit der in Abschnitt 5 dieser Arbeit entwickelten Heuristiken zur Lösung des euklidischen, zweidimensionalen TSP wird auf die bereits oben erörterte *empirisch-simulative Analyse* zurückgegriffen.³⁴⁴ Zu diesem Zweck ist die Beschaffung von konkreten TSP erforderlich. Noch im Jahre 1990 beklagte BEASLEY (1990) die mangelnde Verfügbarkeit von standardisierten Testproblemen zum Vergleich von Algorithmen im Operations Research im allgemeinen und regte die Einrichtung einer inzwischen existierenden Bibliothek an, aus welcher solche über das Internet bezogen werden können.³⁴⁵ Für das TSP wurde dieser "Notstand" durch die Initiative REINELTs behoben, der den auf diesem Gebiet forschenden Personen und Institutionen - gleichfalls via Internet - "A Traveling Salesman Problem Library" (TSPLIB) zur Verfügung stellt.³⁴⁶ Die Nutzung der TSPLIB zwecks Evaluation neuer Heuristiken zur Lösung des TSP ist noch nicht allzu verbreitet,³⁴⁷ sollte aber stets - ggf. in Ergänzung zu anderen Testmethoden - gefordert werden,³⁴⁸ da sie dazu beiträgt, die Vergleichbarkeit der Leistungsfähigkeit heuristischer Verfahren zu erhöhen.

In der TSPLIB finden sich Datensätze für knapp über 100 symmetrische TSP (mit unterschiedlichen Distanzfunktionen; überwiegend allerdings euklidische, zweidimensionale Probleme), ca. 30 asymmetrische TSP sowie einige verwandte Problemstellungen (z.B. Tourenplanungsprobleme). 349 Für das euklidische, zweidimensionale TSP, auf welches sich die Ausführungen in den Abschnitten 4 und 5 fokussieren, sind Probleme mit zwischen n = 51 und n = 18.512 Städten unter Angabe der Städtekoordinaten verfügbar. Für diese sind sämtlich die mittels Verfahren der polyedrischen Kombinatorik ermittelten optimalen Rundreiselängen oder - ersatzweise - untere und obere Schranken für die Länge der optimalen Rundreise angegeben. Desgleichen werden für einige dieser Probleme die Städtefolgen in der optimalen Rundreise bereitgestellt.

Im Rahmen dieser Arbeit werden nunmehr drei Gruppen von Testproblemen eingesetzt. Gruppe I besteht aus zufällig erzeugten TSP; die Probleme der Gruppen II und III sind der TSPLIB REINELTs entnommen.

Die Probleme der *Gruppe I* wurden für diese Arbeit mittels eines Zufallsgenerators neu erzeugt. Es handelt sich um einhundert TSP mit jeweils 15 Städten (n = 15). Die Städte eines Problems wurden zunächst auf einer quadratischen Fläche mit einer Kantenlänge

Vgl. zur empirisch-simulativen Analyse bzw. entsprechenden Literaturquellen Abschnitt 2.3.4.1

Vgl. BEASLEY (1990); die "OR Library" wird an der Management School, Imperial College, London, unterhalten. Vgl. zu den Schwierigkeiten bei der Beschaffung von Testproblemen auch BERENS (1992), S. 143 ff.

Vgl. folgend REINELT (1990a); REINELT (1991a); REINELT (1991d), S. 376 ff.; REINELT (1995).

Vgl. z.B. SUN/MEAKIN/JØSSANG (1993), S. 241; JOHNSON/MCGEOCH (1995), S. 11; SCHMITT/AMINI (1995), S. 62; KRASNOGOR/MOSCATO/NORMAN (1995); ZWEIG (1995), S. 1054 f.; RENAUD/BOCTOR/LAPORTE (1996), S. 141 f.; RENAUD/BOCTOR (1998), S. 576 ff.

³⁴⁸ Vgl. in diesem Sinne z.B. auch BERENS (1992), S. 151 f.

Alle Angaben auf der Basis von REINELT (1995) (TSPLIB 95).

von 100 Entfernungseinheiten [EE]³⁵⁰ plaziert. Die generierten *x*- und *y*-Koordinatenwerte unterlagen dabei einer Gleichverteilung; nur ganzzahlige Koordinaten waren zulässig. Mittels eines verkürzten Enumerationsverfahrens erfolgte anschließend die Bestimmung der optimalen Rundreisen bzw. deren Länge. Auf diese TSP der Gruppe I wird im Verlaufe der weiteren Ausführungen unter Bezeichnung der einzelnen Probleme als "15_001" bis "15_100" referiert.

Mit der Erzeugung der TSP der Gruppe I werden zwei konkrete Zwecke verfolgt: Zum ersten ist die Abwicklung der einzelnen Schritte eines heuristischen Verfahrens im Rahmen einer graphischen Visualisierung bei kleineren Problemen besser nachvollziehbar. In diesem Sinne wurden die TSP der Gruppe I beim Entwurf und der Verbesserung der in Abschnitt 5 vorgestellten Heuristiken laufend zur Analyse eingesetzt. Zum zweiten erwies es sich für einige der im Abschnitt 4 angestellten Untersuchungen als notwendig, sämtliche Rundreisen für Testprobleme zu generieren, die vollständig aus Kanten der dort eingeführten Delaunay-Struktur bestehen.³⁵¹ Dies wäre für größere TSP ein hoffnungsloses Unterfangen. Entsprechend bestand ein Bedarf an kleinen Problemen, für welche sich diese Aufgabe mit der verfügbaren Hard- und Software noch in vertretbarer Zeit durch den Einsatz eines speziellen Entscheidungsbaumverfahrens lösen ließ.

Beim Einsatz der TSP der Gruppe I bleibt im weiteren stets zu bedenken, daß diese zum einen aufgrund ihrer geringen Größe wie auch zum anderen aufgrund ihrer - durch den gleichartigen Modus ihrer Erzeugung bedingten - Strukturähnlichkeit (im Gegensatz zu den Problemen der Gruppen II und III) bei Analysen nur eine beschränkte Aussagefähigkeit gewährleisten können. Die Übertragbarkeit bzw. Verallgemeinerungsfähigkeit der anhand ihrer Untersuchung gewonnenen Erkenntnisse ist folglich als eher gering einzuschätzen.

Die Testprobleme der *Gruppen II* und *III* entstammen der TSPLIB REINELTs. Es handelt sich um beinahe sämtliche in derselben verfügbare euklidische zweidimensionale TSP mit zwischen n=51 und n=1.084 Städten. Die Wahl dieser Größenspanne ergab sich aufgrund der durch die eingesetzte Hard- und Software bedingten Restriktionen. Aus diesen TSP wurden - etwas willkürlich - zwei Gruppen gebildet: Zum einen die Gruppe II mit 35 TSP, die sich aus tendenziell "kleinen" Problemen zusammensetzt, und zum zweiten die Gruppe III mit 14 TSP, welche die tendenziell "größeren" Probleme umfaßt. Tab. 1 führt die den Gruppen zugeordneten TSP auf. Das größte Problem in der Gruppe II ist LIN318 mit n=318 Städten; sämtliche TSP mit höherer Städtezahl finden sich in Gruppe III.

Sämtliche Distanzen bzw. Rundreiselängen werden hier - insbesondere bezüglich der aus der TSPLIB übernommenen realen Probleme in den Gruppen II und III, bei denen teilweise originäre Distanzdimensionen (z.B. als Kilometer, Meilen, Milliinches etc.) in der Literatur aufgefunden werden können - dimensionsneutral in "Entfernungseinheiten" [EE] angegeben.

Vgl. zum Begriff der Delaunay-Struktur Abschnitt 4.2.1.

Bei den hier nicht in die gebildeten Gruppen einbezogenen TSP innerhalb dieser Größenspanne handelt es sich (Datenbasis TSPLIB 95; vgl. REINELT (1995), S. 9 ff.) um die Probleme PR1002, TS225 und TSP225. Letztere beiden TSP wurden aufgrund ihrer spezifischen Struktur (Nachbildung der Buchstaben "TSP" durch die Positionierung der Städte im Raum) bewußt ignoriert; das Problem PR1002 wurde übersehen.

Vgl. dazu detaillierter die Ausführungen in den Abschnitten 4.2.4.5, 5.3.1.2 und 5.3.1.3.

TSP-Gruppe II	n
EIL51*	51
BERLIN52*	52
ST70*	70
EIL76*	76
PR76*	76
RAT99	99
KR100A*	100
KR100B	100
KR100C*	100
KR100D*	100
KR100E	100
RD100*	100
EIL101*	101
LIN105*	105
PR107	107
PR124	124
BIER127	127
CH130*	130
PR136	136
PR144	144
CH150*	150
KR150A	150
KR150B	150
PR152	152
U159	159
RAT195	195
D198	198
KR200A	200
KR200B	200
PR226	226
GIL262	262
PR264	264
A280*	280
PR299	299
LIN318	318

TSP-Gruppe III	n
RD400	400
FL417	417
PR439	439
PCB442*	442
D493	493
U574	574
RAT575	575
P654	654
D657	657
U724	724
RAT783	783
DSJ1000	1.000
U1060	1.060
VM1084	1.084

Tab. 1: Im Rahmen dieser Arbeit herangezogene Testprobleme (zweidimensionale euklidische TSP) aus der TSPLIB REINELTs: Problembezeichnung nach TSPLIB, Größe *n* in Städten; Einteilung in die Gruppen II und III (*: Folge der Städte in der optimalen Rundreise in der TSPLIB angegeben; graue Schattierung: Bildung einer Untergruppe zur Gruppe III).

Der Herkunft der ausgewählten Testprobleme wird hier nicht detailliert nachgegangen; sie ist z.B. in REINELT (1990a) und REINELT (1991a) eingehend dokumentiert.³⁵⁴ Zusammenfassend läßt sich anmerken, daß die Auswahl die meisten aus der Literatur bekannten "klassischen" Standardtestprobleme umfaßt.³⁵⁵ Diese lassen sich zum Teil auf

Vgl. REINELT (1990a), S. 10 ff.; REINELT (1991a), S. 2 ff. Soweit die namentliche Kennzeichnung der TSP (die im Rahmen dieser Arbeit nur für die Probleme KRO... geringfügig von jener der TSPLIB abweicht) in der TSPLIB unterschiedlich zu früheren Benennungen in der Literatur gewählt wurde, wird dies bei REINELT (1990a), S. 14 und REINELT (1995), S. 15 angegeben.

Wie z.B. das TSP LIN318 von LIN/KERNIGHAN (1973), S. 512 oder die von KROLAK/FELTS/ MARBLE (1971), S. 327 ff. generierten Probleme (KRO...).

reale Problemstellungen zurückführen; viele dieser TSP sind z.B. "Drilling Problems" (wie LIN318), bei denen die "Städte" (bzw. die zu bohrenden Löcher) in bestimmten Mustern angeordnet sind. Abb. 4 in Abschnitt 3.3.7.3 gibt ein solches wieder. BIER127 stellt das sicherlich nicht mehr ganz so realitätsnahe Problem der Bestimmung einer Rundreise durch 127 Biergärten in der Region Augsburg dar. Viele andere TSP schließlich wurden "künstlich" (zumeist durch eine zufällige Plazierung von Städten im zweidimensionalen Raum nach verschiedenen Modi) zu Testzwecken generiert; so z.B. sämtliche mit den Buchstaben "KRO..." im Namen beginnenden Probleme.

Hinsichtlich ihrer Struktur - im weiteren verstanden als die Art der Anordnung der Städte eines TSP im zweidimensionalen Raum - erweisen sich die ausgewählten Probleme als recht heterogen: In manchen Fällen liegen die Städte z.B., wie bei den "Drilling Problems", in bestimmten Mustern geordnet vor; in anderen gleichverteilt über die Fläche (wie z.B. bei GIL262), in wieder anderen ballen sie sich im Raum zu Clustern. Aus dieser Strukturheterogenität der Testprobleme resultieren Vor- und Nachteile: Als Vorteil ist z.B. zu nennen, daß eine Heuristik bei Anwendung auf diese TSP ihre Leistungsfähigkeit an recht verschiedenen Problemtypen nachweisen kann. Als wesentlicher Nachteil steht dem gegenüber, daß die statistische Aussagefähigkeit von Verdichtungen - z.B. hinsichtlich der mittels einer Heuristik erzielten Lösungsqualitäten über sämtliche Testprobleme sich konkret auf den vorliegenden "Strukturmix" bezieht. Damit wird die Verallgemeinerungsfähigkeit eingeschränkt: Für ein valideres Vorgehen wäre es zunächst notwendig, eindeutige Abgrenzungskriterien für "Strukturklassen" zu entwickeln - dies dürfte allerdings bereits schwerfallen.³⁵⁹ Sodann müßte in jeder Strukturklasse eine - aus statistischer Sicht - hinreichende Anzahl von TSP mit einer zu untersuchenden Heuristik gelöst werden. Allein so wäre es möglich, verläßliche Aussagen bezüglich der Leistungsfähigkeit eines heuristischen Verfahrens unter Berücksichtigung der Determinante "Struktur" zu treffen. - Es bleibt festzuhalten, daß bei der Interpretation der im weiteren Verlauf der Arbeit präsentierten empirischen Untersuchungsergebnisse stets der zugrundeliegende "Strukturmix" der Testprobleme bedacht werden muß.

Um die vollständige Nachvollziehbarkeit der Ausführungen in den weiteren Abschnitten dieser Arbeit zu sichern, erweisen sich hinsichtlich der aus der TSPLIB REINELTs bezogenen Testprobleme einige weitere Anmerkungen als notwendig:

• *Problemübernahme:* Die in der TSPLIB vorgefundenen *x*- und *y*-Koordinatenwerte der Städte wurden weitgehend unverändert übernommen. Insbesondere wurde auch die Reihenfolge, in welcher die Städte in den Dateien der TSPLIB erscheinen, beibehalten.³⁶⁰ Abweichungen von diesem Vorgehen betreffen die folgenden TSP:

Vgl. detailliert Abschnitt 3.3.7.3. Beim "Drilling Problem" sind in eine Platine die Löcher zu bohren, welche später die elektronischen Komponenten oder Verbindungen zwischen den Layern aufnehmen. Die Steuerung des eingesetzten Werkzeugs während des Bohrvorgangs stellt ein TSP dar.

Vgl. den Kommentar zu BIER127 in der TSPLIB REINELT's.

³⁵⁸ Vgl. KROLAK/FELTS/MARBLE (1971), S. 332 f.

Vgl. mit einem solchen Ansatz z.B. SCHMITT/AMINI (1995), S. 62 ff.; mit ähnlicher Argumentation auch BERENS (1992), S. 144 f.

Beim Entwurf heuristischer Verfahren im Abschnitt 5 wird aufgezeigt, daß die Reihenfolge, in welcher die Städte eines TSP im Rahmen einer Heuristik in die Betrachtung einbezogen werden, Einfluß auf die resultierenden Ergebnisse (z.B. die Lösungsqualität) haben kann.

- GIL262: Es wurden jeweils 110 [EE] zu den x- und den y-Koordinatenwerten addiert, um durchgängig positive Koordinatenwerte verarbeiten zu können.
- LIN105, LIN318: Diese beiden Probleme werden hier als TSP, nicht als Probleme der Ermittlung kürzester Hamiltonischer Pfade, gelöst.
- A280: Die Stadt Nr. 172 nach TSPLIB weist die gleichen Koordinaten wie die Stadt Nr. 171 auf. Da dies im Rahmen einer TSP-Formulierung wenig sinnvoll erscheint, wurde die Stadt Nr. 172 entfernt; die nachfolgenden Städte wurden entsprechend umnumeriert. Damit reduziert sich n auf n = 279. Das TSP wird jedoch um unnötige Diskrepanzen zur Literatur zu vermeiden weiterhin als "A280" geführt und mit n = 280 ausgewiesen. Die sich durch ein solches Vorgehen ergebenden Verzerrungen bei den nachfolgenden Untersuchungen sind nur marginal bzw. weisen zumeist bereits nicht mehr valide quantifizierbare Größenordnungen auf.
- Länge der optimalen Rundreisen: REINELT gibt in der TSPLIB zu sämtlichen hier ausgewählten TSP die Länge der optimalen Rundreisen an. Letztere wurden in der überwiegenden Anzahl der Fälle mittels der Verfahren der polyedrischen Kombinatorik bestimmt. Dabei ist jedoch zu beachten, daß diese Rundreiselänge wie auch die optimale Rundreise selbst unter Verwendung einer speziellen, von der einfachen euklidischen Distanz abweichenden Distanzfunktion ermittelt wurde:³⁶¹

$$d_{i,j} = \text{nint}\left(\sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} + 0.5\right)$$

Die Funktion "nint (x)" rundet dabei x auf die nahestliegende ganze Zahl auf oder ab; bei Indifferenz wird aufgerundet. Damit entspricht die ausgewiesene Rundreiselänge allerdings nicht mehr der summierten Länge sämtlicher in ihr erscheinenden Kanten bei Bewertung mit der reinen euklidischen Distanz

$$d_{i,j} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}$$
.

Zwecks Berücksichtigung der resultierenden Abweichung wird die von REINELT in der TSPLIB angegebene optimale Rundreiselänge im Rahmen dieser Arbeit als "OLN" ("optimal length noted [in TSPLIB]") bezeichnet. Wird die Länge der optimalen Rundreise auf Basis der reinen euklidischen Distanz mittels der in der TSPLIB angegebenen optimalen Städtefolge berechnet, so wird sie unter dem Begriff "OLC" ("optimal length calculated") ausgewiesen. Für die einhundert TSP der Gruppe I gilt darüber hinaus, daß die als "OLC" ausgewiesene Länge der optimalen Rundreise auf Basis der optimalen Städtefolge, die mittels eines verkürzten Entscheidungsbaumverfahrens unter Berücksichtigung der reinen euklidischen Distanz ermittelt wurde, bestimmt wird. Mittels heuristischer Verfahren generierte Rundreisen werden schließlich stets mit der reinen euklidischen Distanz bewertet. Die Aussage, daß eine

Vgl. z.B. REINELT (1990a), S. 7; REINELT (1995), S. 6. Es ist anzumerken, daß diese vereinfachende Verwendung von ganzzahligen Distanzwerten bereits eine lange Tradition besitzt; bereits DANTZIG/FULKERSON/JOHNSON (1954), S. 394 nahmen entsprechende Modifikationen vor. Beim Einsatz der DV im Rahmen späterer Arbeiten erwies sich ein entsprechendes Vorgehen zur Einsparung von Speicherplatz und Vermeidung von numerischen Problemen als nützlich; vgl. auch JOHNSON/PAPADIMITRIOU (1985a), S. 60 f.

mit einem heuristischen Verfahren erzeugte Rundreise eine Lösungsqualität von "5% > OLN" aufweist, bedeutete folglich, daß sie 5% länger ist als die in der TSPLIB als optimal ausgewiesene Rundreiselänge.

Folge der Städte in der optimalen Rundreise: Für einige Probleme wird in der TSPLIB die Folge der Städte in der optimalen Rundreise angegeben. Die entsprechenden TSP aus den Gruppen II und III sind in Tab. 1 durch ein Sternchen hinter der Problembezeichnung markiert. Für diese ist entsprechend den obigen Ausführungen zunächst festzustellen, daß sich bei der Bewertung dieser Städtefolgen mit der reinen euklidischen Distanzfunktion für die jeweiligen Probleme OLN ≠ OLC ergibt.362 Des weiteren ist anzumerken, daß die Optimalität dieser Rundreisen nur unter der oben erläuterten modifizierten Distanzfunktion der TSPLIB gilt. Für die reine euklidische Distanzfunktion müssen diese Städtefolgen nicht zwangsläufig auch die bestmöglichen sein. Dies wird z.B. am TSP ST70 deutlich, bei welchem die in der TSPLIB vermerkte optimale Rundreise einander kreuzende Kanten enthält. Gleichfalls kann man z.B. auch für das TSP EIL51 zeigen, daß sich die angegebene Rundreise noch verkürzen läßt. Es kann jedoch angenommen werden,³⁶³ daß ein Großteil der in den optimalen Städtefolgen nach der TSPLIB genutzten Kanten auch in den optimalen Rundreisen unter der reinen euklidischen Distanzfunktion enthalten ist. Unter dieser Prämisse werden die Untersuchungen im Abschnitt 4.3 durchgeführt.

Es wurden bereits oben durch die eingesetzte Hard- und Software bedingte Restriktionen hinsichtlich der Größe der verarbeitbaren TSP erwähnt.³⁶⁴ Auf diese ist es auch zurückzuführen, daß einige der im Abschnitt 5 entwickelten Heuristiken nicht mit sämtlichen Problemen der Gruppe III getestet werden konnten. Es wird daher in Abschnitt 5 zeitweise nur mit einem Ausschnitt aus der Gruppe III ("Gruppe III tw.") gearbeitet. Die Problembezeichnungen der dabei vernachlässigten TSP aus derselben sind in Tab. 1 grau hinterlegt.

Zur Repräsentation der Distanzmatrix der hier bei der Evaluation von Heuristiken eingesetzten TSP in den entwickelten Programmen bleibt abschließend der Nachvollziehbarkeit der Rechenzeiten halber anzumerken, daß keine vollständige Distanzmatrix berechnet und im Ablauf des heuristischen Verfahrens vorgehalten wird. Vielmehr werden konkrete Distanzen immer erst zu dem Zeitpunkt aus den Koordinaten der beiden entsprechenden Städte bestimmt, in welchem sie benötigt werden. Dies schließt allerdings nicht aus, daß einzelne Distanzwerte kurzfristig zwischengespeichert werden, sofern ein solches Vorgehen im Programmablauf zweckmäßig erscheint.

³⁶² Vgl. z.B. Tab. 24 in Abschnitt 5.3.1.2 sowie Tab. 36 und Tab. 37 in Abschnitt 5.3.1.3.

Ein Versuch, die in der TSPLIB angegebenen optimalen Städtefolgen durch verschiedenste Heuristiken unter Berücksichtigung der reinen euklidischen Distanzfunktion zu verbessern, führt nur in Einzelfällen und bzgl. kurzer Kantenfolgen in den Rundreisen zu Erfolgen. Zwei Beispiele werden oben genannt.

Vgl. dazu detaillierter die Ausführungen in den Abschnitten 4.2.4.5, 5.3.1.2 und 5.3.1.3.

3. Anwendungen des Traveling-Salesman-Problems

3.1. Einführung

Christos Papadimitriou wird der Ausspruch zugeschrieben, das TSP sei weniger ein Problem als eine Leidenschaft.¹ Tatsächlich weist es Attribute auf, die Mathematiker zu faszinieren vermögen: Seine Formulierung fällt leicht und ist sehr anschaulich sowie jedem Laien verständlich. Andererseits widersetzt sich das Problem aufgrund seiner NP-Vollständigkeit dem Versuch, ein effizientes optimales Lösungsverfahren oder ein befriedigendes Näherungsverfahren mit einer Qualitätsgarantie zu entwickeln. Der Entwurf leistungsfähiger heuristischer Algorithmen ist ein breites Forschungsfeld, welches Wissenschaftler aus zahlreichen Disziplinen beschäftigt.²

Der Wunsch nach Erkenntnisfortschritt sowie die intellektuelle Neugier allein bieten bereits einen erheblichen Anreiz, sich mit einer Problemstellung "l'art pour l'art" zu beschäftigen - als Beispiel sei die Fermat'sche Vermutung genannt. Eine ungleich höhere Motivation läßt sich jedoch im allgemeinen feststellen, wenn die jeweilige Problemstellung in der Praxis auftritt und ihre Bewältigung nennenswerte ökonomische Vorteile birgt. In diesem Sinne ist die Beschäftigung der Betriebswirtschaftslehre (im Rahmen der Teildisziplin Operations Research) mit dem TSP ein deutlicher Beleg dafür, daß eine ökonomische Relevanz desselben vorliegt.³ Auch wenn es nur wenige Handlungsreisende geben mag, die nach seiner Lösung verlangen, so läßt sich doch eine Vielzahl ökonomisch durchaus belangvoller Reihenfolgeprobleme auf das TSP zurückführen. Es ist das Anliegen dieses Abschnitts, die praktische Relevanz des TSP zu verdeutlichen und einen Einblick in seine zahlreichen Erscheinungsformen in der Realität zu geben.

Bemerkenswert ist dabei insbesondere die Heterogenität der entsprechenden praktischen Problemstellungen.⁴ Im streng betriebswirtschaftlichen Kontext können TSP in den unterschiedlichsten betrieblichen Funktionsbereichen wie auch Branchen identifiziert werden. Der Natur des Problems entsprechend konzentrieren sich die Erscheinungen in den Bereichen Produktion und Logistik. Darüber hinaus gibt es zahlreiche Anwendungen in anderen (teilweise nicht ökonomischen) Kontexten, so z.B. die Datierung von archäologischen Funden, den Entwurf von Dartboards oder die Festlegung von Meßsequenzen in der Röntgenkristallographie.

Zitiert nach BENTLEY (1984), S. 87; der englische Begriff "addiction" könnte auch mit "Sucht" übersetzt werden; vgl. ähnlich REINELT (1994), S. V.

Vgl. z.B. HOFFMAN/WOLFE (1985), S. 1 ff.; GARFINKEL (1985), S. 17; kritisch dazu JOHNSON (1987), S. 525; MELAMED/SERGEEV/SIGAL (1989a), S. 1147 ff.; MELAMED/SERGEEV/SIGAL (1989b), S. 1303 ff.; MELAMED/SERGEEV/SIGAL (1989c), S. 1459 ff.; LAPORTE (1992a), S. 231 ff.; kritisch dazu auch GRÖTSCHEL/PADBERG (1993), S. 14; JÜNGER/REINELT/THIENEL (1993), S. 1 f.; JOHNSON/MCGEOCH (1995), S. 3 ff. Die Kritiker bemängeln zumeist das Engagement von "Amateuren".

Vgl. anders z.B. HOFFMAN/WOLFE (1985), S. 1; desgleichen KARP, zitiert in SPRESSER (1989), S. 827 f.; mit der gleichen Ansicht wie oben vgl. z.B. MÜLLER-MERBACH (1970), S. 65 f.; WEBB (1971), S. 49 ff.; LENSTRA/RINNOOY KAN (1975), S. 717 ff.; BURKARD (1979), S. 193; GARFINKEL (1985), S. 17 f.; REINELT (1994), S. 1, S. 35.

⁴ Vgl. auch GARFINKEL (1985), S. 18.

Im weiteren wird daher im Abschnitt 3.2 zunächst ein Vorschlag unterbreitet, wie das breite Spektrum der Anwendungsfälle des "klassischen TSP"⁵ klassifiziert werden könnte. Die Anwendungen werden anschließend, der gewählten Klassifikation folgend, in den Abschnitten 3.3 und 3.4 dargestellt. Dabei stehen insbesondere folgende Aspekte im Vordergrund:

- Die Beschreibung der realen Problemstellung unter Berücksichtigung des ökonomischen Umfeldes (soweit ein solches gegeben ist, ansonsten allgemein des Problemkontextes),
- die Formulierung des entsprechenden TSP, insbesondere die Bildung der situationsadäquaten Distanzfunktion bzw. Maßgrößen,
- die Einordnung des identifizierten TSP in die Familie der TSP,
- die Nennung der angewandten Verfahren zur Bewältigung der realen Problemstellung,
- die dabei zu verzeichnenden Erfolge einerseits bezüglich der Lösung des identifizierten TSP, andererseits bezüglich der realen Problemstellung und letztlich
- die im Rahmen des Problemlösungsprozesses auftretenden Schwierigkeiten.

Dabei erhebt die nachstehende Darstellung von Anwendungen selbstverständlich keinen Anspruch auf Vollständigkeit. Es handelt sich lediglich um eine Auswahl der in der Literatur dokumentierten Fallbeispiele. Sie beschränkt sich zudem nicht auf solche Anwendungen, die einen direkt ökonomischen Kontext aufweisen: Dies würde eine wenig sinnvolle Eingrenzung des Betrachtungsfeldes bedeuten. Zudem könnte eine Anwendung, die hier in einem nicht ökonomischen Zusammenhang erscheint, in gleicher formaler Prägung in anderem Kontext durchaus von ökonomischer Bedeutung sein. - Letztlich gilt darüber hinaus, daß natürlich sämtliche angesprochenen Anwendungen im weiteren Sinne einen ökonomischen Aspekt aufweisen, da zumeist ein Einsatz von Ressourcen in Verhältnis zu einem erzielbaren Output betrachtet wird.⁶

Abschnitt 3.5 faßt schließlich die speziellen Aspekte und Probleme zusammen, die sich bei der Überführung realer Problemstellungen in ein TSP ergeben. Des weiteren wird versucht, aus den dargestellten Anwendungen Schlüsse bezüglich der Anforderungen der Praxis an Verfahren zur Lösung des TSP zu ziehen.

Bevor folgend mit dem Versuch der Klassifikation begonnen wird, ist noch eine Marginalie zum Sprachgebrauch anzubringen. Dieser Abschnitt ist mit dem Titel "Anwendungen des Traveling-Salesman-Problems" überschrieben. Damit lehnt er sich an den Sprachgebrauch in der überwiegend englischsprachigen Literatur an, in welcher fast ausschließlich von "applications" die Rede ist. Selbstverständlich kann ein *Problem* nicht

Damit werden spezielle Unterfälle des TSP, wie z.B. des Bottleneck-TSP, von den folgenden Darstellungen *weitgehend*, aber nicht vollständig ausgeschlossen. Abschnitt 3.3.2 geht lediglich auf einige Variationen des klassischen TSP ein.

Vgl. auch Abschnitt 3.5.

Vgl. z.B. FLOOD (1956), S. 64 f.; BELLMORE/NEMHAUSER (1968), S. 551; LENSTRA/RINNOOY KAN (1975), S. 717 ff.; HOFFMAN/WOLFE (1985), S. 1; GARFINKEL (1985), S. 18 ff.; MELAMED/SERGEEV/SIGAL (1989a), S. 1152 ff.; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 7 ff.; REINELT (1994), S. 31 ff.

"angewandt" werden; es kann lediglich vorliegen und es können Verfahren zu seiner Lösung *angewandt* werden. In diesem Bewußtsein wird der Begriff der "Anwendung" - mithin weniger dem korrekten Wortsinn als der in der Literatur geprägten Bedeutung folgend - im weiteren verwendet.

3.2. Vorschlag einer Klassifikation

Werden in der Literatur reale Erscheinungsformen des TSP vorgestellt, so geschieht dies ausschließlich in Form einer ungeordneten Aufzählung.⁸ Ein Versuch, die verschiedenen Anwendungen sinnvoll zu klassifizieren, fehlt bislang. Eine solche Einteilung der Menge aller Anwendungen in Teilmengen, in welchen eine höhere Homogenität bezüglich gemeinsamer Merkmale der Elemente herrscht als zwischen den Teilmengen, kann zum einen das Arbeitsfeld überschaubarer machen. Zum anderen kann eine solche Klassifikation helfen, bislang nicht beachtete Beziehungen zwischen den Anwendungen aufzuzeigen und die Übertragbarkeit von Verfahrensweisen (z.B. Lösungsverfahren, Problemformulierungen) offenbaren, wie z.B. im Abschnitt 3.4.6 anhand einer Anwendung in der Glasindustrie illustriert werden soll.

Diesem Nutzen einer Klassifikation stehen die erheblichen Schwierigkeiten einer wie auch immer gearteten Ordnung der Anwendungsfälle gegenüber. Über die grundsätzliche Eigenschaft eines TSP hinaus, daß eine Reihung von Objekten vorzunehmen ist, scheinen zunächst sehr wenige Gemeinsamkeiten und eine geringe Sachlogik vorhanden zu sein. Identifizierbare Klassifikationskriterien (wie z.B. die Gestalt der zu berücksichtigenden Distanzmatrix oder die Frage, ob die Distanzen aus einer Transformation bzw. Modifikation der zu reihenden Objekte oder eines Metaobjektes hervorgehen) zeigen eine hohe Ambiguität und erweisen sich bei näherer Betrachtung zumeist als wenig trennscharf bzw. nützlich.

Als geeignetes Klassifikationskriterium hat sich im Rahmen dieser Arbeit die bei verschiedenen Anwendungsfällen verwendete Distanzfunktion erwiesen. In jenen Fällen, in welchen Distanzen zwischen zu reihenden Objekten nicht mehr direkt ausgewiesen werden können, ist sie durch die Maßgröße für die Bestimmung der Vorteilhaftigkeit einer vollständigen Permutation zu ersetzen. Dabei impliziert der Begriff der "Distanz" bereits ein räumliches Denken. Von dieser Vorstellung ist jedoch Abstand zu nehmen. Allgemein gefaßt ist unter der Distanz zweier zu reihender Objekte der Beitrag des Erscheinens ihrer direkten Folge in einer Permutation aller Objekte zu einem zu minimierenden (zu maximierenden) Zielwert zu verstehen. Dieser kann sowohl einen räumlichen ("Länge einer Rundreise") als auch einen beliebigen anderen (z.B. ökonomisch: Kosten, Gewinn)

Vgl. z.B. LENSTRA/RINNOOY KAN (1975), S. 717 ff.; GARFINKEL (1985), S. 18 ff.; LA-PORTE (1992a), S. 231 f.; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 7 ff.; REINELT (1994), S. 31 ff.; Ansätze einer Ordnung nach der Art der verwandten Distanzmatrizen finden sich z.B. bei ME-LAMED/SERGEEV/SIGAL (1989a), S. 1152 ff.

Charakter haben.⁹ In diesem Sinne erfolgt zunächst eine Einteilung der Anwendungen in zwei Grundklassen:

• Zur Klasse I zählen all jene Anwendungen, in welchen sich die Distanzfunktion bzw. die ihr entsprechende Maßgröße auf räumliche Distanzen zurückführen läßt. Dabei ist es unerheblich, ob die räumlichen Distanzen über eine wie auch immer geartete Funktion (zumeist proportional) einer Bewertung (z.B. Zeit-, Kosten- oder Risikogrößen) unterliegen. Die erhebliche Anzahl der in diese Klasse einzuordnenden Anwendungen zeigt auf, daß das räumlich orientierte "Klischee" des Handlungsreisenden - wenngleich in zahlreichen Variationen - doch eine erhebliche Bedeutung besitzt.

Innerhalb der Klasse I läßt sich noch einmal eine Ordnung eines Großteils der Anwendungen nach einem weiteren Merkmal vornehmen: Dieselben können auf einem Kontinuum angeordnet werden, in welchem die Extrema sehr große bzw. sehr geringe räumliche Distanzen darstellen. So gehört z.B. die Tourenplanung zu jenen Anwendungen, bei denen größere Distanzen zu berücksichtigen sind, wohingegen die Planung der Reihenfolge der Erstellung von Bohrlöchern auf einer Platine eher dem anderen Ende des Kontinuums zuzuordnen ist. Zwischen den beiden Extrema sind beispielsweise innerbetriebliche Transportvorgänge anzusiedeln. Die Bildung eines solchen Kontinuums mag vordergründig trivial erscheinen; aus pragmatischer Sicht gibt dasselbe jedoch zumindest eine Reihenfolge der Darstellung vor. Zudem wird deutlich, daß eine ganze Reihe von Anwendungsfällen in ähnlicher Position im Kontinuum sich vielleicht hinsichtlich ihrer Äußerlichkeiten unterscheiden mag, sich aber doch letztlich auf einen einzigen Problemtyp zurückführen läßt. So können z.B. Anwendungen im Rahmen der Tourenplanung oder im Rahmen der Steuerung verschiedener Typen von Werkzeugmaschinen als homogenere Cluster aufgefaßt werden.

• Die Klasse II nimmt all jene Anwendungen auf, deren Distanzfunktion nicht räumlich orientiert ist. Während die Fälle aus Klasse I zumeist einige grundlegend übereinstimmende Eigenschaften besitzen, ist hier eine erhebliche Heterogenität gegeben. Der Versuch, die Klasse II in Unterklassen einzuteilen, scheitert. Es gelingt lediglich zuweilen, Gruppen ähnlicher Fälle zu erkennen - z.B. all jene, bei denen die Distanzen aus Charakteristika der zu reihenden Objekte abgeleitet werden, die dazu zwingen, ein Metaobjekt einer distanzbegründenden Modifikation zu unterziehen. Hier wäre u.a. das als klassisches TSP identifizierte Problem der Produktionsreihenfolge von Aufträgen, Sorten usw. bei Umrüstkosten einzuordnen. - Unter die Klasse II fallen allerdings noch zahlreiche weitere Anwendungen, für welche andere Distanzmaße herangezogen werden, so z.B. zeitliche, risiko- oder ähnlichkeitsorientierte Größen.

Dieses läßt sich auch als Begründung dafür heranziehen, daß in der angloamerikanischen Literatur oft nicht von "Distanzen", sondern allgemeiner von Kosten bzw. Kostenmatrizen die Rede ist, vgl. z.B. bereits LIN (1965), S. 2245 ff.; des weiteren z.B. ROTHKOPF (1966), S. 532 f.; GAUNT (1968), S. 45 ff.; CHRISTOFIDES (1970), S. 689 ff.; HELD/KARP (1970), S. 1138 ff.; BELL-MORE/MALONE (1971), S. 279; NORBACK/LOVE (1977), S. 1208 ff.; GUPTA (1978), S. 243; GOLDEN/BODIN/DOYLE/STEWART (1980), S. 695 ff.; SPRESSER (1989), S. 827 ff.; MELA-MED/SERGEEV/SIGAL (1989a), S. 1147 ff.; MELAMED/SERGEEV/SIGAL (1989b), S. 1303 ff.; MELAMED/SERGEEV/SIGAL (1989c), S. 1459 ff.; LAPORTE (1992a), S. 231 ff.

Die vorgeschlagene Klassifikation ist keineswegs vollkommen bzw. befriedigend. Die mangelnde Trennschärfe der gewählten Ordnungskriterien und die hohe Heterogenität der Anwendungen führen zu einer willkürlichen Komponente bei der Einordnung von Grenzfällen bzw. zu einer Doppelzuordnung. Allerdings kann auch ein unbefriedigendes Klassifikationsschema - wenn man sich seiner Schwächen bewußt ist - noch einen Beitrag zur folgenden Darstellung der Anwendungen leisten. Zudem wird im weiteren deutlich werden, daß dieses Schema einige nützliche Problemverwandtschaften aufzuzeigen vermag. Andere erwogene Klassifikationen - z.B. im ökonomischen Rahmen nach betrieblichen Funktionsbereichen, darüber hinausgehend nach Wissenschaftsdisziplinen, im eher formalen Rahmen z.B. nach den Eigenschaften der Distanzmatrix - sind nicht in der Lage, einen höheren beschreibenden bzw. erklärenden Beitrag zu leisten.

3.3. Anwendungen mit räumlich orientierten Distanzfunktionen

3.3.1. Überblick

Im weiteren werden zunächst die in die Klasse I fallenden Anwendungen - ihrer Reihenfolge im oben definierten Kontinuum folgend von hohen räumlichen Distanzen absteigend zu geringen Distanzen hin - erörtert. Dabei wird zunächst auf einige Variationen des klassischen TSP - quasi Anpassungen der abstrakt-mathematischen Problemstellung an die Anforderungen realer Problemstellungen - eingegangen. Sodann wird die Verwandtschaft des TSP zum Tourenplanungsproblem knapp erörtert. Die anschließend präsentierten Anwendungsbeispiele umfassen die Darstellung

- innerbetrieblicher Transportvorgänge auf der Wartungsbasis einer Fluggesellschaft,
- der Probleme der Auftragszusammenstellung in Lagerhäusern,
- der Steuerung von Regalfahrzeugen in Hochregallagern,
- im Rahmen der Fertigung von Leiterplatten identifizierbarer TSP, darunter
 - die Erstellung der benötigten Belichtungsmasken,
 - die Vornahme der Bohrungen auf den Leiterplatten und
 - ihre Bestückung mit elektronischen Komponenten,
- der Steuerung eines Flachbettplotters bei der Herstellung geographischer Karten,
- des Einsatzes einer computergesteuerten Stanze als Bestandteil einer flexiblen Fertigungszelle sowie
- der Festlegung von Meßsequenzen in der Röntgenkristallographie.

Während bei den obigen Anwendungen die kostenminimale Überwindung räumlicher Distanzen (durch Fahrzeuge, bewegliche Subsysteme von Maschinen usw.) im Vordergrund steht, weisen die zwei am Ende dieses Abschnitts beispielhaft vorgestellten Anwendungen räumlich orientierte Distanzfunktionen ohne diesen Aspekt auf. Es handelt sich um

- ein eindimensionales Verschnittproblem (den abfallminimierenden Zuschnitt von Tapetenbahnen) und
- die risikomaximale Gestaltung von Dartboards.

Der Abschnitt 3.3 schließt mit einigen knappen Skizzen diverser weiterer Anwendungen mit räumlich orientierten Distanzfunktionen im Teilabschnitt 3.3.10.

3.3.2. Variationen des klassischen Traveling-Salesman-Problems

Das "klassische" TSP unterstellt den Handlungsreisenden, der - von seinem Heimatort aus beginnend - eine Reihe von Städten zu besuchen hat und eine jede nur einmal betreten will. Unter Berücksichtigung einer zu minimierenden (oder ggf. auch zu maximierenden) Zielgröße - so z.B. zurückzulegende Kilometer, Reisekosten oder -zeit - sucht er nach einer optimalen bzw. möglichst günstigen Städtefolge im Sinne einer Rundreise. Es ist unmittelbar einsichtig, daß reale Anwendungen nicht unbedingt dieser abstrakten Formulierung entsprechen müssen; oft stellen Problemstellungen der Praxis Variationen derselben dar oder erfordern ihre Modifikation, um eine homomorphe Abbildung zu gewährleisten. 10 Dabei ist ein fließender Übergang zwischen Variationen zu konstatieren, die sich wieder in das klassische TSP überführen lassen; anderen, die als Erweiterungen desselben aufgefaßt werden müssen, und schließlich Spezialfällen des TSP bzw. verwandten Problemen. Die Betrachtung derartiger Variationen im Zusammenhang mit den Anwendungen des TSP ist insbesondere von Interesse, da viele zur Lösung des klassischen TSP entwickelten Algorithmen sich - in entsprechend angepaßter Form - auch bei Variationen desselben einsetzen lassen. Im folgenden sollen nunmehr einige Variationen im Sinne eines knappen Überblicks exemplarisch skizziert werden.¹¹

Zunächst bietet es sich an, die möglichen Variationen in drei Fallgruppen einzuordnen: Deren erste stellt eine *Erweiterung* des klassischen TSP in dem Sinne dar, daß die ursprüngliche Problemstellung erhalten bleibt und lediglich ergänzt bzw. erweitert wird. Entsprechend könnte z.B. die unten an einigen Beispielen erörterte Einführung zusätzlicher Restriktionen aufgefaßt werden. Die zweite Fallgruppe beinhaltet - teilweise in das klassische TSP überführbare - Modifikationen der ursprünglichen Problemstellung. Als eine solche wäre z.B. der Einsatz mehrerer Handlungsreisender zu nennen. Die dritte Fallgruppe schließlich umfaßt solche Variationen, bei denen die Charakteristika der ersten wie der zweiten Fallgruppe gegeben sind.

Die wesentlichste Variation in der ersten Fallgruppe stellt die schon genannte Einführung zusätzlicher Nebenbedingungen dar. Gesucht ist nunmehr die optimale bzw. eine möglichst gute Rundreise im Sinne der zugrundegelegten Zielfunktion unter Beachtung dieser Nebenbedingungen. Dabei können dieselben die Lösung des TSP zum einen erschweren, gelegentlich aber auch erleichtern. So ist es zum einen denkbar, daß die Restriktionen den Lösungsraum soweit beschränken, daß nur noch eine geringe Anzahl effizient ableit-

Vgl. allgemein dazu bereits FLOOD (1956), S. 65; vgl. folgend auch z.B. WEBB (1971), S. 49; HINRICHSEN (1975), S. 19 ff.; DINKEL/KLEINDORFER/KOCHENBERGER/WONG (1976), S. 270; REINELT (1994), S. 31 ff.; vgl. zum Begriff der "homomorphen Abbildung" im Rahmen der Modellierung z.B. ADAM (1993), S. 44 ff.; BERENS/DELFMANN (1995), S. 23 ff.

Es ist anzumerken, daß die Möglichkeit der folgend ausgeführten Variationen des klassischen TSP natürlich nicht auf Anwendungen mit räumlich orientierten Distanzfunktionen beschränkt ist; sie können gleichfalls in analoger Form für TSP mit nicht räumlich orientierten Distanzfunktionen (Abschnitt 3.4) auftreten. Vgl. entsprechend auch Abschnitt 3.5.

barer Handlungsalternativen verbleibt, deren Zielfunktionswert schnell verglichen werden kann. ¹² Dieser Fall stellt allerdings die Ausnahme dar. Zumeist werden die Charakteristika der Restriktionen die obige effiziente Ableitbarkeit einer geringen Anzahl noch zulässiger Handlungsalternativen verhindern; allein das Auffinden einer *zulässigen* Lösung kann dann schon zum Problem werden. ¹³

Nebenbedingungen treten in Anwendungen im Kontext der realen Situation auf; entsprechend können folgend nur einige spezifische Beispiele genannt werden. So ist es z.B. denkbar, daß zwischen den einzelnen Städten des TSP Reihenfolgebedingungen in dem Sinne bestehen, daß einzelne Städte (indirekt oder direkt) vor oder nach anderen angefahren werden müssen ("Precedence Constrained TSP" (PCTSP)).¹⁴ Wird vorgegeben, daß eine Stadt nur noch bestimmte andere Städte als direkte Vorgänger oder Nachfolger in der Rundreise aufweisen darf, so entspricht dies einer Eliminierung (bzw. dem Verbot der Nutzung) von Kanten aus dem üblicherweise beim klassischen TSP unterstellten vollständigen Graphen, als dessen Knoten die Städte definiert sind. Letztere Nebenbedingung läßt sich bei der Formulierung eines TSP noch modellkonsistent durch die Bewertung der verbotenen Kanten mit unendlichen bzw. sehr hohen Kosten berücksichtigen. 15 - Eine andere Reihenfolgerestriktion ist mit dem "Clustered TSP" verbunden: Die n Städte des TSP werden in eine Anzahl schnittmengenloser Gruppen (Cluster) eingeteilt. Es gilt nun die Forderung, daß in der zu bestimmenden Rundreise die Städte einer jeden Gruppe immer in zusammenhängender Folge (unabhängig von der Reihenfolge innerhalb der Gruppe) zu besuchen sind. 16 - Aus der Fülle der weiteren im Kontext von Anwendungen des TSP denkbaren Nebenbedingungen seien nur zwei weitere in der Literatur erscheinende exemplarisch genannt:

- Dem Handlungsreisenden sind für den Besuch einer jeden Stadt Zeitfenster vorgegeben, die unter Berücksichtigung der vorgegebenen Reisezeiten zwischen den einzelnen Städten wie ggf. Aufenthaltszeiten in denselben beachtet werden müssen.¹⁷
- Ein Fahrzeug, für welches eine Rundreise zu planen ist, soll in einigen der anzufahrenden Städte Ladungen ausliefern, in anderen Rücklieferungen an das Depot aufnehmen. Die kürzestmögliche Rundreise ist unter der Maßgabe zu bestimmen, daß

In Extremfällen mag sogar nur noch eine einzige - oder sogar gar keine - zulässige Lösung existieren

¹³ Vgl. z.B. SAVELSBERGH (1986), S. 285 ff.

Dabei ist für PCTSP die Unterstellung einer gerichteten Rundreise notwendig; vgl. zum PCTSP auch die Abschnitte 3.3.7.4 bzw. 3.5 sowie z.B. CHAN (1993), S. 2171 ff.

Eine optimale Lösung würde folglich die Verwendung derartiger Kanten ausschließen, sofern ohne ihre Verwendung noch ein einziger Hamiltonischer Zyklus auf dem Graphen identifiziert werden kann. Die meisten klassischen Heuristiken zur Lösung des TSP - wie z.B. die "Nearest Neighbor"-Heuristik - hingegen können jedoch unmodifiziert keine zulässige Lösung des Problems mehr garantieren.

Vgl. zur hier beschriebenen Variante des "Clustered TSP" im Kontext einer Anwendung Abschnitt 3.3.5 bzw. CHISMAN (1975), S. 115 ff.; des weiteren (in teilweise leicht differierender Formulierung) JONGENS/VOLGENANT (1985), S. 68 ff.; POTVIN/GUERTIN (1996), S. 619 ff.

Vgl. mit verschiedenen Formulierungen z.B. SAVELSBERGH (1986), S. 285 ff.; SOLO-MON/DESROSIERS (1988), S. 1 ff. (allgemein zu Routing-Problemen mit Zeitfenstern); in bezug auf das TSP z.B. POTVIN/ROUSSEAU (1990) (für MTSP mit Zeitfenstern); TSITSIKLIS (1992), S. 263 ff.; DUMAS/DESROSIERS/GELINAS/SOLOMON (1995), S. 367 ff.; CARLTON/BARNES (1996), S. 617 ff. Einer jeden Stadt können ein oder mehrere Zeitfenster zugeordnet werden.

die vorgegebene Ladekapazität des Fahrzeuges zu keinem Zeitpunkt seines Einsatzes überschritten wird.¹⁸

In der zweiten Fallgruppe wird das TSP nicht erweitert, sondern in seiner grundlegenden Formulierung variiert. So ist zum Beispiel beim offenen Rundreiseproblem kein Hamiltonischer Zyklus, sondern nur noch ein Hamiltonischer Pfad gesucht, wobei eine Startund eine Zielstadt vorgegeben sind. Diese modifizierte Aufgabenstellung kann leicht in ein klassisches TSP überführt werden, die die Start- und die Zielstadt verbindende Kante mit einer hinreichend kleinen (negativen) Distanz bewertet wird. Wird sodann das zugehörige TSP optimal gelöst, so wird dieses stets die direkte Verbindung von Start- und Zielstadt integrieren. Der verbleibende Teil der Rundreise bildet den gesuchten minimalen Hamiltonischen Pfad.

Eine wesentliche der zweiten Fallgruppe zuzurechnende Modifikation ist das "m salesman problem" (MTSP).²¹ Bei dessen Standardform wird unterstellt, daß nicht ein Handlungsreisender, sondern m Reisende eingesetzt werden sollen. Über die n Städte hinaus existiert ein Basisort bzw. Depot, in welchem die Handlungsreisenden bereitstehen. Für diese sollen nun m jeweils im Basisort beginnende und endende Rundreisen so gebildet werden, daß eine jede der n Städte genau einmal von einem Reisenden besucht und die Summe der Rundreiselängen minimiert wird. Der Nachweis der Überführbarkeit dieser Problemstellung in das klassische TSP gelang erstmals SVESTKA/HUCKFELDT (1973).²² Die Formulierung des MTSP als klassisches TSP beginnt mit der Einführung von (m-1) zusätzlichen (fiktiven) Städten, die jeweils mit dem Basisort identisch sind.²³ Nunmehr wird für einen einzelnen Handelsreisenden die kürzeste Rundreise gesucht, welche jede der (m + n) Städte (Basisort, fiktive Basisorte und aufzusuchende Städte) einmal berührt. Diese ergibt sich folglich so, daß der Reisende vom (realen) Basisort aus beginnend zunächst eine Anzahl von Städten besucht, dann in eines der (fiktiven) Depots zurückkehrt, wiederum eine Anzahl von Städten aufsucht usw. Entsprechend kann die sich ergebende Rundreise in m einzelne Rundreisen für die m zur Verfügung stehenden Handlungsreisenden zerlegt werden. Hinsichtlich der Festlegung der Distanzen zwischen

Vgl. ähnlich bereits MÜLLER-MERBACH (1970), S. 139 f.; auch GENDREAU/HERTZ/LA-PORTE (1996), S. 501 ff.; im Kontext der Tourenplanung CHRISTOFIDES (1985), S. 433. Teilweise wird auch gefordert, daß zunächst alle Auslieferungen zu tätigen sind, bevor die Sammlung von Gütern beginnt.

Vgl. im folgenden z.B. MÜLLER-MERBACH (1970), S. 136; GARFINKEL (1985), S. 22 f.; GROSSER (1986), S. 430; REINELT (1994), S. 32.

Vgl. eine zweite mögliche Vorgehensweise bei REINELT (1994), S. 32; GROSSER (1986), S. 430: Es wird eine zusätzliche Stadt i = n + 1 eingeführt und es werden die diese mit Start- und Zielstadt verbindenden Kanten jeweils mit der Distanz 0 bewertet. Eine optimale Rundreise für dieses TSP weist u.a. den Kantenzug "Zielstadt - künstliche Stadt - Startstadt" aus; der verbleibende Teil der Rundreise bildet den gesuchten minimalen Hamiltonischen Pfad.

Auch als "Multiple TSP" oder "Multisalesman Problem" bezeichnet; vgl. zum MTSP bzw. der Überführbarkeit in das "klassische" TSP folgend z.B. SVESTKA/HUCKFELDT (1973), S. 790 ff.;
 BELLMORE/HONG (1974), S. 500 ff.; HELLMANN (1984), S. 69 ff.; GARFINKEL (1985), S. 23 ff.; JONKER/VOLGENANT (1988), S. 163 ff.; REINELT (1994), S. 33 f.; mit einer Anwendung im Rahmen der Personaleinsatzplanung z.B. GIANNESSI/NICOLETTI (1979), S. 389 ff.

Vgl. SVESTKA/HUCKFELDT (1973), S. 790 ff. Nach HELLMANN (1984), S. 70 wiesen die genannten Autoren sowie BELLMORE/HONG (1974), S. 500 ff. und ORLOFF (1974), S. 147 ff. unabhängig voneinander die Überführbarkeit des MTSP in ein klassisches TSP nach.

Die folgende Darstellung lehnt sich - leicht modifiziert - an CHRISTOFIDES (1976b), S. 55 ff. an.

den (m-1) fiktiven Basisorten und den n Städten gilt, daß diese sämtlich den Entfernungen zwischen dem realen Basisort und den zu besuchenden Städten entsprechen müssen. Durch die einheitliche Festlegung der Distanzen zwischen dem realen und den fiktiven Basisorten untereinander als λ können unterschiedliche Zielsetzungen bei einer Optimallösung berücksichtigt werden:²⁴

- Mit λ = ∞ wird eine direkte Folge von fiktiven Basisorten innerhalb der Rundreise unterbunden. Der bislang genannten Zielsetzung folgend werden genau m Rundreisen mit minimaler kumulierter Länge generiert. Dabei wird als Nebenbedingung quasi unterstellt, daß jeder Handlungsreisende beschäftigt werden muß, d.h. ihm auch tatsächlich eine Rundreise zuzuweisen ist.
- Wird λ = 0 gesetzt, so wird diese Restriktion aufgehoben. Nunmehr kann die generierte Rundreise direkte Folgen des realen Basisortes mit einem fiktiven bzw. fiktiver Basisorte untereinander enthalten. Entsprechend können sich bei der Zerlegung weniger als *m* Rundreisen für die Handlungsreisenden ergeben; gegebenenfalls bleiben Handlungsreisende unbeschäftigt. Die kumulierte Rundreiselänge wird ohne die Nebenbedingung des Einsatzes sämtlicher Handlungsreisender minimiert.
- Können die durch die Entscheidung über den Einsatz eines Handlungsreisenden verursachten Kosten (z.B. i.S. eines Fixums beim Einsatz) quantifiziert und einer mit einem (konstanten) variablen Kostensatz bewerteten Distanz gleichgesetzt werden, so wird mit einer Fixierung von λ auf diese Distanz eine kostenminimale Lösung generiert. Es ergibt sich die minimale kumulierte Rundreiselänge bei Einsatz der optimalen Anzahl an Handlungsreisenden.

Sind im Problemkontext z.B. Auslieferungen mit einer Anzahl von Fahrzeugen von einem Basisort aus vorzunehmen und weisen dieselben maximale Ladekapazitäten auf, so liegt im Sinne der oben definierten dritten Fallgruppe ein MTSP mit Nebenbedingungen vor. Diesem entspricht das im folgenden Abschnitt 3.3.3 skizzierte Standardproblem der Tourenplanung (bzw. das "Vehicle Routing Problem" (VRP)). - Über die hier vorgestellte Standardform des MTSP hinaus sind beliebige weitere Variationen desselben - so z.B. der Einsatz mehrerer Handlungsreisender, die in (hinsichtlich ihrer Lage) *unterschiedlichen* Basisorten stationiert sind oder andere Nebenbedingungen wie z.B. die o.g. Zeitfenster - denkbar.²⁵

Während das "klassische" TSP eine eher statische Betrachtung für einen bestimmten Zeitpunkt darstellt, sind reale Problemstellungen zumeist unter Berücksichtigung des Zeitablaufes, d.h. dynamisch, aufzufassen.²⁶ Entsprechende Variationen des TSP sind

Vgl. entsprechend CHRISTOFIDES (1976b), S. 64 f. Die entsprechenden Fixierungen des Parameters λ führt nur zu den nachfolgend beschriebenen Effekten, wenn ein exaktes Optimierungsverfahren eingesetzt wird; beim Einsatz von Heuristiken können diese nicht gewährleistet werden. Nicht berücksichtigt wird oben die Festlegung von λ = -∞. Diese bewirkt bei der Existenz weiterer beschränkender Nebenbedingungen eine Minimierung der Anzahl der einzusetzenden Handlungsreisenden; ohne weitere Nebenbedingungen führt sie zum Einsatz nur eines Handlungsreisenden.

Vgl. zum MTSP mit Zeitfenstern z.B. POTVIN/ROUSSEAU (1990); zum "Multidepot MTSP" XING (1995), S. 557 ff.; zum MTSP mit Zeitfenstern, mit weiteren Nebenbedingungen und einer dynamischen Problemformulierung z.B. DELL/BATTA/KARWAN (1996), S. 120 ff.

Vgl. zur damit implizierten Problematik auch detaillierter Abschnitt 3.5.

folglich gleichfalls naheliegend. Eine solche präsentiert z.B. PALETTA (1992) mit dem "Multiperiod TSP": 27 Es existieren n Städte einschließlich eines sogenannten Basisortes, in welchem jede der innerhalb eines M-tägigen Zeithorizontes zu planenden Rundreisen beginnen und enden muß. Dabei gilt, daß eine jede Stadt i innerhalb eines Zeitintervalls von T_i Tagen $(1 \le T_i \le M)$ einmal besucht werden muß. Ergänzend wird gefordert, daß zwischen zwei Besuchen in dieser Stadt mindestens K_i $(1 \le K_i \le M)$ und höchstens U_i $(1 \le U_i \le M)$ Tage liegen müssen bzw. dürfen. Es soll nunmehr ein zulässiger Besuchsplan für die Städte bestimmt werden, der gleichzeitig bei der Lösung der einzelnen resultierenden TSP die summierte Länge aller durchzuführenden Rundreisen minimiert. Die beiden Probleme sind folglich als interdependent aufzufassen und können nicht isoliert gelöst werden. Das "Multiperiod TSP" geht in das klassische TSP bzw. - bei Einsatz mehrerer Handlungsreisender - in das MTSP über, wenn M = 1 und $T_i = M$ für alle n Städte gilt. Problemstellungen sind naheliegend.

Eine weitere mögliche Variation ist die Einführung diverser stochastischer Komponenten.³⁰ So ist es z.B. denkbar, daß die als Fahrzeiten ausgewiesenen Distanzen zwischen den Städten eines TSP nicht absolut, sondern in Form spezifischer Wahrscheinlichkeitsverteilungen vorliegen, die sich aus den jeweiligen Straßenverbindungen und -verhältnissen ergeben. Unter der Bezeichnung "Probabilistic TSP" beschreibt JAILLET (1988) eine andere derartige Variation:³¹ Es wird der Fall eines Unternehmens unterstellt, welches insgesamt n Kunden in jeweils verschiedenen Städten hat. Von diesen ist täglich eine vorab unbestimmte Anzahl zu besuchen; für jeden Kunden kann die Wahrscheinlichkeit angegeben werden, daß er an einem beliebigen Tag aufzusuchen ist. Die tägliche Neubestimmung einer Rundreise sei nicht gewünscht oder möglich; es soll a priori eine solche durch sämtliche n Städte festgelegt werden, aus welcher an einem beliebigen Tag ohne Änderung der vorgegebenen Reihenfolge jene Kunden entfallen, die nicht besucht werden müssen. Diese Rundreise soll unter Berücksichtigung der Besuchswahrscheinlichkeiten so ermittelt werden, daß der Erwartungswert der realisierten Rundreiselängen minimiert wird. - Es kann festgehalten werden, daß reale Problemstellungen zumeist stochastische Komponenten beinhalten. Im Rahmen einer homomorphen Modellierung müssen diese gegebenenfalls berücksichtigt werden.³²

Das "Time-dependent TSP" als eine andere Variation schließlich begründet sich in einer abweichenden Formulierung der zugrundezulegenden Distanzmatrix.³³ Die Distanzen werden zunächst als Reisezeiten bzw. in Reisezeiten transformierbare Entfernungen aufgefaßt. Diese sind nun nicht mehr statisch, sondern es gelten verschiedene Reisezeiten

Vgl. im folgenden PALETTA (1992), S. 789 ff.; auch LUCERTINI/PALETTA (1986), S. 324 ff.

Vgl. zum Erscheinen des TSP als Sub- bzw. Teilproblem umfangreicherer Problemstellungen auch die Ausführungen in Abschnitt 3.5.

Vgl. PALETTA (1992), S. 790. Entsprechend entfallen die Bedingungen für den zeitlichen Mindest- bzw. Höchstabstand für den wiederholten Besuch einer Stadt *i*.

³⁰ Vgl. z.B. über das folgende Beispiel hinaus auch GARFINKEL (1985), S. 35 f.

³¹ Vgl. im folgenden JAILLET (1988), S. 929 ff.

Vgl. zur damit implizierten Problematik auch detaillierter Abschnitt 3.5.

Vgl. folgend zum "Time-Dependent TSP" in verschiedenen Variationen z.B. GARFINKEL (1985),
 S. 32 f.; LUCENA (1990), S. 753 ff.; GOUVEIA/VOSS (1995), S. 69 ff.; VAN DER WIEL/SA-HINIDIS (1996), S. 797 ff.

bzw. Distanzen zwischen zwei Städten in Abhängigkeit vom Zeitpunkt des Verlassens einer konkreten Stadt. Üblicherweise wird eine Anzahl nicht überlappender, aneinandergrenzender Zeitperioden definiert, in denen dann eine jeweils andere Distanzmatrix gilt. Diese Variation erlaubt es z.B., die Nutzung verschiedener öffentlicher Verkehrsmittel mit festen Fahrplänen oder das regelmäßige Auftreten von Verkehrsbehinderungen zu bestimmten Tageszeiten zu berücksichtigen.

Die Literatur führt zahlreiche weitere Variationen und Modifikationen des klassischen TSP auf, welche der zweiten Fallgruppe zugerechnet werden können. Diese gehen fließend in die Sonderfälle des TSP (wie z.B. das "Bottleneck TSP") bzw. verwandte Probleme (wie z.B. das "Rural Postman Problem") über.³⁴

3.3.3. Tourenplanungsprobleme

Ein dem TSP eng verbundenes Problem, welches in der Literatur der vergangenen Jahrzehnte gleich diesem sehr viel Aufmerksamkeit fand, stellt die Tourenplanung bzw. das "Vehicle Routing Problem" (VRP) dar,³⁵ dessen erstmalige Erwähnung oft DANTZIG/RAMSER (1959) (als "Truck Dispatching Problem") zugesprochen wird.³⁶ Das sogenannte "Standardproblem" der Tourenplanung ist wie folgend formuliert:³⁷ Von einem Depot in der Stadt Nr. 1 aus sind in einer Periode (z.B. an einem Arbeitstag) Lieferungen an (n-1) andere Städte zu leisten. Dabei läßt sich einer jeden zu beliefernden Stadt i ein Bedarf von q_i Mengen- bzw. Volumen- oder Gewichtseinheiten zuordnen. Im Depot stehen m Fahrzeuge zur Verfügung; das Fahrzeug k weist die Kapazität Q_k (Mengen-, Volumen- oder Gewichtseinheiten) auf. Die jeweils kürzeste Distanz zwischen zwei Städten i und j ist mit $d_{i,j}$ als Entfernungs-, Zeit- oder Kostengröße bekannt. Gesucht sind nunmehr m im Depot beginnende und endende Rundreisen für die Fahrzeuge, welche unter Berücksichtigung der Fahrzeugkapazität den einmaligen Besuch einer jeden Stadt durch

Vgl. zu den Variationen des TSP bzw. verwandten Problemen allgemein z.B. GARFINKEL (1985), S. 31 ff.; MELAMED/SERGEEV/SIGAL (1989a), S. 1150 ff.; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 3 ff.; REINELT (1994), S. 31 ff.

Vgl. mit Überblicken bezüglich der wichtigsten Aspekte der Tourenplanung bzw. des VRP auch im folgenden z.B. BODIN/GOLDEN/ASSAD/BALL (1983), S. 63 ff.; HELLMANN (1984); CHRISTOFIDES (1985), S. 431 ff.; DOMSCHKE (1990), S. 131 ff.; LAPORTE (1992b), S. 345 ff.; SCHOLL/DOMSCHKE/KLEIN (1998a), S. 62 ff. Im weiteren werden aufgrund ihrer engen Verbindung zum TSP sowie der praktischen Relevanz ausschließlich knoten-, nicht jedoch kantenorientierte Tourenplanungsprobleme angesprochen; vgl. zur Abgrenzung z.B. HELLMANN (1984), S. 16, S. 51 ff.; DOMSCHKE (1990), S. 133 f. Vgl. weiterhin zur Abgrenzung des VRP gegenüber dem "Vehicle Scheduling Problem" sowie dem "Vehicle Loading Problem" HELLMANN (1984), S. 36 ff.

Vgl. DANTZIG/RAMSER (1959), S. 80 ff.; zu weiteren frühen Erwähnungen HELLMANN (1984), S. 6. Vgl. als frühe Quelle mit zahlreichen Aspekten realer Anwendungen auch BOYE (1965).

In Anlehnung an CHRISTOFIDES (1985), S. 432 f.; Formulierungen des Standardproblems der Tourenplanung bzw. des "Basic VRP" weichen in verschiedenen Publikationen zumeist geringfügig voneinander ab, vgl. z.B. die Formulierungen bei HELLMANN (1984), S. 17; DOMSCHKE (1990), S. 132; LAPORTE (1992b), S. 345 f.

genau ein Fahrzeug sicherstellen und die kumulierte Distanz (als Entfernungs-, Zeit- oder Kostengröße) minimieren. Dabei sollen sämtliche Bedarfe der Städte befriedigt werden.

Diese Grundform des VRP entspricht damit dem im Abschnitt 3.3.2 erläuterten MTSP, welches um eine Nebenbedingung hinsichtlich der Kapazitäten der Fahrzeuge ergänzt wurde.³⁸ Bei m = 1 und $Q_1 = \infty$ geht es in das klassische TSP über. Folglich kann das VRP als eine Erweiterung bzw. Variation des TSP aufgefaßt werden.³⁹

Dem VRP wird im Rahmen der physischen Distribution von Gütern eine zentrale Rolle unter den quantitativen logistischen Modellen eingeräumt.⁴⁰ Der in den letzten Jahrzehnten erheblich gewachsene Umfang entsprechender Prozesse der Güterverteilung, die Forderung nach Kosteneffizienz und des sparsamen Gebrauches natürlicher Ressourcen in diesem Rahmen verdeutlichen die hohe praktische Relevanz von Tourenplanungsproblemen. Das oben beschriebene "Standardproblem" wird allerdings den Erfordernissen der Praxis nur in seltenen Fällen genügen. Es bedarf erheblicher Variationen und Modifikationen, um reale Problemstellungen homomorph abbilden zu können. Diese erscheinen zumeist als ergänzende Restriktionen. Als solche wären - unter vielen anderen denkbaren - z.B. die folgenden zu nennen:⁴¹

- Zeitfenster: Städte bzw. Bedarfsorte können unter Berücksichtigung der Fahrzeiten sowie eventueller Warte- und Entladezeiten nur innerhalb bestimmter Zeitspannen angefahren werden. Darüber hinaus ist die Existenz von Zeitfenstern für den Einsatz einzelner Fahrzeuge denkbar.
- Zeit-, Längen- oder Städteanzahlrestriktionen für Rundreisen: Eine einzelne Rundreise für alle oder bestimmte Fahrzeuge darf eine bestimmte Länge oder unter Berücksichtigung eventueller Warte- und Entladezeiten eine bestimmte Zeitdauer nicht überschreiten. Diese Forderung wie auch die Existenz von Zeitfenstern für den Einsatz einzelner Fahrzeuge könnte sich z.B. in den maximalen Lenkzeiten für Fahrzeugführer begründen. Darüber hinaus kann auch die Anzahl der in einer spezifischen Rundreise für ein Fahrzeug anfahrbaren Städte begrenzt werden.
- Aus- und/oder Rücklieferungen: Bislang wurde stets unterstellt, daß vom Depot aus Güter an die Städte auszuliefern sind. Dem gleichgestellt ist der Fall der ausschließlichen Gütersammlung zur Rücklieferung an das Depot in den einzelnen Städten.⁴²
 Möglich ist allerdings auch die Kombination von Aus- und Rücklieferungen; es ist

³⁸ Vgl. folgend z.B. REICHARDT (1980), S. 61 f., S. 100; HELLMANN (1984), S. 57 ff.

Vice versa kann natürlich auch die Auffassung vertreten werden, daß das TSP ein Spezialfall des Tourenplanungsproblems sei, vgl. z.B. REICHARDT (1980), S. 84.

Vgl. z.B. LAPORTE (1992b), S. 356 ("The Vehicle Routing Problem lies at the heart of distribution management."); auch CHRISTOFIDES (1985), S. 431 f.

Vgl. über die folgend genannten Quellen hinaus zu diesen Fällen auch HELLMANN (1984), S. 25 ff., S. 117 ff.; CHRISTOFIDES (1985), S. 433; DOMSCHKE (1990), S. 153 ff.; LAPORTE (1992b), S. 346.

Vgl. z.B. die von LENSTRA/RINNOOY KAN (1975), S. 719 ff. beschriebene ein- oder zweimalige wöchentliche Leerung von Münzboxen an öffentlichen Telefonen in 28 Städten der Provinz Nord-Holland (Niederlande). Einen ähnlichen Fall der Gütersammlung präsentieren die Autoren mit der täglichen Leerung von 200 Briefkästen in der Stadt Utrecht (Niederlande). Die Post ist aus diesen mittels Lastwagen, welche vom Bahnhof aus operieren, innerhalb einer Stunde einzusammeln.

dann zu beachten, daß die Ladekapazität eines Fahrzeuges zu keinem Zeitpunkt seiner Rundreise überschritten werden darf.

- Reihenfolge- und Rundreisezuordnungsrestriktionen: Es mag gefordert werden, daß bestimmte Städte immer nur in einer gemeinsamen Rundreise erscheinen dürfen; desgleichen mögen zwischen diesen Städten Vorrangbeziehungen bezüglich der zeitlichen Folge des Besuchs existieren.
- Zuordnungszwänge zwischen Fahrzeugen und Städten: Aufgrund technischer Eigenarten der Fahrzeuge bzw. der in den Städten aufzunehmenden oder auszuliefernden Güter ist es denkbar, daß bestimmte Städte stets von bestimmten Fahrzeugen oder Fahrzeugtypen angefahren werden müssen.

Es wurde bereits im Abschnitt 3.2.2 erläutert, daß bei der Lösung des MTSP unterschiedliche Ziele verfolgt werden können. So muß die Anzahl der einzusetzenden Fahrzeuge keineswegs fixiert sein; es kann eine Unter- und eine Obergrenze mit $m_l \leq m \leq m_u$ vorgegeben sein. Unter Kenntnis eines fixen Kostensatzes für den Einsatz eines Fahrzeuges sowie eines variablen Kostensatzes für eine zurückgelegte Entfernungseinheit kann damit auch nach der gesamtkostenminimalen Rundreisenkonfiguration gefragt werden. Desgleichen kann die Minimierung der Anzahl der eingesetzten Fahrzeuge unter Beachtung der vorgegebenen Nebenbedingungen ein Ziel darstellen. Neben diesen Variationen der verfolgten Ziele kann das Standardproblem auch dahingehend modifiziert werden, daß⁴⁴

- eine mehrperiodige Routenplanung über einen fixierten Planungszeitraum durchgeführt werden soll;⁴⁵ dieser Fall ist wegen der Unsicherheit künftiger Bedarfe oft mit der Notwendigkeit zur Einbeziehung
- stochastischer Komponenten verbunden. Als solche können z.B. unsichere Bedarfe der einzelnen Städte oder Unsicherheit darüber, ob eine Stadt grundsätzlich einen Bedarf haben wird, genannt werden;⁴⁶
- des weiteren kann das Problem um die Berücksichtigung weiterer Depots erweitert werden.⁴⁷ Damit sind ein Zuordnungsproblem (die Zuweisung der Städte zu den einzelnen Depots) und das Tourenplanungsproblem interdependent zu lösen.

Das knotenorientierte VRP soll hier zusammenfassend als eine anwendungsnähere Konkretisierung im Sinne einer Erweiterung und Variation des TSP bezeichnet werden. ⁴⁸ Die enge Beziehung zwischen den beiden Problemen ist dabei in zweifacher Hinsicht von Nutzen: Zum einen bildet das MTSP als Relaxation des Standardproblems der Tourenplanung die Möglichkeit, für dasselbe eine untere Schranke der Lösungsqualität mittels

Vgl. zu den Zielen der Tourenplanung auch ausführlich HELLMANN (1984), S. 21 ff.

Vgl. im folgenden über die genannten Quellen hinaus DOMSCHKE (1990), S. 153 ff.; die genannten Variationen sind teilweise analog zu jenen des TSP (Abschnitt 3.2.2).

⁴⁵ Vgl. z.B. DELL/BATTA/KARWAN (1996), S. 120 ff.

Vgl. z.B. BERTSIMAS/VANRYZIN (1991), S. 601 ff.; GENDREAU/LAPORTE/SEGUIN (1995),
 S. 143 ff.; GENDREAU/LAPORTE/SEGUIN (1996), S. 469 ff.

⁴⁷ Vgl. z.B. CHRISTOFIDES (1985), S. 433 f.

⁴⁸ Vgl. auch HELLMANN (1984), S. 57 ff.

der bekannten Verfahren des "Lower Bounding" für das TSP abzuleiten.⁴⁹ Zum anderen bietet sich die Möglichkeit, zur Lösung des VRP entwickelte optimierende wie heuristische Verfahren auf das TSP zu übertragen; vice versa lassen sich auch insbesondere Heuristiken zur Lösung des TSP für die Bewältigung von Tourenplanungsproblemen modifizieren.⁵⁰ Zwei der bekanntesten heuristischen Verfahren zur Lösung des VRP, die "Savings"-⁵¹ und die Sweep-Heuristik⁵², lassen sich geringfügig angepaßt auch auf das TSP anwenden; eine entsprechende Implementierung für die "Savings"-Heuristik stellt z.B. REINELT (1994) vor.⁵³ Bei Metaheuristiken wie z.B. der "Tabu Search" oder genetischen Algorithmen erweisen sich Implementierungsdetails bzw. Problemrepräsentationen gleichfalls als zwischen TSP und VRP übertragbar.⁵⁴

Während bei der Tourenplanung im klassischen Sinne zumeist zwischen- bzw. überbetriebliche Transportvorgänge betrachtet werden, wird nunmehr im Abschnitt 3.3.3 exemplarisch auf einen Fall der Gestaltung innerbetrieblicher Transportvorgänge eingegangen, der den fließenden Übergang zwischen TSP und VRP verdeutlicht.

3.3.4. Innerbetriebliche Transportvorgänge bei einer Luftfahrtgesellschaft

Auf dem gewählten Kontinuum sich verringernder räumlicher Entfernungen fortschreitend lassen sich im weiteren zahlreiche Erscheinungsformen des TSP, respektive im erweiterten Sinne der Tourenplanung, im Bereich der innerbetrieblichen Logistik identifizieren. Unter letzterer sollen hier, in einer weiten Definition IHDE (1991) folgend, Vorgänge zur Sicherung der hinreichenden Verfügbarkeit von Gütern und Informationen im Absatz-, Produktions- und Beschaffungsbereich hinsichtlich räumlicher und zeitlicher Transformationen (Transport und Lagerung) verstanden werden.⁵⁵ Dabei gilt das Inter-

Vgl. z.B. entsprechend REICHARDT (1980), S. 102; HELLMANN (1984), S. 74; vgl. zur Bestimmung unterer Schranken für die Optimallösung des TSP z.B. BEARDWOOD/HALTON/ HAMMERSLEY (1959), S. 299 ff.; ISAAC/TURBAN (1969), S. 543 ff.; HELD/KARP (1970), S. 1138 ff.; HELD/KARP (1971), S. 6 ff.; CHRISTOFIDES (1972), S. 1044 ff.; MAFFIOLI (1975), S. 72 ff.; JONKER/KAAS/VOLGENANT (1980), S. 1219 ff.; JERONIM/KÖRNER (1982b), S. 359 ff.; JERONIM/KÖRNER (1985), S. 114 ff.; REINELT (1989), S. 20 ff.; MELAMED/SERGEEV/ SIGAL (1989b), S. 1312 ff.; LECLERC/RENDL (1989), S. 96 ff.; LAPORTE (1992a), S. 234 ff.; REINELT (1994), S. 161 ff.

Vgl. z.B. REICHARDT (1980), S. 62, S. 100 ff.; HELLMANN (1984), S. 143; LAPORTE (1992b), S. 355.

Zurückzuführen auf CLARKE/WRIGHT (1964), S. 568 ff.; seitdem sind zahlreiche Modifikationen entwickelt worden. Vgl. z.B. HELLMANN (1984), S. 237 ff.; CHRISTOFIDES (1985), S. 444 f.; DOMSCHKE (1990), S. 143 ff.; LAPORTE (1992b), S. 355.

Vgl. GILLETT/MILLER (1974), S. 340 ff. Die Sweep-Heuristik wird von den meisten Literaturquellen den o.g. Autoren zugeschrieben; LAPORTE (1992b), S. 355 weist allerdings auf WREN (1971) sowie WREN/HOLLIDAY (1972), S. 333 ff. als frühere Publikationen mit dieser Grundidee hin. Vgl. des weiteren z.B. HELLMANN (1984), S. 259 ff.; CHRISTOFIDES (1985), S. 445 f.; DOMSCHKE (1990), S. 140 ff.; LAPORTE (1992b), S. 355.

⁵³ Vgl. REINELT (1994), S. 94 ff.

Vgl. z.B. GENDREAU/HERTZ/LAPORTE (1994), S. 1276 ff. sowie GENDREAU/LAPORTE/SE-GUIN (1996), S. 469 ff. mit Implementierungen der "Tabu Search" für das VRP; REINHOLZ (1995) mit einer Lösung des VRP durch genetische Algorithmen.

Vgl. zu dieser Logistikdefinition IHDE (1991), S. 12 f.

esse hinsichtlich TSP-Anwendungen vorrangig den innerbetrieblichen Transportvorgängen. Es ist anzumerken, daß diese sich in vielen Fällen - abgesehen vom Problemkontext - kaum von den oben dargestellten Variationen des TSP bzw. Fällen der Tourenplanung unterscheiden.⁵⁶

Exemplarisch wird im folgenden ein von CARL/VOSS (1990) beschriebenes Beispiel zu den Optimierungsmöglichkeiten innerbetrieblicher Transportvorgänge bei einer Luftfahrtgesellschaft skizziert.⁵⁷ Die Autoren beschäftigen sich mit der Organisation des Transportdienstes der in Frankfurt am Main unterhaltenen technischen Wartungsbasis der Lufthansa AG. Ihr Ziel ist es, nach einer Modellierung der bestehenden Strukturen "Optimierungsmöglichkeiten"⁵⁸ zwecks besserer Ausnutzung der vorhandenen Ressourcen aufzuzeigen. Zu diesem Zweck wird die Einrichtung einer EDV-gestützten Steuerung vorgeschlagen, die neben der Unterstützung administrativer Vorgänge Heuristiken zur Lösung des TSP bzw. des Tourenplanungsproblems zur Transportplanung nutzt.

Der Transportdienst hat die Aufgabe, im Mehrschichtbetrieb die Werftbereiche und Dienststellen der Wartungsbasis von einem zentralen Lagerbereich aus mit den benötigten Materialien zu versorgen. Zum Untersuchungszeitpunkt wurden 31 Mitarbeiter, davon 26 Fahrer, beschäftigt. 15 Fahrer sind einem Schichtdienst, die restlichen dem sogenannten Tagdienst zugeordnet. Der Schichtdienst versorgt die Flugzeughallen und angeschlossenen Werkstätten. Bei vier Schichten entfallen auf jede Schicht unter Berücksichtigung diverser Ausfallmöglichkeiten ca. drei Fahrer. Der Tagdienst ist insbesondere für die Belieferung der Dienststellen (Basisauslieferung) und sonstiger Werkstätten zuständig. Weiterhin unterstützt er den Schichtdienst bei der Hallenversorgung. Als Fahrzeuge stehen insgesamt 13 Schlepper unterschiedlicher Spezifikationen zur Verfügung; die Art und das Gewicht der möglichen Nutzlast bestimmen sich nach den Eigenheiten des jeweiligen Schleppers und der verwendeten Anhänger.

Die zu einem Zeitpunkt vorliegenden Transportvorgänge werden in Abhängigkeit von den empfangenden Stellen mit vier Prioritäten versehen. Z.B. genießen Auslieferungen an startbereite Flugzeuge eine hohe Priorität. In diesem Sinne sollten auch Anforderungen aus dem Hallen- und Werkstättenbereich in einer mittleren Auslieferungszeit von ca. 30 Minuten erledigt sein, da Verzögerungen der Wartung zu hohen Kosten - eventuell sogar zu Umsatzeinbußen - führen können. Die Anforderungen an den Transportdienst sind größtenteils nicht bzw. schwer planbar. Die Anzahl der Bestellungen schwankt im Tagesablauf stark; CARL/VOSS (1990) präsentieren ein im Laufe einer Kalenderwoche ermitteltes Tagesprofil.

In der vorgefundenen Situation werden den Fahrern des Schichtdienstes bestimmte Empfangsstellen zugeordnet, die sie in gewissem Grade eigenverantwortlich bedienen. Den Fahrern des Tagdienstes werden - bis auf jene, die den Schichtdienst unterstützen -

Vgl. jedoch auch hier zuzuordnende Anwendungen mit nicht räumlich interpretierbaren Distanzfunktionen wie z.B. die in Abschnitt 3.4.6. dargestellte Reduzierung der Auftragsstreuung in der Glasindustrie.

Vgl. im folgenden (tw. in enger Anlehnung) CARL/VOSS (1990), S. 227 ff.

Der Begriff der "Optimierung" wird hier - wie zumeist im Kontext von Anwendungen - wenig sinnvoll verwendet. In Anwendungsfällen werden zumeist aufgrund der Komplexität der vorliegenden Situation bzw. Zeitrestriktionen Heuristiken eingesetzt, die nicht eine Optimierung, sondern nur eine möglichst gute Lösung des Problems gewährleisten sollen.

hingegen bestimmte Aufgabenbereiche, wie z.B. der Transport von Flugzeugrädern, Großteilen oder Fracht, zugewiesen. Ein Transportauftrag wird durch die Anforderung von Material über das vorhandene EDV-System ausgelöst. Die Materialien werden vom Lagerpersonal bereitgestellt und dem Transportdienst übergeben. Bei Auslieferungen aus dem Lagerbereich übernehmen die Fahrer die in ihren Zuständigkeitsbereich fallenden Güter, fahren in der Regel unverzüglich los und kehren nach der Auslieferung zur Übernahme neuer Aufträge zurück. Wartezeiten werden teilweise für Rücklieferungen von den Empfangsstellen ins Lager genutzt.

Aufgrund des konzerneigenen Flottenwachstums und steigender Anforderungen an den Lieferservice (d.h. der Minimierung von Verspätungen) bei gleichbleibender Kapazität des Transportdienstes ergibt sich die Frage, wie dessen Ressourcen besser genutzt werden können. Die von den Autoren präsentierte Lösung soll unter Rückgriff auf das bestehende Materialanforderungssystem Kommissionierung und Transportdienst koordinieren sowie den Einsatz des letzteren effizienter gestalten. Die dabei freigesetzten Ressourcen sollen zum einen einer Verbesserung des Lieferserviceniveaus und zum anderen dem Abfangen zukünftiger Belastungen dienen.

Die Modellierung der Autoren beschränkt sich auf jene Transportvorgänge, die die Auslieferung von Materialien aus dem Lagerbereich bzw. deren Rücklieferung umfassen, da nur diese eindeutig über das EDV-System identifiziert werden können. Dieser Transportdienst im engeren Sinne umfaßt damit nur die Fahrer des Schichtdienstes und die sie unterstützenden Fahrer des Tagdienstes. Damit sind zugleich spezielle Transportaufgaben, die sich nur mit entsprechend ausgerüsteten Fahrzeugen durchführen lassen (z.B. das Verbringen von Flugzeugrädern) aus der Betrachtung ausgeschlossen, da diese dem Tagdienst zugeordnet sind. Die ausgegrenzten Tätigkeiten sind zeitunkritisch und/oder hinsichtlich Umfang und Dauer nur schwer planbar. Das Modell konzentriert sich damit auf die Hauptaufgabe des Transportdienstes - die Versorgung der Hallen und Werkstattbereiche mit Material. Es ermöglicht von seiner formalen Struktur her zum einen eine Optimierung, zum anderen den Einsatz von Heuristiken. In der täglichen Anwendung müssen aufgrund vorliegender Zeitrestriktionen Heuristiken verwendet werden; diese können jedoch anhand der Ergebnisse der Optimierung hinsichtlich ihrer Leistungsfähigkeit evaluiert werden.

Im Modell werden zunächst einige der skizzierten organisatorischen Regelungen des Transportdienstes verändert bzw. entsprechende Prämissen gesetzt:

- Die Zuordnung der Fahrer zu bestimmten Empfangsstellen wird aufgehoben und
- der Begriff einer "Tour" wird eingeführt; unter einer solchen wird eine Reihenfolge von anzufahrenden Empfangsstellen verstanden. Eine Tour wird nicht mehr durch die Bereitstellung auszuliefernder Materialien ausgelöst; Touren beginnen vielmehr zu festgelegten Zeitpunkten.

Durch diese Maßnahmen soll die Kapazitätsauslastung der verfügbaren Ressourcen gesteigert und die Anzahl der täglich vorzunehmenden Fahrten gesenkt werden. Damit werden zugleich Kapazitäten freigesetzt. Der Start von Touren in festen Zeitabständen soll eine bessere Koordination zwischen der Materialbereitstellung im Lager und dem Transportdienst ermöglichen. Zugleich wird damit die für die Planung zur Verfügung stehende Dispositionsmasse erhöht. Dabei kann das festzulegende Zeitintervall sich an den Kapazitäten oder der Auftragslage orientieren. Durch die Aufhebung der Zuordnung

der Fahrer zu bestimmten Empfangsstellen kann die Anzahl der Leerfahrten reduziert und die Belastung der Fahrer egalisiert werden. In diesem Zusammenhang ist es allerdings notwendig, die bis dato vorhandene Selbststeuerung der Fahrer durch eine Tourenplanung zu ersetzen. Zunächst sind nun die Rahmenbedingungen derselben festzulegen.

Es wird angenommen, daß für jede Materialanforderung ein spätester Liefertermin am Empfangsort festgelegt wird.⁵⁹ Aufgrund der Dienstzeiten der einzelnen Empfangsstellen kann zugleich auch ein frühester Abgabetermin bestimmt werden, so daß die Auslieferung in einem Zeitfenster erfolgen muß. Unter diesen Annahmen wird die Zielfunktion für das Planungsproblem von CARL/VOSS (1990) als die Suche nach jener Kombination zwischen Betriebsmitteleinsatz und Zeitstrafen für zu späte Auslieferungen formuliert, bei der minimale "Gesamtkosten" entstehen. Als "Kosten" setzen die Autoren, da Fahrzeug- und Personalbestand festgelegt sind, zum einen einen durchschnittlichen Kostensatz pro gefahrener Entfernungseinheit bezüglich der gefahrenen Leistung an.⁶⁰ Zum anderen werden Überschreitungen des spätesten Liefertermins bei der Auslieferung mittels eines zur Verspätung proportionalen linearen (fiktiven) Kostensatzes berücksichtigt.⁶¹ Durch Variation desselben lassen sich zum einen die Beziehungen zwischen den Zielen "Wegeminimierung" und "Verspätungsminimierung" aufzeigen, zum anderen werden dieselben auch gestaltbar. - Dazu muß kritisch angemerkt werden, daß die sich ergebenden "Kosten" nur als eine die relevanten Dimensionen aggregierende (Steuerungs-) Größe innerhalb des Modells angesehen werden können. Aufgrund der angewandten Willkür ist ihre betriebswirtschaftliche Aussagefähigkeit darüber hinaus gering. - Neben dieser Festlegung der Zielfunktion sind bei der Planung diverse Nebenbedingungen zu beachten:

- Alle Aufträge müssen bearbeitet werden.
- Einer Tour zugewiesene Aufträge dürfen die Kapazität (Zuggewicht/Ladekapazität) eines Fahrzeuges nicht überschreiten; ansonsten sind sie in Teilaufträge zu zerlegen, die im weiteren wie eigenständige Aufträge behandelt werden. Weiterhin sind die vorhandenen Personalkapazitäten unter Berücksichtigung der Arbeitszeitregelungen und die Anzahl zur Verfügung stehender Fahrzeuge zu beachten.
- Im Rahmen einer Tour können mehrere Aufträge abgearbeitet werden.
- Pro Tour wird ein Fahrzeug eingesetzt; die Tour beginnt und endet im Lagerbereich.
- Touren können ausfallen, wenn keine Aufträge vorliegen oder eine Auslieferung noch nicht notwendig ist.
- Die zusammenhängende Einsatzzeit eines Fahrzeugs ist beschränkt (z.B. wegen der Batteriekapazität von Elektrofahrzeugen).

Rücklieferungen in den Lagerbereich werden als zeitunkritisch angesehen; die Autoren halten es für sinnvoll, daß die an den Empfangsstellen bereitgestellten Rücklieferaufträge von den Fahrern mitgenommen werden, wenn diese im Rahmen einer Auslieferungstour freie Kapazitäten haben (weil sie z.B. schon einige andere Empfangsstellen angefahren und dort entladen haben). Die Festlegung der spätesten Liefertermine orientiert sich hinsichtlich der Zeitdifferenz zwischen Materialbereitstellung und -nutzung nach Darstellung der Autoren offenbar an der o.g. Auftragspriorisierung.

Dabei wird eine Proportionalität zwischen Fahrzeiten und -strecken unterstellt. Der Kontext legt darüber hinaus nahe, daß es sich bei den verwendeten Kostensätzen größtenteils um proportionalisierte Fixkosten handelt.

Da die ökonomischen Wirkungen einer verspäteten Auslieferung schwer quantifizierbar sind, werden hier fiktive "Strafkosten" zur verfahrenskonsistenten Integration der Verspätungen in eine eindimensionale Zielgröße eingesetzt.

- Be- und Entladezeiten der Fahrzeuge sind zu berücksichtigen.
- Aus Gründen der Akzeptanz bei den Fahrern darf jede Empfangsstelle während einer Tour nur einmal angefahren werden.

Das Modell arbeitet mit einem eingeschränkten Planungshorizont, d.h. es wird immer nur eine bestimmte Anzahl von Touren im Vorgriff geplant. Auf diese werden die zum Planungszeitpunkt vorliegenden Aufträge verteilt, soweit bereits eine Auslieferung möglich oder nötig ist. Festgelegt wird dabei nur die nächste anliegende Tour. Kurz vor Beginn der folgenden Tour erfolgt dann eine neue Planung unter Berücksichtigung der veränderten Datenlage (z.B. neu hinzugekommener Aufträge). Es handelt sich mithin um eine rollierende Planung.

In einem Planungslauf werden zunächst die Touren innerhalb des Planungshorizontes mittels einer situationsspezifisch angepaßten Variante der Methode der sukzessiven Einbeziehung von Aufträgen konstruiert. Zu diesem Zweck werden jene vorliegenden Aufträge, deren frühester Auslieferungszeitpunkt innerhalb des Planungshorizontes liegt, nach aufsteigendem spätesten Auslieferungszeitpunkt sortiert. Die zu planenden Touren werden mit einer Ausgangstour "Lagerbereich - Lagerbereich" initialisiert bzw. es wird eine erste lediglich aus den Stationen "Lagerbereich - Lagerbereich" bestehende Teilrundreise gebildet. Anschließend werden die Aufträge, der obigen Ordnung folgend, sukzessive betrachtet und unter Beachtung der Kapazitäts- und Zeitrestriktionen in die Touren eingefügt. Ein betrachteter Auftrag wird dabei zunächst der spätesten Tour zugewiesen, die noch eine fristgerechte Auslieferung gewährleistet (bzw., bei schon vorhandener Fristüberschreitung, der nächsten stattfindenden Tour). In der jeweiligen Tour wird der Auftrag nun zu Beginn eingeordnet, d.h. die entsprechende Empfangsstelle wird direkt nach Verlassen des Lagerbereichs angefahren. Im weiteren werden die Wirkungen dieser Einfügung auf die Zielfunktion über den verursachten Umweg und die entstehenden Zeitverzögerungen, d.h. die resultierende Kostensteigerung, bestimmt.⁶² Anschließend wird überprüft, ob eine Einordnung an einer anderen Stelle in der Auftragsfolge dieser oder einer der zeitlich vorgelagerten Touren günstiger ist. Der Auftrag wird letztendlich unter Beachtung der oben dargestellten Restriktionen an jener Position (und in jene Tour) eingefügt, an welcher er den Wert der Zielfunktion am wenigsten verschlechtert. Das Verfahren wird wiederholt, bis sämtliche zu disponierende Aufträge verplant sind.

Ausschließlich auf die nächste anstehende Tour wird sodann ein dreistufiges Verbesserungsverfahren angewandt. Zunächst wird geprüft, ob eine Umkehrung der bislang geplanten Auftragsreihenfolge der Tour eine Senkung des Zielwertes zur Folge hat. Diese wird ggf. fixiert.⁶³ Anschließend versuchen die Autoren, durch ein konventionelles 2-optimales Tauschverfahren den Zielwert weiter zu verbessern.⁶⁴ Schließlich werden im dritten Schritt die in dieser Tour noch vorhandenen freien Kapazitäten bzw. durch die

Es handelt sich offensichtlich um eine Variation des Grundgedankens des Savings-Verfahren von CLARKE/WRIGHT (1964), S. 568 ff.

Dieses zunächst etwas suspekte Vorgehen wird von den Autoren nicht weiter motiviert. Es kann lediglich angenommen werden, daß auf diese Weise aus der Konstruktion der Tour resultierende Lieferverspätungen ggf. auf eine wenig aufwendige Art und Weise vermindert bzw. eliminiert werden können.

Zu den Kantenaustauschverfahren 2-opt bzw. 3-opt vgl. z.B. CROES (1958); LIN (1965), S. 2245 ff.; LIN/KERNIGHAN (1973), S. 498 ff.; GOLDEN/STEWART (1985), S. 218 ff.; JÜNGER/REI-NELT/RINALDI (1994), S. 23 ff.; REINELT (1994), S. 100 ff.; GLOVER (1996b), S. 169 ff.

Verbesserungen freigesetzten Kapazitäten verplant: Es wird geprüft, ob Aufträge, die in späteren Touren an dieselben Empfangsstellen, die in der betrachteten Tour auftauchen, geliefert werden sollen, sich unter Beachtung der o.g. Restriktionen noch in die nächste zu fahrende Tour vorziehen lassen.⁶⁵

Nach Abschluß der Planung wird für die nächste anstehende Tour ein Tourenplan ausgedruckt, der dem bzw. den Fahrern ausgehändigt wird.

CARL/VOSS (1990) testen das von ihnen entwickelte Planungsmodell an realen Auftragsdaten der Wartungsbasis der Lufthansa AG aus der 47. Kalenderwoche des Jahres 1988. In diesem Zeitraum fielen 4.092 zu bearbeitende Transportaufträge an. Das Ergebnis der Simulationsläufe zeigt ein erhebliches Einsparungspotential auf: Die Fahrzeiten (in Betriebsstunden) können um durchschnittlich 22% gegenüber dem tatsächlich verwirklichten Ablauf gesenkt werden. Über die in jener Woche realisierten Verspätungen, respektive das Lieferserviceniveau, lagen keinerlei Daten vor, so daß für diesen Bestandteil des Zielwertes keinerlei Vergleiche angestellt werden können. Ein Vergleich der mittels der Heuristik ermittelten Lösungen mit den Ergebnissen einer Optimalplanung wird von den Autoren nicht präsentiert.

Es wird deutlich, daß das Tourenplanungsproblem, respektive das TSP, nur einen kleinen - wenn auch integrativen - Bestandteil des vorliegenden Planungsproblems bildet. Die Formulierung desselben als Tourenplanungsproblem wurde erst möglich, nachdem die zuvor bestehende Organisationsstruktur hinterfragt und aufgebrochen wurde. Die aus der Simulation ersichtlichen Verbesserungsmöglichkeiten sind im wesentlichen auf die Modifikation der durch den Auftragseingang im Status Quo vorgegebenen Abarbeitungsfolge und die resultierende Erhöhung der Dispositionsmasse durch den Start von Touren in Zeitintervallen sowie die Aufhebung der Zuordnung der Fahrer zu bestimmten Empfangsstellen zurückzuführen.

3.3.5. Auftragszusammenstellung in Lagerhäusern

Das TSP in seiner Erweiterung zum Tourenplanungsproblem im Kontext der innerbetrieblichen Logistik wird auch wiederholt mit dem Problem der Auftragszusammenstellung in Lagerhäusern in Verbindung gebracht. Dabei wird angenommen, daß bei einem Lagerhaus ein Auftrag eingeht, welcher aus einer Anzahl von Bestellungen für einzelne Artikel besteht. Alle Artikel werden an unterschiedlichen Plätzen gelagert. Ein Fahrzeug verläßt nun den Verladebereich, um den Auftrag bzw. auch mehrere Aufträge zusammenzustellen. Sieht man die Lagerplätze der Artikel als Städte eines TSP an, so ist

Im Rahmen der eingesetzten Konstruktions- und Verbesserungsverfahren gilt es darüber hinaus noch zu beachten, daß durchaus mehrere Aufträge für eine Empfangsstelle vorliegen können. Dies muß bei Einfügungen bzw. Variationen der Touren im Rahmen der Verbesserung mit den entsprechenden Auswirkungen auf den Zielwert berücksichtigt werden.

Als "Order-Picking Problem in Warehouses", vgl. im folgenden z.B. CHISMAN (1975), S. 115 ff.; MELAMED/SERGEEV/SIGAL (1989a), S. 1155; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 8; REINELT (1994), S. 36 f.; mit mit polynomialem Aufwand lösbaren Sonderfällen RATLIFF/ROSENTHAL (1983), S. 507 ff.; BURKARD/DEINEKO/VAN DAL/VAN DER VEEN/WOEGINGER (1995), S. 43 ff.

nach der zeitminimalen Rundreise gefragt. Zumeist wird eine Proportionalität zwischen Reisezeit und räumlichen Distanzen unterstellt und in diesem Sinne nach der kürzesten Rundreise gesucht; die resultierende Distanzmatrix kann aufgrund der räumlichen Strukturen des Lagers asymmetrisch sein (wenn z.B. das Fahrzeug bestimmte Regalgänge nur in einer Richtung durchfahren kann).⁶⁷ Bei beschränkter Kapazität des eingesetzten Fahrzeuges liegt ein Tourenplanungsproblem vor.

Aus der Untersuchung eines realen Falles resultiert bei CHISMAN (1975) das "Clustered TSP":⁶⁸ Es wird dabei angenommen, daß alle einem Auftrag zugehörigen Artikel stets vollständig zusammengestellt werden müssen, bevor Artikel aus einem anderen Auftrag vom Fahrzeug aufgenommen werden dürfen.⁶⁹ Damit zerfällt das TSP in zwei interdependente Teilprobleme: Zum einen ist durch jeden Cluster der einem Auftrag zugehörigen Artikel, respektive ihrer Lagerplätze, ein zeitminimaler Hamiltonischer Pfad zu bestimmen. Zum anderen ist eine zeitminimale Rundreise durch die Cluster festzulegen. Durch die Kombination von Transformationen der Distanzmatrix mit einem Branch-and-Bound-Verfahren löst der Autor das Problem optimal. Er macht allerdings keine Angaben zur Größe der mit diesem Verfahren mit akzeptablem Aufwand lösbaren Fälle und zu den beobachteten Rechenzeiten.

Lagerhäuser weisen vielfach sehr spezifische räumliche Strukturen bezüglich der Anordnung der Lagerplätze auf. Oft bestehen sie aus parallel angeordneten Regalreihen mit zwischen denselben verlaufenden Gassen und Quergassen. Diese Eigenheit erlaubt es RATLIFF/ROSENTHAL (1983), ein Verfahren zur optimalen Lösung des Problems der Auftragszusammenstellung mit linearer Laufzeit zu entwickeln.⁷⁰ Es basiert auf der Feststellung eines minimalen Toursubgraphen, aus welchem anschließend die optimale Rundreise zusammengesetzt wird. Ein Problem mit 50 Regalgassen (die Anzahl der anzufahrenden Lagerplätze wird nicht genannt) wird von den Autoren in ca. einer Minute gelöst; damit dürfte das Verfahren als praxistauglich anzusehen sein.⁷¹

3.3.6. Steuerung von Regalfahrzeugen in Hochregallagern

Käuferorientierte Märkte, wachsender Kostendruck und neue Produktionsphilosophien wie z.B. Just-In-Time-Konzepte erhöhten im letzten Jahrzehnt die Anforderungen an Zulieferer aller Branchen: Verlangt wurden größere Liefertreue und kürzere Reaktionszeiten bei geringeren Abnahmemengen und zunehmender Sortenvielfalt. Die kostenmini-

⁶⁷ Vgl. z.B. CHISMAN (1975), S. 117.

Vgl. im folgenden CHISMAN (1975), S. 116 ff. Kapazitätsrestriktionen des Fahrzeuges werden vernachlässigt. Vgl. zum "Clustered TSP" des weiteren JONGENS/VOLGENANT (1985), S. 68 ff.; POTVIN/GUERTIN (1996), S. 619 ff.

Leider begründet CHISMAN (1975) die im realen Fall auftretende Notwendigkeit dieses Vorgehens nicht.

Vgl. RATLIFF/ROSENTHAL (1983), S. 507 ff., auch BURKARD/DEINEKO/VAN DAL/ VAN DER VEEN/WOEGINGER (1995), S. 43 ff. Kapazitätsrestriktionen des Fahrzeugs werden vernachlässigt. Zu weiteren Fällen einfacher Lösbarkeit vgl. VAN DAL (1992).

Vgl. RATLIFF/ROSENTHAL (1983), S. 507. Verwendet wurde ein Apple III; das Programm wurde in BASIC erstellt.

male Bewältigung der resultierenden Komplexität konnte u.a. auch durch den Einsatz geeigneter Kommissionierungsverfahren sichergestellt werden. Ein Bestandteil derselben ist zum einen die oben angesprochene Optimierung (bzw. besser: Rationalisierung) innerbetrieblicher Transportvorgänge. Auf der räumlich beschränkteren Ebene der stationären materialflußtechnischen Komponenten sind die weitgehend automatisierten Hochregallager als ein weiteres wichtiges Element derselben zu nennen.⁷²

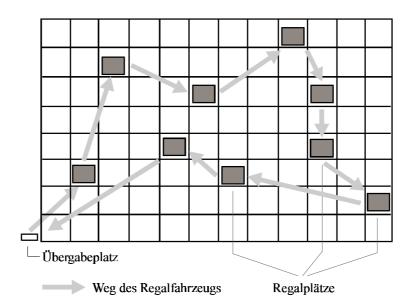


Abb. 3: Schematische Darstellung eines Hochregallagers mit Übergabe- und Regalplätzen sowie Weg des Regalfahrzeugs.⁷³

In der schematischen Darstellung in Abb. 3 wird vereinfachend ein Hochregallager mit nur einem Übergabeplatz und einem Regalfahrzeug unterstellt. Es findet eine Artikelkumulierung statt, d.h. das Regalfahrzeug vermag Objekte aus mehreren Regalplätzen aufzunehmen. Es seien nur Auslagerungsfälle zu berücksichtigen.⁷⁴

Start und Ziel der Bewegung des Regalfahrzeugs ist der Übergabeplatz. Auf seiner Rundreise muß es sämtliche Regalpositionen aufsuchen, von denen Artikel angefordert wurden. Es wird deutlich, daß es sich um ein TSP handelt: Gesucht ist die zeitminimale Folge der anzufahrenden Regalpositionen. In Abb. 3 ist eine plausible Folge eingezeichnet, die nicht unbedingt optimal sein muß. Obwohl die Anzahl der "Städte" dieses TSP aufgrund des limitierten Fassungsvermögens des Regalfahrzeugs nicht sonderlich hoch ist, scheitert eine deterministische Bestimmung der optimalen Lösung bereits ab zwölf bis dreizehn Regalpositionen. In Kleinteilelagern wird jedoch regelmäßig eine größere Anzahl von Positio-

Vgl. zum folgenden Anwendungsfall "Hochregallager" insbesondere BOZER/WHITE (1984), S.
 329 ff.; HWANG/LEE (1988), S. 285 ff.; BOZER/SCHORN/SHARP (1990), S. 238 ff.; SIGAL (1991), S. 50; JÜNEMANN/WÖLKER (1992), S. 164 ff.; WÖLKER (1992), S. 40 ff.

⁷³ In Anlehnung an WÖLKER (1992), S. 42, Abb. 4.

In der Realität wird in Hochregallagergassen operiert; es sind durchaus mehrere Regalfahrzeuge denkbar. Artikelkumulierung ist ein gängiger Vorgang bei Kleinteilelagern; Einlagerungs- und Auslagerungsfälle können gemischt auftreten.

nen angefahren.⁷⁵ In einer weiteren Sicht kann das vorliegende Problem aufgrund der begrenzten Kapazität des Regalfahrzeugs auch als Tourenplanungsproblem aufgefaßt werden.⁷⁶

Besondere Beachtung verdient im Zusammenhang mit der TSP-Formulierung die zugrundezulegende Distanzfunktion. Da hier erstmalig ein Fall auftritt, der für mehrere der in den folgenden Abschnitten beschriebenen Anwendungen typisch ist, soll an dieser Stelle näher darauf eingegangen werden. Abb. 3 läßt auf den ersten Blick eine euklidische Distanzfunktion naheliegend erscheinen. Minimiert werden soll allerdings bei dieser Anwendung nicht die vom Regalfahrzeug zurückzulegende Strecke, sondern die benötigte Reisezeit. Die Frage nach dem Zusammenhang zwischen zurückgelegter Strecke und der dafür benötigten Zeitdauer zwingt dazu, die der Fortbewegung des Fahrzeugs zugrundeliegende Technik detailliert zu betrachten. Es wird i.a. von zwei Motoren angetrieben, deren erster allein eine vertikale und deren zweiter allein eine horizontale Bewegung bewirkt. Relevant für die Reisezeit bei einer Positionsänderung ist somit allein das Maximum aus den Laufzeiten der beiden Motoren. Folglich muß der Distanzfunktion eine Maximumsmetrik der Form $d_{i,j} = \max_k \left(|x_{k,i} - x_{k,j}| \right)$ als Ausprägung der Minkowski-Metrik zugrunde liegen, wobei k der Laufindex der Dimensionen (in diesem Falle zwei) ist.⁷⁷

Implizite Prämisse der letztendlichen Verwendung dieser Metrik wäre es jedoch, eine unbedingte Proportionalität zwischen der räumlichen Distanz, um die ein Motor das Gefährt in horizontaler oder vertikaler Richtung vorantreibt, und der dafür benötigten Zeit zu unterstellen. Damit wäre angenommen, daß das Gefährt von Beginn bis Ende seiner Fahrt eine konstante Geschwindigkeit innehat. Dies trifft jedoch in der Realität nicht zu. Das Regalfahrzeug wird hinsichtlich jeder Bewegungsrichtung zunächst eine Beschleunigung auf seine vorbestimmte Reisegeschwindigkeit vornehmen. Am Ende der Fahrt in eine Bewegungsrichtung wird eine Bremsung stehen. Die Länge dieser Beschleunigungsund Bremsphasen ist von der Leistungsfähigkeit der eingesetzten Motoren abhängig. Auf die Einbeziehung dieser Umstände in die Distanzfunktion kann nur in zwei Fällen verzichtet werden: Zum ersten, wenn man entweder sehr leistungsstarke Motoren unterstellt, so daß Beschleunigungs- und Bremsphasen so kurz werden, daß die Geschwindigkeit des Regalfahrzeugs quasi konstant ist.⁷⁸ Zum zweiten kann auf die Einbeziehung verzichtet werden, wenn die Distanzen so groß ausfallen, daß die Höchst- bzw. Arbeitsgeschwindigkeit des Regalfahrzeuges bei allen möglichen Kombinationen anzufahrender Positionen stets erreicht wird. In diesem Fall stellen Beschleunigungs- und Bremszeiten konstante Größen dar.

Vgl. z.B. BOZER/SCHORN/SHARP (1990), S. 239, mit 12-20 Städten (bzw. Lagerplätzen) pro TSP bzw. bei den empirischen Untersuchungen, S. 240 ff., mit 5-25 Städten.

⁷⁶ Vgl. z.B. HWANG/LEE (1988), S. 287.

Vgl. ähnlich im Kontext tw. anderer Anwendungen z.B. LITKE (1984), S. 1234; MAGIROU (1986), S. 16 f.; CHAUNY/HAURIE/WAGNEUR/LOULOU (1987), S. 28 f.; HWANG/LEE (1988), S. 286; CHAN/MERCIER (1989), S. 1838; BOZER/SCHORN/SHARP (1990), S. 238 ff.; GERSHUNI/SHERSTYUK (1990), S. 171 f.; GRÖTSCHEL/JÜNGER/REINELT (1991), S. 70 f.; REINELT (1994), S. 188; REINELT (1995), S. 6, S. 8.

Zur Einbeziehung von Beschleunigungs- und Bremsphasen in die Distanzfunktion vgl. tw. in einem anderen Kontext MAGIROU (1986), S. 16 f.; CHAUNY/HAURIE/WAGNEUR/LOULOU (1987), S. 28 f.; HWANG/LEE (1988), S. 286 f.; GRÖTSCHEL/JÜNGER/REINELT (1991), S. 70 f.; DUECK/SCHEUER/WALLMEIER (1993), S. 50; REINELT (1994), S. 188 f.; BOZER/

Ein TSP mit der Maximums-Metrik als Basis der Distanzfunktion wird auch als Chebyshev-TSP bezeichnet.⁷⁹ Obgleich dieses Mitglied der Familie der TSP nie dieselbe Aufmerksamkeit fand wie z.B. das euklidische TSP, existieren zahlreiche Anwendungen. Dazu gehören etwa Materialhandhabungssysteme, zu denen das oben beschriebene Hochregallager zählt.⁸⁰ Bei zweidimensionalen Massenspeichern als Bestandteil von Computersystemen lassen sich die Operationssequenzen für Read-Batches der Lese-/Schreibköpfe ebenfalls als entsprechendes TSP auffassen.⁸¹ Auch im Abschnitt 3.3.7 beschriebene Anwendungen des TSP wie das Bohren von Platinen oder die Frage der Reihung der Ausgaben sequentieller Peripheriegeräte (wie z.B. eines Plotters) sind - streng betrachtet - Chebyshev-TSP.⁸²

Das Problem der Minimierung der Fahrzeit des Regalfahrzeugs ist (wie die Bestimmung der Operationssequenzen der Lese-/Schreibköpfe für Massenspeicher) dadurch charakterisiert, daß das entsprechende TSP nur eine relativ geringe Anzahl an "Städten" umfaßt. Des weiteren steht - da es sich hier um kontinuierlich arbeitende Systeme handelt typischerweise nur eine sehr geringe Zeitspanne zur Lösung des Problems zur Verfügung. Hat das Regalfahrzeug eine Fahrt beendet, so muß bereits die nächste Folge zu besuchender Regalpositionen bestimmt sein. Eine Grundanforderung an einzusetzende Lösungsverfahren ist daher eine hohe Geschwindigkeit.

JÜNEMANN/WÖLKER (1992) und WÖLKER (1992) beispielsweise setzen auf selbstorganisierenden Karten bzw. Kohonen-Netzen basierende künstliche neuronale Netze ein. Sie dokumentieren gute Ergebnisse bei einsatzadäquaten Laufzeiten und geringer Streuung.⁸³ BOZER/SCHORN/SHARP (1990) vergleichen in einer umfassenden empirischen Studie verschiedene Heuristiken zur Lösung des Chebyshev-TSP am Beispiel eines bemannten Regalfahrzeugs.⁸⁴ Sie beziehen als Konstruktionsverfahren die "Convex Hull Insertion"-Heuristik⁸⁵, die Bandheuristik⁸⁶, die Bandeinfügungsheuristik⁸⁷, die Sweep-

SCHORN/SHARP (1990), S. 240 ignorieren Beschleunigungs- und Bremsphasen. BENTLEY (1984), S. 76, zeigt an einem Beispiel die bei einer Vernachlässigung denkbaren Probleme auf.

- ⁷⁹ Vgl. auch im folgenden BOZER/SCHORN/SHARP (1990), S. 238 ff.
- Z.B. als Kleinteilversorgungssysteme in flexiblen Fertigungszellen, bei der Komponentenakkumulation in der Montage ("kitting"), als bemannte und vollautomatische unbemannte Systeme.
- 81 Vgl. z.B. WONG (1980), S. 167 ff.; LEE/WONG (1980), S. 200 ff.
- Wiederholt wird in der Literatur argumentiert, man könne die tatsächlich vorliegende Maximumsmetrik ohne gravierende Folgen vernachlässigen und eine euklidische Metrik verwenden, vgl. z.B. BENTLEY (1984), S. 76; WÖLKER (1992), S. 43; JÜNEMANN/WÖLKER (1992), S. 167. Die Konsequenzen dieses Vorgehens sind nicht dokumentiert. Es wäre zu prüfen, welche Auswirkungen diese Vereinfachung auf die Lösungsqualität verschiedener Verfahren zur Bestimmung einer Rundreise hat. WÄSCHER z.B. teilte (mit Bezug auf WÄSCHER (1996); die entsprechende Anwendung wird im Abschnitt 3.3.7.3 dieser Arbeit erörtert) auf Anfrage telefonisch mit, daß seine diesbezüglichen Untersuchungen eine Approximation der Maximumsmetrik durch eine euklidische Metrik rechtfertigen.
- Vgl. JÜNEMANN/WÖLKER (1992), S. 167; WÖLKER (1992), S. 43. Es wird ca. eine Minute Rechenzeit auf einer Workstation benötigt, um ein Problem mit 50 Positionen zu lösen. Die Autoren verwenden allerdings eine euklidische statt der Maximums-Metrik.
- 84 Vgl. BOZER/SCHORN/SHARP (1990), S. 240 ff.
- Vgl. im Rahmen dieser Arbeit Abschnitt 5.3.1, des weiteren z.B. NORBACK/LOVE (1977), S. 1208 ff.; GOLDEN/BODIN/DOYLE/STEWART (1980), S. 698 f.; GOLDEN/STEWART (1985), S. 217.
- Die Bandheuristik zerlegt die Fläche, auf welcher die Städte plaziert sind, in eine festgelegte (gerade) Anzahl von Streifen. In denselben werden folgend die Städte in auf- bzw. absteigender

Heuristik⁸⁸ und die auf raumfüllenden Kurven basierende Heuristik⁸⁹ in ihre Untersuchung ein. Unter den Verbesserungsverfahren werden 2-opt- und 3-opt-Verfahren sowie eine Modifikation von 2-opt, angeblich in Anlehnung an NORBACK/LOVE (1977),90 getestet.91 Dabei waren zwischen 5 und 25 Regalplätze in einer Rundreisesequenz zu ordnen. Während das "Convex Hull Insertion"-Verfahren die besten Lösungen erzeugt, 92 zeigt eine leichter zu implementierende Kombination einer Variante der Bandheuristik mit dem 2-opt-Verfahren fast gleich gute Leistungen bei geringster Laufzeit.⁹³ Werden die übrigen getesteten Heuristiken mit dem 2-opt- bzw. dem modifizierten 2-opt-Verfahren kombiniert, so weisen sie (bei verschiedenen Laufzeiten) eine ähnlich gute Leistung auf. Im Rahmen ihrer Ausführungen berücksichtigen die Autoren zudem die Auswirkungen der Dimensionierung des Hochregals (z.B. quadratisch, verschieden lange Rechteckformen) auf die Leistungsfähigkeit der Heuristiken. Aufgrund der geringen Qualitätsunterschiede der durch verschiedene Verfahren erzeugten Lösungen schlagen sie vor, eine Auswahl des zu verwendenden Verfahrens nach dem Kriterium einer einfachen Implementierung vorzunehmen. Erwägt man einen praktischen Einsatz, so ist bei einer isolierten Betrachtung des Problems darüber hinaus zu fragen, ob die vorliegende Situation - gekennzeichnet durch die Größe und Gestalt des Hochregallagers, die Leistungs- und Beschleunigungsfähigkeit der Motoren des Regalfahrzeugs, die Anzahl der anzusteuernden Regalpositionen und letztlich die anfallenden Fixzeiten (für das Einbzw. Auslagern von Gütern an den Regalpositionen) - in Relation zur möglichen Fahrzeiteinsparung den Einsatz und die Kosten der Implementierung einer speziellen Heuristik wirtschaftlich erscheinen lassen.

Darüber hinaus ist zu beachten, daß das TSP zumeist nur als ein Teilproblem in einem umfassenderen Planungskontext erscheinen wird. Als Beispiel für ein (thematisch noch naheliegendes) interdependent verknüpftes Teilproblem mag die Auftragsspaltung dienen. Es kann angenommen werden, daß eine gewisse Anzahl anzufahrender Regalpositionen jeweils zu einem "Auftrag" gehört. Zu einem fixierten Zeitpunkt mag eine Anzahl von Aufträgen für das Regalfahrzeug vorliegen. Wie sollen nun die im Rahmen derselben anzufahrenden Regalpositionen zu einzelnen Rundreisen zusammengestellt werden, so daß

streifenparalleler Koordinatenreihenfolge besucht. Auch als "Strip"-Heuristik bezeichnet, vgl. z.B. BENTLEY (1984), S. 78; LITKE (1984), S. 1227; REINELT (1994), S. 137 f.

Die Bandeinfügungsheuristik ist eine im Rahmen des Beitrags von BOZER/SCHORN/SHARP (1990) entwickelte Variation der Bandheuristik. Die Bandheuristik wird zunächst unter Ausschluß einer ausgewählten Teilmenge der Städte angewandt; anschließend werden die verbleibenden Städte in die entstandene Teilrundreise eingefügt.

⁸⁸ Vgl. z.B. DOMSCHKE (1990), S. 140 ff.; ursprünglich GILLETT/MILLER (1974), S. 340 ff.

Zur "Space Filling Curve"-Heuristik vgl. z.B. BARTHOLDI/PLATZMAN (1982), S. 121 ff.; BARTHOLDI/PLATZMAN (1984); CHAUNY/HAURIE/WAGNEUR/LOULOU (1987), S. 26 ff.; GAO/STEELE (1994a), S. 314 ff.; GAO/STEELE (1994b), S. 230 ff.; BARTHOLDI (1996).

NORBACK/LOVE (1977), S. 1208 ff. verweisen lediglich auf das von LIN (1965), S. 2245 ff. entwickelte (2-opt-) Kantenaustauschverfahren, präsentieren jedoch keine Modifikation desselben.

⁹¹ Zu den Kantenaustauschverfahren 2-opt bzw. 3-opt vgl. z.B. CROES (1958), S. 791 ff.; LIN (1965), S. 2245 ff.; LIN/KERNIGHAN (1973), S. 498 ff.; GOLDEN/STEWART (1985), S. 218 ff.; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 23 ff.; REINELT (1994), S. 100 ff.; GLOVER (1996b), S. 169 ff.

⁹² Vgl. mit gleichem Ergebnis für eine Hochregallageranwendung HWANG/LEE (1988), S. 290 f.

Die Berechnungen wurden auf einer CDC Cyber 6400 durchgeführt; die Laufzeiten sämtlicher Heuristiken lagen im Millisekundenbereich, d.h. hinreichend für praktische Anwendungen.

- die Kapazität des Regalfahrzeuges durch die während einer Rundreise vorzunehmenden Ein- und Auslagerungen nicht überschritten wird,
- die einzelnen Ein- bzw. Auslagerungspositionen eines Auftrags nicht über eine zu große Folge von Fahrten gestreut werden (dies würde für die Auflösung bzw. Zusammenstellung eines Auftrages eine entsprechend lange Zwischenlagerung am Übergabeplatz erforderlich werden lassen und entsprechenden Platzbedarf und Handhabungskosten verursachen),⁹⁴
- und letztlich die Rundreiselänge bzw. -zeit möglichst gering ausfällt?

HWANG/LEE (1988) beispielsweise betrachten dieses als "Order Batching" bekannte Problem unter der Prämisse, daß die anzufahrenden Regalpositionen eines Auftrags nicht auf unterschiedliche Rundreisen verteilt werden. ⁹⁵ Ihre Zielgröße ist die Minimierung der Reisezeit eines bemannten Regalfahrzeuges für die Abarbeitung eines gegebenen Auftragsbestandes unter Beachtung der Kapazität des Regalfahrzeuges. Der entwickelte heuristische Algorithmus stellt die Aufträge aufgrund der räumlichen Ähnlichkeit der in den Aufträgen enthaltenen Ein- bzw. Auslagerungspositionen zu Rundreisen zusammen, wobei auf Verfahren der Clusteranalyse zurückgegriffen wird. Das TSP erscheint dabei als ein Teilproblem. Zur Lösung verwenden die Autoren das "Convex Hull Insertion"-Verfahren. ⁹⁶

Erscheint das TSP im beschriebenen Sinne als ein Subproblem eines oder mehrerer Metaprobleme, so ist über die oben angesprochene Frage der Wirtschaftlichkeit des Einsatzes von Heuristiken hinaus zu entscheiden, ob das TSP isoliert - unter Vernachlässigung der Interdependenzen zum Metaproblem bzw. in Abbildung derselben in einem Parameterset - oder simultan mit demselben gelöst werden soll. Da simultane Lösungen oftmals zu einer sehr hohen Komplexität (und gleichfalls hohen Rechenzeiten) führen, wird man sich zumeist für eine isolierte Lösung im Sinne einer Dekomposition des Metaproblems entscheiden.

3.3.7. Steuerung von Maschinen mit räumlich zu positionierenden Subsystemen unter besonderer Berücksichtigung der Leiterplattenfertigung

3.3.7.1. Rahmendefinition und Überblick über den Prozeß der Leiterplattenfertigung

Während die bislang beschriebenen Anwendungen ihre Beziehung zum TSP z.T. in ihrer Eigenschaft als Tourenplanungsprobleme begründen, werden nun einige der Kerndefinition des TSP entsprechende Probleme mit räumlich orientierter Distanzfunktion erläutert. Diese gehören sämtlich einer relativ gut abgrenzbaren Gruppe von Anwendungen an,

-

Vgl. mit einer ähnlichen Problemstellung (der Reduzierung der Auftragsstreuung) die in Abschnitt 3.4.6 beschriebene Anwendung.

⁹⁵ Vgl. im folgenden HWANG/LEE (1988), S. 285 ff.

⁹⁶ Vgl. im Ansatz ähnlich CHISMAN (1977), S. 38 ff.

welche sich verallgemeinernd wie folgend charakterisieren läßt:97 Betrachtet werden Gerätschaften bzw. Maschinen, welche ihre die eigentlichen Modifikationen am bearbeiteten Objekt bzw. Werkstück vornehmenden Subsysteme in eine bestimmte räumliche Relation zu demselben bringen müssen, um einen Bearbeitungsschritt vornehmen zu können. An besagtem Objekt ist eine Vielzahl von Operationen mit dem Subsystem auszuführen. Die für die eigentliche Bearbeitung (i.S. der Vornahme der Modifikation am Werkstück) benötigte Zeit ist dabei fix (und oft relativ gering), während die für die räumliche Positionierung des Subsystems benötigte Zeitspanne durch die Folge der Bearbeitung der einzelnen Objekte beeinflußbar ist. Es gilt darüber hinaus, daß diese Reihenfolge der einzelnen Bearbeitungsschritte für das Ergebnis des gesamten Bearbeitungsvorganges irrelevant ist. Gesucht ist eine die gesamte Bearbeitungszeit des Objektes minimierende Reihenfolge der einzelnen Bearbeitungsschritte. Folglich handelt es sich um ein TSP, bei welchem die "Städte" den unterschiedlichen einzunehmenden räumlichen Positionen des Subsystems entsprechen. Als "Distanz" zwischen denselben wird die Zeitdauer angesehen, welche zur Repositionierung des Subsystems notwendig ist. Diese "zeitliche Distanz" weist oftmals eine Proportionalität zur räumlichen Distanz der "Städte" auf.

Im Vorgriff auf die nachstehenden Ausführungen läßt sich diese Beschreibung beispielsweise an einem Flachbettplotter mit Tintenstrahl-Zeichenwerk verdeutlichen, der eine Anzahl von Punkten auf einem eingelegten Blatt Papier erzeugen soll: In Abhängigkeit von der Position der Punkte auf dem Blatt Papier ist der Zeichenkopf des Plotters im zweidimensionalen Raum zu positionieren. Das Erzeugen der Punkte mittels eines Tintenstrahls nimmt eine sehr kurze, von der Reihenfolge der Erzeugung der Punkte unabhängige Zeitspanne in Anspruch. Ein Großteil der anfallenden Bearbeitungszeit entfällt auf die Positionierung des Zeichenkopfes. Nunmehr soll jene Folge der Erstellung der Punkte identifiziert werden, welche die Bearbeitungszeit minimiert.

Auch die oben beschriebene Bestimmung einer zeitminimalen Reihenfolge der Ein- und Auslagerungspositionen für ein Hochregallagerfahrzeug scheint zunächst unter diese Definition zu fallen. Der wesentliche Unterschied zu den hier betrachteten Anwendungen besteht jedoch in der begrenzten Kapazität des Regalfahrzeuges. Eine solche Kapazitätsrestriktion entfällt für die obige Definition. Eindeutig unter dieser Beschreibung subsumierbar ist allerdings das oben bereits kurz angesprochene Problem der Minimierung der Operationszeit für den Lese-/Schreibkopf eines zweidimensionalen Massenspeichers als Bestandteil eines Computersystems.⁹⁸

Eine bemerkenswerte Anzahl von in der Literatur beschriebenen Anwendungen, die dieser Gruppe zuzuordnen sind, erscheint im Rahmen der Produktion von gedruckten Schaltungen bzw. Leiterplatten und ihrer Bestückung. Ihre Darstellung bildet den Schwerpunkt des Abschnittes 3.7. Darüber hinaus werden ergänzend jeweils analoge Anwendungen in anderen Kontexten erörtert.

Um die folgenden Beschreibungen zu verknüpfen und verständlicher zu gestalten, sei hier die Produktion von einfachen Leiterplatten, die heute in fast jedem elektrischen bzw.

⁹⁷ Vgl. ähnlich bereits FLOOD (1956), S. 64.

⁹⁸ Vgl. z.B. WONG (1980), S. 167 ff.; LEE/WONG (1980), S. 200 ff.

elektronischen Gerät zu finden sind, kurz skizziert: ⁹⁹ Bei einer einseitigen, einfachen Leiterplatte bildet eine Tafel, die z.B. aus Phenolharz-Hartpapier oder glasfaserverstärktem Epoxidharzgewebe bestehen kann, die Basis. Auf diese müssen nun die Leiterbahnen aufgebracht werden. Dies geschieht mittels eines in mehreren Varianten möglichen Prozesses. Eine ältere Vorgehensweise besteht z.B. darin, ¹⁰⁰ die Leiterpfade zunächst auf eine Membrane aufzubringen. Dieselbe läßt eine spezielle Tinte nur an jenen Stellen durch, an welchen Leiterpfade auf ihr gezeichnet sind. Die Membrane wird nun über die Basistafel bzw. die zukünftige Leiterplatte gelegt, auf welcher eine dünne Schicht leitenden Materials (z.B. Kupfer) aufgebracht ist. Anschließend erfolgt die Färbung mit der Tinte. Die Leiterplatte ist nun an jenen Stellen eingefärbt, an welchen die Leiterbahnen erscheinen sollen. Folgend wird dieselbe in einer ätzenden Lösung gewaschen, welche die leitende Schicht an allen Stellen entfernt, die nicht mit der Tinte bedeckt sind.

In neueren Varianten wird die Basistafel zusätzlich zur leitenden Schicht mit einer lichtempfindlichen Emulsion versehen. Ein photographisches Negativ der Leiterbahnen (oft auf einer dünnen Glasplatte aufgebracht), die sogenannte Maske, wird mit ultraviolettem Licht auf die Emulsion belichtet. Dabei härtet die Emulsion auf jenen Stellen aus, auf welcher die Leiterbahnen stehenbleiben sollen. Folgend werden Emulsion und leitende Schicht auf allen übrigen Flächen durch Ätzung entfernt; nur die Leiterbahnen verbleiben. Neben diesen vorherrschenden Subtraktivtechniken gibt es noch Additivtechniken, bei welchen z.B. nach einem Siebdruck der Leiterbahnenverläufe auf die Basistafel dieselben mittels eines galvanischen Prozesses aufgebaut werden.

Handelt es sich um eine Multilayerleiterplatte, die aus einer Schichtung mehrerer einzelner Leiterplatten besteht, so werden die einzelnen Lagen anschließend miteinander verbunden (laminiert). Im nächsten Schritt müssen zum einen bei einer Multilayerleiter- bzw. einer zweiseitigen Leiterplatte verschiedene Layer vertikal durch die gesamte Leiterplatte mit Leitungsbahnen verbunden werden; zum anderen werden Löcher (und zugleich leitende Verbindungen mit unterschiedlichen Layern) für die Pins der verschiedenen auf der Leiterplatte zu plazierenden elektronischen Komponenten benötigt. Zu diesem Zweck ist eine große Anzahl von Löchern verschiedenen Durchmessers in die Leiterplatte zu bohren. Dazu werden numerisch gesteuerte Bohrmaschinen konventioneller Art oder Laser verwendet. Nach einer Qualitätsprüfung der Leiterplatte (Funktionsfähigkeit der Leiterbahnen) erfolgt die Bestückung mit den elektronischen Komponenten und leitenden Elementen zwischen den Layern. Hierfür werden zumeist vollautomatische Bestückungsmaschinen ("chip inserter", "IC-inserter" 102) eingesetzt. Anschließend werden die eingesetzten Komponenten über eine Lötwelle (bzw. ein Lötbad) verlötet und durch rotierende Messer auf einheitliche Länge geschnitten. Ein erneuter Funktionstest der fertigen Platine bildet den Abschluß des Produktionsvorganges.

Vgl. zur Terminologie VAJNA/SCHLINGENSIEPEN (1990); zur Beschreibung der Herstellung von Leiterplatten ausführlich LEE (1984), S. 636 ff.; LAURUSCHKAT (1995), S. 735 ff.

¹⁰⁰ Vgl. z.B. MAGIROU (1986), S. 14.

Vgl. eine genau umgekehrte Beschreibung - Leiterbahnen verbleiben nach der Ätzung an nicht dem Licht ausgesetzten Stellen - bei GRÖTSCHEL/JÜNGER/REINELT (1991), S. 63.

¹⁰² Vgl. z.B. CHAN/MERCIER (1989), S. 1837 ff.

3.3.7.2. Maskenbelichtung im Rahmen der Leiterplattenfertigung

Einer der ersten Teilvorgänge der Herstellung, der sich z.T. als TSP auffassen und behandeln läßt, ist die Erstellung der beschriebenen Masken für die Belichtung des Leiterbahnenmusters auf die mit einer lichtempfindlichen Emulsion beschichtete Leiterplatte (bzw. ggf. nur einen von mehreren Layern). 103 Die Masken werden üblicherweise mittels eines Photoplotters direkt auf eine Glasplatte belichtet und später entwickelt. 104 Der Photoplotter, der die Daten über den Verlauf der Leiterbahnen von einer speziellen CAD-Software bezieht, zeichnet dabei sukzessive sämtliche Strukturen mit ultraviolettem Licht oder einem Laser. Die Strukturen bestehen dabei aus zwei grundlegenden Elementen: Zum einen Punkten, die erzeugt werden, indem der Zeichenkopf des Plotters korrekt positioniert wird und dann unter Vorschaltung einer - dem Durchmesser des zu erzeugenden Punktes entsprechenden - Blende kurz belichtet. Zum anderen sind (nicht notwendigerweise gerade) Linien zu zeichnen. Der Zeichenkopf wird dabei zu der dem Linienbeginn entsprechenden Position bewegt und es wird eine andere - der Dicke der zu erzeugenden Linie entsprechende - Blende vorgeschaltet. Sodann beginnt die Belichtung; der Kopf fährt belichtend bis zum Endpunkt der zu erstellenden Linie. Für den gesamten Vorgang der Erstellung der Maske ist es irrelevant, in welcher Reihenfolge die Punkte und Linien gezeichnet werden. Es erscheint folglich zwecks Erhöhung der Produktivität des Photoplotters wünschenswert, jene Folge zu finden, bei der die Operationszeit des Gerätes minimiert wird. Dabei sind jedoch einige Randbedingungen zu beachten bzw. zunächst zu untersuchen.

Die für die Erzeugung (Belichtung) von Linien und Punkten zu veranschlagende Zeitspanne kann als von der Reihenfolge der Erzeugung derselben unabhängig angesehen werden. Folglich sind nur jene Bewegungen des Zeichenkopfes zu betrachten, die "unproduktiv" in dem Sinne sind, als daß sie nur der Erreichung einer neuen Startposition für eine Belichtung dienen. Für die Realisierung der (relativen) Bewegung des Zeichenkopfes zur Maske sind mehrere technische Varianten denkbar: Der Zeichenkopf kann seine Position zum ersten über der Maske mittels zweier Motoren verändern; der Zeichenkopf kann seine Position zum zweiten in einer Richtung verändern, während die Maske auf einem Schlitten in der anderen Richtung bewegt wird. Letztlich kann zum dritten auch die absolute Position des Zeichenkopfes fixiert werden, während sich die Maske zur gewünschten Position bewegt. In allen Fällen werden die notwendigen Positionsänderungen auf zwei Achsen mittels zweier Motoren bewirkt. Dabei ist die für die gesamte relative Positionsänderung notwendige Zeitspanne von der maximalen Arbeitsdauer eines der beiden Motoren abhängig. Die sich unter Berücksichtigung der Beschleunigungs- und Bremsvorgänge der Motoren ergebende Proportionalität der Positionierungszeit zur räumlichen Distanz der Positionierungen führt zu einer Maximumsmetrik bei der Distanzfeststellung. 105 Folglich scheint es vordergründig naheliegend, das

Vgl. im folgenden O.V. (1987), S. 168 f.; HOLLAND (1987), S. 3; MELAMED/SERGEEV/SI-GAL (1989a), S. 1155; REINELT (1989), S. 1 f.; REINELT (1990b), S. 1 f.; JERONIM (1990), S. 3; GERSHUNI/SHERSTYUK (1990), S. 171 ff.; GRÖTSCHEL/JÜNGER/REINELT (1991), S. 61 ff., S. 63 ff.; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 10; REINELT/JÜNGER (1994), S. 1 f.; insbesondere REINELT (1994), S. 39, S. 193 ff. Der Vorgang der Maskenerstellung verläuft auch bei der Herstellung integrierter Schaltungen (ICs) weitgehend analog.

¹⁰⁴ Vgl. LEE (1984), S. 637, Fig. 1.

Dieser Sachverhalt wurde im Zusammenhang mit dem Anwendungsfall "Hochregallager" unter Verweis auf diverse Quellen eingehend dargestellt; auf eine Wiederholung wird hier verzichtet.

Problem der Minimierung der Operationszeit auf Basis dieser Distanzfeststellung bzw. der resultierenden Distanzmatrix zunächst pauschal als symmetrisches TSP mit Nebenbedingungen zu formulieren. ¹⁰⁶ Diese Formulierung würde jedoch weitere technische Restriktionen und Gestaltungsmöglichkeiten vernachlässigen, die zunächst einer näheren Betrachtung bedürfen.

GRÖTSCHEL/JÜNGER/REINELT (1991) weisen darauf hin, daß die Apparatur im Zeichenkopf des Photoplotters, welche den Blendenwechsel durchführt, hochempfindlich ist.107 Ein häufiger Wechsel der Blende führt allmählich zu einer Dejustierung; nach einer gewissen Anzahl von Blendenwechseln ist der Bestandteil des Zeichenkopfes zu rejustieren oder auszutauschen. Des weiteren ist zu beachten, daß ein Blendenwechsel zwar auch jederzeit während eines (nicht belichtenden) Bewegungsvorganges vorgenommen werden kann, jedoch ggf. bei kurzen Bewegungen der Blendenwechsel länger dauern kann als die Positionierung des Zeichenkopfes. In diesen Fällen hätte der Blendenwechsel einen Einfluß auf die Distanzen bzw. die Distanzfunktion. - Diese zusätzlichen Kontextfaktoren lassen sich auf verschiedene Art und Weise in der TSP-Formulierung berücksichtigen. Zum einen könnte das Gesamtproblem in eine Anzahl von blendenspezifischen Teilproblemen bzw. TSP zerlegt werden (Dekomposition): In jedem der Teilprobleme erscheinen nur die mit einer bestimmten Blendeneinstellung zu belichtenden Punkte und Linien. Damit wäre die Anzahl der Blendenwechsel minimiert; allerdings dürfte die für das Zeichnen der gesamten Maske benötigte Zeitspanne - je nach Anzahl der verschiedenen zu berücksichtigenden Blenden - entsprechend höher ausfallen. Darüber hinaus generiert dieses Vorgehen ein neues (Meta-) Planungsproblem: In welcher Reihenfolge sollen die verschiedenen Blendeneinstellungen abgearbeitet werden? Die Lösung dieses Problems hat einen um so größeren Einfluß auf die für die Operationen benötigte Zeitspanne, je geringer die Anzahl an Objekten ist, die mit einer Blendeneinstellung gezeichnet werden müssen und je höher die Anzahl der verschiedenen benötigten Blendeneinstellungen ist. Eine Rücknahme der Dekomposition bzw. ganzheitliche Problemformulierung erscheint möglich, wenn man das Gesamtproblem als "Clustered TSP" auffaßt, wie es im oben geschilderten Anwendungsfall der Auftragszusammenstellung in Lagerhäusern von CHISMAN (1975) eingeführt wurde: 108 Dabei sind jeweils alle Zeichenoperationen mit einer Blendeneinstellung geschlossen vorzunehmen und somit im beschriebenen Sinne als Cluster zu betrachten.

Eine andere Möglichkeit besteht darin, den Blendenwechsel verfahrenskonsistent in das unzerlegte bzw. nicht geclusterte TSP mit einzubeziehen: Zum einen wäre dabei jener Fall zu berücksichtigen, in welchem bei kurzen Kopfbewegungen die benötigte Zeitspanne effektiv durch den Blendenwechsel erhöht wird. Zum anderen müßte der Blendenwechsel selbst durch einen "strafenden" Aufschlag auf die Distanz angerechnet werden, sobald zwei Zeichenoperationen aufeinander folgen, die einen Blendenwechsel notwendig machen. Über die Höhe des Strafaufschlags könnte dabei die Anzahl der realisierten Blendenwechsel beeinflußt werden. Setzt man den Strafaufschlag sehr hoch an, so muß es bei einer optimalen Lösung faktisch wieder zu einer Zerlegung des TSP in eine

Dabei wäre die Besonderheit zu beachten, daß eine als "Stadt" anzusehende Linie durch zwei Endpunkte zu charakterisieren ist; die entsprechenden Konsequenzen für die Distanzmatrix bzw. notwendige Modifikationen an Lösungsverfahren werden unten erläutert.

Vgl. GRÖTSCHEL/JÜNGER/REINELT (1991), S. 65; desgleichen REINELT (1994), S. 194 f.

¹⁰⁸ Vgl. CHISMAN (1975), S. 116 ff.

Anzahl von nacheinander abgearbeiteten Positionierungsfolgen ohne Blendenwechsel innerhalb derselben kommen.

Bislang wurde implizit davon ausgegangen, daß eine Linie in einem ununterbrochenen Belichtungsvorgang erzeugt wird. Das Optimierungspotential für das vorliegende Problem wird erheblich größer, wenn man von dieser Prämisse abrückt. 109 Faßt man eine Linie als eine beliebig feine Folge von Teillinien - im Extrem unendlich viele aufeinander folgende Punkte - auf und erlaubt in diesem Sinne Unterbrechungen des Zeichnens derselben, so dürfte sich die Operationszeit bei einer optimalen Lösung des entsprechenden TSP noch einmal - in Abhängigkeit von der durchschnittlichen Linienlänge und den geometrischen Strukturen - senken lassen. Vorauszusetzen ist in diesem Fall allerdings eine der Feinheit der Zerlegung entsprechende Möglichkeit zur exakten Positionierung des Zeichenkopfes. Zudem ist damit zu rechnen, daß der Zeitaufwand für die Lösung des entsprechenden TSP mittels heuristischer Verfahren erheblich steigt.

Diese zusätzlichen Restriktionen bzgl. des Blendenwechsels bzw. die Möglichkeit der Linienzerlegung steigern zwangsläufig die Komplexität des zu lösenden TSP erheblich. Aus diesem Grund wählen GRÖTSCHEL/JÜNGER/REINELT (1991) folgendes Vorgehen:¹¹⁰ Eine Unterbrechung von Zeichenoperationen bzgl. Linien ist nicht zulässig; es findet die o.g. Dekomposition in Teilprobleme mit jeweils einheitlichen Blendeneinstellungen statt. Dabei wird zum einen das Problem der Belichtung von Punkten betrachtet;¹¹¹ zum anderen bilden jeweils alle Linien einheitlicher Dicke jeweils ein Teilproblem.¹¹² Als Metaproblem wird die Frage der Folge der Blendeneinstellungen aufgefaßt; dabei ist allerdings anzumerken, daß im von den Autoren beschriebenen Fall lediglich neun verschiedene Einstellungen notwendig waren. Der Einfluß der Lösung des Metaproblems auf die gesamte Operationszeit ist also als gering einzuschätzen. Es wird zur Lösung des Metaproblems eine Heuristik, das Verfahren des nächsten Nachbarn, gewählt: Ist eines der vorgenannten TSP im Sinne der Bestimmung eines minimalen Hamiltonischen Pfades gelöst, so ergibt sich eine letzte Position des Zeichenkopfes - entweder als Belichtungsposition eines Punktes oder als Belichtungsendpunkt einer Linie. Es wird nun untersucht, welcher Punkt eines noch nicht gelösten Teilproblems (einer von zwei Endpunkten einer zu belichtenden Linie oder ein zu belichtender Punkt) diesem Endpunkt bezüglich der gewählten Distanzfunktion am nächsten liegt; dieser determiniert die Blendeneinstellung bzw. das Teilproblem, mit dessen Abarbeitung fortgefahren wird.

Teilprobleme, die die Belichtung von Punkten zum Gegenstand haben, werden dabei als Problem der Bestimmung eines minimalen Hamiltonischen Pfades mit unbestimmtem Endpunkt aufgefaßt. Diese lassen sich durch das Einfügen einer künstlichen Kante in symmetrische TSP transformieren und dann mit diversen Heuristiken lösen. Teilprobleme, die die Belichtung von Linien verlangen, können nun zum einen durch das Einfügen einer Nebenbedingung ebenfalls als symmetrische TSP formuliert werden.¹¹³

 $^{^{109}}$ Vgl. GRÖTSCHEL/JÜNGER/REINELT (1991), S. 67 f.; ebenso REINELT (1994), S. 194.

¹¹⁰ Vgl. GRÖTSCHEL/JÜNGER/REINELT (1991), S. 66 ff.; ebenso REINELT (1994), S. 195 ff.

[&]quot;Point Flashing Subproblem", GRÖTSCHEL/JÜNGER/REINELT (1991), S. 66; desgleichen REI-NELT (1994), S. 195. Es scheinen bei der von GRÖTSCHEL/JÜNGER/REINELT (1991) betrachteten Problemstellung nur Punkte eines Durchmessers gegeben zu sein.

[&]quot;Line Drawing Subproblem", GRÖTSCHEL/JÜNGER/REINELT (1991), S. 66; desgleichen REI-NELT (1994), S. 195.

Siehe unten.

Zum anderen ist es jedoch, wie GRÖTSCHEL/JÜNGER/REINELT (1991) ausführen, ¹¹⁴ im Sinne eines heuristischen Vorgehens möglich, diesen Fall als "Rural Postman Problem" ¹¹⁵ aufzufassen und dasselbe durch ein "Chinese Postman Problem" ¹¹⁶ zu relaxieren, welches mit polynomialem Aufwand lösbar ist. ¹¹⁷ Allerdings setzt dieses Vorgehen zur Erlangung guter Lösungen einen möglichst hohen Zusammenhangsgrad des Graphen der leitenden Verbindungen voraus. Dieser Umstand ist bei Leiterplatten selten gegeben.

Im Rahmen einer Kooperation mit der Firma Siemens lösten GRÖTSCHEL/JÜNGER/REINELT (1991) fünf entsprechende Probleme der Maskengenerierung.¹¹⁸ Die Anzahl der zu zeichnenden Punkte bewegte sich dabei zwischen 1.060 und 2.496; es waren zwischen 49 und 38.621 Linien zu erstellen. Die Anzahl der notwendigen verschiedenen Blendeneinstellungen variierte zwischen fünf und neun.¹¹⁹ Es wurde in der Produktion bereits eine einfache Heuristik zur Festlegung einer Zeichensequenz vorgefunden: Diese basierte auf einer Sortierung der zu erzeugenden Punkte und Linienanfangs- bzw. Endpositionen nach ihren *x*- und *y*-Koordinaten.

Zur Lösung dekomponierten die Autoren zunächst den Zeichenvorgang - wie oben beschrieben - in Teilprobleme (Zeichnen von Punkten und Linien verschiedener Dicke). Das Zeichnen der Punkte wurde direkt als symmetrisches TSP, bzw. Problem der Suche nach einem minimalen Hamiltonischen Pfad, aufgefaßt. Die Erzeugung der Linien läßt sich durch die Berücksichtigung einer Nebenbedingung ebenfalls als symmetrisches TSP formulieren: Sollen m Linien geplottet werden, so wird zunächst der aus maximal 2m = n Knoten bzw. Endpunkten der Linien bestehende vollständige Graph gebildet. 120 Aus diesem läßt sich über die adäquate Distanzfunktion die Distanzmatrix D ableiten. In dieser werden nunmehr alle Distanzen, die einer zu zeichnenden Linie (respektive der korrespondierenden Kante des Graphen) entsprechen, auf den Wert Null gesetzt. Gesucht wird anschließend ein minimaler Hamiltonischer Pfad, welcher alle den zu zeichnenden Linien entsprechenden Kanten enthält. Eine Ausgangslösung dieses erweiterten TSP kann z.B. mittels einer geringfügigen Modifikation der Heuristik des nächsten Nachbarn bestimmt werden. 121 Anschließend können klassische Verbesserungsverfahren angewandt werden. Dabei ist allerdings zu beachten, daß keine der eine zu zeichnende Linie repräsentieren-

Im folgenden in Anlehnung an GRÖTSCHEL/JÜNGER/REINELT (1991), S. 67 ff.; vgl. auch REINELT (1994), S. 195 f.

¹¹⁵ Vgl. zum "Rural Postman Problem" z.B. DOMSCHKE (1990), S. 127 ff.

¹¹⁶ Vgl. zum "Chinese Postman Problem" z.B. DOMSCHKE (1990), S. 108 ff.

Vgl. zur Lösbarkeit des "Chinese Postman Problem" mit polynomialem Aufwand z.B. EDMONDS (1965), S. 125 ff.; EDMONDS/JOHNSON (1973), S. 88 ff.; i.a. DOMSCHKE (1990), S. 108 ff. Eine Transformation des Rural Postman Problems in das Chinese Postman Problem ist nur möglich, wenn der Graph der leitenden Verbindungen zusammenhängend ist.

¹¹⁸ Vgl. im folgenden GRÖTSCHEL/JÜNGER/REINELT (1991), S. 71 ff.

¹¹⁹ Vgl. Tab. 2.

Vgl. GRÖTSCHEL/JÜNGER/REINELT (1991), S. 72 f. Es können weniger als 2m Endpunkte erscheinen, wenn Linien Endpunkte gemeinsam haben, d.h. zwei Endpunkte in ihrer Position zusammenfallen.

Die Modifikation besteht lediglich darin, daß als Nachfolger eines Punktes am Ende des aktuellen Pfades in der Iteration, sofern dieser der Endpunkt einer zu zeichnenden Linie ist und der andere Endpunkt derselben noch nicht im Pfad enthalten ist, immer der letztere gewählt wird.

den Kanten aus der Lösung entfallen darf. Auf die Möglichkeit der Zerlegung von Linien im oben beschriebenen Sinne wurde verzichtet. - Das Metaproblem der Bildung einer Folge der Abarbeitung der einzelnen TSP lösen die Autoren mittels der bereits angesprochenen Variation der Heuristik des nächsten Nachbarn.

Um den organisatorischen Regelungen in der laufenden Produktion der Firma Siemens zu genügen, sollten Lösungen der TSP, respektive des gesamten Maskenplotting-Problems, innerhalb von fünf Minuten auf einer 3-MIPS-Workstation erzeugt werden. 122 Diese zusätzliche Restriktion war bestimmend für die Auswahl der anzuwendenden Heuristiken: 123 Zunächst reduzieren GRÖTSCHEL/JÜNGER/REINELT (1991) die Problemgröße durch die Anwendung von Verfahren, die die "Städte" des TSP unter Berücksichtigung ihrer Lage im zweidimensionalen Raum auf der Basis einer euklidischen Distanzfunktion zu sie repräsentierenden "künstlichen" Städten zusammenfassen. 124 Für dieses so erzeugte "reduzierte" TSP werden nunmehr mittels verschiedener Heuristiken Rundreisen bestimmt, welche als globale Annäherung an die Gestalt einer für das Ausgangsproblem günstigen Rundreise angesehen werden können. Nach der Einfügung der Städte des Ausgangsproblems in die Rundreise des reduzierten Problems werden die künstlichen Städte eliminiert und es liegt eine Lösung des Ausgangsproblems vor.

Hinsichtlich der summierten Länge der ("unproduktiven") Positionierungsbewegungen des Zeichenkopfes konnten bezüglich der fünf vorliegenden Probleme von den Autoren die in Tab. 2, Zeile 6 wiedergegebenen beträchtlichen Verbesserungen erreicht werden. Aus Testläufen auf dem Photoplotter für die Maskenherstellung ergaben sich die in der folgenden Zeile der Tabelle dargestellten Senkungen der Produktionszeit. Diese fallen zwangsläufig geringer aus, da zusätzlich die "produktiven" Zeichenbewegungen des Plotters quasi als Fixzeiten eingehen. Wie beim Problem "uni5" deutlich wird, in welchem zahlreiche sehr lange Linien zu zeichnen sind, kann diese Diskrepanz erheblich sein. Probeweise implementierten die Autoren im weiteren leistungsfähigere Heuristiken mit höherem Laufzeitbedarf, um noch vorhandene Verbesserungspotentiale auszuloten. Diese wurden allerdings aufgrund ihrer mangelhaften Effizienz und der Zufriedenheit der Sie-

Verwendet wurde eine SUN 3/60-Workstation. Vgl. REINELT (1994), S. 196.

Eine Anzahl sehr schneller Heuristiken zur Lösung großer TSP, die in diesem Zusammenhang von den Autoren getestet wurden, werden im Detail in REINELT (1989) beschrieben. Weitere Angaben zur heuristischen Lösung der fünf von der Firma Siemens zur Verfügung gestellten Testprobleme finden sich bei REINELT (1994), S. 195 ff.

In diesem Kontext wird damit eine Proportionalität zwischen der entsprechenden Positionierungszeit des Zeichenkopfes bzw. einer um Beschleunigungs- und Bremsphasen korrigierten Maximumsmetrik und den euklidischen Distanzen unterstellt. Zu den angesprochenen Reduktionsverfahren i.a. vgl. in Abgrenzung zu reinen Partitionierungsverfahren z.B. LITKE (1984), S. 1227 ff. mit einer Reduktion über eine Clusterung; BOYD/PULLEYBLANK/CORNUÉJOLS (1987), S. 142; REINELT (1989), S. 4 ff. als "Node reduction" bzw. konkreter "Bucketing"; MELAMED/SERGEEV/SIGAL (1989c), S. 1476 f. als "decomposition and aggregation"; REINELT (1991b), S. 25, S. 35 als "Bucketing"; SUN/MEAKIN/JØSSANG (1993), S. 232 ff.; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 34 ff.; REINELT (1994), S. 139 ff. als "Partial representations" bzw. "Bucketing". Hier wurde das sogenannte "Bucketing" gewählt, welches auf einer Einteilung des z.B. zweidimensionalen Raumes nach verschiedenen Modi in Teilräume beruht. Die in einem Teilraum liegenden Städte werden anschließend durch ihren Schwerpunkt (die Mittelwerte ihrer Koordinaten) repräsentiert. Es entsteht ein "reduziertes" TSP.

mens-Ingenieure mit den Ergebnissen der "schnellen" Heuristiken nicht mehr in der Produktion getestet.¹²⁵

Problembezeichnung	"uni1"	"uni2"	"uni3"	"uni4"	"uni5"	Durch- schnitt
Anzahl Linien	6.139	869	1.360	49	38.621	-
Anzahl Punkte	2.157	2.496	1.477	2.478	1.060	-
Anzahl benötigter Blenden- einstellungen	7	9	5	5	5	-
CPU-Zeit [min:sec]	4:33	2:36	1:37	3:47	1:19	-
Verbesserung Positionierungs- weglänge gegenüber Industrie- lösung	57,05%	38,19%	65,39%	14,19%	83,24%	51,61%
Verringerung Produktionszeit	15,77%	33,33%	23,68%	7,98%	8,78%	17,91%

Tab. 2: Angaben zu den von GRÖTSCHEL/JÜNGER/REINELT (1991) im Anwendungsfall des Maskenplotting für Leiterplatten verwendeten Testproblemen: Charakteristika, Lösungsqualitäten, Laufzeit Heuristiken. 126

Bislang wurde hinsichtlich der Identifikation eines TSP bei der Herstellung der Masken für Leiterplatten nur auf Arbeiten der Autoren um GRÖTSCHEL und REINELT Bezug genommen. Ergänzend soll nun noch die Arbeit von GERSHUNI/SHERSTYUK (1990) skizziert werden, die neben weiteren Anwendungserfahrungen allerdings aufgrund der Sachlogik des Problems nur eine geringfügig differierende Perspektive aufzeigt.¹²⁷

Diese Autoren machen nur spärliche Angaben zu den technischen Rahmenbedingungen der Belichtung der Masken. Sämtliche Punkte bzw. Endpunkte der Linien werden von ihnen auf einem planaren Gitternetz mit ganzzahligen Koordinaten positioniert. Zur Anwendung kommt eine Maximumsmetrik. Beschleunigungs- und Bremsphasen bei der Positionierung des Zeichenkopfes werden nicht berücksichtigt. Eine Differenzierung zwischen Linien und Punkten verschiedenen Durchmessers bzw. die Verwendung verschiedener Blenden wird nicht erwähnt. Unter der Auffassung von Punkten als "Linien ohne Länge" und der zusätzlichen Berücksichtigung der Initialposition des Zeichenkopfes wird ein Hamiltonischer Pfad minimaler Länge gesucht, welcher sämtliche zu belichtenden Linien enthält. Dabei merken die Autoren an, daß aufgrund der Größe der vorliegenden Probleme (12.000-15.000 Linien und Punkte) die Aufmerksamkeit nur solchen Heuristiken gelten kann, die eine günstigere als die quadratische Laufzeitkomplexität realisieren können. Im weiteren stellen sie zwei entsprechende Verfahren vor.

Es wurden Verbesserungen von rd. 10% hinsichtlich der Positionierungsweglänge gegenüber den in Tab. 2 angegebenen Ergebnissen erreicht; dafür war allerdings eine rd. 500%-5.500% höhere Rechenzeit aufzuwenden, vgl. GRÖTSCHEL/JÜNGER/REINELT (1991), S. 75, Tab. 3. Bei einer späteren Bearbeitung derselben Probleme gelang REINELT (1994), S. 198 f. mittels effizienterer Heuristiken eine Verbesserung der Ergebnisse aus Tab. 2 um durchschnittlich 16,5% bei durchschnittlich geringeren Erhöhungen der Rechenzeit (-33% bis 500%).

Die Daten wurden von GRÖTSCHEL/JÜNGER/REINELT (1991), S. 72, Tab. 1; S. 74, Tab. 2 sowie S. 74 übernommen. Identisch bei REINELT (1994), S. 196, Tab. 11.8, S. 198, Tab. 11.10. Vgl. auch zusammenfassend REINELT/JÜNGER (1994), S. 3.

¹²⁷ Vgl. im folgenden GERSHUNI/SHERSTYUK (1990), S. 171 ff.

Das erste derselben wird als "Nearest Addition Algorithm" bezeichnet. Es entspricht inhaltlich weitestgehend dem oben erwähnten, von GRÖTSCHEL/JÜNGER/REINELT (1991) verwendeten modifizierten Verfahren des nächsten Nachbarn bei dem dem Belichten von Linien entsprechenden TSP. Allerdings wird für die Suche nach dem jeweils nächsten Nachbarn ein Kandidatenset verwendet: Nach einer Einteilung der Fläche in rechteckige Zellen wird registriert, welche Städte des TSP in welchen Zellen liegen. Die Suche nach dem nächsten Nachbarn erfolgt, von der Zelle ausgehend, in welcher das Ende des aktuellen Pfades liegt, in einer sich erweiternden Spirale um dieselbe in den jeweils benachbarten Zellen. Die Laufzeitkomplexität dieses Verfahrens wird bei einer unterstellten Gleichverteilung der Linienenden auf der Fläche für den "worst case" mit $O(n \log n)$ angegeben.

Das zweite dargestellte Verfahren wird als "Patching"-Algorithmus bezeichnet. Wiederum wird die Fläche zunächst in rechteckige Zellen eingeteilt, welche eine einfache Nachbarschaftsstruktur der in ihnen liegenden Städte, respektive Endpunkte von Linien, festlegen. Unter Verwendung einer während des Verfahrens schrittweise erhöhten Distanzschranke werden die zu belichtenden Linien jeweils miteinander zu Pfaden verbunden, sofern zwei ihrer Endpunkte eine Distanz unter der jeweiligen Distanzschranke aufweisen. Gebildete Pfade werden im weiteren wie zu belichtende Linien behandelt. Die Erhöhung der Distanzschranke erfolgt in einer exponentiellen Folge immer dann, wenn die gerade geltende Distanzschranke keine weitere Zusammenfügung von Pfaden bzw. zu zeichnenden Linien mehr zuläßt. Die bereits beschriebene Nachbarschaftsstruktur wird genutzt, um die Anzahl der notwendigen Prüfungen zu verringern. - Die Heuristik kann als hierarchisierte, heuristische Lösung eines Zuordnungsproblems mit der Verhinderung der Bildung von Subzyklen angesehen werden. Die Autoren postulieren eine lineare Laufzeit dieser Heuristik; 129 nachgeschaltete Kantentauschverfahren werden zur Verkürzung der Länge des sich ergebenden Hamiltonischen Pfades eingesetzt.

Eine Beurteilung der angewandten Heuristiken kann nicht erfolgen, da die Autoren keine absoluten oder auf untere Schranken bezogenen Lösungsqualitäten angeben. Sie merken lediglich an, daß die Einsatzzeit des Belichtungsgerätes für die Erstellung einer Maske von 12-20 Stunden auf 3-6 Stunden verkürzt werden konnte. Bemerkenswert ist die realisierte Laufzeit der Algorithmen: Obwohl die Autoren nach eigenen Angaben lediglich einen IBM PC/XT einsetzen, gelingt es ihnen, Probleme von ca. 10.000 zu belichtenden Elementen in ca. 10 Minuten zu lösen. Selbst unter Unkenntnis der erzielten Lösungsqualitäten wirken diese Laufzeiten im Vergleich mit den Ergebnissen von GRÖTSCHEL/JÜNGER/REINELT (1991), die eine ungleich schnellere Workstation verwendeten, verwunderlich; mithin kaum erklärbar.

Vgl. im Ansatz ähnlich (allerdings ohne Nutzung von Kandidatenstrukturen) KROLAK/FELTS/ MARBLE (1971), S. 327 ff.; BENTLEY (1992), S. 390 ("Multiple Fragment Heuristic").

Der "Patching"-Algorithmus z.B. beinhaltet im Detail einige Sortiervorgänge. Diese lassen sich nicht mit linearer Zeitkomplexität abwickeln; kein Sortieralgorithmus kommt i.a. mit weniger als $n \log n$ Vergleichen zwischen den zu sortierenden Werten aus. Vgl. z.B. OTTMANN/WID-MAYER (1993), S. 165 ff.; SEDGEWICK (1992), S. 121 ff.

Vgl. im Detail GERSHUNI/SHERSTYUK (1990), S. 172 f., Tab. 1. Die Laufzeiten beider skizzierten Algorithmen scheinen dabei nahezu lineares Wachstum aufzuweisen. - Eingesetzt wurde nach Angaben der Autoren die Programmiersprache Turbo Pascal 4.0.

3.3.7.3. Das "Drilling Problem" im Rahmen der Leiterplattenfertigung und analoge Anwendungen

Der nächste Schritt bei der Produktion von Leiterplatten, welcher sich als TSP formulieren und lösen läßt, ist das Bohren der Löcher, welches zum einen der Herstellung von Verbindungen zwischen verschiedenen Layern einer mehrschichtigen (oder zweiseitigen) Leiterplatte, zum anderen der Plazierung von elektronischen Komponenten auf deren Oberfläche dient. Dieser Vorgang, der in der angloamerikanischen Literatur unter dem Begriff "Drilling Problem" gefaßt wird, ist eine jener TSP-Anwendungen, welche in der Literatur breiteste Aufmerksamkeit findet. Diese begründet sich darin, daß Bohrungen - anlog die Vornahme von Stanzungen oder anderen Operationen - an einem Werkstück nicht nur in der Leiterplattenherstellung, sondern auch in zahlreichen anderen Produktionskontexten erscheinen. Ist das "Drilling Problem" eine Analogie für zahlreiche Anwendungen, bei denen Operationssequenzen für ein im zwei- oder dreidimensionalen Raum zu positionierendes nicht kapazitätsbeschränktes Werkzeug einer numerisch gesteuerten Maschine so festgelegt werden sollen, daß die benötigte Bearbeitungszeit für ein Werkstück minimiert wird. Auch das oben dargestellte Plotten von Belichtungsmasken für die Leiterplattenherstellung fällt in diese Kategorie.

Zunächst sollen die technischen Rahmenbedingungen des "Drilling Problems" erörtert werden. Eingesetzt werden numerisch gesteuerte Werkzeugmaschinen. Der Bohrer arbeitet entweder konventionell mechanisch oder ist, wie bereits von LIN/KERNIGHAN (1973) erwähnt, als Pulslaser ausgelegt.¹³³ Die Bewegung des Bohrkopfes wird - gleich jener des Zeichenkopfes beim oben beschriebenen Photoplotter - mittels zweier Motoren bewirkt. Wiederum gibt es mehrere mögliche technische Realisationen für die relative Positionierung des Bohrers im Verhältnis zum Werkstück: Der Bohrer kann in zwei Dimensionen über dem fixierten Werkstück bewegt werden, Werkstück und Bohrer können in jeweils einer Dimension positioniert werden, und schließlich kann auch das Werkstück in Relation zum fixierten Bohrkopf in zwei Dimensionen bzw. über zwei Motoren in die richtige Position für eine Bohrung gebracht werden.¹³⁴ Wie bereits im

Vgl. im folgenden z.B. STECKHAN/THOME (1971); LIN/KERNIGHAN (1973), S. 513; SCHÖNLEIN (1974), S. 15; LITKE (1984), S. 1227 ff.; MAGIROU (1986), S. 13 ff.; HOLLAND (1987), S. 3; O.V. (1987), S. 168; REINELT (1989), S. 1; JERONIM (1990), S. 2; MELAMED/ SERGEEV/SIGAL (1989a), S. 1155; REINELT (1990b), S. 1; RANDOW (1991); BRENNER (1991), S. 66 f.; GRÖTSCHEL/JÜNGER/REINELT (1991), S. 61 ff.; DUECK/SCHEUER/WALL-MEIER (1993), S. 44; GRÖTSCHEL/PADBERG (1993), S. 2, S. 21; AMIN/FERNÁNDEZ-VILLACAÑAS/COCHRANE (1994), S. 117; REINELT (1994), S. 35 f., S. 187 ff.; REINELT/JÜNGER (1994), S. 1 ff.; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 7 f.; KEARNS (1995); erstaunlicherweise keine Erwähnung bei LAWLER ET AL. (1985).

^{Vgl. im weitesten Sinne bereits FLOOD (1956), S. 61; vgl. mit weiteren Beispielen WONG (1980), S. 167 ff.; BENTLEY (1984), S. 75 ff.; CHAUNY/HAURIE/WAGNEUR/LOULOU (1987), S. 26 ff.; BLAND/SHALLCROSS (1989), S. 125 ff.; CHAN/MERCIER (1989), S. 1837 ff.; BOZER/SCHORN/SHARP (1990), S. 239; REINELT (1990b), S. 3; JERONIM (1990), S. 2; MELAMED/SERGEEV/SIGAL (1989a), S. 1155; LAPORTE (1992a), S. 231; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 7 ff.; REINELT (1994), S. 35 ff.; KEARNS (1995); ROYCHOUDHURY/MUTH (1995), S. 348 f.; WÄSCHER (1996), S. 20 ff.}

¹³³ Vgl. bereits LIN/KERNIGHAN (1973), S. 513.

Es verwundert, daß - wenn schon ein Laser eingesetzt wird - derselbe mittels einer Motorenmechanik über dem Bohrloch positioniert wird. Denkbar scheint auch ein Spiegelsystem, welches den Laserstrahl auf die richtige Stelle lenkt. Die für die korrekte Positionierung der Spiegel aufzuwendende Zeitspanne dürfte erheblich geringer sein als jene der Positionierung mittels zwei Moto-

Anwendungsfall Hochregallager ausführlich dargelegt wurde, ist eine Maximumsmetrik unter Berücksichtigung von Beschleunigungs- und Bremsphasen der Motoren als adäquate Distanzfunktion zu wählen. Betrachtet man die Zeitspanne für die Erzeugung der Bohrungen als fix anfallend, so ergibt sich als einzig beeinflußbare Komponente der Produktionszeit die Positionierungszeit des Bohrkopfes. Gesucht ist folglich eine kürzeste Rundreise des Bohrkopfes, welche in dessen Ruheposition beginnt und endet.

Eine geringfügige Variation des Problems ergibt sich, wenn die zu bohrenden Löcher unterschiedliche Durchmesser aufweisen. ¹³⁶ In diesem Fall muß ein Austausch des Bohrers vorgenommen werden. Zu diesem Zweck muß der Bohrkopf in seine Ausgangsposition zurückfahren, damit am Werkzeugmagazin der Maschine ein neuer Bohrer eingesetzt werden kann. Da dieser Vorgang sehr zeitaufwendig ist, ist es sinnvoll, sämtliche Bohrungen eines Durchmessers in einer geschlossenen Sequenz vorzunehmen. Folglich zerfällt das "Drilling Problem" in eine Anzahl einzelner TSP, die isoliert gelöst werden können. - Letztlich ist noch darauf hinzuweisen, daß üblicherweise nicht nur eine einzelne Leiterplatte vom Bohrautomaten bearbeitet wird. Es werden mehrere derselben nebeneinander in ein spezielles Panel eingelegt, die dann in einem Gang von der Maschine bearbeitet werden. ¹³⁷

Die Bedeutung des "Drilling Problems" aus ökonomischer Sicht wird von verschiedenen Autoren hervorgehoben: ¹³⁸ Bei der Produktion von Leiterplatten wird der Bohrvorgang wiederholt als Engpaß dargestellt; zudem sei er kostenintensiv. Bemühungen, die Produktivität dieses Prozesses im Sinne einer effizienteren Bildung von Bohrsequenzen zu steigern, führten daher wiederholt zu entsprechenden Praxisstudien: LITKE (1984) z.B. untersuchte die Produktionsprozesse bei der Leiterplattenherstellung der Kollmorgen Corporation; MAGIROU (1986) arbeitete für die Metelco S.A., einen mittelständischen Leiterplattenhersteller in Griechenland; GRÖTSCHEL/JÜNGER/REINELT (1991) kooperierten mit der Siemens AG, Augsburg.

Die von den Untersuchenden vorgefundenen Verfahren zur Bildung von Bohrsequenzen waren zumeist nicht sehr effizient.¹³⁹ Bei Siemens wurden Bohrlöcher in einem heuristischen Verfahren nach *x*- und *y*-Koordinaten sortiert, um eine Folge zu identifizieren. LITKE (1984) berichtet vom häufigen Einsatz der Bandheuristik.¹⁴⁰ Diese zerlegt in ihrer Grundform die Fläche, auf welcher die Städte bzw. Bohrlöcher plaziert sind, in eine festgelegte (gerade) Anzahl von Streifen. In denselben werden die Städte dann in auf- bzw. absteigender streifenparalleler Koordinatenreihenfolge besucht. Dieses Verfahren zeigt

ren. Das entsprechende TSP würde dann der zeitminimalen Sequenz der Spiegelpositionierungen entsprechen.

¹³⁵ Vgl. auch z.B. MAGIROU (1986), S. 16 f.; GRÖTSCHEL/JÜNGER/REINELT (1991), S. 70 f.

Vgl. im folgenden z.B. REINELT (1989), S. 1; GRÖTSCHEL/JÜNGER/REINELT (1991), S. 69
 f.; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 7 f.; REINELT (1994), S. 35 f., S. 187 f.

Vgl. z.B. LIN/KERNIGHAN (1973), S. 513; LITKE (1984), S. 1227 sowie S. 1228, Fig. 1; GRÖTSCHEL/JÜNGER/REINELT (1991), S. 69.

Vgl. im folgenden LITKE (1984), S. 1227; MAGIROU (1986), S. 13 f.; GRÖTSCHEL/JÜNGER/ REINELT (1991), S. 62.

Vgl. wiederum im folgenden LITKE (1984), S. 1227; MAGIROU (1986), S. 13 f.; GRÖTSCHEL/ JÜNGER/REINELT (1991), S. 62.

Auch als "Strip"-Heuristik bezeichnet. Vgl. z.B. BENTLEY (1984), S. 78; LITKE (1984), S. 1227,
 S. 1229, Fig. 2; BOZER/SCHORN/SHARP (1990), S. 240 ff.

mittelmäßige Lösungsqualitäten bei geringer Laufzeit im Falle gleichmäßig in der Ebene verteilter Städte. Liegen jedoch spezifische Cluster bzw. Städtemuster vor, reagiert es oft erratisch. Letzteres ist bei den Bohrlochmustern der Leiterplatten häufig der Fall (vgl. Abb. 4). Der Autor erläutert im weiteren, daß aus diesem Grund viele Hersteller ihr Personal darauf trainierten, bei der Erstellung der Programme für die NC-Maschinen durch "Hinsehen" günstige Pfade zu bestimmen.

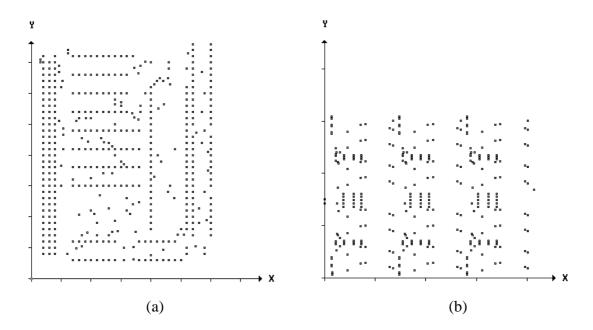


Abb. 4: Bohrprobleme aus der Leiterplattenfertigung: (a) PCB442 und (b) LIN318, entnommen der TSPLIB von REINELT.¹⁴¹

Gleiches berichtet MAGIROU (1986).¹⁴² Vordergründig scheint dieses Vorgehen aufgrund der regelmäßigen Strukturen, in welchen die zu bohrenden Löcher auf den Leiterplatten angeordnet sind (vgl. Abb. 4), plausibel. Im allgemeinen bleiben die Ergebnisse jedoch im Vergleich mit der Leistung heuristischer Verfahren unbefriedigend. - Aufgrund

Vgl. zur TSPLIB ausführlicher Abschnitt 2.4, des weiteren REINELT (1990a); REINELT (1991a); REINELT (1991d), S. 376 ff.; REINELT (1995).

^{Vgl. MAGIROU (1986), S. 14, S. 19. Die menschliche Fähigkeit zur "guten" Lösung größerer TSP ist - in Abhängigkeit von der Art der Städtemuster - umstritten. Während z.B. LITKE (1984), S. 1229, den Menschen für schwerlich durchgängig (konsistent) schlagbar hält, äußern DUECK/SCHEUER/WALLMEIER (1993), S. 51, die Auffassung, daß die menschliche Intuition (aufgrund der verhaltensimplizierten Verwendung "gieriger" Denkweisen, wie sie sich z.B. in einfachen Verfahren wie der Heuristik des nächsten Nachbars äußern) schlecht zu Optimierungsproblemen passe. MAGIROU (1986), S. 18 f., berichtet hingegen sogar, daß zahlreiche Firmen den Einsatz heuristischer Verfahren zur Lösung des "Drilling Problems" ablehnten, da sich menschliche Operatoren bei der Festlegung günstiger Bohrlochsequenzen überlegen zeigten. - Während die meisten Autoren Anmerkungen zu den diesbezüglichen menschlichen Fähigkeiten nur am Rande (Ausnahmen: HENRIQUES/SAFAYENI/FULLER (1987); MCGREGOR/ORMEROD (1996), S. 527 ff.) artikulieren, ist die Leistungsfähigkeit von Ratten zur Lösung von TSP kurioserweise bereits Gegenstand einer weitergehenden wissenschaftlichen Untersuchung gewesen, vgl. BURES/BURESOVA/NERAD (1992), S. 133 ff. Vgl. des weiteren zu diesem Thema KROLAK/FELTS/MARBLE (1971), S. 327 ff.; HURRION (1980), S. 537 ff.; allgemein VAZSONYI (1993), S. 26 ff.}

der zumeist schlechten Leistungen der eingesetzten Verfahren zur Sequenzfestlegung ist ein erhebliches Verbesserungspotential für Heuristiken vorhanden.

Zur Lösung der aus dem "Drilling Problem" resultierenden TSP werden verschiedene Heuristiken herangezogen. Dies begründet sich auch darin, daß zahlreiche der aus Praxisstudien stammenden Datensätze inzwischen als Standardtestprobleme allgemein akzeptiert und z.B. in der TSPLIB von REINELT (1995) für jedermann verfügbar sind. Im folgenden werden jedoch nur die in den erwähnten Praxisstudien eingesetzten Verfahren skizziert.

Problembezeichnung	"da1"	"da2"	"da3"	"da4"	Durch- schnitt
Anzahl Bohrlöcher	2.457	423	2.203	2.104	-
Anzahl benötigter Bohrer verschiedenen Durchmessers	7	7	6	10	-
CPU-Zeit [min:sec]	1:58	0:05	1:43	1:43	-
Verbesserung Positionierungsweglänge gegenüber Industrielösung	51,83%	6,22%	16,14%	55,14%	32,33%
Verringerung Produktionszeit	5,98%	k.A.	k.A	10,06%	8,02%

Tab. 3: Angaben zu den von GRÖTSCHEL/JÜNGER/REINELT (1991) im Anwendungsfall "Drilling Problem" für Leiterplatten verwendeten Testproblemen: Charakteristika, Lösungsqualitäten, Laufzeit Heuristiken. 145

GRÖTSCHEL/JÜNGER/REINELT (1991) hatten bei der Auswahl einer Heuristik - wie gleichartig oben für den Fall des Maskenplotting geschildert - wiederum die Restriktion zu beachten, daß die Berechnungen für eine zu bohrende Leiterplatte unter Verwendung einer 3-MIPS-Workstation innerhalb von fünf Minuten abgeschlossen sein sollten. Wiederum wurde mit dem "Bucketing" ein Reduktionsverfahren eingesetzt, welches zunächst die Problemgröße unter Wahrung der Charakteristika mindert. Anschließend erfolgte eine Lösung über verschiedene laufzeiteffiziente Heuristiken und die Rücknahme der Reduktion über Einfügungsverfahren. Die Ergebnisse für vier Testprobleme sind in

Vgl. z.B. LIN/KERNIGHAN (1973), S. 510 ff.; LITKE (1984), S. 1227 ff.; CHAUNY/HAURIE/ WAGNEUR/LOULOU (1987), S. 26 ff.; REINELT (1989), S. 4 ff.; RANDOW (1991); GRÖT-SCHEL/JÜNGER/REINELT (1991), S. 76; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 10 ff.; REI-NELT (1994), S. 40 f., S. 73 ff.; ROYCHOUDHURY/MUTH (1995), S. 347 ff.

Vgl. REINELT (1990a); REINELT (1991a); REINELT (1991d), S. 376 ff.; REINELT (1995).

Die Daten wurden von GRÖTSCHEL/JÜNGER/REINELT (1991), S. 75, Tab. 4; S. 76, Tab. 5 sowie S. 76 übernommen. Identisch bei REINELT (1994), S. 189, Tab. 11.2, S. 190, Tab. 11.3. Vgl. gleichfalls zusammenfassend REINELT/JÜNGER (1994). In der realen Produktion wurden nur die Probleme "da1" und "da4" überprüft, daher keine Angaben (k.A.) zur Verringerung der Produktionszeit für die Probleme "da2" und "da3".

Vgl. GRÖTSCHEL/JÜNGER/REINELT (1991), S. 62. Verwendet wurde eine SUN 3/60-Workstation. Vgl. REINELT (1994), S. 196.

Vgl. ausführlich und mit Quellenangaben Abschnitt 3.3.7.2 (Anwendungsfall "Maskenerstellung" im Rahmen der Leiterplattenfertigung), Fußnote 124.

Vgl. ausführlich und mit Quellenangaben Abschnitt 3.3.7.2 (Anwendungsfall "Maskenerstellung" im Rahmen der Leiterplattenfertigung); detailliert zu den Verfahren REINELT (1989), S. 4 ff.

Tab. 3 zusammengefaßt. Wiederum lehnten die Siemens-Ingenieure den Einsatz zeitkonsumierenderer, aber bessere Lösungsqualitäten erzielender Verfahren ab. Es kann abschließend zu den Untersuchungen von GRÖTSCHEL/JÜNGER/REINELT (1991) angemerkt werden, daß die von den Autoren vorgeschlagenen Verfahren zur Lösung der aus dem Maskenplotting und dem "Drilling Problem" resultierenden TSP im Jahre 1990 bei Siemens in den normalen Produktionsablauf integriert wurden. 149

LITKE (1984) entwickelt, von einer Untersuchung der Bandheuristik und des Lösens von "Drilling Problems" durch "Hinsehen" aus argumentierend, eine Heuristik, die als kombiniertes Reduktions- und Einfügungsverfahren aufgefaßt werden kann. En immt zunächst eine hierarchische Clusterung der "Städte" vor. Dabei werden identifizierte Cluster jeweils durch sie repräsentierende "künstliche" Städte als Centroide bzw. Schwerpunkte der in ihnen liegenden Städte ersetzt. "Künstliche" Städte werden im weiteren wie normale Städte behandelt, d.h., auch sie können wieder in einen neuen Cluster eingehen. Der wesentliche Unterschied zu klassischen Verfahren der Clusterung ist die Tatsache, daß die maximale Größe der Cluster, d.h. die Anzahl der in einem Cluster liegenden Städte, begrenzt wird. Die Clusterung endet, wenn nur noch drei Städte verbleiben. Diese werden als erste Rundreise berücksichtigt. Folgend werden die Cluster retrograd wieder aufgelöst und die in ihnen zusammengefaßten Städte in enumerativ optimierter Folge anstelle der sie bislang repräsentierenden künstlichen Stadt in die derzeitige Rundreise eingefügt. Der Aufwand für die Enumeration ist dabei durch die begrenzte Anzahl der einem Cluster zugehörigen Städte begrenzt.

LITKE (1984) unterzieht die Leistungsfähigkeit seiner Heuristik einer eingehenden und statistisch validen Analyse,¹⁵² nachdem er dieselbe auf eintausend bei der Leiterplattenherstellung der Kollmorgen Corporation angefallene reale "Drilling Problems" mit bis zu 17.000 Bohrlöchern angewandt hat. Er konstatiert nur in einem einzigen Fall eine Verschlechterung gegenüber den zuvor durch "Hinsehen" ermittelten Bohrsequenzen. Statistisch wird die Wahrscheinlichkeit für einen solchen Fall mit 0,0035% festgestellt. Im Durchschnitt gelingt eine Verkürzung des Weges des Bohrkopfes um rund 44%. Da im

REINELT (1994), S. 189 erläutert, daß die Reduktion nur bei Problemen mit mehr als 300 Bohrlöchern eingesetzt wurde; ansonsten wurde direkt eine Rundreise nach dem Verfahren des nächsten Nachbarn berechnet. Nach Vornahme einer Reduktion wurde das Einfügungsverfahren "Farthest Insertion" (Vgl. zum Einsatz verschiedener Varianten des Einfügungsverfahrens "Farthest Insertion" z.B. ROSENKRANTZ/STEARNS/LEWIS (1977), S. 576 f.; GOLDEN/BODIN/DOYLE/STEWART (1980), S. 698; JOHNSON/PAPADIMITRIOU (1985b), S. 158 f.; GOLDEN/STEWART (1985), S. 223 ff.; BENTLEY (1992), S. 394 f.; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 14 f.; REINELT (1994), S. 82 ff.) eingesetzt, um eine Rundreise für das "reduzierte" TSP zu generieren. REINELT (1994), S. 189 ff. beschreibt darüber hinaus den Einsatz zeitkonsumierenderer, aber eine bessere Lösungsqualität generierender Heuristiken.

¹⁴⁹ Vgl. GRÖTSCHEL/JÜNGER/REINELT (1991), S. 77.

¹⁵⁰ Vgl. im folgenden LITKE (1984), S. 1227 ff.

Vgl. grundsätzlich zu den Verfahren der Clusteranalyse z.B. HARTUNG/ELPELT (1984), S. 443 ff.; BLEYMÜLLER (1989), S. 129 ff.; HOCHSTÄDTER/KAISER (1989), S. 157 ff.; BACKHAUS/ERICHSON/PLINKE/WEIBER (1990), S. 115 ff. Vgl. zu ähnlichen heuristischen Ansätzen unter Nutzung der Clusteranalyse z.B. HWANG/LEE (1988), S. 285 ff.; CODENOTTI/MARGARA (1992b); i.w.S. auch KROLAK/FELTS/MARBLE (1971), S. 327 ff.

Die geringe Anzahl der von GRÖTSCHEL/JÜNGER/REINELT (1991), S. 61 ff. bzw. REINELT (1994), S. 187 ff. untersuchten Probleme kann in diesem Sinne z.B. nicht als ausreichende Stichprobengröße für die Beurteilung der Leistungsfähigkeit der von diesen Autoren eingesetzten Heuristiken angesehen werden.

Jahre 1984 die Anzahl verfügbarer (mittels exakter Verfahren optimal gelöster) Standardtestprobleme noch sehr gering war, findet sich nur eine Anwendung der Heuristik auf das 318-Städte-Problem von LIN/KERNIGHAN (1973), für welches LITKE (1984) mit seinem Verfahren die gleiche Lösungsqualität wie die LIN/KERNIGHAN-Heuristik ermittelt.¹⁵³ - Das Laufzeitverhalten seiner Heuristik weist der Autor aufgrund seiner empirischen Untersuchung als linear aus.¹⁵⁴ Dies würde die Eignung für die typischerweise sehr großen Bohrlochprobleme bestätigen.

MAGIROU (1986) stellte im Auftrag der griechischen Firma Metelco S.A. Überlegungen zur Steigerung der Produktivität bei der Leiterplattenbohrung durch Lösung der entsprechenden TSP für den Weg des Bohrkopfes an. 155 Einerseits waren die zu bewältigenden Probleme von mittlerer Größe, d.h., sie umfaßten 400-600 Städte. Andererseits stand dem Autor nur eine sehr bescheidene EDV-Ausstattung zur Verfügung. 156 Der Auswahl einer geeigneten Heuristik stellt er sorgfältige Überlegungen zur erwarteten Leistungsfähigkeit, Laufzeitkomplexität und dem Implementierungsaufwand voran: Da z.B. fast jede ermittelte (günstige) Bohrlochsequenz benutzt wird, um eine größere Auflage der entsprechenden Leiterplatte zu fertigen, ist ein höherer Zeiteinsatz gerechtfertigt, als wenn von jeder Leiterplatte nur ein Stück gefertigt würde. Weiterhin werden die technischen Rahmenbedingungen eingehend untersucht: Eine Maximumsmetrik wird als problemadäquat eingeschätzt, Beschleunigungs- und Bremsphasen der Motoren werden allerdings nicht berücksichtigt. Aufgrund des Verhältnisses zwischen den für die eigentliche Bohrung und die Positionierung des Bohrkopfes benötigten Zeitspannen schätzte MAGIROU (1986) die mögliche Beschleunigung der Bohrvorgänge auf ca. 30%. Dabei unterstellte er, daß eine geeignete Heuristik Bohrsequenzen ermittelt, die etwa 10% über der Länge des optimalen Bohrkopfpfades liegen. 157 Diese Abschätzung des Verbesserungspotentials im Sinne einer Vorstudie führte dazu, daß das Management von Metelco S.A. ihm den Auftrag erteilte, ein geeignetes Verfahren in der Produktion einzuführen.

Unter Rückgriff auf die Erkenntnisse von GOLDEN/BODIN/DOYLE/STEWART (1980), die die Leistungsfähigkeit verschiedener TSP-Heuristiken evaluierten, ¹⁵⁸ entschied sich MAGIROU (1986) für den Einsatz eines kombinierten Konstruktions- und Verbesserungsverfahrens. Zunächst wurde mit dem "Convex Hull Insertion"-Verfahren

¹⁵³ Vgl. LIN/KERNIGHAN (1973), S. 498 ff. bzw. S. 513.

Vgl. LITKE (1984), S. 1229, S. 1233. Da das Verfahren jedoch z.B. Sortiervorgänge der Städte nach x- und y-Koordinaten einschließt (vgl. LITKE (1984), S. 1230), dürfen die Ergebnisse der empirischen Untersuchung nicht im Sinne einer "worst case"-Laufzeitkomplexität aufgefaßt werden. Sortiervorgänge lassen sich i.a. nicht mit linearer Zeitkomplexität abwickeln; kein Sortieralgorithmus kommt i.a. mit weniger als n log n Vergleichen zwischen den zu sortierenden Werten aus. Vgl. z.B. OTTMANN/WIDMAYER (1993), S. 165 ff.; SEDGEWICK (1992), S. 121 ff.

¹⁵⁵ Vgl. im folgenden MAGIROU (1986), S. 13 ff.

Vgl. MAGIROU (1986), S. 15. Der TRS-80, Model III mit 48 KB RAM, dürfte von seiner Leistungsfähigkeit noch unterhalb der ersten XT-Modelle von IBM anzusiedeln sein. Als Programmiersprache wurde BASIC verwendet.

Der Schätzung liegt darüber hinaus eine Abschätzung der Länge der optimalen Rundreise nach den Verfahren von BENTLEY (1984), S. 75 ff. bzw. LARSON/ODONI (1981) zugrunde. Es ist kritisch anzumerken, daß diese probabilistischen, simulativen Analysen eine zufällige Gleichverteilung der Städte im Raum unterstellen. Dieselbe dürfte bei den Bohrlochmustern einer Leiterplatte kaum gegeben sein.

Vgl. GOLDEN/BODIN/DOYLE/STEWART (1980), S. 694 ff.

unter Verwendung der Einfügeregel "Cheapest Insertion" eine erste Rundreise bestimmt; 159 anschließend wurde dieselbe mittels eines zweioptimalen Kantentauschverfahrens verbessert. 160 Die wesentlichen Kriterien für die Auswahl dieser Heuristik waren der geringe Speicherplatzbedarf, die mit $O(n^2 \log n)$ angegebene Laufzeitkomplexität (welche sich bei diesem Autor aufgrund einer vereinfachenden Modifikation zu $O(n^2)$ ergibt) und die von GOLDEN/BODIN/DOYLE/STEWART (1980) ermittelte gute Leistungsfähigkeit. 161

Im Gegensatz zu anderen Autoren beschreibt MAGIROU (1986) die Implementierung der gewählten Heuristik und die dabei auftretenden Probleme detailliert. Die erste programmierte Version löste ein 100-Städte-Problem in ca. 40 min, erforderte allerdings für 400 bzw. 500 Städte 10 bzw. 16 Stunden Rechenzeit. Für die beiden größeren Probleme wurde im Vergleich mit dem herkömmlichen Vorgehen eine Reduktion der benötigten Bohrzeit an der NC-Maschine von 35% festgestellt. Während die Lösungsqualität damit zufriedenstellend ausfiel, wurde die Laufzeit der Heuristik als deutlich zu hoch empfunden - die Bestimmung einer Bohrsequenz für eine Leiterplatte mit 1.000 Bohrlöchern, die zuweilen bei Metelco S.A. notwendig wurde, wäre nicht innerhalb einer vertretbaren Zeitspanne möglich gewesen. Nachdem die Programmierung bislang in BASIC erfolgte, wurde zwecks Beschleunigung der Heuristik anschließend eine Implementierung in Assembler vorgenommen. Dieses verminderte die Laufzeit für ein 500-Städte-Problem auf 5 Minuten; ein 1.000-Städte-Problem konnte nun in 20 min gelöst werden. Als weiteres anwendungsbezogenes Problem erwies sich der Datenaustausch zwischen der NC-Maschine und dem Computer: Dieser mußte anfangs manuell erfolgen, d.h. sämtliche Koordinaten der Bohrlöcher waren von Hand einzugeben; die durch die Heuristik ermittelte Bohrsequenz war wiederum manuell auf die NC-Maschine zu übertragen. Dieses für eine praktische Anwendung ineffiziente und nicht akzeptable Vorgehen konnte nach der Konstruktion eines speziellen Interfaces durch einen direkten Datenaustausch zwischen Computer und NC-Maschine über ein Magnetband ersetzt werden. - Umfassendere Vergleiche zwischen den von menschlichen Operatoren bestimmten Bohrpfaden und den heuristisch erzeugten Sequenzen zeigten ein Verbesserungspotential zwischen einem und zehn Prozent durch den Einsatz der Heuristik auf.

In den ersten sechs Monaten nach Einführung der heuristischen Bestimmung der Bohrlochsequenzen konnte die Produktivität der betroffenen Abteilung um ca. 10% erhöht werden (gemessen in gebohrten Leiterplatten pro Tag). Das Management von Metelco S.A. schätzte die realisierten Kosteneinsparungen auf ca. 10.000 \$ pro Jahr. Ein weiterer griechischer Hersteller von Leiterplatten, die Firma Teng S.A., übernahm das Verfahren

Vgl. zur "Convex Hull Insertion"-Heuristik im Rahmen dieser Arbeit ausführlich die Abschnitte 5.3.1.1 - 5.3.1.3; des weiteren z.B. NORBACK/LOVE (1977), S. 1208 ff.; GOLDEN/STEWART (1985), S. 207 ff.; WARBURTON (1993), S. 37 ff.; ZWEIG (1995), S. 1049 ff.

^{Vgl. zu den Kantenaustauschverfahren bzw. "2-opt" z.B. LIN (1965), S. 2245 ff.; ROSEN-KRANTZ/STEARNS/LEWIS (1977), S. 563 ff.; GOLDEN/BODIN/DOYLE/STEWART (1980), S. 700 f.; GOLDEN/STEWART (1985), S. 218 ff.; MELAMED/SERGEEV/SIGAL (1989c), S. 1466 f.; DOMSCHKE (1990), S. 98 ff.; LAPORTE (1992a), S. 243; BENTLEY (1992), S. 399 ff.; REINELT (1994), S. 100 ff.; JOHNSON/MCGEOCH (1995), S. 16 ff.; GLOVER (1996b), S. 169 ff.}

Anzumerken ist, daß die Untersuchung einer sehr geringen Anzahl von Testproblemen durch GOLDEN/BODIN/DOYLE/STEWART (1980) die Abschätzung der Leistungsfähigkeit dieses Verfahrens nicht als sehr valide erscheinen läßt.

ebenfalls in die Produktion. Das System wurde zudem seit 1984 unter dem Namen "Optdrome" kommerziell vermarktet.

Nachdem nun das "Drilling Problem" im Rahmen der Leiterplattenherstellung eingehend erörtert wurde, sollen - bevor mit der Leiterplattenbestückung das letzte identifizierbare TSP in diesem Zusammenhang dargestellt wird - einige ihm inhaltlich analoge Anwendungen knapp skizziert werden. Wenngleich diese auch in anderen Kontexten erscheinen, so weisen sie doch sämtlich die grundlegenden Charakteristika des "Drilling Problems" auf.

Eingangs wurden bereits anhand des Problems der Erzeugung einer Anzahl von Punkten mittels eines Flachbettplotters die spezifischen Charakteristika der hier beschriebenen Gruppe von Anwendungen verdeutlicht. Einen Anwendungskontext der Lösung genau dieses Problems beschreibt BENTLEY (1984).¹⁶² Im Zusammenhang mit der jede Dekade stattfindenden Neueinteilung legislativer Distrikte in den USA müssen für die politischen Entscheidungsträger spezielle Karten gedruckt werden, welche neben den Grenzen der derzeitigen Distrikte Repräsentationen der Volkszählungsbezirke in Form von Punkten enthalten. Der Programmierer der zuständigen Behörde konstatierte, daß der Druck dieser Karten zu zeitaufwendig war. Er wandte sich an den Autor, welcher zunächst feststellte, daß die Plotter sehr schnell die Gebietsgrenzen zeichneten, die meiste Zeit dann jedoch mit Kopfpositionierungen für das Zeichnen der Punkte verbrachten - mithin ein TSP. Es wurde das heuristische Verfahren des nächsten Nachbarn zur Festlegung der Folge des Zeichnens der Punkte implementiert, welches die für das Erstellen einer Karte notwendige Zeitspanne um rund 50% senkte. - Die Veröffentlichung, in welcher BENT-LEY (1984) diese Anwendung darstellt, zeichnet sich insbesondere dadurch aus, daß sie eine umfassendere Sicht der Lösung von realen Problemen unter Wahrung des gesunden Menschenverstands vermittelt: So empfiehlt der Autor z.B. zunächst die Überlegung, ob der Kauf zusätzlicher Plotter nicht eine kostengünstigere Lösung des Problems darstellen könnte als die personalintensive Entwicklung und Implementierung eines Verfahrens zur Bestimmung von Zeichensequenzen.¹⁶³

CHAUNY/HAURIE/WAGNEUR/LOULOU (1987) beschreiben den Einsatz einer computergesteuerten Stanze, welche Bestandteil einer flexiblen Fertigungszelle ist. ¹⁶⁴ Die Stanze besitzt ein Revolvermagazin in Form eines rotierenden Türmchens, welches 36 Fächer für unterschiedliche Perforationswerkzeuge besitzt. Jedes Werkzeug wird durch eine bestimmte Drehung des Türmchens verfügbar. Eine Metalltafel, in welcher entsprechende Stanzungen vorzunehmen sind, wird auf einer in zwei Achsen beweglichen Basis befestigt. Ziel der Festlegung einer Folge der Stanzoperationen ist es, einen zeit-

¹⁶² Vgl. BENTLEY (1984), S. 75 ff.

¹⁶³ Vgl. BENTLEY (1984), S. 76.

Vgl. im folgenden CHAUNY/HAURIE/WAGNEUR/LOULOU (1987), S. 26 ff. Die sehr komplexe Anwendung wird hier lediglich grob skizziert. ROYCHOUDHURY/MUTH (1995), S. 347 ff. verwenden für ihre Untersuchung verschiedener Heuristiken 39 aus der Praxis stammende Testprobleme, die sich auf eine Stanze ähnlicher Bauart beziehen. Vgl. weiterhin in diesem Anwendungskontext MELAMED/SERGEEV/SIGAL (1989a), S. 1155.

minimalen Hamiltonischen Pfad für dieselben zu bestimmen; entsprechend liegt ein TSP vor.

Anzumerken ist dabei, daß diese Reihenfolgebestimmung lediglich ein mittels Dekomposition aus der gesamten Einsatzplanung der flexiblen Fertigungszelle abgeleitetes Teilproblem ist. Die eigentlich nur simultan optimierbare Einsatzplanung umfaßt darüber hinaus u.a. die Planung der Produktionslose, die Bestimmung ihrer Reihenfolge, ein Verschnittproblem und die Frage, welche Fächer des Revolvermagazins der Stanze mit welchem Werkzeug bestückt werden soll. Eine hierarchische Zerlegung dieses Planungsproblems in Teilprobleme ist der einzige Weg, die resultierende Komplexität auch nur heuristisch zu bewältigen.

Bei der Bestimmung einer Distanzfunktion für das als Teilproblem identifizierte TSP haben die Autoren zwei wesentliche Komponenten zu berücksichtigen: Zum einen die Bewegung der auf der Basis befestigten Metalltafel mittels zweier Motoren; zum anderen die mittels eines Motors bewirkte Rotation des Werkzeugmagazins. Für alle drei Motoren müssen Beschleunigungs- und Bremseffekte in die Berechnung der für eine Bewegung benötigten Zeitspanne einbezogen werden. Jede Stanzoperation läßt sich nun durch ein Zahlentripel der Form (x_i, y_i, w_i) beschreiben. Dabei geben x_i und y_i die (planaren) Koordinaten der Stanzung auf der Metallplatte und w_i das einzusetzende Werkzeug an. Die Autoren verwenden nun anstelle von w_i die Größe a_i , welche den (Rotations-)Winkel des Revolvermagazins zwischen dem Werkzeug w_i und einem Referenzwerkzeug w_0 bezeichnet. Das Zahlentripel (x_i, y_i, a_i) kann nunmehr als Definition der Stanzoperation i als Punkt in einem zylindrischen dreidimensionalen Raum aufgefaßt werden. Allerdings gilt in demselben keine euklidische, sondern eine Maximumsmetrik unter Berücksichtigung von Beschleunigungs- und Bremseffekten sowie einer Drehrichtung des Revolvermagazins.

Neben dieser den Werkzeugwechsel einschließenden dreidimensionalen Problemdefinition formulierten die Autoren einen zweiten, konventionelleren Ansatz. Derselbe vernachlässigt den Werkzeugwechsel in seiner Distanzfunktion, bleibt daher zweidimensional und zerlegt das Problem in eine Anzahl isoliert zu lösender TSP für jedes Werkzeug. 165

CHAUNY/HAURIE/WAGNEUR/LOULOU (1987) testeten ihr Modell mit realen Produktionsdaten aus der Fertigung der Firma Mark Hot Inc. sowie zufällig erzeugten Testproblemen mit bis zu 36 Stanzwerkzeugen und 1.000 "Städten". Sie beschreiben primär den Einsatz der mit raumfüllenden Kurven arbeitenden Heuristik von BART-HOLDI/PLATZMAN (1982). 166 Diese wurde auf den dreidimensionalen Fall erweitert und durch eine Partitionierungstechnik beschleunigt. Weiterhin wurden die Bandheuristik

Vgl. analog die oben geschilderte Anwendung der Belichtung von Masken für die Leiterplattenherstellung sowie das "Drilling Problem".

Vgl. BARTHOLDI/PLATZMAN (1982), S. 121 ff.; des weiteren z.B. BARTHOLDI/PLATZMAN/ COLLINS/WARDEN (1983), S. 1 ff.; BARTHOLDI/PLATZMAN (1984); BARTHOLDI (1996); des weiteren zum Einsatz bzw. der Beurteilung der "Space Filling Curve"-Heuristik GAO/ STEELE (1994b), S. 230 ff.; GAO/STEELE (1994a), S. 314 ff.; TATE/TUNASAR/SMITH (1994), S. 135 ff.; ROYCHOUDHURY/MUTH (1995), S. 347 ff.

sowie das 2-opt-Verfahren eingesetzt. 167 Gegenüber dem nicht näher definierten Verfahren, welches die Autoren zur Steuerung der Maschinen bei Mark Hot vorfanden, und der Bandheuristik gelangen bereits mit der auf raumfüllenden Kurven basierenden Heuristik erhebliche Verbesserungen bei einer werkzeugweisen Zerlegung in einzelne TSP. Allerdings zeigte die Anwendung des 2-opt-Verfahrens auf, daß diese Ergebnisse aus praktischer Sicht zeiteffizienter Heuristiken noch weit vom Optimum entfernt liegen. Die dreidimensionale Problemformulierung unter Einschluß des Werkzeugwechsels erwies sich im Zusammenhang mit der auf raumfüllenden Kurven basierenden Heuristik als vorteilhaft, wenn die Anzahl der mit einem Werkzeug auszuführenden Operationen gering und die Rotationsgeschwindigkeit des Werkzeugmagazins hoch ist. - Hinsichtlich der Quantifizierung von Laufzeiten der beschriebenen Verfahren und der erzielten Lösungsqualitäten bleibt die Studie von CHAUNY/HAURIE/WAGNEUR/LOULOU (1987) unzureichend. Die Identifizierung und Lösung des TSP in diesem Anwendungsfall führt daher nicht zu ökonomisch bewertbaren Aussagen.

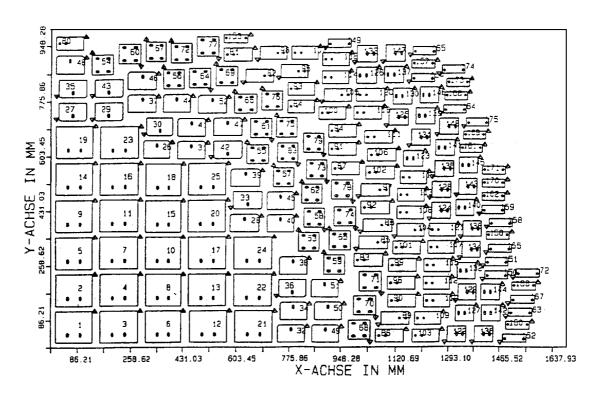


Abb. 5: Schneidplan für die Bauteile eines Produktionsauftrages auf einer Metalltafel nach WÄSCHER (1996). 168

In einem Unternehmen des Fahrzeugbaus untersuchte WÄSCHER (1996) den Produktionsschritt, in welchem aus Metalltafeln mittels eines NC-gesteuerten Lasers Blechteile ausgeschnitten werden. Dabei wird zunächst ein Schneidplan bestimmt, welcher die Positionen der zu einem Produktionsauftrag gehörigen Teile auf einer Metalltafel fest-

Vgl. zu beiden obige Ausführungen bzw. Verweise in diesem Abschnitt. Das 2-opt-Verfahren wurde nach der Beschreibung von BONOMI/LUTTON (1984), S. 551 ff. eingesetzt.

Abb. 5 wurde - leicht verändert - aus WÄSCHER (1996), S. 22 (dort Abb. 1) übernommen.

¹⁶⁹ Vgl. im folgenden WÄSCHER (1996), S. 20 ff.

legt.¹⁷⁰ Ein von WÄSCHER (1996) übernommenes Beispiel für einen solchen Schneidplan ist in Abb. 5 wiedergegeben. Die dem Laser übergebenen Daten aus demselben beinhalten zum einen für jedes auszuschneidende Teil einen Einstichpunkt (in Abb. 5 durch ein gefülltes Dreieck dargestellt) sowie die Konturen des Teiles. Darüber hinaus ist eine Folge des Zuschnitts der Teile vorzugeben. Der deaktivierte Laserkopf fährt nach dem Einlegen einer Metalltafel in die Schneidanlage zunächst aus seiner Ruheposition zum Einstichpunkt des ersten Teiles, wird eingeschaltet und folgt der Gestalt desselben. Wenn er wieder beim Einstichpunkt ankommt, ist das Teil ausgeschnitten. Im weiteren fährt der Kopf direkt zum Einstichpunkt des nächsten Teiles der Folge und setzt dort seine Arbeit fort. Sind sämtliche Teile ausgeschnitten, so kehrt der Laserkopf in seine Ruheposition zurück.

WÄSCHER (1996) erläutert, daß der vollständige Zuschnitt der Blechteile eines Schneidplanes je nach verwendeter Materialart sowie Komplexität und Anzahl der Teile u.ä. zwischen einer und drei Stunden erfordert. Der betrachtete Bereich der Fertigung verfügt über zehn der beschriebenen Schneideanlagen; der Zuschnitt wurde als Engpaß identifiziert. Das Unternehmen erwog den Zukauf zweier weiterer Schneideanlagen zum Preis von je 1,5-3 Mio. DM, wollte jedoch zunächst prüfen lassen, ob durch eine Reorganisation des Produktionsablaufes eine höhere Leistung der Anlagen zu realisieren sei.

Im Rahmen seiner Analyse stellt der Autor zunächst fest, daß die sogenannten Nebenzeiten, darunter insbesondere die Verfahrzeiten des deaktivierten Laserkopfes zwischen den Einstichpunkten, oft mehr als ein Drittel der gesamten Bearbeitungszeit für einen Schneidplan ausmachten. Für den in Abb. 5 wiedergegebenen Schneidplan ergeben sich die Nebenzeiten zu 40 min bei 120 min gesamter Bearbeitungszeit. Die für die eigentlichen Schneidvorgänge benötigte Zeitspanne kann nicht beeinflußt werden und ist als fix anzusehen. Hingegen können die Verfahrzeiten durch die Wahl einer günstigen Folge der Abarbeitung der Teile minimiert bzw. reduziert werden.

In diesem Sinne kann der Weg des Laserkopfes von seinem Ruhepunkt über eine Folge von Einstichpunkten auf der Metalltafel bis zurück zum Ruhepunkt als Rundreise im Sinne eines TSP angesehen werden. Dabei unterstellt WÄSCHER (1996) - im Gegensatz zu den Feststellungen bei den schon beschriebenen Anwendungen - ohne nähere Erläuterung ein euklidisches TSP, verwendet also keine Maximumsmetrik.¹⁷¹ Auf Nachfrage teilte er mit,¹⁷² entsprechende Experimente hätten ergeben, daß die nach den technischen Gegebenheiten vorliegende Maximumsmetrik - der Laserkopf wird mittels zweier Motoren verfahren - problemlos vereinfachend durch eine euklidische Metrik approximiert werden könne.

In der vom Autor vorgefundenen Situation wurde die Reihenfolge des Schnittes der Teile durch dasselbe Programm erzeugt, welches auch den Schneidplan bestimmt. Die von diesem verwendete Technik zur Folgebestimmung erwies sich als im Rahmen der Analyse des Autors nicht nachvollziehbar. Eine von WÄSCHER (1996) beispielhaft wiedergegebene Schneidfolge läßt jedoch auf die in der Industrie häufig genutzte Bandheuristik

WÄSCHER (1996), S. 20 ff, erläutert, daß dieser Schneidplan mittels eines nicht näher erläuterten "Schachtelprogramms" bestimmt wird. Es dürfte sich um eine Verschnittminimierung handeln.

¹⁷¹ Vgl. WÄSCHER (1996), S. 23.

Telefongespräch im Dezember 1996.

schließen.¹⁷³ Diese wurde bereits oben beschrieben und belegt; die von ihr erreichte Lösungsqualität ist zumeist bescheiden. - WÄSCHER (1996) hatte bei der Auswahl einer geeigneten Heuristik zur Lösung der identifizierten TSP zwei Nebenbedingungen zu beachten: Zum einen sollte das entsprechende Programm auf einem schnellen Personal Computer lauffähig sein, zum anderen wurde unter Berücksichtigung des zeitlichen Vorlaufes der Planung die maximale Zeitspanne zur Lösung eines TSP auf eine Stunde begrenzt.¹⁷⁴ Die größten in der beschriebenen Produktionsumgebung zu bearbeitenden Probleme benennt der Autor mit n = 800.

Im Rahmen seiner Arbeit untersucht WÄSCHER (1996) eine Anzahl von "Local Search"-Verfahren in Bezug auf ihre Eignung zur Lösung der vorliegenden TSP. "Local Search"-Verfahren arbeiten prinzipiell nach folgendem Grundprinzip: 175 In der "Nachbarschaft" einer vorliegenden Ausgangsrundreise bzw. Startlösung wird eine sehr ähnliche Rundreise gebildet. Dabei ist der Begriff der Nachbarschaft dadurch definiert, daß die neu erzeugte Rundreise durch eine geringfügige Modifikation der Ausgangsrundreise entsteht. Anschließend wird aufgrund einer je nach konkretem Verfahren unterschiedlich definierten Akzeptanzregel die neue Rundreise als aktuelle Rundreise weiterverwendet oder wieder verworfen. Dieses Vorgehen wird wiederholt, bis eine interne oder extern parametrisierte Abbruchregel den Algorithmus terminiert. Zu den klassischen "Local Search"-Verfahren gehören u.a. die Kantenaustauschverfahren wie z.B. 2-opt. 176 Neuere ihnen zuzurechnende Heuristiken sind z.B. Simulated Annealing, 177 Tabu Search 178 oder Ejection Chains 179. Auch genetische Algorithmen und einige Varianten neuronaler

Vgl. WÄSCHER (1996), S. 24, Abb. 2. Die Bandheuristik wurde bereits oben in ihren verschiedenen Varianten angesprochen bzw. beschrieben.

Bzw. eine halbe Stunde lt. Auskunft WÄSCHERs bei einem Telefongespräch im Dezember 1996.

Vgl. zu "Local Search"-Verfahren im allgemeinen z.B. SAVAGE/WEINER/BAGCHI (1976), S.
 25 ff.; PAPADIMITRIOU/STEIGLITZ (1977), S. 76 ff.; CODENOTTI/MARGARA (1992a); GU/HUANG (1994), S. 728 f.; insbesondere JOHNSON/MCGEOCH (1995), (unter dem Begriff "Local Optimization"); PESCH/VOSS (1995), S. 55 ff.

Vgl. zum 2-opt-Verfahren bzw. den Kantenaustauschverfahren im allgemeinen z.B. LIN (1965), S.
 2245 ff.; ROSENKRANTZ/STEARNS/LEWIS (1977), S. 563 ff.; GOLDEN/BODIN/DOYLE/STEWART (1980), S. 700 f.; GOLDEN/STEWART (1985), S. 218 ff.; MELAMED/SERGEEV/SIGAL (1989c), S. 1466 f.; DOMSCHKE (1990), S. 98 ff.; LAPORTE (1992a), S. 243; BENTLEY (1992), S. 399 ff.; REINELT (1994), S. 100 ff.; JOHNSON/MCGEOCH (1995), S. 16 ff.; GLOVER (1996b), S. 169 ff.

^{Vgl. zum Simulated Annealing bzw. seinen Varianten in Anwendung auf das TSP z.B. KIRK-PATRICK/GELATT/VECCHI (1983), S. 671 ff., 678 f.; ROSSIER/TROYON/LIEBLING (1986), S. 151 ff.; KINZEL (1988), S. 19 ff.; SCHÖN (1989); AARTS/KORST (1989), S. 79 ff.; VEN-KATARAMAN/ATHITHAN (1991), S. 35 ff.; OTTO (1994), S. 188 f.; LEE/CHOI (1994), S. R651 ff.; REINELT (1994), S. 153 ff.; PENNA (1995), S. R1 ff.; JOHNSON/MCGEOCH (1995), S. 47 ff.}

<sup>Vgl. zur Tabu Search in Anwendung auf das TSP z.B. FIECHTER/ROGGER/DE WERRA (1992),
S. 5 ff.; KNOX (1994), S. 867 ff.; REINELT (1994), S. 158 f.; JOHNSON/MCGEOCH (1995), S.
35 ff.; ZACHARIASEN/DAM (o.J.); in anderen (z.T. ähnlichen) Kontexten z.B. GENDREAU/HERTZ/LAPORTE (1994), S. 1276 ff. (in Anwendung auf das Vehicle Routing Problem); NO-WICKI/SMUTNICKI (1996), S. 797 ff. (in Anwendung auf das auch als TSP auffaßbare Job Shop Problem). Die erste konkrete Beschreibung der Tabu Search scheint von GLOVER (1989), S. 190 ff. sowie GLOVER (1990), S. 4 ff. zu stammen.</sup>

Vgl. zu Ejection Chains in Anwendung auf das TSP z.B. GLOVER (1996a), S. 223 ff.

Vgl. zu genetischen Algorithmen bzw. evolutionären Verfahren und ihren Varianten i.w.S. in Anwendung auf das TSP z.B. ABLAY (1987), S. 104 ff.; WHITLEY/STARKWEATHER/FU-

Netze¹⁸¹ (z.B. Kohonen-Netze) können bei einer etwas weiteren Definition unter den "Local Search"-Verfahren subsumiert werden. ¹⁸² - WÄSCHER (1996) berichtet über die Anwendung des klassischen 2-opt-Verfahrens, des Simulated Annealing, des Threshold Accepting ¹⁸³ und des Great-Deluge-Algorithmus ¹⁸⁴ auf 20 aus der Fertigung stammende Testprobleme mit Größen (Anzahl der berücksichtigten Einstichpunkte) zwischen n = 57 und n = 460. ¹⁸⁵ Als einzige Technik zur Bestimmung einer Nachbarlösung werden dabei 2-opt-Modifikationen verwendet. Die Tabu Search erforderte nach Aussage des Autors zuviel Zeit für die Lösung der Probleme; neuronale Netze werden von ihm als nicht konkurrenzfähig zu den obigen Verfahren angesehen. Daher werden die beiden letzteren Verfahren in seiner Arbeit nicht weiter betrachtet.

Verfahren	2-opt	Simulated Annealing	Threshold Accepting	Great Deluge Algorithmus
Mittelwert Verbesserung gegen- über Industrielösung in %	23,97%	26,75%	26,81%	26,91%
Stichproben-Standardab- weichung Verbesserung in %	7,01%	6,78%	7,25%	7,56%
Maximale Verbesserung in %	36,21%	38,40%	40,03%	40,51%
Minimale Verbesserung in %	12,64%	13,56%	12,00%	12,28%

Tab. 4: Zusammenfassung der Ergebnisse von WÄSCHER (1996): Anwendung verschiedener "Local Search"-Verfahren auf 20 TSP (Reduzierung des Verfahrweges eines Laserschneidkopfes mit Problemgrößen zwischen n = 57 und n = 460 (Einstichpunkten)). ¹⁸⁶

QUAY (1989), S. 133 ff.; BANZHAF (1990), S. 7 ff.; VIRTEL (1992), S. 56 f.; insbesondere MI-CHALEWICZ (1992), S. 165 ff.; REINELT (1994), S. 157 f.; JOHNSON/MCGEOCH (1995), S. 70 ff.; SCHMITT/AMINI (1995); BIERWIRTH (1995), S. 87 ff.; CHATTERJEE/CARRERA/LYNCH (1996), S. 490 ff.

Vgl. zu neuronalen Netzen bzw. Kohonen-Netzen (vgl. KOHONEN (1982), S. 59 ff.) in Anwendung auf das TSP z.B. ANGENIOL/CROIX VAUBOIS/TEXIER (1988), S. 289 ff.; FORT (1988), S. 33 ff.; DURBIN/SZELISKI/YUILLE (1989), S. 348 ff.; FAVATA/WALKER (1991), S. 463 ff.; VENKATARAMAN/ATHITHAN (1991), S. 56 ff.; JÜNEMANN/WÖLKER (1992), S. 164 ff.; COLLINGS/SUMI/WEIBLE/ACKLIN/XUE (1992), S. 637 ff.; BURKE/DAMANY (1992), S. 255 ff.; WÖLKER (1992), S. 40 ff.; POTVIN (1993), S. 328 ff.; RETZKO/SCHUMANN (1994); AMIN/FERNÁNDEZ-VILLACAÑAS/COCHRANE (1994), S. 117 ff.; BURKE (1994), S. 681 ff.; REINELT (1994), S. 159 f.; JOHNSON/MCGEOCH (1995), S. 85 ff.; GEE/PRAGER (1995), S. 280 ff.; BURKE (1996), S. 121 ff.

Vgl. entsprechend PESCH/VOSS (1995), S. 55 ff.; ähnlich fallen dieselben bei JOHNSON/ MCGEOCH (1995) unter den Begriff der "Local Optimization".

Vgl. DUECK/SCHEUER (1990), S. 161 ff.; DUECK/SCHEUER/WALLMEIER (1993), S. 42 ff.; JOHNSON/MCGEOCH (1995), S. 65 ff.

Vgl. DUECK (1993), S. 86 ff. Der Great-Deluge-Algorithmus stellt eine modifizierte Variante des Threshold Accepting dar.

Auf die konkrete Ausgestaltung sowie die Vorgehensweise der entsprechenden Algorithmen wird hier nicht weiter eingegangen; vgl. die angegebenen Quellen.

Die in Tab. 4 angegebenen Werte wurden aus den bei WÄSCHER (1996), S. 29 in Tab. 1 präsentierten Ergebnissen berechnet.

WÄSCHER (1996) gibt, abgesehen von einer groben Funktionsbeschreibung der eingesetzten Verfahren, keine weiteren Informationen zur Implementierung oder Parametrisierung. So bleibt beispielsweise unklar, welche Heuristiken verwendet wurden, um die Ausgangsrundreisen für die verschiedenen "Local Search"-Verfahren zu bestimmen, welche Abkühlungsverläufe für das Simulated Annealing gewählt wurden usw. Weiterhin fehlt jegliche Angabe zu den realisierten Laufzeiten. Aus dem Kontext kann nur geschlossen werden, daß letztere innerhalb der vorgegebenen maximalen Laufzeit liegen.

Eine Zusammenfassung der Ergebnisse des Autors ist in Tab. 4 wiedergegeben. Es wird deutlich, daß mit sämtlichen angewandten Verfahren erhebliche Verbesserungen gegenüber der vorgefundenen Industrielösung zur Sequenzbestimmung realisiert werden können. Die drei neueren "Local Search"-Verfahren (Simulated Annealing, Threshold Accepting und der Great Deluge Algorithmus) erweisen sich dabei dem klassischen 2-opt-Verfahren überlegen, zeigen aber keine erheblichen Unterschiede hinsichtlich der durchschnittlichen Verbesserung der Verfahrweglänge. Auffallend ist in allen Fällen die relativ hohe Streuung der Ergebnisse. 188

WÄSCHER (1996) gelangt aufgrund seiner empirischen Ergebnisse zu dem Schluß, daß sich das Simulated Annealing eher zur Lösung größerer, Threshold Accepting zur Lösung mittlerer und der Great Deluge Algorithmus zur Lösung kleiner TSP eigne. Da die vorgegebene maximale Laufzeit seiner Auskunft nach die gleichzeitige Anwendung aller drei neueren "Local Search"-Verfahren erlaubt, kann bei Berücksichtigung der jeweils besten Lösungen eine Verkürzung des Verfahrweges um ca. 27% erreicht werden. Daraus leitet der Autor bei einem durchschnittlichen Nebenzeitanteil von 40% die Möglichkeit zur Reduzierung der gesamten Produktionszeit um etwa 10% ab. Entsprechend kann das geplante Investitionsprogramm der betrachteten Unternehmung auf die Anschaffung einer neuen Schneidemaschine beschränkt werden.

Eine weiterführende Möglichkeit zur Reduzierung der Verfahrweglänge, welche von WÄSCHER (1996) nicht angesprochen wird, könnte in einer Veränderung der Positionierung der Einstichpunkte liegen. Diese werden in der vorgefundenen Situation offenbar von dem Programm vorgegeben, welches den Schneidplan erzeugt. Sofern dem keine technischen Restriktionen entgegenstehen, könnte man dieselben auf der Kontur des jeweils zu schneidenden Teiles verschieben. Dieses könnte entweder vor einer Lösung des entsprechenden TSP in Hinsicht auf dessen einfachere Lösung oder während der Anwendung einer angepaßt modifizierten Heuristik geschehen.

Nachdem nun einige dem "Drilling Problem" analoge bzw. ähnliche Anwendungen betrachtet wurden, soll im folgenden mit der Leiterplattenbestückung ein weiterer Schritt der Leiterplattenproduktion erläutert werden, welcher sich als TSP auffassen und lösen läßt.

Vgl. WÄSCHER (1996), S. 26 ff. Vgl. kommentierend auch Abschnitt 5.1. Eine auf Anfrage zugesandte erweiterte Übersicht über die Ergebnisse der Untersuchungen WÄSCHERs ist zwar in dieser Hinsicht präziser (und gibt z.B. auch Laufzeiten an), deckt sich aber inhaltlich nicht mit den in der hier herangezogenen Arbeit wiedergegebenen Ergebnissen.

Vgl. die entsprechenden Ergebnisse für im Rahmen dieser Arbeit implementierte Heuristiken in Abschnitt 5.

3.3.7.4. Leiterplattenbestückung

In einem der letzten Schritte der Produktion von Leiterplatten werden dieselben mit elektronischen Komponenten bestückt. Dabei wird die klassische manuelle Bestückung immer mehr durch den Einsatz von universell programmierbaren Bestückungsautomaten abgelöst. Speziell für das Einsetzen von integrierten Schaltkreisen (IC's) zeigen CHAN/MERCIER (1989), daß die Festlegung der Reihenfolge der Montage der Bausteine durch solche Automaten ebenfalls als TSP aufgefaßt und gelöst werden kann. Wiederum muß die Aufmerksamkeit dabei zunächst der Arbeitsweise der eingesetzten Maschine gelten.

Die zu bestückende Leiterplatte läßt sich zunächst durch einen Satz von Chips und die ihnen zuzuordnenden Positionen auf derselben definieren. Für die Zuführung der Bauelemente zum Montagegreifer der Bestückungsmaschine gibt es mehrere Möglichkeiten: Die Komponenten können beispielsweise in der Reihenfolge ihrer Montage auf einem Gurt fixiert sein; der Greifer entnimmt jeweils die zu montierende Komponente dem vorfahrenden Gurt.¹⁹¹ Alternativ können die Bausteine getrennt nach ihren Spezifikationen bzw. nach Arten in einer Anzahl von Röhren magaziniert dem Greifer angeboten werden. Derselbe fährt dann z.B. die Ausgabe jener Röhre an, welche den gerade einzusetzenden Baustein enthält, entnimmt denselben und plaziert ihn. Andererseits ist es natürlich auch denkbar, das Magazin beweglich zu gestalten und die Bauelemente immer an einem räumlich fixierten Übergabeplatz vom Greifer aufnehmen zu lassen. - Für die Ausführung des Greifers bzw. Einsetzwerkzeuges gibt es ebenfalls eine Reihe von Alternativen. So können beispielsweise auch mehrere derselben in räumlicher Abhängigkeit (d.h. gemeinsam auf einem Arm montiert) oder Unabhängigkeit voneinander operieren. - Die eingelegte Leiterplatte wird üblicherweise mittels zweier Motoren unter den Greifer gefahren, der sich dann zum Einsetzen des Bausteins senkt.

Gesucht ist jene Reihenfolge des Einsetzens der benötigten Bausteine, welche die Betriebsdauer der Maschine minimiert. Mithin liegt ein TSP vor. Wie CHAN/MERCIER (1989) ausführen, können die Bewegung der Leiterplatte und der gesamte Transportvorgang der Bauelemente zum Greifer auch als einzelne (jedoch nicht isoliert lösbare) TSP aufgefaßt werden. Die Autoren arbeiten mit der sogenannten "Universal Chip Insertion Machine" (UCIM), bei welcher die Chips durch eine Anzahl räumlich fixierter Magazinröhren zugeführt werden. Vor diesen agiert ein Transportmechanismus, welcher auf einer geraden Schiene montiert ist. Dieser entnimmt die Komponenten den Röhren und führt sie den beiden Einsetzwerkzeugen bzw. Greifern zu. Von diesen werden sie dann auf der Leiterplatte plaziert.

Dieses Zusammenspiel mechanischer Teilsysteme impliziert zunächst größte Probleme bei der Bestimmung einer adäquaten Distanzfunktion. Deren Formulierung wird jedoch durch die Tatsache vereinfacht, daß die Zuführung der Komponenten und deren Ein-

Vgl. z.B. LAURUSCHKAT (1995), S. 736; allgemein auch LEON/PETERS (1996), S. 389 ff.; zum Einsatz von für das TSP entwickelten Algorithmen bei manueller Bestückung JOHNSSON/LEIPALA/NEVALAINEN (1996), S. 155 ff.

¹⁹⁰ Vgl. im folgenden CHAN/MERCIER (1989), S. 1837 ff.; CHAN (1993), S. 2171 ff.

¹⁹¹ Vgl. (auch im folgenden) LAURUSCHKAT (1995), S. 736.

Vgl. CHAN/MERCIER (1989), S. 1837 ff. Die Übertragbarkeit ihrer TSP-Formulierung bzw. TSP-Formulierungen für andere Maschinentypen diskutieren die Autoren auf S. 1840.

setzung zumeist erheblich schneller erfolgen können als die notwendigen Bewegungen der Leiterplatte. Letztere stellen somit den Engpaß dar. Die Lösung eines entsprechend vereinfachten TSP genügt damit als zufriedenstellende Lösung des realen Problems. Aus diesem TSP resultiert vordergründig - da die Leiterplatte mittels zweier Motoren bewegt wird - die übliche Maximumsmetrik bei der Feststellung der Distanzen. Die Einbeziehung von Brems- und Beschleunigungszeiten in die Distanzfunktion wird von CHAN/MER-CIER (1989) nicht erwähnt. Die Tatsache, daß die von den Autoren benutzte UCIM zwei Greifer bzw. Einsetzwerkzeuge besitzt, wird zwar berücksichtigt, aber in ihren Auswirkungen auf die Formulierung der Distanzfunktion bzw. des TSP nicht detailliert erörtert. Es wird lediglich angemerkt, daß die berücksichtigten Distanzen nicht zwangsläufig jenen zwischen zwei entsprechenden Komponenten-Lokationen entsprechen.

Zur Lösung des von ihnen identifizierten TSP verwendeten die Autoren das Softwarepaket TRAVEL von BOYD/PULLEYBLANK/CORNUÉJOLS (1987),¹⁹³ welches nach ihren Aussagen den Optima sehr nahe, jedoch in jedem Fall für praktische Zwecke hinreichende Einsetzsequenzen liefert. TRAVEL ermöglicht dem Anwender den Einsatz verschiedener Konstruktions- und Verbesserungsheuristiken und Techniken zur Bestimmung unterer Schranken. Hier wurden zunächst 2-optimale Rundreisen bestimmt,¹⁹⁴ die anschließend wiederholt beschränkt 3-optimal und abschließend mit der LIN/KERNIGHAN-Heuristik verbessert wurden. Anschließend wurde die Abweichung zwischen der vorliegenden Rundreise und mittels verschiedener Techniken erlangten unteren Schranken bestimmt. Sofern diese ein vorgegebenes Maß überstieg, erfolgte ein erneuter Einsatz 2- und 3-optimierender Verfahren sowie der LIN/KERNIGHAN-Heuristik.

CHAN/MERCIER (1989) beschreiben die von ihnen vorgefundene Technik zur Bestimmung einer Einsetzsequenz als "snake-like policy" 195, ähnlich einer Bandheuristik. Sie zogen für ihre Untersuchungen 71 Testprobleme mit zwischen 6 und 104 zu plazierenden Komponenten heran; es handelt sich mithin um TSP geringer Größe. Gegenüber den vorgefundenen Einsetzsequenzen realisierten die Autoren hinsichtlich der von ihnen gewählten Distanzfunktion Verbesserungen von durchschnittlich 35%. Die von TRA-VEL mittels des beschriebenen Vorgehens ermittelten Lösungen lagen im Durchschnitt 0,3% über den entsprechenden berechneten unteren Schranken. Über die 71 verwendeten Testprobleme ergibt sich hinsichtlich dieser Werte nur eine geringe Streuung. Im weiteren untersuchten die Autoren - allerdings nur für eine Leiterplatte - die in der Produktion tatsächlich realisierbare Produktivitätssteigerung. Während die Plattenbewegungen in diesem Fall gemäß der gewählten Distanzfunktion gegenüber dem vorgefundenen Verfahren der Sequenzbildung um 43% reduziert werden konnten, ergab sich eine Verringerung der Operations- bzw. Produktionszeit von nur 8%. Diese Differenz ist zum einen durch die fixen Zeitanteile für die Plazierungsoperationen, zum anderen durch die Tatsache, daß auch das Einlegen und Entfernen der Leiterplatte in die bzw. aus der UCIM berücksichtigt wurde, zu erklären.

Vgl. BOYD/PULLEYBLANK/CORNUÉJOLS (1987), S. 141 ff. TRAVEL ist für IBM-kompatible Personal Computer konzipiert.

¹⁹⁴ CHAN/MERCIER (1989), S. 1839 geben nicht an, mittels welcher Heuristiken die Ausgangsrundreisen erzeugt wurden, auf welche sie die beschriebenen Verbesserungsverfahren anwenden.

¹⁹⁵ Vgl. CHAN/MERCIER (1989), S. 1839.

Eine Erweiterung der Arbeit von CHAN/MERCIER (1989) präsentiert CHAN (1993),¹⁹⁶ der die Einbeziehung von Vorrangbeziehungen im Sinne von Reihenfolgerestriktionen zwischen der Einsetzung bestimmter Komponenten in die TSP-Lösung erörtert. Notwendig wird die Berücksichtigung derselben aufgrund der Konstruktion und Bewegungsabläufe der Einsatzwerkzeuge bzw. Greifer. Das sich ergebende "Precedence Constrained TSP" (PCTSP) kann mittels angepaßter klassischer Heuristiken, so z.B. der LIN/KERNIGHAN-Heuristik, gelöst werden. Gegenüber der in der Praxis verwendeten "snake like policy" konnte CHAN (1993) die durch die notwendigen Plattenbewegungen bedingte Rundreiselänge für kleinere Testprobleme um rund 25%, für größere um rund 50% senken.

Die dargestellte Formulierung eines TSP bei der automatischen Bestückung von Leiterplatten läßt sich auf zahlreiche andere Produktionsvorgänge übertragen, bei denen Komponenten montiert werden. Desgleichen zeigt die Ähnlichkeit mit den zuvor dargestellten Anwendungen, so z.B. der Sequenzbildung für Operationen der Stanze in einer flexiblen Fertigungszelle bei CHAUNY/HAURIE/WAGNEUR/LOULOU (1987), daß es sich um einen einheitlichen Problemtyp handelt. Es ist anzunehmen, daß im Umfeld der automatisierten flexiblen Fertigung in diesem Sinne noch eine erhebliche Zahl bislang nicht identifizierter TSP existiert, deren effiziente Lösung zu Produktivitätssteigerungen beitragen kann.¹⁹⁷

3.3.7.5. Verdrahtung von Computerkomponenten

Bis zu diesem Punkt wurde der Leiterplattenfertigung als einem Produktionsprozeß, der mindestens drei hier dargestellte TSP-Anwendungen einschließt, erhebliche Aufmerksamkeit geschenkt. Die Leiterplatten lösten die Verdrahtung der einzelnen Komponenten eines Computersystems bzw. diverser elektronischer Geräte ab und stellten einen großen Fortschritt für die Fertigung wie die Funktionalität dar. Aus diesem Grund ist die von LENSTRA/RINNOOY KAN (1975) beschriebene Formulierung eines TSP für die Verdrahtung von Computerkomponenten, 198 die wiederholt als typische TSP-Anwendung beschrieben wurde, 199 nur noch von historischem Interesse, sofern sich keine existenten analogen Produktionsprozesse finden. 200 Die Autoren beschreiben das wiederholte Auftreten dieses "Computer Wiring"-Problems beim Entwurf von Interfaces am Institut für Nuklearphysik in Amsterdam. Ein Interface besteht aus einer Anzahl von an bestimmten Orten (fest) montierten Modulen; jedes weist eine Anzahl von Anschlüssen ("Pins") auf, die - offenbar ohne Bedeutung der Reihenfolge - miteinander verbunden werden sollen. Um zukünftige Änderungen der Verdrahtung zu erleichtern, sollen maximal zwei Ver-

Vgl. im folgenden CHAN (1993), S. 2171 ff.; zur Berücksichtigung von Vorrangbeziehungen auch Abschnitt 3.3.2.

Vgl. auch CHAN (1993), S. 2176, der eine große Anzahl von Problemen vermutet, die heute mit anderen Methoden bearbeitet werden, jedoch in einer TSP-Formulierung mit den zur Verfügung stehenden Heuristiken effizienter gelöst werden könnten.

¹⁹⁸ Vgl. im folgenden LENSTRA/RINNOOY KAN (1975), S. 718 f.

Vgl. auch GARFINKEL (1985), S. 18 f.; selbst noch LAPORTE (1992a), S. 232; JÜNGER/REI-NELT/RINALDI (1994), S. 9; REINELT (1994), S. 37.

²⁰⁰ So z.B. denkbar: Verkabelungen zum Testen von Leiterplatten, vgl. REINELT (1994), S. 37.

bindungen an einem Pin angebracht werden. Weiterhin soll, um die Verdrahtung einfach und die Signallaufzeit gering zu halten sowie Kabel zu sparen, die summierte Länge der verwandten Kabelstücke minimiert werden. Es läßt sich entsprechend ein TSP ableiten.²⁰¹

3.3.7.6. Diffraktometerpositionierung im Rahmen der Röntgenkristallographie

Der nahezu klassische Grundtyp des TSP, der im Rahmen der Steuerung von Subsystemen räumlich positionierender Maschinen auftritt - hier bislang z.B. mit den Anwendungen des Bohrens von Leiterplatten, des Bestückens derselben mit Komponenten oder der Reihenfolgebildung von Stanzoperationen beschrieben - kann auch in gänzlich anderen Kontexten als der Produktion erscheinen. In der naturwissenschaftlichen Forschung gilt es oftmals, teure Laboreinrichtungen und -geräte möglichst ökonomisch einzusetzen. Angesichts einer Vielzahl von Nutzungswünschen besteht eine Möglichkeit darin, die Belegungszeiten für einzelne Experimente zu senken. Entsprechende Überlegungen führten in der Röntgenkristallographie zur Identifizierung und Lösung der mithin größten im Rahmen von Anwendungen auftretenden TSP.

Die Röntgenkristallographie beschäftigt sich als Teildisziplin der Kristallographie mit der Erforschung von Kristallstrukturen.²⁰² Wie es der Name bereits andeutet, ist das wesentliche Hilfsmittel bei den entsprechenden Untersuchungen die Röntgenstrahlung. Dieselbe wird, wenn sie auf die Probe eines Kristalls gerichtet wird, durch denselben gebeugt bzw. gestreut. Mißt man das genaue Ausmaß der Beugung bzw. Streuung aus einer großen Anzahl verschiedener Positionen um den Kristall herum (bei fixierter Kristallposition), so sind - über mehrere hier nicht wiedergegebene Verfahrensschritte - Rückschlüsse auf die kristallinen Strukturen möglich.

Die dafür notwendige Apparatur besteht aus einer Halterung für die Kristallprobe und einem Diffraktometer zur Messung der Beugung bzw. Streuung. Vier computergesteuerte Motoren vermögen die Halterung und den Detektor in die in Relation zur monochromatischen Röntgenquelle notwendige Position zu schwenken. Die Experimente erfordern typischerweise zwischen 5.000 und 30.000 positionsverschiedene Ablesungen auf dem Diffraktometer. Die für die Messung erforderliche Zeit betrug in dem von BLAND/SHALLCROSS (1989) beschriebenen Beispiel etwa 75% der Gesamtdauer des Experiments. Die Autoren halten jedoch eine Reduzierung auf acht bis unter ein Prozent durch die Verwendung hochenergetischer Röntgenquellen für möglich. Damit würde die Gesamtdauer des Experiments - und mithin die entsprechende Zeit der Belegung der Appa-

Vgl. das Beispiel bei LENSTRA/RINNOY KAN (1975), S. 720, Fig. 1 (a), (b). Dasselbe läßt vermuten, daß nur ein Hamiltonischer Pfad gesucht wird. - Die Autoren machen keine Angaben zu zu beachtenden Nebenbedingungen.

Zum nachfolgend beschriebenen Auftreten von TSP in der Röntgenkristallographie vgl. auch CLARKE (1988), S. 45 ff.; O.V. (1987), S. 170; LAPORTE (1992a), S. 231; JÜNGER/REINELT/ RINALDI (1994), S. 8; REINELT (1994), S. 36; KEARNS (1995). Die nachstehende Darstellung orientiert sich an BLAND/SHALLCROSS (1989), S. 125 ff.

ratur - wesentlich durch die sogenannte Schwenkzeit, die für die korrekte Positionierung der Apparatur notwendige Zeitspanne, bestimmt.²⁰³

Wesentlich für die Identifizierung als TSP ist im weiteren die Tatsache, daß die Reihenfolge der Ablesungen am Diffraktometer für die Ergebnisse der Untersuchung irrelevant ist. Danach liegt es nahe, die Messungen, respektive die entsprechend mittels der computergesteuerten Motoren dafür anzusteuernden Positionen, als Städte eines TSP anzusehen. Gesucht ist nun die zeitminimale Rundreise bzw. ein Hamiltonischer Pfad durch diese Positionen. Jede Position läßt sich durch ein Zahlentripel in einer zum Kristallgitter dualen Struktur (auf welche hier nicht weiter eingegangen wird) mit Bezug zu einem räumlichen Ursprung beschreiben. Die unter Einbeziehung der Geschwindigkeit der Motoren ableitbare Distanzfunktion ist nicht-euklidisch, genügt jedoch der Dreiecksungleichung.²⁰⁴ Die resultierende Distanzmatrix ist symmetrisch.

Üblicherweise werden bei den entsprechenden Untersuchungen die Koordinatentripel in einer lexikographischen Reihenfolge abgearbeitet.²⁰⁵ Die Vermutung, daß dieselbe die benötigte Schwenkzeit nicht minimiert, liegt nahe. BLAND/SHALLCROSS (1989) setzen daher eine Kombination klassischer Heuristiken zur Lösung des TSP ein und vergleichen deren Lösungen mit der jeweils besten der sechs möglichen lexikographischen Rundreisen für ein Problem. In einem vorbereitenden Schritt dünnen sie den zu untersuchenden Graphen durch die Eliminierung von Kanten - in Anlehnung an das Vorgehen von LIN/KERNIGHAN (1973) - aus.²⁰⁶ Dabei wird nur eine festgesetzte Anzahl der kürzesten von einer Stadt ausgehenden Kanten zugelassen. Die Ergebnisse der Anwendung verschiedener Heuristiken auf TSP mit Größen zwischen 2.762 und 14.464 Städten lassen sich wie nachstehend zusammenfassen:²⁰⁷

- Eine "gierige" Version von Christofides' Algorithmus wurde zur Erzeugung der Ausgangslösung verwendet.²⁰⁸ Bei Rechenzeiten von 34 bis 239 Sekunden ergaben sich gegenüber den besten lexikographischen Rundreisen Verbesserungen von 25 39%.
- Die vorliegenden Rundreisen wurden mittels des 2-opt-Verfahrens modifiziert.²⁰⁹ Bei Rechenzeiten von 9 bis 72 Sekunden betrug die Verbesserung gegenüber den besten lexikographischen Rundreisen nunmehr 30 42%.

Im von den Autoren beschriebenen Beispiel betrug die Schwenkzeit zwar lediglich 25% der Gesamtdauer des Experiments, machte aber bei z.B. 5.000 Ablesungen bereits 15-24 Stunden aus.

Die von REINELT (1990a, 1991a, 1995) bereitgestellte TSPLIB enthält sowohl 12 entsprechende TSP als auch eine genaue Beschreibung der Distanzfunktion unter Berücksichtigung gleicher und verschiedener Motorengeschwindigkeiten, vgl. z.B. REINELT (1995), S. 8, 12.

Unter einer lexikographischen Ordnung ist eine der sechs möglichen Sortierungen nach den Koordinatenwerten zu verstehen.

²⁰⁶ Vgl. LIN/KERNIGHAN (1973), S. 498 ff.

Die Berechnungen erfolgten auf einer IBM 3081/K und waren in FORTRAN 77 implementiert. Zu den entsprechenden Rechenzeiten und Lösungsqualitäten vgl. BLAND/SHALLCROSS (1989), S. 127, Tab. 2 und S. 128, Tab. 3.

Vgl. CHRISTOFIDES (1976a); des weiteren JOHNSON/PAPADIMITRIOU (1985b), S. 159 ff.; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 17 f.

Zurückgehend auf CROES (1958), S. 791 ff.; LIN (1965), S. 2245 ff.; LIN/KERNIGHAN (1973),
 S. 498 ff.; vgl. des weiteren z.B. GOLDEN/STEWART (1985), S. 218 ff.; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 23 ff.; REINELT (1994), S. 105 ff.

• Auf die zweioptimalen Rundreisen wurde anschließend das lokale Verbesserungsverfahren mit variabler Rechentiefe nach LIN/KERNIGHAN (1973) angewandt.²¹⁰ Aufgrund des hohen Rechenzeitbedarfs dieser Heuristik wurde allerdings zum einen vor ihrer Anwendung der Graph nach dem oben genannten Verfahren noch weiter ausgedünnt. Zum anderen wurden die Berechnungen vor dem Erreichen lokaler Optima nach einer festgelegten Anzahl von Iterationen abgebrochen. Insgesamt ergab sich eine zusätzliche Laufzeit von 390 bis zu 10.279 Sekunden. Die Verbesserung gegenüber der jeweils günstigsten lexikographischen Rundreise wuchs auf 34 - 46%.

Zwecks Überprüfung der Qualität der erzeugten Rundreisen in Relation zum Optimum wurden nach dem Verfahren von HELD/KARP (1970, 1971) untere Schranken für die kürzeste Rundreise des jeweiligen Problems bestimmt.²¹¹ Es spricht für die Qualität der LIN/KERNIGHAN-Heuristik, daß sämtliche erzeugten Rundreisen maximal 1,7% länger als die untere Schranke ausgewiesen wurden; die Probleme mit über 6.000 Städten erreichten sogar 1,5%. Die jeweils günstigsten lexikographischen Rundreisen lagen zwischen 55,9% und 88,4% über der unteren Schranke.

Als mögliche Variation der von ihnen implementierten Heuristiken schlagen die Autoren eine Partitionierung der "Städte" des TSP vor. Diese hätte den Vorteil, daß die Ablesungen am Diffraktometer für eine bereits durchgerechnete Partition bereits beginnen können, während die Rundreisekomponenten für andere Partitionen noch bestimmt werden.²¹² Es würde somit eine partielle Parallelisierung der heuristischen Reihenfolgebestimmung der Messungen und ihrer Durchführung erreicht.

Es kann zusammengefaßt werden, daß die Identifizierung der Reihenfolgefestlegung der Diffraktometermessungen im Rahmen der Röntgenkristallographie als TSP durch BLAND/SHALLCROSS (1989) eine effizientere Nutzung der entsprechenden Apparaturen gewährleisten kann.²¹³ Durch den Einsatz diverser heuristischer Verfahren gelingt es, die für ein Experiment notwendigen Belegungszeiten signifikant zu senken.

²¹⁰ Vgl. LIN/KERNIGHAN (1973), S. 501 ff., S. 507 ff.

²¹¹ Vgl. HELD/KARP (1970), S. 1139 ff.; HELD/KARP (1971), S. 7 ff.

Dazu ist ergänzend anzumerken, daß die Positionstripel erst errechnet werden können, nachdem mit der in der Halterung korrekt eingepaßten Kristallprobe einige Probemessungen durchgeführt worden sind. Anschließend darf die Lage der Kristallprobe in der Halterung vor Abschluß der Diffraktometerablesungen nicht mehr verändert werden. Damit ist die gesamte Apparatur auch während der heuristischen Bestimmung einer günstigen Meßfolge blockiert.

²¹³ Vgl. auch CLARKE (1988), S. 45 ff.

3.3.8. Verschnittminimierung beim Tapetenzuschnitt

Bei den bislang dargestellten Anwendungen stand eine entfernungs-, zeit- oder kostenminimale Überwindung räumlicher Distanzen durch Fahrzeuge, bewegliche Maschinenteile o.ä. im Vordergrund. Im weiteren sollen nunmehr exemplarisch zwei Anwendungen vorgestellt werden, bei welchen räumlich orientierte Distanzfunktionen der Ermittlung einer Objektsequenz ohne eine damit angestrebte Überwindung räumlicher Distanzen dienen.

Eindimensionale Verschnittprobleme lassen sich, wie bereits die zugrundeliegende Frage nach der Reihenfolge der Anordnung der Schnittobjekte vermuten läßt, ebenfalls als TSP formulieren. Die dabei zu verwendende Distanzfunktion weist eine räumliche Orientierung auf. Das klassische, wiederholt in diesem Zusammenhang zitierte Beispiel wurde von GARFINKEL (1977) vorgestellt.²¹⁴ Erstaunt über den Umfang der bei Tapezierarbeiten in seinem Hause entstehenden Verschnittmengen beschäftigte er sich mit der Frage der optimalen Reihenfolge des Abschnitts der Bahnen von einer Tapetenrolle mit wiederkehrenden Mustern. Dabei erwies sich das resultierende TSP als ein mit polynomialem Aufwand lösbarer Sonderfall.

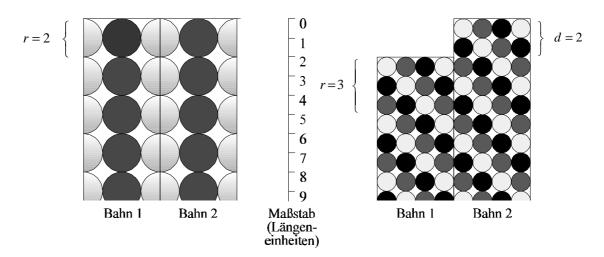


Abb. 6: Verschnittminimierender Tapetenzuschnitt als TSP: Beispiele für Musterwiederholung r und Verschiebung d.²¹⁵

Es sei angenommen, daß eine rechteckige Wand der Höhe L und der Breite W zu tapezieren sei. Die Breite der Tapetenrolle sei w; (W/w) sei zur Vereinfachung ganzzahlig. Gleichfalls sei unterstellt, daß das Abschneiden von der Rolle absolut exakt erfolge. Die Tapete habe ein Muster, welches sich alle r Längeneinheiten wiederhole (für eine weiße Rauhfasertapete gilt folglich r=0). Weiterhin gebe es eine sogenannte Verschiebung d, welche die Anzahl der Längeneinheiten kennzeichnet, um welche eine von zwei

_

Vgl. im folgenden GARFINKEL (1977), S. 741 ff. Das Beispiel wird in der Terminologie geringfügig variiert, bleibt jedoch im Sinn gleich. Vgl. des weiteren z.B. GARFINKEL (1985), S. 19; GILMORE/LAWLER/SHMOYS (1985), S. 117 ff.; BURKARD/DEINEKO/VAN DAL/VAN DER VEEN/WOEGINGER (1995), S. 45 f.; LAPORTE (1992a), S. 232.

²¹⁵ In leichter Variation entnommen GARFINKEL (1977), S. 743, Fig. 1 (links) und Fig. 2 (rechts).

Diese beiden Annahmen werden bei GARFINKEL (1977) nicht getroffen.

nebeneinanderliegenden identischen Tapetenbahnen nach oben verschoben werden muß, damit die horizontal aneinandergrenzenden Muster stimmig ineinander übergehen. r und d werden in Abb. 6 (links r, rechts r und d) visualisiert. Es wird im weiteren angenommen, daß der Zuschnitt immer mit einer neuen Rolle und das Muster auf dieser Rolle am Anfang beginne (es entsteht folglich beim ersten Schnitt noch kein Abfall). Des weiteren wird vereinfachend unterstellt, daß diese Tapetenrolle hinreichend lang sei, daß also bei jeder denkbaren Schnittreihenfolge alle benötigten Bahnen aus ihr hergestellt werden können.

Falls (wie in Abb. 6 links) d=0 gilt, ist der Verschnitt deterministisch. Die entstehende Abfallmenge kann nicht beeinflußt werden. Nach dem Schnitt einer jeden Bahn ist der Rollenabschnitt bis zum Beginn des nächsten Musters nicht verwendbar. Werden L und r als ganzzahlig mit $r \le L$ definiert, so ergibt sich der Verschnitt zwischen zwei zu schneidenden Bahnen zu $v = (\text{CEIL}(L/r) \times r) - L.^{217}$ Bei r > L gilt v = r - L. Bezeichnet n die Anzahl der insgesamt zu schneidenden Bahnen, so ergibt sich (inklusive eines abschließenden Schnitts, der nach dem Abtrennen der letzten Bahn den neuen Anfang der Rolle wieder auf dem Beginn eines Musters setzt) ein Verschnitt von $v \times n$ (ohne den letzten Schnitt $v \times (n-1)$). Die Reihenfolge des Schnitts der einzelnen Bahnen hat folglich keinen Einfluß auf die entstehende Abfallmenge.

Folge 1 (<i>r</i>)	Folge 2 (<i>r</i>)
1	6
2	7
3	8
4	1
5	2
6	3
7	4
8	5

Tab. 5: Verschnittminimierender Tapetenzuschnitt als TSP: Verschiebungstabelle für r = 8 und d = 5.

Anders verhält sich die Angelegenheit, wenn d > 0 gilt, also eine Verschiebung notwendig wird. Nunmehr determiniert die Reihenfolge des Schnitts der einzelnen Bahnen die Abfallmenge. Dies sei an einem Beispiel mit n = 3, r = 8, d = 5 und L = 3 veranschaulicht. Dabei sei angenommen, daß die vertikalen Teile des Musters, die die Verschiebung d bestimmen, jeweils die Höhe einer Längeneinheit haben (wie auch in Abb. 6). Die Bahnen werden nun in der Reihenfolge ihrer Anbringung an der Wand von links nach rechts mit Bahn 1, Bahn 2 und Bahn 3 numeriert. Diese Numerierung verdient insofern Beachtung, als daß die notwendige Verschiebung den Musterteil festlegt, mit dem eine Bahn beginnen muß.

Es ist zunächst sinnvoll, sich anhand der angegebenen Verschiebung von d=5 über die Teilmuster, mit denen die Bahnen jeweils beginnen müssen, klarzuwerden. Aufgrund der

Die Funktion y = CEIL(x) bezeichnet die kleinste ganze Zahl y, für die $x \le y$ gilt.

²¹⁸ Das Beispiel wurde mit leichten Variationen von GARFINKEL (1977), S. 744 ff. übernommen.

obigen Vereinbarungen enthält das Muster der Länge r=8 acht Teilmuster. Eine erste Überlegung legt nahe, die Bahn 1 mit dem ersten Teilmuster beginnen zu lassen. Folglich muß die Bahn 2 mit dem sechsten Teilmuster anfangen. Die Bahn 3 hat dann letztlich oben das dritte Teilmuster aufzuweisen. - Anders wäre jedoch vorzugehen, wenn der Schnitt nicht mit der Bahn 1, sondern z.B. mit der Bahn 3 starten würde: In diesem Fall würde die Bahn 3 oben das erste Teilmuster tragen. Die Bahn 2 müßte - retrograd berechnet - mit dem vierten Teilmuster beginnen. Schließlich verbliebe für den Kopf der Bahn 1 das siebte Teilmuster. Analoge Überlegungen lassen sich für den Beginn des Schnittes mit der Bahn 2 anstellen.

Bei der Bestimmung der Teilmuster, mit denen jede Bahn anfangen muß, ist eine einfache Verschiebungstabelle (wie Tab. 5) hilfreich: Für die Schnittfolge (1,2,3) beginnt z.B. die Bahn 1 mit dem ersten Teilmuster (linke Spalte, 1. Zeile). Folglich muß Bahn 2 mit dem sechsten Teilmuster (rechte Spalte, 1. Zeile) beginnen. Entsprechend kann sowohl vorwärts- als auch rückwärtsschreitend das jeweilige Teilmuster für den Kopf aufeinander folgender Bahnen schnell abgelesen werden.

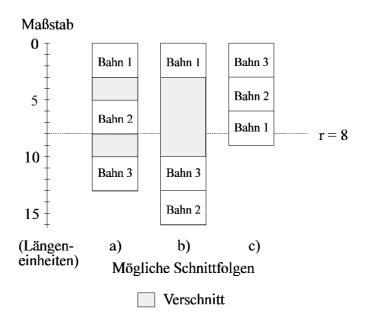


Abb. 7: Verschnittminimierender Tapetenzuschnitt als TSP: Drei Möglichkeiten der Schnittreihenfolge für ein Beispiel mit n = 3, r = 8, d = 5 und L = 3.²²⁰

Abb. 7 zeigt nun drei mögliche Schnittfolgen für die drei Bahnen auf. Die Schnittfolge a) lautet (1,2,3). Nach dem Schnitt von Bahn 1 entstehen zwei Längeneinheiten Abfall, da aufgrund der notwendigen Verschiebung mit Bahn 2 erst bei Längeneinheit fünf begonnen werden kann. Hinter Bahn 2 endet das Muster (r = 8). Eine Verschiebung von zwei Längeneinheiten ist vonnöten, um Bahn 3 mit dem richtigen Teilmuster beginnen zu

Dieser Fall wird von GARFINKEL (1977) nicht weiter verfolgt; er unterstellt, daß der Schnitt immer mit Bahn 1 beginnt.

Das Beispiel wurde inhaltlich mit leichten Variationen von GARFINKEL (1977), S. 744 ff. übernommen.

lassen. Der gesamte Verschnitt beträgt vier Längeneinheiten. - Die Schnittfolge b) ist mit (1,3,2) angegeben. Nach dem Schnitt von Bahn 1 fallen sieben Längeneinheiten Abfall an, um das für den Kopf von Bahn 3 notwendige Teilmuster zu erreichen. Bahn 2 endlich kann direkt im Anschluß an Bahn 3 geschnitten werden. Insgesamt sind sieben Längeneinheiten Abfall erzeugt worden. - Als verschnittminimierend erweist sich schließlich die Schnittfolge c) mit der Bahnenfolge (3,2,1). Es entsteht kein Abfall.

Da L als ganzzahlig festgelegt wurde und die acht Teilmuster jeweils eine Höhe von einer Längeneinheit aufweisen, resultiert der entstehende Verschnitt in diesem Beispiel lediglich aus der notwendigen Verschiebung. In diesem Sinne ist nun zunächst eine Distanzfunktion zu formulieren, die den entstehenden Abfall angibt, wenn der Bahn i folgend die Bahn j geschnitten wird. Bezeichnet man die in der Abfolge zu berücksichtigende Verschiebung mit $t_{i,j} = \left[(j-i) \times d - L \right]$, so läßt sich die gesuchte Distanz $d_{i,j}$ in der Form

$$d_{i,j} = \begin{cases} t_{i,j} & \text{wenn} & 0 < t_{i,j} < r \\ \left\| \text{FLOOR}\left(\frac{t_{i,j}}{r}\right) \times r \right\| - t_{i,j} & \text{wenn} & t_{i,j} \le 0 \ \lor \ t_{i,j} \ge r \end{cases}$$

angeben.²²¹ Dabei gelten Distanzen $d_{i,j}$ $\forall i=j$ als undefiniert (verfahrenskonsistent können sie als unendlich groß angesehen werden). Erweitert man für das beschriebene Beispiel n von n=3 auf n=10, so ergibt sich die entsprechende Distanzmatrix D wie in Abb. 8 dargestellt.

$$D = \begin{bmatrix} - & 2 & 7 & 4 & 1 & 6 & 3 & 0 & 5 & 2 \\ 0 & - & 2 & 7 & 4 & 1 & 6 & 3 & 0 & 5 \\ 3 & 0 & - & 2 & 7 & 4 & 1 & 6 & 3 & 0 \\ 6 & 3 & 0 & - & 2 & 7 & 4 & 1 & 6 & 3 \\ 1 & 6 & 3 & 0 & - & 2 & 7 & 4 & 1 & 6 \\ 4 & 1 & 6 & 3 & 0 & - & 2 & 7 & 4 & 1 \\ 7 & 4 & 1 & 6 & 3 & 0 & - & 2 & 7 & 4 \\ 2 & 7 & 4 & 1 & 6 & 3 & 0 & - & 2 & 7 \\ 5 & 2 & 7 & 4 & 1 & 6 & 3 & 0 & - & 2 \\ 0 & 5 & 2 & 7 & 4 & 1 & 6 & 3 & 0 & - \end{bmatrix}$$

Abb. 8: Verschnittminimierender Tapetenzuschnitt als TSP: Distanzmatrix D für das erweiterte Beispiel aus Abb. 7 mit n = 10, r = 8, d = 5 und $L = 3.^{222}$

Gesucht wird nunmehr eine die formulierte Distanzfunktion minimierende Schnittfolge der Bahnen, mithin ein minimaler Hamiltonischer Pfad. Das Problem kann durch die

Anders, aber inhaltlich gleich GARFINKEL (1977), S. 744. Die Funktion y = FLOOR(x) liefert die größte ganze Zahl y, die kleiner oder gleich x ist, z.B. FLOOR(3,5) = 3, FLOOR(-3,5) = -4.

Mit Variation übernommen von GARFINKEL (1977), S. 745. Bei GARFINKEL (1977) fehlt die erste Spalte, da er davon ausgeht, daß die Bahn 1 immer zuerst geschnitten wird.

Einfügung einer künstlichen Bahn (n+1) in ein TSP überführt werden. Diese künstliche Bahn weist dabei zu allen anderen vor und nach ihr geschnittenen Bahnen dieselbe Distanz (respektive entstehenden Abfall) auf. Diese Erweiterung - die regelmäßig die Einordnung des Falles als TSP begründet - erscheint allerdings unnötig, da das Problem bereits als Suche nach einem Hamiltonischen Pfad effizient gelöst werden kann.

Als Schlüssel zu dieser Lösung erweist sich - wie in den meisten Fällen der Lösbarkeit von TSP mit polynomial beschränktem Aufwand - die besondere Struktur der Distanzmatrix. Aus der Distanzfunktion folgt, daß es höchstens r unterschiedliche Zeilen bzw. Spalten in D gibt. Die Zeile (bzw. Spalte) i ist - abgesehen von den $d_{i,i}$ und $d_{i,j}$ identisch zur Zeile (bzw. Spalte) j, wenn $[(j-i)\times d]$ mod r=0 gilt. Es gilt weiterhin $0 \le d_{i,j} \le r - 1$. Betrachtet man D in Abb. 8, so fällt darüber hinaus auf, daß in von links oben nach rechts unten laufenden diagonalen Streifen immer gleiche $d_{i,j}$ zu finden sind. Definiert man in diesem Fall nun die ersten r Spalten und Zeilen von D als Matrix D', so wird dieselbe als zirkulär bezeichnet. 224 Alle $d_{i,j}$, bei denen sich $(j-i)=k \ \forall j>i$ und (j-i)+r=k $\forall j < i$ zu demselben Wert ergibt, werden als zum k-ten Streifen gehörig bezeichnet. Jeder Streifen enthält eine zulässige Lösung des durch D' gebildeten Zuordnungsproblems, aber nicht notwendigerweise einen Hamiltonischen Pfad oder Zyklus. Die Anzahl der Teilzyklen in einem Streifen ergibt sich als größter gemeinsamer Teiler von k und r (d.h. ggT(k,r)). Folglich liegt ein Hamiltonischer Zyklus vor, wenn ggT(k,r) = 1 gilt; im obigen Beispiel ist dies für den Streifen k = 7 (mit Nullen besetzt) der Fall. GARFINKEL (1977) zeigt nun, aus den oben genannten Fakten schließend, daß die Bildung eines Pfades nach der Regel des nächsten Nachbarn immer zum kürzesten Hamiltonischen Pfad für die zirkuläre Distanzmatrix führt.²²⁵ Im Falle von D' zeigt sich, daß der Streifen k = 7 zufällig sowohl einen Hamiltonischen Zyklus als auch Pfad bildet und die niedrigsten Kosten aufweist. Im allgemeinen jedoch wird die Regel des nächsten Nachbarn zu einer Kombination der in verschiedenen Streifen vorzufindenden Teilzyklen führen, bei der größtmögliche Teile von Streifen mit niedrigen $d_{i,j}$ verwendet werden.²²⁶

Die Distanzmatrix D' in der obigen Abb. 8 ist jedoch lediglich ein Teil der Distanzmatrix D, die man als erweiterte zirkuläre Matrix auffassen könnte. Der Umfang des streng zirkulären Teils einer Distanzmatrix für den Schnitt von n Bahnen bestimmt sich aufgrund der Struktur der Distanzfunktion mit den Determinanten r und d zu

$$s = \frac{r}{ggT(d,r)},$$

d.h. im vorliegenden Beispiel mit d = 5 und r = 8 zu s = (8/1) = 8 Spalten bzw. Zeilen, d.h. zufällig gleich r (und ohne Einfluß von n). Die oben angesprochene Identität der Zeilen bzw. Spalten Nr. 7 und 8 der Distanzmatrix D mit den Zeilen bzw. Spalten Nr. 1

²²³ Die Erklärung GARFINKELs (1977) ist geringfügig anders aufgebaut.

Vgl. zur Lösbarkeit von TSP mit polynomialem Aufwand im Falle zirkulärer Distanzmatrizen GILMORE/LAWLER/SHMOYS (1985), S. 94 ff.; BURKARD/DEINEKO/VAN DAL/VAN DER VEEN/WOEGINGER (1995), S. 45 f.; auch GARFINKEL (1977), S. 746 f.

Auf die Wiedergabe des Beweises wird hier verzichtet; vgl. GARFINKEL (1977), S. 749 f.; des weiteren GILMORE/LAWLER/SHMOYS (1985), S. 95 f.; BURKARD/DEINEKO/VAN DAL/VAN DER VEEN/WOEGINGER (1995), S. 45 f.

²²⁶ Vgl. exemplarisch das Beispiel in Tab. VI bei GARFINKEL (1977), S. 750.

und 2 führt nun dazu, daß der Aufbau eines Hamiltonischen Pfades über die Regel des nächsten Nachbarn sowohl bei D als auch bei D' zur minimalen Pfadlänge führt.²²⁷

Einen anderen, aber inhaltlich zu demselben Resultat führenden Weg wählen GILMO-RE/LAWLER/SHMOYS (1985) zur Lösung des Problems des minimalen Tapetenverschnitts als TSP. 228 Eine abweichende Problemformulierung führt zu einer (0,1)-Distanzmatrix, 229 von welcher angenommen wird, 230 daß sie in eine doppelt geordnete obere Dreiecksmatrix transformiert werden kann. 231 Für diese wird mit linearem Aufwand das zugehörige Bottleneck-TSP für permutierte, doppelt geordnete Distanzmatrizen gelöst; sofern dessen Lösung nicht zugleich das Optimum für das Ausgangsproblem bildet, wird auf dieselbe ein konvergierendes Approximationsverfahren angewandt. Die Zeitkomplexität des gesamten Lösungsverfahrens ergibt sich zu $O(n \log n)$.

Das erörterte Beispiel stellt nur eines von zahlreichen mit polynomialem Aufwand optimal lösbaren TSP dar.²³² Der verschnittminimierende Zuschnitt von Tapetenbahnen mag dabei auf den ersten Blick - außer für den spar- und rechenfreudigen Heimwerker - kein ökonomisch allzu relevantes Problem sein. Wiederum gilt jedoch, daß Verschnittprobleme mit ähnlicher Grundstruktur auch in der Produktion von Unternehmen erscheinen können. Dort könnte ihre Lösung durchaus nennenswerte ökonomische Vorteile bergen.

3.3.9. Risikomaximale Gestaltung von Dartboards

Eine äußerst beliebte Sportart in Großbritannien ist das Dartspiel. EISELT/LAPORTE (1991) untersuchen Möglichkeiten für die Gestaltung neuartiger Dartboards und stellen fest, daß dieses Problem sich u.a. als TSP auffassen läßt.²³³ In der gebräuchlichsten Fassung des Spiels versuchen die Teilnehmer, eine anfängliche Punktvorgabe von 301 durch Treffer in bestimmten Sektoren des Boards, welchen Punktwerte zugeordnet sind (vgl. Abb. 9), auf genau Null zu reduzieren. Die detaillierten Regeln sind hier von geringerem Interesse. Wesentlich ist allein die Tatsache, daß ein Spieler im allgemeinen da-

Vgl. GARFINKEL (1977), S. 749; gleichfalls GILMORE/LAWLER/SHMOYS (1985), S. 95 f.; BURKARD/DEINEKO/VAN DAL/VAN DER VEEN/WOEGINGER (1995), S. 45 f.

Vgl. im folgenden detaillierter GILMORE/LAWLER/SHMOYS (1985), S. 117 ff.. Auf eine ausgiebige Wiedergabe wird hier verzichtet. In gleicher Formulierung LAPORTE (1992a), S. 232.

Als (0,1)-Matrix wird eine Matrix bezeichnet, deren einzige Elemente Nullen und Einsen sind.

²³⁰ Setzung einer impliziten Prämisse.

Eine Distanzmatrix D ist hinsichtlich ihrer Zeilen geordnet, wenn $d_{i,j} \le d_{i,j+1} \forall i,j$ gilt; sie ist hinsichtlich ihrer Spalten geordnet, wenn $d_{i,j} \ge d_{i+1,j} \forall i,j$ gilt. Eine hinsichtlich ihrer Zeilen und Spalten in diesem Sinne geordnete Distanzmatrix wird als doppelt geordnet bezeichnet, vgl. GIL-MORE/LAWLER/SHMOYS (1985), S. 99 f.

Vgl. zu weiteren Beispielen mit räumlich und nicht räumlich orientierten Distanzfunktionen z.B. GILMORE/GOMORY (1964), S. 655 ff.; LAWLER (1971), S. 267 ff.; BURKARD (1979), S. 209 ff.; RATLIFF/ROSENTHAL (1983), S. 507 ff.; CORNUÉJOLS/NADDEF/PULLEYBLANK (1983), S. 287 ff.; insbesondere mit einer großen Anzahl an Fällen GILMORE/LAWLER/ SHMOYS (1985), S. 87 ff.; BURKARD/VAN DER VEEN (1991), S. 787 ff.; WARREN (1991), S. 283 ff.; VAN DAL/VAN DER VEEN/SIERKSMA (1993), S. 107 ff.; DEINEKO/VAN DAL/ ROTE (1994), S. 141 ff.; BURKARD/DEINEKO/VAN DAL/VAN DER VEEN/WOEGINGER (1995).

Vgl. im folgenden EISELT/LAPORTE (1991), S. 113 ff.

nach trachtet, einen spezifischen Sektor durch den Pfeilwurf zu treffen, um einen bestimmten Punktwert zu erzielen.

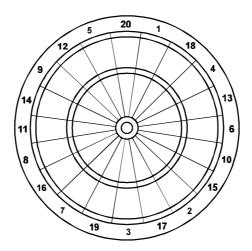


Abb. 9: Gegenwärtiges Dartboard-Design.²³⁴

Unter diesem Aspekt lassen sich verschiedene Dartboard-Gestaltungen hinsichtlich der Zuweisung der Punktwerte zu den Sektoren unter dem Kriterium der Risikomaximierung vergleichen. Unter Rückgriff auf eine detaillierte Analyse des Spieles durch KOHLER (1982) treffen EISELT/LAPORTE (1991) zunächst die folgenden Annahmen über Verhalten und Wurfgenauigkeit eines Spielers:²³⁵

- Derselbe zielt eher auf spezifische Orte auf dem Board als auf ganze Bereiche.
- Die Verteilung seiner Treffer um sein Ziel entspricht einer symmetrischen bivariaten Standardnormalverteilung, wobei die genaue Form dieser Verteilung (bzw. deren Parameter S) von den Fähigkeiten des Spielers bestimmt wird.
- Schließlich ist die realisierte Verteilung der Treffer unabhängig von der Position des Zielpunktes auf dem Board.

Die Autoren fassen die Erkenntnisse aus der Untersuchung von KOHLER (1982) dahingehend zusammen, daß die Erzielung eines bestimmten Punktwertes im allgemeinen (und speziell in der Endphase eines Spiels) wichtiger sei als die Realisierung eines möglichst hohen Treffers. Die Betrachtung rückt im weiteren von den Profi-Spielern mit einem geringen S-Wert ab, welche in der überwiegenden Anzahl der Fälle ihr Ziel treffen, und wendet sich dem durchschnittlichen Spieler zu. Dieser wird zumeist auf den mittleren Teil eines Sektors zielen, da bei Wahl eines Ziels in der Nähe des "bull's eye" genannten Zentrums des Dartboards die Wahrscheinlichkeit, den falschen Sektor zu treffen, stark steigt.

Unter diesen Annahmen kann unterstellt werden, daß der durchschnittliche Spieler immer den Zielsektor oder einen angrenzenden Sektor trifft. Es sei r(k) als die Zuordnung

-

Übernommen von EISELT/LAPORTE (1991), S. 113, Fig. 1.

²³⁵ Vgl. KOHLER (1982), S. 871 ff.

eines bestimmten Punktwertes zu einem speziellen Sektor k aufgefaßt (z.B. $\mathbf{r}(1) = 20$); mit \mathbf{r} werde eine Permutation der Zahlen 1 bis 20 charakterisiert. Ein Spieler versucht nun, den Punktwert $\mathbf{r}(k)$ zu erreichen und zielt auf den Sektor k. Wenn mit w die Wahrscheinlichkeit bezeichnet wird, daß er einen bestimmten benachbarten Sektor trifft, ergibt sich die Wahrscheinlichkeit für das Erzielen der gewünschten Punktzahl zu (1 - 2w). Folglich kann die zu erwartende Abweichung vom angestrebten Punktwert dann mit $w[\mathbf{r}(k-1)-\mathbf{r}(k)]+w[\mathbf{r}(k+1)-\mathbf{r}(k)]$ errechnet werden.

Bei der Gestaltung eines neuen Dartboards wäre unter dem Gesichtspunkt der Risikomaximierung danach zu streben, diese zu erwartende Abweichung zu maximieren. Unterstellend, daß alle Sektoren mit gleicher Häufigkeit als Ziel gewählt werden,²³⁷ schlagen EISELT/LAPORTE (1991) die beiden alternativen Zielfunktionen

$$z_A = \sum_{k=1}^{20} [r(k+1) - r(k)]^2 \rightarrow \text{max! und}$$

$$z_B = \sum_{k=1}^{20} |\mathbf{r}(k+1) - \mathbf{r}(k)| \to \max!$$

vor,²³⁸ in welchen zum einen über eine Quadrierung, zum anderen über eine Betragsbildung eine Kompensation negativer und positiver Abweichungen bezüglich der Punktdifferenzen verhindert wird. Zugleich hat die Quadrierung noch den Effekt, daß hohe Punktdifferenzen für benachbarte Sektoren besonders stark gewichtet werden.

Führt man nun $x_{i,j} \in \{0,1\}$, $i \in \{1,...,20\}$, $j \in \{1,...,20\}$, $i \neq j$ ein, um die direkte Folge zweier Sektoren i und j auf dem Dartboard im Uhrzeigersinn zu bezeichnen $(x_{i,j} = 1$, bei nicht direkter Folge $x_{i,j} = 0$), und definiert mit $d_{i,j}^A = (i-j)^2$ bzw. $d_{i,j}^B = |i-j|$ bei $i \neq j$ zwei den obigen Zielfunktionen adäquate Distanzfunktionen, so liegt ein TSP vor, dessen Zielwert

$$\sum_{i=1}^{20} \sum_{j=1}^{20} d_{i,j} x_{i,j} , i \neq j$$

(mit $d_{i,j}^A$ oder $d_{i,j}^B$ als $d_{i,j}$) zu maximieren ist. Gesucht ist damit jene Permutation \boldsymbol{r} , welche die zu erwartende Abweichung für den Spieler maximiert. - EISELT/LAPORTE (1991) formulieren das TSP in Anlehnung an DANTZIG/FULKERSON/JOHNSON (1954) als lineares Programm.²³⁹ Sie lösen das relativ kleine Problem mit einem Branchand-Bound-Algorithmus von CARPANETO/TOTH (1980) optimal.²⁴⁰

Korrekterweise weisen EISELT/LAPORTE (1991) darauf hin, daß r(k) eigentlich als r(k mod 20) $\forall k < 1, k > 20$ aufzufassen ist.

Faktisch wird der mit 20 Punkten bewertete Sektor im Sinne zwecks rascher Reduzierung des anfänglichen Punktwertes häufiger als Ziel gewählt werden, vgl. KOHLER (1982), S. 871 ff.

Dieselben werden hier bereits in der vereinfachten Form wiedergegeben, vgl. EISELT/LAPORTE (1991), S. 114.

Vgl. DANTZIG/FULKERSON/JOHNSON (1954), S. 396. Auf eine detaillierte Wiedergabe wird hier verzichtet.

²⁴⁰ Vgl. CARPANETO/TOTH (1980), S. 736 ff.

Die optimale Reihenfolge der Punktwerte für z_A führt zu $z_A^{opt} = 2.642$ (20,1,19,3,17,5,7, 13,9,11,10,12,8,14,6,16,4,18,2); dieselbe Reihenfolge ergibt $z_B^{opt} = 200$. Es ist bemerkenswert, daß sich das traditionelle Dartboard-Design mit $z_A = 2.480$ und $z_B = 198$ als dem Optimum relativ naheliegend erweist. Speziell in der sich für z_A ergebenden Reihenfolge ist zu bemerken, daß die Bildung hoher Differenzen aufgrund der Quadrierung bevorzugt wird. Folglich werden etliche kleinere Punktwerte direkt nebeneinander plaziert. Unter dem Gesichtspunkt der Risikomaximierung ist dies jedoch abzulehnen. Auf dem traditionellen Dartboard (vgl. Abb. 9) beträgt die Mindestdifferenz der Punktwerte zwischen zwei benachbarten Sektoren 3. Aus diesem Grund führen die Autoren eine Minimaldifferenz t für aufeinander folgende Sektoren ein. Diese wird über die Festlegung von $d_{i,j} = -\infty$ für |i-j| < t in die TSP-Formulierung integriert. Für t-Werte zwischen 1 und 9 ergibt sich wiederum, daß jede Permutation, die z_A maximiert, auch für z_B zum optimalen Zielfunktionswert von 200 führt. Für $t \le 8$ gilt zudem, daß die optimale Permutation stets die Sequenz (... 2,20,1, ...) beinhaltet; damit wird zugleich dem 20-Punkte-Sektor, welcher in der Realität ein bevorzugtes Ziel bildet, das höchste Risiko zugewiesen.

EISELT/LAPORTE (1991) lockern im weiteren ihre Annahmen über den durchschnittlichen Spieler und beziehen in eine Formulierung als Quadratisches Zuordnungsproblem bzw. beschränktes Zuordnungsproblem höheren Grades die Möglichkeit mit ein, daß der Spieler mit einer festgelegten Wahrscheinlichkeit auch andere als die dem Zielsektor benachbarten Sektoren trifft. Bemerkenswert ist, daß sich im Vergleich mit den Lösungen dieser Probleme die anfänglichen Ziel- bzw. Distanzfunktionen des TSP als relativ robust erweist.

Obgleich aufgrund dieser Erkenntnisse sicherlich nicht damit zu rechnen ist, daß das traditionelle Dartboard-Design geändert wird, ergeben sich doch interessante Implikationen für ähnliche Anwendungsfälle. So können dieselben Kriterien z.B. auf die Anordnung der Zahlen bei den zuweilen in Spielkasinos vorzufindenden "Glücksrädern" angewandt werden. Eine entsprechende Risikomaximierung würde in ökonomischer Hinsicht zu einer Minimierung der zu erwartenden Auszahlungen führen.

3.3.10. Diverse weitere Anwendungen

Die obigen Beschreibungen von Anwendungen des TSP mit räumlich ableitbaren Distanzfunktionen stellen natürlich keine erschöpfende Aufzählung dar. Es lassen sich - insbesondere hinsichtlich der Variationen des klassischen TSP (Abschnitt 3.3.2), der Tourenplanung (Abschnitt 3.3.3) sowie der Maschinensteuerung im weiteren Sinne (Abschnitte 3.3.6 und 3.3.7) - zahlreiche weitere Anwendungskontexte identifizieren. Um noch einmal die Variationsbreite und Heterogenität des gesamten Kontinuums zu verdeutlichen, sollen abschließend mit der Überholung von Gasturbinen und dem Entwurf von Ringnetzwerken zur Verteilung elektrischer Energie noch zwei von den bislang erörterten Anwendungstypen abweichende Fälle kurz diskutiert werden. Der Abschnitt schließt mit der knappen Skizze einer militärischen Anwendung.

Die von PLANTE/LOWE/CHANDRASEKARAN (1987) beschriebene Anwendung ist ein treffendes Beispiel dafür, daß die Lösung eines TSP in einem vordergründig techni-

schen Kontext auch erhebliche ökonomische Vorteile aufweisen kann.²⁴¹ Die Autoren beschreiben den Vorgang der Überholung der Gasturbinen (Strahltriebwerke) von Flugzeugen. In diesen finden sich vor den verschiedenen Turbinenstufen jeweils kreis- bzw. ringförmig um die Achse angeordnete Führungsflügel ("nozzle guide vanes"), welche einen möglichst gleichmäßigen Fluß der heißen Verbrennungsabgase durch die Turbine gewährleisten sollen. Je gleichmäßiger der Gasfluß auf die eigentlichen Turbinenschaufeln trifft, desto vibrationsärmer läuft das Triebwerk (und desto länger ist seine Lebensdauer). Zudem wird der Treibstoffverbrauch reduziert.

Bei der Überholung einer Gasturbine wird dieselbe zerlegt. Sodann wird geprüft, welche Teile aufgrund der hohen thermischen und mechanischen Belastung auszutauschen sind. Bezüglich der jeweils zwischen 46 und 100 erwähnten Führungsflügel vor einem Turbinenrotor gilt, daß diese durch neue oder überholte Komponenten ersetzt werden können. Üblicherweise, so beschreiben die Autoren, hat ein Mechaniker eine Anzahl von überholten alten und neuen Führungsflügeln in einen entsprechenden Ring einzubauen. Dabei gilt nun, daß der Gasfluß um so gleichmäßiger ausfällt, je gleichförmiger die Abstände zwischen den Führungsflügeln über einen Flügelkreis sind. Selbst neue Führungsflügel weisen jedoch bereits gewisse Toleranzen auf. Bei alten bzw. überholten Komponenten können diese schließlich so hoch ausfallen, daß der gleichmäßige Lauf des Triebwerkes aufgrund der Unregelmäßigkeiten der Abstände zwischen den Führungsflügeln nicht gewährleistet werden kann.

Mittels eines speziellen Gerätes ist es nun möglich, jeden einzelnen Führungsflügel zu vermessen. Aufgrund der Messung kann für jede Kombination zweier Führungsflügel i und j angegeben werden, welcher räumliche Abstand durch eine direkte Folge derselben auf dem Flügelring resultieren würde. Wenn dem Monteur die n benötigten Führungsflügel zum Einbau vorliegen, 242 läßt sich die Summe der Abstände zwischen denselben nicht beeinflussen; hingegen läßt sich die Streuung derselben durch eine geeignete Anordnung minimieren. Folglich formulieren PLANTE/LOWE/CHANDRASEKARAN (1987) ein entsprechendes TSP, bei welchem die Varianz der Abstände der Führungsflügel die zu minimierende Zielfunktion darstellt. Sie zeigen auf, daß sich dasselbe unter Berücksichtigung der von jedem Führungsflügel vorliegenden zwei Meßwerte als asymmetrisches Produkt-Matrix-TSP²⁴³ auffassen läßt. 244

Vgl. im folgenden PLANTE/LOWE/CHANDRASEKARAN (1987), S. 772 ff.; PLANTE (1988), S. 18 ff.; erwähnt auch bei REINELT (1994), S. 36; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 8; eingehender untersucht auch von BURKARD/DEINEKO/VAN DAL/VAN DER VEEN/WOE-GINGER (1995), S. 33 ff.

Die Autoren unterstellen bei ihrer Untersuchung, daß eine Anzahl von n Führungsflügeln zum Einbau auf einem Ring gegeben sind. Die Möglichkeit, daß die Führungsflügel aus einem Lager mit einer Anzahl von mehr als n Teilen entnommen werden - was der Realität eher entsprechen dürfte - wird nicht berücksichtigt.

Vgl. zu den speziellen Eigenschaften und Fällen mit polynomialem Aufwand lösbarer TSP bei einer Distanzbestimmung über Produktmatrizen z.B. GILMORE/LAWLER/SHMOYS (1985), S. 129 ff.; allgemein zu TSP mit Produktmatrizen BURKARD/DEINEKO/VAN DAL/VAN DER VEEN/WOEGINGER (1995). Das hier vorliegende Problem ist allerdings nicht mit polynomialem Aufwand optimal lösbar; dies gilt nur für TSP mit symmetrischen Produktmatrizen.

Ungeklärt bleibt dabei allerdings die Frage, inwieweit neben der Minimierung der Streuung der Abstände der Führungsflügel auch eine möglichst gleichmäßige Verteilung der Flügelfolgen mit

Die Autoren entwickeln folgend unter der Bezeichnung "UNIFLOW" eine Heuristik, welche das TSP zunächst mittels eines Sortierungsvorganges als Zuordnungsproblem löst. Sodann werden gegebenenfalls entstandene Kurzzyklen (Teilrundreisen) in dem Sinne heuristisch aufgelöst, als daß ihr bestmögliches "Patching" nicht gewährleistet werden kann. Aus der entsprechenden Lösung des TSP gelingt es anschließend über einen minimal spannenden Baum, eine obere Schranke für die Länge der kürzestmöglichen Rundreise abzuleiten. Diese wiederum ermöglicht eine sehr valide Beurteilung der Leistungsfähigkeit der Heuristik UNIFLOW bezüglich der erzielbaren Lösungsqualität.

UNIFLOW wurde zunächst an 12 realen Fällen getestet. Für diese lagen zum einen die entsprechenden Meßwerte der Führungsflügel, zum anderen ihre durch einen erfahrenen Monteur festgelegte Folge im Ring vor. Die entwickelte Heuristik ermittelte in allen Fällen die optimale Lösung des formulierten TSP. Der Vergleich mit den real gewählten Anordnungen wies bezüglich des gewählten Zielkriteriums eine deutliche Überlegenheit der heuristisch bestimmten Anordnung nach. Dabei zeigen die Darstellungen der Autoren,²⁴⁶ daß UNIFLOW gegenüber den in der Praxis realisierten Folgen insbesondere beim Einsatz überholter (statt neuer) Führungsflügel mit naturgemäß größeren Toleranzen erheblich vorteilhaftere Anordnungen zu ermitteln vermag. Darüber hinaus führten PLANTE/LOWE/CHANDRASEKARAN (1987) Tests mit simulierten Daten $(10 \le n \le 100)$ durch. Dabei wurden Folgen mit Streuungen ermittelt, die das Optimum durchschnittlich nur um 0,01% übersteigen.²⁴⁷ Die auf einem PC²⁴⁸ realisierten Laufzeiten lagen auch für die größten Probleme nur knapp über einer Sekunde. - Die hohe Güte der erzielten Lösungsqualitäten wird von den Autoren anschließend mit der speziellen Struktur der Distanzmatrix und der darauf abgestimmten Konstruktion der Heuristik erklärt.249

Durch einen über die Anordnung der Führungsflügel gleichmäßigeren Gasfluß im Triebwerk lassen sich neben der Vibrationsreduzierung (und entsprechend längeren Lebensdauer der Komponenten) sowie dem verminderten Treibstoffverbrauch weitere ökonomische Vorteile realisieren: Es können vermehrt überholte anstatt sehr teurer neuer Führungsflügel eingesetzt werden. Eine Fluglinie berichtete nach Angaben der Autoren von einer Reduzierung der entsprechenden Lagerbestände um 67%. - Eine Turbine ist vor dem Wiedereinbau in das Flugzeug ausgiebig zu testen. Werden dabei bestimmte Kriterien - z.B. auch bezüglich der Vibration - nicht erfüllt, so ist sie erneut auseinanderzunehmen und nachzubearbeiten. Letztlich kann eine verbesserte Anordnung der Führungsflügel auch dazu beitragen, die Anzahl derartiger kostenintensiver Tests deutlich zu senken.

vom Mittelwert abweichenden Abständen über den Flügelkreis zu einem gleichmäßigen Gasfluß beitragen kann. Dieser Sachverhalt wird von den Autoren nicht angesprochen.

Es wird nur ein ausgewählter Teil der Auflösungsmöglichkeiten für Teilrundreisen betrachtet.

²⁴⁶ Vgl. PLANTE/LOWE/CHANDRASEKARAN (1987), S. 777, Figure 4 und 5.

Insbesondere für Probleme mit n>10, vgl. PLANTE/LOWE/CHANDRASEKARAN (1987), S. 778, Tab. I.

Ein PC mit einem 80287er Prozessor, getaktet mit 8 MHz, vgl. PLANTE/LOWE/CHANDRASE-KARAN (1987), S. 778, Tab. I, Anmerkung a.

Vgl. PLANTE/LOWE/CHANDRASEKARAN (1987), S. 778; auch GILMORE/LAWLER/SHMOYS (1985), S. 129 ff.; differenzierter erklärt von BURKARD/DEINEKO/VAN DAL/VAN DER VEEN/WOEGINGER (1995), S. 33 ff.

Einen gänzlich anderen Anwendungskontext stellt die Identifizierung und Lösung von TSP beim Entwurf von Netzwerken unterschiedlichster Art, so z.B. Streckenplanungen bei Kabelverlegungen, der Planung von druckerhaltenden Ringsystemen im Rahmen der Petroleumförderung oder von Rechner-Ringnetzen, dar.²⁵⁰ Eine in diesen Bereich fallende Arbeit ist jene von SILLABER (1986), der ein im Rahmen eines Optimierungsmodells zur dynamischen Ausbauplanung von Ringnetzen für die Verteilung elektrischer Energie in städtischen Versorgungsgebieten auftretendes Teilproblem als TSP formuliert und exakt löst.²⁵¹

Der Autor erläutert zunächst, daß der Aufbau von Versorgungsnetzen für elektrische Energie in Stadtgebieten sehr hohe Investitionen erfordert. Aus diesem Grund ist ein effizientes Planungsinstrumentarium notwendig. Im allgemeinen, so SILLABER (1986), werde die elektrische Energie mittels Hochspannungsleitungen zunächst zu lokalen Umspannungsstationen geleitet, welche sie dann in Mittelspannungsnetze einspeisen. Von diesen aus werden mit Niederspannungsleitungen die einzelnen Gebäude des Versorgungsgebietes angeschlossen. Die Mittelspannungsnetze werden dabei oftmals aus ökonomischen und technischen Gründen als Ringnetze ausgelegt. Im Rahmen eines Forschungsprojektes entwickelte der Autor eine Erweiterungsplanungstechnik für letztere, welche einen längeren Planungshorizont berücksichtigt und sich - im Gegensatz zu früheren Ansätzen in diesem Gebiet - an dynamischen Investitionskalkülen orientiert sowie eine Optimierung anstatt einer heuristischen Problemlösung realisiert. Einen zentrales Teilproblem stellt dabei die Lösung eines TSP dar.

Einen Ausgangspunkt für dessen Identifizierung bildet zunächst der sogenannte Layoutgraph, welcher das Netzwerk der (öffentlichen) Straßen eines Versorgungsbereiches zusammen mit möglichen Verlegungswegen auf Privatgrundstücken abbildet. Ein von SIL-LABER (1986) präsentiertes Beispiel eines solchen wird in Abb. 10 wiedergegeben. Die fetten Knoten stellen dabei die zentrale Umspannstation sowie lokale Substationen - die Versorgungsknoten - dar, welche durch einen Kabelring zu verbinden sind. Die verbleibenden Knoten sind Straßenkreuzungen. - Zunächst werden nun im Layoutgraph die kürzesten Pfade zwischen allen Versorgungsknoten bestimmt. Jene dieser Verbindungen, die eine gewisse Länge überschreiten, werden zwecks Reduzierung der Modellgröße anschließend eliminiert. Damit liegt der sogenannte Transportgraph vor, der nur noch aus den Versorgungsknoten sowie sie verbindenden Kanten (die identifizierten kürzesten Pfade im Layoutgraph unter einer festgelegten Länge) besteht. Der Transportgraph repräsentiert nunmehr das zu lösende TSP: Es ist ein jeden Versorgungsknoten berührender Zyklus über die Kanten des Graphen mit minimaler Länge gesucht. Eine entsprechend ermittelte "Rundreise" ist - rückübertragen vom Transportgraph - in den Layoutgraphen in Abb. 10 als fette Linienführung eingezeichnet.

Vgl. die Erwähnung der Streckenplanung für Kabelverlegungen bei AMIN/FERNÁNDEZ-VILLACAÑAS/COCHRANE (1994), S. 117 (ohne eingehendere Darstellung oder Verweis auf andere Quellen); MELAMED/SERGEEV/SIGAL (1989a), S. 1155 mit Verweis auf FILANOVS-KII/KHACHATUROV (1974), S. 21 ff. bezüglich des Einsatzes von TSP-Modellen bei der Planung druckerhaltender Ringsysteme im Rahmen der Petroleumförderung; jeweils ohne nähere Erläuterung oder Quellenverweise erwähnen HOLLAND (1987), S. 3; JERONIM (1990), S. 3 sowie O.V. (1987), S. 169 die "optimale" Planung von Rechner-Ringnetzen.

²⁵¹ Vgl. im folgenden SILLABER (1986), S. B77 ff.

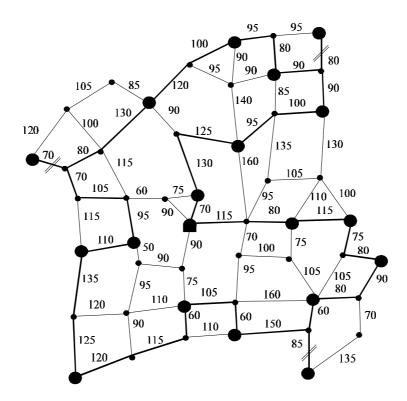


Abb. 10: Im Rahmen der Planungen für Mittelspannungs-Ringnetzwerke von SILLABER (1986) vorgestellter Layoutgraph mit 48 Knoten und 77 Kanten; Kantenlängen in Metern.²⁵²

SILLABER (1986) formuliert das TSP als kontinuierliches lineares Optimierungsmodell. Als Basis verwendet er ein kontinuierliches lineares Zuordnungsproblem, dem er ein spezielles System von Restriktionen hinzufügt, welches den Zerfall der Lösung in Teilzyklen verhindern soll. Durch eine Partitionierung der Knotenmenge in eine Anzahl von Teilmengen wird dabei die Anzahl der benötigten Teilrundreise-Eliminationsbedingungen gegenüber der klassischen Formulierung des TSP als linearem Programm stark gesenkt.²⁵³ Zu diesem Zweck werden auch Elemente aus der Formulierung des TSP als "Multiple Flow Problem" herangezogen.²⁵⁴ - Die entsprechenden Ausgangsdaten werden mittels eines vom Autor erstellten Matrixgenerators für die Verarbeitung mit einem kommerziellen LP-Programmpaket auf einem Mainframe vorbereitet;²⁵⁵ möglich ist die optimale Lösung von Problemen mit bis zu 60 Knoten im Transportgraph in etwa 20 bis 40

Übernommen von SILLABER (1986), S. B88, Fig. 2 im Rahmen des 2. Beispiels unter der Bezeichnung "KABELRING 2".

Vgl. zur "klassischen" Formulierung des TSP als lineares Programm insbesondere DANTZIG/FULKERSON/JOHNSON (1954), S. 393 ff.; GRÖTSCHEL/PADBERG (1977), S. 33 ff.; PADBERG/HONG (1980), S. 78 ff.; MELAMED/SERGEEV/SIGAL (1989a), S. 1155 ff., S. 1158 ff.; LANGEVIN/SOUMIS/DESROSIERS (1990), S. 127 f.; PADBERG/SUNG (1991), S. 324 ff.; LAPORTE (1992a), S. 233 f.; vgl. auch Abschnitt 2 dieser Arbeit.

Vgl. zur Formulierung des TSP als "Multiple Flow Problem" bzw. in der "Multi-commodity Flow"-Formulierung z.B. LANGEVIN/SOUMIS/DESROSIERS (1990), S. 128 ff.

Verwendet wurde das LP-Paket IBM MPSX/MIP 370 unter dem Betriebssystem VM/SP auf einer IBM 3083, vgl. SILLABER (1986), S. B84, S. B86.

Minuten.²⁵⁶ Zur Lösung des über den Transportgraphen aus dem Layoutgraphen in Abb. 10 abgeleiteten Problems waren 6,59 Minuten CPU-Zeit bzw. 12.816 Iterationen erforderlich; das entsprechende lineare Programm umfaßte 782 Zeilen und 3.698 Spalten.

Das skizzierte TSP ist allerdings nur ein Bestandteil des erwähnten umfassenderen dynamischen Planungsmodells des Autors für Ringnetzwerke. Dieses beinhaltet weitere Teilmodelle, so z.B. für die Bestimmung der optimalen Anzahl von Kabelringen unter Annahme einer bestimmten maximalen Transportkapazität, Verfahren zur Abschätzung von Kostenreduktionen durch das Verlegen von mehr als einem Kabel in denselben Graben sowie Überlegungen zur frühzeitigen Einbeziehung erst später anstehender Investitionen in die aktuelle Planung. Des weiteren wird die Zeit als diskrete Variable unter Berücksichtigung von zwei bis fünf Zeitpunkten integriert. Damit wird letztlich im Gesamtmodell nicht mehr die optimale Lösung des identifizierten TSP, sondern eine solche des vollständigen Problems im Vordergrund stehen. Dies kann durchaus dazu führen, daß aufgrund der bestehenden Interdependenzen suboptimale Lösungen des TSP resultieren. Das entsprechende Erscheinen des TSP als Bestandteil umfassenderer - nicht separierbarer und somit unter Berücksichtigung der auftretenden Interdependenzen zu lösender - Problemstellungen in vielen praktischen Anwendungen wird im Abschnitt 3.5 noch einmal angesprochen werden.²⁵⁷

Der Umfang des Spektrums möglicher Anwendungen des TSP wird auch bei der Identifizierung entsprechender militärischer Problemstellungen mit räumlich orientierten Distanzfunktionen deutlich.²⁵⁸ Bereits BARTHOLDI/PLATZMAN (1984) sahen eine Einsatzmöglichkeit ihrer - im Vergleich zu anderen Verfahren - sehr schnellen "Space Filling Curve"-Heuristik in der Bildung einer Reihenfolge für unter Feuer zu nehmende Ziele für Schiffsgeschütze. 259 Dieser Gedanke wurde von BARTHOLDI (1996) auf die Steuerung von im Weltall zu stationierenden Laserwaffen übertragen.²⁶⁰ Unter Berücksichtigung der Tatsache, daß ein Laserimpuls sich mit Lichtgeschwindigkeit fortbewegt, ist es möglich, die zu einem bestimmten Zeitpunkt zur Vernichtung vorgesehenen Ziele im dreidimensionalen Raum als Punkte auf einer imaginären zweidimensionalen Brennebene anzusehen. Die Distanz zwischen zwei Zielobjekten kann entsprechend als die Zeit bestimmt werden, die notwendig ist, um die Waffe auf das jeweils nächste Ziel auszurichten. Folglich ist es möglich, die Aufgabe, sämtliche zu einem Zeitpunkt identifizierten Zielobjekte möglichst schnell zu vernichten, als TSP zu formulieren. Der Autor macht deutlich, daß die Lösung dieses Problems unter einigen praktischen Einschränkungen realisiert werden muß: Es sind u.U. zwischen 1.000 und 30.000 Ziele in Realzeit in eine günstige Reihenfolge zu bringen; die für die Lösung des Problems einzusetzende Hard-

Beschränkend wirkt hier die Fähigkeit der eingesetzten Software, die nur Probleme mit bis zu 6.000 Nebenbedingungen verarbeiten kann. Bei einer Größe des Transportgraphen von 60 Knoten ergeben sich - in der Problemformulierung von SILLABER (1986), S. B85, Tab. 1 - 5.911 Restriktionen und 21.948 Variablen. Die Anzahl der Variablen und Nebenbedingungen steigt tendenziell quadratisch in Abhängigkeit von der Problemgröße.

Vgl. mit einer entsprechenden Anwendung bzgl. der Planung der Ölförderung im Sinne einer Reihenfolgebildung für die Durchführung von Bohrungen auch SIGAL (1991), S. 54 ff.

Vgl. zu einer - wenngleich bizarren und sehr spekulativen - militärischen Anwendung mit nicht räumlich orientierten Distanzfunktionen Abschnitt 3.4.8.

²⁵⁹ Vgl. BARTHOLDI/PLATZMAN (1984), S. 11.

Vgl. im folgenden BARTHOLDI (1996), S. 16 f.

ware unterliegt bezüglich ihres Gewichtes und Volumens (und damit letztlich auch ihrer Leistung) erheblichen Beschränkungen. Letztlich wäre es zu bevorzugen, eine parallel rechnende Maschine einzusetzen. Damit wäre jedoch auch eine Parallelisierbarkeit der einzusetzenden Heuristik gefordert, die viele klassische Verfahren - wie z.B. die "Nearest Neighbor"-Heuristik - nicht aufweisen. Letztlich sollte für die einzusetzende Heuristik auch - aufgrund der zu vergegenwärtigenden Folgen - eine möglichst gute mathematische Beschreibung im Sinne einer "Worst Case"- sowie einer probabilistischen Analyse vorliegen. BARTHOLDI (1996) sieht folglich hier eine Einsatzmöglichkeit für die "Space Filling Curve"-Heuristik, welche die im Rahmen der Anwendung zu beachtenden Nebenbedingungen erfüllt.

Es ist kritisch anzumerken, daß der Autor eine ganze Reihe möglicher Probleme im Kontext dieser Anwendung ignoriert. So muß z.B. berücksichtigt werden, daß die Zielobjekte i.a. laufend ihre Raumposition - auch auf der imaginären virtuellen Brennebene - verändern. Damit wäre entweder nach jedem Schuß ein neues TSP zu lösen oder es müßte eine spezielle Problemformulierung erarbeitet werden, die die prognostizierbaren Raumänderungen der Zielobjekte einbezieht. Zum zweiten wäre es für eine homomorphe Modellierung eigentlich notwendig, den Mechanismus der Laserwaffe genauer zu hinterfragen. Wäre für dieselbe z.B. zwischen zwei Schüssen jeweils eine Ladezeit bis zur Bereitschaft zum nächsten Schuß erforderlich, so könnte es sein, daß eine Formulierung des Problems der Reihenfolgebildung der Zielobjekte als TSP hinfällig wäre.

Obgleich ein militärischer Kontext des beschriebenen Problems - z.B. im Rahmen des SDI-Programms der USA - naheliegt, ist anzumerken, daß ähnliche Probleme sich auch in anderen Zusammenhängen - so z.B. bei der Konzeption eines Laserwaffensystems zum Schutz von orbitalen Raumstationen vor Kleinmeteoriten und Weltraummüll - ergeben können.

3.4. Anwendungen mit nicht räumlich orientierten Distanzfunktionen

3.4.1. Überblick

Im weiteren werden nunmehr TSP-Anwendungen betrachtet, deren Distanzfunktion sich prinzipiell nicht aus räumlichen Entfernungen der anzuordnenden Objekte ableiten läßt. Die Heterogenität der in dieser Klasse anzusiedelnden Fälle ist zweifelsohne erheblich größer als jene der im Abschnitt 3.3 beschriebenen. Zudem zeigt die Beurteilung, bei welcher Anwendung noch eine im weitesten Sinne "räumliche" Orientierung der Distanzfunktion vorliegt, in einigen Fällen die Unschärfe des Trennkriteriums auf. Daher war es für die Einordnung notwendig, einen subjektiven Schwellenwert zu setzen. Dieser kann verständlicherweise kritisch diskutiert werden. - Die nachstehende Aufzählung gibt einen Überblick über jene Anwendungen, die folgend eingehender dargestellt werden. Eine Vielzahl weiterer wird nur knapp skizziert oder kurz erwähnt:

Wie dies z.B. auch oben im Abschnitt 3.3.6 bei der Beschreibung der Steuerung von Regalfahrzeugen notwendig war, um zu einer realitätsgetreuen Modellierung zu gelangen.

- Umrüst(kosten)probleme,
- Maschinenbelegungsprobleme,
- Datierungsprobleme in der Archäologie,
- Clusterung eines Datenfeldes,
- Minimierung der Auftragsstreuung in der Glasproduktion,
- Rotierende Dienstpläne für Buspersonal.

3.4.2. Umrüstprobleme

Eine der bekanntesten TSP-Anwendungen mit einer Distanzfunktion ohne räumlichen Bezug ist das sogenannte Umrüstproblem,²⁶² welches bereits von FLOOD (1956) erwähnt wurde.²⁶³ Bevor Erweiterungen und Variationen diskutiert werden, soll es in seiner Grundform dargestellt werden.²⁶⁴

Es sei eine Maschine (allgemein: ein Metaobjekt) gegeben, auf welcher nacheinander n Lose (oder: Aufträge, Sorten, allgemein: Objekte) bearbeitet werden sollen. Die Reihenfolge der Bearbeitung ist nicht vorgegeben, sondern soll so gewählt werden, daß die gesamte Bearbeitungszeit minimiert wird. Es sei angenommen, daß die Maschine vor Beginn der Bearbeitung des Loses j in den Zustand Z_j umgerüstet werden muß. Die für diesen Umrüstvorgang auf Z_j benötigte Zeitspanne ist davon abhängig, welches Los i zuvor auf der Maschine bearbeitet wurde, respektive in welchem Zustand Z_i sie sich aufgrund dessen befindet. Die folgeabhängige Umrüstzeit sei als $d_{i,j}$ definiert. Weiterhin sei die Bearbeitungszeit für das Los j als b_j bezeichnet. Somit ergibt sich die notwendige Zeitspanne für die Bearbeitung des Loses j nach dem Los i als $t_{i,j} = d_{i,j} + b_j$. Letztlich sei die Maschine vor Beginn der Bearbeitung der Losfolge im Zustand Z_0 , in welchen sie auch nach deren Abschluß zurückversetzt werden soll. Zur Vervollständigung des Modells wird $b_0 = 0$ definiert. Die gesamte Dauer der Bearbeitung für eine gegebene Folge r der n Lose ergibt sich folglich zu

$$\left(\sum_{j=1}^{n} t_{\mathbf{r}(j-1),\,\mathbf{r}(j)}\right) + t_{\mathbf{r}(n),\,\mathbf{r}(0)} = \left(\sum_{j=1}^{n} d_{\mathbf{r}(j-1),\,\mathbf{r}(j)} + b_{j}\right) + d_{\mathbf{r}(n),\,\mathbf{r}(0)} = \left(\sum_{j=1}^{n} d_{\mathbf{r}(j-1),\,\mathbf{r}(j)}\right) + d_{\mathbf{r}(n),\,\mathbf{r}(0)} + \left(\sum_{j=1}^{n} b_{j}\right) + d_{\mathbf{r}(n),\,\mathbf{r}(0)} + d$$

^{Vgl. zum Umrüstproblem allgemein z.B. STREBEL (1984), S. 198 ff.; HANSMANN (1987), S. 187 f.; ADAM (1990), S. 844 (bei Sortenfertigung); CORSTEN (1995), S. 431 ff., insbesondere S. 440 ff.; vgl. zum Umrüstproblem in Verbindung mit dem TSP z.B. GILMORE/GOMORY (1964), S. 655 ff.; ROTHKOPF (1966), S. 532 f.; BELLMORE/NEMHAUSER (1968), S. 551 f.; ADAM (1969), S. 117; CHRISTOFIDES (1970), S. 689; HELD/KARP (1970), S. 1160; MÜLLER-MER-BACH (1970), S. 65 f. als "Umrüstkostenproblem"; WEBER (1972), S. 31 als "Sortenfolgeproblem"; WHITE/WILSON (1977), S. 191 ff.; GARFINKEL (1985), S. 19 f. als "Job Sequencing"; GROSSER (1986), S. 431 f. als "Umrüstproblem"; O.V. (1987), S. 169; HOLLAND (1987), S. 3; LAPORTE (1992a), S. 231 als "Job Sequencing"; REINELT (1994), S. 38 als "Scheduling"; JÜN-GER/REINELT/RINALDI (1994), S. 9; OZGUR/BROWN (1995), S. 205 ff.; beachte zur Differenzierung zwischen "Scheduling" und "Sequencing" SALVADOR (1978), S. 268 f.; zu einer Einordnung in die im Rahmen der Produktion erscheinenden Reihenfolgeprobleme S. 271 ff., speziell zum Umrüstproblem S. 276 f.}

²⁶³ Vgl. FLOOD (1956), S. 64.

Die nachfolgende Darstellung lehnt sich an GARFINKEL (1985), S. 19 an.

Da eine geschlossene Folge mit minimaler Bearbeitungszeit gesucht wird, handelt es sich um das Problem der Identifizierung eines minimalen Hamiltonischen Zyklus, mithin ein TSP. Ist kein definierter Anfangs- und Endzustand Z_0 für die Maschine gegeben, so wird ein minimaler Hamiltonischer Pfad gesucht. In diesem Fall wäre für die Überführung in ein TSP das Einfügen eines adäquaten künstlichen Loses notwendig. Für dieses würde entsprechend ein Maschinenzustand Z_0 definiert, $b_0=0$ und $d_{j,0}=d_{0,j}=C\geq 0$, $\forall j\in\{1,...n\}$ gesetzt, wobei C eine Konstante dargestellt. - Es wird in Anwendungsfällen zumeist $d_{i,j}\neq d_{j,i}$ gelten, d.h. die aus den Umrüstzeiten resultierende Distanzmatrix ist asymmetrisch. 265

Diese Grundform des Umrüstproblems kann beliebigen Variationen unterworfen werden. Zunächst ist es naheliegend, $d_{i,j}$ nicht als für die Umrüstung benötigte Zeitdauer, sondern als Kosten zu interpretieren. Weiterhin kann die Annahme, daß die b_j folgeunabhängig stets in gleicher Höhe anfallen, in einem entsprechenden realen Kontext aufgegeben werden. In diesem Fall wäre $t_{i,j}$ als Distanzmaß bei der Lösung des TSP heranzuziehen. Folgend einige Beispiele für der Grundform des Umrüstproblems ähnliche Fälle in der Realität:

- In der chemischen Industrie treten üblicherweise lineare Sequenzen von Prozessen auf. Oftmals gibt es bei komplexeren Synthesen zahlreiche kostenverschiedene Möglichkeiten der Anordnung der Reihenfolge der Produktionsschritte.²⁶⁶
- Zwecks Minimierung der Rüstzeiten auf einer Walzstraße ist die rüstkostenminimale Folge der Profilsorten zu identifizieren.²⁶⁷
- Durch eine Mehrproduktpipeline werden Chargen verschiedener Stoffe gepumpt, die jeweils durch eine von der Stoffolge determinierte Menge an Isolierflüssigkeiten getrennt werden. Es ist jene Pumpfolge zu bestimmen, die die Menge der benötigten Isolierflüssigkeit bzw. die entstehenden Vermischungsverluste an den Chargennähten minimiert.²⁶⁸
- In Produktionsvorgängen aller Branchen, in denen Färbungen vorgenommen werden, so z.B. in der Glasindustrie oder bei der Herstellung von Spezialpapieren, erfordern Übergänge auf hellere Erzeugnisse eine Reinigung der Anlagen und verursachen hohe Kosten. Geiches gilt z.B. auch bei Lackiervorgängen für den Farbwechsel in den Spritzkabinen. Gesucht wird eine Erzeugnisfolge, die zu minimalen Reinigungskosten führt.

In den meisten realen Anwendungsfällen erfordert die Problemstellung allerdings noch zusätzliche kontextspezifische Restriktionen; mithin liegt kein reines TSP vor.²⁷¹ Darüber

²⁶⁵ Vgl. anders - mit symmetrischer Matrix - z.B. OZGUR/BROWN (1995), S. 207.

Vgl. z.B. MILLER/PEKNY (1991), S. 754 ff.; RANDOW (1991); unter zusätzlichen Restriktionen ähnlich dem klassischen Umrüstproblem in der chemischen Industrie SELEN/HEUTS (1990), S. 38 ff.

²⁶⁷ Vgl. z.B. SCHÖNLEIN (1974), S. 15; ABLAY (1987), S. 109; O.V. (1987), S. 169.

²⁶⁸ Vgl. z.B. SCHÖNLEIN (1974), S. 15; ABLAY (1987), S. 109.

²⁶⁹ Vgl. z.B. MÜLLER-MERBACH (1970), S. 66; ABLAY (1987), S. 112.

²⁷⁰ Vgl. z.B. SCHÖNLEIN (1974), S. 15.

Vgl. bereits FLOOD (1956), S. 65; ein komplexeres Beispiel findet sich bei SCHUTTEN/VAN DE VELDE/ZIJM (1996), S. 1165 ff.

hinaus ist eine isolierte Betrachtung des jeweiligen Reihenfolgeproblems meist nicht möglich: Das um zusätzliche Restriktionen erweiterte TSP ist lediglich ein interdependentes Teilproblem in einem umfassenderen Planungskontext.²⁷² Das Umrüstproblem ist dabei auch auf mehrere Maschinen ausdehnbar.²⁷³

Während diese Umstände die Anforderungen an ein optimierendes bzw. heuristisches Lösungsverfahren erheblich erhöhen, führen die Spezifika des jeweiligen Produktionsprozesses allerdings zuweilen auch zu einer erheblichen Vereinfachung in dem Sinne, daß ein mit polynomialem Aufwand lösbarer Sonderfall des TSP vorliegt.²⁷⁴ Im Abschnitt 3.3.8 wurde das dieser Gruppe zuzurechnende Problem des optimalen Tapetenzuschnitts beschrieben.²⁷⁵ Im Falle des Umrüstproblems wird wiederholt das zuweilen anhand eines Brennofens visualisierte Beispiel von GILMORE/GOMORY (1964) angeführt.²⁷⁶ Letzteres wird nachfolgend kurz skizziert.²⁷⁷

Vor einem Ofen existiere eine Warteschlange von n-1 Chargen, die zum Brennen bereitstehen. Jede Charge i benötigt beim Brand eine Starttemperatur von a_i , durchläuft dann eine Anzahl von produktspezifischen Temperaturvariationen und verläßt den Ofen bei einer Schlußtemperatur von b_i . Folgt die Charge j der Charge i, so muß die Ofentemperatur von b_i auf a_j angepaßt werden. Die Kosten des Wechsels der Ofentemperatur seien unter Verwendung der Dichtefunktionen der Temperaturwechselkosten f und g (für eine Erhöhung bzw. Senkung der Temperatur) definiert als 278

$$d_{i,j} = \begin{cases} \int_{b_i}^{a_j} f(x) dx & \text{wenn } b_i \le a_j \\ \int_{b_i}^{b_i} g(x) dx & \text{wenn } b_i > a_j \end{cases}$$

Vgl. z.B. JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 9; als Beispiel des weiteren SIGAL (1991) mit einem komplexen TSP bezüglich der Feststellung einer kostenminimalen Sequenz der Erstellung von Bohrlöchern als Subproblem der gesamten Planung zur Erschließung von Ölfeldern.

²⁷³ Vgl. z.B. WEBER (1972), S. 31.

Vgl. zu den mit polynomialem Aufwand lösbaren Sonderfällen z.B. GILMORE/GOMORY (1964), S. 655 ff.; LAWLER (1971), S. 267 ff.; BURKARD (1979), S. 209 f.; RATLIFF/ROSENTHAL (1983), S. 507 ff.; CORNUÉJOLS/NADDEF/PULLEYBLANK (1983), S. 287 ff.; insbesondere mit einer großen Anzahl an Fällen GILMORE/LAWLER/SHMOYS (1985), S. 87 ff.; BUR-KARD/VAN DER VEEN (1991), S. 787 ff.; WARREN (1991), S. 283 ff.; VAN DAL/VAN DER VEEN/SIERKSMA (1993), S. 107 ff.; DEINEKO/VAN DAL/ROTE (1994), S. 141 ff.; BUR-KARD/DEINEKO/VAN DAL/VAN DER VEEN/WOEGINGER (1995).

Vgl. GARFINKEL (1977), S. 741 ff. Es handelt sich zugleich um den ersten identifizierten Sonderfall eines mit polynomialem Aufwand lösbaren TSP.

Vgl. GILMORE/GOMORY (1964), S. 655 ff.; z.B. dargestellt bei BELLMORE/NEMHAUSER (1968), S. 551 f.; MAFFIOLI (1975), S. 75; GILMORE/LAWLER/SHMOYS (1985), S. 125 ff.; LAPORTE (1992a), S. 233; VAN DAL/VAN DER VEEN/SIERKSMA (1993), S. 109; BURKARD/DEINEKO/VAN DAL/VAN DER VEEN/WOEGINGER (1995), S. 36 ff.

Die nachfolgende Beschreibung lehnt sich an GILMORE/LAWLER/SHMOYS (1985), S. 125 ff.; BELLMORE/NEMHAUSER (1968), S. 551 f. sowie BURKARD/DEINEKO/VAN DAL/VAN DER VEEN/WOEGINGER (1995), S. 36 ff. an.

Vgl. GILMORE/LAWLER/SHMOYS (1985), S. 125; BELLMORE/NEMHAUSER (1968), S. 552;
 MAFFIOLI (1975), S. 75; LAPORTE (1992a), S. 233; VAN DAL/VAN DER VEEN/SIERKSMA (1993), S. 109; BURKARD/DEINEKO/VAN DAL/VAN DER VEEN/WOEGINGER (1995), S. 36.

Zur Vervollständigung sei vermerkt, daß der Ofen vor der Brennfolge in der Temperatur b_n vorgefunden werde und nach deren Bearbeitung die Temperatur a_n aufweisen soll. f(x) und g(x) sind unterschiedliche integrierbare, jedoch nicht zwangsläufig nicht-negative Funktionen.²⁷⁹ Allerdings sollte $f(x) + g(x) \ge 0 \ \forall x$ gelten, da sonst durch Anheben und Absenken der Ofentemperatur bereits Geld verdient werden könnte.

Gesucht ist nun die kostenminimale Brennfolge der Chargen, mithin ein minimaler Hamiltonischer Pfad. Unter Einfügung einer "künstlichen" (Dummy-) Charge ergibt sich die Suche nach einem minimalen Hamiltonischen Zyklus, also ein TSP.

Der Algorithmus, mit welchem das vorliegende TSP nun mit polynomialem Aufwand lösbar ist, ergibt sich aus folgender Überlegung heraus: 280 Man reindiziere die Chargen so, daß $b_1 \le b_2 \le ... \le b_n$ gilt. D sei die zugehörige (errechenbare) Distanzmatrix. \mathbf{r} sei eine Permutation obiger Folge, die zu $a_{\mathbf{r}(1)} \le a_{\mathbf{r}(2)} \le ... \le a_{\mathbf{r}(n)}$ führt. $D_{\mathbf{r}}$ sei nun die für diese Permutation der ersten Folge bestimmte Distanzmatrix. Es wird nun geltend gemacht, daß $D_{\mathbf{r}}$ eine linear zulässige Transformation einer Verteilungsmatrix darstellt, welche im allgemeinen mit einer Dichtematrix V (mit $v_{\mathbf{r}(i),\mathbf{r}(j)} = v_{i,\mathbf{r}(j)} \ge 0$) elementeweise über die Beziehung $v_{\mathbf{r}(i),\mathbf{r}(j)} = v_{i,\mathbf{r}(j)} = d_{i,\mathbf{r}(j)} + d_{i+1,\mathbf{r}(j-1)} - d_{i,\mathbf{r}(j-1)} - d_{i+1,\mathbf{r}(j)}$ für $1 \le i \le n$, $2 \le j \le n$ verknüpft ist. 2^{81} Im hier vorliegenden speziellen Fall gilt

$$v_{i,r(j)} = \int_{a}^{b} (f(x) + g(x)) dx \ge 0$$

mit $a = \max \left\{ b_i, a_{r(j-1)} \right\}$, $b = \min \left\{ b_{i+1}, a_{r(j)} \right\}$ und $v_{i,r(j)} = 0$, wenn a > b. Da D_r eine Verteilungsmatrix darstellt, existiert eine sogenannte pyramidale optimale Rundreise. Diese läßt sich in zwei Schritten bestimmen: Die oben genannten Ordnungen $b_1 \le b_2 \le ... \le b_n$ und $a_{r(1)} \le a_{r(2)} \le ... \le a_{r(n)}$ können in $O(n \log n)$ vorgenommen werden. Folgend läßt sich die Lösung eines dem TSP zugehörigen linearen Zuordnungsproblems mit linearem Zeitaufwand bestimmen. Diese muß jedoch nicht zwangsläufig einer Rundreise entsprechen. Daher werden anschließend die entstehenden Teilrundreisen in einer festgelegten Folge unter Nutzung der Kenntnis, daß die resultierende Rundreise pyramidal sein muß, zu einer solchen zusammengefügt. Auch diese Operation kann in O(n)

Wesentliches Merkmal ist, daß der jeweils notwendige Zustand der Maschine durch eine einzige Variable beschrieben werden kann.

Vgl. detailliert GILMORE/LAWLER/SHMOYS (1985), S. 100 ff. bzw. S. 125 ff.; BURKARD/ VAN DER VEEN (1991), S. 790 ff.; BURKARD/DEINEKO/VAN DAL/VAN DER VEEN/WOE-GINGER (1995), S. 36 ff. Der Gang der Argumentation wird hier nur knapp skizziert.

Wie aus der Indizierung ersichtlich ist, betrifft die Permutation lediglich die Spalten von D.

Vgl. z.B. GILMORE/LAWLER/SHMOYS (1985), S. 100 ff.; VAN DER VEEN/SIERKSMA/VAN DAL (1991), S. 90 ff.; BURKARD/VAN DER VEEN (1991), S. 790 ff.; BURKARD/DEINEKO/ VAN DAL/VAN DER VEEN/WOEGINGER (1995), S. 3 ff.

So z.B. ausführlich beschrieben bei GILMORE/GOMORY (1964), S. 655 ff.; vgl. gleich bzw. ähnlich BELLMORE/NEMHAUSER (1968), S. 552 sowie MAFFIOLI (1975), S. 75; VAN DAL/VAN DER VEEN/SIERKSMA (1993), S. 109; BURKARD/DEINEKO/VAN DAL/VAN DER VEEN/WOEGINGER (1995), S. 3 ff.

Z.B. unter Verwendung eines die Teilrundreisen überdeckenden minimalen spannenden Baumes, vgl. zur Theorie der Teilrundreisen-Verbindung ("Patching") GILMORE/LAWLER/SHMOYS (1985), S. 109 ff.; BURKARD/DEINEKO/VAN DAL/VAN DER VEEN/WOEGINGER (1995), S. 20 ff.

ausgeführt werden. Damit ergibt sich als komplexitätsbestimmende Komponente des Verfahrens die o.g. Sortierung der Temperaturvektoren und somit die Gesamtkomplexität der Lösung zu $O(n \log n)$.²⁸⁵

Da die oben eingehender erörterten Beispiele von GARFINKEL (1985) und GILMORE/ GOMORY (1964) eher theoretischer Natur sind, soll abschließend mit der Arbeit von OZGUR/BROWN (1995) ein konkretes Umrüstproblem der Praxis knapp erläutert werden.²⁸⁶ In einem Unternehmen, welches mechanische Drahtzugsysteme herstellt, wird eine aus 12 Arbeitsstationen bestehende automatische Kabelmontageanlage betrachtet. Zwischen den Stationen wird das aufgerollte Kabel mittels spezieller Paletten transportiert. An einer Arbeitsstation wird es jeweils fixiert und ein spezifischer Arbeitsschritt ausgeführt. Der gesamte Vorgang erfolgt vollautomatisch. Ein Eingriff ist nur erforderlich, wenn eine andere Kabelart auf der Anlage bearbeitet werden soll. In diesem Fall sind in Abhängigkeit von der zuvor produzierten Kabelart i und der nunmehr zu produzierenden Kabelart j an verschiedenen Arbeitsstationen Umrüstvorgänge (z.B. ein Austausch von Bearbeitungswerkzeugen) erforderlich. Die gesamte bei der Abfolge zweier Produkte i und j erforderliche Umrüstzeit wird als Summe der erforderlichen Umrüstzeiten auf allen 12 Arbeitsstationen definiert. - Das Unternehmen wünschte eine Minimierung der gesamten Produktionszeit für ein vorgegebenes Produktionsprogramm, um eine effiziente Nutzung der sehr teuren Anlage sicherzustellen. Dabei war das Management bereits zu der Auffassung gekommen, daß die Produkte zu diesem Zweck in Familien gruppiert werden könnten, da zwischen bestimmten Produkten besonders geringe Umrüstzeiten zu beobachten waren.

OZGUR/BROWN (1995) greifen nunmehr diese Idee auf. Sie weisen darauf hin, daß zum einen eine Gruppierung der Produkte in Familien einen sinnvollen Ansatz zur Vereinfachung des Reihenfolgeproblems darstellen könnte, zum anderen in vielen Unternehmen auch "Familienrestriktionen" in dem Sinne existieren, daß das Unternehmen aus historischen oder organisatorischen Gründen wünscht, daß Produkte aus einer Familie immer zusammenhängend, d.h. nacheinander ohne Unterbrechung durch Produkte aus anderen Familien (aber innerhalb einer Familie in beliebiger Reihenfolge), produziert werden. Dazu ist anzumerken, daß diese Grundidee keineswegs neu ist. Bereits ROTH-KOPF (1966) wies im Zusammenhang mit der Reihenfolgeplanung in der Produktion auf die Möglichkeit zur Problemdekomposition durch "Klassenbildung", d.h. die Gruppierung von Aufträgen mit geringen Übergangskosten zwischen denselben, hin.²⁸⁷ Im Bereich der TSP mit räumlich orientierter Distanzfunktion finden sich ähnliche Ansätze in Form der "Clusterung" der Städte eines TSP, die zu einer hierarchisch-dekomponierenden Lösung führen, beispielsweise bei LITKE (1984) und CODENOTTI/MARGARA (1992b).²⁸⁸ Wird eine "Familienrestriktion" im oben beschriebenen Sinne vorgegeben, so

Vgl. z.B. VAN DAL/VAN DER VEEN/SIERKSMA (1993), S. 109; GILMORE/LAWLER/ SHMOYS (1985), S. 127; BURKARD/DEINEKO/VAN DAL/VAN DER VEEN/WOEGINGER (1995), S. 37; anders allein WARREN (1994), S. 173.

²⁸⁶ Vgl. im folgenden OZGUR/BROWN (1995), S. 205 ff.

²⁸⁷ Vgl. ROTHKOPF (1966), S. 532 f.

Vgl. LITKE (1984), S. 1227 ff.; CODENOTTI/MARGARA (1992b); der Ansatz von LITKE (1984) wurde im Abschnitt 3.3.7.3 beschrieben.

liegt ein "Clustered TSP" vor, welches z.B. von CHISMAN (1975) bezüglich der Auftragszusammenstellung in Lagerhäusern formuliert wurde. 289

OZGUR/BROWN (1995) unterstellen nun im weiteren, daß keine Familienrestriktion vorliegt, sondern eine Gruppierung nur der einfacheren Lösbarkeit des Problems dienen soll. Sie bilden zunächst eine - für Umrüstprobleme atypischerweise - symmetrische Umrüstzeitenmatrix für die 84 vorhandenen Produkte. Als Ergebnis einer hierarchischen Clusteranalyse (unter Nutzung des "average linking") werden Familien nach dem Kriterium geringer familieninterner Umrüstzeiten bestimmt.²⁹⁰ Die Produkte innerhalb einer jeden Familie werden folgend nach dem (geringfügig zwecks Bestimmung eines Hamiltonischen Pfades statt einer Rundreise modifizierten) Verfahren von LIN/KERNIGHAN (1973) so in einer Folge angeordnet,²⁹¹ daß die familieninterne bzw. -bedingte Umrüstzeit möglichst gering ausfällt. Im letzten Schritt ihrer Heuristik ermitteln die Autoren dann mit einem spezifisch modifizierten Branch-and-Bound-Algorithmus eine umrüstzeitminimale Sequenz der verschiedenen Familien.

Dieses als "TSTS"-Heuristik ("Two-Stage Traveling Salesman") bezeichnete Verfahren implementieren die Autoren auf einem PC.²⁹² Zu Vergleichszwecken wird darüber hinaus die Heuristik von LIN/KERNIGHAN (1973) eingesetzt.²⁹³ Letztere greift allerdings auf keinerlei Gruppierung der Produkte zurück, sondern löst das Problem unter Verwendung der anfangs bestimmten Umrüstzeitenmatrix. OZGUR/BROWN (1995) testen ihre Heuristik - jeweils im Vergleich mit dem Verfahren von LIN/KERNIGHAN (1973) - für sämtliche 84 Produkte unter Verwendung verschiedener Gruppierungen in Familien sowie zufällige Zusammenstellungen verschiedener Produktionsprogramme (mit 20, 40 und 60 Produkten). Dabei zeigt sich, daß die TSTS-Heuristik nur geringfügig schlechtere Lösungen erzeugt als das Verfahren von LIN/KERNIGHAN (1973), jedoch bei wachsender Problemgröße erheblich weniger Rechenzeit benötigt (bei 84 Produkten etwa die Hälfte). Diese Beobachtungen werden durch eine Anzahl statistischer Tests abgesichert.²⁹⁴ Es ist allerdings anzumerken, daß die Laufzeiten beider Verfahren mit maximal 200 Sekunden Rechenzeit den Anforderungen der Praxis durchaus genügen. Ein Vergleich der mit der Heuristik für die Produktfolgen erzielten Umrüstzeiten mit den für die in der Praxis realisierten Folgen wird leider nicht vorgenommen. - Die Autoren sehen potentielle Anwendungsfelder für ihr Verfahren in Unternehmen der Metall-, Textil- und Plastikverarbeitung, bei der Farbenherstellung und in der chemischen Industrie. Kritisch anzumerken ist

Vgl. CHISMAN (1975), S. 116 ff.; des weiteren zum "Clustered TSP" JONGENS/VOLGENANT (1985), S. 68 ff.; POTVIN/GUERTIN (1996), S. 619 ff.; im Rahmen dieser Arbeit Abschnitt 3.3.5.

Vgl. zu den Verfahren der Clusteranalyse z.B. HARTUNG/ELPELT (1984), S. 443 ff.; BLEY-MÜLLER (1989), S. 129 ff.; HOCHSTÄDTER/KAISER (1989), S. 157 ff.; BACKHAUS/ERICH-SON/PLINKE/WEIBER (1990), S. 115 ff. - Die Frage, wann die hierarchische Verdichtung im Rahmen der Clusteranalyse zu beenden ist, d.h. welche Anzahl von Familien als "optimal" anzusehen ist, wird von OZGUR/ BROWN (1995) nur unzureichend beantwortet. Sie erläutern lediglich, daß es darauf ankomme, eine "effiziente" Gruppierung zu finden und daß dabei die Anzahl der sehr kleinen Familien minimiert werden solle.

²⁹¹ Vgl. LIN/KERNIGHAN (1973), S. 498 ff.

Ein 80386/87-er PC mit 20 MHz; als Programmiersprache wurde "Turbo Basic" verwendet, vgl. OZGUR/BROWN (1995), S. 212.

²⁹³ Vgl. LIN/KERNIGHAN (1973), S. 498 ff.

Weitgehend entsprechend den bei GOLDEN/STEWART (1985), S. 207 ff. vorgeschlagenen Verfahren.

dazu allerdings, daß die hier unterstellte Symmetrie der Umrüstzeitenmatrix wohl in vielen anderen möglichen Anwendungskontexten nicht gegeben sein dürfte.

3.4.3. Maschinenbelegungsprobleme

In einem weiteren Kontext kann auch das dem Umrüstproblem verwandte Maschinenbelegungsproblem²⁹⁵ (hier nachstehend konkret als "Job Shop Scheduling"²⁹⁶-Problem spezifiziert) unter bestimmten Bedingungen als TSP formuliert werden.²⁹⁷ Folgend wird ein bei LENSTRA/RINNOOY KAN (1975) zu findendes Beispiel beschrieben:²⁹⁸

Es sei angenommen, daß n Aufträge A_i $(1 \le i \le n)$ auf m Maschinen M_l $(1 \le l \le m)$ zu bearbeiten sind. Jeder Auftrag bestehe dabei aus m_i Operationen $O_{i,k}$ $(1 \le k \le m_i)$. Jede Operation muß auf einer bestimmten Maschine M_l ausgeführt werden. Dabei enthält jeder Auftrag mindestens eine Operation auf jeder Maschine. Die Reihenfolge, in welcher die Operationen eines Auftrags auf den Maschinen bearbeitet werden müssen, ist durch $r_{i,k}$ $(r_{i,1}, r_{i,2}...r_{i,m_i})$ vorgegeben, d.h. die k-te Operation $O_{i,k}$ des Auftrags A_i muß z.B. auf der Maschine $M_{r_{i,k}}$ ausgeführt werden. $r_{i,k}$ kann für alle Aufträge unterschiedlich ausfallen. Die für die Operation $O_{i,k}$ auf der Maschine $M_{r_{i,k}}$ benötigte Bearbeitungszeit ist mit $p_{i,k}$ bekannt. Weiterhin kann jede Maschine nur eine Operation zur gleichen Zeit ausführen.

Über diese Grunddaten hinaus sind zwei Bedingungen zu berücksichtigen. Beide sind wesentlich für die Möglichkeit der Formulierung als TSP. Die erste fordert, daß die Aufträge, respektive die zugehörigen Operationen, auf allen Maschinen in der gleichen Reihenfolge bearbeitet werden. Damit ist die Aufspaltung der Aufträge in intermittierend abarbeitbare Operationen, d.h. eine Verschachtelung der Aufträge, ausgeschlossen. Die zweite Bedingung untersagt die zwischenzeitliche Lagerung von Erzeugnissen bzw. nicht bearbeitungsbedingte Wartezeiten eines Auftrags zwischen den Maschinen. Das bedeutet, daß die Bearbeitung eines Auftrags nicht unterbrochen werden darf. Im Vergleich

Vgl. zum Maschinenbelegungsproblem (bzw. speziell dem "Job Shop Scheduling") im allgemeinen z.B. GIFFLER/THOMPSON (1960), S. 487 ff.; MÜLLER-MERBACH (1970), S. 172 ff.; MÜLLER-MERBACH (1973), S. 320 ff.; SALVADOR (1978), S. 269 ff.; REESE (1980), S. 24 ff.; KIENER/MAIER-SCHEUBECK/WEISS (1993), S. 189 ff.; CORSTEN (1995), S. 431 ff.; mit einem Vergleich verschiedener (oft auch zur Lösung von TSP eingesetzten) Lösungsverfahren KURBEL/ROHMANN (1995), S. 581 ff.

Vgl. zur Abgrenzung zwischen dem "Job Shop Scheduling" und diversen anderen Reihenfolgeproblemen in der Produktion z.B. MÜLLER-MERBACH (1970), S. 177 ff.; REESE (1980), S. 24 ff.; CORSTEN (1995), S. 439; eine Systematisierung von Reihenfolgeproblemen in der Produktion findet sich z.B. bei SALVADOR (1978), S. 271.

Vgl. zu verschiedenen Typen von Maschinenbelegungsproblemen und ihrer Formulierung als TSP bereits FLOOD (1956), S. 64 (wenn auch nicht explizit) mit dem Beispiel einer automatischen Fernseher-Montagelinie; des weiteren REDDI/RAMAMOORTHY (1972), S. 323 ff.; HINRICHSEN (1975), S. 19; SALVADOR (1978), S. 282; RÖCK (1984), S. 336 ff.; ABLAY (1987), S. 111; O.V. (1987), S. 169; DOST (1989); PENSINI/MAURI/GARDIN (1991), S. 157 ff.; VAN DAL/VAN DER VEEN/SIERKSMA (1993) mit einem mit polynomialen Aufwand lösbaren Sonderfall.

²⁹⁸ Vgl. im folgenden in enger Anlehnung LENSTRA/RINNOOY KAN (1975), S. 728 ff.

zur ersten Bedingung ist diese realistischer: Zum einen aus produktspezifischer Sicht, da bestimmte Erzeugnisse nur unter sehr hohen Kosten bzw. gar nicht zwischengelagert werden können (z.B. bei Stahl in einem Walzwerk), zum anderen aus betriebswirtschaftlicher Sicht unter dem Aspekt der Minimierung der Kapitalbindung in der Wertschöpfungskette durch Läger.

Gesucht wird nun eine Bearbeitungsfolge der Aufträge, welche die benötigte Bearbeitungszeit unter Einhaltung der o.g. Restriktionen minimiert. Zwecks Formulierung eines TSPs definieren LENSTRA/RINNOOY KAN (1975):

$$k'_{i,l} = \min \left\{ k \mid r_{i,k} = l, 1 \le k \le m_i \right\} \tag{1}$$

$$k_{i,l}^{"} = \max\{k \mid r_{i,k} = l, 1 \le k \le m_i\}$$
 (2)

$$T_i = \sum_{k=1}^{m_i} p_{i,k} \tag{3}$$

$$T_{i,l}' = \sum_{k=k,l}^{m_i} p_{i,k} \tag{4}$$

$$T_{i,l}^{"} = \sum_{k=1}^{k_{i,l}^{"}} p_{i,k} \tag{5}$$

Die Ausdrücke (1) bzw. (2) kennzeichnen die Indexposition der ersten bzw. letzten auf der Maschine l ausgeführten Operation des Auftrags i, d.h., daß z.B. $O_{i,k_{i}}$ die erste

Operation des Auftrags i ist, die auf der Maschine l ausgeführt wird. Ausdruck (3) entspricht der gesamten Bearbeitungszeit des Auftrages i als Summe der Bearbeitungszeiten seiner Operationen. Die Ausdrücke (4) und (5) stellen jeweils Teile der gesamten Bearbeitungszeit dar; (4) gibt die Bearbeitungszeit von der ersten Operation des Auftrags i auf der Maschine l (einschließlich derselben) bis zum Ende des Auftrags an; (5) hingegen die Bearbeitungszeit vom Beginn des Auftrages i bis zur Ausführung der letzten Operation auf Maschine l (einschließlich letzterer).

Im weiteren wird für jedes Auftragspaar (A_i, A_j) eine Distanz $d_{i,j}$ bestimmt, welche die kleinstmögliche Zeitdifferenz zwischen dem Beginn der Bearbeitung der ersten Operation des Auftrages i, $O_{i,1}$, und dem Beginn der Bearbeitung der ersten Operation des Auftrages j, $O_{j,1}$, bezeichnen soll, wenn die Aufträge i und j aufeinander folgen. Zur Herleitung der Distanzfunktion bedienen sich LENSTRA/RINNOOY KAN (1975) der Darstellung der Folge der Aufträge i und j in einem gerichteten Graphen, dessen Pendant in einem exemplarischen Belegungschart (mit der zusätzlichen Prämisse identisch dauernder Operationen für alle Aufträge) in Abb. 11 wiedergegeben ist. Es wird deutlich, daß die oben umschriebene Distanz $d_{i,j}$ unter Einhaltung der geschilderten Restriktionen insbesondere von der strukturabhängigen Überlappungsfähigkeit der Aufträge abhängt.

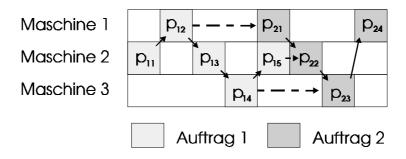


Abb. 11: Maschinenbelegungsproblem - Exemplarische Darstellung der Folge der Aufträge 1 und 2 mit $m_1 = 5$ und $m_2 = 4$ Operationen bei identischem Zeitbedarf für alle Operationen $(p_{i,k} = 1 \ \forall i \in \{1,2\}, \forall k \in \{1,\dots,m_i\}).^{299}$

Eine genaue Betrachtung der Abb. 11 zeigt Möglichkeiten für mehrere geeignete Distanzmaße auf - so z.B. diverse Größen, die den Grad der möglichen Überlappung der Aufträge *i* und *j* wiedergeben. Allein, die meisten dieser Größen sind nicht operational in jenem Sinne, daß sie sich schnell und unproblematisch aus den Ausgangsdaten berechnen lassen - man müßte zunächst die faktischen Auswirkungen der Folge der beiden Aufträge betrachten. Diesen Anforderungen genügt das von LENSTRA/RINNOOY KAN (1975) gewählte Distanzmaß.

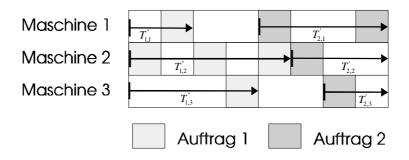


Abb. 12: Maschinenbelegungsproblem - Variation der Abb. 11, Visualisierung der $T_{i,l}^{"}$ und $T_{i,l}^{"}$, $i = 1, j = 2, \forall l \in \{1,2,3\}$.

Bestimmt man durch den dem Belegungschart entsprechenden Graphen den kritischen Pfad, so beginnt dieser in O_{11} und endet in O_{24} ; er enthält als Übergang zwischen den Aufträgen zwangsläufig mindestens einen der (möglicherweise mehreren) kürzesten mit gebrochenen Pfeilen dargestellten Äste aus Abb. 11 (hier die letzte Operation aus Auftrag 1 und die zweite aus Auftrag 2, beide bearbeitet auf Maschine 2, welche die Überlappungsfähigkeit determinieren). Der kritische Pfad vermag - unter Berücksichtigung der gesamten Bearbeitungsdauer des Auftrags j - in geeigneter Weise die zeitlichen Konsequenzen der Folge der Aufträge i und j, respektive ihrer möglichen Überlappung, zu

__

²⁹⁹ In Anlehnung an LENSTRA/RINNOOY KAN (1975), S. 730, Fig. 10. Die Struktur der Aufträge wurde übernommen; bei der Festlegung des Zeitbedarfs der Operationen handelt es sich um eine die Darstellung verdeutlichende Ergänzung der Argumentation.

erfassen. Nunmehr werden die in den oben definierten Ausdrücken (4) und (5) definierten Größen in der Form $T_{i,l}^{"}$ und $T_{j,l}^{"}$ herangezogen, um diesen kritischen Pfad in eine Distanzgröße zu transformieren und deren schnelle Berechnung zu erlauben.

In Abb. 12 werden die Größen $T_{i,l}^{''}$ und $T_{j,l}^{'}$ für alle drei Maschinen in Form von Pfeilen visualisiert. Es wird deutlich, daß die gesuchte Größe, analog dem kritischen Pfad, durch das Maximum der $\left(T_{i,l}^{''}+T_{j,l}^{'}\right)$ über alle m Maschinen gebildet wird; in diesem Fall für l=2, d.h. Maschine 2. Um zu einer Distanzgröße $d_{i,j}$ zu gelangen, die die Konsequenz der Folge der Aufträge i und j unabhängig von den unterschiedlichen möglichen (für die Distanzgröße irrelevanten) summierten Operationsbearbeitungszeiten des Auftrags j angibt, muß dieser Einfluß durch die Subtraktion der Größe T_j eliminiert werden. Es ergibt sich das folgende Distanzmaß:

$$d_{i,j} = \max_{l} \left(T_{i,l} + T_{j,l} \right) - T_{j} \quad \forall l \in \{1,...,m\}.$$

Die insgesamt für die Bearbeitung der n Aufträge benötigte Zeitdauer berechnet sich für eine gegebene Folge r der Aufträge folglich zu

$$\sum_{i=1}^{n-1} d_{\mathbf{r}(i), \mathbf{r}(i+1)} + T_{\mathbf{r}(n)}.$$

Gesucht wird nun jene Folge bzw. Permutation P, die diese Zielgröße minimiert. Es handelt sich mithin um die Suche nach einem minimalen Hamiltonischen Pfad, welche durch die Einfügung eines künstlichen Auftrages in die Suche nach einem minimalen Hamiltonischen Zyklus, also in ein TSP, gewandelt werden kann. Zu diesem Zweck fügen LEN-STRA/RINNOOY KAN (1975) den Auftrag A_{n+1} mit $m_{n+1} = m$, $r_{n+1,k} = k$, $p_{n+1,k} = 0$ für alle $1 \le k \le m$ ein. Die Distanzen des Auftrags A_{n+1} zu allen anderen Aufträgen ergeben sich folglich zu $d_{n+1,i} = 0$ und $d_{i,n+1} = T_i$ für alle $1 \le i \le n$. Das Maschinenbelegungsproblem stellt nun in der definierten Form ein TSP mit n+1 Städten dar. Dieses TSP ist asymmetrisch, erfüllt jedoch, wie die Autoren darlegen, die Dreiecksungleichung, solange $\left(T_{i,l}^n + T_{i,l}^n\right) + \left(T_{i,l}^n + T_{k,l}^n\right) \ge \left(T_{i,l}^n + T_{k,l}^n\right) + T_i \quad \forall l \in \{1, ..., m\}$ gilt. 300

Die Lösung des somit formulierten TSP erweist sich allerdings durch die Bedingung, daß keine Zwischenlagerungen der Erzeugnisse bzw. Wartezeiten vor den Maschinen zulässig sind, als problematisch. Wie die Autoren anhand eines mittels des Branch-and-Bound-Algorithmus von LITTLE/MURTY/SWEENEY/KAREL (1963) optimal gelösten Beispiels zeigen,³⁰¹ führt diese Restriktion zu erheblich höheren Durchlaufzeiten der Aufträge im Vergleich zu einer Lösung des Maschinenbelegungsproblems unter Zulassung von Wartezeiten bzw. Zwischenlagerungen. Gleichzeitig verschlechtert sich die Auslastung der Maschinen entsprechend. Eine praktische Relevanz dürfte damit nur gegeben sein, wenn entweder Spezifika des Produkts ohnehin keine Zwischenlagerung zulassen

Die Autoren bezeichnen das formulierte TSP als "euklidisch", vgl. LENSTRA/RINNOOY KAN (1975), S. 730. Dieser Auffassung kann weder im Rahmen dieser Arbeit noch im allgemeinen gefolgt werden.

³⁰¹ Vgl. LITTLE/MURTY/SWEENEY/KAREL (1963), S. 972 ff.

oder die Kosten einer erhöhten Durchlaufzeit durch vermiedene Lagerkosten bzw. Kosten für Wartezeiten vor den Maschinen erheblich überkompensiert werden.

In der Praxis sind Maschinenbelegungsprobleme (wie auch Umrüstprobleme) zumeist von solchem Umfang (Anzahl der Aufträge, der Operationen, Maschinen usw.), daß der Einsatz exakt optimierender Lösungsverfahren aufgrund der resultierenden Rechenzeiten wenig hoffnungsvoll erscheint.³⁰² Daher werden überwiegend heuristische Verfahren zur Planung eingesetzt. Diese orientieren sich eher selten an der möglichen TSP-Formulierung des Problems. Für diese würde es zudem in der Praxis auch notwendig sein, zahlreiche hier nicht berücksichtigte Restriktionen bzw. Variationen der Problemstellung zu beachten.³⁰³ Des weiteren stellt die oben angestrebte Minimierung der Bearbeitungszeit nur eine mögliche unter zahlreichen (teilweise konfliktären) Zielgrößen wie z.B. Kapazitätsauslastung, Termintreue usw. dar.³⁰⁴ Schließlich wird in den meisten Arbeiten zu diesem Thema ein statisch vorliegender Auftragsbestand in einem deterministischen Kontext unterstellt. In der Praxis hingegen liegt eine dynamische Situation mit sich ständig veränderndem Auftragsbestand und zahlreichen stochastischen Komponenten vor.³⁰⁵ - Folglich muß somit die obige sehr einfache Formulierung des Problems als idealistisch bzw. praxisfern beurteilt werden.³⁰⁶

Die Formulierung von Maschinenbelegungsproblemen als TSP hat trotz der mit dem präsentierten Beispiel verbundenen Schwierigkeiten und dessen Praxisferne eine gewisse Bedeutung. Zum einen scheint es denkbar, reale Probleme daraufhin zu prüfen, ob eine adäquate Formulierung als TSP unter Aufhebung der obigen Prämissen bzw. Berücksichtigung zusätzlicher Restriktionen möglich ist.³⁰⁷ Zum anderen wurde die TSP-Formulierung des Maschinenbelegungsproblems im Rahmen der zunehmenden Beschäftigung mit Meta-Heuristiken als allgemeinen Local-Search-Verfahren - wie z.B. Simulated Annealing, genetischen Algorithmen oder der Tabu Search - wieder attraktiver.³⁰⁸

So sind z.B. die zur Lösung des TSP entwickelten Methoden und Techniken im Rahmen genetischer Algorithmen zahlreich und gut dokumentiert.³⁰⁹ Folglich gingen eine Anzahl von Autoren das Maschinenbelegungsproblem in einer TSP-Repräsentation mit genetischen Algorithmen an:³¹⁰ Beispielsweise stellten WHITLEY/STARKWEATHER/FU-

³⁰² Vgl. z.B. ABLAY (1987), S. 111.

³⁰³ So bereits FLOOD (1956), S. 65.

Vgl. zu den Zielen der Maschinenbelegungsplanung z.B. SALVADOR (1978), S. 272 ff.; ABLAY (1987), S. 111; ADAM (1990), S. 738, 742 ff.; KIENER/MAIER-SCHEUBECK/WEISS (1993), S. 192 ff.; CORSTEN (1995), S. 433 ff.

³⁰⁵ Vgl. z.B. SALVADOR (1978), S. 294 ff.

³⁰⁶ Vgl. dazu auch SALVADOR (1978), S. 269 ff.

Vgl. z.B. die Erweiterung von CHAN (1993), S. 2171 ff. durch die Einbeziehung von Reihenfolgerestriktionen für Aufträge in die TSP-Modellierung.

Vgl. z.B. mit einem Vergleich genetischer Algorithmen, des Simulated Annealing und mathematischer Optimierung zur Lösung des Maschinenbelegungsproblems entsprechend KURBEL/ROH-MANN (1995), S. 581 ff.; NOWICKI/SMUTNICKI (1996), S. 797 ff. mit einem Ansatz der Tabu Search.

³⁰⁹ Vgl. z.B. im Überblick MICHALEWICZ (1992).

Vgl. über die nachfolgend genannten hinaus auch SYSWERDA (1991), S. 332 ff.; einen entsprechenden Überblick über die Lösung des "Job Shop Scheduling"-Problems über TSP-Formulierungen mittels genetischer Algorithmen gibt auch MICHALEWICZ (1992), S. 205 ff.

QUAY (1989) einen neuen Kantenrekombinationsoperator vor, der keinerlei Informationen über die zwischen Städten (respektive Aufträgen) vorliegenden Distanzen benötigt, sondern nur vollständige Sequenzen beurteilt. Damit wird es möglich, auch nur aus vollständigen Belegungsplänen entnehmbare Zielkriterien, wie z.B. die Kapazitätsauslastung, im Rahmen einer mehrere Kriterien umfassenden Zielfunktion zu berücksichtigen. Die Autoren schildern die Anwendung auf Daten aus einer Platinen-Montagelinie von Hewlett-Packard, Fort Collins. BIERWIRTH (1995) stellt ein Konzept der Kodierung von Lösungen mittels Permutationen mit Wiederholungen zur Vermeidung der aufwendigen Behandlung unzulässiger Genotypen vor und zeigt die Anwendung der resultierenden TSP-Repräsentation auf Maschinenbelegungsprobleme. Hen Vergleich zwischen TSP-orientierten genetischen Algorithmen und diversen hybriden genetischen Algorithmen im Rahmen der Maschinenbelegungsplanung präsentiert FRENCH (1982).

Abschließend sei angemerkt, daß die Formulierung "Maschinenbelegungs-" bzw. "Job Shop Scheduling"-Problem zwar zunächst immer einen Produktions- bzw. Fertigungskontext impliziert, aber nicht ausschließlich auf diesen beschränkt sein muß. Das entsprechende gedankliche Modell läßt sich auch auf beliebige andere Umgebungen übertragen. Ein - wenngleich etwas skurriles - Beispiel von SALVADOR (1978) macht dies deutlich:³¹⁴ So könnten im Justiz- bzw. Justizvollzugssystem z.B. Verdächtige bzw. Verurteilte als "Aufträge", Verhaftung, Untersuchungshaft, Verfahren, Haft und Bewährung als "Operationen" und schließlich Gerichte, Gefängnisse, Bewährungsausschüsse, Richter und Gefängniswärter als "Maschinen" identifiziert werden. Unter einer Anzahl von Nebenbedingungen ist nunmehr jener Zeitplan bzw. jene Reihenfolge der "Bearbeitung" gesucht, welche z.B. den durchschnittlichen folgeabhängigen Teil der Durchlaufzeiten eines Falles durch das System minimiert.

3.4.4. Datierungsprobleme in der Archäologie

Eine der vielleicht ältesten Anwendungen des TSP erscheint in einem zunächst überraschenden Kontext: der Archäologie.³¹⁵ Dort stellt sich das sogenannte Datierungsproblem - zur Aufgabe des Archäologen gehört es, die Fundgegenstände zeitlich einzuordnen. Oftmals sind ihm dabei Inschriften, stilistische Merkmale oder naturwissenschaftliche Techniken, wie beispielsweise die Radiokarbonmethode und die Dendrochronologie, eine große Hilfe. Es wird jedoch auch zunehmend auf statistische bzw. mathematische Verfahren zurückgegriffen. In diesem Kontext ist das Problem der chronologischen Reihung von Funden zu nennen,³¹⁶ welches als TSP aufgefaßt werden

Vgl. WHITLEY/STARKWEATHER/FUQUAY (1989), S. 133 ff.; zur Anwendung auf das Maschinenbelegungsproblem S. 137 f. Dieses Konzept kann auch für die nachstehend vorgestellte Anwendung bzw. Formulierung des TSP in der Archäologie verwandt werden.

³¹² Vgl. BIERWIRTH (1995), S. 87 ff.

³¹³ Vgl. FRENCH (1982).

Vgl. zum nachfolgenden Beispiel SALVADOR (1978), S. 271.

Erwähnt bei REINELT (1994), S. 38; vergleiche im folgenden insbesondere SHUCHAT (1984), S. 3 ff.; auch MELAMED/SERGEEV/SIGAL (1989a), S. 1152 ff.

In der Literatur als "Seriation Problem", variiert auch als "Traveling Archaeologist Problem" bezeichnet, vgl. SHUCHAT (1984), S. 5, S. 9; MELAMED/SERGEEV/SIGAL (1989a), S. 1153.

kann. Da dieses Reihenfolgeproblem die Charakteristika einer Anzahl ähnlicher Probleme gut repräsentiert, soll es folgend detaillierter dargestellt werden.³¹⁷

Es sei zunächst angenommen, man habe sechs beieinanderliegende Gräber entdeckt, die offensichtlich in zeitlicher Folge angelegt wurden. Insgesamt erscheinen vier verschiedene Gegenstände als Grabbeigaben. Es kann sich dabei z.B. um vier verschiedene Stilrichtungen von Töpferwaren handeln. Tab. 6 (a) listet die Gräber ungeordnet auf, wobei in den Spalten der möglichen Beigaben A-D jeweils eine "1" erscheint, sofern dieselbe in diesem Grab gefunden wurde; eine "0" kennzeichnet ihr Fehlen. Eine derartige Matrix wird als (0,1)-Matrix bezeichnet.

	Beigaben			
Gräber	A	В	C	D
1	0	1	1	1
2	1	1	1	0
3	1	1	0	0
4	0	0	0	1
5	0	1	1	1
6	1	0	0	0
	(a)			

	Beigaben			
Gräber	A	В	C	D
6	1	0	0	0
3	1	1	0	0
2	1	1	1	0
5	0	1	1	1
1	0	1	1	1
4	0	0	0	1
(b)				

Tab. 6: Beispiel zum Problem der chronologischen Reihung archäologischer Funde unter Einsatz von (0,1)- bzw. Petrie-Matrizen.

So wie in diesem Beispiel die "Stilrichtung" als trennendes Merkmal für die Identifikation *verschiedener* Grabbeigaben verwendet wurde, lassen sich auch die für Beigaben verwandten Materialien, ihre Form, auftauchende Symbole, Sorgfalt der Herstellung u.v.a.m. als Trennkriterien verwenden. - Es sei nun die plausible Annahme getroffen, daß eine Stilrichtung über eine gewisse Zeit die Herstellung von Gebrauchsgegenständen dominiert, bevor sie durch eine "neue Mode" abgelöst wird. In einer Übergangszeit mögen beide gemeinsam erscheinen. Jeder Stilrichtung ist also ein Zeitraum zuzuordnen, in welcher sie weit verbreitet war; jede Grabbeigabe wiederum wurde zu einem bestimmten Zeitpunkt hergestellt.³¹⁸

Diese Prämisse läßt eine zeitliche Abfolge der Gräber, wie sie in Tab. 6 (b) dargestellt wird, als konsistent erscheinen. Dieselbe wurde durch eine Permutation der Zeilen aus Tab. 6 (a) erzeugt. In den Spalten erscheinen die Einsen nun jeweils in geschlossener Folge, d.h. im Sinne der obigen Annahme werden Gräber mit ähnlichen Grabbeigaben als zeitlich benachbart ausgewiesen. In diesem Sinne hätte es zuerst die Stilrichtung A gege-

Vgl. z.B. die Ähnlichkeit zum nachfolgend in Abschnitt 3.4.6 präsentierten Problem der Reduzierung der Auftragsstreuung in der Glasindustrie; weitere Beispiele werden am Ende dieses Abschnittes skizziert.

Diese Annahme kann natürlich unschwer anhand denkbarer Ausnahmen bezweifelt werden: Kommt z.B. eine frühere Stilrichtung nach ihrem "Erlöschen" wieder in Mode, so ist die Prämisse bereits hinfällig. Eine vom Stil her antike Statue kann auch aus der Renaissance stammen. Insbesondere bei als wertvoll erachteten Objekten ist Vorsicht geboten: So sind römische Münzen z.B. auch in mittelalterlichen Gräbern zu finden.

ben, die langsam von der Stilrichtung B abgelöst wurde. Fast parallel zu B existierte C, während D die jüngste Stilrichtung darstellt. Diese Interpretation ist allerdings nur haltbar, wenn ein Indiz dafür existiert, daß die identifizierte Reihenfolge der Numerierung entsprechend von der Vergangenheit in die Zukunft läuft - andernfalls wäre auch die genau umgekehrte Reihenfolge plausibel. Mithin muß also aufgrund anderer Kriterien die zeitliche Richtung der Gräberfolge bestimmt werden. Darüber hinaus gilt, daß keine Aussagen über die zeitlichen Abstände der einzelnen Bestattungen ableitbar sind.

Die Verknüpfungsmatrizen in Tab. 6 (a) und (b) haben n Zeilen und m Spalten. Die Anzahl der Zeilen ist mit der Anzahl der Fundkomplexe (hier: Gräber) identisch, während die Anzahl der Spalten der Anzahl der unterschiedlichen Fundobjekttypen in den Fundkomplexen gleicht. Die Besetzung mit Einsen und Nullen, je nach Vorkommen eines Objekttypes in einem Fund, führt zu der Bezeichnung als (0,1)-Matrix. Erscheinen in einer solchen Matrix alle Einsen einer jeden einzelnen Spalte ohne Unterbrechung durch eine Null in aufeinander folgenden Zeilen, so wird dieselbe als Petrie-Matrix bezeichnet. Eine solche liegt in Tab. 6 (b) vor. Ist eine Matrix durch eine Permutation ihrer Zeilen in eine Petrie-Matrix überführbar, so handelt es sich um eine Pre-Petrie-Matrix. Ob eine Matrix eine Pre-Petrie-Matrix ist, kann über den zugehörigen Intervallgraphen zweifelsfrei bestimmt werden. 320

Das mathematische Problem der Überführung einer Pre-Petrie-Matrix in eine Petrie-Matrix besteht darin, jene Permutationsmatrix - respektive eine Permutation der Zeilen der Matrix - zu finden, die die Überführung bewirkt. Der Archäologe hingegen kann sich nicht einmal sicher sein, daß die aufgrund der Funde konstruierte Verknüpfungsmatrix eine Pre-Petrie-Matrix ist. Er sucht eine Permutation bzw. eine Permutationsmatrix, die die vorliegende Verknüpfungsmatrix einer Petrie-Matrix so ähnlich wie möglich werden läßt. Zwecks Operationalisierung dieses Ziels benötigt er allerdings eine Maßgröße der Ähnlichkeit zweier Matrixzeilen - ein Distanzmaß.

Sieht man nun die Zeilen der Matrix als Städte an, zwischen denen Distanzen i.S. von Ähnlichkeiten meßbar sind, so kann die Suche nach der Zeilenpermutation mit der kürzesten summierten Distanz bzw. maximaler Ähnlichkeit direkt als die Suche nach einem minimalen Hamiltonischen Pfad interpretiert werden. Es liegt also ein TSP vor.

SHUCHAT (1984) präsentiert in diesem Sinne zunächst am Beispiel der von BRAI-NERD (1951) kommentierten Yucatán-Funde vor dem Hintergrund der Studie ROBIN-SONs (1951) eine erste Distanzfunktion.³²¹ Zunächst wird der Verknüpfungsmatrix, um die Suche nach einem Hamiltonischen Pfad konsistent in ein TSP zu überführen, eine weitere Zeile (i.S. eines fiktiven Grabes im obigen Beispiel) hinzugefügt, welche nur aus Nulleinträgen besteht. Diese modifizierte Verknüpfungsmatrix mit den Dimensionen

Benannt nach dem britischen Archäologen FLINDERS PETRIE, der um die Jahrhundertwende ein ähnliches Verfahren wie das hier geschilderte anwandte, um eine Chronologie für das antike Ägypten zu entwickeln, vgl. PETRIE (1899), S. 295 ff.; einen kurzen Abriß geben MELAMED/SERGEEV/SIGAL (1989a), S. 1152 f.

³²⁰ Vgl. FULKERSON/CROSS (1965), S. 835 ff.

Vgl. SHUCHAT (1984), S. 5 f.; des weiteren BRAINERD (1951), S. 301 ff.; ROBINSON (1951), S. 293 ff. Das von ROBINSON (1951) entwickelte Verfahren bildete den Ausgangspunkt für die Entwicklung zahlreicher Reihungsverfahren in der Archäologie; die Daten von BRAINERD (1951) wurden dabei oftmals zum Test herangezogen.

 $(n+1)\times m$ sei mit A benannt. Die Ähnlichkeit zweier Zeilen i und j der Matrix sei mit der Anzahl der in beiden gemeinsam enthaltenen Fundobjekttypen als $s_{i,j}$ festgelegt. Eine Ähnlichkeitsmatrix S mit den Dimensionen $(n+1)\times (n+1)$ läßt sich folglich als $S=AA^t$ bilden. Die Distanz zweischen zwei Matrixzeilen kann z.B. als Transformation von S unter Berücksichtigung der gesamten Anzahl erscheinender Artefakttypen mit $d_{i,j}^{S,m}=m-s_{i,j}$ $\forall i,j;\ 0 \le s_{i,j} \le m$ festgelegt werden; die zugehörige Distanzmatrix sei D^S . Abb. 13 gibt A, S und D^S für die Daten der BRAINERD-/ROBINSON-Studien wieder.

Abb. 13: Verknüpfungsmatrix, Ähnlichkeitsmatrix und Distanzmatrix für die Daten der BRAINERD/ROBINSON-Studie.³²²

Die Matrix D^S bezeichnet die Unterschiedlichkeit der einzelnen Zeilen der Matrix A. Sie ist symmetrisch. Allerdings handelt es sich bei der Distanzfunktion nicht um eine Metrik, da auch identische Zeilen i und j zu $d_{i,j}^{S,m} \ge 0$ führen können. Die Distanz jeder einzelnen Zeile von A zu der hinzugefügten ersten Zeile ist identisch. Auf der Hauptdiagonalen von S findet sich die Anzahl der Einsen in der jeweils entsprechenden Tabellenzeile von A.

Eine Permutation der Zeilen von A läßt sich in einer Permutationsmatrix H fixieren. Diese führt zu einer Variation von A, die hier als B = HA bezeichnet sei. Analog zu S läßt sich aus ihr eine Ähnlichkeitsmatrix $T = BB^{t}$ (= HSH^{t}) berechnen. SHUCHAT (1984) zeigt, daß S und T äquivalent sind; T ist lediglich eine Permutation der Zeilen und Spalten von $S.^{323}$ Aus T läßt sich die entsprechende Distanzmatrix D^{T} bilden, die es ermöglicht, die

Länge der der Permutationsmatrix H zugehörigen "Rundreise" mit $L(H) = \sum_{i=2}^{n} d_{i,i+1}^{T,m}$ sowie

i+1=0 bei i=m zu bestimmen. Gesucht ist nun als Lösung des vorliegenden TSP jene Matrix H, die L(H) minimiert. Wenn mit u(S) die Summe der Einträge der Hauptdiagonalen von S bezeichnet wird, so gilt $L(H) \ge (n+2)m - u(S)$, d.h. man hat eine untere Schranke für die "Rundreiselänge". Dieselbe kann allerdings nur realisiert werden, wenn in der Matrix B mit minimalem L(H) nur aufeinanderfolgende Einsen in sämtlichen Spalten existieren, d.h., wenn A eine Pre-Petrie-Matrix ist.

Matrix *A* und *S* entnommen SHUCHAT (1984), S. 5; vgl. des weiteren BRAINERD (1951), S. 301 ff.; ROBINSON (1951), S. 293 ff.

³²³ Vgl. SHUCHAT (1984), S. 6.

Vgl. den Beweis bei SHUCHAT (1984), S. 7. Es gilt u(S) = u(T); u(T) ist permutationsunempfindlich.

Insbesondere, wenn es sich bei A nicht um eine Pre-Petrie-Matrix handelt, kann es durchaus sein, daß die Permutation, die L(H) minimiert, zu einer Reihenfolge führt, die für den Archäologen inakzeptabel ist. SHUCHAT (1984) weist nach, daß die Zielgröße L(H) die Anzahl der Gruppen eingebetteter Nullen in B (spaltenweise in Einsen eingebettet) minimiert. Es scheint wünschenswerter, die Gesamtanzahl eingebetteter Nullen durch die gesuchte Permutation zu minimieren. Für eine gegebene Matrix B stellt er eine entsprechende Maßgröße $R(H) = \sum_{j=1}^{m} r_j$ mit r_j = (Zeilenindex der letzten Eins in Spalte j)

- (Zeilenindex der ersten Eins in Spalte j) dar. Er beweist mit $R(H) \ge u(H) - m$ eine untere Schranke für die Maßgröße, die wiederum lediglich durch eine Permutation erreicht werden kann, die A in eine Petrie-Matrix umformt - d.h., wenn A eine Pre-Petrie-Matrix ist. Bedauerlicherweise lassen sich bei Verwendung von R(H) keine Distanzen zwischen den einzelnen Funden bzw. Zeilen von A mehr ausweisen; die Maßgröße läßt sich nur noch aus der vollständig erzeugten Permutation bestimmen. Es handelt sich jedoch nach wie vor um ein TSP, da ein minimaler Hamiltonischer Zyklus gesucht wird. In dieser speziellen Variante wird es als "Traveling Archaeologist Problem" (TAP) bezeichnet. DORAN (1971) erkannte zuerst seine Lösung als adäquaten Umgang mit Matrizen, die sich nicht in eine Petrie-Form überführen lassen. Der höhere Aussagewert der Minimierung von R(H) gegenüber jener von L(H) im archäologischen Kontext wurde in verschiedenen Studien nachgewiesen. R(H)

Eine Erweiterung des bislang beschriebenen Ansatzes - die hier nicht mehr im Detail erörtert werden soll - bildet die Verwendung einer gewichteten Verknüpfungsmatrix.³²⁹ In diese gehen nicht mehr - wie in den bislang verwendeten Verknüpfungsmatrizen - alle in einem Fund vorkommenden Fundobjekttypen mit gleicher Bedeutung (Eins oder Null) ein. Vielmehr werden Anteilswerte der Fundobjekttypen verwendet. Damit wird zum einen die Auswirkung einer (marginal) fälschlichen Zuordnung von Fundobjekttypen zu verschiedenen Funden auf die Ergebnisse des Verfahrens gemindert. Zum anderen wird der Tatsache Rechnung getragen, daß sich z.B. eine bestimmte Stilrichtung im Sinne einer Mode langsam verbreitet, schließlich einen Höhepunkt erreicht und dann allmählich wieder verschwindet - letztlich ein Lebenszykluskonzept. In diesem Sinne ist in einer frühen Phase des Lebenszyklus z.B. ein geringer Anteil entsprechender Grabbeigaben zu erwarten. Dieser wächst bis zur maximalen Verbreitung der Stilrichtung an und fällt dann wieder ab. Folglich ist es nunmehr eine Eigenschaft der gesuchten Permutation, im Idealfall in sämtlichen Spalten der permutierten gewichteten Verknüpfungsmatrix eine unimodale Folge der Einträge zu erzeugen: In jeder Spalte (die einem Fundobjekttyp entspricht) sollen sich die Anteilswerte zunächst nicht-abfallend bis zu einem Maximum entwickeln; nach diesem Maximum sollen sie nicht-ansteigend abfallen. Entsprechend dem

³²⁵ Vgl. SHUCHAT (1984), S. 7 f.

Diese Situation schließt Lösungsverfahren von der Anwendung aus, die Distanzen zwischen einzelnen "Städten" eines TSP benötigen. Eine ähnliche Situation tritt bei diversen Maschinenbelegungsproblemen auf, vgl. z.B. WHITLEY/STARKWEATHER/FUQUAY (1989), S. 137 ff., die einen speziellen genetischen Algorithmus für Reihenfolgeprobleme entwickeln, bei denen keine Informationen über Distanzen zwischen den einzelnen zu reihenden Objekten vorliegen.

³²⁷ Vgl. SHUCHAT (1984), S. 9; MELAMED/SERGEEV/SIGAL (1989a), S. 1153.

³²⁸ Vgl. DORAN (1971), S. 422 ff.; LAPORTE (1976), S. 249 ff.; WILKINSON (1974), S. 1 ff.

Vgl. dazu wie im folgenden SHUCHAT (1984), S. 10 ff.; dort bezeichnet als "stochastische Matrix".

Konzept der Pre-Petrie-Matrix läßt sich in Analogie eine pre-unimodale Matrix formulieren. Tab. 7 verdeutlicht diese Idealform als Variation der Tab. 6 (b). Die Summe der Anteilswerte jeder Zeile ergibt sich dabei zu Eins. - Auch die Suche nach einer Permutation, die eine gegebene gewichtete Verknüpfungsmatrix in eine einer unimodalen gewichteten Verknüpfungsmatrix möglichst ähnliche Form überführt, ist wiederum ein TSP. Es ist allerdings zu beachten, daß mit der Annahme einer unimodalen Gestalt des Lebenszyklus an dieser Stelle eine neue Prämisse eingeführt wird, die nicht immer haltbar sein mag. 330

	Beigaben			
Gräber	Α	В	C	D
1	1	0	0	0
2	0,8	0,2	0	0
3	0,3	0,5	0,2	0
4	0	0,6	0,3	0,1
5	0	0,2	0,5	0,3
6	0	0	0	1

Tab. 7: Reihenfolgeprobleme in der Archäologie: Gewichtete Verknüpfungsmatrix in unimodaler Form, Variation der Tab. 6 (b).

Das zur Zielgröße L(H) führende TSP kann als ganzzahliges, das TAP mit der Zielgröße R(H) als gemischt-ganzzahliges lineares Programm formuliert werden. Sowohl das entsprechende TSP als auch das TAP sind NP-vollständig. SHUCHAT (1984) löst das größte in diesem Kontext bekannte Problem, eine Reihenfolgebestimmung für eine Begräbnisstätte der La Tène-Kultur (Eisenzeit) in Münsingen-Rain mit 64 Funden, als TSP und TAP mittels einer nicht näher bezeichneten Heuristik, verweist aber unter anderem auch auf Branch-and-Bound-Verfahren und die Dynamische Programmierung. Es ist allerdings immer zu beachten, daß die sich ergebende "optimale" Lösung des entsprechenden TSP bzw. TAP den Archäologen immer nur einen Hinweis auf eine im Rahmen der Verfahrensprämissen plausible Reihung der Funde geben kann. Zumeist wird es in diesem Sinne notwendig sein, nicht nur die im Sinne des formulierten TSP bzw. TAP "optimale" Reihenfolge, sondern eine größere Anzahl von Permutationen mit einer guten Erfüllung des Zielkriteriums zu betrachten.

Die dargestellte Anwendung des TSP unter Verwendung von (0,1)-Matrizen in der Archäologie findet ihre Entsprechungen in zahlreichen anderen Wissenschaften.³³² Ähnliche Probleme der chronologischen Reihung von Objekten ergeben sich beispielsweise in der Entwicklungspsychologie, Anthropologie, Paläobiologie und der Epigraphie. Ein

³³⁰ So muß eine Stilrichtung im Zeitablauf nicht immer einen unimodalen "Beliebtheitsverlauf" i.S. ihrer Verbreitung aufweisen.

Vgl. im folgenden SHUCHAT (1984), S. 12 f., desgleichen LAPORTE (1975); MELAMED/SER-GEEV/SIGAL (1989a), S. 1153.

Vgl. im folgenden MELAMED/SERGEEV/SIGAL (1989a), S. 1152 ff. mit einem kurzen Überblick, Verweisen auf weitere Quellen und dem "Filming Schedule"-Beispiel.

ökonomischen Fragestellungen etwas näher liegender Fall ist die Bestimmung eines optimalen Drehplans für einen Film. Derselbe bestehe aus n Szenen, die mit m Darstellern abzudrehen sind. Jeder Darsteller reist an dem Tag an, an welchem die erste Szene gedreht wird, in der er erscheint. Er verläßt den Drehort an jenem Tag, an dem "seine" letzte Szene fertiggestellt ist. Unterstellt man, daß der Schauspieler in der Zwischenzeit zu bezahlen ist, so ist es wünschenswert, die Anzahl der Tage, an denen die Darsteller am Drehort benötigt werden, zu minimieren. Es läßt sich ein der archäologischen Anwendung analoges TSP mit demselben Zielkriterium konstruieren. Es wäre darüber hinaus denkbar, die unterschiedliche Höhe der Gagen zusätzlich in der verwendeten Distanzfunktion zu berücksichtigen. Andere Anwendungen mit (0,1)-Matrizen haben z.B. die Kontrolle von Verkehrszeichenanlagen oder Probleme der linearen Strukturierung von Genen zum Gegenstand.

3.4.5. Anwendung im Rahmen der Clusteranalyse

Die beschriebene Anwendung in der Archäologie hatte die sequentielle chronologische Ordnung von Funden zum Ziel. Eine mehrdimensionale Klassifizierung bzw. Gruppierung von Objekten nach dem Grade ihrer Ähnlichkeit ist Gegenstand eines anderen Anwendungsgebietes des TSP, der den multivariaten Analyseverfahren der Statistik zugehörigen Clusteranalyse.³³³ Es handelt sich dabei jedoch nicht um eine der heute in zahlreichen Wissenschaftsdisziplinen gängigen Varianten, sondern um einen Vorgänger derselben. Zu Beginn der 70er Jahre befanden sich die multivariaten Analyseverfahren in rascher Entwicklung. In diesem Kontext stellten MCCORMICK/SCHWEITZER/WHITE (1972) die nachfolgend beschriebene Methode der Clusterung eines Datenfeldes vor.³³⁴ Ihre Identifizierung als TSP erfolgte durch LENSTRA (1974).³³⁵ Allerdings hatten bereits SPÄTH/GUTGESELL (1972) das TSP mit den bei der Clusteranalyse notwendigen Datengruppierungen in Verbindung gebracht.³³⁶ Seitdem ist diese Anwendung - trotz ihrer eher geringen praktischen Relevanz - wiederholt in der Literatur erschienen.³³⁷

MCCORMICK/SCHWEITZER/WHITE (1972) unterstellen als Ausgangspunkt ihrer Überlegungen ein mehrdimensionales Datenfeld, inhaltlich bestehend aus Objekt-Objekt-oder Objekt-Attribut-Bezügen. Es seien beispielsweise A, B, C und D vier Organisationstechniken; es gebe vier spezifische Situationen, in denen sich diese Techniken bewährt haben oder versagten. Versagen sei mit einer "0", Erfolg mit einer "1" kodiert. Es läßt sich nun eine Matrix A der Dimension $n \times m$ mit n = 4 Zeilen, stellvertretend für die

Vgl. zur Clusteranalyse i.a. z.B. BLEYMÜLLER (1989), S. 129 ff.; HARTUNG/ELPELT (1984), S. 443 ff.; HOCHSTÄDTER/KAISER (1989), S. 157 ff.; BACKHAUS/ERICHSON/PLINKE/WEIBER (1990), S. 115 ff. Auf eine eingehendere Erläuterung des Verfahrens wird an dieser Stelle verzichtet.

³³⁴ Vgl. dazu wie auch im folgenden MCCORMICK/SCHWEITZER/WHITE (1972), S. 993 ff.

³³⁵ Vgl. LENSTRA (1974), S. 413 f.

Vgl. SPÄTH/GUTGESELL (1972), S. 576 ff. Aufgrund der damals noch sehr geringen behandelten Problemgrößen hielten die Autoren eine Vollenumeration für unproblematisch und präsentierten einen entsprechenden Algorithmus.

Vgl. z.B. HINRICHSEN (1975), S. 22 ff.; LENSTRA/RINNOOY KAN (1975), S. 724 ff.; GAR-FINKEL (1985), S. 20; MELAMED/SERGEEV/SIGAL (1989a), S. 1154; REINELT (1994), S. 37.

Organisationstechniken, und m=4 Spalten, stellvertretend für die spezifischen Situationen, bilden. Sie ist in Abb. 14 (a) dargestellt.³³⁸

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$
(a) (b)

Abb. 14: Zahlenbeispiel zur Clusterung eines Datenfeldes, (a) Ausgangsmatrix A, (b) nach dem Kriterium ME optimale Permutation der Zeilen und Spalten von A zu B mit ME = 8.

MCCORMICK/SCHWEITZER/WHITE (1972) streben nun danach, eine Anordnung der Zeilen und Spalten der Matrix A zu finden, die die zwischen den die Dimensionen der Matrix (Merkmalen oder Objekten) herrschenden Beziehungen im Sinne von Gruppierungen besonders deutlich ausdrückt. Die in Abb. 14 wiedergegebene Umordnung der Zeilen und Spalten von A unter Verwendung der Permutationsmatrizen H_1 und H_2 (als Zeilenpermutation r und Spaltenpermutation f) führt zur Matrix B. Jene erfüllt offensichtlich die Gruppierungsforderung in Form einer "Klumpenbildung". Die Autoren erörtern die Nutzung dieser Form der Clusterung zur Problemdekomposition, Datenanalyse und -reorganisation an drei Beispielen (dem Zusammenhang von Teilproblemen bzw. der Aufdeckung von Interdependenzen bei der Planung eines Flughafens, der aufgabenorientierten Klassifizierung von militärischen Transportflugzeugen sowie der Untersuchung des erfolgreichen Einsatzes verschiedener numerischer Verfahren im Rahmen von Marketing-Techniken).³⁴⁰ Dabei zeigen sie, daß das Verfahren nicht auf (0,1)-Matrizen beschränkt ist; es läßt sich auf beliebig dimensionierte Datenfelder anwenden, bei denen die Objekt-Objekt- bzw. Objekt-Attribut-Beziehungen sich durch positive Zahlen beschreiben lassen.

Um unter den möglichen Permutationen jene zu finden, die die deutlichste "Klumpenbildung" realisiert, bedarf es einer Maßgröße. Als solche schlagen die Autoren

$$ME(A, H_1, H_2) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} a_{\mathbf{r}(i), \mathbf{f}(j)} (a_{\mathbf{r}(i), \mathbf{f}(j+1)} + a_{\mathbf{r}(i), \mathbf{f}(j-1)} + a_{\mathbf{r}(i+1), \mathbf{f}(j)} + a_{\mathbf{r}(i-1), \mathbf{f}(j)})$$

mit der Vereinbarung

Das Zahlenbeispiel wurde von MCCORMICK/SCHWEITZER/WHITE (1972), S. 994, Fig. 1 (gekürzt) übernommen.

Selektiv entnommen MCCORMICK/SCHWEITZER/WHITE (1972), S. 994, Fig. 1.

MCCORMICK/SCHWEITZER/WHITE (1972), S. 1002 erwähnen weiterhin die Untersuchung von Beziehungen zwischen Firmen anhand der Mehrfachbesetzungen von Direktorenposten durch identische Personen, die Identifizierung von aus Nationen bestehenden Handelsblöcken anhand des Handelsvolumens und die Gruppierung von Wählerkoalitionen.

$$a_{{\bf r}\,(0),{\bf f}\,(j)}=a_{{\bf r}\,(n+1),{\bf f}\,(j)}=a_{{\bf r}\,(i),{\bf f}\,(0)}=a_{{\bf r}\,(i),{\bf f}\,(m+1)}=0,\ \, \forall i=1...n,\forall j=1...m,$$

d.h. die Summe der Multiplikationen aller Matrixelemente mit ihren Nachbarn, vor.³⁴¹ Diese wird zwangsläufig maximal, wenn große Zahlen in B bzw. der permutierten Matrix A möglichst nahe beieinander stehen, d.h. sich zu Gruppen konzentrieren. Die zusätzliche Vereinbarung entspricht der Erweiterung der Matrix A durch jeweils eine bzw. zwei Randspalten und -zeilen von Nullen, die nicht der Permutation unterliegen. Bereits MC-CORMICK/SCHWEITZER/WHITE (1972) legen dar, daß ME() in zwei lediglich additiv verbundene Bestandteile zerlegbar ist: $ME(A, H_1, H_2) = ME_1(A, H_1) + ME_2(A, H_2) =$

$$\left[\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}a_{\mathbf{r}(i),j}\left(a_{\mathbf{r}(i),j-1}+a_{\mathbf{r}(i),j+1}\right)\right]+\left[\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}a_{i,\mathbf{f}(j)}\left(a_{i+1,\mathbf{f}(j)}+a_{i-1,\mathbf{f}(j)}\right)\right]$$
bzw.

$$\left[\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=0}^{m}a_{\mathbf{r}(i),j}a_{\mathbf{r}(i),j+1}\right] + \left[\sum_{i=0}^{n}\sum_{j=1}^{m}a_{i,\mathbf{f}(j)}a_{i+1,\mathbf{f}(j)}\right] \quad \forall i = 1...n, \forall j = 1...m.^{342}$$

Folglich bedarf es keiner koordinierten Permutation der Zeilen und Spalten, sondern dieselben können isoliert durchgeführt und es kann hinsichtlich des jeweiligen Zielkriteriums $ME(A, H_1)$ bzw. $ME(A, H_2)$ maximiert werden. Das Optimierungsproblem wurde von den Autoren als quadratisches Zuordnungsproblem erkannt. Sie präsentieren eine Heuristik, den "Bond Energy Algorithm" (BEA), zur schnellen Bestimmung guter (aber nicht notwendig optimaler) Permutationsmatrizen H_1 und H_2 . 343

LENSTRA (1974) stellt in einer kurzen Notiz fest, daß die beiden Permutationen als zwei TSP aufgefaßt werden können.³⁴⁴ Er definiert für das Problem der $ME(A, H_1)$ maximierenden Anordnung der Zeilen mit n "Städten" die Distanz zwischen den Zeilen k und l z.B. als

$$d_{r(k,l)} = -\sum_{j=1}^{m} a_{r(k),j} a_{r(l),j} \quad \forall k, l = 1, \dots n.$$

Das negative Vorzeichen wird dabei eingeführt, um das Maximierungs- in ein Minimierungsproblem zu überführen. Der Autor erläutert weiterhin verallgemeinernd, daß ein p-dimensionales Datenfeld in diesem Sinne als p isoliert zu lösende TSP verstanden werden kann. 345

LENSTRA/RINNOOY KAN (1975) identifizieren in diesem Sinne die BEA-Heuristik als ein Verfahren, welches eine Rundreise durch die sukzessive Einfügung von Städten generiert. Sie weisen ferner darauf hin, daß sich das Problem bei einem symmetrischen Datenfeld auf die Lösung eines einzigen TSP reduziert. Gleiches gilt, wenn das Datenfeld zwar nicht symmetrisch, aber doch quadratisch (n = m) ist und nur identische Permuta-

Offen bleibt dabei die Berücksichtigung diagonal benachbarter Elemente. Es resultieren die von MCCORMICK/SCHWEITZER/WHITE (1972), S. 997, Fig. 2a, 2b dargestellten Blockstrukturen.

Vgl. zu letzterer Vereinfachung z.B. LENSTRA (1974), S. 414; GARFINKEL (1985), S. 21.

³⁴³ Vgl. auch MCCORMICK/DEUTSCH/MARTIN/SCHWEITZER (1969).

³⁴⁴ Vgl. folgend LENSTRA (1974), S. 413 f.

Vgl. ausführlicher zur Distanzfunktion bzw. Distanzmatrizen auch GARFINKEL (1985), S. 20 f.

³⁴⁶ Vgl. im folgenden LENSTRA/RINNOOY KAN (1975), S. 725 ff.

tionen von Zeilen und Spalten gewünscht werden.³⁴⁷ Die Autoren präsentieren über die von MCCORMICK/SCHWEITZER/WHITE (1972) vorgestellten Beispiele hinaus den Fall einer Analyse der innerindonesischen Reistransporte. Als optimierendes Lösungsverfahren wird ein Branch-and-Bound-Verfahren nach LITTLE/MURTY/SWEENEY/KAREL (1963) eingesetzt, des weiteren Heuristiken nach HELD/KARP (1970/1971)) und LIN (1965).³⁴⁸

3.4.6. Reduzierung der Auftragsstreuung in der Glasindustrie

In einem Unternehmen der Glasindustrie scheint zunächst die Beschäftigung mit einem gänzlich anderen Problem des Operations Research, dem Verschnittproblem, branchenspezifisch näherliegend als jene mit dem TSP. Tatsächlich ergibt sich im von MADSEN (1988) geschilderten Fall das TSP als Folge einer durchgeführten Verschnittminimierung bzw. - aus einer anderen Perspektive betrachtet - als begrenzt isoliert behandelbares Subproblem einer Verschnittminimierung.³⁴⁹

Der Zuschnitt der für Kundenaufträge benötigten Glastafeln erfolgt nach MADSEN (1988) aus Standardtafeln einer festen Länge und Breite. Für einen vorliegenden Auftragsbestand wird dabei eine Verschnittoptimierung durchgeführt, d.h. die zu verschiedenen Kundenaufträgen gehörigen Glastafeln werden so auf eine Anzahl von Standardtafeln zum Schnitt zugewiesen, daß möglichst wenig nicht verwertbarer Abfall entsteht bzw. eine minimale Anzahl an Standardtafeln benötigt wird. Der Autor erläutert die spezifischen Probleme bei der Handhabung der zugeschnittenen Glastafeln am Beispiel von Thermopane-Scheiben: Dieselben sind leicht zu beschädigen; ihr Transport verlangt daher große Sorgfalt. Sie müssen aufgrund der Verwechslungsgefahr gekennzeichnet werden. Des weiteren kann ihre Lagerung nicht in Stapeln erfolgen, sondern muß für jedes Stück bzw. kleine Stückzahlen individuell in Rahmen vorgenommen werden. Folglich entstehen hohe Handhabungskosten für Transport, Lagerung und Verwaltung.

Es hat sich nun in der Glasindustrie herausgestellt, daß diese Kosten mit zunehmender Auftragsstreuung ansteigen. Als Auftragsstreuung³⁵¹ wird dabei die durch die Verschnittoptimierung bedingte Verteilung eines Kundenauftrages auf verschiedene Standardtafeln
unter Berücksichtigung der gewählten Produktionsfolge derselben bezeichnet. Operationalisiert wird diese Größe als Anzahl der Standardtafeln in der Produktionsfolge
zwischen jener, die die erste Glastafel eines spezifischen Kundenauftrages enthält und
jener, aus welcher dessen letzte Glastafel geschnitten wird. So ist z.B. die Auftrags-

³⁴⁷ Vgl. ebenso REINELT (1994), S. 37.

Vgl. LITTLE/MURTY/SWEENEY/KAREL (1963), S. 972 ff.; HELD/KARP (1970), S. 1138 ff.; HELD/KARP (1971), S. 6 ff.; LIN (1965), S. 2245 ff.

Vgl. im folgenden MADSEN (1988), S. 249 ff. Zur Terminologie: In der Realität wird Glas nicht geschnitten, sondern mittels eines Diamanten bzw. harten Gegenstandes angeritzt und dann gebrochen. Trotzdem wird im weiteren vom "Verschnitt" bzw. "Schneiden" die Rede sein.

Es handelt sich um ein zweidimensionales Verschnittproblem mit fixiertem Auftragsbestand. Der realistischere Fall eines dynamischen Auftragsbestandes wird hier nicht betrachtet.

Vgl. MADSEN (1988), S. 249 als "order spread"; seine Minimierung wird als "pattern allocation" bzw. "cutting sequencing" bezeichnet.

streuung, wenn alle Glastafeln eines Kundenauftrages aus einer Standardtafel geschnitten werden, gleich Null. Werden sie aus zwei in der Produktionsfolge aufeinander folgenden Standardtafeln geschnitten, so wird sie als Eins definiert.

Es liegt nunmehr einerseits nahe, die Planung des Glaszuschnitts für einen vorliegenden Auftragsbestand zweistufig isoliert zu organisieren: In einem ersten Schritt wird die Verschnittminimierung durchgeführt, die alle Glastafeln aus Kundenaufträgen auf eine Anzahl von Standardtafeln verteilt. In einem zweiten Schritt wird dann jene Bearbeitungsfolge der Standardtafeln festgelegt, die zu einer minimalen Auftragsstreuung führt. Andererseits ist auch eine Integration der beiden Schritte im Sinne einer simultanen bzw. integrierten Planung denkbar. Diese unterstellt, daß die durch die Auftragsstreuung entstehenden Kosten so hoch sind, daß eine Senkung der Gesamtkosten durch das Akzeptieren eines umfangreicheren Verschnitts (als bei der isolierten Verschnittminimierung entstehend) möglich ist. Von letzterer Möglichkeit einer simultanen Planung soll hier jedoch abgesehen werden. Im weiteren wird nur noch der zweite Schritt der o.g. Planung, die Bestimmung der Produktionsfolge der Standardtafeln nach erfolgter Verschnittoptimierung, betrachtet. Die Formulierung dieses zweiten Schrittes als TSP liegt nahe: Eine Folge von Objekten soll in einer die vorliegende Distanzfunktion minimierenden Reihenfolge angeordnet werden.

Die Auffassung dieses Problems als TSP geht nicht auf MADSEN (1988) zurück. Sie wurde bereits von DYSON (1969) und DYSON/GREGORY (1974) diskutiert. MADSEN (1988) operationalisiert allerdings, anders als die vorgenannten Autoren, diesen Ansatz und präsentiert Ergebnisse empirischer Tests. Das Problem der Minimierung der Auftragsstreuung im allgemeinen wurde bereits für mehrere Branchen, so z.B. die Stahlund Möbelindustrie sowie die Wellpappenherstellung untersucht.

Im folgenden wird die konkrete Problemformulierung zunächst an einem Beispiel MAD-SENs (1988) detailliert nachvollzogen. Dann werden die Ergebnisse der empirischen Tests dieses Autors skizziert. Abschließend wird ein neuer, vereinfachter TSP-Ansatz präsentiert.

Es sei unterstellt,³⁵⁴ daß eine Verschnittoptimierung dazu geführt habe, daß die zu schneidenden Glastafeln aus sieben Kundenaufträgen auf vier Standardtafeln zugewiesen wurden. Tab. 8 gibt die entsprechenden Daten wieder. Zusätzlich wird bereits eine real nicht existente "virtuelle" Standardtafel eingeführt, auf welche ausschließlich Glastafeln des nicht existierenden "virtuellen" Kundenauftrages 0 zugewiesen wurden. Diese dient im Sinne einer künstlichen Stadt dazu, das Problem der Suche nach einem minimalen Hamiltonischen Pfad in eine Suche nach einem minimalen Hamiltonischen Zyklus, respektive einer Rundreise, zu transformieren. Definiert man zunächst die Distanz $d^a_{i,j}$ zwischen zwei Standardtafeln im Sinne ihrer "Unähnlichkeit" als die Anzahl aller Kundenaufträge, die auf Standardtafel i, nicht jedoch auf Standardtafel j erscheinen, so läßt sich unter zusätzlicher Festlegung von $d^a_{i,j} = \infty$ die in Abb. 15 wiedergegebene

³⁵² Vgl. DYSON (1969), DYSON/GREGORY (1974), S. 41 ff.

Vgl. die bei MADSEN (1988), S. 250 f. genannten Quellen; vgl. auch den Ansatz zur Minimierung der Auftragsstreuung im Kontext der Reihenfolgebildung von Zuschnitten mittels Simulated Annealing von FOERSTER/WÄSCHER (1996).

Das Beispiel wurde von MADSEN (1988), S. 251 f. - unter Einfügung einer künstlichen Standardtafel und eines künstlichen Kundenauftrages - übernommen.

asymmetrische Distanzmatrix D^a bestimmen. Der Tab. 8 zu entnehmende Zyklus 0,1,2, 3,4,0 führt in diesem Sinne zu einer Summe von neun "Unähnlichkeitseinheiten". Die entsprechenden fehlenden Fortsetzungen von Kundenaufträgen sind in Tab. 8 kursiv dargestellt.

Standard-	Auf der jeweiligen Standardtafel sind Glastafeln folgender			
tafel Nr.	Kundenaufträge enthalten:			
0	0			
1	1	3*	4	6
2	1	2	4	6
3	1	2	5	7
4	2	3	5	7

Tab. 8: Beispiel zur Anwendung des TSP in der Glasindustrie: Vier Standardtafeln mit Angabe der Kundenaufträge, aus welchen Glastafeln auf dieselben zugewiesen wurden, eine künstliche Standardtafel mit künstlichem Kundenauftrag.³⁵⁵

$$D^{a} = \begin{bmatrix} \infty & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 4 & \infty & 1 & 3 & 3 \\ 4 & 1 & \infty & 2 & 3 \\ 4 & 3 & 2 & \infty & 1 \\ 4 & 3 & 3 & 1 & \infty \end{bmatrix}$$

Abb. 15: Beispiel 1 zur Anwendung des TSP in der Glasindustrie: Distanzmatrix D^a zur Tab. 8.356

Dabei kann die Tatsache, daß ein (endgültig) beendeter Kundenauftrag nach dieser Definition ebenfalls einen Distanzzuwachs verursacht, vernachlässigt werden, da sie nur zu einer konstanten Erhöhung der summierten Unähnlichkeiten aller möglichen Reihenfolgen um die Anzahl der Kundenaufträge führt.³⁵⁷ Da jeder Kundenauftrag (einschließlich des künstlichen) im Laufe des Zyklus beendet wird, ergibt sich eine Basis-Unähnlichkeit

Das Beispiel wurde von MADSEN (1988), S. 251 f. - unter Einfügung einer künstlichen Standardtafel und eines künstlichen Kundenauftrages - übernommen.

Mit einer Modifikation um eine künstliche Standardtafel und einen künstlichen Kundenauftrag entnommen MADSEN (1988), S. 251. Da bei MADSEN (1988) zunächst davon ausgegangen wird, daß die Anzahl der in jeder Standardtafel enthaltenen Kundenaufträge gleich ist, ergibt sich dort eine symmetrische Distanzmatrix.

MADSEN (1988), S. 252, führt zur Erklärung dieses Sachverhalts zusätzlich den Begriff der "Diskontinuität" ein, die jedoch bei der vom Autor vorgenommenen Definition Inkonsistenzen verursachen kann. Diese werden hier durch die Einfügung einer künstlichen Standardtafel und eines künstlichen Kundenauftrags vermieden; auf den Begriff der "Diskontinuität" kann verzichtet werden.

von acht für jede Folge der Standardtafeln. Ein Zuwachs über diese hinaus wird in der Folge aus Tab. 8 lediglich durch die Unterbrechung des Auftrags 3 (mit einem Sternchen gekennzeichnet) verursacht.

Der bislang definierte Ansatz strebt eine Minimierung der summierten Unähnlichkeiten der Standardtafelfolge bezüglich der auf ihnen vertretenen Kundenaufträge an. Es ist aber ebenso möglich, deren summierte Ähnlichkeiten zu maximieren. MADSEN (1988) zeigt die Äquivalenz dieser beiden Zielwerte auf. 358 $d^b_{i,j}$ sei definiert als die Anzahl der Kundenaufträge, die sowohl auf der aktuellen Standardtafel i wie auch der folgenden Standardtafel j mit mindestens einer Glastafel erscheinen. D^b sei die entsprechende zugehörige Distanzmatrix. Fiel D^a im allgemeinen asymmetrisch und nur in dem Sonderfall, in welchem die Anzahl der auf allen Standardtafeln vertretenen Aufträge gleich ist, symmetrisch aus, so ist D^b immer symmetrisch. Da die meisten Verfahren zur Lösung des TSP von einer Minimierung der Zielgröße ausgehen, soll die Maximierung der summierten Ähnlichkeit der Standardtafelnfolge in ein Minimierungsproblem gewandelt werden. Zu diesem Zweck wird $d^c_{i,j} = C - d^b_{i,j}$ bestimmt und eine analoge Distanzmatrix D^c definiert. Die Größe C muß dabei eine hinreichend große Zahl sein, um zu verhindern, daß in D^c negative Elemente erschienen.

MADSEN (1988) selbst merkt bereits einen erheblichen Nachteil dieser TSP-Formulierung an: 359 Sowohl bei der Verwendung der Distanzfunktion $d^a_{i,j}$ als auch bei $d^c_{i,j}$ wird nicht berücksichtigt, wann ein einmal unterbrochener Kundenauftrag weiterbearbeitet wird. So mag z.B. in einer ersten Situation ein Kundenauftrag in einer Folge von z.B. 35 Standardtafeln auf Nr. 1,2,5 und 6 erscheinen, in einer zweiten Situation auf Nr. 1,2,30 und 31. Beide Situationen werden von den vorgestellten Distanzfunktionen gleich bewertet, obgleich die Auftragsstreuung in der zweiten Situation c.p. wesentlich höher ausfällt und somit die erste Situation als wünschenswert erscheinen läßt. MADSEN (1988) sieht den formulierten Ansatz aber durch die Ergebnisse seiner empirischen Untersuchungen gerechtfertigt, welche eine signifikante Senkung der Auftragsstreuung der Standardtafelnfolge ausweisen. 360

Die von MADSEN (1988) vorgenommene Implementierung der Planung des Glaszuschnitts beinhaltet nunmehr die folgenden drei Schritte:³⁶¹

- Isolierte Lösung des Verschnittproblems ohne Berücksichtigung der Auftragsstreuung durch eine modifizierte Version des von GILMORE/GOMORY vorgestellten Algorithmus.³⁶²
- 2. Berechnung der Distanzmatrix: Dabei werden Standardtafeln, auf welche ausschließlich sämtliche Glastafeln eines Kundenauftrages zugewiesen wurden, von der weiteren Betrachtung ausgenommen. Sie beeinflussen die resultierende Auftragsstreuung nicht, wenn sie als erste oder letzte vor bzw. nach der festzustellenden Folge ver-

³⁵⁸ Vgl. MADSEN (1988), S. 252.

³⁵⁹ Vgl. im folgenden MADSEN (1988), S. 253.

³⁶⁰ Vgl. dazu untenstehende Ausführungen.

Vorgenommen in FORTRAN, die Berechnungen erfolgten auf einer IBM 3033. Das Programm umfaßte 1.500 Zeilen, von denen 270 die Kernaufgabe betrafen, vgl. MADSEN (1988), S. 254.

³⁶² Vgl. GILMORE/GOMORY (1966), S. 1045 ff.

arbeitet werden. Für die verbleibenden Standardtafeln wird die Distanzmatrix D^c - prinzipiell wie oben beschrieben - gebildet.

3. 3-optimale Lösung des formulierten TSP mittels des Algorithmus von LIN.³⁶³

Für seine empirischen Tests verwendet MADSEN (1988) Produktionsdaten eines kleinen Herstellers von Thermopane-Scheiben.³⁶⁴ Dieselben umfassen eine Zeitspanne von 14 Tagen; täglich wurden zwischen 11 und 90 Standardtafeln zugeschnitten. Die Planung des Glaszuschnitts erfolgte tageweise. Die Auftragsstreuung wurde wie zu Beginn dieses Anwendungsfalles geschildert gemessen. Der Autor weist für jeden Tag die durchschnittliche und die maximale Auftragsstreuung vor und nach der Lösung des entsprechenden TSP - und der Verwendung der entsprechenden Folge - aus. Dabei wird jedoch lediglich angemerkt, daß die vor der Lösung des TSP vorliegende Folge aus dem Verschnittalgorithmus hervorgeht. In welcher genauen Form dieses geschieht, wird nicht geklärt. Daher können die resultierenden Verbesserungen nur unter Vorbehalt beurteilt werden. Die durchschnittliche Auftragsstreuung der verbesserten Folge liegt um 31% unter jener der Ausgangsfolge; an zwei von vierzehn Tagen kommt es allerdings zu einer Erhöhung. Die maximale Auftragsstreuung sinkt durchschnittlich um 18%, verschlechtert sich jedoch durch die sich als Lösung des TSP ergebende Folge an vier von vierzehn Tagen. Die empirisch approximierte Laufzeitkomplexität des Verfahrens erweist sich als kubisch; die notwendige Berechnungszeit liegt an allen Tagen unter einer Minute.

Die Ergebnisse MADSENs (1988) belegen die bereits oben angesprochenen Nachteile der gewählten Distanzfunktion. Dieselbe stellt offensichtlich keine geeignete Operationalisierung der zu minimierenden Zielgröße, der Auftragsstreuung, dar, da es in einigen Fällen zu deutlichen Verschlechterungen der Zielgröße bei der Ermittlung besserer Lösungen des formulierten TSP kommt.³⁶⁵ Folgend wird ein Vorschlag für eine geeignetere TSP-Repräsentation erörtert.

Zu diesem Zweck scheint es sinnvoll, auf die im Rahmen der Anwendung des TSP in der Archäologie angewandte Kodierung der Informationen überzugehen. Es wird eine (0,1)-Matrix A mit n Zeilen (entsprechend der Anzahl der aufgrund der Verschnittoptimierung notwendigen Standardtafeln) und m Spalten (entsprechend der Anzahl der insgesamt auf verschiedene Standardtafeln zugewiesenen Kundenaufträge) definiert. In der Spalte eines spezifischen Kundenauftrags werden die Zeilenelemente all jener Standardtafeln, denen eine Glastafel aus dem Auftrag zugewiesen wurde, mit einer "1", die verbleibenden mit einer "0" besetzt. Tab. 9 gibt diese Repräsentation am Beispiel der Daten aus Tab. 8 wieder. Eine ideale Minimierung der Auftragsstreuung ist gemäß der obigen Definition nach einer Änderung der Zeilenfolge erreicht, wenn die Einsen in allen Spalten aufeinanderfolgend erscheinen - d.h., wenn die Matrix durch eine Permutation in eine Petrie-Matrix gewandelt wird. Da nun - wie bei der obigen Anwendung in der Archäologie erläutert - mit der Ausgangsmatrix A keineswegs immer eine Pre-Petrie-Matrix gegeben

³⁶³ Vgl. LIN (1965), S. 2245 ff.

Dieselben entnimmt er KAERGAARD (1981), vgl. MADSEN (1988), S. 254 f.

Der Zusammenhang der teilweisen Verschlechterung der Auftragsstreuung in den TSP-Lösungen der empirischen Tests MADSENs (1988) mit der Neutralität der Distanzfunktion bezüglich der Dauer der Unterbrechung der Bearbeitung von Kundenaufträgen in der sich ergebenden Standardtafelnfolge kann hier nur vermutet werden. Die Ausgangsdaten von KAERGAARD (1981) standen nicht zum Nachweis zur Verfügung.

sein muß, ist die gesuchte Folge der Standardtafeln jene, die einer Petrie-Matrix möglichst nahe kommt.

	Kundenaufträge								
Standard- tafel Nr.	1	2	3	4	5	6	7		
1	1	0	1	1	0	1	0		
2	1	1	0	1	0	1	0		
3	1	1	0	0	1	0	1		
4	0	1	1	0	1	0	1		

Tab. 9: Beispiel zur Anwendung des TSP in der Glasindustrie: Darstellung der Daten aus Tab. 8 in Form einer (0,1)-Matrix (ohne künstliche Standardtafel und künstlichen Auftrag).

Das für das "Traveling Archaeologist Problem" (TAP) gewählte Ziel, die Minimierung der Gesamtanzahl in Gruppen aus Einsen eingebetteter Nullen, scheint auch im Rahmen der Minimierung der Auftragsstreuung sinnvoll. Folglich wird die bereits oben darge-

stellte Maßgröße R(H) herangezogen, die als $R(H) = \sum_{j=1}^{m} r_j$ mit $r_j = (Zeilenindex der$

letzten Eins in Spalte j) - (Zeilenindex der ersten Eins in Spalte j) definiert wurde. Gesucht wird nun die Permutationsmatrix H, die R(H) minimiert. Eösung des damit formulierten TSP können nun exakte oder heuristische Lösungsverfahren eingesetzt werden. Dauer einer Unterbrechung eines Kundenauftrages in der Standardtafelfolge in R(H) eingeht, sind im allgemeinen bessere Ergebnisse als bei dem von MADSEN (1988) verwendeten Distanzmaß zu erwarten.

Vgl. im Detail die obige Darstellung des TAP in Abschnitt 3.4.4.

Dabei ist die oben bemerkte Einschränkung zu beachten, daß aufgrund der bei der Verwendung von R(H) nicht mehr ausweisbaren Distanzen zwischen einzelnen Zeilen der Matrix A etliche heuristische Verfahren nicht mehr (bzw. nicht mehr in ihrer ursprünglichen Form) einsetzbar sind.

Da die von MADSEN (1988) verwendeten Daten KAERGAARDs (1981) nicht zur Verfügung standen, konnte diese Hypothese hier nicht überprüft werden.

3.4.7. Rotierende Dienstpläne für Buspersonal

In Unternehmen der Dienstleistungsbranche, die ihre Leistungen teilweise oder gänzlich in unmittelbarer Interaktion mit den Kunden erbringen, stellt das Personal eine der wichtigsten - und kostenintensivsten - Ressourcen dar. Folglich gilt es, bei der Personaleinsatzplanung die zu bewältigenden Aufgaben so auf Einzelpersonen oder Personengruppen zuzuweisen, daß bei einem festgelegten Qualitätsniveau unter Einhaltung der gesetzlichen und (tarif-) vertraglichen Regelungen die entstehenden Kosten minimiert werden. Dieses Problem wurde relativ häufig - und schon sehr früh - für Unternehmen im Bereich des Gütertransports oder der Personenbeförderung untersucht. So muß z.B. eine Fluggesellschaft die verschiedenen (entsprechend dem Flugplan) abzuwickelnden Flüge allgemein so den Crews zuordnen, daß eine Überschreitung der vorgeschriebenen maximalen Arbeitszeiten ausgeschlossen ist. Gleichzeitig sollen jedoch die Anzahl der eingesetzten Personen bzw. Crews, anfallende Übernachtungs-, Transferkosten usw. möglichst gering gehalten werden.

Im Operations Research werden einige derartige Probleme der Personaleinsatzplanung unter dem Begriff des "Crew Scheduling-Problems" (CSP) subsumiert.³⁶⁹ Aufgrund der Heterogenität der konkreten Problemstellungen weisen Formulierungen des CSP allerdings erhebliche Unterschiede auf. Übergreifend gemein haben diese zumeist allerdings die Eigenschaft, daß eine nach einem Zielkriterium (z.B. Kostenminimierung) zu optimierende Zuordnung von (konkret bestimmtem oder zunächst unbestimmtem) Personal zu Aufgaben - im Sinne der Bildung von Aufgabenpaketen für einzelne Personen oder Personengruppen - unter Nebenbedingungen im Zeitablauf vorzunehmen ist. Das CSP kann unter bestimmten Bedingungen als TSP formuliert werden. So lösen z.B. GIANNESSI/NICOLETTI (1979) dasselbe entsprechend für eine italienische Fluggesellschaft.³⁷⁰

Sofern das CSP nicht für namentlich benanntes Personal gelöst wurde, sondern aus diesem zunächst nur Aufgabenpakete hervorgehen, stellt sich die Frage, wie dieselben für einen bestimmten Zeitraum konkreten Personen oder Personengruppen zugeordnet werden sollen. Dieser Sachverhalt wird als "Rostering Problem" (RP) (bzw. "Dienstplan-Problem") bezeichnet.³⁷¹ Auch hier läßt sich wiederum in Abhängigkeit von der konkreten Problemstellung eine hohe Heterogenität der Formulierungen feststellen. So sind u.a. unterschiedlichste zu optimierende Zielgrößen denkbar, so z.B. Kostenminimierung, Gleichverteilung der Arbeit, maximale Befriedigung der Personalwünsche usw. Besondere Aufmerksamkeit wurde in der Vergangenheit dem RP im Zusammenhang mit rotierenden Dienstplänen,³⁷² d.h. solchen, die sich nach einer bestimmten Zeitspanne regelmäßig wiederholen, geschenkt. Einige Publikationen befassen sich in diesem Zusammenhang mit der Personenbeförderung, insbesondere mit der Personaleinsatzplanung für

Vgl. - auch im folgenden - mit einem Überblick zum Crew Scheduling in Zusammenhang mit dem "Vehicle Routing Problem" BODIN/GOLDEN/ASSAD/BALL (1983), S. 63 ff.; vgl. zum o.g. Crew Scheduling für Fluggesellschaften als eine frühe Quelle z.B. ARABEYRE/FEANLEY/STEI-GER/TEATHER (1969), S. 140 ff.

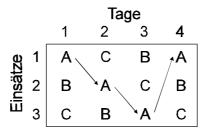
³⁷⁰ Vgl. GIANNESSI/NICOLETTI (1979), S. 389 ff.

Vgl. - auch im folgenden - zum "Rostering Problem" z.B. HAGBERG (1985), S. 313 ff. (für Taxiunternehmen); BIANCO/BIELLI/MINGOZZI/RICCIARDELLI/SPADONI (1992), S. 272 ff.; THORNTON/SATTAR (1996), S. 357 ff. (für Personal im Krankenhaus).

Vgl. zu den besonderen Problemen rotierender (Dienst-)Pläne z.B. LAPORTE/NOBERT (1980),
 S. 24 ff.

Buspersonal, so auch FERREIRA/GUIMARAES (1995), die ein RP als TSP formulieren.³⁷³ Die Arbeit dieser Autoren soll im folgenden näher betrachtet werden.

Das von ihnen untersuchte öffentliche Busunternehmen, die STCP in Porto (Portugal), löst zunächst das CSP heuristisch über eine Dekomposition mit dem Ziel, die Anzahl der Personaleinsätze (respektive die Anzahl einzusetzender Crews) unter Beachtung der notwendigen Restriktionen betreffs der zu fahrenden Routen zu minimieren. Die Einsätze, die eine zu fahrende Route (oder eine geringe Anzahl verbundener Routen) betreffen, zerfallen in zwei Kategorien, die unregelmäßigen und die regelmäßigen Einsätze. Erstere werden separat geplant; für letztere wird ein rotierender Dienstplan bestimmt. Die Anzahl der in einem solchen Dienstplan berücksichtigten Crews beträgt bei der STCP zwischen 10 und 40. Tab. 10 visualisiert einen einfachen Dienstplan mit drei teilnehmenden Crews (A, B und C) und drei pro Tag anfallenden Einsätzen bzw. Aufgaben. Im Rahmen der täglichen Rotation verschiebt sich der zu leistende Einsatz jeweils für jede Crew (für die Crew A mit Pfeilen kenntlich gemacht). Der gesamte Rotationszyklus umfaßt folglich drei Tage. Die "Einsätze" sind dabei nicht im Sinne von zeitlich aufeinander folgenden Schichten, sondern als teilweise parallele bzw. sich überlappende Einsatzperioden aufzufassen (vgl. auch Tab. 11). Entsprechend kann die "Verschiebung" nicht zeitlich interpretiert werden.



Tab. 10: Zuordnung bestimmter Einsätze bzw. Einsatzperioden auf drei Crews im Rahmen eines rotierenden Dienstplanes.³⁷⁴

Es gilt nun darüber hinaus, daß die mit einem Einsatz verbundenen Einsatzzeiten (Arbeitsbeginn, Arbeitsdauer) zum einen je nach Einsatz, zum anderen in Abhängigkeit vom Wochentag (Werktag, Samstag, Sonntag oder Feiertag), auf welchen der Einsatz fällt, erheblich differieren. Entsprechend variiert auch die für ein Crewmitglied zwischen zwei Einsätzen liegende Freizeit im Rahmen eines Rotationszyklus beträchtlich. Aufgrund gesetzlicher bzw. tarifvertraglicher Bestimmungen ergibt sich für diese allerdings eine untere Schranke, die bei der STCP 8 Stunden beträgt. Eine der bei FERREI-RA/GUIMARAES (1995) zu findenden Zuordnungen von Einsätzen zu einem rotierenden Dienstplan ist exemplarisch in Tab. 11 wiedergegeben. Die Crews bevorzugen nun im Rahmen eines Dienstplanes Einsätze mit möglichst gleichlangen Freizeitperioden.

Vgl. im folgenden (teilweise in enger Anlehnung) FERREIRA/GUIMARAES (1995), S. 415 ff.; darüber hinaus z.B. BELLETTI/DAVINI/CARRARESI/GALLO (1985), S. 319 ff.; TOWNSEND (1986), S. 45 ff.

Geringfügig modifiziert übernommen von FERREIRA/GUIMARAES (1995), S. 416, Fig. 1.

Einsätze								
Mo. bis Fr.		Sa.		So./Feiertage		Reihenfolgen der Einsätze		
Arbeits-	Arbeits-	Arbeits-	Arbeits-	Arbeits-	Arbeits-	Vorge-	Heuri-	Heu-
beginn	ende	beginn	ende	beginn	ende	fundene	stik 1	ristik 2
05:32	13:20	06:05	13:29	06:10	13:42	1	1	9
04:30	11:30	04:30	11:29	-	-	2	14	14
15:00	22:30	12:44	22:18	-	-	3	7	11
13:20	21:07	-	-	13:36	20:28	4	10	1
05:40	13:20	06:49	14:03	-	-	5	2	3
05:02	12:15	05:36	12:44	06:55	13:36	6	13	15
13:15	22:15	13:26	20:06	15:34	22:15	7	6	10
12:40	20:20	11:29	17:46	12:15	19:15	8	11	12
05:20	14:20	04:55	12:14	04:30	11:58	9	15	16
14:20	21:45	13:42	20:33	13:42	21:08	10	5	4
06:20	15:00	-	-	06:34	13:16	11	3	5
05:37	12:20	07:19	14:06	-	-	12	17	13
13:20	21:18	12:14	19:53	13:16	20:08	13	4	8
05:50	13:15	06:20	13:42	-	-	14	16	2
15:55	22:15	-	-	-	-	15	8	6
15:15	21:45	13:29	21:35	11:58	18:38	16	9	17
06:25	12:40	-	-	-	-	17	12	7

Tab. 11: Beispiel für die in einem rotierenden Dienstplan zusammengefaßten Einsätze des Buspersonals.³⁷⁵

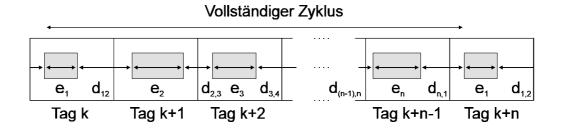


Abb. 16: Vollständiger Zyklus von Einsatz- und Freizeitperioden im Verlaufe der Rotation eines Dienstplanes.³⁷⁶

Dieser Wunsch sei zunächst nur in Beschränkung auf die Wochentage betrachtet. Da eine jede Crew im Ablauf des Rotationsplanes sämtliche Einsätze durchläuft, kann bei der Bildung der Reihenfolge, in welcher die Einsätze angeordnet werden, auf die Länge der einzelnen Freizeitperioden Einfluß genommen werden. Wenn die Anzahl der Einsätze im betrachteten Dienstplan mit n und die Dauer eines bestimmten Einsatzes i mit e_i bezeich-

_

Entnommen FERREIRA/GUIMARAES (1995), S. 424, "Set of Duties 3". Die Spaltenbezeichnungen wurden geringfügig an die Darstellung angepaßt.

Geringfügig modifiziert übernommen von FERREIRA/GUIMARAES (1995), S. 416, Fig. 2.

net werden, läßt sich die Länge der aus der Folge der Einsätze i und j resultierende Freizeitperiode aus den Arbeitszeiten (vgl. Tab. 11) zu $d_{i,j}$ berechnen. In Abb. 16 wird ein entsprechender Zyklus aus Dienst- und Freizeitperioden in dieser Notation auf dem Zeitstrahl dargestellt. In diesem Zyklus fallen natürlich die summierte Frei- und Dienstzeit F und E reihenfolgeunabhängig konstant aus; ihre Summe E ergibt die Zeitspanne des gesamten Rotationszyklus. Für eine jede gegebene Folge E der Einsätze gilt folglich:

$$E = \sum_{i=1}^{n} e_{r(i)}; F = \left(\sum_{i=1}^{n-1} d_{r(i), r(j)}\right) + d_{r(n), r(1)} \text{mit } j = i+1; Z = E+F.$$

Als dem Wunsch nach möglichst gleichlangen Freizeitperioden adäquat kann nunmehr die Minimierung der Streuung der Länge der Freizeitperioden mittels der Suche nach jener Permutation r der Einsätze, die die Varianz minimiert, d.h.

$$\operatorname{var}(d_{r(i), r(j)}) = \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^{n-1} \left(d_{r(i), r(j)} - \frac{F}{n} \right)^2 + \left(d_{r(n), r(1)} - \frac{F}{n} \right)^2 \right) \quad \text{mit } j = i+1 \quad \to \min!$$

angesehen werden. Da, wie die Autoren ausführen, F und n konstante Größen sind, läßt sich die durch die gesuchte Permutation \mathbf{r} zu minimierende Zielfunktion zu

$$\sum_{i=1}^{n-1} \left(d_{r(i), r(j)} \right)^2 + \left(d_{r(n), r(1)} \right)^2 \quad \text{mit } j = i+1 \quad \to \min!$$

vereinfachen. Da gemäß der obigen Formulierung stets $d_{i,j} \neq d_{i,i}$ gilt, sind zwei aufeinanderfolgende Einsatze nicht definiert; bei Anwendung eines Lösungsverfahrens sollte jedoch trotzdem $d_{i,j} = \infty$ gesetzt werden. Um die geforderte Mindestfreizeit zwischen zwei Einsätzen modellinhärent zu garantieren, wird darüber hinaus $d_{i,j} = \infty$ gesetzt, wenn $d_{i,j}$ acht Stunden unterschreitet. Damit entspricht das Problem einem TSP mit asymmetrischer Distanzmatrix. - Diese Formulierung vernachlässigt allerdings noch die Samstage, Sonn- und Feiertage sowie eventuelle Ruhetage der Crews. Letztere führen hinsichtlich der Situation bei der STCP allerdings nicht zur Notwendigkeit einer Modellanpassung, da an diesen Tagen speziell für diesen Zweck bereitstehende Crews einspringen. Somit bleibt nur offen, wie die differierenden Arbeitszeiten an Samstagen, Sonn- und Feiertagen sowie die an diesen Tagen ggf. ausfallenden Einsätze (vgl. Tab. 11) berücksichtigt werden sollen. FERREIRA/GUIMARAES (1995) binden zunächst die differierenden Arbeitszeiten über eine Ermittlung der Wahrscheinlichkeit bestimmter Tagesfolgen und eine entsprechende Durchschnittsbetrachtung in ihr Modell ein.

Zu diesem Zweck werden zunächst drei "Tagestypen" definiert: Wochentage (t_1) , Samstage (t_2) sowie Sonn- und Feiertage (t_3) . Nunmehr können mittels eines Kalenders die Wahrscheinlichkeiten w(l,m) mit $l,m\in\{t_1,t_2,t_3\}$ dafür bestimmt werden, daß einem Tag des Typs l ein Tag des Typs m folgt. Wenn dann $d_{i,j}(l,m)$ als die Freizeitperiode zwischen dem Einsatz i und dem Einsatz j bezeichnet wird, wenn der Einsatz i auf einen Tag

Die Notation wird hier gegenüber der von FERREIRA/GUIMARAES (1995) verwendeten geringfügig geändert.

Vgl. zur Situation bei zu berücksichtigenden Ruhetagen der Crews ohne Ersatz auch BODIN/ GOLDEN/ASSAD/BALL (1983), S. 63 ff.

des Typs l und der Einsatz j auf einen Tag des Typs m fällt, so läßt sich die durchschnittliche Länge der Freizeitperiode zwischen den Einsätzen i und j mit

$$\overline{d}_{i,j} = \sum_{l,m} w(l,m) \times d_{i,j}(l,m)$$

berechnen. Dieses variierte Distanzmaß geht - wie oben dargestellt - quadriert in die Zielfunktion ein.³⁷⁹ Bezüglich der entfallenden Einsätze an Samstagen, Sonn- und Feiertagen arbeiten die Autoren mit "virtuellen" (nicht real zu leistenden) Einsätzen mit als Durchschnittswerten aus den übrigen Tagen ermittelten Arbeitszeiten.

FERREIRA/GUIMARAES (1995) lösen das formulierte TSP zum einen mit einem exakten Verfahren, einer Branch-and-Bound-Prozedur, und zum anderen mit zwei Heuristiken. Dabei dienen die mit dem exakten Verfahren bestimmten Lösungen bzw. unteren Schranken nur einer Qualitätskontrolle der Heuristiken.³⁸⁰ - Die erste Heuristik (Heuristik 1 in Tab. 11) besteht aus einem kombinierten Konstruktions- und einem Verbesserungsverfahren. Dabei geht aus der "Farthest Insertion"-Heuristik zunächst eine erste Rundreise hervor, die dann mittels eines modifizierten 3-opt-Verfahrens verbessert wird.³⁸¹ Bei der zweiten Heuristik (Heuristik 2 in Tab. 11) handelt es sich um ein von AKL (1980) vorgestelltes Verfahren zur Lösung asymmetrischer TSP,³⁸² welches zunächst einen minimal spannenden gerichteten Graphen aus der vorliegenden Distanzmatrix ableitet. Sodann wird dieser durch die Lösung eines Transportproblems eulerisch gemacht, in ihm ein Eulerscher Zyklus identifiziert und dieser in einen Hamiltonischen Zyklus überführt.

Die Autoren dokumentieren ihre empirischen Tests an fünf Dienstplänen mit jeweils zwischen 10 und 40 Einsätzen, die der aktuellen Planung der STCP entnommen sind. Dabei wurden die optimalen Lösungen - bzw. bei drei der fünf Probleme untere Schranken - zunächst mittels des Branch-and-Bound-Verfahrens auf einer Workstation bestimmt. Es zeigte sich, daß die bislang real gewählten Reihenfolgen der Einsätze hinsichtlich des gewählten Zielkriteriums rund 15,6% schlechter als das Optimum bzw. die entsprechenden unteren Schranken ausfielen. Mit der ersten oben genannten Heuristik gelang es, eine Lösungsqualität von durchschnittlich ca. 0,5% und im ungünstigsten Falle 1,5% zu reali-

Es bleibt hier unklar, warum FERREIRA/GUIMARAES (1995) nicht die konkreten Längen der Freizeitperioden unter expliziter Berücksichtigung der Samstage sowie Sonn- und Feiertage für den zeitlichen Planungshorizont im Modell heranziehen, sondern diese Vereinfachung wählen.

Das Branch-and-Bound-Verfahren wurde auf einer Workstation, die Heuristiken hingegen auf PC's (80386/387, 25 MHz) implementiert, vgl. FERREIRA/GUIMARAES (1995), S. 418 f., S. 421.

Vgl. zu verschiedenen Varianten der "Farthest Insertion" z.B. ROSENKRANTZ/STEARNS/LEWIS (1977), S. 576 f.; GOLDEN/BODIN/DOYLE/STEWART (1980), S. 698; JOHNSON/PA-PADIMITRIOU (1985b), S. 158 f.; GOLDEN/STEWART (1985), S. 223 ff.; BENTLEY (1992), S. 394 f.; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 14 f.; REINELT (1994), S. 82 ff.; vgl. zu den Kantenaustauschverfahren, respektive 3-opt, z.B. LIN (1965), S. 2245 ff.; CHRISTOFIDES/EILON (1972), S. 511 ff.; ROSENKRANTZ/STEARNS/LEWIS (1977), S. 579 f.; GOLDEN/BODIN/DOYLE/STEWART (1980), S. 700 f.; GOLDEN/STEWART (1985), S. 218 ff.; MELAMED/SERGEEV/SIGAL (1989c), S. 1466 f.; DOMSCHKE (1990), S. 98 ff.; LAPORTE (1992a), S. 243; BENTLEY (1992), S. 399 ff.; REINELT (1994), S. 117 ff.; GLOVER (1996b), S. 169 ff.

Vgl. im folgenden AKL (1980), S. 132 ff.; hier wird sein Verfahren nur sehr grob skizziert. Siehe auch die knappe Beschreibung bei GOLDEN/STEWART (1985), S. 239 f.

Diese Testprobleme sind auch im Anhang der Publikation vollständig wiedergegeben (vgl. FER-REIRA/GUIMARAES (1995), 423 ff.); hier präsentiert Tab. 11 eines derselben.

sieren. Die zweite Heuristik (das Verfahren von AKL (1980)) erwies sich hingegen mit einer durchschnittlichen Lösungsqualität von ca. 10,3% als deutlich leistungsschwächer. Exemplarisch sind für den in Tab. 11 wiedergegebenen rotierenden Dienstplan die mittels der Heuristiken ermittelten Einsatzfolgen in den Spalten acht und neun wiedergegeben. Hinsichtlich der erforderlichen Rechenzeit (auf einem PC) erwies sich das Verfahren von AKL (1980) als geringfügig schneller. Auch für die erste untersuchte Heuristik waren jedoch auch beim größten Problem mit 40 Einsätzen nicht mehr als drei Minuten zur Lösung erforderlich. Für praktische Zwecke sind diese Ergebnisse, wie die Autoren kommentieren, akzeptabel. Zur schlechten Qualität der bislang real verwendeten Einsatzfolgen wird angemerkt, daß bei der Planung das hier formulierte Ziel der Minimierung der Streuung der Freizeitperioden zuvor nicht ausdrücklich verfolgt wurde. - FERREI-RA/GUIMARAES (1995) erläutern abschließend, daß die erfolgreichere der beiden beschriebenen Heuristiken bei der STCP in einem "Decision Support System" unter der Bezeichnung "GIST" implementiert wurde.

3.4.8. Ausblick auf weitere Anwendungen

Die Heterogenität der in den obigen Abschnitten teilweise ausgiebig erörterten, teilweise nur am Rande erwähnten realen Problemstellungen, welche sich als TSP mit nicht räumlich orientierten Distanzfunktionen formulieren und lösen lassen, ist beträchtlich. Dabei fiel die Identifizierung eines vorliegenden TSP zuweilen zunächst deutlich schwerer als bei den Anwendungen mit räumlich orientierten Distanzfunktionen, da zunächst vom Problemkontext hin zu einem Reihenfolgeproblem abstrahiert werden mußte. Dieser Umstand läßt vermuten, daß die Anzahl in der Realität auffindbarer potentieller Anwendungsfelder des TSP erheblich höher ist als aus der Literatur erschließbar.

Dabei sind auch beliebige Mischungen räumlicher und nicht-räumlicher Distanzfunktionen denkbar. So mag z.B. ein fiktiver Handlungsreisender nicht nur mit Kostensätzen bewertete Distanzen zwischen zu bereisenden Orten, sondern auch auf einigen Straßen zu zahlende Mautgebühren in seine Überlegungen einbeziehen.

Ein Beitrag, der - allerdings schon eher spekulative - "Visionen" zukünftiger Anwendungsfelder entwickelt, ist jener von AMIN/FERNÁNDEZ-VILLACAÑAS/COCHRANE (1994). Die Autoren stellen in ihrer Arbeit ein Verfahren zur Lösung des TSP vor, welches auf der Verwendung selbstorganisierender Karten, respektive Kohonen-Netzen,³⁸⁴ beruht.³⁸⁵ Im Anschluß an die Erläuterung und Evaluation ihres Ansatzes diskutieren die Autoren mögliche weitere Anwendungen des TSP, insbesondere im Umfeld

Kohonen-Netze bzw. selbstorganisierende Netze gehörigen verfahrensmäßig zu den neuronalen Netzen; vgl. allgemein zu TSP und neuronalen Netzen RETZKO/SCHUMANN (1994); GEE/PRAGER (1995), S. 280 ff.; zu Kohonen-Netzen/selbstorganisierenden Netzen in Anwendung auf das TSP KOHONEN (1982), S. 59 ff.; ANGENIOL/CROIX VAUBOIS/TEXIER (1988), S. 289 ff.; FORT (1988), S. 33 ff., FAVATA/WALKER (1991), S. 463 ff.; RETZKO/SCHUMANN (1994), S. 35 ff.

³⁸⁵ Vgl. AMIN/FERNÁNDEZ-VILLACAÑAS/COCHRANE (1994), S. 117 ff.

der Telekommunikation.³⁸⁶ Sie verdeutlichen die Auffassung komplexerer Probleme als TSP in einem Hyperraum am Beispiel eines Bedrohungsszenarios für eine Staffel von Kampfflugzeugen. - Folgende Situation wird unterstellt: Eine Flugzeugstaffel in einer Flughöhe von ca. 10 km wird gleichzeitig von Boden-Luft-Raketen und zwei feindlichen Flugzeugformationen angegriffen. Die feindlichen Formationen kommen aus verschiedenen Richtungen und Höhen und sind mit verschiedenen, teilweise unbekannten Waffensystemen ausgerüstet. Der Staffelführer muß nun sowohl die Piloten seiner Staffel den einzelnen Angreifern zuordnen als auch für jeden Piloten eine Reihenfolge für Abwehr der verschiedenen Bedrohungen festlegen. Diese Zuordnung und Reihenfolgebildung soll so vorgenommen werden, daß die Überlebenschancen maximiert werden.

Das formulierte "Problem" weist räumliche und zeitliche Aspekte auf, hat stochastische Elemente und vermutlich zahlreiche nichtlineare Komponenten. Diese Umstände veranlassen die Autoren dazu, es als ein nichtlineares Problem im Hyperraum aufzufassen, welches mit TSP-Algorithmen gelöst werden könnte. Obgleich das Beispiel bizarr wirkt, hinsichtlich der Verwendung des Begriffes "Hyperraum" zweifelhaft bleibt und nicht hinreichend operationalisiert wird, besitzt es doch Anregungscharakter: Abgesehen von den - mit geringem Denkaufwand als TSP identifizierbaren - bislang dargestellten Anwendungen mögen Reihenfolgeentscheidungen in sehr viel komplexeren Situationen als oben angedacht ebenfalls als TSP auffaß- und lösbar sein.

Das hier zitierte Beispiel des Bedrohungsszenarios für eine Staffel von Kampfflugzeugen zeigt allerdings - trotz seines eher populärwissenschaftlichen Charakters - bereits die zu erwartenden Probleme bei einer Operationalisierung auf: Abgesehen von den Schwierigkeiten bei der Ableitung situationsgerechter Zielgrößen, der Frage, ob eine Distanzbestimmung zwischen zu definierenden "Städten" bzw. Objekten überhaupt möglich ist, und den Problemen beim Einbeziehen der stochastischen Komponenten dürfte die Geschwindigkeit derzeit verfügbarer Computer vermutlich nicht genügen, um das geschilderte Problem - wie praktisch notwendig - in Realzeit zu lösen. Zudem dürfte es - wenn denn überhaupt - neben einem TSP eine ganze Anzahl von weiteren interdependenten Problemen beinhalten.

3.5. Schlüsse aus den dargestellten Anwendungen

Nachdem oben verschiedene Anwendungen des TSP entweder eingehender erörtert, knapp skizziert oder auch nur genannt wurden, sollen in diesem Abschnitt nunmehr spezifische Probleme bzw. Aspekte des Auftretens von TSP in der Realität zusammengefaßt bzw. im Sinne eines Ausblickes weiterführend aufgezeigt werden. Wenn dabei auch Anwendungen in ökonomischen Kontexten im Vordergrund der Betrachtung stehen, so haben die obigen Ausführungen doch bereits aufgezeigt, daß

• zum einen auch Anwendungen, die zunächst keinerlei ökonomische Relevanz aufzuweisen scheinen, oft ökonomische Konsequenzen implizieren. Oft bewirkt die

Vgl. AMIN/FERNÁNDEZ-VILLACAÑAS/COCHRANE (1994), S. 120 f. Der Beitrag erschien in "British Telecommunications Engineering", die Autoren sind sämtlich bei der BT beschäftigt.

Lösung eines realen Problems als TSP einen effizienteren Ressourceneinsatz. Dies gilt z.B., wenn die Belegungszeit eines teuren Meßplatzes in der Röntgenkristallographie durch eine verbesserte Abfolge der Messungen erheblich gesenkt werden kann. Ob die Lösung eines realen Problems als TSP allerdings ökonomisch *sinnvoll* ist, hängt von anderen Faktoren ab: So müßte z.B. im Umfeld der oben eingehend erörterten Anwendung in der Röntgenkristallographie zunächst geprüft werden, ob der betreffende Meßplatz einen Engpaß darstellt. Ist dies der Fall, so muß eine eventuelle Erweiterungsinvestition gegen den Aufwand³⁸⁸ und die Auslastungsverbesserung, welche aus einer Lösung des Problems als TSP resultiert, abgewogen werden. Belag ver den Be

 Zum anderen gilt, daß auch Anwendungen der Realität, denen vordergründig kein ökonomischer Kontext zugesprochen werden kann, hinsichtlich der Problemformulierung und der eingesetzten Lösungsverfahren wertvolle Anregungen für strukturähnliche ökonomische Probleme geben können. Aus diesem Grund erwies sich auch ihre Betrachtung in dieser Arbeit als lohnend.³⁹⁰

Im weiteren sollen zunächst einige Aspekte der ökonomischen Beurteilung eines realen Problems, welches als TSP gelöst werden kann, knapp erörtert werden. Danach werden - folgend immer aus ökonomischer Sicht bzw. aus der Perspektive der betrieblichen Realität - spezifische Schwierigkeiten und Erschwernisse bei der Formulierung realer Problemstellungen als TSP eingehender diskutiert. Sodann erfolgen einige Anmerkungen zur Datenbeschaffung, bevor auf die Frage der Auswahl von den Rahmenbedingungen der Praxis adäquaten Verfahren zur Lösung von TSP eingegangen wird. Der Abschnitt endet mit einigen Anmerkungen zur Umsetzung von TSP-Anwendungen.

Der ökonomischen Beurteilung eines als TSP lösbaren Problems muß zunächst die Erkenntnis vorausgehen, daß überhaupt ein solches vorliegt. In diesem Sinne führen beispielsweise DUECK/SCHEUER/WALLMEIER (1993) aus, daß eine Vielzahl von Sachverhalten gar nicht als Optimierungsprobleme erkannt werden:³⁹¹ So ist z.B. bei einem Plotter die Folge, in welcher er eine zu zeichnende Menge von Punkten auf das Papier setzt, bereits durch sein Betriebssystem determiniert. Man mag wohl, wie z.B. bei BENTLEY (1984) beschrieben, zunächst erkennen, daß beim Druck bestimmter Daten ein Engpaß besteht. Ob und wie dieser jedoch, bedingt durch die eingesetzte Technik, eventuell als TSP bewältigt werden kann, bedarf zumeist einer intensiveren Auseinandersetzung mit der jeweils vorliegenden Situation. Oftmals kann somit - gerade in komplexen Situationen - die Problemerkennung bereits selbst ein Problem darstellen.

³⁸⁷ Vgl. Abschnitt 3.3.7.6 bzw. BLAND/SHALLCROSS (1989), S. 125 ff.

Hier und folgend in diesem Abschnitt wird der Begriff "Aufwendungen" bzw. "Aufwand" in einem allgemeinen Sinne, also nicht entsprechend der Definition des externen Rechnungswesens, verwendet.

Vgl. z.B. - allerdings nur im Ansatz entsprechend - die Untersuchung WÄSCHERs (1996), S. 20 ff. hinsichtlich der Verbesserung der Abfolge der Operationen einer Schneidemaschine bzw. Abschnitt 3.3.7.3.

³⁹⁰ Vgl. z.B. die Abschnitte 3.4.4. und 3.4.6.

³⁹¹ Vgl. folgend DUECK/SCHEUER/WALLMEIER (1993), S. 51; auch BENTLEY (1984), S. 75 ff.

Ist das vorliegende Problem erkannt, so ist im weiteren nach seiner ökonomischen Relevanz zu fragen. Nicht jedes erkannte technische Problem hat auch eine ökonomische Bedeutung. Reflektiert man hier z.B. auf das oben erörterte "Drilling Problem", so ist, wie beispielsweise von MAGIROU (1986) beschrieben, zu fragen,³⁹² ob das Bohren von Leiterplatten auch einen betriebswirtschaftlich relevanten Engpaß darstellt. Sind die eingesetzten NC-Bohrautomaten nicht ausgelastet und stellen somit keine knappe Ressource dar, so scheint es wenig sinnvoll, die Bohrzeiten durch die Bestimmung besserer Verfahrwege für die Bohrköpfe zu verringern. Liegt nun ein ökonomisch relevanter Engpaß vor, so ist im weiteren zu fragen, ob die Lösung des Problems als TSP eine sinnvolle Bewältigung desselben darstellen kann. Im Falle des "Drilling Problems" wäre festzustellen, welcher Anteil der gesamten Bearbeitungszeit einer Platine bzw. eines Platinensatzes im Bohrautomaten auf die Verfahrzeiten des Bohrkopfes entfällt. Wie weit kann diese Zeitspanne nun durch die Lösung eines entsprechenden TSP reduziert werden? Ist diese Reduzierung hinreichend, um den oder die Bohrautomaten nicht mehr als Engpaß wirksam werden zu lassen? -

Kann diese Frage positiv beantwortet werden, so bedarf es immer noch der ökonomischen Beurteilung in dem Sinne, daß Alternativen zur Lösung des Problems erwogen und hinsichtlich ihrer Effizienz mit einer TSP-Lösung verglichen werden.³⁹³ Wie hoch ist der Aufwand, welcher für die Formulierung des Problems als TSP, die Implementierung und Umsetzung eines Verfahrens zur Lösung desselben betrieben werden muß, im Verhältnis zur damit gewonnenen zusätzlichen Kapazität eines Bohrautomaten? Wie sind in dieser Hinsicht die Handlungsalternativen, so z.B. der Kauf eines zusätzlichen Bohrautomaten, zu beurteilen? - Unter Berücksichtigung sämtlicher im folgenden noch diskutierten Aspekte ergibt sich entsprechend - trotz der damit verbundenen operativen Schwierigkeiten³⁹⁴ - die grundlegende Notwendigkeit einer Wirtschaftlichkeitsrechnung i.S. einer Kostenvergleichs-, besser noch einer Investitionsrechnung, für die verschiedenen Handlungsalternativen zur Bewältigung des identifizierten Problems.³⁹⁵

Gleichwohl muß nicht immer ein Engpaß Anlaß zur Lösung eines als TSP erkannten realen Problems sein; eine Vielzahl anderer ökonomischer Motive ist denkbar. So wollten CARL/VOSS (1990) z.B. als Ziel ihrer Rationalisierung innerbetrieblicher Transportvorgänge bei einer Luftfahrtgesellschaft zwar zum einen Kapazitäten für zukünftig höhere Belastungen des Transportdienstes freistellen (also einem potentiellen zukünftigen Engpaß vorbeugen), zum anderen sollte aber z.B. auch das Lieferserviceniveau für die empfangenden Stellen verbessert werden. Bei der Reduzierung der Auftragsstreuung in der Glasindustrie bezweckte MADSEN (1988) allgemein eine Senkung der Handhabungskosten für Glasschnitte aus verschiedenen Aufträgen, ohne dabei einen Engpaß zu diagnostizieren. FERREIRA/GUIMARAES (1995) beabsichtigten durch ihre Einteilung

³⁹² Vgl. MAGIROU (1986), S. 13 ff.; entsprechend WÄSCHER (1996), S. 20 ff.

³⁹³ Vgl. z.B. entsprechend BENTLEY (1984), S. 76.

Diese Schwierigkeiten betreffen insbesondere die Abschätzung der anfallenden Kosten bzw. Auszahlungen für ein Projekt zur Implementierung bzw. Umsetzung einer Lösung des identifizierten Problems als TSP.

Der Begriff der Wirtschaftlichkeitsrechnung wird hier umfassend als Oberbegriff für verschiedenste Verfahren zur Beurteilung der Wirtschaftlichkeit von Objekten (mit oder ohne zeitliche Erstreckung), so u.a. Kostenvergleichs- und Investitionsrechnungen, verwendet.

³⁹⁶ Vgl. CARL/VOSS (1990), S. 227 ff.; desgleichen Abschnitt 3.3.4.

³⁹⁷ Vgl. MADSEN (1988), S. 249 ff.; desgleichen Abschnitt 3.4.6.

von Dienstplänen - neben der Einhaltung spezifischer Restriktionen hinsichtlich der zulässigen Arbeitszeiten - eine Steigerung der Zufriedenheit der Mitarbeiter durch eine geringere Streuung der Länge der anfallenden Freizeitperioden.³⁹⁸ Schließlich gilt es auch ökonomische Sekundärwirkungen einer entsprechenden Problemlösung in das Kalkül einzubeziehen: Während sich bei PLANTE/LOWE/CHANDRASEKARAN (1987) die Bestimmung einer günstigen Anordnung der Führungsflügel in einer Gasturbine zunächst als technisches Problem mit ökonomischen Vorteilen am Rande darstellte, resultiert schließlich aus dessen Lösung die Möglichkeit, verstärkt - statt teurer Neuteile - überholte alte Führungsflügel einzusetzen - eine Option, die zu erheblichen Ersparnissen bei den Fluggesellschaften führen kann.³⁹⁹

In allen genannten Fällen gilt, daß - unter der Annahme rationalen Handelns (insbesondere in ökonomischen Kontexten) - die Wahl einer Handlungsalternative zur Lösung des vorliegenden Planungsproblems einem Effizienz- bzw. Wirtschaftlichkeitspostulat unterliegen sollte. Der realisierbare - wenngleich nicht immer quantifizierbare (im Falle einer Erhöhung des Lieferserviceniveaus des Transportdienstes bei CARL/VOSS (1990) oder der Steigerung der Mitarbeiterzufriedenheit bei FERREIRA/GUIMARAES (1995))⁴⁰⁰ - Nutzen einer Lösung des Planungsproblems als TSP sollte die entsprechenden Aufwendungen bzw. Kosten übersteigen. Keine andere Handlungsalternative sollte eine höhere Wirtschaftlichkeit aufweisen.⁴⁰¹ Daraus kann das erhebliche Problem resultieren, Nutzen und Aufwendungen bzw. Kosten zunächst zu quantifizieren und anschließend mittels eines geeigneten Verfahrens zu verdichten. Dabei sind sämtliche klassischen betriebswirtschaftlichen Kalküle - insbesondere z.B. auch die Dispositionsfristigkeit von Kosten bzw. ihre Abbaufähigkeit - zu beachten.

Hat es sich als grundsätzlich ökonomisch sinnvoll erwiesen, das vorliegende Problem als TSP zu lösen, so gilt es im folgenden, dasselbe zunächst entsprechend als TSP zu *modellieren* bzw. zu *formulieren*. Oben wurde eine Vielzahl derartiger Formulierungen detailliert vorgestellt. Es soll an dieser Stelle nicht mehr auf die allgemeine Modellbildung eingegangen werden;⁴⁰² vielmehr soll eine Reihe von dabei zu beobachtenden Schwierigkeiten in Zusammenhang mit Anwendungen des TSP erörtert werden.

In dieser Hinsicht weist BENTLEY (1984) auf die Bedeutung eines hinreichenden Verständnisses des Realproblems und seines Anwendungskontextes hin. 403 Nur dann kann eine Modellierung gelingen, die gewährleistet, daß die Lösung des formulierten TSP auch der Lösung des Realproblems entspricht. Beim oben erörterten "Drilling Problem" wird erst bei einer genaueren Betrachtung deutlich, daß aufgrund des unterschiedlichen Durchmessers der zu bohrenden Löcher zunächst eine Zerlegung in eine Anzahl getrennt

³⁹⁸ Vgl. FERREIRA/GUIMARAES (1995), S. 415 ff.; desgleichen Abschnitt 3.4.7.

³⁹⁹ Vgl. PLANTE/LOWE/CHANDRASEKARAN (1987), S. 772 ff.; desgleichen Abschnitt 3.3.10.

Vgl. entsprechend die Abschnitte 3.3.4 bzw. CARL/VOSS (1990), S. 227 ff. und 3.4.7 bzw. FER-REIRA/GUIMARAES (1995), S. 415 ff.

Vgl. bereits früh mit entsprechenden Forderungen im Kontext von TSP-Anwendungen BOYE (1965), S. 23; WEBB (1971), S. 51 f.

⁴⁰² Vgl. dazu z.B. ADAM (1993), S. 1 ff.; BERENS/DELFMANN (1995), S. 30 ff.

⁴⁰³ Vgl. BENTLEY (1984), S. 75; mit einer ähnlichen Aussage REINELT (1994), S. 200.

zu lösender TSP notwendig wird. Mer Falle der Leiterplattenbestückung präsentierte sich dieselbe zunächst als ein sehr komplexes Problem, da vordergründig zum einen eine Berücksichtigung der Bewegungen der Leiterplatte und zum anderen der Zuführung der einzusetzenden elektronischen Bausteine notwendig schien. Erst eine nähere Betrachtung zeigte, daß aufgrund der geringen Geschwindigkeit beim Verfahren der Leiterplatte die Zuführung der Komponenten vernachlässigt werden konnte und ein "einfaches" TSP resultierte. Bereits diese beiden Beispiele zeigen auf, daß stets eine genaue Betrachtung des Anwendungskontextes - in diesem Falle der technischen Rahmenbedingungen des Problems - notwendig ist, um zu einer sinnvollen Modellierung zu gelangen. Dabei gilt, daß mit der Modellformulierung u.U. auch bereits die Anzahl der einsetzbaren Lösungsverfahren eingeschränkt wird bzw. der von diesen zu betreibende Aufwand determiniert wird.

Diese Überlegungen lassen sich z.B. anhand der Bestimmung der *Zielgröße* bzw. der *Zielfunktion* für das zu lösende TSP konkretisieren. Beim "Drilling Problem" (und analogen Anwendungen) resultiert diese aus dem eingesetzten Distanzmaß. 407 Eine oberflächliche Betrachtung kann hier zunächst implizieren, daß ein euklidisches TSP vorliegt. 408 Eine genauere Betrachtung der i.a. vorzufindenden Maschinenauslegung in Zusammenhang mit dem eigentlichen Ziel der Reduzierung der gesamten Bearbeitungszeit einer Leiterplatte verdeutlichte jedoch, daß eine Maximumsmetrik hinsichtlich der notwendigen Verfahrzeit des Bohrkopfes als realitätskonformer anzusehen wäre. In Abhängigkeit von der konkreten technischen Ausgestaltung ist sogar für eine homomorphe Modellierung noch die zusätzliche Berücksichtigung der Brems- und Beschleunigungsphasen der den Bohrkopf verfahrenden Motoren notwendig. BENTLEY (1984) berichtet von einem Fall, bei dem sich aufgrund einer Vernachlässigung letzterer Determinante das formulierte Modell als nicht realitätskonform entpuppte. 409 Die Frage, ob eine einfache Approximation dieser realitätsgetreuen Distanzfunktion durch eine euklidische Distanzfunktion zulässig ist, bedarf somit im Kontext einer Anwendung stets einer sorgfältigen Prüfung.

Dabei ist zu konstatieren, daß im Falle des "Drilling Problems" und ihm analoger Anwendungen die beschriebenen Schwierigkeiten noch gänzlich durch eine adäquate Modellierung überwunden werden können. In anderen Kontexten jedoch können sich hinsichtlich der zu formulierenden Zielfunktion (bzw. im Falle des TSP der Wahl einer sinnvollen Distanzfunktion) erheblich ernstere Probleme stellen. Diese können im Sinne des von ADAM/WITTE (1979) variierten allgemeinen Planungsschemas der klassischen Planungstheorie als Zielsetzungsdefekte - oder allgemeiner Strukturdefekte des Problems -

Vgl. Abschnitt 3.3.7.3 und die dort genannten Quellen.

Vgl. im folgenden Abschnitt 3.3.7.4 und die dort genannten Quellen.

Dies gilt z.B., wenn die TSP-Formulierung keine Berechnung von Distanzen zwischen den einzelnen in einer Folge zu ordnenden Objekten mehr erlaubt. In diesem Fall sind z.B. viele klassische Heuristiken nur noch modifiziert bzw. mit sehr viel höherem Zeitaufwand für die Lösung einsetzbar. Vgl. entsprechende Formulierungen bzw. Anwendungen in den Abschnitten 3.4.3, 3.4.4 und 3.4.6.

Vgl. im folgenden insbesondere Abschnitt 3.3.6, auch Abschnitt 3.3.7.

Einige Autoren behandeln dem "Drilling Problem" analoge Anwendungen wie z.B. die Steuerung von Hochregallagerfahrzeugen auch in dieser Form, vgl. detailliert Abschnitt 3.3.6 bzw. 3.3.7.3, so z.B. WÖLKER (1992), S. 43; JÜNEMANN/WÖLKER (1992), S. 167; WÄSCHER (1996), S. 23.

⁴⁰⁹ Vgl. BENTLEY (1984), S. 76.

charakterisiert werden. Als allgemeines Ziel der Tourenplanung z.B., im Rahmen derer das TSP als ein Subproblem erscheint, wird in der Literatur zumeist die Kostenminimierung genannt. Dieses wird oft als Minimierungsforderung hinsichtlich der zu fahrenden Strecke oder Zeit konkretisiert. Das erweist sich jedoch aus praktischer Sicht nicht als hinreichend: So werden die eingesetzten Fahrer meist nicht nach der Fahrstrecke bzw. zeit bezahlt. Ihre Löhne fallen als Fixkosten an, die nur im Rahmen langfristig orientierter Entscheidungen abbaubar sind. Gleiches gilt für die durch die Fahrzeuge verursachten Kosten. Als variable Kosten fallen eigentlich nur die Treibstoffkosten sowie die Abnutzung der Fahrzeuge an. Bereits hier deutet sich ein Zielkonflikt an: Sollen nun langfristig die Anzahl der Fahrzeuge oder die Einsatzzeiten der Fahrer mittels der Tourenplanung reduziert werden? - Darüber hinaus ist zu berücksichtigen, daß die Tourenplanung über die Kostenminimierung hinaus auch etliche andere - teilweise konfliktäre - Zielsetzungen, so z.B. die Maximierung der Kundenzufriedenheit, konkretisiert als Lieferservicegrad, verfolgen kann.

Ähnliche Schwierigkeiten mit konfliktären oder nicht hinreichend operationalisierbaren Zielen ergaben sich in etlichen der oben dargestellten Anwendungen: Im Rahmen der Reduzierung der Auftragsstreuung in der Glasindustrie wie auch bei der Funddatierung in der Archäologie ergaben sich Probleme bei der Wahl einer zielinhaltskonformen Distanzfunktion im Sinne der Operationalisierung.⁴¹² Für die Anwendung bei der Maschinenbelegungsplanung wurde hier nur mit dem Ziel der Minimierung der Durchlaufzeit gearbeitet; konfliktäre Ziele können z.B. die Termintreue der zu bearbeitenden Aufträge, die Maximierung der Kapazitätsauslastung oder die derivative Minimierung der Lagerbestände an fertigen Erzeugnissen und Vorprodukten bzw. Rohstoffen sein.

Nach der Bildung einer problemadäquaten Zielfunktion bzw. der Wahl einer entsprechenden Distanzfunktion ist bei der Modellformulierung weiterhin zu fragen, ob es sich um ein TSP im klassischen Sinne oder eine *Variation* bzw. einen Sonderfall desselben handelt. Einige Variationen lassen sich noch in ein klassisches TSP überführen, so z.B. das MTSP oder die Suche nach einem Hamiltonischen Pfad minimaler Länge.⁴¹³ Bei Problemformulierungen wie z.B. jener des "Multiperiod TSP" von PALETTA (1992) jedoch ist eine solche Überführbarkeit - und damit auch die Anwendbarkeit unmodifizierter Verfahren zur Lösung des TSP - nicht mehr gegeben.⁴¹⁴

⁴¹⁰ Vgl. z.B. ADAM/WITTE (1979), S. 380 ff.; ADAM (1980a), S. 127 ff.; ADAM (1993), S. 7 ff.

Vgl. dazu Abschnitt 3.3.3, zu den Zielen der Tourenplanung detaillierter z.B. HELLMANN (1984), S. 21 ff.; im Rahmen eines konkreten Anwendungsfalles REINHOLZ (1995). Vgl. zu den möglichen Zielkonflikten bereits CLARKE/WRIGHT (1964), S. 568 f.; BOYE (1965), S. 9.

⁴¹² Vgl. Abschnitte 3.4.4 und 3.4.6

Vgl. entsprechend Abschnitt 2 sowie Abschnitt 3.3.2; zur Überführbarkeit des MTSP in ein TSP z.B. SVESTKA/HUCKFELDT (1973), S. 790 ff.; BELLMORE/HONG (1974), S. 500 ff.; GAR-FINKEL (1985), S. 23 ff.; JONKER/VOLGENANT (1988), S. 163 ff.; REINELT (1994), S. 33 f.; zur Überführbarkeit der Suche nach einem Hamiltonischen Pfad in ein TSP z.B. MÜLLER-MER-BACH (1970), S. 136 f.; GARFINKEL (1985), S. 22 f.; GROSSER (1986), S. 430; REINELT (1994), S. 32.

Vgl. im Detail Abschnitt 3.3.2 bzw. PALETTA (1992), S. 789 ff. Beim "Multiperiod TSP" muß jede der *n* Städte innerhalb einer *M*-tägigen Periode eine individuell vorgegebene Anzahl von Besuchen empfangen. Dabei ist eine Stadt als Basisort bzw. Heimat des Handlungsreisenden fixiert. Unter Beachtung weiterer Nebenbedingungen - wie z.B. eines zeitlichen Mindestabstandes hin-

Als eine Form der Variation können auch von der Problemlösung einzuhaltende Nebenbedingungen angesehen werden. Das klassische TSP ist in seiner Abstraktion recht realitätsfern; entsprechend merkte bereits FLOOD (1956) an, daß wohl zumeist in der Praxis noch Restriktionen zu beachten seien.⁴¹⁵ In einer begrenzten Anzahl von Fällen lassen sich Nebenbedingungen durch eine Modifikation der Distanzmatrix berücksichtigen. Bei den hier dargestellten Anwendungen wurde z.B. von FERREIRA/GUIMARAES (1995) im Kontext der Bestimmung von Dienstplänen für Buspersonal eine unzulässige Folge zweier Personaleinsätze durch die Fixierung einer Distanz derselben auf einen unendlichen (bzw. sehr hohen) Wert verhindert.⁴¹⁶ In den meisten Fällen jedoch lassen sich Restriktionen nicht in dieser Form einbinden sondern müssen gesondert bei der Problemlösung beachtet werden. Dabei können Nebenbedingungen einerseits den Lösungsraum so weit beschränken, daß nur noch eine geringe Anzahl zulässiger Lösungen - im Extremfall vielleicht nur noch eine einzige - existiert und damit das Problem leichter lösbar wird. Andererseits können sie aber auch den Lösungsaufwand stark erhöhen. Auch bei der Existenz von Nebenbedingungen können viele der eigentlich für das unbeschränkte TSP konzipierten Lösungsmethoden nur noch in - mehr oder weniger umfangreich - modifizierter Form eingesetzt werden.⁴¹⁷

Als Nebenbedingungen traten in den oben beschriebenen Anwendungen z.B. im Rahmen des Erscheinens des TSP in der Tourenplanung Kapazitätsbeschränkungen für die Fahrzeuge oder Zeitfenster für den Besuch bei bestimmten Kunden auf. Weiterhin können Vorrangbeziehungen zwischen den zu reihenden Objekten zu beachten sein; dies war z.B. beim "Precedence Constrained TSP" in der Leiterplattenfertigung (ähnlich auch im Kontext der Maschinenbelegung erscheinend) der Fall. CHISMANs (1975) "Clustered TSP" kann als eine Variation der Reihenfolgebedingungen angesehen werden. Hier wurde bei der Auftragszusammenstellung in einem Lagerhaus gefordert, daß alle Lagerorte der zu einem Auftrag gehörenden Artikel in der Rundreise zusammenhängend angefahren werden müssen. Entsprechend ließe sich die Liste der im Kontext realer Anwendungen zu beachtenden Restriktionen beliebig fortsetzen, da diesem Aspekt in der Literatur hinreichende Aufmerksamkeit geschenkt wurde.

Andere Widrigkeiten praktischer Probleme im Zusammenhang mit TSP-Anwendungen sind wesentlich dürftiger dokumentiert. Dies gilt z.B. für die Tatsache, daß in der Realität eher selten statische (i.S. geschlossener) Situationen, wesentlich häufiger jedoch *dynamische* (i.S. offener Situationen) vorliegen. So wird z.B. im Falle der Steuerung eines Hochregallagerfahrzeuges oft davon ausgegangen, daß eine bestimmte Anzahl konkreter

sichtlich zweier Besuche in einer Stadt - soll die vom Handlungsreisenden innerhalb der M Tage zurückzulegende Strecke minimiert werden.

⁴¹⁵ Vgl. bereits FLOOD (1956), S. 65.

⁴¹⁶ Vgl. Abschnitt 3.4.7 bzw. FERREIRA/GUIMARAES (1995), S. 417.

Vgl. z.B. REINELT (1994), S. 31, S. 35; mit konkreten Beispielen DINKEL/KLEINDORFER/ KOCHENBERGER/WONG (1976), S. 269 ff. bzw. S. 275; SELEN/HEUTS (1990), S. 38 ff.; CHAN (1993), S. 2171 ff.

Vgl. Abschnitt 3.3.2 bzw. 3.3.3 und die dort genannten Quellen.

⁴¹⁹ Vgl. bereits FLOOD (1956), S. 65.

⁴²⁰ Vgl. Abschnitt 3.3.7.4 bzw. CHAN (1993), S. 2171 ff.

⁴²¹ Vgl. Abschnitt 3.3.5 bzw. CHISMAN (1975), S. 115 ff.

Ein- und Auslagerungspositionen zu bewältigen ist. ⁴²² Tatsächlich gilt jedoch, daß dieser Auftragsbestand ständig durch neu hinzukommende Positionen wächst. Soll nach jedem Zugang einer Position erneut ein entsprechendes TSP gelöst werden? -

Analog unterstellen viele Autoren im Rahmen der Maschinenbelegungsplanung einen fixierten Auftragsbestand.⁴²³ Wiederum gilt, daß dieser sich im Zeitablauf kontinuierlich ändert. Dieser Grundgedanke läßt sich auf eine Vielzahl der oben dargestellten Anwendungen übertragen. Welchen Wert hat selbst die "optimale" Lösung eines identifizierten TSP für den Praktiker, wenn sie im nächsten Augenblick durch eine sich ändernde Ausgangssituation als Bewältigung eines irrelevanten Problems der Vergangenheit angesehen werden muß? -

Einige Ansätze zur Behandlung derartiger Widrigkeiten finden sich z.B. im Umfeld der Tourenplanung:⁴²⁴ Bereits BOYE (1965) weist darauf hin, daß sich für einen Großhändler die Liste der konkret zu beliefernden Einzelhändler täglich ändert und entsprechend ständig neu geplant werden muß.⁴²⁵ SIMCHI-LEVI (1992) spricht im Rahmen der Modellierung hierarchischer Distributionssysteme, in welchen das TSP als Subproblem auftritt, das Erscheinen neuer und den Verlust alter Kunden bzw. eine Änderung der Nachfrage an.⁴²⁶ BARTHOLDI/PLATZMAN/COLLINS/WARDEN (1983) weisen als einen wesentlichen Vorteil ihrer "Space Filling Curve"-Heuristik bei deren Einsatz im Rahmen des "Meals on Wheels"-Projektes in Atlanta die Fähigkeit aus, daß neue Klienten mit sehr geringem Zeitaufwand in eine Tour integriert bzw. ausscheidende aus dieser entfernt werden können und somit der Volatilität der konkreten Anwendungssituation Rechnung getragen wird.⁴²⁷

Eng verbunden mit dynamischen Aspekten ist die *Stochastizität* realer Situationen. Hinsichtlich der zukünftig eingehenden Aufträge bzw. Ein- und Auslagerungspositionen beim oben genannten Maschinenbelegungsproblem bzw. dem zu steuernden Hochregallagerfahrzeug ist z.B. Unsicherheit bezüglich deren Anzahl, Eingangszeitpunkten und konkreten Spezifikationen zu konstatieren. ⁴²⁸ Bei der Maschinenbelegungsplanung kann das Kontinuum unsicherer Sachverhalte darüber hinaus z.B. um mögliche Kapazitätsausfälle in Form von Maschinenproblemen oder der Erkrankung von Mitarbeitern, Qualitätsprobleme und vieles mehr erweitert werden. ⁴²⁹ Bei Umrüstproblemen wird zumeist unterstellt, daß die jeweiligen Rüstzeiten - als Distanzen zwischen den zu reihenden Ob-

Vgl. entsprechend Abschnitt 3.3.6 und die dort genannten Quellen.

Vgl. entsprechend Abschnitt 3.4.2 sowie 3.4.3 und die dort genannten Quellen.

⁴²⁴ Vgl. über die folgend genannten Quellen hinaus auch entsprechend Abschnitt 3.3.3 und die dort genannten Quellen.

⁴²⁵ Vgl. BOYE (1965), S. 22 f.

⁴²⁶ Vgl. SIMCHI-LEVI (1992), S. 198 ff, S. 102.

Vgl. BARTHOLDI/PLATZMAN/COLLINS/WARDEN (1983), S. 4; desgleichen BARTHOLDI/PLATZMAN/COLLINS/WARDEN (o.J.), S. 10; BARTHOLDI (1996), S. 12.

Vgl. zur hier zugrundegelegten begrifflichen Abgrenzung der "Unsicherheit" vom "Risiko" z.B. ADAM (1993), S. 194 f. Als Unsicherheit ist die Unkenntnis über zukünftige Entwicklungen anzusehen; zum Risiko für einen Entscheidenden wird dieselbe, wenn er sich einer bestimmten Realisation der unsicheren Variablen nicht mehr anpassen kann (fehlende Elastizität der getroffenen Entscheidung).

Vgl. zur Maschinenbelegungs- bzw. Produktionsreihenfolgeplanung unter Unsicherheit z.B. SAL-VADOR (1978), S. 288 ff.

jekten in der TSP-Formulierung berücksichtigt - deterministisch anfallen.⁴³⁰ Auch hier kann argumentiert werden, daß diese in der Realität sicherlich eher einer - wie auch immer gearteten - Wahrscheinlichkeitsverteilung unterliegen. Kann es sinnvoll sein, hier die Stochastizität, z.B. durch die Verwendung des jeweiligen Erwartungswertes, in der TSP-Formulierung zu approximieren - oder andernfalls im Extremfall gar zu ignorieren und überhaupt nicht in die TSP-Formulierung zu integrieren? Müßte nicht das aus der Unsicherheit resultierende Risiko des Entscheidenden angemessen - d.h. durch Einbeziehung der festzustellenden Wahrscheinlichkeitsverteilungen - berücksichtigt werden?

DINKEL/KLEINDORFER/KOCHENBERGER/WONG (1976) weisen bei ihrer Modellierung des Routenplanungsproblems für Inspektoren zur Prüfung der Luftqualität auf mögliche Unvorhersehbarkeiten in Form von Fahrzeugpannen, Notrufen, unerwarteten Verlängerungen von Prüfungsterminen, Änderungen der Wetterbedingungen, die Prüfungen verhindern, usw. hin.431 SIMCHI-LEVI (1992) beklagt im Rahmen seiner Konzeption eines hierarchischen Distributionssystems, daß zu viele Autoren mit hinsichtlich ihrer Praktikabilität fragwürdigen deterministischen Modellen arbeiten.⁴³² Er hält die deterministische Approximation der Stochastizität für wenig sinnvoll und fordert realitätsgetreuere probabilistische Modelle unter Einbeziehung zu ermittelnder Wahrscheinlichkeitsfunktionen für unsichere Sachverhalte. Eine weitere Schwierigkeit sieht SIMCHI-LEVI (1992) allerdings dabei in der Tatsache, daß auch die verwendeten Wahrscheinlichkeitsfunktionen - bei einer dynamischen Betrachtung - im Zeitablauf wiederum Verschiebungen bzw. Veränderungen unterliegen. Eine intensive Analyse eines von ihm als "Probabilistic TSP" eingeführten Problems liefert JAILLET (1988).433 Dabei wird eine Menge von n Städten unterstellt, aus welchen in einem konkreten Fall eine zufällige Anzahl k gleichfalls zufällig (einer bestimmten Wahrscheinlichkeitsverteilung folgend) ausgewählt wird, durch welche eine Rundreise bestimmt werden soll. Der Autor untersucht nun das Problem der a priori-Bildung einer Rundreise durch sämtliche n Städte, die folgende Eigenschaft hat: Wenn k Städte zufällig bestimmt werden und in der Folge aufgesucht werden, in welcher sie in der a priori für n Städte bestimmten Rundreise erscheinen, so soll der Erwartungswert der resultierenden Rundreiselänge durch die k Städte minimiert werden. In diesem Sinne soll der denkbare Anwendungsfall abgebildet werden, daß z.B. täglich k von n Kunden eines Unternehmens durch einen Reisenden besucht werden sollen, jedoch für die Bestimmung der täglichen Rundreise keine Heuristik oder ein optimierendes Verfahren eingesetzt werden, sondern eine "Rahmenlösung" für einen längeren Zeitraum bestimmt werden soll. - Im Prinzip müßte somit, wie oben ersichtlich wurde, bei der Formulierung bzw. Modellbildung eines als TSP lösbaren Realproblems immer gefragt werden, welche Ausgangsdaten sich in welchen Bandbreiten mit welchen Wahrscheinlichkeiten ändern können und welche Konsequenzen dies für eine konkrete Problemlösung hätte. 434

Die Anzahl der Probleme, die in einem vollständig deterministischen Kontext lösbar sind - so z.B. das "Drilling Problem" - ist als eher gering anzusehen. Im Hinblick auf ein öko-

Vgl. zur Formulierung von Umrüstproblemen als TSP Abschnitt 3.4.2 und die dort genannten Quellen.

⁴³¹ Vgl. DINKEL/KLEINDORFER/KOCHENBERGER/WONG (1976), S. 275 ff.

⁴³² Vgl. SIMCHI-LEVI (1992), S. 198; ebenso JAILLET (1988), S. 929.

⁴³³ Vgl. im folgenden JAILLET (1988), S. 929 ff.

⁴³⁴ Vgl. in einem analogen Sinne BENTLEY (1984), S. 86 mit seiner Forderung "Think stochastically.".

nomisches Umfeld weist bereits WEBB (1971) darauf hin, daß aller Aufwand, der für die gute Lösung eines TSP unter Vernachlässigung stochastischer Effekte betrieben wurde, bei einer entsprechenden Änderung der Ausgangsdaten zunichte werden kann. Dabei wäre weitergehend zunächst zu fragen, inwieweit die Unsicherheit für einen Entscheidenden in diesem Zusammenhang aufgrund der (im realen Umfeld der TSP-Anwendung) zu konstatierenden Flexibilität seiner zu treffenden Entscheidungen zu Risiken führen kann. Werden solche identifiziert, so müßte nunmehr bei der Einbeziehung von stochastischen Komponenten im Sinne JAILLETS (1988) oder SIMCHI-LEVIS (1992) in die Modellierung auch die Einstellung des Entscheidenden zum (quantifizierbaren) Risiko einbezogen werden. Dies geschieht jedoch in den genannten Quellen nicht. JAILLET (1988) unterstellt mit der Zielgröße "Minimierung des Erwartungswertes" so z.B. ohne weitere Erläuterungen Risikoneutralität im Sinne der klassischen Planungslehre.

Ist hinsichtlich bereits getroffener Entscheidungen eine hinreichende Flexibilität zur nachträglichen Anpassung gegeben und resultiert somit aus der Unsicherheit kein Risiko, so ist es wenig sinnvoll, die Unsicherheit allein auf der Ebene der Modellierung bzw. TSP-Formulierung bewältigen zu wollen. In diesem Fall scheint es adäquater, unter Verwendung hinreichend leistungsfähiger Verfahren zur Lösung des TSP im Zeitpunkt der Datenänderung erneut eine Lösung mit den geänderten Ausgangsdaten zu bestimmen. Beschränkend können hier nur im Anwendungskontext zu findende Restriktionen, wie z.B. eine in der betrieblichen Praxis begrenzte zur Verfügung stehende Zeitspanne zur Problemlösung, wirken. Dieser Umstand würde wiederum Einfluß auf die Auswahl eines Verfahrens zur Lösung des jeweiligen TSP - ob heuristisch oder optimierend - nehmen. Auß die Literatur hinsichtlich der in realen TSP-Anwendungen identifizierbaren Stochastizität - insbesondere bei einer Konkretisierung der Unsicherheit in Form von Risiken - bislang wenig hilfreichen Rat im Sinne von operationalen Empfehlungen geben kann.

Eine weitere Widrigkeit bei der TSP-Formulierung bzw. Modellierung ist der Umstand, daß ein TSP in einer Anwendung - ausgenommen wieder einmal Fälle wie das "Drilling Problem" - oftmals kein isoliert lösbares Problem darstellt. Sehr oft ist es nur ein *Teil-problem (Subproblem) in einem komplexeren Problemkontext*. Dabei gilt, daß eine optimale Lösung des Gesamtproblems aufgrund vorliegender Interdependenzen keinesfalls immer eine optimale Lösung des TSP bedingt. Es muß dann gefragt werden, ob eine hierarchische Problemdekomposition bzw. -separation in dem Sinne möglich ist, daß die identifizierten Interdependenzen in von einer TSP-Lösung einzuhaltende Nebenbedingungen umgewandelt werden können, so daß dasselbe unter deren Beachtung wieder isoliert behandelbar ist. Oftmals gelingt dies nicht. Das TSP muß simultan mit dem Gesamtproblem gelöst werden. Enthält in einem solchen Fall das Gesamtproblem weitere kombinatorische Komponenten, so ergeben sich erhebliche Schwierigkeiten hinsichtlich

⁴³⁵ Vgl. WEBB (1971), S. 51 f.; gleichfalls JAILLET (1988), S. 929; SIMCHI-LEVI (1992), S. 198.

Vgl. zum Unsicherheitsproblem bzw. Risiko als Parameter der Planung i.a. - auch zum folgenden z.B. ADAM (1993), S. 194 ff.; BERENS/DELFMANN (1995), S. 76 ff.

Vgl. zu Fragen der Wahl eines Verfahrens zur Lösung von TSP in Anwendungskontexten die untenstehenden Ausführungen.

der Lösbarkeit, zumeist ist praktisch nur noch ein Rückgriff auf heuristische Verfahren (oft auch ohne eine garantierbare Leistungsfähigkeit) möglich.⁴³⁸

Soll angesichts dieser Schwierigkeiten das TSP isoliert gelöst werden, so müssen die beobachteten Interdependenzen - im Sinne eines heuristischen Vorgehens - vernachlässigt
oder als Nebenbedingungen ungeachtet der Notwendigkeit eines simultanen Lösungsansatzes fixiert werden. Dabei muß die Frage, ob ein "Zerschneiden" der Interdependenzen
im Sinne ihrer Vernachlässigung sinnvoll ist, in einem ökonomischen Kontext stets anhand der entsprechenden ökonomischen Konsequenzen, d.h. z.B. der resultierenden zusätzlichen Kosten oder Gewinneinbußen, beantwortet werden. Diese triviale Forderung
dürfte allerdings zumeist nur sehr schwer operationalisierbar sein.

Es wurden oben zahlreiche Anwendungen erläutert oder angesprochen, bei denen eine derartige Einbettung des TSP in einen umfangreicheren Problemkontext vorlag:⁴³⁹ Im Rahmen der Tourenplanung kann z.B. das TSP formal als mit einem Partitionierungsproblem (unter Nebenbedingungen in zeitlicher Hinsicht oder bezüglich der Aufteilung der zu besuchenden Städte auf mehrere Fahrzeuge) verbunden angesehen werden.⁴⁴⁰ Aus eher praktischer Sicht sind Interdependenzen mit anderen Planungsproblemen zu konstatieren. So weisen z.B. HELLMANN (1984) und BARTHOLDI (1996) auf die Verbindung zum "Vehicle Loading Problem" hin:⁴⁴¹ Es ist unmittelbar einsichtig, daß die Beladung eines Fahrzeuges, zumindest des normalen LKW, in Abstimmung mit der zu fahrenden Route, genauer gesagt, in umgekehrter Reihenfolge derselben, erfolgen muß.

SIMCHI-LEVI (1992) sieht bei seiner Modellierung eines hierarchischen Distributionssystems das TSP im Rahmen konkreter Routing-Entscheidungen nur als eines von vielen Teilproblemen.⁴⁴² Auf einer strategischen Ebene müssen seines Erachtens zunächst Entscheidungen über die Anzahl der Verteilungscenter für Waren, deren Lage, Ausstattung und die Anzahl der zuzuweisenden Fahrzeuge getroffen werden. Auf der taktischen Ebene erfolgt die Zuweisung von Kunden zu den Centern und es werden allgemeine Routing-Strategien ausgewählt. Konkrete Routing-Entscheidungen - und damit die Lösung von Tourenplanungsproblemen unter Nebenbedingungen, die TSP enthalten - werden erst auf einer als operational anzusehenden Ebene getroffen. Dabei weist der Autor darauf hin, daß - trotz des von ihm bevorzugten hierarchischen Planungsansatzes - natürlich Interdependenzen über sämtliche hier angesprochenen Ebenen existieren. DINKEL/ KLEINDORFER/KOCHENBERGER/WONG (1976) sprechen in ähnlicher Form im Zusammenhang mit ihrer Problematisierung der als TSP mit zahlreichen Nebenbedingungen aufgefaßten Routenplanung für Inspektoren zur Prüfung der Luftqualität zahlreiche eng verknüpfte Probleme an. 443 So diskutieren sie z.B. die Frage der Regionalisierung im Sinne der Bildung von räumlich abgegrenzten Zuständigkeitsgebieten einzelner Luftinspektoren und stellen die bislang vorgenommene Zuordnung zu Counties im Hin-

Vgl. z.B. JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 9; ebenso CHAUNY/HAURIE/WAGNEUR/ LOULOU (1987), S. 27.

Vgl. im folgenden auch Abschnitt 3.3.3.

Vgl. z.B. mit entsprechenden Formulierungen HINRICHSEN (1975), S. 20; REICHARDT (1980),
 S. 105; GROSSER (1986), S. 432; DOMSCHKE (1990), S. 136 f.; LAPORTE (1992b), S. 351 f.;
 REINHOLZ (1995).

⁴⁴¹ Vgl. HELLMANN (1984), S. 34 ff., S. 43; BARTHOLDI (1996), S. 2.

⁴⁴² Vgl. folgend SIMCHI-LEVI (1992), S. 199 ff.

⁴⁴³ Vgl. im folgenden DINKEL/KLEINDORFER/KOCHENBERGER/WONG (1976), S. 280.

blick auf die realisierbaren Rundreiselängen in Frage. Des weiteren erörtern sie die zeitliche Zuordnung von Prüfungsterminen für Prüfungsobjekte und fragen nach dem optimalen Standort (im Sinne eines Depots) als "Office Location" des Luftinspektors.⁴⁴⁴

In anderen Kontexten als der Tourenplanung wurde z.B. oben die Arbeit von CHAUNY/ HAURIE/WAGNEUR/LOULOU (1987) angesprochen.⁴⁴⁵ Im Rahmen der für eine konkrete flexible Fertigungszelle, die unter anderem eine automatisierte Stanze einschließt, vorzunehmenden Planung identifizieren die Autoren zahlreiche hierarchisch miteinander verknüpfte Probleme, so im einzelnen die Frage der Losbildung, der Losreihenfolge, Verschnittprobleme, die Frage der konkreten Werkzeugbestückung der Stanze usw. Trotz der existierenden Interdependenzen sehen sie die einzige Möglichkeit, die komplexe Problemstellung praktisch zu lösen, in einer Dekomposition. Dabei werden im obigen Sinne Interdependenzen zerschnitten. In ihrem Beitrag beschäftigen sich die Autoren unter Vernachlässigung des Gesamtproblems nur mit der Frage einer sinnvollen Reihenfolgebildung für die Operationen der Stanze, welche sie als TSP formulieren. Ähnlich erkannte auch MADSEN (1988) bei seinem als TSP modellierten Problem der Reduzierung der Auftragsstreuung in der Glasindustrie die Notwendigkeit, das vorgelagerte Verschnittproblem in ein Gesamtmodell zu integrieren. 446 Ohne eine nähere Begründung verzichtete er jedoch darauf und wählte eine isolierte Behandlung. Es resultiert eine Vorgabe für das Problem der Reduzierung der Auftragsstreuung aus der Verschnittoptimierung. Die Fragestellung, ob unter Inkaufnahme eines höheren Verschnittes eine erhebliche Senkung der Auftragsstreuung erreicht werden könnte, bleibt ungeklärt. Auch die zu erwägenden ökonomischen Konsequenzen einer solchen gesamtheitlichen Problemlösung werden nicht berücksichtigt. - Abschließend sei beispielhaft auch noch das von SILLABER (1986) behandelte Problem der Planung von Energie-Ringnetzen genannt.447 Auch hier erscheint das TSP als Teilproblem in einem weiteren Kontext; im Rahmen eines Ansatzes der linearen Programmierung wird es jedoch vom Autor ohne Vernachlässigung von Interdependenzen gelöst.

Zusammenfassend muß hinsichtlich der Modellierung realer Problemstellungen als Anwendungen des TSP konstatiert werden, daß wohl einfache geschlossene Probleme wie das "Drilling Problem" homomorph abgebildet werden können. Auch die Berücksichtigung von Nebenbedingungen wird in der Literatur noch hinreichend berücksichtigt, wenngleich auch die Lösung von TSP mit Nebenbedingungen teilweise Probleme aufwirft. Dynamische Aspekte, Stochastizität und das Erscheinen des TSP als Teilproblem in umfangreicheren Problemkontexten jedoch sind, wenngleich sich auch einzelne Autoren mit diesen Aspekten befaßt haben, im Sinne der Ableitung von für die Praxis operationalen Handlungsempfehlungen nicht hinreichend untersucht. Es werden, wie oben gezeigt wurde, in der Literatur zumeist geschlossene Situationen und Sicherheit unterstellt; Interdependenzen mit verknüpften Problemstellungen werden oft ignoriert.

Vgl. zu diesem als "Traveling Salesman Location Problem" mit dem TSP verknüpften Problem auch SIMCHI-LEVI/BERMAN (1987), S. 243 ff.

Vgl. folgend Abschnitt 3.3.7.3 bzw. CHAUNY/HAURIE/WAGNEUR/LOULOU (1987), S. 27.

⁴⁴⁶ Vgl. folgend Abschnitt 3.4.6 bzw. MADSEN (1988), S. 249 ff.

Vgl. entsprechend Abschnitt 3.3.10 bzw. SILLABER (1986), S. B77 ff.

Es ist im folgenden ein weiteres im Zusammenhang mit Anwendungen des TSP erscheinendes Problem anzusprechen, welches trivial scheinen mag, aber dennoch in der betrieblichen Praxis relevant ist: die *Datenbeschaffung*. Als "Daten" werden hier zunächst die Distanzen zwischen den zu reihenden Objekten aufgefaßt. Darüber hinaus kann es sich aber auch um Informationen bezüglich anliegender Variationen des klassischen TSP handeln, so z.B. zusätzlicher Restriktionen. Der Frage der Beschaffung dieser Daten wird in der Literatur von den meisten Autoren zu wenig Beachtung geschenkt.⁴⁴⁸

Diese sei zunächst für eine Anwendung diskutiert, bei der es zu keiner der oben genannten Schwierigkeiten bei der Modellierung kommt - das "Drilling Problem". Hier liegen die Koordinaten der in z.B. eine Leiterplatte zu bohrenden Löcher zumeist bereits vor. DUECK/SCHEUER/WALLMEIER (1993) geben einen illustrativen Bericht von den dennoch zu vergegenwärtigenden Problemen:

"Ein Beispiel: Wir sollten die Wege von Bohrautomaten optimieren. Das Programm dafür hatten wir ja, denn das 442-Stationen-TSP ist genau von dieser Art. Wir brauchten eben nur die Koordinaten der Löcher und eine Sekunde Rechenzeit. Die Koordinaten sind in einem Programm (NC-Programm für englisch *numerical control*, numerische Steuerung) kodiert und dann noch durch Prüfziffern verschlüsselt. Keiner der Zuständigen kannte das Prüfziffernverfahren; keiner fühlte sich imstande, die Koordinaten ohne Wochen an Arbeit zu extrahieren."

Die Autoren berichten weiterhin von der Notwendigkeit, Programme zu erstellen, die nach der erfolgten Lösung des TSP die Ergebnisse wieder zur NC-Maschine rückübertragen sowie der vorzunehmenden Messung von normaler Geschwindigkeit, Brems- und Beschleunigungszeiten beim Verfahren des Bohrkopfes. Hähnlich schildert auch bereits MAGIROU (1986) seine Schwierigkeiten bei der Übertragung von Daten zwischen einem zur Problemlösung eingesetzten Computer und einer NC-Maschine im Rahmen des "Drilling Problems", die - nach der zunächst manuellen Datenübergabe - erst durch den Bau eines entsprechenden Interfaces bewältigt werden konnten. Hingegen scheinen GRÖTSCHEL/JÜNGER/REINELT (1991) derartige Widrigkeiten im Rahmen ihrer offensichtlich umfangreichen Tätigkeiten bei Siemens nicht erlebt zu haben oder hielten sie nicht für erwähnenswert. Swenngleich aus eher mathematisch-theoretisch orientierter Sicht derartige operative Aspekte der Problemlösung auch vernachlässigbar erscheinen mögen, so muß ihnen ein dem Wirtschaftlichkeitspostulat verpflichteter Praktiker dennoch Beachtung schenken. Die Beschaffung, Pflege und Transformation bzw. Übertragung von Daten, respektive die Erstellung notwendiger Soft- und Hardwarelösungen

Die entsprechenden Ausnahmen werden im folgenden genannt.

Vgl. detailliert Abschnitt 3.3.7.3.

⁴⁵⁰ DUECK/SCHEUER/WALLMEIER (1993), S. 50.

Letztere werden allerdings nur notwendig, wenn die Brems- und Beschleunigungsphasen des Bohrkopfes bzw. des Werkzeuges einer analogen Maschine wesentlichen Einfluß auf die gesamten Verfahrzeiten zu nehmen vermögen, vgl. entsprechend die Abschnitte 3.3.6 und 3.3.7. Auch dies muß allerdings zunächst durch entsprechende Messungen festgestellt werden.

⁴⁵² Vgl. MAGIROU (1986), S. 13 ff.

⁴⁵³ Vgl. GRÖTSCHEL/JÜNGER/REINELT (1991), S. 61 ff.

bzw. der ausgelöste Personaleinsatz, verursachen Kosten, die bei der Beurteilung der Wirtschaftlichkeit einer konkreten Problemlösung in das Kalkül einzubeziehen sind.

Als ein zweites Beispiel mag die Tourenplanung dienen. Hier gab es in der Vergangenheit große Probleme bei der Datenbeschaffung hinsichtlich der zu berücksichtigenden Distanzen zwischen zwei anzufahrenden Orten. Als "Distanz" wäre dabei eigentlich die Länge (oder benötigte Fahrzeit bzw. entsprechend abgeleitete Kostengrößen) der jeweilig kürzesten Straßenführung zwischen den Orten bzw. die Länge einer im Realfall gewählten Straßenverbindung heranzuziehen. Obgleich die Grundidee, reale Straßennetze (ggf. mit zusätzlichen Informationen bezüglich einzelner Straßenverbindungen) in Graphen zu hinterlegen und diese entsprechend zur konkreten Distanzbestimmung zu nutzen, relativ alt ist, 454 standen dem lange die begrenzte Leistungsfähigkeit der Datenverarbeitung sowie die beträchtlichen Erhebungskosten entgegen. Es resultierte aus dieser Widrigkeit heraus die Entwicklung einer größeren - teilweise sehr verfeinerten - Anzahl verschiedener Verfahren zur Abschätzung von Straßenentfernungen zwischen zwei Orten aufgrund ihrer geographischen Koordinaten. 455 Heute hat zum einen die verfügbare EDV-Ausstattung eine erheblich höhere Leistungsfähigkeit, zum anderen wurden in den letzten Jahren die Straßennetze der Industriestaaten weitgehend entsprechend erfaßt. Die heute erwerbbaren Routenplanungsprogramme für Personal Computer verwenden fast ausnahmslos derartige - mehr oder weniger detaillierte - Netzdaten. Gleiches gilt für professionellere Tourenplanungspakete für den gewerblichen Einsatz. 456 Damit sollte das Datenbeschaffungsproblem im Bereich der Tourenplanung eigentlich der Vergangenheit angehören - was allerdings nur gilt, wenn der Nachfrager eine entsprechende Zahlungsbereitschaft offenbart. Der Erwerb von originären Straßennetzdaten für die Bundesrepublik Deutschland beispielsweise erfordert noch immer die Investition einer fünfstelligen Summe zuzüglich der jährlichen Ausgaben für Datenaktualisierungen. 457

Sowohl im Kontext der Tourenplanung als auch in anderen Problemkontexten ist davon auszugehen, daß die Lösung eines identifizierten TSP ökonomisch wenig sinnvoll ist, wenn die erforderlichen Daten nicht effizient - d.h. insbesondere zu niedrigen Kosten - beschafft werden können. So berichten z.B. PLANTE/LOWE/CHANDRASEKARAN (1987) im Zusammenhang mit der Bestimmung einer günstigen Anordnung der Führungsflügel in einer Gasturbine von der Entwicklung eines adäquaten Meßgerätes zur Bestimmung des Abstandes zweier Führungsflügel bei deren benachbarter Anordnung in der Turbine: 458 Während zuvor bei n Führungsflügeln n(n-1) Messungen erforderlich waren, beschränkte das von PLANTE (1982) entwickelte Gerät die Anzahl der notwendigen Ablesungen auf n. 459 Erst unter Einsatz dieses Meßgerätes stellte die Lösung des identifizierten TSP eine praktikable Option für die Realität dar. ABLAY (1987) erörtert, daß vor der Lösung eines

Vgl. z.B. entsprechend BOYE (1965), S. 5 bzw. S. 12 ff.; DINKEL/KLEINDORFER/KOCHEN-BERGER/WONG (1976), S. 272 ff.

Vgl. in diesem Kontext z.B. LOVE/MORRIS (1979), S. 130 ff.; KLEINDORFER/KOCHENBER-GER/REUTZEL (1981), S. 31 ff.; BERENS/KÖRLING (1985), S. 54 ff.; BERENS (1988), S. 39 ff.

Dabei ist die zugrundeliegende Datenbasis - die Straßennetzdaten - aus diesen Programmen nur mit hohem Aufwand extrahierbar; zumeist verbieten die Lizenzbedingungen eine solche Operation zudem explizit.

⁴⁵⁷ Nach telefonischer Anfrage bei verschiedenen Anbietern.

⁴⁵⁸ Vgl. im folgenden Abschnitt 3.3.10 bzw. PLANTE/LOWE/CHANDRASEKARAN (1987), S. 773.

⁴⁵⁹ Vgl. auch PLANTE (1982).

entsprechenden Optimierungsproblems bei der Herstellung von Spezialpapieren zunächst eine Umsetzung der Erkenntnisse bezüglich der Reinigungszeiten beim Farbwechsel in allgemeine Regeln durchgeführt werden mußte. Weitere Probleme bei der Datenbeschaffung mag abschließend ein von DUECK/SCHEUER/WALLMEIER (1993) wiedergegebenes Gespräch andeuten, welches diese Autoren als typisch bezeichnen:

"Wenn wir fragen, wie lange ein Maschinenumbau dauert, gibt es Dialoge wie diesen:

'Das ist verschieden. Manche Leute sind sehr fix.'

'Wieviel Zeit ungefähr?'

'Kann man nicht sagen, so eine halbe Stunde.'

'Ist das sicher?'

'Nun ja, manchmal tricksen wir: Bei etwas Glück macht die Maschine da gerade diese kleinen Teile, da kann man den Hebel da schnell umlegen, sehen Sie, dann braucht man gar nicht abzuschalten.'

'Geht der Trick immer?'

'Nein. Kann auch nicht jeder hier. Ist doch egal.' "461

Wenn nunmehr ein TSP identifiziert wurde und seine Lösung ökonomisch sinnvoll erscheint, so stellt sich im weiteren die Frage nach dem zu wählenden *Verfahren* bzw. der Auswahl eines Algorithmus zu seiner Lösung. Der erste an ein Lösungsverfahren zu stellende Anspruch wäre zunächst, daß es sämtliche aus der Modellierung resultierende Anforderungen (so z.B. zu beachtende Nebenbedingungen) berücksichtigen muß. Dies kann allerdings die Anzahl der einsetzbaren Algorithmen bereits erheblich einschränken, da die meisten klassischen Verfahren zur Lösung des TSP z.B. nur nach mehr oder weniger umfangreichen Modifikationen bzw. Erweiterungen Nebenbedingungen einbeziehen können. Vereinfachend sollen daher im folgenden sämtliche oben beschriebenen möglichen Widrigkeiten weitgehend aus der Betrachtung ausgeschlossen werden. Es wird von einem wohlstrukturierten und -formulierten Problem wie z.B. dem Drilling Problem ausgegangen. So sei z.B. das Erscheinen von Nebenbedingungen ausgeklammert; gleichfalls seien eine geschlossene, deterministische Situation und ein isoliertes bzw. isolierbares TSP unterstellt.

Grundlegend kann nunmehr zwischen exakten Optimierungsverfahren und heuristischen Verfahren zur Lösung des identifizierten TSP gewählt werden. Wesentliche für die Entscheidung zwischen diesen Alternativen heranzuziehende Kriterien sind die gewünschte Lösungsqualität, aus der Betriebsorganisation oder technischen Rahmenbedingungen resultierende vorgegebene Beschränkungen der Laufzeit des Algorithmus sowie weitere Nebenbedingungen der Implementierung im realen Problemumfeld.⁴⁶³ Hinsichtlich der

⁴⁶⁰ Vgl. ABLAY (1987), S. 112.

⁴⁶¹ DUECK/SCHEUER/WALLMEIER (1993), S. 51.

⁴⁶² Vgl. z.B. CHAN (1993), S. 2171; REINELT (1994), S. 31, S. 35.

Im wesentlichen sind die für die Wahl zwischen exakten Optimierungsverfahren und heuristischen Verfahren heranzuziehenden Kriterien identisch mit jenen, die üblicherweise für die Evaluation von Heuristiken herangezogen werden; vgl. zu letzteren z.B. NEWELL (1969), S. 363 ff.; FISCHER/KRUSCHWITZ (1980), S. 173 ff.; KRUSCHWITZ/FISCHER (1981), S. 453 ff.; PFOHL/HEBEL (1982), S. B123 ff.; GOLDEN/STEWART (1985), S. 207 ff.; MELAMED/SER-GEEV/SIGAL (1989c), S. 1459 ff.; BERENS (1992).

verfügbaren Laufzeit für die Lösung eines TSP bilden z.B. die verfügbare Hard- und Software, die übliche Größenordnung der zu lösenden Probleme wie auch die organisatorische Einbettung der Problemlösung wesentliche Determinanten, die die realisier- und tolerierbare Rechenzeit mitbestimmen. Wird die für ein konkretes TSP zu bestimmende Lösung beispielsweise über einen längeren Zeitraum genutzt, so kann es u.U. sinnvoll sein, eine optimale oder näherungsweise optimale Lösung mit sehr hohem Laufzeitaufwand zu generieren. Tritt ein konkretes TSP hingegen nur einmalig auf bzw. sind wiederholt verschiedene oder fortlaufend andere TSP zu lösen, so kann die Einbettung des Problemlösungsvorganges in den Betriebsablauf enge Schranken für die mögliche Laufzeit setzen. So wurde z.B. GRÖTSCHEL/JÜNGER/REINELT (1991) im Rahmen ihrer Implementierung von Heuristiken zur Lösung von TSP aufgrund des Produktionsablaufes im betrachteten Unternehmen eine maximale Rechenzeit von fünf Minuten zugestanden. WÄSCHER (1996) berichtet von einer halbstündigen zur Verfügung stehenden Zeitspanne zur Erzeugung einer Lösung.

In diesem Sinne ist einer der zentralen Nachteile *exakter Optimierungsverfahren* in den hohen erforderlichen Laufzeiten zu sehen, die für praktische Zwecke meist inakzeptabel sein dürften. A66 So können mit den klassischen Verfahren wie z.B. Branch-and-Bound oder der Dynamischen Programmierung nur Probleme mit begrenzter Größe in vertretbarer Rechenzeit gelöst werden. Die Lineare Programmierung impliziert in ihrer traditionellen Form aufgrund der mit der Problemgröße rasch steigenden Anzahl von Nebenbedingungen gleichfalls entsprechende Schwierigkeiten. DANTZIG/FULKER-SON/JOHNSON (1954) schlugen bereits vor, Problemgröße rasch steigenden Anzahl von beschränkende Nebenbedingungen zu berücksichtigen und gaben damit eine der wesentlichen Anregungen für die maßgeblich durch GRÖTSCHEL, PADBERG, RINALDI und

Vgl. Abschnitt 3.3.7.2 bzw. 3.3.7.3 sowie GRÖTSCHEL/JÜNGER/REINELT (1991), S. 62; ähnlich REINELT (1989), S. 2; REINELT (1994), S. 2; REINELT/JÜNGER (1994), S. 2.

Vgl. WÄSCHER (1996), S. 20 ff. Die Zeitangabe entstammt nicht dem zitierten Beitrag, sondern wurde in einem Telefongespräch (Dezember 1996) mit WÄSCHER genannt. - Vgl. zu weiteren Zeitschranken für die TSP-Lösung im Falle von Regalfahrzeugen z.B. BOZER/SCHORN/SHARP (1990), S. 239; JÜNEMANN/WÖLKER (1992), S. 164 ff.; kritisch zu Differenzen zwischen Theorie und Praxis WATERS/BRODIE (1987), S. 565 f.; im Kontext weiterer Anwendungen MAGIROU (1986), S. 19 f.; BENTLEY (1984), S. 76; AMIN/FERNÁNDEZ-VILLACAÑAS/COCHRANE (1994), S. 121.

^{Vgl. mit Überblicken zu den exakten Verfahren zur Lösung des TSP z.B. WEBER (1972), S. 14 ff.; PANNY (1978), S. 10 ff.; LAWLER ET AL. (1985); MELAMED/SERGEEV/SIGAL (1989b), S. 1303 ff.; LAPORTE (1992a), S. 233 ff.; DOMSCHKE (1990), S. 62 ff.}

<sup>Vgl. zum klassischen Branch-and-Bound-Verfahren i.a. z.B. MÜLLER-MERBACH (1970), S. 29 ff.;
HANSMANN (1972), S. 305 ff.; zur Anwendung auf das TSP z.B. LITTLE/MURTY/SWEENEY/
KAREL (1963), S. 972 ff.; BELLMORE/NEMHAUSER (1968), S. 549 f.; ESCHER (1968), S. 17 ff.;
PFLUGER (1968), S. 88 ff.; HELD/KARP (1970), S. 1138 ff.; HELD/ KARP(1971), S. 6 ff.;
MÜLLER-MERBACH (1970), S. 96 ff.; STECKHAN/THOME (1971); MÜLLER-MERBACH (1973),
S. 336 ff.; SCHÖNLEIN (1974); HINRICHSEN (1975); BENITO/GRÖFLIN (1978), S. 104 ff.;
PANNY (1978); MÜLLER (1980), S. 15 ff.; BALAS/TOTH (1985), S. 361 ff.</sup>

Vgl. zur Dynamischen Programmierung i.a. MÜLLER-MERBACH (1970), S. 28 f.; zur Anwendung auf das TSP z.B. HELD/KARP (1962), S. 196 ff.; BELLMORE/NEMHAUSER (1968), S. 546 f.; PFLUGER (1968), S. 88 ff.; MÜLLER-MERBACH (1970), S. 92 ff.; MÜLLER-MERBACH (1973), S. 329 ff.; SPRESSER (1989), S. 830 ff.; SNIEDOVICH (1993), S. 1 f.

Vgl. z.B. BELLMORE/NEMHAUSER (1968), S. 547; MÜLLER-MERBACH (1970), S. 70 f.; BARTELS (1988), S. 436 f.; DOMSCHKE (1990), S. 61.

⁴⁷⁰ Vgl. DANTZIG/FULKERSON/JOHNSON (1954), S. 393 ff.

JÜNGER mitentwickelte polyedrische Kombinatorik.⁴⁷¹ Die in ihrem Zusammenhang gewonnenen Erkenntnisse über die Struktur des TSP-Polytopen und seiner Facetten ermöglichten in Kombination von z.B. Branch-and-Bound-Verfahren, der linearen Programmierung und Schnittebenenverfahren für immer größere Probleme (mit tausenden von Städten) die Bestimmung optimaler Lösungen.

Der Nutzen der dabei entwickelten Algorithmen für die Praxis ist jedoch begrenzt: Obgleich in vielen Praxisfällen kaum verfügbare (bzw. finanzierbare) Computer höchster Leistungsfähigkeit eingesetzt werden,⁴⁷² ergeben sich noch immer sehr lange, zumeist nicht prognostizierbare Laufzeiten. Manche TSP erweisen sich sogar als mit den verfügbaren Methoden nicht lösbar. Eine Möglichkeit zur Wahrung akzeptabler Rechenzeiten bieten "Branch-and-Cut"-Verfahren⁴⁷³, welche nicht am Ende ihrer Berechnungen die optimale Lösung für ein TSP ausweisen, sondern eine Folge ständig kürzerer Rundreisen mit einer aufgrund von unteren Schranken ermittelten Qualitätsgarantie generieren.⁴⁷⁴ Dies erlaubt den jederzeitigen Abbruch der Berechnungen nach einer vorgegebenen maximalen Laufzeit vor Erreichen des Optimums oder bei einer zufriedenstellenden Lösungsqualität. Da die Rundreiselänge bei diesen Verfahren degressiv gegen das Optimum fällt, können zumeist nach bereits kurzer Laufzeit Lösungen guter Qualität präsentiert werden. Trotzdem steht einem praktischen Einsatz dieser wie der oben genannten Verfahren ein weiteres Hindernis entgegen: Ihre Implementierung ist äußerst aufwendig und kann vermutlich nur von einer geringen, mit diesen Techniken vertrauten Anzahl von Spezialisten durchgeführt werden.⁴⁷⁵ Die Verpflichtung derselben sowie der Einsatz von Computern höchster Leistungsfähigkeit impliziert eine erhebliche Kostenbelastung, die gegenüber dem zu erwartenden Nutzen in den meisten Fällen nicht zu rechtfertigen sein dürfte. 476 - Aus diesen und den o.g. Gründen ist der Einsatz von exakten Optimierungsverfahren für praktische Problemstellungen zumeist auszuschließen. Es muß auf Heuristiken zur Lösung von TSP zurückgegriffen werden.

Vgl. zur polyedrischen Kombinatorik bzw. im folgenden z.B. GRÖTSCHEL (1977); GRÖTSCHEL/PADBERG (1977), S. 33 ff.; GRÖTSCHEL (1980), S. 61 ff.; PADBERG/HONG (1980), S. 78 ff.; CROWDER/PADBERG (1980), S. 495 ff.; GRÖTSCHEL/PADBERG (1985), S. 251 ff.; PADBERG/GRÖTSCHEL (1985), S. 307 ff.; GRÖTSCHEL/PULLEYBLANK (1986), S. 537 ff.; HOLLAND (1987); PADBERG/RINALDI (1987), S. 1 ff.; REINELT (1990b); PADBERG/RINALDI (1991), S. 60 ff.; JÜNGER/REINELT (1992), S. 120 ff.

Vgl. dazu auch die trotz EDV-technischer und methodischer Fortschritte noch immer aktuelle Kritik von WATERS/BRODIE (1987), S. 565 f.

Es handelt sich dabei um Schnittebenenalgorithmen, die in Branch-and-Bound-Umgebungen eingebettet werden. Sie verwenden LP-Relaxationen und berücksichtigen problemspezifische Schnittebenen an jedem Knoten des Enumerationsbaumes.

Vgl. zu derartigen Ansätzen z.B. JÜNGER/REINELT/THIENEL (1993); JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 75 ff., S. 97 f.; JÜNGER/REINELT/THIENEL (1994); JÜNGER/THIENEL (1994), S. 183 ff.; REINELT (1994), S. 200 ff.; JÜNGER/STÖRMER (1995).

Vgl. entsprechend z.B. REINELT (1994), S. 1 f. Standardprogrammpakete, die die beschriebenen Methoden und Techniken der polyedrischen Kombinatorik bzw. sie nutzende Optimierungsverfahren integrieren, scheinen derzeit noch nicht verfügbar zu sein.

Im Kontext realer Problemstellungen sind *optimale* Lösung der identifizierten TSP nur von geringem Interesse; es gilt vielmehr, ein spezifisch zu definierendes Kosten-Nutzen-Verhältnis bei der TSP-Lösung zu optimieren. Vgl. mit entsprechenden Aussagen z.B. BOYE (1965), S. 23; WEBB (1971), S. 51; CHAN (1993), S. 2171.

Innerhalb der letzten vierzig Jahre wurden tausende von entsprechenden *heuristischen Verfahren* in unterschiedlichster Qualität und mit den verschiedensten Spezifika entwickelt.⁴⁷⁷ Dieselben können und sollen an dieser Stelle nicht hinsichtlich ihrer Eignung für einen praktischen Einsatz evaluiert werden.⁴⁷⁸ Zweifelsohne kann unter ihnen jedoch - wenngleich auch nur mit einem erheblichen Arbeitseinsatz - das für die Lösung eines konkreten TSP in einem realen Kontext hinsichtlich der allgemeinen Kriterien Laufzeit, Lösungsqualität und Implementierungsaufwand sowie fallbedingter Anforderungen vorteilhafteste identifiziert werden. Es ist jedoch zu fragen, ob ein derartiger Arbeitsaufwand für eine praktische Anwendung angesichts der daraus zwangsläufig resultierenden Kosten lohnend ist.

Vorzuziehen wäre der Rückgriff auf Standardprogramme zur Lösung von TSP, deren - hoffentlich fachkundige - Autoren nach Möglichkeit bereits unter den verschiedenen Heuristiken eine sinnvolle Auswahl getroffen und eine effiziente Implementierung vorgenommen haben. Die Anzahl derartiger Programmpakete ist bislang eher gering; zudem scheinen sie z.T. eher für den Einsatz im wissenschaftlichen Umfeld - in Lehre und Forschung - als für den praktischen Einsatz konzipiert. Eine Ausnahme bildet das auf einer SUN-Workstation lauffähige Paket "TSPX" von REINELT (1991b), welches auch den größten Leistungsumfang unter den hier betrachteten Programmen aufweist. Es integriert eine Vielzahl von heuristischen Eröffnungs- und Verbesserungsverfahren in zahlreichen Variationen und unter Nutzung diverser spatialer Hilfsstrukturen ("Subgraphen" des weiteren Methoden zur Bestimmung unterer Schranken ("Lower

Vgl. im folgenden bzw. mit Überblicken zu heuristischen Verfahren z.B. LAWLER ET AL. (1985); REINELT (1989); MELAMED/SERGEEV/SIGAL (1989c), S. 1459 ff.; LAPORTE (1992a), S. 241 ff.; BENTLEY (1992), S. 387 ff.; RETZKO/SCHUMANN (1994); JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994); REINELT (1994); JOHNSON/MCGEOCH (1995); desgleichen zum Begriff der Heuristik sowie heuristischen Verfahren zur Lösung des TSP auch Abschnitt 2.3.4.

Vgl. zur Evaluation heuristischer Verfahren z.B. NEWELL (1969), S. 363 ff.; FISCHER/KRUSCHWITZ (1980), S. 173 ff.; KRUSCHWITZ/FISCHER (1981), S. 453 ff.; PFOHL/HEBEL (1982), S. B123 ff.; GOLDEN/STEWART (1985), S. 207 ff.; MELAMED/SERGEEV/SIGAL (1989c), S. 1459 ff.; BERENS (1992).

Vgl. zu verfügbaren Programmpaketen zur heuristischen Lösung des TSP z.B. BOYD/PULLEY-BLANK/CORNUÉJOLS (1987), S. 141 ff. (Programm "TRAVEL" für den IBM-PC unter DOS; eine Anzahl von Konstruktions- und Verbesserungsverfahren mit möglicher Qualitätsabsicherung der Ergebnisse durch die Berechnung unterer Schranken. Lösbar sind Probleme mit bis zu 300 Städten. Dieses Programm wurde z.B. von CHAN/MERCIER (1989) im Anwendungskontext der Bestückung von Leiterplatinen (vgl. entsprechend Abschnitt 3.3.7.4) zur Lösung resultierender TSP eingesetzt.); CVETKOVIC/CANGALOVIC/DIMITRIJEVIC ET AL. (1990), S. 41 ff. (Programm "TSP Solver" auf VAX unter VMS; Branch-and-Bound-Algorithmen sowie Dynamische Programmierung und diverse heuristische Verfahren zur (Optimal-) Lösung des klassischen TSP und einiger Variationen (vgl. Abschnitt 3.3.2); Verfahren zur Berechnung unterer Schranken; keine Angabe zur Größe lösbarer Probleme); NURMI (1991), S. 741 ff. (Programm "TSP-Tools" für den IBM-PC; Branch-and-Bound-Verfahren sowie diverse Heuristiken und Algorithmen zur Bestimmung unterer Schranken; der Autor löst in seinem Beitrag verschiedene Probleme bis zu einer Größe von 177 Städten); REINELT (1991b) (Programm "TSPX" für eine SUN Workstation).

⁴⁸⁰ Vgl. REINELT (1991b); REINELT (1991c).

⁴⁸¹ Vgl. REINELT (1991b), S. 33 ff.

So werden z.B. auch die in den Abschnitten 4 und 5 dieser Arbeit eingehender betrachteten Voronoi-/Delaunay-Strukturen als Hilfe bei der Lösung von TSP herangezogen.

Bounds^{"483}) zwecks Absicherung der Lösungsqualität sowie Dekompositions- und Partitionierungsverfahren⁴⁸⁴ zur schnelleren Lösung sehr großer TSP. Nach Aussage des Autors lassen sich Lösungen hoher Qualität (um 1% bis 2% über der optimalen Rundreiselänge) innerhalb vertretbarer und Lösungen mittlerer Qualität (um 10% bis 20% über der optimalen Rundreiselänge) in sehr kurzer Rechenzeit bestimmen.⁴⁸⁵

Hinsichtlich des Einsatzes derartiger Programmpakete stellt sich bei der praktischen Anwendung die Frage einer effizienten Integration in den Betriebsablauf bzw. die Maschinensteuerung. Wünschenswert wäre dabei eine Schnittstelle, die ohne Eingriffe eines menschlichen Operators zwecks Datenübertragung oder Parametrisierung der heuristischen Verfahren auskommt. In diesem Sinne wären in einem realen Problemkontext die Möglichkeit einer entsprechenden Einbindbarkeit bzw. die Kosten einer fehlenden Einbindbarkeit zu überprüfen.

Das zweite zentrale Problem beim Einsatz heuristischer Verfahren ist - neben der Realisierung einer vertretbaren Laufzeit - die Ungewißheit über die erreichte Lösungsqualität einer generierten Rundreise für ein konkretes TSP unabhängig von vorliegenden Erkenntnissen um die schlechtestmögliche oder Erfahrungen mit der durchschnittlichen Leistungsfähigkeit einer Heuristik. Eine Aussage von JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994) kennzeichnet die resultierende Forderung: "We believe that practical problem solving does not consist only of producing 'probably good' but *provably good* solutions." daß Heuristiken stets in Verbindung mit Techniken zur Bestimmung unterer Schranken ("Lower Bounds" eingesetzt werden sollten, die eine Aussage über die garantierte Mindestlösungsqualität erlauben. Die meisten der oben angesprochenen Programmpakete binden folgerichtig bereits Verfahren zur Berechnung von unteren Schranken ein. REINELT (1994) fordert entsprechend für ein Programm-

^{Vgl. zu diversen Verfahren zur Bestimmung von Lower Bounds z.B. BEARDWOOD/HALTON/ HAMMERSLEY (1959), S. 299 ff.; ISAAC/TURBAN (1969), S. 543 ff.; HELD/KARP (1970), S. 1138 ff.; HELD/KARP (1971), S. 6 ff.; CHRISTOFIDES (1972), S. 1044 ff.; MAFFIOLI (1975), S. 72 ff.; JONKER/KAAS/VOLGENANT (1980), S. 1219 ff.; JERONIM/KÖRNER (1982b), S. 359 ff.; JERONIM/KÖRNER (1985), S. 114 ff.; REINELT (1989), S. 20 ff.; MELAMED/SERGEEV/ SIGAL (1989b), S. 1312 ff.; LECLERC/RENDL (1989), S. 96 ff.; LAPORTE (1992a), S. 234 ff.; REINELT (1994), S. 161 ff.}

^{Vgl. zu diversen Verfahren der Dekomposition und Partitionierung z.B. HELD/KARP (1962), S. 196 ff.; KARG/THOMPSON (1964), S. 225 ff.; ROTHKOPF (1966), S. 532 f.; BELLMORE/NEMHAUSER (1968), S. 552 ff.; KROLAK/FELTS/MARBLE (1971), S. 327 ff.; KARP (1976), S. 4 ff.; KARP (1977), S. 209 ff.; KARP/STEELE (1985), S. 181 ff.; KRÄMER (1987); MELA-MED/SERGEEV/SIGAL (1989c), S. 1475 ff.; CLARKSON (1991); BENTLEY (1992), S. 398 f.; SUN/MEAKIN/JØSSANG (1993), S. 232 ff.; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 85 ff.; REINELT (1994), S. 145 ff.}

⁴⁸⁵ Vgl. REINELT (1991b), S. 1.

JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 100.

^{Vgl. zu diversen Verfahren zur Bestimmung von Lower Bounds z.B. BEARDWOOD/HALTON/ HAMMERSLEY (1959), S. 299 ff.; ISAAC/TURBAN (1969), S. 543 ff.; HELD/KARP (1970), S. 1138 ff.; HELD/KARP (1971), S. 6 ff.; CHRISTOFIDES (1972), S. 1044 ff.; MAFFIOLI (1975), S. 72 ff.; JONKER/KAAS/VOLGENANT (1980), S. 1219 ff.; JERONIM/KÖRNER (1982b), S. 359 ff.; JERONIM/KÖRNER (1985), S. 114 ff.; REINELT (1989), S. 20 ff.; MELAMED/SERGEEV/ SIGAL (1989b), S. 1312 ff.; LECLERC/RENDL (1989), S. 96 ff.; LAPORTE (1992a), S. 234 ff.; REINELT (1994), S. 161 ff.}

Vgl. entsprechend auch z.B. REINELT (1989), S. 20; GRÖTSCHEL/PADBERG (1993), S. 10, S.
 14; JÜNGER/REINELT/THIENEL (1993), S. 1; REINELT (1994), S. 161, S. 200.

paket zur Lösung von TSP unter Berücksichtigung der zweiten relevanten Determinante seiner Effizienz und Effektivität, der Laufzeit: "Find the best possible traveling salesman tour within the available CPU time and within the limits given by the hardware and supply it with a quality guarantee" Diese Forderung wird von REINELT (1994) im folgenden dahingehend erweitert, daß bei hinreichend verfügbarer Rechenzeit eine optimale Lösung des vorliegenden TSP angestrebt werden sollte. - Anzumerken ist allerdings, daß eine Qualitätsgarantie im Sinne der Berechnung von unteren Schranken ebenfalls Rechenzeit erfordert und damit - bei Unterstellung einer insgesamt beschränkten Laufzeit - die für eine eingesetzte Heuristik verfügbare Rechenzeit verkürzt.

Über sämtliche bislang getroffenen Feststellungen bezüglich der Lösung von "unkomplizierten" TSP hinaus ist abschließend zu konstatieren, daß die zahlreichen oben beschriebenen Schwierigkeiten realer Problemfälle entsprechende Modifikationen optimierender wie heuristischer Verfahren erfordern, die z.B. von den angesprochenen Programmpaketen nicht abgedeckt werden - und auch nicht abgedeckt werden können, da sie weitgehend vom situativen Kontext abhängig sind. In einem konkreten Fall wäre jeweils zu prüfen, ob und für welche Heuristik diese Modifikationen überhaupt möglich und mit vertretbarem Aufwand realisierbar sind.⁴⁹⁰

Letztlich gilt es bei der Umsetzung im Sinne einer dauerhaften Implementierung eines nicht nur einmalig angewandten Verfahrens zur Lösung eines TSP in einem realen Kontext zahlreiche Faktoren im betrieblichen bzw. organisatorischen Umfeld zu berücksichtigen. Obgleich darauf an dieser Stelle nicht weiter eingegangen werden soll, seien doch beispielhaft einige der von BARTHOLDI im Zusammenhang mit der Implementierung eines Routing-Systems für das "Meals on Wheels"-Programm in Atlanta dokumentierten Erfahrungen genannt.⁴⁹¹ Das Verfahren verkürzte durch den Einsatz einer TSP-Heuristik die Fahrtrouten der mit der Auslieferung von Mahlzeiten an Senioren im Stadtbereich Atlantas/Georgias betrauten Mitarbeiter. Hinsichtlich des organisatorischen Umfeldes ist insbesondere die Tatsache zu erwähnen, daß im Implementierungsjahr (1982) kein Computer zur Verfügung stand. Entsprechend wurde ein Verfahren entworfen, das mit vertretbarem Aufwand "von Hand" ausführbar war: Die "Space Filling Curve"-Heuristik. Im weiteren ergaben sich zunächst Widerstände bei den Mitarbeitern, die mit den bislang von ihnen regelmäßig versorgten Personen vertraut waren. Man befürchtete zudem auch die meist älteren Betreuten durch den (ggf. häufigeren) Wechsel der Kontaktperson - wie er durch die Fahrtroutenplanung zu erwarten wäre - zu verwirren. Erst unter dem Druck drastischer Budgetkürzungen und entsprechend notwendiger Einsparungen wurde das Routing-System eingeführt. Nachdem das Verfahren einige Zeit in Gebrauch war, ergaben sich Bedienungsfehler durch die auch mit der Routenplanung betraute Managerin des

⁴⁸⁹ REINELT (1994), S. 204.

⁴⁹⁰ Grundsätzlich sind entsprechende Modifikationen - z.B. in Form von Nebenbedingungen - leichter in optimierende Verfahren als in Heuristiken zu integrieren.

Vgl. folgend BARTHOLDI/PLATZMAN/COLLINS/WARDEN (o.J.); BARTHOLDI/PLATZMAN/COLLINS/WARDEN (1983), S. 1 ff.; BARTHOLDI/PLATZMAN (1984); BARTHOLDI (1996), insbesondere S. 14 f.; zur "Space Filling Curve"-Heuristik darüber hinaus BARTHOLDI/PLATZMAN (1982), S. 121 ff.; GAO/STEELE (1994a), S. 314 ff.; GAO/STEELE (1994b), S. 230 ff.; parametrisiert durch genetische Algorithmen bei TATE/TUNASAR/SMITH (1994), S. 135 ff.; in Anwendung auf reale Probleme z.B. bei CHAUNY/HAURIE/WAGNEUR/LOULOU (1987), S. 26 ff.; ROYCHOUDHURY/MUTH (1995), S. 347 ff.

Services, die z.B. ihr ungünstig erscheinende Fahrstrecken von Hand nachbesserte. - Es wird hier deutlich, daß die Lösung eines vordergründig technischen Problems - hier der Fahrtroutenbestimmung - immer auch Verhaltensimplikationen aufwerfen kann, die zu berücksichtigen sind und daß des weiteren das das System bedienende Personal einer sorgfältigen Einweisung und Schulung bedarf. Entsprechend lassen sich weitere Interdependenzen denken, die im Extrem sogar so weit gehen können, daß komplexe organisatorische Umstrukturierungen bzw. technische Umstellungen notwendig sind, um mit einer Implementierung der Lösung eines identifizierten TSP die gewünschten Effizienzzuwächse erreichen zu können.⁴⁹²

Nachdem in diesem Abschnitt nunmehr durch die Darstellung und Diskussion zahlreicher Aspekte der Anwendung des TSP - viele davon in betriebswirtschaftlich relevanten Bereichen - eine Beziehung zwischen dem eher abstrakt-mathematischen Problem und der Realität hergestellt wurde, sind die weiteren Ausführungen in den folgenden Abschnitten 4 und 5 dem zweiten Schwerpunkt dieser Arbeit gewidmet: der Entwicklung von Heuristiken zur Lösung des TSP, die geringe Laufzeiten aufweisen und damit eine - auch in vielen Praxisfällen notwendige - schnelle Bereitstellung einer Rundreise hinreichender Qualität erlauben. Dabei erweist es sich aufgrund der erheblichen Breite des Spektrums möglicher Ansätze als notwendig, die Betrachtung auf eine spezielle Ausprägung des TSP zu fokussieren. Als solche wird das euklidische, zweidimensionale TSP gewählt: Zum ersten fand dasselbe in den letzten dreißig Jahren die bevorzugte Aufmerksamkeit einer Vielzahl von Autoren; als Folge dessen existiert eine breite Wissensbasis bezüglich seiner Eigenschaften sowie insbesondere auch verschiedenster Heuristiken zu seiner Lösung. Viele dieser Heuristiken konnten später wiederum auf andere - auch bzw. häufiger in der Praxis auftretende - TSP-Ausprägungen übertragen bzw. angewandt werden. Zum zweiten läßt sich aus den Positionen der Städte des TSP im zweidimensionalen Raum mit vertretbarem Aufwand eine spezielle spatiale Strukturierung, die sogenannte Voronoi-/Delaunay-Struktur ableiten, deren Nutzung zur heuristischen Lösung des TSP seit etwa zehn Jahren diskutiert wird. 493 Ihre Verwendung zur Beschleunigung von Heuristiken stellt den gedanklichen Kern der weiteren Ausführungen dar.

In diesem Sinne werden im Abschnitt 4 zunächst die Natur der als Hilfsmittel herangezogenen Voronoi-/Delaunay-Strukturen und ihre Eigenschaften sowie Methoden ihrer Berechnung erläutert. Des weiteren wird ihre Beziehung zum TSP eingehender untersucht. Nach der Bereitstellung dieses notwendigen theoretischen Fundaments zeigt Abschnitt 5 einige von vielen denkbaren Möglichkeiten der heuristischen Nutzung der Voronoi-/Delaunay-Strukturen zwecks Verkürzung der Rechenzeiten von Heuristiken auf. Dabei werden Variationen bekannter wie auch neue Heuristiken entwickelt und eingehend hinsichtlich ihrer Leistungsfähigkeit evaluiert.

⁴⁹² Vgl. z.B. ABLAY (1987), S. 112; CARL/VOSS (1990), S. 227 ff. bzw. Abschnitt 3.3.4.

⁴⁹³ Vgl. detaillierter und unter Angabe von Quellen Abschnitt 5.2.

4. Voronoi-/Delaunay-Strukturen und das Traveling-Salesman-Problem

4.1. Überblick

Verfolgt man die Veröffentlichungen im Bereich der "Computational Geometry", so ist festzustellen, daß ein spezielles Konzept der spatialen (räumlichen) Strukturierung in den letzten drei Dekaden zunehmend an Bedeutung gewonnen und stetig wachsende Aufmerksamkeit gefunden hat: Voronoi-/Delaunay-Strukturen.¹ Die ihnen zugrundeliegende Idee der Aufteilung eines betrachteten Raumes durch in ihm plazierte Objekte (z.B. die Städte eines TSP) hat sich zum ersten bei der Beschreibung zahlreicher Phänomene der Realität in den verschiedensten Wissenschaftsdisziplinen als äußerst nützlich erwiesen. Zum zweiten gelang es, zwischen einer Vielzahl von bekannten geometrischen wie auch kombinatorischen und stochastischen Gebilden, Modellen und Prozessen sowie Voronoi-/Delaunay-Strukturen fruchtbare Verbindungen aufzuzeigen. Schließlich überraschen zum dritten auch Voronoi- und Delaunay-Strukturen selbst durch eine Anzahl spezifischer geometrischer, kombinatorischer und stochastischer Eigenschaften, die oftmals direkt in entsprechenden Anwendungen nutzbar gemacht werden können. - Folglich ist ihnen eine hohe deskriptive, explikative und normative Kraft zuzusprechen; von etlichen Autoren werden sie als eine der grundlegendsten Strukturierungen eines Raumes durch in ihm plazierte Objekte angesehen.² Die zunehmende Verfügbarkeit von DV-Ressourcen hat zudem ihre Berechnung in den letzten Jahren erheblich vereinfacht.³ Das gestiegene Interesse dokumentierte sich auch im ersten (und bislang einzigen) umfangreichen Werk über Voronoi-/Delaunay-Strukturen von OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), welches den zum Zeitpunkt seines Erscheinens aktuellen Forschungsstand zusammenfaßte.⁴

Es ist zum einen das Anliegen dieses Abschnitts, Voronoi- und Delaunay-Strukturen in jener ihrer Erscheinungsformen, die den im weiteren untersuchten zweidimensionalen, euklidischen TSP entsprechen, detaillierter zu charakterisieren. Zum anderen sollen die zwischen dem euklidischen, zweidimensionalen TSP und den entsprechenden Voronoi-/ Delaunay-Strukturen identifizierbaren - und gegebenenfalls heuristisch nutzbaren - Beziehungen untersucht werden.

Vgl. dazu und im folgenden z.B. BROSTOW/DUSSAULT/FOX (1978), S. 81 f.; BRASSEL/REIF (1979), S. 289 ff.; FINNEY (1979), S. 137; BOWYER (1981), S. 163; BOOTS/MURDOCH (1983), S. 351 ff.; TANEMURA/OGAWA/OGITA (1983), S. 191; EDELSBRUNNER (1987); AURENHAMMER (1988), S. 2 ff., S. 15, S. 26 ff.; AURENHAMMER (1991), S. 345 ff.; BOOTS (1986); DOBKIN (1992), S. 1400 ff.; OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 1 ff.; TSAI (1993), S. 1463 ff.; REINELT (1994), S. 42; MØLLER (1994), S. 9 ff.

So z.B. AURENHAMMER (1988), S. 2: "... has led several authors to believe that the Voronoi diagram is one of the most fundamental constructs defined by a discrete set of points."; so GREEN/ SIBSON (1978), S. 169: "... that it is no exaggeration to claim that the Dirichlet tessellation is one of the most fundamental and useful constructs determined by an irregular lattice."; vgl. auch BRASSEL/REIF (1979), S. 290; SIBSON (1980), S. 20; BOOTS (1986), S. 1; AURENHAMMER (1991), S. 345 f.; DOBKIN (1992), S. 1400, S. 1402; TSAI (1993), S. 1463.

Hinsichtlich der Mühen, welche die Bestimmung von Voronoi-/Delaunay-Strukturen von Hand bereitet, vgl. z.B. KOPEC (1963), S. 24 ff.; vgl. zur obigen Aussage auch BROSTOW/DUSSAULT/FOX (1978), S. 84; AURENHAMMER (1988), S. 22; AURENHAMMER (1991), S. 360 f.; OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 9.

⁴ Vgl. OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992).

Der Abschnitt 4.2 widmet sich zunächst den Voronoi-/Delaunay-Strukturen. Nach einer grundlegenden Beschreibung ihrer Konzeption im Teilabschnitt 4.2.1 wird im Teilabschnitt 4.2.2 auf ausgewählte Eigenschaften zweidimensionaler, euklidischer Voronoi-/Delaunay-Strukturen näher eingegangen. Einige knappe Anmerkungen zur Herkunft und ein Überblick über Anwendungen von Voronoi-/Delaunay-Strukturen im allgemeinen sind anschließend Gegenstand des Teilabschnittes 4.2.3. Im Teilabschnitt 4.2.4 werden folgend Verfahren zur Berechnung zweidimensionaler, euklidischer Voronoi-/Delaunay-Strukturen erläutert. Dabei gilt die Aufmerksamkeit auch den spezifischen numerischen bzw. rechentechnischen Problemen ihrer Bestimmung. Des weiteren wird die Konstruktion der Voronoi-/Delaunay-Strukturen im Rahmen dieser Arbeit bzw. für die hier herangezogenen TSP erläutert.

Im sich anschließenden Abschnitt 4.3 wenden sich die Ausführungen den Beziehungen zwischen zweidimensionalen, euklidischen TSP und den ihnen entsprechenden Voronoi-/Delaunay-Strukturen zu. Die entsprechenden Untersuchungen werden dabei vorrangig auf empirischer Basis durchgeführt. Im Teilabschnitt 4.3.1 erfolgt zunächst eine Prüfung, inwieweit Identitäten zwischen den Kanten von Delaunay-Strukturen und optimalen Rundreisen für TSP gegeben sind. Teilabschnitt 4.3.2 widmet sich anschließend der Frage, ob und in welcher Anzahl und Lösungsqualität Rundreisen aus Kanten von Delaunay-Strukturen gebildet werden können. Mit dem Teilabschnitt 4.3.3 wird nachgehalten, wie all jene Autoren, die Voronoi-/Delaunay-Strukturen heuristisch zur Lösung des TSP nutzen, ihr Vorgehen begründen bzw. welche Beziehungen zwischen TSP und Voronoi-/Delaunay-Strukturen sie als motivierend anführen. Im Teilabschnitt 4.3.4 wird abschließend exemplarisch eine bislang unbekannte, heuristisch verwertbare Beziehung zwischen optimalen Rundreisen von TSP und der Voronoi-Struktur aufgezeigt und eingehender untersucht.

4.2. Voronoi-/Delaunay-Strukturen

4.2.1. Grundlegende Charakterisierung

Im Jahre 1911 stellte sich der Klimatologe A.H. THIESSEN die Frage, wie die Niederschlagsmengen für ein größeres Gebiet sinnvoll dargestellt werden könnten.⁵ Die einfache Bildung eines Durchschnittswertes über die Messungen im Gebiet vorhandener Wetterstationen schien ihm unpassend, da diese unregelmäßig verteilt waren: Die Daten einer einsam gelegenen Station - die ein größeres Teilgebiet repräsentierte - wären gleichgewichtig mit den Werten dicht beieinanderliegender Stationen - die kleinere Teile des Gesamtgebietes vertraten - in den Durchschnitt eingegangen. Er entschloß sich daher, die Messungen mit der von den einzelnen Stationen beherrschten Teilfläche für die Mittelwertbildung zu gewichten. Die Grenzen der einer Station zugehörigen Teilfläche bestimmte er, indem er zwischen ihr und den umliegenden Nachbarn jeweils auf der Mitte der verbindenden Linie eine lotrechte Trenngerade konstruierte. Eine Anzahl dieser Trenngeraden schloß schließlich ein polygonales Gebiet rund um die betrachtete Station - die ihr zugeordnete Region - ab.

⁵ Vgl. im folgenden THIESSEN/ALTER (1911), S. 1082 ff.

Damit hatte THIESSEN - wie viele vor und nach ihm - unabhängig eine Strukturierung des Raumes wiederentdeckt, welche sich nach allgemeiner Kenntnis auf die Arbeiten der Mathematiker VORONOI und DIRICHLET zurückführen läßt bzw. von diesen erstmals explizit (für einen Sonderfall) beschrieben wurde.⁶ Ihre Bezeichnung als "Voronoi-Diagramm" hat sich - neben konkurrierenden Benennungen - weitgehend durchgesetzt.⁷

Beschränkt man die Betrachtung - analog zur Art der in dieser Arbeit untersuchten TSP auf einen zweidimensionalen Raum mit euklidischer Metrik, so läßt sich das Voronoi-Diagramm wie folgend charakterisieren: Auf einer Ebene existieren zwei Klassen von Punkten; zum einen ausgezeichnete Raumpunkte (im Falle des TSP die Städte) und zum anderen nicht ausgezeichnete Raumpunkte (die unbesetzte Fläche zwischen den Städten). Einem ausgezeichneten Raumpunkt werden alle nicht ausgezeichneten Raumpunkte zugeordnet, die ihm näher liegen als jedem anderen ausgezeichneten Raumpunkt. Jene nicht ausgezeichneten Raumpunkte, die einem bestimmten ausgezeichneten Raumpunkt zugewiesen sind, bilden die Fläche des Voronoi-Polyeders des betrachteten ausgezeichneten Raumpunktes. Alle nicht ausgezeichneten Raumpunkte, welche sich aufgrund gleicher Distanz zwischen zwei oder einer höheren Anzahl von ausgezeichneten Raumpunkten nicht eindeutig zuweisen lassen, bilden die linearen Begrenzungen der Voronoi-Polyeder, welche als Voronoi-Kanten bezeichnet werden. Jene (nicht ausgezeichneten) Raumpunkte, an denen drei oder mehr Voronoi-Kanten zusammentreffen, stellen einen Voronoi-Knoten dar. Der Grad des Voronoi-Knotens bezeichnet dabei die Anzahl der in ihn eingehenden Kanten.⁸ Formal läßt sich dieser Sachverhalt wie folgend fassen:⁹ Jeder Raumpunkt sei durch seine Koordinaten eindeutig bestimmt. Es sei $P = \{p_1, p_2, p_3, ..., p_n\}$ als die (endliche) Menge der n ausgezeichneten Raumpunkte definiert, wobei $p_i \neq p_j$ für alle $i \neq j$ gelte. X sei die (unendliche) Menge aller nicht ausgezeichneten Raumpunkte. Der Voronoi-Polyeder V_k des ausgezeichneten Raumpunktes p_k ist dann, mit d_{n_k,n_k} als euklidische Distanz zwischen zwei Raumpunkten p_i und p_j , definiert als

$$V_k = \left\{ x \in X \mid d_{x,p_k} \le d_{x,p_j} \ \forall j \in \{1,2,...,n\}, \ j \ne k \right\}.$$

Eine andere mögliche Beschreibung des Voronoi-Diagramms ergibt sich aus der Bildung von n-1 Halbebenen für jeden ausgezeichneten Raumpunkt. ¹⁰ Ähnlich dem Vorgehen

Vgl. DIRICHLET (1850), S. 209 ff.; VORONOI (1908), S. 198 ff.; vgl. zur Herkunft des Voronoi-Diagramms auch AURENHAMMER (1991), S. 353 f.; OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 6 ff. sowie hier Abschnitt 4.2.3.

Zu allgemeinen Darstellungen des Voronoi-Diagramms vgl. im folgenden z.B. BOOTS (1986); EDELSBRUNNER (1987), S. 293 ff.; AURENHAMMER (1988); AURENHAMMER (1991), S. 345 ff.; SEDGEWICK (1992), S. 465 ff.; OTTMANN/WIDMAYER (1993), S. 550 ff. sowie insbesondere das umfassende Werk von OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992); zur Einordnung im Rahmen der "Computational Geometry" vgl. z.B. EDELSBRUNNER (1987), S. 293 ff.; DOBKIN (1992), S. 1400 ff.; STOYAN/LIPPMANN (1993), S. 235 ff.; bzgl. der Eigenschaften des Voronoi-Diagramms vgl. Abschnitt 4.2.2; bzgl. seiner Anwendungen vgl. Abschnitt 4.2.3.

⁸ Vgl. z.B. GREEN/SIBSON (1978), S. 171; AURENHAMMER (1991), S. 347.

⁹ Vgl. ähnliche Darstellungen z.B. bei GREEN/SIBSON (1978), S. 168 f.; BROSTOW/DUS-SAULT/FOX (1978), S. 82; TANEMURA/OGAWA/OGITA (1983), S. 192; BOOTS (1986), S. 1 f.; AURENHAMMER (1988), S. 10, S. 39 f.; AURENHAMMER (1991), S. 346; JÜNGER/REI-NELT/ZEPF (1991), S. 43; OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 67 f.; REINELT (1994), S. 42.

Vgl. zum folgenden z.B. SIBSON (1978), S. 243; GREEN/SIBSON (1978), S. 168; BROSTOW/DUSSAULT/FOX (1978), S. 82; FINNEY (1979), S. 137 f.; LEE/DRYSDALE (1981), S. 74 f.;

THIESSENs wird dabei über die Betrachtung jeder Kombination eines ausgezeichneten Raumpunktes p_k mit einem anderen ausgezeichneten Raumpunkt p_j ($j=1,2,...n; j\neq k$) mittels einer Teilung des Raumes auf der Verbindungslinie der beiden Punkte durch eine Mittelsenkrechte eine Anzahl von n-1 dem betrachteten Punkt zugewandten Halbebenen gebildet. Die Schnittfläche all dieser Halbebenen stellt dann den Voronoi-Polyeder des betrachteten ausgezeichneten Punktes p_k dar.

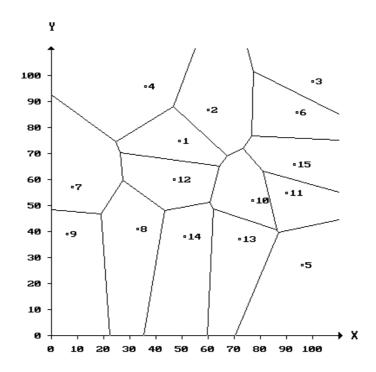


Abb. 17: Voronoi-Struktur für das TSP 15_001 aus Gruppe I.

Der Visualisierung der obigen Ausführungen dient Abb. 17, die das Voronoi-Diagramm für das TSP 15_001 aus der Gruppe I darstellt.¹¹ Es wird deutlich, daß die eineindeutig bildbare Voronoi-Struktur den Raum gänzlich durch benachbarte - nicht überlappende - Polyeder ausfüllt bzw. aufteilt.¹² Am Rande der Struktur gelegene Polyeder sind offen und weisen eine unendlich große Fläche auf.¹³ Die die streng konvexen Polyeder begren-

AURENHAMMER (1988), S. 39 f.; AURENHAMMER (1991), S. 346 f.; OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 69 ff.; OTTMANN/WIDMAYER (1993), S. 550 f.; REINELT (1994), S. 42 f.

Vgl. zu den hier herangezogenen TSP wie ihrer Gruppierung Abschnitt 2.4.

Vgl. zum folgenden z.B. GREEN/SIBSON (1978), S. 168; BROSTOW/DUSSAULT/FOX (1978),
 S. 82; BRASSEL/REIF (1979), S. 291 ff.; LEE (1980), S. 606 ff.; LEE/SCHACHTER (1980), S.
 220; LEE/DRYSDALE (1981), S. 77 f.; BOWYER (1981), S. 162; BOOTS (1986), S. 3, 12;
 AURENHAMMER (1988), S. 40; AURENHAMMER (1991), S. 347; OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 66 ff., S. 77 f.

Exakter ausgedrückt weisen jene Polyeder, die durch auf dem Rand der konvexen Hülle der Städteschar liegende Städte definiert sind, eine unendliche Fläche auf. In Abb. 17 sind dies z.B. die Voronoi-Polyeder der Städte 3, 4 und 5; nicht jedoch beispielsweise jene der Städte 8, 13, 14 oder 15. Dieser Sachverhalt wird im folgenden Abschnitt 4.2.2 noch detaillierter erläutert.

zenden Voronoi-Kanten sind bei Verwendung einer euklidischen Metrik linear.¹⁴ Eine weitere Darstellung ausgewählter Eigenschaften der Voronoi-Struktur bleibt Abschnitt 4.2.2 vorbehalten.

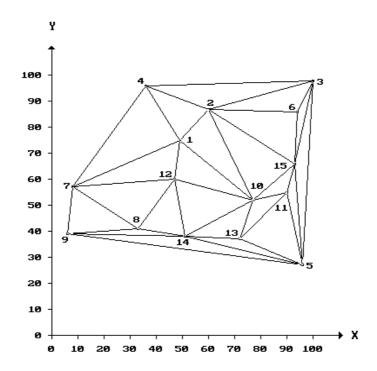


Abb. 18: Delaunay-Struktur für das TSP 15_001 aus Gruppe II.

Aus dem Voronoi-Diagramm lassen sich nun Nachbarschaftsverhältnisse für die ausgezeichneten Raumpunkte ableiten. Es bietet sich an, all jene ausgezeichneten Raumpunkte als Nachbarn eines betrachteten ausgezeichneten Raumpunktes anzusehen, die mit demselben eine Seite ihres Voronoi-Polyeders gemeinsam haben.¹⁵ Verbindet man alle derart definierten Nachbarn jeweils durch eine Linie, so gelangt man zu einer zum Voronoi-Diagramm graphentheoretisch dualen Struktur bzw. Triangulation¹⁶.

Neben einer Anzahl konkurrierender Benennungen hat sich die zu Ehren des russischen Zahlentheoretikers DELAUNAY¹⁷, der diese Dualität als erster eingehender untersuchte, ¹⁸

Ein Beweis für die Konvexität findet sich z.B. bei BRASSEL/REIF (1979), S. 301 f.; vgl. auch GREEN/SIBSON (1978), S. 168; AURENHAMMER (1988), S. 10, S. 40; OKABE/BOOTS/SU-GIHARA (1992), S. 77 f.

Vgl. z.B. GREEN/SIBSON (1978), S. 168; formal z.B. JÜNGER/REINELT/ZEPF (1991), S. 44.

Eine Triangulation stellt hier eine Zerlegung der konvexen Hülle in sich nicht überlappende, die konvexe Hülle füllende Dreiecke dar, deren Ecken die ausgezeichneten Raumpunkte bilden. Der der Voronoi-Struktur duale Graph kann allerdings nicht - wie im folgenden erläutert wird - eindeutig bzw. allgemein als Triangulation bezeichnet werden.

Eigentlich Boris Nikolaevitch "Delone", in der Literatur jedoch stets "Delaunay" genannt.

Vgl. DELAUNAY (1934), S. 794 ff. oder z.B. BRASSEL/REIF (1979), S. 290; DOBKIN (1992),
 S. 1402; OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 9 f., S. 89 ff.; OTTMANN/WIDMAYER (1993),
 S. 554 f.; REINELT (1994), S. 48 ff. Allerdings hat auch bereits VORONOI (1908), S. 198 ff. die
 Delaunay-Struktur beschrieben, vgl. auch AURENHAMMER (1988), S. 12.

gewählte Bezeichnung "Delaunay"-Struktur durchgesetzt. ¹⁹ Die Verbindungen zwischen benachbarten ausgezeichneten Raumpunkten sollen als Delaunay-Kanten bezeichnet werden. Abb. 18 stellt die Delaunay-Struktur bzw. die Delaunay-Triangulation für das TSP 15_001 aus Gruppe I dar.

Anstelle einer Ableitung der Delaunay-Struktur aus dem Voronoi-Diagramm kann auch eine äquivalente Charakterisierung über eine Betrachtung aller möglichen Kombinationen dreier oder einer größeren Anzahl ausgezeichneter Raumpunkte vorgenommen werden.²⁰ Bei der Betrachtung der Abb. 17 und 18 bzw. der Bildungsvorschriften für Voronoi- und Delaunay-Diagramm wird deutlich, daß zu jedem Voronoi-Knoten eine Kombination von drei oder mehr ausgezeichneten Raumpunkten gehört, zu denen der Voronoi-Knoten die gleiche Entfernung aufweist. Analog laufen im Voronoi-Knoten drei oder mehr Voronoi-Kanten zusammen. Diese - mindestens drei - ausgezeichneten Raumpunkte sind auch in der Delaunay-Struktur untereinander verbunden. Es läßt sich also folgern, daß jede Kombination aus drei oder mehr ausgezeichneten Raumpunkten, die auf einem Kreis liegen, innerhalb dessen kein anderer ausgezeichneter Raumpunkt zu finden ist, in der Delaunay-Struktur durch Kanten verbunden werden.²¹ Befände sich ein weiterer ausgezeichneter Raumpunkt innerhalb des Kreises, so würde der Voronoi-Knoten diesem Punkt näher liegen als jenen drei ausgezeichneten Raumpunkten auf dem Kreis: Der Voronoi-Knoten würde also mithin dem Voronoi-Polyeder des innerhalb des Kreises liegenden ausgezeichneten Raumpunktes zufallen und wäre nicht mehr an dieser Stelle existent. Diese durch eine Delaunay- wie analog durch die Voronoi-Struktur zu erfüllende Eigenheit wird auch als das Kreiskriterium bezeichnet.

Ein Definitionsproblem entsteht, falls mehr als drei ausgezeichnete Raumpunkte auf einem Kreis liegen (und keiner innerhalb des Kreises). In diesem Fall laufen im Voronoi-Knoten vier - oder eine größere Anzahl - Voronoi-Kanten zusammen. Alle vier - oder eine größere Anzahl - ausgezeichneten Raumpunkte sind gemäß der obigen Festlegung als Nachbarn zu verstehen und in der Delaunay-Struktur miteinander zu verbinden. Dies führt jedoch zu einer Kreuzung von Delaunay-Kanten; das Delaunay-Diagramm verliert den Charakter einer eindeutigen Triangulation. Ein derartiges Ereignis wird als Degeneration bzw. "Half-Neighbor"-Problem (HNP) bezeichnet.²² Es bedarf einer eindeutigen Regelung, ob es zu einer Kreuzung der Delaunay-Linien kommen darf oder ob die sich

Bzgl. Bezeichnung, Herkunft und Anwendungen des Delaunay-Diagramms vgl. Abschnitt 4.2.3.

Vgl. zur folgenden Darstellung u.a. BOWYER (1981), S. 162 f.; LEE/DRYSDALE (1981), S. 76; BOOTS (1986), S. 1 f., S. 16; AURENHAMMER (1991), S. 347, S. 357 ff.; DOBKIN (1992), S. 1402; OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 72 ff. bzw. S. 93 ff.; TSAI (1993), S. 1464; REINELT (1994), S. 48.

Vgl. den entsprechenden Beweis bei SHAMOS (1978), S. 201 bzw. SIBSON (1978), S. 244; auch OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 81 f., S. 93 ff. Dieses Kreiskriterium bzw. "empty circle criterion" wurde erstmalig von DELAUNAY (1934), S. 793 ff. beschrieben. Vgl. darüber hinaus (auch analog für die Voronoi-Struktur) z.B. LEE (1980), S. 608 f.; LEE/SCHACHTER (1980), S. 220, S. 222; LEE/DRYSDALE (1981), S. 76; TANEMURA/OGAWA/OGITA (1983), S. 193; AURENHAMMER (1988), S. 12 f., S. 40 f.; AURENHAMMER (1991), S. 347, S. 357; DOBKIN (1992), S. 1402; OTTMANN/WIDMAYER (1993), S. 552; LUDWIG (1994), S. 220 f.

Vgl. z.B. GREEN/SIBSON (1978), S. 170 f.; BOWYER (1981), S. 165; WATSON (1981), S. 168 f.; BOOTS (1986), S. 16 f.; AURENHAMMER (1991), S. 362; OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 74 f., S. 215, S. 246 ff.; REINELT (1994), S. 49 ff.; speziell zu den sich durch Degenerationen ergebenden Problemen JÜNGER/REINELT/ZEPF (1991), S. 43 ff.; JÜNGER/KAIBEL/THIENEL (1994a); REINELT (1994), S. 49 ff.

kreuzenden Linien in der Struktur wegfallen sollen.²³ Um zu verdeutlichen, daß es sich beim Delaunay-Diagramm folglich nicht zwangsläufig bzw. immer um eine Triangulation handelt, wird es im weiteren als "Delaunay-Struktur" bezeichnet.²⁴ Entsprechend wird der Begriff "VD-Strukturen" (Voronoi-/Delaunay-Strukturen) verwendet. Das Degenerationsproblem wird von etlichen Autoren bei der Diskussion von VD-Strukturen einfach vorab durch die Prämisse, daß niemals vier kozirkuläre, ausgezeichnete Raumpunkte erscheinen, aus der Betrachtung ausgeschlossen.²⁵

Obgleich im weiteren die bislang beschriebenen "klassischen"²⁶ zweidimensionalen euklidischen VD-Strukturen - analog zum Charakter des hier untersuchten TSP-Typs - im Vordergrund der Betrachtung stehen, ist darauf hinzuweisen, daß zahlreiche Variationen und Erweiterungen existieren. Da oftmals auch ihren Charakteristika entsprechende TSP formulierbar sind, ergibt sich eine begrenzte Übertragbarkeit der in den folgenden Abschnitten gewonnenen Erkenntnisse. Als solche Variationen bzw. Erweiterungen des Grundkonzeptes der VD-Strukturen können z.B. - isoliert oder in diversen Kombinationen - die folgenden genannt werden:²⁷

- VD-Strukturen können für beliebig dimensionierte Räume wie auch für andere Metriken als die euklidische (bzw. allgemein für die L_p -Metrik sowie diverse Sondermetriken) formuliert werden.²⁸
- Als die die VD-Struktur determinierenden Generatoren wurden bislang ausgezeichnete Raum*punkte* angesehen. Es können jedoch auch Kombinationen von Punkten, so z.B. Linien, Kreise oder Flächen, als Generatoren herangezogen werden.²⁹

Vgl. zum "Half-Neighbor"-Problem bzw. der Degeneration detaillierter Abschnitt 4.2.4.4.

Vgl. zur Behandlung von HNP bzw. Degenerationen im Rahmen dieser Arbeit Abschnitt 4.2.4.5.

Damit soll die notwendige komplexe Sonderbehandlung der degenerativen Fälle vermieden werden; vgl. z.B. LEE (1980), S. 609; LEE/SCHACHTER (1980), S. 220; HINDE/MILES (1980), S. 207 ff.; TANEMURA/OGAWA/OGITA (1983), S. 193, S. 203; OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 68, S. 72, S. 215, S. 246 ff.; OTTMANN/WIDMAYER (1993), S. 552.

Als "classical", auch "ordinary Voronoi diagram" in der Literatur bezeichnet; euklidische, zweidimensionale VD-Strukturen werden offenbar von vielen Autoren als Grundform der VD-Strukturen angesehen (obwohl es sich bei genauerer Betrachtung auch bereits um einen Spezialfall eines generalisierten Konzeptes handelt, vgl. z.B. LEE/DRYSDALE (1981), S. 73 ff.; BOOTS (1986), S. 32; AURENHAMMER (1991), S. 355 ff.; OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 123 ff.; OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1994), S. 43 ff.), vgl. z.B. AURENHAMMER (1988), S. 15, S. 23, S. 39; OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 65 ff., S. 123, S. 128, S. 335; OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1994), S. 49.

Hier werden nur einige Beispiele genannt; vgl. mit Überblicken über mögliche Variationen bzw. Erweiterungen z.B. BOOTS (1986); AURENHAMMER (1988); AURENHAMMER (1991), S. 345 ff.; insbesondere OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992).

Vgl. z.B. LEE (1980), S. 604 ff.; BOWYER (1981), S. 165 f.; LEE/DRYSDALE (1981), S. 86; WATSON (1981), S. 167 ff.; TANEMURA/OGAWA/OGITA (1983), S. 191 ff.; BOOTS (1986), S. 37 f.; AURENHAMMER (1988), S. 53 ff.; AURENHAMMER (1991), S. 357; OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 184 ff.; JÜNGER/KAIBEL/THIENEL (1994b); zum Einsatz von VD-Strukturen mit anderen als der euklidischen Metrik zur Lösung von TSP vgl. LEE/WONG (1980), S. 200 ff.; AURENHAMMER (1991), S. 348 f., S. 389 ff.; OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1994), S. 61 ff.; auch Abschnitt 5.2.1.

Vgl. z.B. LEE/DRYSDALE (1981), S. 73 ff.; AURENHAMMER (1991), S. 357; OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 170 ff.; OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1994), S. 58 ff.

- Beim "order-k"-Voronoi-Diagramm (bzw. der Voronoi-Struktur höherer Ordnung) werden für alle bildbaren Teilmengen der ausgezeichneten Raumpunkte, bestehend aus jeweils k Elementen, zugehörige Voronoi-Polyeder gebildet. Dabei wird jeder nicht ausgezeichnete Raumpunkt dem Polyeder für k bestimmte ausgezeichnete Raumpunkte zugeordnet, wenn er all diesen näher liegt als jedem anderen ausgezeichneten Raumpunkt. Das "klassische" Voronoi-Diagramm ergibt sich für k = 1.31
- Den ausgezeichneten Raumpunkten bzw. Generatoren können unterschiedliche Gewichtungen zugeordnet werden. Die Zuordnung eines nicht ausgezeichneten Raumpunktes zu einem ausgezeichneten Raumpunkt erfolgt anschließend in der Voronoi-Struktur aufgrund der additiv oder multiplikativ gewichteten Distanz bzw. Nähe zu ausgezeichneten Raumpunkten. Es ergeben sich für die ausgezeichneten Raumpunkte je nach Gewichtungsschema Voronoi-Flächen verschiedenster Gestalt (z.B. auch mit hyperbolischen, nicht konvexen Begrenzungen).³²
- Sowohl Voronoi- als auch Delaunay-Strukturen können unter Nebenbedingungen zu bilden sein. Beim Voronoi-Diagramm können z.B. Hindernisse oder Barrieren im Raum plaziert sein, die die Ausdehnung der Voronoi-Polyeder nach entsprechend spezifizierten Vorgaben beschränken. Bei der Delaunay-Triangulation können bestimmte Kanten zwischen ausgezeichneten Raumpunkten als Kanten der Struktur vorgegeben oder verboten werden. Die Delaunay-Struktur ist dann unter Berücksichtigung dieser Nebenbedingungen zu bilden.³³

In der weiteren Darstellung soll für die ausgezeichneten Raumpunkte im Kontext des TSP die Bezeichnung "Städte" verwendet werden; nicht ausgezeichnete Raumpunkte werden einfach als "Raumpunkte" bezeichnet. Die folgenden Ausführungen gelten - sofern nicht explizit ein anderer Bezug hergestellt wird - für planare (zweidimensionale) VD-Strukturen mit euklidischer Metrik.

Für jeden nicht ausgezeichneten Raumpunkt wird geprüft, welche *k* der ausgezeichneten Raumpunkte ihm am nächsten liegen. Er wird dann dem Voronoi-Polyeder dieser *k* ausgezeichneten Raumpunkte zugeordnet. Dabei ergeben sich zwangsläufig für viele der bildbaren Teilmengen ausgezeichneter Raumpunkte keine Voronoi-Polyeder (d.h. den entsprechenden Voronoi-Polyedern werden keine nicht ausgezeichneten Raumpunkte zugeordnet).

Vgl. z.B. detaillierter BOOTS (1986), S. 32 ff.; AURENHAMMER (1988), S. 15; AURENHAMMER (1991), S. 356 f.; OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 142 ff.; OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1994), S. 49 ff.

Damit können z.B. Wachstumsprozesse in der Natur modelliert werden (vgl. z.B. OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 381 ff.), vgl. mit verschiedenen Varianten z.B. BOOTS (1986), S. 26 ff.; AURENHAMMER (1988), S. 5 f., S. 16; AURENHAMMER (1991), S. 351, S. 356 f.; OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 128 ff.; OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1994), S. 55 ff.

Vgl. zu Varianten der Voronoi-Struktur mit Barrieren z.B. LINGAS (1989), S. 191 ff.; AUREN-HAMMER (1988), S. 67 ff.; OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 164 ff.; JOE/WANG (1993), S. 142 ff.; OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1994), S. 54 f.; zur beschränkten Delaunay-Struktur in verschiedenen Ausprägungen z.B. AURENHAMMER (1988), S. 68 f.; AURENHAMMER (1991), S. 374 f., S. 396 f.; JOE/WANG (1993), S. 142 ff.

4.2.2. Ausgewählte Eigenschaften

Die intensive Auseinandersetzung verschiedenster Wissenschaftsdisziplinen mit VD-Strukturen begründet sich neben der Vielzahl der Anwendungen auch durch ihre teilweise einzigartigen Eigenschaften. Einige derselben wurden bereits im vorherigen Abschnitt als strukturdefinierend erörtert bzw. herangezogen, um VD-Strukturen grundlegend zu charakterisieren. In diesem Abschnitt wird nunmehr auf jene Eigenschaften zweidimensionaler, euklidischer VD-Strukturen (deren Generatoren ausgezeichnete Raumpunkte sind) näher eingegangen, die im Kontext dieser Arbeit - d.h. im Rahmen der Nutzung von VD-Strukturen zur heuristischen Lösung des TSP - von Interesse scheinen. Dabei handelt es sich zum einen nur um einen geringen Teil der bislang festgestellten bzw. in der Literatur eingehender untersuchten Eigenschaften; eine umfassendere Darstellung findet sich z.B. bei OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992).³⁴ Zum anderen reflektiert die hier präsentierte Auswahl natürlich auch teilweise die subjektive Einschätzung des Verfassers, welche Eigenschaften als relevant zu erachten sind.

Neben einigen Grundeigenschaften, welche jede der hier betrachteten VD-Strukturen - im Sinne allgemeingültiger Gesetzmäßigkeiten - aufweist, lassen sich zahlreiche weitere statistische Charakteristika - im Sinne statistisch fundierbarer Regelmäßigkeiten, so z.B. hinsichtlich der Erwartungswerte oder der Gestalt der Dichtefunktion bestimmter Merkmalsausprägungen von VD-Strukturen - ableiten, wenn eine spezifische Verteilung der Städte in der Ebene unterstellt wird. Die Koordinatenwerte der Städte könnten z.B. unter Annahme einer festgelegten Städtedichte in einer quadratischen Einheitsfläche auf einer Raumachse normalverteilt, auf der anderen gleichverteilt sein. Dabei ergäben sich verständlicherweise gänzlich andere Eigenschaften hinsichtlich bestimmter Merkmale (z.B. hinsichtlich des Erwartungswertes oder der Dichtefunktion von Voronoi-Kantenlängen) als z.B. bei einer Normalverteilung auf beiden Raumachsen. Aus diesem Grunde ist es für eine Beschreibung der statistischen Charakteristika eigentlich notwendig, sie für sämtliche möglichen Verteilungen der Koordinatenwerte auf den Raumachsen vorzunehmen. Angesichts des damit verbundenen Arbeitsaufwandes konzentrieren sich die in der Literatur zu findenden Untersuchungen auf bestimmte Verteilungen bzw. Arten der Festlegung von Städtekoordinaten, die sich zumeist durch die Anwendungsfelder begründen.³⁵ Überwiegend wird dabei die Fläche bezüglich der Positionierung der Städte (z.B. Atome, Moleküle in der Physik, z.B. Pflanzen, Zellen in der Biologie) als undifferenziert angesehen, d.h. keine Koordinatenkombination in der Ebene weist eine höhere Wahrscheinlichkeit bezüglich der Positionierung einer Stadt auf als eine andere. Dieses läßt eine zufällige, unabhängige Gleichverteilung der Koordinatenwerte auf beiden Achsen als geeignet erscheinen. Dabei wird vielfach auf einer Einheitsfläche mit der Länge und Breite von eins gearbeitet; teilweise auch in einem Kreis mit fixiertem Radius.³⁶ Letztlich

³⁴ Vgl. OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 65 ff.

Vgl. folgend z.B. HINDE/MILES (1980), S. 206; BOOTS/MURDOCH (1983), S. 351 f.; BOOTS (1986), S. 5 ff.; AURENHAMMER (1988), S. 18 f.; CAËR/HO (1990), S. 3279 f.; AURENHAMMER (1991), S. 359; OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 278 ff.; MULHERAN (1992), S. 219 f.

Vgl. z.B. HINDE/MILES (1980), S. 207; TANEMURA/OGAWA/OGITA (1983), S. 203; DROUFFE/ITZYKSON (1984), S. 45 ff.; CAËR/HO (1990), S. 3281 f.; OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 281 ff.; MULHERAN (1992), S. 219; MOORE/ANGELL (1993), S. 301 ff.; MOORE/MOORE (1993), S. 6 ff.; MØLLER (1994), S. 118 ff.

ist die Städtedichte (d.h. die zu erzeugende Anzahl an Städten) auf der zu belegenden Fläche festzulegen.

Die sich aus einem derartigen oder ähnlichen Prozeß ergebende VD-Struktur wird als "zufällig"³⁷ bezeichnet. Zur Generierung werden im Rahmen empirischer Studien oftmals Varianten des sogenannten "Homogeneous (Planar) Poisson Point Process" (HPPP, hier als zweidimensionaler Poisson-Prozeß) herangezogen,³⁸ der eine geringfügige Modifikation bzw. Erweiterung des obigen Vorgehens darstellt: Dabei werden bei der wiederholten Anlage von VD-Strukturen die jeweiligen Städtedichten (zumeist auf einer Einheitsfläche) aus einer Poisson-Verteilung gezogen. Degenerationen bzw. "Half-Neighbor"-Probleme werden teilweise aus der Betrachtung ausgeschlossen, teilweise wird ihre Behandlung nicht spezifiziert.³⁹ - Derartige "zufällige" VD-Strukturen wurden im Verlaufe der letzten drei Dekaden im Rahmen umfangreicher empirischer Studien untersucht.⁴⁰ Dabei gelang es, hinsichtlich einer Anzahl spezifischer Merkmale statistisch fundierte Erkenntnisse über Erwartungswerte, Streuungen und Verteilungen zu gewinnen. Solche sind z.B. bekannt für ...

- die Anzahl der Kanten (respektive der Anzahl der Nachbarn von Städten bzw. Delaunay-Kanten, die eine Stadt berühren) von Voronoi-Polygonen,
- die Längen von Voronoi- und Delaunay-Kanten sowie die von ihnen gebildeten Winkel,
- die Flächen sowie den Umfang von Voronoi-Polyedern sowie Delaunay-Dreiecken,
- sowie Kombinationen dieser Merkmale, so z.B. als Erwartungswert oder Verteilung der Flächen von Voronoi-Polyedern mit einer bestimmten Anzahl an Kanten.

Obgleich die Literatur gerade für VD-Strukturen mit bestimmten unterstellten Verteilungen der Städte im Raum statistische Eigenschaften somit umfassend untersucht und kategorisiert, erscheint die Wiedergabe entsprechender Charakteristika im hier vorliegenden Kontext zumeist wenig sinnvoll. Im Rahmen von Anwendungen, die zu zweidimensionalen, euklidischen TSP führen, wird sich nur in seltenen Fällen eine durchgängige Verteilungshypothese bezüglich der Städte halten lassen. Auch in der TSPLIB REINELTs,⁴¹ aus welcher die im weiteren verwendeten Testprobleme überwiegend stammen, lassen

So z.B. als "Random Voronoi Polygons" bei BOOTS/MURDOCH (1983), S. 351 ff.; DROUFFE/ITZYKSON (1984), S. 45 ff.; BOOTS (1986), S. 5; AURENHAMMER (1988), S. 18 f.; CAËR/HO (1990), S. 3279 ff.; AURENHAMMER (1991), S. 359; MULHERAN (1992), S. 219; MOORE/ANGELL (1993), S. 301 ff.; vgl. allgemein zu spatialen stochastischen Prozessen OKA-BE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 56 ff.; MOORE/MOORE (1993), S. 6 ff.; MØLLER (1994).

Vgl. zum HPPP und zu den folgenden Ausführungen z.B. HINDE/MILES (1980), S. 206 ff.; BOOTS/MURDOCH (1983), S. 351 ff.; DROUFFE/ITZYKSON (1984), S. 45 ff.; BOOTS (1986), S. 5; AURENHAMMER (1988), S. 18 f.; CAËR/HO (1990), S. 3279; AURENHAMMER (1991), S. 359; KUMAR/KURTZ/WEAIRE (1994), S. 431 ff.; insbesondere OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 58 ff., insbesondere S. 273 ff. sowie MØLLER (1994), S. 83 ff.

³⁹ Vgl. z.B. HINDE/MILES (1980), S. 207; LEE (1980), S. 609.

Vgl. im folgenden z.B. HINDE/MILES (1980), S. 205 ff.; BOOTS/MURDOCH (1983), S. 354 ff.; DROUFFE/ITZYKSON (1984), S. 45 ff.; BOOTS (1986), S. 5 ff., S. 16 ff.; CAËR/HO (1990), S. 3285 ff.; AURENHAMMER (1991), S. 359 f.; OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 273 ff.; MULHERAN (1992), S. 219 ff.; MOORE/ANGELL (1993), S. 301 ff.; MOORE/MOORE (1993), S. 6 ff.; KUMAR/KURTZ/WEAIRE (1994), S. 431 ff.; MØLLER (1994).

⁴¹ Vgl. REINELT (1990a); REINELT (1991d), S. 376 ff.; REINELT (1991a); REINELT (1995).

sich unterschiedlichste Verteilungen der Städte im Raum feststellen.⁴² Entsprechend beschränken sich die folgenden Erörterungen der Charakteristika von VD-Strukturen weitgehend auf einige ausgewählte verteilungsunabhängige Grundeigenschaften.

Zunächst liegt es nahe, nach der Gesamtanzahl der Kanten eines Delaunay- bzw. Voronoi-Diagramms zu fragen.⁴³ Dabei werden im Rahmen der folgenden Überlegungen Degenerationen bzw. HNP aus der Betrachtung ausgeschlossen; des weiteren wird $3 \le n < \infty$ bezüglich der Anzahl der Städte bzw. ausgezeichneten Raumpunkte vorausgesetzt. Aufgrund der Dualität der beiden Strukturen ist es folgend gleichgültig, ob die Argumentation sich an der Delaunay-Triangulation oder der Voronoi-Struktur orientiert. Hier wird die Delaunay-Triangulation gewählt. Man bedenke zunächst, daß das Delaunay-Diagramm ein planarer Graph (mithin ein ebenes Polygonnetz) mit n Knoten (bzw. ausgezeichneten Raumpunkten), e_{Del} Kanten und f_{Del} Flächen (Dreiecken) ist. Die sogenannte Eulersche Charakteristik zeigt hier zwischen Kanten, Flächen und Ecken die Relation $n - e_{Del} + f_{Del} = 1$ auf. ⁴⁴ Man sehe ferner, daß die Anzahl n_{ch} der Punkte auf dem Rand der konvexen Hülle der n Städte zwischen drei und n, also $3 \le n_{ch} \le n$, betragen kann. Letztlich gilt die Gleichung $3f_{Del}=2e_{Del}-n_{ch}$: Jedes Dreieck hat drei Kanten, aber jede Kante ist in zwei Dreiecken enthalten - mit Ausnahme der Kanten auf dem Rand der konvexen Hülle, die nur in einem Dreieck erscheinen. Setzt man die Eulersche Charakteristik in letztgenannte Gleichung ein und löst nach e_{Del} auf, so ergibt sich $e_{Del} = 3n - n_{ch} - 3$. Modifiziert man diese Gleichung mit den Ober- und Untergrenzen für n_{ch} , so ergibt sich für e_{Del} eine obere Schranke von $e_{Del} \le 3n - 6$ sowie eine untere Schranke von $e_{Del} \ge 2n - 3$. Da jeder Delaunay-Kante aufgrund der Dualität der Strukturen eine Voronoi-Kante entspricht, gelten diese Schranken entsprechend für die Anzahl der Voronoi-Kanten e_{Vor} . Durch entsprechendes Einsetzen und Auflösen können gleichfalls obere und untere Schranken für die Anzahl der Dreiecke in der Delaunay-Triangulation bestimmt werden. Diese ergeben sich zu $n-2 \le f_{Del} \le 2n-5$. Bei expliziter Berücksichtigung der Anzahl der Städte auf dem Rand der konvexen Hülle gilt $f_{Del} = 2n - 2 - n_{ch}$. Da jedem Dreieck in der Delaunay-Triangulation ein Voronoi-Knoten entspricht, ist deren Anzahl f_{Vor} damit ebenfalls bestimmt.⁴⁵

Vgl. zu den hier für empirische Untersuchungen herangezogenen TSP wie ihrer Gruppierung Abschnitt 2.4.

Vgl. zu den folgenden Ausführungen (mit teilweise ähnlicher Darstellung) z.B. LEE/DRYSDALE (1981), S. 78; AURENHAMMER (1988), S. 40 f.; OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 83 ff., S. 101 f.; OTTMANN/WIDMAYER (1993), S. 555; REINELT (1994), S. 44, S. 48.

Vgl. z.B. ausführlich MESCHKOWSKI (1974), S. 45 f.; auch als Euler-Poincairé-Formel oder Eulers topologische Regel, Gesetz, Relation oder Formel bezeichnet, vgl. z.B. GREEN/SIBSON (1978), S. 171; RUJÁN/EVERTSZ/LYKLEMA (1988), S. 192; AURENHAMMER (1991), S. 347. Bezieht man die unbeschränkte Fläche außerhalb der Delaunay-Triangulation als Fläche mit in die Betrachtung ein, so ergibt sich $n-e_{Del}+f_{Del}=2$, vgl. z.B. GREEN/SIBSON (1978), S. 171. Vgl. im folgenden auch (teilweise mit geringfügig anderen Prämissen und daher im Detail abweichenden Ergebnissen) LEE (1980), S. 609; LEE/SCHACHTER (1980), S. 221; LEE/DRYSDALE (1981), S. 78; teilweise EDELSBRUNNER (1987), S. 300; OTTMANN/WIDMAYER (1993), S. 555; MØLLER (1994), S. 24 f.

Die zusätzliche Einbeziehung von Degenerationen bzw. des "Half-Neighbor"-Problems führt zu $n-e_{Del}+f_{Del}\geq 2$ und entsprechenden Folgemodifikationen, vgl. z.B. AURENHAMMER (1991), S. 347.

Es ist zu konstatieren, daß bezüglich der zu erwartenden Anzahl an Delaunay-/Voronoi-Kanten, Delaunay-Dreiecken und Voronoi-Knoten jeweils eine lineare Abhängigkeit von der Anzahl der Städte, d.h. O(n), gilt. Damit erweist sich die VD-Struktur als nicht komplexer als die sie generierende Städteschar. Dies ist für ihre heuristische Nutzung zur Lösung des euklidischen, zweidimensionalen TSP insofern von Bedeutung, als daß damit zum einen der für ihre Speicherung benötigte Platz und zum anderen die Laufzeit für ein Durchsuchen beschränkt werden.

Aus der Eulerschen Charakteristik läßt sich über die Anzahl der Kanten und Flächen von VD-Strukturen hinaus ableiten, daß der verteilungsunabhängige Erwartungswert für die Anzahl der direkten Nachbarn einer Stadt in einer VD-Struktur (bzw. die Anzahl der an einen Polyeder der Voronoi-Struktur angrenzenden Polyeder) gleich sechs ist.⁴⁷

Auf die Dualität von Voronoi- und Delaunay-Strukturen wurde bereits hingewiesen.⁴⁸ Diese bedingt, daß die Delaunay-Struktur aus der Voronoi-Struktur (und vice versa) mit in Abhängigkeit von der Anzahl der Städte linearem Zeitaufwand abgeleitet werden kann. Obgleich jede Voronoi-Kante damit ein Delaunay-Dual besitzt (und vice versa), müssen sich, wie aus den Abb. 17 und 18 im Abschnitt 4.2.1 ersehen werden kann, die beiden Kanten nicht unbedingt kreuzen.⁴⁹ Schließt man aus der Delaunay-Struktur sämtliche Kanten aus, deren Voronoi-Duale die Delaunay-Kanten nicht kreuzen, so ergibt sich mit dem "Gabriel-Graphen" eine von mehreren der Delaunay-Struktur verwandten bzw. nahestehenden geometrischen Strukturierungen.⁵⁰

Es soll im weiteren knapp auf die Beziehungen zu solchen anderen geometrischen Strukturen eingegangen werden. Betrachtet man die Abb. 18 im Abschnitt 4.2.1, so wird deutlich, daß der äußere Rand der Delaunay-Struktur durch den Rand der *konvexen Hülle*⁵¹ der Städteschar gebildet wird.⁵² Der Rand der konvexen Hülle ist also immer ein

Vgl. z.B. LEE (1980), S. 609, S. 614; AURENHAMMER (1988), S. 13, S. 40 f.; AURENHAMMER (1991), S. 347.

Vgl. z.B. GREEN/SIBSON (1978), S. 171; BOWYER (1981), S. 164; AURENHAMMER (1988), S. 41; RUJÁN/EVERTSZ/LYKLEMA (1988), S. 192; CAËR/HO (1990), S. 3279 f.; AURENHAMMER (1991), S. 347; MULHERAN (1992), S. 219 f.; OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 85.

Vgl. zur Dualität z.B. LEE (1980), S. 615; BOWYER (1981), S. 162; LEE/DRYSDALE (1981), S.
 78; AURENHAMMER (1988), S. 30; AURENHAMMER (1991), S. 357, S. 364; DOBKIN (1992),
 S. 1402; OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 101.

⁴⁹ Vgl. z.B. AURENHAMMER (1988), S. 40; AURENHAMMER (1991), S. 357.

Vgl. zum "Gabriel Graph" sowie den VD-Strukturen verwandten (aus der Delaunay-Struktur ableitbaren) anderen Nachbarschaftsgraphen mit Überblicken AURENHAMMER (1988), S. 31 ff.; AURENHAMMER (1991), S. 358, S. 378; OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 115 ff.; JAROMCZYK/TOUSSAINT (1992), S. 1502 ff.; detaillierter z.B. TOUSSAINT (1980), S. 261 ff.; BOOTS (1986), S. 24 ff.; HUANG (1990), S. 196 ff.; SU/CHANG (1991), S. 221 ff.; CHANG/TANG/LEE (1991), S. 543 ff.; BOSE/LENHART/LIOTTA (1996), S. 83 ff. - Nachbarschaftsgraphen wurden bislang anscheinend noch nicht zur heuristischen Lösung von TSP genutzt.

Vgl. zu Definition, Eigenschaften und Berechnung der konvexen Hülle z.B. SEDGEWICK (1992), S. 411 ff. Hinreichend läßt sich die konvexe Hülle einer Anzahl von Städten bzw. ausgezeichneten Raumpunkten im zweidimensionalen Raum als der kleinste Polyeder definieren, welches sämtliche Städte enthält.

Vgl. im folgenden mit Beweis LEE (1980), S. 609 ff.; des weiteren SIBSON (1978), S. 243;
 BRASSEL/REIF (1979), S. 292; LEE/SCHACHTER (1980), S. 222; LEE/DRYSDALE (1981), S.
 77 f.; BOWYER (1981), S. 162; BOOTS (1986), S. 18, S. 24; AURENHAMMER (1988), S. 40;

Subgraph⁵³ der Delaunay-Struktur. Im Abschnitt 4.2.1 wurde bereits erwähnt, daß die am Rande der Städteschar liegenden Städte gegen die Unendlichkeit geöffnete Voronoi-Polyeder (d.h. solche mit unendlich großer Fläche) zeigen. Es sind dieses genau jene Städte, die den Rand der konvexen Hülle formen. Ist die VD-Struktur für eine Städteschar bekannt, so kann die konvexe Hülle mit in Relation zur Anzahl der Städte linearem Aufwand bestimmt werden.⁵⁴ Dies erweist sich z.B. für heuristische Verfahren zur Lösung des TSP, welche den Rand der konvexen Hülle der Städteschar als eine erste Teilrundreise nutzen, als vorteilhaft.⁵⁵

Eine weitere Beobachtung zeigt eine noch engere Verbindung zwischen konvexer Hülle bzw. konvexen Polyedern und VD-Strukturen auf: ⁵⁶ Es sei eine Städteschar im zweidimensionalen Raum gegeben und die Bestimmung des zugehörigen Delaunay-Diagramms erwünscht. Projiziert man nun die Städte stereographisch so in einen dreidimensionalen Raum, ⁵⁷ daß diese die Ecken eines konvexen Polyeders bilden, und überträgt dann diesen zurück in den zweidimensionalen Raum, so erhält man die zugehörige Delaunay-Struktur bzw. die Voronoi-Struktur als planare Wiedergabe des Randes der konvexen Hülle des Polyeders im dreidimensionalen Raum. Die Delaunay-Struktur einer Städteschar entspricht also immer dem Rand ihrer konvexen Hülle in einem um eine Dimension höheren Raum.

Des weiteren gilt, daß der bzw. die *minimal spannenden Bäume*⁵⁸ der Städteschar stets Subgraphen der Delaunay-Struktur ist bzw. sind und aus dieser mit einem Zeitaufwand von O(n) abgeleitet werden können.⁵⁹ Minimal spannende Bäume sind, wie auch die

AURENHAMMER (1991), S. 347, S. 358; OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 78, S. 89 f., S. 115 f.

- Der Begriff Subgraph wird im folgenden verwendet, um zu kennzeichnen, daß die Menge der Kanten des so bezeichneten Graphen Teilmenge der Menge der Kanten eines anderen Graphen, des sogenannten Supergraphen, ist.
- ⁵⁴ Vgl. z.B. SHAMOS (1978), S. 209; BRASSEL/REIF (1979), S. 290.
- Vgl. z.B. die Darstellung der "Convex Hull Insertion"-Heuristik im Abschnitt 5.3.1.
- Vgl. zum folgenden detaillierter EDELSBRUNNER (1987), S. 296 f.; S. 303 ff.; AUREN-HAMMER (1988), S. 13 f.; AURENHAMMER (1991), S. 355, S. 363; DOBKIN (1992), S. 1402; insbesondere OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 87 ff., S. 95 ff.; zuerst beschrieben wurde dieser Sachverhalt von BROWN (1979), S. 223 ff. Einen entsprechenden Algorithmus zur Bestimmung der VD-Struktur präsentieren BARBER/DOBKIN/HUHDANPAA (1996), S. 469 ff.
- Dabei ergibt sich die dritte Raumkoordinate auf der z-Achse als $z_i = x_i^2 + y_i^2$ ("lift up transformation"), wenn x_i und y_i die Position eines ausgezeichneten Raumpunktes bzw. einer Stadt im zweidimensionalen Raum kennzeichnen, vgl. zur entsprechenden Bestimmung der Voronoi-Struktur OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 87 ff.; zur entsprechenden Bestimmung der Delaunay-Struktur OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 99 ff.; eine Variation unter Verwendung einer Inversionstransformation zur Bestimmung der Delaunay-Struktur bei OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 95 ff.
- Vgl. zu Definition, Eigenschaften und Berechnung des minimal spannenden Baumes z.B. SEDGE-WICK (1992), S. 514 f.; OTTMANN/WIDMAYER (1993), S. 445 ff., S. 546 ff., S. 631 ff. Hinreichend läßt sich ein minimal spannender Baum als jene Teilmenge der Menge der Kanten eines Graphen mit minimaler Gesamtlänge charakterisieren, die notwendig ist, um einen zusammenhängenden Subgraphen (den minimal spannenden Baum) zu erzeugen, in dem jede Stadt von mindestens einer Kante berührt wird.
- Vgl. z.B. LEE (1980), S. 604, S. 615; BOOTS (1986), S. 24; EDELSBRUNNER (1987), S. 306 ff.; AURENHAMMER (1988), S. 31; AURENHAMMER (1991), S. 358, S. 376 f.; OTTMANN/WIDMAYER (1993), S. 566 ff.; REINELT (1994), S. 48. Erstmals festgestellt wurde dies von SHAMOS/HOEY (1975), S. 151 ff.

oben genannte konvexe Hülle, grundlegend für einige Heuristiken zur Lösung des TSP und spielen auch eine Rolle bei der Bestimmung unterer Schranken für die optimale Rundreiselänge.⁶⁰ - Die Feststellung, daß der nächste Nachbar einer Stadt (und damit die nächsten Nachbarn aller Städte sowie das am nächsten zusammenliegende Städtepaar) ebenfalls stets aus der Delaunay-Struktur hervorgehen, ist angesichts der grundlegenden Charakterisierung im vorherigen Abschnitt trivial.⁶¹ Aus dieser folgt ebenfalls, daß z.B. Probleme wie das Finden des größten leeren Kreises, welcher sich mit einer bestimmten Anzahl von Punkten der Städteschar bilden läßt und dessen Mittelpunkt noch innerhalb der konvexen Hülle liegt, implizit durch die VD-Struktur gelöst werden.⁶²

Von den Beziehungen zu grundlegenden geometrischen Strukturen bzw. Problemen abgesehen zeigen Delaunay-Strukturen enge Verwandtschaften zu vielen Nachbarschaftsgraphen. Diese werden durch die Festlegung eines zu spezifizierenden Nachbarschaftskriteriums definiert: Alle Städte, die nach diesem Kriterium Nachbarn sind, werden verbunden und bilden den Graphen. Diverse Variationen von Nachbarschaftsgraphen ("Proximity graphs") erfreuen sich seit der Wiederentdeckung des "Relative Neighborhood Graph" durch TOUSSAINT (1980) steigenden Interesses.⁶³ Einige von ihnen lassen sich als Subgraphen direkt aus der Delaunay-Struktur ableiten.

Die Delaunay-Struktur bildet, wie im Abschnitt 4.2.1 ausgeführt wurde, unter Ausschluß des "Half-Neighbor"-Problems eine eindeutige Triangulation der konvexen Hülle der Städte mit den Städten als Ecken der Dreiecke. Sie stellt natürlich nur eine von vielen möglichen Triangulationen der Städteschar dar. Die Delaunay-Triangulation besitzt jedoch eine außerordentliche Eigenschaft, welche sie gegenüber sämtlichen anderen Triangulationen auszeichnet. So ist sie, wie SIBSON (1978) zeigte, die einzige Triangulation, die gänzlich *lokal gleichwinklig* ist.⁶⁴

Nach dem von LAWSON eingeführten *max-min angle criterion* ist die lokale Gleichwinkligkeit wie folgend definiert:⁶⁵ Man betrachte zwei Dreiecke der Triangulation, die

Vgl. z.B. HELD/KARP (1970), S. 1138 ff.; HELD/KARP (1971), S. 6 ff.; ROSENKRANTZ/ STEARNS/LEWIS (1977), S. 563 ff.; LEE/WONG (1980), S. 200 ff.; JOHNSON/PAPADIMITRIOU (1985b), S. 152 ff.; BENTLEY (1992), S. 398; LAPORTE (1992a), S. 237 ff.; REINELT (1994), S. 89 ff.; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 16 ff.

Vgl. z.B. LEE (1980), S. 604, S. 615; AURENHAMMER (1988), S. 29 f.; AURENHAMMER (1991), S. 347, S. 358, S. 369 ff.; OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 80 f.; OTTMANN/ WIDMAYER (1993), S. 552, mit der Lösung diverser Distanzprobleme mittels VD-Strukturen S. 565 ff.

Vgl. z.B. LEE (1980), S. 604; LEE/DRYSDALE (1981), S. 73; AURENHAMMER (1991), S. 359,
 S. 370 f.; OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 82 f.

Vgl. die Vorstellung des "Relative Neighborhood Graph" durch TOUSSAINT (1980), S. 261 ff. sowie den Überblick von JAROMCZYK/TOUSSAINT (1992), S. 1502 ff.; vgl. zu den VD-Strukturen verwandten (aus der Delaunay-Struktur ableitbaren) anderen Nachbarschaftsgraphen mit Überblicken AURENHAMMER (1988), S. 31 ff.; AURENHAMMER (1991), S. 358, S. 378; OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 115 ff.; detaillierter z.B. BOOTS (1986), S. 24 ff.; HUANG (1990), S. 196 ff.; SU/CHANG (1991), S. 221 ff.; CHANG/ TANG/LEE (1991), S. 543 ff. - Eine Nutzung von Nachbarschaftsgraphen für die heuristische Lösung von TSP scheint bislang noch nicht stattgefunden zu haben.

Vgl. SIBSON (1978), S. 243 ff.; auch LEE/SCHACHTER (1980), S. 225; AURENHAMMER (1988), S. 20; DOBKIN (1992), S. 1402; OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 106 ff.

Vgl. zum folgenden LAWSON (1972), S. 7 f.; auch GREEN/SIBSON (1978), S. 169; LEE/ SCHACHTER (1980), S. 222 f. mit einem Nachweis der Verbindung der lokalen Gleichwinklig-

eine gemeinsame Kante aufweisen. Zusammen bilden diese Dreiecke nun ein Viereck mit einer Diagonalen. Ist dieses Viereck streng konvex, so darf zur Erfüllung des *max-min angle criterions* der Austausch der gegebenen Querdiagonalen durch die zweite mögliche Querdiagonale nicht das Minimum der sechs Winkel, welche die beiden Dreiecke gemeinsam aufweisen, erhöhen. Dies impliziert, daß die zweite mögliche Querdiagonale länger ist als die derzeitige. Bezogen auf die beiden betrachteten Dreiecke bzw. die zugrundeliegende Triangulation liegt damit lokale Gleichwinkligkeit vor. Ist dieses Kriterium für alle im obigen Sinne bildbaren streng konvexen Vierecke der Triangulation erfüllt, so ist diese gänzlich lokal gleichwinklig.

Die lokale Gleichwinkligkeit läßt sich gleichfalls direkt aus dem grundlegenden Kreiskriterium⁶⁶ der VD-Struktur ableiten.⁶⁷ Sie schließt dabei Eigenschaften ein, die für viele Anwendungen wünschenswert sind:⁶⁸ Die Delaunay-Struktur stellt die Triangulation mit den einander ähnlichsten Winkeln und den gleichseitigsten Dreiecken dar (mit nur wenigen langen, dünnen Dreiecken und wenigen extremen Winkeln) und sie maximiert die Anzahl an Dreiecken.⁶⁹ Es läßt sich zeigen, daß bei wiederholter Anwendung eines Algorithmus zum Austausch von Diagonalen in streng konvexen Vierecken entsprechend dem *max-min angle criterion* eine beliebige Triangulation gegen die Delaunay-Struktur konvergiert.⁷⁰

Beim Auftreten von Degenerationen bzw. HNP läßt sich, wie im Abschnitt 4.2.1 ausgeführt wurde, erst durch willkürliche Entscheidungen aus der Delaunay-Struktur eine Triangulation bilden. Treten keinerlei derartige Ambiguitäten - respektive Degenerationen - auf, so ist nicht nur lokale, sondern auch globale Gleichwinkligkeit gegeben:⁷¹ Der kleinste Winkel der gänzlich lokal gleichwinkligen Triangulation ist dabei unter den minimalen

keit zum Kreiskriterium; EDELSBRUNNER (1987), S. 392 f.; AURENHAMMER (1988), S. 20; AURENHAMMER (1991), S. 358; DOBKIN (1992), S. 1402; OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 106 f.; TSAI (1993), S. 1464. Hier in enger Anlehnung an SIBSON (1978), S. 243.

- Vgl. zum Kreiskriterium für die VD-Struktur Abschnitt 4.2.1.
- Vgl. z.B. SIBSON (1978), S. 244 ff.; AURENHAMMER (1991), S. 358, S. 365; DOBKIN (1992),
 S. 1402; OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 107 f.
- Vgl. mit einem Überblick über Anwendungen von VD-Strukturen Abschnitt 4.2.3. Die Eigenschaft der lokalen Gleichwinkligkeit erweist sich z.B. bei der Interpolation von Funktionen in zwei Dimensionen oder bei der Berechnung von finiten Elementen als vorteilhaft, da dafür Triangulationen mit möglichst wenig "extremen" Winkeln benötigt werden, vgl. z.B. SIBSON (1978), S. 243 ff.; LEE/SCHACHTER (1980), S. 235 f.; BOWYER (1981), S. 163; BOOTS (1986), S. 9 ff.; AURENHAMMER (1991), S. 358, S. 374; DOBKIN (1992), S. 1402; OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 353 ff.
- Vgl. auch BOOTS (1986), S. 10; OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 113. Dabei sind jedoch die durch Degenerationen/HNP entstehenden Definitionsambiguitäten zu beachten, vgl. Abschnitte 4.2.1 und 4.2.4.4.
- Vgl. z.B. LAWSON (1972), S. 12 f.; SIBSON (1978), S. 245; LEE/SCHACHTER (1980), S. 223 f.; EDELSBRUNNER (1987), S. 302 f.; AURENHAMMER (1991), S. 364 f.; DOBKIN (1992), S. 1402; OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 109 ff.; TSAI (1993), S. 1464; auch Abschnitt 4.2.4.
- So z.B. SIBSON (1978), S. 245; EDELSBRUNNER (1987), S. 300 ff.; hier in Anlehnung an AURENHAMMER (1991), S. 358; OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 112 f., S. 354. AURENHAMMER (1988), S. 30 weist ergänzend darauf hin, daß eine degenerierte lokal gleichwinklige Delaunay-Struktur durch geeignete Wahl der Delaunay-Kanten bei den HNP auch global gleichwinklig gemacht werden kann. Ähnlich SIBSON (1978), S. 243 ff.; EDELSBRUNNER (1987), S. 301 ff.

Winkeln aller möglichen Triangulationen der größte.⁷² Andererseits minimiert die Delaunay-Triangulation allerdings nicht den maximalen erscheinenden Winkel.⁷³

Folgerichtig ist der Verdacht naheliegend, daß es sich bei der Delaunay-Triangulation auch um die Triangulation mit der kürzesten summierten Länge aller Kanten unter allen möglichen Triangulationen der konvexen Hülle handeln könnte.⁷⁴ Dies wäre auch hinsichtlich der Beziehungen zum TSP interessant. Der Verdacht trügt jedoch; die Delaunay-Triangulation ist nicht mit der sogenannten "minimum weight triangulation" bzw. "optimal triangulation" identisch.

Die Fragestellung, ob Delaunay-Triangulationen hamiltonisch bzw. wie oft sie hamiltonisch sind, wird im Abschnitt 4.3.1 bei der Untersuchung der Beziehungen zwischen dem euklidischen, zweidimensionalen TSP und den ihnen entsprechenden VD-Strukturen eingehender erörtert.

4.2.3. Herkunft und Anwendungen

Die Nutzung von VD-Strukturen in zahlreichen naturwissenschaftlichen und einigen geisteswissenschaftlichen Disziplinen erlaubt an dieser Stelle (unter Berücksichtigung der Zielsetzung dieser Arbeit) nur ein grobes Abstecken der Anwendungsfelder. Damit sollen vorrangig Heterogenität und Umfang der Verwendung angedeutet werden. Entsprechend skizzieren die folgenden Ausführungen auch Herkunft und Geschichte von VD-Strukturen nur knapp.⁷⁵ Dabei wird nicht zwischen der in den Abschnitten 4.2.1 und 4.2.2 vorrangig erörterten "klassischen" VD-Struktur und ihren zahlreichen Modifikationen und Varianten differenziert. Gegenstand der Darstellung ist das gesamte Spektrum an VD-Strukturen.

Reflektiert man die Entwicklung und den historischen Gebrauch von VD-Strukturen, so fallen zunächst die zahlreichen unterschiedlichen Benennungen von Voronoi-Diagrammen ins Auge: 76 Da ist - neben der Bezeichnung als *Voronoi tessellation* oder -diagram - von Dirichlet tessellations, Wirkungsbereichen, Plesiohedra, Thiessen polygons, areas of influence, Wigner-Seitz regions oder -cells, domains of an atom, areas potentially available (APA) sowie plant polygons und vielen mehr die Rede. Diese Vielfalt resultiert wesentlich aus der unabhängigen Entwicklung bzw. parallelen, wiederholten "Entdeckung" von VD-Strukturen im Rahmen einer Vielzahl von Anwendungen

⁷² Vgl. z.B. AURENHAMMER (1991), S. 358; DOBKIN (1992), S. 1402; RAJAN (1994), S. 190.

⁷³ Vgl. z.B. AURENHAMMER (1991), S. 358.

Vgl. folgend z.B. LAWSON (1972), S. 28; LLOYD (1977); insbesondere mit einem Gegenbeispiel LEE/SCHACHTER (1980), S. 223, dort auch Fig. 3, AURENHAMMER (1988), S. 20; AURENHAMMER (1991), S. 358; OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 354 ff.

Zu ausführlichen Darstellungen der Geschichte und Nutzung bzw. der Einsatzgebiete von VD-Strukturen vgl. folgend - neben den genannten Quellen - insbesondere BOOTS (1986); AURENHAMMER (1988); AURENHAMMER (1991), S. 345 ff.; OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 6 ff. sowie S. 335 ff.

Vgl. im folgenden z.B. BOOTS (1986), S. 3, S. 49; MØLLER (1994), S. 9 ff.; insbesondere OKA-BE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 6 ff.

und Fachbereichen. Zumeist waren sich die Forschenden gar nicht der Tatsache bewußt, daß es sich nur um "Wiederentdeckungen" handelte.⁷⁷ Auch Delaunay-Triangulationen bzw. -strukturen wurden - wenngleich nicht so oft wie Voronoi-Diagramme - mehrfach als Innovationen eingeführt.

Die zuweilen etwas kurios anmutende Bezeichnungsvielfalt wie -historie von VD-Strukturen weist darauf hin, daß es sich bei diesem geometrischen Modell offensichtlich um ein grundlegendes Konzept handelt, welches immer wieder in der Natur erscheint.⁷⁸ Es eignet sich entsprechend zur Abbildung und Erklärung von realen Sachverhalten, zuweilen bietet es im normativen Sinne auch Gestaltungshilfen. Bereits DESCARTES wählte im 17. Jahrhundert in zweien seiner Werke der Voronoi-Struktur ähnliche Gebilde, um die Verteilung von Materie im Sonnensystem und seiner Umgebung aufzuzeigen und zu diskutieren.⁷⁹ DIRICHLET (1850) und VORONOI (1908) beschäftigten sich im Rahmen ihrer Arbeiten über positive quadratische Formen mit Spezialfällen von VD-Strukturen.⁸⁰ In der Meteorologie führten THIESSEN/ALTER (1911) und HORTON (1917) Voronoi-Diagramme in der bereits oben beschriebenen Form ein.81 NIGGLI (1927) entdeckte sie in der Kristallographie als Wirkungsbereiche oder domains of action. Auch der bereits genannte DELAUNAY (1932) setzte sie ein, um regelmäßige kristalline Strukturen zu beschreiben.⁸² Unter Physikern wurden sie durch die Arbeit von WIGNER/SEITZ (1933) über die Eigenschaften metallischen Natriums als Wigner-Seitz regions bekannt.83 Im weiteren Verlauf des 20. Jahrhunderts fanden VD-Strukturen - zumeist als vermeintliche Neuentdeckungen - Eingang in zahlreiche Wissenschaftsdisziplinen:⁸⁴ Ökologen nutzen sie beispielsweise zur Abschätzung der Baumdichte in Wäldern, Astronomen z.B. zur Beschreibung der Verteilung von Galaxien (bzw. allgemein: der Materieverteilung) im Universum, Wirtschaftswissenschaftler zur Bestimmung der Einzugsgebiete von Städten, Märkten, Geschäften usw. bzw. daraus resultierenden Marktabgrenzungen, Zoologen zur Abgrenzung der Jagdgebiete von Tieren, Archäologen zur Abgrenzung von Territorien jungsteinzeitlicher Stammeskulturen. Die duale Delaunay-Struktur findet beispielsweise Anwendung bei der Berechnung finiter Elemente bzw. der Bestimmung von interpolierenden Funktionen für zwei Variable.85

Dieser Sachverhalt belegt u.a. die Notwendigkeit interdisziplinären Arbeitens wie auch einer "wissenschaftlichen" Allgemeinbildung über den eigenen Fachbereich hinaus.

⁷⁸ Vgl. z.B. AURENHAMMER (1988), S. 2; AURENHAMMER (1991), S. 346.

Vgl. den entsprechenden Hinweis von OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 6 f. und die dortige Fig. 1.2.1, die eine Reproduktion aus einem Werk von DESCARTES darstellt; auch AURENHAMMER (1988), S. 3.

⁸⁰ Vgl. DIRICHLET (1850), S. 209 ff.; VORONOI (1908), S. 198 ff.

⁸¹ Vgl. THIESSEN/ALTER (1911), S. 1082 ff.; HORTON (1917), S. 211 ff.

⁸² Vgl. NIGGLI (1927), S. 391 ff.; DELAUNAY (1932), S. 109 ff.; auch AURENHAMMER (1991), S. 350

⁸³ Vgl. WIGNER/SEITZ (1933), S. 804 ff.; auch AURENHAMMER (1991), S. 350 f.

Vgl. folgend insbesondere BOOTS (1986); AURENHAMMER (1988), S. 3 ff.; AURENHAMMER (1991), S. 346 ff.; OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 6 ff., S. 335 ff.

Vgl. z.B. LAWSON (1972); SIBSON (1978), S. 243; GREEN/SIBSON (1978), S. 169; LEE/ SCHACHTER (1980), S. 235 ff.

Abschließend soll versucht werden, den Kanon der derzeitigen Anwendungen von VD-Strukturen knapp zu systematisieren.⁸⁶ Als die zwei wesentlichen Anwendungsfelder lassen sich identifizieren:⁸⁷

- 1. Die originäre Beschreibung, Erklärung und Prognose von realen Phänomenen. Hier sind in erster Linie Anwendungen in den Naturwissenschaften, teilweise auch den Sozialwissenschaften zuzuordnen. Oftmals stellt dabei die Bestimmung einer VD-Struktur bereits die Lösung des jeweiligen Erkenntnisproblems dar; zudem gilt, daß das menschliche Verständnis für einen bestimmten Sachverhalt zumeist vorteilhaft durch seine graphische Visualisierung unterstützt wird.⁸⁸ Die spezifischen statistischen Eigenschaften von VD-Strukturen, die als Abbildung realer Sachverhalte konstruiert werden, vermögen weitere Aufschlüsse über Charakteristika derselben zu geben (so z.B. hinsichtlich des Grades der Organisation in einer Anzahl ausgezeichneter Raumpunkte).⁸⁹ Entsprechende reale Phänomene konstituieren sich zumeist in räumlichen Mustern und Prozessen,⁹⁰ als Beispiele können genannt werden:
 - das Wachstum von Kristallen, Pflanzen; der Zerfall von Himmelskörpern; die durch Abkühlungsprozesse entstandenen Rißmuster in Basalt; die Ausbreitung eines Virenbefalls in zellulären Strukturen;
 - die Verteilung (bzw. der Aufbau) von Molekülen, Atomen, Nukleinsäuren, Proteinen usw.; die Strukturen von Mineralen; die Verteilung von Niederschlägen, stellarer wie interstellarer Materie im Raum; der Aufbau von Spinnennetzen;
 - die von Tieren oder Menschen beanspruchten Territorien; die natürlichen Einzugsgebiete von Geschäften, Märkten, Städten, Verwaltungen usw.; die Analyse von Dorfgebieten oder Besiedlungsmustern von Landschaften oder wenngleich etwas skurril klingend die Beziehung zwischen Orten, an denen in einer Stadt Raubüberfälle stattfinden und den Adressen der Opfer. Im Anwendungskontext von geographischen Informationssystemen lassen sich VD-Strukturen in vielfältiger Art und Weise zur Datenanalyse spatialer Sachverhalte heranziehen.⁹¹
- 2. Die Nutzung als Berechnungshilfe (bzw. auch der Einsatz zur Beschleunigung vorzunehmender Berechnungen), originär für eine Vielzahl geometrischer Algorithmen,

Obgleich die Arbeiten von BOOTS (1986), S. 3 ff. und OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 4 ff. sowie S. 335 ff. bereits Schemata zur Ordnung der Anwendungen präsentieren, wird hier eine abweichende Systematisierung gewählt, um die Darstellung auf das Wesentliche zu verkürzen.

Vgl. im folgenden z.B. GREEN/SIBSON (1978), S. 169; BOOTS (1986); AURENHAMMER (1988), S. 3 ff.; AURENHAMMER (1991), S. 346 ff.; OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 6 ff., S. 335 ff.

Vgl. AURENHAMMER (1988), S. 2; AURENHAMMER (1991), S. 346; OTTMANN/WID-MAYER (1993), S. 557.

⁸⁹ Vgl. z.B. AURENHAMMER (1991), S. 359; OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 412 ff.

Vgl. im folgenden z.B. THIESSEN/ALTER (1911), S. 1082 ff.; BROSTOW/DUSSAULT/FOX (1978), S. 81 ff.; FINNEY (1979), S. 137; LEE/SCHACHTER (1980), S. 237; BOWYER (1981), S. 163; BOOTS/MURDOCH (1983), S. 351; BOOTS (1986); AURENHAMMER (1988), S. 3 ff.; AURENHAMMER (1991), S. 350 ff.; DOBKIN (1992), S. 1405 f.; OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 3 ff., S. 205 ff., S. 278 ff., insbesondere S. 365 ff., S. 405 ff.; TSAI (1993), S. 1463; JOE/WANG (1993), S. 143; STOYAN/LIPPMANN (1993), S. 239 f.

⁹¹ Vgl. z.B. BRASSEL/REIF (1979), S. 291; detailliert OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1994), S. 43 ff.

derivativ für die sie integrierenden Anwendungen. Als Beispiele können genannt werden:⁹²

- Die Bestimmung interpolierender Funktionen für eine Anzahl von Datenpunkten in zwei Dimensionen auf Basis einer Triangulation. Aufgrund der lokalen Gleichwinkligkeit der Delaunay-Triangulation ist dieselbe dazu besonders geeignet, da sie die Anzahl der Dreiecke maximiert. Entsprechend wird sie für eine Vielzahl von Anwendungen genutzt, 93 so z.B. bei der Produktion von geographischen Kartenwerken, der Berechnung finiter Elemente oder für die zur Visualisierung von Terrains (so z.B. für die Terrainmodellierung bei Flugsimulatoren) notwendigen Berechnungen auf der Basis vorliegender Höhenmessungen für ausgezeichnete Raumpunkte.
- In der Mustererkennung wie auch der Theorie visueller Wahrnehmungen vermögen VD-Strukturen (und auch aus ihnen abgeleitete bzw. verwandte Strukturen) die grundlegende Gestalt von Körpern oder Flächen operational bzw. elementar zu charakterisieren.
- Die Delaunay-Triangulation zeigt sich bei der Visualisierung von Körpern im Raum ("Rendering") als tauglich, aus einer Anzahl vorliegender Datenpunkte in drei Dimensionen schnell (und sich ggf. sukzessiv verfeinernde) Oberflächendarstellungen aus spezifizierten Blickwinkeln zu generieren.
- VD-Strukturen erweisen sich zudem für die (heuristische oder optimale) Lösung von Zuordnungs- wie Lokalisierungs- und Verschiebungsproblemen bei zu berücksichtigenden räumlichen Nachbarschaften von Objekten (wie der Bestimmung der nächsten Nachbarn zu einem ausgezeichneten Raumpunkt) als nützlich.⁹⁴ Als konkretere Beispiele können genannt werden:
 - das "Post Office"-Problem, bei dem in der planaren Variante z.B. nach dem nächsten ausgezeichneten Raumpunkt zu einem vorgegebenen nicht ausgezeichneten Raumpunkt gefragt wird. Modifikationen und ihm verwandte Probleme finden sich in zahlreichen Disziplinen. In der Datenverarbeitung tritt dieses Problem beispielsweise analog als "associative file searching problem"⁹⁵ auf;
 - die Standortplanung für Fabriken, Schulen, Kliniken usw. unter Nebenbedingungen und mit spezifizierten Zielfunktionen;
 - die Clusteranalyse;
 - Varianten von Verschnittproblemen;

_

^{Vgl. folgend z.B. LAWSON (1972); SIBSON (1978), S. 243; GREEN/SIBSON (1978), S. 169 f.; BRASSEL/REIF (1979), S. 289 ff.; LEE (1980), S. 604; LEE/SCHACHTER (1980), S. 235 ff.; BOWYER (1981), S. 163; LEE/DRYSDALE (1981), S. 73; WATSON (1981), S. 167; BOOTS (1986); EDELSBRUNNER (1987), S. 298 ff.; AURENHAMMER (1988), S. 7 ff., S. 26 ff.; AURENHAMMER (1991), S. 347 ff., S. 369 ff.; DOBKIN (1992), S. 1405 f.; OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 3 ff., S. 80 ff., S. 205 ff., S. 355 ff.; OTTMANN/WIDMAYER (1993), S. 565 ff.; OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1994), S. 43 ff.; auch Abschnitt 4.2.2.}

Vgl. mit einem illustrativen Beispiel zur Erstellung isarithmischer Karten BOOTS (1986), S. 9 ff.; ansonsten insbesondere OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 335 ff.

Vgl. insbesondere OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 433 ff.; auch OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1994), S. 43 ff.

⁹⁵ Vgl. z.B. AURENHAMMER (1991), S. 347 f.

- die Planung der kollisionsfreien Bewegung von Robotern in einem Raum mit Hindernissen bzw. allgemein der Pfadplanung in Graphen;
- die optimale Einteilung von Verwaltungs-, Schul-, Wahlbezirken usw.;
- die Frage der optimalen Routenplanung für mobile Einheiten unter Berücksichtigung einer spezifischen Leistungserbringung für in einem Raum unter einer Verteilungsannahme ansässige Bedarfsträger, so z.B. für Buslinien, Serviceteams usw.;
- der Einsatz zur heuristischen Lösung von Traveling-Salesman-Problemen, der Gegenstand der vorliegenden Arbeit ist.⁹⁶
- Die Bestimmung von verwandten geometrischen Strukturen wie der konvexen Hülle, dem minimal spannenden Baum sowie diversen Nachbarschaftsgraphen sowie der Suche nach allen nächsten Nachbarn (i.S. von ausgezeichneten Raumpunkten) zu einem Anfragepunkt oder der Bestimmung aller nächsten Nachbarschaftspaare und ähnliche Probleme.

4.2.4. Berechnung

4.2.4.1. Vorbemerkung

Die im weiteren angestellten Überlegungen zur Berechnung von VD-Strukturen konzentrieren sich auf die "klassische" Grundstruktur im zweidimensionalen Raum bei euklidischer Metrik, wie sie in den Abschnitten 4.2.1 und 4.2.2 bereits eingehender charakterisiert wurde. Die beschriebenen Algorithmen sind allerdings teilweise - unter geeigneten Modifikationen - auch auf Variationen dieser Grundstruktur anwendbar. In der Literatur ist insbesondere die Berechnung in höher dimensionierten Räumen sowie für Variationen von Interesse. Die Berechnung von zweidimensionalen, euklidischen VD-Strukturen gilt - abgesehen von der Behandlung von Degenerationen bzw. "Half-Neighbor"-Problemen - als hinreichend gelöstes Problem.⁹⁷ - Im folgenden wird zunächst auf "naive" laufzeitineffiziente Algorithmen eingegangen, bevor die Bandbreite der effizienten Konzepte zur Bestimmung der VD-Struktur an drei konkreten Beispielen verdeutlicht wird.⁹⁹

⁹⁶ Vgl. mit detaillierten Literaturretrospektiven zu diesem Punkt auch die Abschnitte 4.3.3 und 5.2.

Vgl. z.B. GREEN/SIBSON (1978), S. 168; BROSTOW/DUSSAULT/FOX (1978), S. 81 f.; BOWYER (1981), S. 163; WATSON (1981), S. 167; TANEMURA/OGAWA/OGITA (1983), S. 191 f.; BOOTS (1986), S. 50; AURENHAMMER (1988), S. 22 ff.; AURENHAMMER (1991), S. 360 ff., DOBKIN (1992), S. 1402, S. 1405; OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 9; JÜNGER/KAI-BEL/THIENEL (1994a).

Unter dem Begriff "naiv" werden in der Literatur zumeist einfache bzw. triviale, offensichtliche Verfahren - vielfach mit enumerativem Charakter - zur Lösung eines Problems verstanden. Diese erweisen sich zumeist als wenig effizient. Vgl. z.B. OTTMANN/WIDMAYER (1993), S. 557; DOBKIN (1992), S. 1403; OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 209 ff.

Vgl. zu den folgenden Ausführungen insbesondere AURENHAMMER (1988); AURENHAMMER (1991), S. 360 ff.; OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 209 ff.

4.2.4.2. Naive Algorithmen

Erste Anwendungen der VD-Strukturen zu Beginn des 20. Jahrhunderts begründeten bereits die Notwendigkeit ihrer Bestimmung bzw. Berechnung. Die mangelnde Verfügbarkeit von Rechenautomaten erzwang dabei eine zeichnerisch orientierte Konstruktion mit Stift, Papier, Lineal und Zirkel. Da die grundlegende Idee der VD-Strukturen relativ eingängig ist, bereitet die Erstellung der Diagramme auf diesem Weg prinzipiell keine Probleme. Allerdings führt die Komplexität der in die Entwicklung einzubeziehenden Relationen in Form von Hilfslinien schnell zur Unübersichtlichkeit der Zeichnung. Eine fehlerlose Erstellung ist nur bei sehr konzentriertem Arbeiten möglich. Folglich waren die in diesem Zusammenhang in der Literatur präsentierten "Algorithmen" - wenn man sie denn so nennen will - eher intuitive Hinweise für eine geschickt organisierte geometrische Realisation. 100 Obgleich zu seiner Zeit schon Computer verfügbar waren, stellen die Ausführungen von KOPEC (1963) ein gutes Beispiel für derartige Empfehlungen dar. ¹⁰¹ Die Entmutigung seiner Studenten bei der zeitraubenden und fehlerträchtigen Konstruktion war für ihn Anlaß, ein Vorgehen mittels einer Anzahl von Zirkelschlägen zu entwickeln, welches völlig ohne weitere Hilfslinien auskommt. - Unbeschadet der Bewältigung der Komplexität der zeichnerischen Entwicklung setzt jedoch das Medium Papier enge Grenzen hinsichtlich der Genauigkeit und Geschwindigkeit bei der Bestimmung von VD-Strukturen.

Die rasche Entwicklung der elektronischen Datenverarbeitung ab den 70er Jahren eröffnete für geometrische Konstruktionen jeglicher Art neue Horizonte. Es wurde jedoch auch schnell deutlich, daß die Bewältigung geometrischer Fragestellungen mittels Algorithmen bzw. Programmen eine Vielzahl spezifischer, eigener Probleme aufwirft. Zum ersten gilt, daß viele geometrische Fragestellungen (z.B. die Prüfung des Enthaltenseins eines Punktes in einem Polyeder), die für den menschlichen Betrachter trivial erscheinen mögen, für die Programmierung eine recht komplexe Aufgabe darstellen. Dabei muß oft neben einer grundlegenden Bewältigung des jeweiligen Kernproblems eine Behandlung sämtlicher im Problemkontext denkbaren Sonderfälle gewährleistet werden. Zum zweiten müssen Widrigkeiten wie die begrenzte Rechengenauigkeit digitaler Computer, die daraus resultierenden Rundungsfehler sowie Ober- und Untergrenzen für die Darstellbarkeit von Zahlen berücksichtigt werden. Es kam zur Bildung der eng verknüpften Fachdisziplinen "Computer Graphics" und "Computational Geometry". Während erstere sich eher anwendungsbezogen mit der Visualisierung geometrischer Strukturen

Vgl. z.B. BRASSEL/REIF (1979), S. 290; AURENHAMMER (1988), S. 22; AURENHAMMER (1991), S. 360; OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 9.

¹⁰¹ Vgl. im folgenden KOPEC (1963), S. 24 f.

¹⁰² Vgl. z.B. SEDGEWICK (1992), S. 399 f.

Will man z.B. die Kreuzung zweier Geraden mit fixierten Endpunkten bestimmen, so ist es denkbar, daß keine Kreuzung vorliegt, zwei der Endpunkte zusammenfallen, der Endpunkt der einen Geraden auf der anderen liegt usw. Zumeist wird es im Anwendungskontext erforderlich sein, bei der Lösung eines Problems nach den verschiedenen Sonderfällen zu differenzieren. Vgl. z.B. REINELT (1994), S. 45.

Z.B. ist die Rechengenauigkeit im Rahmen der Bestimmung von VD-Strukturen bei der Behandlung von "Half-Neighbor"-Problemen bzw. der Degeneration von großer Bedeutung, vgl. die Abschnitte 4.2.1 sowie 4.2.4.4 und 4.2.4.5.

Vgl. dazu z.B. den Überblick von DOBKIN (1992), S. 1400 ff.; auch EDELSBRUNNER (1987); OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 9.

auf Ausgabemedien beschäftigt, ist der Gegenstand der letzteren die algorithmische Erschließung geometrischer Probleme. Dabei ist insbesondere auch die Frage einer *effizienten* Lösung im Sinne der Minimierung der Laufzeit der Algorithmen im schlechtmöglichsten wie im Durchschnittsfall von Interesse (Laufzeitkomplexität). Es zeigt sich, daß auch hier der Grundsatz gilt, daß die Effizienz von Algorithmen eng mit der Ausgestaltung der Datenstrukturen zusammenhängt, auf welchen sie operieren.¹⁰⁶

Es lassen sich nun unter Kenntnis der grundlegenden Charakteristika der VD-Strukturen schnell zahlreiche "naive" laufzeitineffiziente Algorithmen für den Computereinsatz formulieren. So kann man z.B. unter Nutzung des Kreiskriteriums die Delaunay-Struktur ermitteln, indem man alle Kombinationen dreier Städte in der Städteschar betrachtet. 107 Berechnet man den Mittelpunkt des Kreises, auf welchem die jeweils betrachteten drei Städte liegen, und weist keine andere Stadt eine geringere Entfernung zu diesem Mittelpunkt auf als die drei betrachteten Städte, so sind diese in der Delaunay-Struktur zueinander Nachbarn. Die Voronoi-Struktur kann anschließend in linearer Zeit aus der Delaunay-Struktur abgeleitet werden. Dieses Vorgehen weist jedoch zum einen eine sehr ungünstige Laufzeit von tendenziell $O(n^3)$ auf, 108 zum anderen verlangt es die separate Behandlung zahlreicher Sonderfälle. Liegen z.B. drei Städte auf einer Linie, so sind sie trotz formaler Erfüllung des Kreiskriterium in der Delaunay-Struktur nicht sämtlich Nachbarn zueinander. Die Erkennung degenerierter Situationen bzw. des "Half-Neighbor"-Problems erfordert prinzipiell einen Abgleich aller Drei-Städte-Kombinationen (i.S. einer Sonderfallbehandlung) untereinander; dieser Vorgang führt zu einer noch höheren Laufzeit.

Es böte sich weiterhin die Möglichkeit, sequentiell sämtliche Städte durchzugehen und über die Bestimmung der Schnittflächen der Halbebenen zu allen bei der Betrachtung einer konkreten Stadt jeweils verbleibenden Städten zunächst die Voronoi-Kanten und damit schließlich das jeweils zugehörige Voronoi-Polygon zu ermitteln. ¹⁰⁹ Dabei wird für die gerade betrachtete Stadt zunächst die Voronoi-Kante zur nächstliegenden Stadt gebildet. Man fährt mit der zweitnächsten Stadt fort und macht den Schnittpunkt der entsprechenden Kante zur ersten Voronoi-Kante ausfindig. Frühestens nach der Behandlung der drittnächsten Stadt (je nach Lage der Städte im Raum) ergibt sich eine erste um die betrachtete Stadt durch die eingezeichneten Voronoi-Kanten geschlossene Fläche. Die Bestimmung weiterer Voronoi-Kanten zu den weiter entfernteren Städten beschneidet diese fortlaufend, bis sich der endgültige Polyeder gebildet hat. Die Berechnung des Voronoi-Polygons einer Stadt erfordert dann eine in Abhängigkeit der Anzahl der Städte tendenziell lineare Laufzeit. Folglich führt die Bestimmung aller Voronoi-Polygone zu

Vgl. grundlegend z.B. OTTMANN/WIDMAYER (1993), S. 33 ff.; SEDGEWICK (1992), S. 22; speziell für VD-Strukturen z.B. GREEN/SIBSON (1978), S. 170; BOWYER (1981), S. 163 f.; EDELSBRUNNER (1987), S. 297; AURENHAMMER (1991), S. 365 ff.; DOBKIN (1992), S. 1403 ff.; TSAI (1993), S. 1469 ff.; OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 215 ff.; OTTMANN/WIDMAYER (1993), S. 555 ff.; SHEWCHUK (1996), S. 124 ff.

Ein solches Vorgehen wurde am Rande dieser Arbeit zur Überprüfung effizienterer Algorithmen implementiert.

Es müssen sämtliche möglichen Städtetripel betrachtet werden.

Vgl. im folgenden z.B. OTTMANN/WIDMAYER (1993), S. 557; OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 210 f.

einem quadratischen Zeitbedarf in Abhängigkeit von der Anzahl der berücksichtigten Städte. 110

Einen anderen Ansatzpunkt bietet z.B. die Eigenschaft der lokalen Gleichwinkligkeit der Delaunay-Struktur, wie sie in Abschnitt 4.2.2 erörtert wurde. Ausgehend von einer beliebigen Triangulation der Städteschar in der konvexen Hülle wird diese durch Redefinition der Diagonalen in konvexen Vierecken, die aus eine Seite teilenden Dreiecken der Triangulation bestehen, nach LAWSONs Kriterium sukzessive in die Delaunay-Triangulation überführt. Für diese Prozedur findet sich keine Angabe einer Zeitkomplexität; sie dürfte jedoch im "worst case" mindestens quadratische Laufzeit aufweisen.

Es wird deutlich, daß der Entwurf von Algorithmen zur Bestimmung von VD-Strukturen in Anknüpfung an deren Eigenschaften in zahlreichen Varianten möglich ist. Dabei sind jedoch oftmals spezifische Probleme - z.B. bzgl. der Behandlung von Degenerationen - zu überwinden. Zudem gilt, daß die Effektivität eines Konstruktionsalgorithmus für eine geometrische Struktur nicht die einzige erwünschte Eigenschaft ist. Es ist auch nach der Effizienz im Sinne der Laufzeitkomplexität (im "worst" und im "average case"), des erforderlichen Speicherplatzes und der notwendigen Komplexität des Verfahrens zu fragen. Gerade das erste Kriterium der Laufzeiteffizienz wird jedoch von den oben dargestellten - eher einfachen - Verfahren nur unzureichend erfüllt.

4.2.4.3. Komplexe laufzeiteffiziente Algorithmen

Wird nach einem effizienten Lösungsverfahren für ein geometrisches Problem gefragt, so steht zumeist die benötigte Laufzeit im Vordergrund des Interesses. Dabei wird zunächst häufig untersucht, mit welchem Zeitaufwand das Problem bei der ungünstigsten Datenkonstellation (im "worst case") bestenfalls gelöst werden kann bzw. wie lange die Berechnung dann mindestens dauern muß. SHAMOS/HOEY (1975) stellten fest, daß das Voronoi-Diagramm theoretisch mit einer "worst case"-Laufzeitkomplexität von $O(n \log n)$ bestimmt werden kann. Für den Erwartungswert der Laufzeit läßt sich sogar O(n) realisieren. Sie skizzierten gleichzeitig einen entsprechenden Algorithmus

Vgl. OTTMANN/WIDMAYER (1993), S. 557; REINELT (1994), S. 44. Durch eine Vorsortierung und ein Abbruchkriterium für die Überprüfung der Städte bezüglich eines Halbebenenschnittes lassen sich für den Durchschnittsfall allerdings beträchtliche Beschleunigungen erreichen.

Von LAWSON (1977), S. 161 ff. als "local optimization procedure" beschrieben; trotz der offensichtlichen Ineffizienz wurde der Grundgedanke auch für die Konstruktion effizienter Algorithmen übernommen, vgl. z.B. TSAI (1993), S. 1464; vgl. zur lokalen Gleichwinkligkeit detaillierter Abschnitt 4.2.2.

^{Vgl. SHAMOS/HOEY (1975), S. 151 ff.; auch GREEN/SIBSON (1978), S. 170; BROSTOW/DUSSAULT/FOX (1978), S. 88; BRASSEL/REIF (1979), S. 290; LEE (1980), S. 604; AUREN-HAMMER (1988), S. 23 f.; JÜNGER/REINELT/ZEPF (1991), S. 44; AURENHAMMER (1991), S. 362; OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 238; OTTMANN/WIDMAYER (1993), S. 565; REINELT (1994), S. 44 f. Damit geht ein in Abhängigkeit von der Problemgröße linearer Speicherplatzbedarf einher, vgl. z.B. EDELSBRUNNER (1987), S. 298, S. 305.}

Vgl. zur letzteren Aussage z.B. OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 211; REINELT (1994), S. 47 f.

und bewiesen dessen theoretische Optimalität. In den folgenden Jahren wurden zahlreiche konkrete Algorithmen erdacht und implementiert, die diese Laufzeitkomplexität realisierten.

Es ist allerdings anzumerken, daß die in der Literatur zu beobachtende Konzentration auf den "worst case" für den praktischen Einsatz eines Verfahrens nicht unbedingt sinnvoll sein muß. 114 So kann ein Verfahren mit einer Laufzeitkomplexität von $O(n^2)$, welches im Durchschnitt jedoch z.B. lineare Laufzeiten realisiert (weil der schlechtestmögliche Fall selten eintritt), im praktischen Einsatz durchaus einem Verfahren mit einer geringeren "worst-case"-Laufzeitkomplexität vorzuziehen sein. 115 Von Interesse sollte daher eher die Dichtefunktion der Laufzeit in Abhängigkeit von den möglichen Eingabedatenkonstellationen sein. Deren Bestimmung wirft jedoch vielfach erhebliche Probleme auf und unterbleibt zumeist.

Weiterhin gilt, daß laufzeiteffiziente Algorithmen zur Errechnung der VD-Struktur naturgemäß relativ komplex sind. Ihre verbale Beschreibung stellt daher bereits hohe Anforderungen. Es ist zu konstatieren, daß es vielen Autoren nur unzureichend gelingt, dem Leser ein konsistentes Bild über die grundlegende Funktionsweise des von ihnen beschriebenen Algorithmus zu vermitteln. 116 Oftmals ist es notwendig, die lückenhaften Darstellungen eines Autors durch plausible Vermutungen über implizit gesetzte Prämissen zu ergänzen, um zur Annahme eines geschlossenen Konzeptes zu gelangen. Weiterhin gilt, daß zwischen einem klaren Konzept und seiner Implementierung in einer Programmiersprache noch ein erheblicher Unterschied besteht. Das Fehlen einer effizienten elementaren geometrischen Methode zur Lösung bestimmter Teilprobleme oder die Wahl ineffizienter Verfahren bei der Implementierung können einen im Konzept laufzeiteffizient erscheinenden Algorithmus entwerten. Über diesen "handwerklichen" Aspekt hinaus wirft die Implementierung eines algorithmischen Konzeptes immer zahlreiche spezifische Probleme auf, die von vielen Autoren nicht hinreichend gewürdigt werden. Im Falle der VD-Strukturen sind hier z.B. die Behandlung von "Half-Neighbor"-Problemen und die numerische Stabilität zu nennen.¹¹⁷ Die Veröffentlichung der den Publikationen zugehörigen Quellcodes, die eine intersubjektive Nachprüfbarkeit sichern könnte, unterbleibt oft. Ihre Beschaffung kann problematisch sein. 118 Es ist allerdings anzu-

Vgl. zu dieser Anmerkung z.B. SEDGEWICK (1992), S. 93 ff.

Vgl. z.B. JÜNGER/REINELT/ZEPF (1991), S. 44, die von einem dem folgend geschilderten Verfahren von GREEN/SIBSON (1978) ähnlichen Algorithmus berichten, der zwar eine "worst-case"-Laufzeitkomplexität von O(n²) aufweist, jedoch bei gleichverteilten Städten in der Ebene nahezu lineare Laufzeit erreicht. Vgl. gleichfalls die nachstehende Beschreibung des Algorithmus von TSAI (1993); auch LEE/SCHACHTER (1980), S. 237 ff.; AURENHAMMER (1991), S. 363; REINELT (1994), S. 47 f.

So z.B. BROSTOW/DUSSAULT/FOX (1978) und BRASSEL/REIF (1979), S. 292 ff. Die zu konstatierenden Unklarheiten betreffen zumeist die frühen Quellen zum Thema. Da VD-Strukturen inzwischen eine hinreichende Verbreitung gefunden haben, sind genügend gut nachvollziehbare neuere Quellen verfügbar. - Eine ähnliche Auffassung zeigen TANEMURA/OGAWA/OGITA (1983), S. 191, die beklagen, daß trotz vieler Beschreibungen zur Konstruktion von VD-Strukturen bis dato explizit publizierte Algorithmen rar seien.

Vgl. auch die Abschnitte 4.2.1 sowie 4.2.4.4 und 4.2.4.5; insbesondere JÜNGER/REINELT/ZEPF (1991), S. 43 ff.; JÜNGER/KAIBEL/THIENEL (1994a).

Abdrucke von Quellcodes z.B. bei BOOTS/MURDOCH (1983), S. 358 ff.; LUDWIG (1994), S.
 224 ff. Etliche Autoren bieten an, ihre Quellcodes bzw. Programme auf Wunsch zuzuschicken, so
 z.B. BROSTOW/DUSSAULT/FOX (1978), S. 91; GREEN/SIBSON (1978), S. 173; BOOTS (1986), S.

merken, daß in den weltweiten Datennetzen inzwischen zahlreiche Quellcodes bzw. Programme für die Berechnung von VD-Strukturen verfügbar sind.¹¹⁹

Im weiteren sollen nun drei Verfahren zur Berechnung der VD-Struktur exemplarisch vorgestellt werden, um die Bandbreite der möglichen Vorgehensweisen zur Lösung dieses Problems aufzuzeigen. Die Verfahren von GREEN/SIBSON (1978) und TSAI (1993) stehen dabei für eine sequentielle, inkrementelle Bestimmung der VD-Struktur, wohingegen das Prinzip "Divide and Conquer" als ein Beispiel für rekursive Algorithmen herangezogen wird. 121

Das von GREEN/SIBSON im Jahre 1978 publizierte Verfahren stellt - nach Ansicht der Autoren - die erste verwertbare Veröffentlichung eines Algorithmus zur Berechnung der VD-Struktur dar. 122 Er erreicht in der Originalfassung nicht die bestmögliche Zeitkomplexität von $O(n \log n)$, kann aber durch einige Modifikationen des Verfahrens hinsichtlich des Erwartungswertes der Laufzeit aufgewertet werden. 123 Sein Konzept soll hier als gut nachvollziehbares Beispiel aus der Klasse der sequentiell arbeitenden Algorithmen dargestellt werden. 124 Es wurde wiederholt von anderen Autoren in ähnlicher Form im-

- 50 f.; JÜNGER/KAIBEL/THIENEL (1994a), S. 21; andere stellen ihre Programme via FTP im Internet zur Verfügung, so z.B. TSAI (1993), S. 1472.
- So z.B. das Paket "Triangle" von SHEWCHUK (o.J.) (vgl. auch SHEWCHUK (1996), S. 124 ff.), das Paket "QHull", vgl. O.V. (1995), auch BARBER/DOBKIN/HUHDANPAA (1996), S. 469 ff., sowie CLARKSON (o.J.). Einige Personen bzw. Institutionen haben im WWW Verzeichnisse verfügbarer Software zur Lösung geometrischer Probleme bereitgestellt; auch hier finden sich zahlreiche Hinweise auf (bzw. Möglichkeiten zum direkten Bezug von) Programme(n) zur Berechnung von VD-Strukturen, so z.B. im *Guide to Available Mathematic Software* (GAMS) am *National Institute of Standards and Technology* (NIST) (unter "http://gams.nist.gov", verifiziert 07.11.1997); desgleichen in der Liste frei verfügbarer Programme aus dem Bereich "Computational Geometry" vom *Geometry Center, Minneapolis* (unter "http://www.geom.umn.edu/software/cglist/", verifiziert 07.11.1997) sowie der *STATLIB* (einer Bibliothek vorwiegend statistischer Software) am *Department of Statistics der Carnegie Mellon University, Pittsburgh* (unter "http://www.stat.cmu.edu/", verifiziert 07.11.1997). Die auf diesem Wege erhältlichen Software-Pakete bzw. Quellcodes weisen aber zuweilen den Nachteil einer nur marginalen Dokumentation auf, so daß die eingesetzten Algorithmen nur mit erheblichem Aufwand nachvollzogen werden können.
- Vgl. mit einer exakten Klassifizierung der Verfahren zur Bestimmung von VD-Strukturen OKA-BE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 213 ff.
- Das "Plane-Sweep"-Prinzip, nach welchem z.B. der Algorithmus von FORTUNE (1987), S. 153 ff., arbeitet, stellt ein weiteres geometrisches Basiskonzept dar, welches zur Bestimmung von VD-Strukturen eingesetzt werden kann. Auf seine Darstellung wird hier jedoch verzichtet. Vgl. dazu auch AURENHAMMER (1988), S. 24, S. 61 ff.; AURENHAMMER (1991), S. 364; OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 214, S. 239 ff.
- Zu dieser Ansicht kommen die Autoren, nachdem sie sämtliche früher veröffentlichten Algorithmen als zu vage beschrieben oder ineffizient abqualifizieren, vgl. dazu GREEN/SIBSON (1978), S. 169 f.; ähnlich urteilen z.B. BROSTOW/DUSSAULT/FOX (1978), S. 82 (allerdings für VD-Strukturen in dreidimensionalen Räumen); auch FINNEY (1979), S. 137; vgl. zur gesamten folgenden Darstellung GREEN/SIBSON (1978), S. 170 ff., allgemein auch OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 223 ff.
- Vgl. z.B. BOWYER (1981), S. 162; zu anderen Modifikationen (zur Erreichung einer erwarteten linearen Laufzeit) AURENHAMMER (1988), S. 22; AURENHAMMER (1991), S. 361 f.; OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 213 f., S. 223 ff.; REINELT (1994), S. 46 ff.
- Die Autoren bezeichnen den Algorithmus zwar als rekursiv, vgl. GREEN/SIBSON (1978), S. 168, S. 170, er ist jedoch eindeutig sequentiell. Lediglich die von GREEN/SIBSON (1978), S. 171 f. gewählte Implementierung weist rekursive Züge auf.

plementiert.¹²⁵ Für die Erläuterung wird ein Beispiel mit fünf Städten (A bis E, vgl. Abb. 19) herangezogen.

Die Grundidee des Verfahrens ist es, mit der Betrachtung von zwei Städten zu beginnen, für diese die Voronoi-Struktur zu bestimmen, und dann schrittweise weitere Städte einzufügen. Dabei wird die Voronoi-Struktur bei jeder Einfügung entsprechend aktualisiert. Da die VD-Struktur den zweidimensionalen Raum stets gänzlich ausfüllt, kommt jede neu aufgenommene Stadt zu ihrer Polyederfläche, indem sie den bereits eingefügten Städten (genauer gesagt: den ihr benachbarten Städten) Flächen entzieht. Den Kern des Algorithmus bildet folglich die Aktualisierung der Voronoi-Struktur nach der Aufnahme einer neuen Stadt.

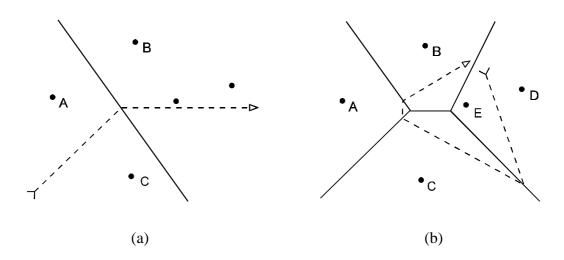


Abb. 19: Sequentieller Algorithmus zur Berechnung der VD-Struktur nach GREEN/SIBSON (1978), zwei Konstruktionsschritte (a), (b). 126

Das Verfahren kann mit einem beliebigen Städtepaar beginnen.¹²⁷ Im Beispiel werden die Städte A und B gewählt. Zwischen diesen wird - siehe Abb. 19 (a) - die trennende Voronoi-Kante errichtet. Diese allein macht die Voronoi-Struktur für zwei Städte aus. Die Daten der beiden Städten zugehörigen Kante werden für die sogenannten Nachbarschaftslisten der Städte notiert. Folgend wird eine weitere Stadt - im Beispiel C - eingefügt. Zunächst wird nun deren nächster Nachbar unter den schon eingefügten Städten bestimmt. Es ist hier die Stadt A. Die trennende Voronoi-Kante zwischen A und C wird

Im Sinne eines sukzessiven Aufbaus der VD-Struktur (entweder durch die Einfügung von Städten oder des Aufbaus "von Kante zu Kante" (als "walking method" bei OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 213 bezeichnet)), vgl. z.B. BRASSEL/REIF (1979), S. 292 ff.; BOWYER (1981), S. 163 ff.; BOOTS/MURDOCH (1983), S. 352 f.; mit einer Bestimmung der Delaunay-Triangulation LEE/SCHACHTER (1980), S. 232 ff.; im dreidimensionalen Raum WATSON (1981), S. 170 ff.; eine allgemeine Einordnung findet sich bei AURENHAMMER (1991), S. 360 ff. sowie bei OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 213 ff., S. 223 ff.

Abbildungsteil (b) leicht modifiziert entnommen GREEN/SIBSON (1978), S. 170, Fig. 3.

GREEN/SIBSON (1978), S. 168 ff. arbeiten mit einem speziellen räumlichen Suchprozeß, bei welchem für die jeweils nächste Einfügung immer nur jene Städte untersucht werden, die einer schon berücksichtigten Stadt naheliegen. Hinsichtlich der Wahl der ersten Stadt treffen sie keine Aussage.

konstruiert (gestrichelt). Dies geschieht, indem man auf der die Städte A und C verbindenden Linie die Mittelsenkrechte errichtet und deren Geradengleichung bestimmt. Folgend wird im Uhrzeigersinn um C herum der Verlauf dieser Voronoi-Kante verfolgt. Man stellt fest, daß sie die zuvor zwischen A und B eingefügte Kante kreuzt. Dieser Kreuzungspunkt stellt den zum Städtetripel A-B-C gehörigen Voronoi-Knoten dar. Die Voronoi-Kante zwischen A und C endet in diesem. Nun wird - weiterhin im Uhrzeigersinn um C herum - die Voronoi-Kante zwischen C und B (gestrichelt) betrachtet. Sie beginnt im festgestellten Endpunkt der Kante zwischen C und A und läuft - da es keine weiteren zu berücksichtigenden Städte gibt - in die Unendlichkeit hinein. Gleiches gilt für das andere Ende der Kante zwischen C und A. Da die Stadt C Bestandteil des Randes der konvexen Hülle der drei Städte ist, ist ihr Voronoi-Polygon unbegrenzt. Der unter dem Voronoi-Knoten des Städtetripels A-B-C liegende Teil der Voronoi-Kante zwischen den Städten A und B ist nun nicht mehr definiert und fällt weg. Im letzten Schritt sind die Nachbarschaftslisten der drei betroffenen Städte zu aktualisieren: Für die Stadt A sind z.B. die veränderte (verkürzte) Kante zwischen A und B sowie die neue Kante zwischen A und C mit ihren Daten zu notieren. Entsprechend werden die Nachbarschaftslisten für B und C dem neuen status quo angepaßt.

Im Teil (b) der Abb. 19 ist die Stadt D bereits eingeordnet worden. Nachzuvollziehen ist nun die Einfügung der Stadt E. Diese ist von Interesse, da hier die VD-Struktur für eine Stadt zu aktualisieren ist, die nicht auf dem Rand der konvexen Hülle der Städteschar liegt und folglich eine begrenzte Voronoi-Polyederfläche aufweist. Wiederum wird zuerst der nächste Nachbar zur Stadt E festgestellt. Dieser ist die Stadt D. Die trennende Voronoi-Kante zwischen den Städten E und D wird bestimmt. Sie weist zunächst entgegen dem Uhrzeigersinn um E herum einen Schnittpunkt mit der die Städte B und D trennenden Kante auf, womit ihr Startpunkt fixiert ist. Ihre Verfolgung im Uhrzeigersinn um E herum ergibt einen Schnittpunkt mit der die Städte C und D trennenden Kante. Damit ist ihr Endpunkt festgelegt. In diesem Punkt beginnt zugleich auch die die Städte E und C trennende Kante. Diese wird wieder im Uhrzeigersinn um E herum verfolgt, bis sie die die Städte A und C trennende Kante schneidet. Der Prozeß setzt sich im Uhrzeigersinn um E herum fort, bis der Startpunkt der zwischen den Städten D und E definierten Kante wieder erreicht wird. Damit schließt sich der Voronoi-Polyeder der Stadt E, dessen Fläche den Polyedern der vorher in der VD-Struktur bereits berücksichtigten Städte entzogen wurde. In der Nachbarschaftsliste der Stadt E sind nun die entsprechenden Kantendaten und damit die festgestellten Nachbarschaften zu vermerken. Weiterhin sind die Nachbarschaftslisten für sämtliche berührten Städte zu aktualisieren. Für diese wird jeweils eine neue Nachbarschaft bzw. Voronoi-Kante aufgenommen. Vor der Einfügung bestehende Kanten verkürzen sich oder fallen ganz weg (so z.B. die Kante zwischen den Städten B und C). Im letzteren Falle wird durch die Einfügung ein zuvor bestehendes Nachbarschaftsverhältnis zwischen zwei Städten gänzlich eliminiert.

Die für den Algorithmus vorzuhaltende Datenstruktur ist die angesprochene Nachbarschaftsliste. In sie werden die für eine spezifische Stadt den Voronoi-Polyeder begrenzende Voronoi-Kanten mit ihren jeweiligen Endpunkten eingetragen.¹²⁸ Zu jeder Kante ge-

In die Unendlichkeit auslaufende Voronoi-Kanten müssen in für eine Rekonstruktion geeigneter Form, also entweder mittels der Geradengleichung und dem fixierten Endpunkt, oder über den fixierten Endpunkt und einen weiteren Punkt auf der Kante, vermerkt werden. Vgl. zur verwendeten Datenstruktur GREEN/SIBSON (1978), S. 170 f.; vgl. weiterführend OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 224.

hört darüber hinaus noch die Angabe der "gegenüberliegenden" Stadt, deren Nachbarschaft die Kante konstituiert. Damit sind Voronoi- wie Delaunay-Struktur hinreichend beschrieben. Die Voronoi-Knoten sind über die vermerkten Kantenenden implizit in dieser Struktur enthalten. Die Datenstruktur enthält allerdings nach Abschluß des Verfahrens Redundanzen, da jede Kante zweimal enthalten ist. Diese können - soweit nicht aus Effizienzgründen für spätere Operationen erwünscht - noch entfernt werden. Im Prinzip kann die Datenstruktur sogar ohne Informationsverlust auf die festgestellten Nachbarn einer jeden Stadt reduziert werden, da sich alle anderen Verhältnisse (Endpunkte der Voronoi-Kanten, Voronoi-Knoten) aus diesen wieder mit in Abhängigkeit von der Anzahl der Städte linearem zeitlichen Aufwand ableiten lassen.

Die exakte numerische Erkennung von degenerierten Situationen wird von GREEN/SIBSON (1978) als weniger bedeutungsvoll eingeschätzt. Als fundamentaler sehen sie die Gefahr an, daß das Auftreten von HNP aufgrund numerischer Ambiguitäten zu Inkonsistenzen in der von ihnen verwendeten Datenstruktur führen kann. Die Autoren sind jedoch der Auffassung, daß dieses Problem durch eine entsprechend sorgfältige Implementierung mit adäquaten Plausibilitätsprüfungen bewältigt werden kann. Ihre empirischen Tests mit degenerierten Daten bestätigten dies.

Die Effizienz des Verfahrens von GREEN/SIBSON (1978) wird allein vom Vorgehen beim Einfügen eines neuen Punktes bestimmt. Nach der Feststellung des nächsten Nachbarn werden - unter Nutzung der bis dahin bereits errechneten Voronoi-Struktur - nur noch Suchprozesse in der direkten, schon bekannten Nachbarschaft durchgeführt. Eine neu errichtete Voronoi-Kante verringert immer die Fläche des Polyeders der gerade im Uhrzeigersinn um die eingefügte Stadt herum betrachteten Stadt. Folglich wird auch immer eine ihrer Voronoi-Kanten von der neu eingefügten Kante geschnitten. Der Suchaufwand nach der von der neuen Kante geschnittenen Kante ist also sehr begrenzt. Durch die Feststellung des Kantenschnitts (im Uhrzeigersinn) ergibt sich sogleich immer die nächste zu betrachtende Stadt. Der Arbeitsaufwand für eine Einfügung einer Stadt ist also - in Abhängigkeit von der Anzahl der durchschnittlichen Nachbarschaften und unter Vernachlässigung von Degenerationen - konstant und nicht von der Gesamtanzahl der Städte abhängig.

Zum Engpaß des Verfahrens wird folglich die Suche nach dem nächsten Nachbarn einer einzufügenden Stadt, mit dem die Strukturaktualisierung beginnt. Ein naives (enumeratives) Vorgehen würde zu einer in Abhängigkeit von der Anzahl der Städte quadratischen Laufzeit führen, da für jede Stadt einmal der nächste Nachbar bestimmt werden muß. GREEN/SIBSON (1978) verwenden einen raumorientierten Suchprozeß und erreichen damit eine durchschnittlich zu $n^{1.5}$ proportionale Laufzeit. Sie weisen jedoch bereits selbst darauf hin, daß eine weitere Reduktion bei höherem Speicherplatzbedarf möglich

¹²⁹ Vgl. folgend GREEN/SIBSON (1978), S. 170 f.

In der Datenstruktur von GREEN/SIBSON (1978) ist jede Nachbarschaft zweimal vermerkt. Kommt es nun bei den vorzunehmenden Berechnungen dazu, daß zwei algebraisch gleiche, jedoch im numerischen Ergebnis unterschiedliche Ausdrücke auftreten, so kann dies dazu führen, daß sich die Nachbarschaftslisten zweier Städte widersprechen (inkonsistent werden), vgl. GREEN/SIBSON (1978), S. 171; ähnlich BOWYER (1981), S. 165.

Für den "worst case" gilt allerdings weiterhin $O(n^2)$, vgl. z.B. LEE/SCHACHTER (1980), S. 226.

sein müßte.¹³² Eine empirische Laufzeitrelation läßt sich aus den wenigen Angaben der Autoren nicht ableiten.¹³³

Als zweites soll nun die Berechnung der VD-Struktur unter Einsatz einer der zentralen Techniken der "Computational Geometry", des Prinzips "Divide and Conquer" (D&C), erläutert werden. 134 "Teilen und herrschen" bedeutet in diesem Zusammenhang, daß ein Problem zunächst in zwei Teilprobleme zerlegt wird. Diese werden dann - wiederum mittels des D&C-Verfahrens - gelöst. Liegen die Lösungen für die Teilprobleme vor, so werden diese dann zur Lösung des Gesamtproblems zusammengesetzt. Wesentliche Voraussetzungen für die Anwendung dieses Verfahrens sind somit zum einen die Zerlegbarkeit des Ausgangsproblems in Teilprobleme und die Lösbarkeit derselben ohne Interdependenzen. Zum anderen muß die Verschmelzung der Teillösungen zur Gesamtlösung möglich sein. Es ist eine echte Rekursivität des Verfahrens gegeben, da auf jedes gebildete Teilproblem erneut dasselbe angewandt werden kann. 135 Die Effizienz des Prinzips begründet sich darin, daß nur eine geringe Anzahl von Teilungen notwendig ist, um auf die kleinstmögliche Problemeinheit (das Problematom) zu stoßen. Es läßt sich zeigen, daß - aus der Anzahl notwendiger Teilungen folgend - viele D&C-Algorithmen eine zu $n \log n$ proportionale durchschnittliche Laufzeit aufweisen. ¹³⁶ Diese Effizienz läßt das Prinzip D&C zu einem universal anwendbaren Algorithmus werden, der auch außerhalb der "Computational Geometry" für zahlreiche Aufgaben eingesetzt wird. 137

Das folgend erläuterte Verfahren zur Konstruktion der VD-Struktur wurde bereits von SHAMOS/HOEY (1975) im Konzept beschrieben; es folgten zahlreiche Implementierungen. Für die Darstellung wird das TSP 15_001 aus Gruppe I als Beispiel herangezogen. Im ersten Schritt wird die Städteschar in zwei etwa gleichgroße Städtemengen

Die Bestimmung der nächsten bereits eingefügten Stadt zu einer einzufügenden Stadt kann als "Post Office Problem" aufgefaßt werden, welches für die in einem Einfügungsschritt bereits bestehende VD-Struktur mit k Städten im "worst case" mit einer Komplexität von $O(\log k)$ lösbar ist. Vgl. z.B. AURENHAMMER (1988), S. 28; EDELSBRUNNER (1987), S. 298 f.; AURENHAMMER (1991), S. 369; OTTMANN/WIDMAYER (1993), S. 569 ff.; OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1994), S. 48; vgl. zur Erreichung einer durchschnittlich linearen Laufzeit OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 223 ff., auch S. 225 ff.; REINELT (1994), S. 47 f.

¹³³ Vgl. GREEN/SIBSON (1978), S. 172.

Zu grundlegenden Ausführungen zum Prinzip "Divide and Conquer" vgl. z.B. SEDGEWICK (1992), S. 78 ff.; OTTMANN/WIDMAYER (1993), S. 25 ff.

Viele Algorithmen sind nur in ihrer Implementierung, nicht jedoch in ihrem Konzept rekursiv. Jedes rekursive Konzept läßt sich jedoch auch nichtrekursiv - z.B. unter Verwendung eines Stapels - implementieren. Vgl. z.B. SEDGEWICK (1992), S. 75 ff.

Vgl. mit eingehender Erläuterung bzw. Herleitung z.B. SEDGEWICK (1992), S. 103 ff.; OTT-MANN/WIDMAYER (1993), S. 25 ff.

So z.B. für Sortierverfahren (z.B. Quicksort), Suchalgorithmen (z.B. die Binäre oder Halbierungssuche), Polynomarithmetik, Rechenoperationen mit Matrizen usw., vgl. z.B. SEDGEWICK (1992); S. 78 ff., S. 146 ff., S. 597 ff.; OTTMANN/WIDMAYER (1993), S. 185 f., S. 480 ff.

Vgl. SHAMOS/HOEY (1975), S. 151 ff.; zu diversen Implementierungen des Konzepts (teilweise mit Modifikationen) und den folgenden Erörterungen vgl. z.B. LEE (1980), S. 611 ff.; LEE/DRYSDALE (1981), S. 78 f.; AURENHAMMER (1988), S. 25 f., S. 55 ff.; AURENHAMMER (1991), S. 362 f.; OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 214, S. 232 ff.; OTTMANN/WIDMAYER (1993), S. 557 ff.; REINELT (1994), S. 45 f.; mit Variationen, die direkt die Delaunay-Struktur berechnen LEE/SCHACHTER (1980), S. 226 ff.; AURENHAMMER (1991), S. 364 f.

Vgl. zu den hier herangezogenen TSP und ihrer Gruppierung Abschnitt 2.4.

geteilt. Die Teilung wird dabei aus rechentechnischen Gründen senkrecht, d.h. parallel zur Ordinate, durchgeführt.¹⁴⁰ Die Teilungslinie kann allerdings auch beliebig durch die Städteschar gelegt werden. Sie ist in Abb. 20 wie 21 gestrichelt eingezeichnet. Nun wird das D&C-Verfahren erneut auf die beiden getrennten Teilprobleme angewandt. Man erhält als Ergebnis die beiden in Abb. 20 und 21 wiedergegebenen Voronoi-Strukturen. Die Berechnung dieser Teillösungen ist zunächst nicht weiter von Interesse, da lediglich das D&C-Verfahren erneut - rekursiv - eingesetzt wird.

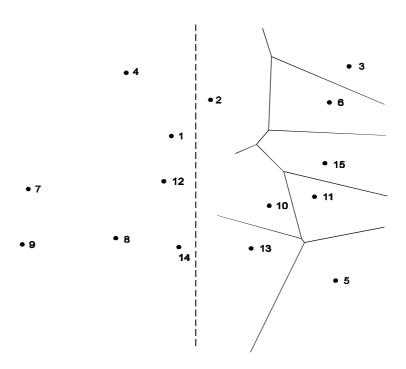


Abb. 20: Divide-and-Conquer-Konstruktion der VD-Struktur: Zerlegung der Städteschar in zwei Teilmengen (Dividing) und isolierte, rekursive Berechnung der Voronoi-Strukturen der gebildeten Teilprobleme: Voronoi-Struktur für die rechte Seite der Zerlegung.

Von zentraler Bedeutung für Effektivität wie Effizienz des Verfahrens ist nun die Feststellung, daß jene Voronoi-Kanten, die benachbarte Städte aus den beiden Teilmengen in einem vollständigen Voronoi-Diagramm voneinander trennen, einen durchgängigen Kantenzug bilden. Wie in Abb. 22 zu erkennen, ist dieser in vertikaler Richtung in dem Sinne monoton fallend, daß jeder folgende Voronoi-Knoten einen geringeren (bzw. allenfalls gleichen) Ordinatenwert aufweist als sein Vorgänger in der Kantenfolge. Das obere und untere Ende des Kantenzuges bilden Halbgeraden, die in die Unendlichkeit hinauslaufen. Dieser Kantenzug soll als Verschmelzungslinie bezeichnet werden, 141 da er die Voronoi-

Dabei wird für die folgende Darstellung unterstellt, daß keine zwei Städte dieselbe y-Koordinate aufweisen. Für lauffähige Implementierungen des D&C-Algorithmus muß diese Gegebenheit durch eine Sonderfallbehandlung abgefangen werden, vgl. z.B. OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 232.

In der Literatur als "merge curve", "merge line" oder "merge chain" bezeichnet, vgl. z.B. LEE (1980), S. 611 ff.; LEE/DRYSDALE (1981), S. 78 ff.; AURENHAMMER (1988), S. 56; REI-NELT (1994), S. 45 f.; hier als "Verschmelzungslinie" übersetzt.

Diagramme der beiden Teilmengen zur VD-Struktur der gesamten Städteschar verbindet. Die VD-Struktur der gesamten Städteschar wird aus den beiden Teildiagrammen sowie der Verschmelzungslinie gebildet. Dabei werden durch die Verschmelzungslinie die Flächen der an sie angrenzenden Voronoi-Polyeder der beiden Voronoi-Strukturen begrenzt bzw. im Hinblick auf die gesamte VD-Struktur koordiniert. Sie teilt die Ebene zwischen den beiden Städtemengen so auf, daß jeder Raumpunkt links von ihr näher an einer Stadt der linken Teilmenge, jeder Raumpunkt rechts von ihr näher an einer Stadt der rechten Teilmenge liegt.

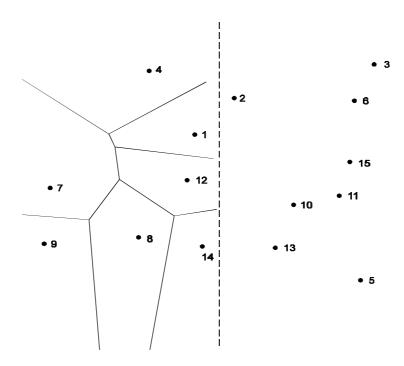


Abb. 21: Divide-and-Conquer-Konstruktion der VD-Struktur: Zerlegung der Städteschar in zwei Teilmengen (Dividing) und isolierte, rekursive Berechnung der Voronoi-Strukturen der gebildeten Teilprobleme: Voronoi-Struktur für die linke Seite der Zerlegung.

Der trennende Kantenzug wird nun sukzessive in Richtung absteigender Ordinatenwerte bestimmt. Die obere unbeschränkte Halbgerade muß dabei die Nachbarschaft zweier Städte konstituieren, die auf dem Rand der konvexen Hülle der gesamten Städteschar benachbart und durch die Teilungslinie in horizontaler Richtung getrennt sind. Zu ihrer Bestimmung sind zwei Vorgehensweisen denkbar. Zum ersten wäre es möglich, die konvexe Hülle der gesamten Städteschar zu konstruieren und den bezüglich der Ordinatenwerte höher liegenden Schnittpunkt der Teilungslinie mit dem Rand der konvexen Hülle zu bestimmen. Die geschnittene Kante des Randes der konvexen Hülle verbindet die beiden gesuchten Städte. Eine zweite Möglichkeit stellt das in Abb. 23 gewählte Vorgehen dar: Nach der Bildung der konvexen Hüllen der beiden Teilstädtemengen werden jene Städte auf dem Rand der Hüllen festgestellt, die durch eine von oben angelegte Tangente berührt werden. Auch dies sind die gesuchten Städte. In der Abb. 23 sind sie mit den Nummern 3 und 4 bezeichnet. - Das letztere Vorgehen weist gegenüber dem erstgenannten den Vorteil auf, daß in den beiden schon berechneten Voronoi-Strukturen die jewei-

ligen konvexen Hüllen bereits implizit enthalten sind bzw. aus ihnen in linearer Zeit in Abhängigkeit von der jeweiligen Anzahl der Städte abgeleitet werden können.¹⁴²

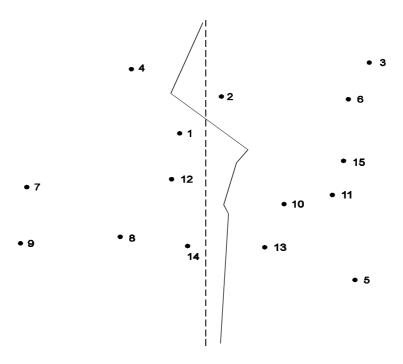


Abb. 22: Divide-and-Conquer-Konstruktion der VD-Struktur: Verschmelzung der Teillösungen (Merging), Verschmelzungslinie.

Auf der Verbindungslinie der beiden identifizierten Städte (und zugleich einer Kante des Randes der konvexen Hülle der gesamten Städteschar) wird nun die Mittelsenkrechte errichtet. Ein Teil derselben ist mit der in die Unendlichkeit hinauslaufenden Voronoi-Kante zwischen den Städten 3 und 4 (die ein Teil der Verschmelzungslinie ist) identisch. Der aus der Unendlichkeit hereinlaufende Teil der Kante endet in jenem Raumpunkt, von dem erstmalig mindestens eine dritte Stadt gleichweit entfernt ist wie die Städte 3 und 4. Dieser ist zugleich in der VD-Struktur der gesamten Städteschar ein Voronoi-Knoten, da hier mindestens drei Voronoi-Kanten zusammenlaufen. Er ist bestimmt durch den ersten Schnittpunkt der errichteten Mittelsenkrechten in Richtung absteigender Ordinatenwerte mit einer der Voronoi-Kanten der beiden vorliegenden (Teil-) VD-Strukturen. Dieser Voronoi-Knoten ist in Abb. 23 mit dem Buchstaben A bezeichnet. Anders ausgedrückt ist dies der erste Raumpunkt, in welchem die Mittelsenkrechte einen anderen Voronoi-Polyeder (der endgültigen bzw. vollständigen VD-Struktur) als jene der Städte 3 und 4 (die sie bis zu demselben Voronoi-Knoten trennt) berührt bzw. eine seiner Voronoi-Kanten schneidet.

Vgl. z.B. SHAMOS (1978), S. 209; BRASSEL/REIF (1979), S. 290; auch Abschnitt 4.2.2. Vgl. mit gleichem Vorgehen z.B. LEE (1980), S. 611 f.; OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 233 ff.

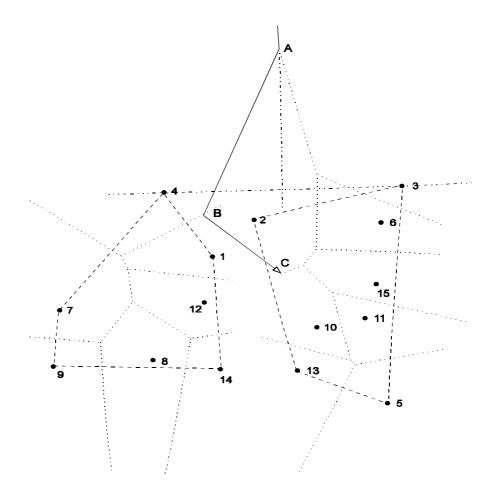


Abb. 23: Divide-and-Conquer-Konstruktion der VD-Struktur: Verschmelzung der Teillösungen (Merging), Konstruktion der Verschmelzungslinie.

Mit diesem Voronoi-Knoten ist der erste Abschnitt der gesuchten Verschmelzungslinie - bis zum Endpunkt der in die Unendlichkeit hineinlaufenden Voronoi-Kante zwischen den Städten 3 und 4 - bestimmt. Ab nun nimmt die Verschmelzungslinie einen anderen Verlauf. Die durch die Mittelsenkrechte im Punkt A berührte Voronoi-Kante konstituierte die Nachbarschaft der Städte 2 und 3, d.h. die Mittelsenkrechte zwischen den Städten 3 und 4 tangiert (und schneidet) hier den Polyeder der Stadt 2 in der rechten VD-Struktur. Da die Verschmelzungslinie als Voronoi-Kantenzug die obengenannte Eigenschaft aufweist, die nicht ausgezeichneten Raumpunkte nach ihrer Nähe zu Städten der linken bzw. rechten Teilmenge zu trennen, muß sie nun zwischen den Städten 4 und 2 weiterlaufen. Zwischen denselben wird nun wiederum auf der Verbindungslinie eine Mittelsenkrechte errichtet. Diese stellt die nächste Voronoi-Kante der Verschmelzungslinie dar. Sie beginnt im Raumpunkt A und endet dort, wo eine andere Voronoi-Kante einer der beiden (Teil-) VD-Strukturen geschnitten bzw. ein Voronoi-Polyeder einer anderen Stadt berührt wird. Dies ist im Raumpunkt B in Abb. 23 der Fall. Die die Städte 4 und 1 trennende Voronoi-Kante bzw. der Polyeder der Stadt 1 ist betroffen. Auch hier ist wieder ein Voronoi-Knoten der endgültigen VD-Struktur definiert.

Wiederum ändert die Verschmelzungslinie als Voronoi-Kantenzug der endgültigen VD-Struktur hier ihre Richtung. Nunmehr wird die Mittelsenkrechte auf der Verbindungslinie der Städte 2 und 1 betrachtet. Die aus ihr abzuleitende Voronoi-Kante beginnt im Raum-

punkt B und endet dort, wo diese Mittelsenkrechte den nächsten Polyeder einer der beiden VD-Strukturen der Städteteilmengen berührt bzw. eine ihm zugehörige Voronoi-Kante schneidet. Dies ist nun für den Polyeder der Stadt 10 der Fall; der zugehörige Schnittpunkt ist mit C bezeichnet.

Die weitere Bestimmung der Verschmelzungslinie setzt sich entsprechend fort; auf eine detaillierte Darstellung wird hier verzichtet. Die Konstruktion endet mit der Bestimmung der in die Unendlichkeit hinauslaufenden Voronoi-Kante zwischen den beiden Städten 9 und 5, die durch eine von unten an die konvexen Hüllen der beiden VD-Strukturen angelegte Tangente berührt werden. - Nach Abschluß der Berechnungen sind sämtliche links der Verschmelzungslinie liegenden Kantenteile der rechten VD-Struktur sowie vice versa sämtliche rechts der Verschmelzungslinie liegenden Kantenteile der linken VD-Struktur weggefallen. Die beiden Teil-VD-Strukturen wurden zu einer Gesamt-VD-Struktur verschmolzen.

Bislang wurde das Zusammenfügen der beiden VD-Teilstrukturen beschrieben. Diese wiederum sind Ergebnis der rekursiven Anwendung des D&C-Prinzips auf die durch die Teilung entstandenen Städtescharen. Verfolgt man nun den Ablauf der Rekursion, so ist festzustellen, daß die Rekursion zunächst jede der beiden bei der ersten Teilung entstandenen Städtescharen wiederum teilt. Diese Teilungen - anschaulich abbildbar in einer Baumstruktur - setzen sich solange fort, bis nur noch Problematome i.S. einzelner Städte verbleiben. Diese stellen die Blätter des Baumes (bei Abbildung des Zerlegungsvorganges in einer Baumstruktur) dar. Die Errichtung der VD-Strukturen für diese einzelnen Städte ist trivial: Der gesamte Raum fällt der jeweiligen Stadt zu. Folgend werden - in der Baumstruktur rückwärtsschreitend - retrograd die Verschmelzungen der vorgenommenen Teilungen durchgeführt. Werden zwei Problematome i.S. von Städten zusammengefügt, so besteht die Verschmelzungslinie lediglich aus der Mittelsenkrechten auf ihrer Verbindungslinie. - Es wird deutlich, daß im Prozeß der Rekursion die gesamte VD-Struktur als Abfolge einer Koordination von Teil-VD-Strukturen durch Verschmelzungslinien gebildet wird.

Es stellt sich nun die Frage nach der Laufzeitkomplexität dieses Vorgehens. Die Teilung der Städteschar in zwei etwa gleichgroße Mengen kann in linearer Zeit in Abhängigkeit von der Gesamtanzahl der Städte durchgeführt werden. Gleiches gilt für die Berechnung der Verschmelzungslinie; hier sind in Analogie zum oben dargestellten Verfahren von GREEN/SIBSON (1978) unter Nutzung der schon vorliegenden VD-Teilstrukturen nur lokale Prüfungen notwendig. Für die gesamte Laufzeit des Algorithmus T(n) ergibt sich damit unter Berücksichtigung der Rekursivität: 144

Vgl. die ausführliche Darstellung bei OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 234 ff.; OTT-MANN/WIDMAYER (1993), S. 561 f.

Übernommen von OTTMANN/WIDMAYER (1993), S. 561; vgl. auch AURENHAMMER (1988),
 S. 56; AURENHAMMER (1991), S. 362; OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 238; vgl. ähnlich LEE (1980), S. 613 f.; LEE/SCHACHTER (1980), S. 231; dabei wird jedoch das Auftreten von Degenerationen bzw. "Half-Neighbor"-Problemen vernachlässigt. Wesentliche Voraussetzung für die Realisierung dieser Laufzeit ist die Verwendung einer adäquaten Datenstruktur, vgl. zur Wahl von Datenstrukturen bei der Konstruktion von Voronoi-Diagrammen bzw. VD-Strukturen auch LEE/SCHACHTER (1980), S. 226 f., S. 239 f.; BOWYER (1981), S. 163 f.; AURENHAMMER (1991), S. 365 ff.; DOBKIN (1992), S. 1403 ff.; OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 215 ff.; OTTMANN/WIDMAYER (1993), S. 555 ff.; SHEWCHUK (1996), S. 124 ff.

```
T(n) = 2(T(\frac{n}{2})) + O(n)
T(1) = O(1)
T(n) = O(n \log n)
```

Das geschilderte D&C-Verfahren realisiert damit die bestmögliche Laufzeitkomplexität von $O(n \log n)$ für den "worst case". Trotz seiner theoretischen Eleganz weist es jedoch eine Anzahl von Nachteilen auf: 145 Die Implementierung kann sehr kompliziert sein; aufgrund einer Vielzahl von Schnittpunktberechnungen sind numerische Probleme nicht auszuschließen. Zudem weist der Algorithmus auch einen Erwartungswert der Laufzeit von $(n \log n)$ auf. Wünschenswert wären jedoch im Durchschnitt schnellere Verfahren. 146

Aus einer Vielzahl weiterer beachtenswerter Verfahren zur Berechnung von VD-Strukturen soll hier nun abschließend noch der von TSAI (1993) vorgestellte Algorithmus kurz skizziert werden. Es wurde bereits erwähnt, daß sich Voronoi- und Delaunay-Struktur in linearer Zeit voneinander ableiten lassen. Daher ist es - im Gegensatz zu den oben vorgestellten Ansätzen - auch ein gangbarer Weg, zunächst die Delaunay-Struktur zu bestimmen. Die konzeptionelle Basis für TSAIs Verfahren stellt der Rand der konvexen Hülle als äußere Grenze der Delaunay-Struktur, die von SIBSON (1978) definierte Eigenschaft der lokalen wie globalen Gleichwinkligkeit der Delaunay-Struktur sowie die von LAWSON (1977) eingeführte lokale Optimierungsprozedur dar. 149

In einem vorbereitenden Schritt legt TSAI (1993) zunächst ein rechtwinkliges Gitter über die Städteschar und partitioniert sie dadurch in den entstehenden Rechtecken in Teilmengen. Dieses in geometrischen Algorithmen häufig praktizierte Vorgehen liefert ihm näherungsweise Nachbarschaftsbeziehungen (alle Städte in einem Rechteck liegen näherungsweise nahe beieinander), die spätere Berechnungen erheblich beschleunigen können. Die konvexe Hülle der Städteschar kann nun mit durchschnittlich linearer Laufzeit (im ungünstigsten Falle allerdings $O(n^2)$) errechnet werden.

¹⁴⁵ Vgl. im folgenden z.B. AURENHAMMER (1991), S. 362.

Vgl. z.B. eine Modifikation des D&C-Algorithmus von BENTLEY/WEIDE/YAO (1980), S. 563 ff., der eine im Durchschnitt lineare Laufzeit zeigt; vgl. auch OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 214, S. 238.

Vgl. im folgenden TSAI (1993), S. 1464 ff.; das vorgestellte Verfahren stellt eine Verbesserung und planare Implementierung des in TSAI/VONDEROHE (1991), S. 562 ff. entwickelten Algorithmus zur Bestimmung von VD-Strukturen in höher dimensionierten Räumen dar. Kritisch dazu TIPPER (1995), S. 433 ff.; eine Einordnung ermöglicht AURENHAMMER (1991), S. 364 f.

Vgl. zu anderen Verfahren dieser Art z.B. LEE/SCHACHTER (1980), S. 226 ff.; WATSON (1981), S. 167 ff.; LUDWIG (1994), S. 220 ff.; einen Überblick geben AURENHAMMER (1991), S. 364 f.; OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 212 f. Vgl. auch Abschnitt 4.2.4.5.

¹⁴⁹ Vgl. auch Abschnitt 4.2.2 sowie LAWSON (1977), S. 161 ff.; SIBSON (1978), S. 243 ff.

Vgl. grundsätzlich als "Gitterverfahren" bei SEDGEWICK (1992), S. 431 ff.; ähnlich z.B. SHA-MOS/HOEY (1975), S. 151 ff.

Vgl. zur Bestimmung der konvexen Hülle EDELSBRUNNER (1987), S. 139 ff.; SEDGEWICK (1992), S. 411 ff.; insbesondere S. 424; TSAI (1993) verwendet das Verfahren von LARKIN (1991), S. 431 ff. Die Nutzung der Partitionierung der Städteschar wird im weiteren nicht berücksichtigt, um die Darstellung übersichtlich zu halten.

Im weiteren wird die Delaunay-Triangulation zu den Städten auf dem Rand der konvexen Hülle bestimmt.¹⁵² Die Kanten letzterer gehören bereits zur Triangulation. Sie sind in einer Kantenliste notiert. Von einer beliebigen Kante aus (in Abb. 24 wird die Kante AB gewählt) wird die im Uhrzeigersinn nächste bzw. angrenzende Kante des Randes der konvexen Hülle (hier BC) betrachtet. Die beiden Kanten weisen als Endpunkte drei Städte (A, B und C) auf. Diese drei Städte werden hinsichtlich der Erfüllung des Delaunay-Kreiskriteriums überprüft. 153 Da keine weitere Stadt innerhalb des entsprechenden Kreises liegt, müssen A und C Nachbarn in der Delaunay-Triangulation sein. Sie werden durch eine Delaunay-Kante verbunden. Im weiteren werden die Stadt B bzw. auch die Kanten AB und BC aus der Betrachtung ausgeschlossen. Die (konvexe) Hülle wird gedanklich verkleinert. Das Vorgehen setzt sich wie für den ersten Schritt beschrieben fort, bis lediglich noch vier Städte verbleiben, die im letzten Schritt ebenfalls in zwei Dreiecke zerfallen. Tritt der Fall ein, daß das Kreiskriterium für zwei benachbarte Kanten nicht erfüllt ist, so wird kein Dreieck gebildet und stattdessen im Uhrzeigersinn ein Schritt i.S. einer Kante auf dem Rand der konvexen Hülle weitergegangen und die Untersuchung wiederholt. Eine Degeneration bzw. ein "Half-Neighbor"-Problem liegt vor, wenn eine weitere Stadt exakt auf dem durch die drei betrachteten Städte definierten Kreis liegt. 154 Das Vorgehen hängt in diesem Fall von der grundsätzlichen Auffassung gegenüber degenerierten Situationen ab. 155 Prinzipiell wäre in diesem Fall nicht nur ein Dreieck, sondern ein Vier- bzw. Mehreck von der konvexen Hülle abzuspalten.

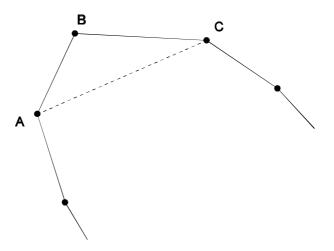


Abb. 24: Bildung der Delaunay-Triangulation für die Städte auf dem Rand der konvexen Hülle.

Alle innerhalb der konvexen Hülle liegenden Städte - die bislang vernachlässigt wurden - fügt TSAI (1993) nun sukzessive in die Delaunay-Triangulation ein, d.h. er aktualisiert

Das von TSAI (1993), S. 1467 ursprünglich gewählte Vorgehen weist dabei eine unnötige Komplexität auf. Es wird daher hier durch die folgend dargestellte Technik der Triangulation der konvexen Hülle ersetzt bzw. dahingehend vereinfacht.

Vgl. zum Delaunay-Kreiskriterium die Abschnitte 4.2.1 und 4.2.2.

TSAI (1993) macht keine Angaben zur Behandlung von Degenerationen bzw. "Half-Neighbor"-Problemen.

Vgl. dazu Abschnitt 4.2.1; hier zur Behandlung von Degenerationen bzw. "Half-Neighbor"-Problemen Abschnitt 4.2.4.4 sowie 4.2.4.5.

die Struktur jeweils nach der Hinzunahme einer solchen Stadt. Über die Reihenfolge der Einfügung der Städte trifft er keine Aussage. - Der erste Schritt der Einfügung ist die Feststellung der Einflußtriangulation¹⁵⁶ für die neu aufzunehmende Stadt. Diese wird durch alle Dreiecke der aktuellen Triangulation gebildet, innerhalb deren zugehörigen Umkreises die neu einzufügende Stadt liegt. Nun werden in dieser Einflußtriangulation all jene Kanten eliminiert, die zwei benachbarte Dreiecke derselben gemeinsam teilen. Es entsteht um die neu einzufügende Stadt herum ein polygonaler Leerraum. Die Aktualisierung der Struktur endet mit der Verbindung der Ecken (Städte) dieses Polygons mit der neu einzufügenden Stadt; dieselben sind ihre Nachbarn. Damit wird implizit eine Variation der lokalen Optimierungsprozedur von LAWSON (1977) realisiert. - Der Vorgang wiederholt sich unter Verwendung der aktualisierten Delaunay-Struktur, bis sämtliche Städte aufgenommen sind. Das Ergebnis ist die Delaunay-Triangulation der gesamten Städteschar. Über die Behandlung degenerierter Situationen im Rahmen der Einfügung äußert sich TSAI (1993) nicht.

Abschließend ist die Voronoi-Struktur aus der Delaunay-Triangulation abzuleiten. ¹⁵⁷ Die Voronoi-Knoten können bestimmt werden, indem der Mittelpunkt des Umkreises eines jeden festgestellten Dreiecks bzw. Mehrecks (unter Beachtung von "Half-Neighbor"-Problemen) berechnet wird. Sämtlichen das Drei- bzw. Mehreck bildenden Städten kann nun der festgestellte Knoten einmal zugeordnet werden. Wird dieser Vorgang für alle Drei-/Mehrecke durchgeführt, so ist schließlich jeder Stadt eine Anzahl von Voronoi-Knoten zugewiesen. ¹⁵⁸ Diese bilden das Voronoi-Polygon der jeweiligen Stadt. Ihre Ordnung im - oder gegen den - Uhrzeigersinn ermöglicht die Feststellung der entsprechenden Voronoi-Kanten.

Die Laufzeitkomplexität des Verfahrens von TSAI (1993) beträgt im "worst case" $O(n^2)$, ¹⁵⁹ die dokumentierten empirischen Erfahrungen zeigen jedoch zumindest für zufällig in der Ebene gleichverteilte Städte eine nahezu lineare durchschnittliche Laufzeit auf. ¹⁶⁰ Dies läßt sich neben der Verwendung einer Partitionierung zur Beschleunigung der Berechnungen auch auf die gewählte Datenstruktur zurückführen. ¹⁶¹

Es kann abschließend zusammengefaßt werden, daß eine hinreichende Anzahl von Algorithmen zur effizienten Bestimmung von VD-Strukturen existiert. Ihre Implementierung kann allerdings zum einen recht komplex sein, zum anderen wirft sie spezifische bereits angedeutete - Probleme hinsichtlich degenerierter Situationen bzw. "Half-Neighbor"-Problemen und der numerischen Stabilität auf. Diese sind Gegenstand des folgenden Abschnittes.

¹⁵⁶ Vgl. TSAI (1993), S. 1467, als "influence triangulation".

¹⁵⁷ Vgl. detailliert z.B. JÜNGER/REINELT/ZEPF (1991), S. 46.

Dabei ist jeder Knoten mindestens drei, im Falle von Degenerationen mehreren Städten je einmal zugewiesen.

Vgl. TSAI (1993), S. 1472; allerdings wird diese Laufzeiteinschätzung nicht detailliert begründet bzw. hergeleitet.

Vgl. TSAI (1993), S. 1464, S. 1472 f., insbesondere Table 1 auf S. 1473. Die empirische Einschätzung der Laufzeit ist unter Angabe von verwendeter Hard- und Software vortrefflich dokumentiert.

Vgl. TSAI (1993), S. 1469 ff.; auch diese ist nachvollziehbar dokumentiert. Überdies ist - wie oben bereits erwähnt - der in der Publikation dargestellte Algorithmus als Programmpaket "CHIDTVD" im Internet (unter "ftp://shelf.ersc.wisc.edu/pub", verifiziert 13.11.97) als Shareware erhältlich.

4.2.4.4. Probleme bei der Berechnung von Voronoi-/Delaunay-Strukturen

Eine zentrale rechentechnische Schwierigkeit bei der Bestimmung von VD-Strukturen stellt die sogenannte Degeneration bzw. das "Half-Neighbor"-Problem dar. Letzteres wurde bereits oben wiederholt als eine Situation charakterisiert, 162 in welcher vier oder mehr Städte bzw. ausgezeichnete Raumpunkte kozirkulär, d.h. auf einem (ansonsten leeren) Kreis angeordnet, im Raum erscheinen. In einem solchen Fall ergeben sich eine Anzahl spezifischer Probleme bzw. Fragestellungen, von denen drei im folgenden knapp erörtert werden sollen:

- a) Die beschränkte Rechengenauigkeit von Computern bzw. der eingesetzten Betriebssysteme und Programmiersprachen bedingt Grenzen bei der Erkennbarkeit degenerierter Situationen bzw. der generellen numerisch stabilen Berechnung von VD-Strukturen. Wo liegen diese Grenzen, wie sind sie zu erklären und welche Faktoren bestimmen sie? Lassen sie sich überwinden bzw. hinausschieben?
- b) Ist man gezwungen, die unter a) bestimmten Grenzen bei der Erkennbarkeit degenerierter Situationen für einen spezifischen Computer bzw. dessen Betriebssystem und/oder für eine eingesetzte Programmiersprache als Restriktion zu akzeptieren, so stellt sich im weiteren die Frage nach den Konsequenzen hinsichtlich der operativen Vorgehensweise bei der Bestimmung der VD-Struktur. Wie können ggf. resultierende Inkonsistenzen in den Ergebnissen (der resultierenden VD-Struktur) vermieden werden?
- c) Nachdem degenerierte Situationen korrekt oder aufgrund der begrenzten Rechengenauigkeit f\u00e4lschlich\u00e4163 als erkannt und damit vorliegend angesehen werden, ergibt sich eine eindeutige Voronoi-Struktur. Die Verbindung einiger St\u00e4dtepaare der St\u00e4dte einer Degeneration in der Delaunay-Struktur durch Kanten derselben ist jedoch nicht mehr eindeutig definiert. Es existiert keine eindeutige Delaunay-Triangulation. Sollen die nicht eindeutig definierten Verbindungen vorgenommen werden? Wie sollen die entsprechenden Kanten gew\u00e4hlt werden?

Zu a): Reelle Zahlen werden auf Rechenanlagen üblicherweise in der Fest- oder Gleitpunktdarstellung repräsentiert.¹⁶⁴ In beiden Fällen gelingt es nicht, die gesamte Menge der reellen Zahlen abzubilden: Zum einen ist eine absolute Beschränkung hinsichtlich der größten wie kleinsten abbildbaren Zahl zu konstatieren. Zum anderen wird bei der Festpunktdarstellung die Teilmenge der abbildbaren reellen Zahlen zwischen dem jeweiligen

Vgl. die Abschnitte 4.2.1, 4.2.2 sowie 4.2.4.1 und 4.2.4.3, darüber hinaus zur Charakterisierung von HNP und ihrer Behandlung im folgenden z.B. GREEN/SIBSON (1978), S. 170 f.; BOWYER (1981), S. 165; WATSON (1981), S. 168 f.; BOOTS (1986), S. 16 f.; AURENHAMMER (1991), S. 362; OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 74 f., S. 215, S. 246 ff.; speziell zu den sich durch Degenerationen ergebenden Problemen JÜNGER/REINELT/ZEPF (1991), S. 43 ff.; JÜNGER/KAIBEL/THIENEL (1994a); REINELT (1994), S. 49 ff.

Vgl. zur exakten Fassung der hier verwendeten Begriffe "korrekt" bzw. "fälschlich" die nachstehenden Ausführungen.

Die folgenden Ausführungen sollen die bestehenden Probleme lediglich skizzieren. Entsprechend ist die Darstellung hinsichtlich der Repräsentationsformen für Zahlen in Rechenautomaten und der resultierenden Schwierigkeiten zwar treffend, aber nicht von hoher Exaktheit. Vgl. detaillierter z.B. STOER (1994), S. 1 ff.; HÄMMERLIN/HOFFMANN (1994), S. 13 ff.; GUMM/SOMMER (1995), S. 34 ff.

Minimum und Maximum durch die vorgegebene Anzahl der Nachkommastellen begrenzt. Bei der Gleitpunktdarstellung ist die Anzahl der einbeziehbaren Nachkommastellen durch die Größe der jeweils vorliegenden Zahl eingeschränkt (und damit variabel) - je größer die jeweilige Zahl ist, desto weniger Nachkommastellen sind darstellbar. Das resultierende Problem, daß somit nur ein Ausschnitt bzw. eine Teilmenge aus der Menge der reellen Zahlen repräsentiert werden kann, führt dazu, daß das Ergebnis einer Rechenoperation bei der Verwendung von Gleitkommazahlen z.B. ggf. auf die nächste darstellbare reelle Zahl gerundet werden muß oder nicht darstellbare Nachkommastellen wegfallen. Über eine Folge von Rechenoperationen können sich die resultierenden Rundungsfehler zu erheblichen Verfälschungen der Ergebnisse summieren - eine mathematisch korrekte Rechnung führt zu einem falschen numerischen Ergebnis.

Bei der Prüfung auf das Vorliegen einer Degeneration im Rahmen der Berechnung einer VD-Struktur wird untersucht, ob vier (oder mehr) Städte bzw. ausgezeichnete Raumpunkte auf einem (ansonsten leeren) Kreis liegen. Dazu bedarf es vordergründig zunächst der Verwendung reeller Zahlen. Es ergibt sich bei der Verwendung von Festpunkt- wie Gleitkommazahlen aufgrund der oben dargestellten Widrigkeiten nunmehr zum einen die Gefahr, daß eine existente Kozirkularität nicht erkannt wird (Ergebnis: Es liegt keine Degeneration vor, obgleich real eine solche gegeben ist). Zum anderen ist es denkbar, daß eine Degeneration erkannt wird, obgleich eine solche tatsächlich nicht gegeben ist. Bei der Verwendung beider Repräsentationsformen für reelle Zahlen kann die Anzahl entsprechender falscher Ergebnisse tendenziell gesenkt werden, indem jeweils mehr Speicherplatz für die Darstellung der Zahlen zur Verfügung gestellt wird. Obgleich damit die Genauigkeit durch eine Abbildung einer größeren Teilmenge reeller Zahlen vordergründig erhöht wird, ist jedoch nicht garantiert, daß deutlich weniger Fehldiagnosen gestellt werden. Determinierend wirken hier die Spezifika der Eingabedaten, respektive die Koordinaten der generierenden Raumpunkte.

Es ist anzumerken, daß die benannten Rundungsfehler natürlich auch in anderen Kontexten als dem "Half-Neighbor"-Problem bei der Berechnung von VD-Strukturen zu falschen Ergebnissen führen können. Entsprechende Inkonsistenzen müssen, wie nachstehend unter b) beschrieben, soweit möglich durch topologisch orientierte Plausibilitätsüberprüfungen identifiziert und - wenn denn möglich - eindeutig korrigiert werden.

Eine auch hinsichtlich des Auftretens von Degenerationen stabile numerische Berechnung von VD-Strukturen kann gewährleistet werden, wenn sämtliche Städte bzw. ausgezeichneten Raumpunkte ganzzahlige Koordinaten aufweisen und entsprechend als Gitterpunkte eines quadratischen, planaren $M \times M$ -Gitters erscheinen. Goffen die Koordinaten der Städte sämtlich eine endliche Anzahl an Nachkommastellen zeigen, kann ihre Ganzzahligkeit dabei durch die Multiplikation mit einem hinreichend großen Faktor erreicht werden. JÜNGER/REINELT/ZEPF (1991) zeigen nunmehr für die euklidische Metrik jene grundsätzlich notwendigen Berechnungsschritte bzw. Prüfungen (beschränkt auf Additionen, Subtraktionen und Multiplikationen) für die Bestimmung der Delaunay-Struktur auf, die sämtlich mit ganzzahligen Werten ausgeführt werden können. Sie wei-

Vgl. mit einem Beispiel für ein Einfügungsverfahren (wie in Abschnitt 4.2.4.3 dargestellt) OKA-BE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 246 ff.; vgl. allgemeiner DOBKIN (1992), S. 1409.

Vgl. folgend insbesondere JÜNGER/REINELT/ZEPF (1991), S. 46 ff. mit Verweis auf SUGIHA-RA (1988); vgl. auch OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 247 ff.; REINELT (1994), S. 49 ff.; JÜNGER/KAIBEL/THIENEL (1994a), S. 2 ff.

sen nach, daß die größte dabei erscheinende Zahl maximal den Wert $6M^4$ annehmen kann. Ausgehend von der üblichen Darstellung des Zahlentyps "Integer" in Computern bzw. Betriebssystemen und Programmiersprachen und den daraus ableitbaren darstellbaren größten ganzen Zahlen lassen sich jene Werte für M ermitteln, bei denen eine stabile numerische Berechnung noch gewährleistet werden kann. Zieht man die übliche Repräsentation von Integern mit 32 oder 64 Bit heran, so erweisen sich die damit verläßlich verwendbaren M-Werte allerdings als recht gering (so gilt z.B. bei einer 32-Bit-Integer $M \le 137$). Daraus ist zu folgern, daß das beschriebene Verfahren für viele reale Datensätze bzw. Berechnungen von VD-Strukturen wenig praktikabel ist. - Wiederum ist es natürlich möglich, mehr Speicherplatz für die Repräsentation von Integern zur Verfügung zu stellen und damit die Größe der darstellbaren Ganzzahlen zu erhöhen. Die dafür üblicherweise eingesetzten Zusatzprogramme ("Software-Arithmetik") verlangsamen jedoch die Berechnungen und erfordern entsprechend mehr Speicherplatz. 167

JÜNGER/KAIBEL/THIENEL (1994a) schlagen daher vor, die Berechnungen grundsätzlich mit einem spezifizierten Typ von Gleitkommazahlen bzw. einer "Floating Point"-Arithmetik (nach dem IEEE-Standard) ganzzahlig durchzuführen. Darüber hinaus entwickeln sie über eine Fehlerabschätzung Kriterien für eine dynamische Differenzierung zwischen jenen Fällen (bzw. Einzelberechnungen im Rahmen der Bestimmung von VD-Strukturen), bei welchen mit diesem Verfahren noch numerisch stabile Beurteilungen vorgenommen werden können und solchen, in denen diese nicht mehr gewährleistet sind. Nur für die letztere Fallgruppe - mit einer tendenziell geringeren Besetzung - ist dann die aufwendige Software-Arithmetik, welche das Rechnen mit sehr großen Integer-Werten ermöglicht, zu bemühen.

Es kann zusammengefaßt werden, daß die numerisch stabile Berechnung von VD-Strukturen mit den klassischen Fest- bzw. Gleitkommazahlen Probleme aufwirft. Diese können durch den Einsatz komplexerer Prüfverfahren bis zu einem gewissen Grad überwunden werden. Der dafür zu betreibende Implementierungsaufwand, die Einbußen an Laufzeiteffizienz und die zusätzlich benötigten Speicherressourcen sind jedoch nicht unerheblich.

Zu b): Stehen die oben beschriebenen Verfahren nicht zur Verfügung und wird z.B. mit Gleitkommazahlen gerechnet, so ist je nach den Spezifika der Eingabedaten und dem eingesetzten Algorithmus damit zu rechnen, 169 daß vorliegende Degenerationen entweder nicht erkannt oder auch nicht existierende HNP identifiziert werden. Darüber hinaus kann es - je nach dem verwendeten Verfahren zur Bestimmung der VD-Struktur - zu weiteren durch Rundungsfehler verursachten Inkonsistenzen kommen. Wird z.B. ein inkrementeller Algorithmus wie das oben dargestellte Verfahren von GREEN/SIBSON (1978) eingesetzt, 170 so kann es geschehen, daß beim Einfügen einer Stadt und der anschließenden Bestimmung ihres Voronoi-Polyeders bzw. seiner Kanten die letzte be-

¹⁶⁷ Vgl. auch SHEWCHUK (1996), S. 131.

Vgl. folgend JÜNGER/KAIBEL/THIENEL (1994a). Obwohl die Gleitkommadarstellung verwendet wird, wird nur mit ganzen Zahlen gerechnet. Dabei gilt, daß der höchste in der Gleitkommarepräsentation noch verkürzungsfrei darstellbare ganzzahlige Wert noch erheblich höher ausfällt als die höchste abbildbare Integer-Zahl. Vgl. mit einem ähnlichen Verfahren FORTUNE/VAN WYK (1993), S. 163 ff.; ergänzend SHEWCHUK (1996), S. 8.

¹⁶⁹ Vgl. SHEWCHUK (1996), S. 8 ff.

Vgl. zu diesem Beispiel Abschnitt 4.2.4.3, insbesondere Abb. 19.

stimmte neue Voronoi-Kante mit ihrem Ende (im Uhrzeigersinn um die neu eingefügte Stadt herum) aufgrund von numerischen Problemen nicht exakt den Schnittpunkt zwischen der ersten neu eingefügten Voronoi-Kante und der zuvor dort bestehenden Kante (der noch durch die Einfügung unmodifizierten Struktur) trifft.¹⁷¹ Entsprechend kann kein eindeutiger Voronoi-Knotenpunkt festgestellt werden. - Eine andere mögliche Inkonsistenz betrifft widersprüchliche Einträge in der für die Speicherung gewählten Datenstruktur. Wird die Delaunay-Struktur beispielsweise durch einfache Nachbarschaftslisten repräsentiert (d.h. für eine jede Stadt sind ihre Nachbarn in der Delaunay-Struktur festgehalten), so könnte durch zwei mathematisch-logisch gleiche Berechnungen, die aufgrund von numerischen Rundungsfehlern zu unterschiedlichen Ergebnissen führen,¹⁷² z.B. die Stadt A als Nachbar der Stadt B in der Nachbarschaftsliste der Stadt B, die Stadt B jedoch nicht als Nachbar zur Stadt A in der Nachbarschaftsliste der Stadt A aufgeführt sein.

Entsprechende Widersprüchlichkeiten bzw. Inkonsistenzen müssen mittels umfassender Plausibilitätstests aufgedeckt werden. Im letzten genannten Beispiel genügt dazu schon ein Abgleich der Nachbarschaftslisten. Über solche einfachen Überprüfungen hinaus ist es sinnvoll, sich an den topologischen Eigenschaften der VD-Struktur als Graphen - wie sie in den Abschnitten 4.2.1 und 4.2.2 beschrieben wurden - zu orientieren. So gilt z.B., daß in jeden Voronoi-Knoten drei Voronoi-Kanten einlaufen müssen, sofern keine Degeneration vorliegt. Liegt eine Degeneration vor, so muß die Anzahl der einlaufenden Voronoi-Kanten gleich der Anzahl der auf dem zugehörigen Kreis liegenden Städte sein. Während des Laufes eines Algorithmus zur Bestimmung der VD-Struktur kann nun für alle sich ergebenden Teil-VD-Strukturen (so z.B. für inkrementelle Verfahren wie nach GREEN/SIBSON (1978) oder das D&C-Verfahren) bzw. für die abschließend festgestellte VD-Struktur überprüft werden, ob die bei einer korrekt bestimmten VD-Struktur stets gegebenen Eigenschaften vorliegen.

Die anschließende *Behandlung* von Inkonsistenzen zielt zunächst darauf ab, eine strukturell in sich schlüssige VD-Struktur als Ergebnis der Berechnungen auszuweisen. Die dafür zu treffenden Entscheidungen können zum ersten willkürlich, zum zweiten aufgrund von (topologischen) Plausibilitätsüberlegungen oder zum dritten basierend auf zusätzlichen überprüfenden Berechnungen getroffen werden. Überprüfende Berechnungen werden allerdings bei konkreten numerischen Unzulänglichkeiten (z.B. bei den oben benannten Rundungs- und numerischen Darstellungsproblemen) auch nur sehr selten zu einer eindeutigen Klärung führen. Über topologische Plausibilitätsüberlegungen kann die strukturelle Konsistenz der VD-Struktur gesichert werden: Für das oben angeführte Beispiel bzgl. der Probleme bei der Schließung eines Polygons im Rahmen eines Einfügungsverfahrens wäre z.B. ein eindeutiger Voronoi-Knoten festzulegen. Dessen korrekte Lage im Raum kann dann jedoch nicht mehr garantiert werden. Völlig willkürliche Entscheidungen bei der Herstellung struktureller Konsistenz schließlich sollten unter sorgfältiger Berücksichtigung des Einsatzzweckes der VD-Struktur bzw. des Anwendungskontextes getroffen werden.

Vgl. das entsprechende Beispiel bei OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 247, Fig. 4.6.1.

Solche doppelten Berechnungen sollten allerdings nach Möglichkeit von vorneherein vermieden werden, vgl. GREEN/SIBSON (1978), S. 171.

Vgl. folgend detaillierter OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 251 ff.; auch GREEN/SIBSON (1978), S. 171; BOWYER (1981), S. 165; BARBER/DOBKIN/HUHDANPAA (1996), S. 478 ff.

Zu letzterem Punkt sei ein weiterführendes Beispiel bezüglich der Erkennung von Degenerationen genannt:174 Es wurde oben bereits erläutert, daß ohne eine entsprechende Absicherung numerischer Stabilität einerseits die Gefahr besteht, HNP zu identifizieren, welche tatsächlich nicht existieren und andererseits real bestehende zu vernachlässigen. Im Rahmen einer Anwendung, für deren spezifischen Sachkontext falsch identifizierte HNP vernachlässigten Degenerationen vorzuziehen sind, könnte z.B. ein sogenannter "Toleranzzuschlag" bei den Berechnungen berücksichtigt werden. Dies bedeutet, daß bei der Untersuchung, ob (mehr als) drei Städte kozirkulär (ohne eine innerhalb des Kreises liegende Stadt) erscheinen, der tatsächliche Radius abzüglich des Toleranzzuschlages als untere Schranke und der tatsächliche Radius zuzüglich des Toleranzzuschlages als obere Grenze für die Prüfung herangezogen wird. Liegen dann z.B. vier Städte in der Fläche des damit definierten Kreisringes, wird eine Degeneration unterstellt. Der entsprechende Toleranzzuschlag kann für eine spezifische Städteschar bzw. Schar ausgezeichneter Raumpunkte unter Berücksichtigung ihrer Koordinatenwerte so festgelegt werden, daß mit der bekannten Abbildungsgenauigkeit (bei der Verwendung von Gleitkomma- oder Festkommazahlen) garantiert sämtliche real existenten HNP erfaßt werden. Zwangsläufig werden dabei allerdings immer auch Degenerationen identifiziert, welche tatsächlich nicht gegeben sind.

Zu c): Wenn degenerierte Situationen - korrekt oder aufgrund der begrenzten Rechengenauigkeit fälschlich - als erkannt und damit vorliegend angesehen werden, ergibt sich eine eindeutige Voronoi-Struktur. In der Delaunay-Struktur gilt bezüglich einer beliebigen Anzahl kozirkulärer Städte hingegen, daß nur noch die Kanten auf dem Rand der konvexen Hülle genau dieser Städte eindeutig als Kanten der Delaunay-Struktur definiert sind. Damit bilden die kozirkulären Städte innerhalb der Delaunay-Struktur zunächst einen konvexen Polyeder. Die Delaunay-Struktur ist keine Triangulation mehr; einige Autoren bezeichnen das damit vorliegende Gebilde als "Pretriangulation". 175 Um zu einer Triangulation zu gelangen, ist es notwendig, den durch die Städte einer Degeneration gebildeten konvexen Polyeder in Dreiecke zu zerlegen. Diese Zerlegung ist nunmehr nach den Bildungsregeln für die Delaunay-Triangulation allerdings nicht mehr eindeutig möglich; die Delaunay-Triangulation verliert ihre Eindeutigkeit; mehrere Varianten sind denkbar. Da eine vorgegebene Regel für die Triangulation des genannten konvexen Polyeders fehlt, muß die Zerlegung willkürlich - oder nach einer z.B. aus dem Anwendungskontext der VD-Struktur abgeleiteten Regel - erfolgen. 176 Dies mag soweit gehen, daß es im Rahmen einer spezifischen Anwendung z.B. als sinnvoll erscheint, sämtliche an einer Degeneration beteiligten Städte untereinander als direkte Nachbarn in der Delaunay-Struktur auszuweisen, also durch Kanten zu verbinden. In einem solchen Fall käme es innerhalb des konvexen Polyeders zu sich kreuzenden Kanten, die es in einer Triangulation nicht geben kann. Es läge mit der damit definierten Delaunay-Struktur keine Triangulation mehr vor. Konträr könnte es in einem spezifischen Anwendungskontext auch sinnvoll sein, auf jegliche weitere Zerlegung des durch die Städte der Degeneration gebildeten konvexen Polyeders vollständig zu verzichten. - Es wird deutlich, daß es bei der

Vgl. mit einem ähnlichen Vorgehen bereits FINNEY (1979), S. 139.

Vgl. dazu und zu den folgenden Ausführungen z.B. SIBSON (1978), S. 243 f.; BOWYER (1981),
 S. 165; WATSON (1981), S. 169; EDELSBRUNNER (1987), S. 301 f.; OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 72 ff., S. 248 ff.

¹⁷⁶ Vgl. bereits KOPEC (1963), S. 24.

Bestimmung von VD-Strukturen notwendig ist, in diesem Sinne eine entsprechende - wie auch immer begründete - Regel zur Behandlung von Degenerationsfällen festzulegen.

Im folgenden Abschnitt wird nunmehr unter Berücksichtigung der obigen Ausführungen näher erläutert, wie VD-Strukturen im Rahmen dieser Arbeit bestimmt wurden und welche Ergebnisse sich für die hier untersuchten TSP ergaben.

4.2.4.5. Berechnung von Voronoi-Delaunay-Strukturen im Rahmen dieser Arbeit

Die Bestimmung von VD-Strukturen wird im Kontext dieser Arbeit für die TSP der Gruppen I, II und (teilweise) III vorgenommen.¹⁷⁷ VD-Strukturen werden im weiteren einerseits im Abschnitt 4.3 herangezogen, um empirisch fundierte Untersuchungen der zwischen ihnen und TSP (bzw. guten oder optimalen Lösungen von TSP) bestehenden Beziehungen durchzuführen. Andererseits werden sie bzw. die sie konstituierenden direkten Nachbarschaftsverhältnisse zwischen Städten im Abschnitt 5 bei der Entwicklung und Evaluation von Heuristiken zur Rechenzeitminderung genutzt.

Zu diesem Zweck wäre es möglich, öffentlich verfügbare Programme zur Berechnung der VD-Strukturen zu beschaffen und einzusetzen. 178 Bei bereits lauffähig vorliegenden Implementierungen ergibt sich allerdings die Schwierigkeit, daß die bezüglich der im Abschnitt 4.2.4.4 vorgestellten Ambiguitäten bzw. Probleme von den Programmautoren gewählten Verfahrensmodi bzw. getroffenen Entscheidungen wenig transparent sind. Werden Programme als (meist nur dürftig kommentierter) Quellcode bereitgestellt, so erweist es sich zuweilen als recht aufwendig, sich die diesbezüglichen Modalitäten vor einer Kompilierung zu erschließen. Hat der jeweilige Programmautor zudem z.B. hinsichtlich der Behandlung von Degenerationen eine andere Vorgehensweise gewählt, als sie im Kontext dieser Arbeit sinnvoll erscheint, so müßten Modifikationen vorgenommen werden. Aus diesen Gründen wurde es hier vorgezogen, einen durch eine Veröffentlichung kommentierten einfachen Quellcode zur Berechnung von VD-Strukturen vollständig neu zu implementieren bzw. nachvollziehend nachzuprogrammieren. Dabei war es - schon aufgrund der im Sinne von Abschnitt 4.2.4.4 vorzunehmenden Konsistenzprüfungen - nicht beabsichtigt, ein sonderlich laufzeiteffizientes Programm zu generieren. Gesichert werden sollte allein eine vollständig eindeutige Entscheidungssequenz. Das implementierte Verfahren wurde weitgehend (wenngleich unter Modifikationen) von LUD-WIG (1994) übernommen.¹⁷⁹ Es soll im folgenden knapp skizziert werden.

Der von LUDWIG (1994) beschriebene Algorithmus ermittelt zunächst die Delaunay-Struktur und leitet sodann die Voronoi-Struktur aus derselben ab. Seinen gedanklichen Kern bildet die Ermittlung eines neuen Delaunay-Dreieckes, wenn eine der Kanten des-

Vgl. zur Bildung der hier genannten Gruppen und der Herkunft der TSP Abschnitt 2.4. - Dabei werden die Städte eines TSP als ausgezeichnete Raumpunkte aufgefaßt.

Solche werden z.B. als auf herkömmlichen PC lauffähige Programme oder zunächst zu kompilierende Quellcodes im Internet bereitgestellt, vgl. Abschnitt 4.2.4.2 bzw. 4.2.4.3.

Vgl. daher im folgenden LUDWIG (1994), S. 220 ff.; teilweise erfolgen die Ausführungen in enger Anlehnung. Sämtliche nachstehenden Formeln sind aus der Quelle entnommen.

selben bereits vorliegt. Als solche sei die Kante c mit den Endpunkten P1 und P2 in Abb. 25 bereits bekannt. Die Suche nach einem neuen Delaunay-Dreieck sei nun auf eine Seite derselben beschränkt, d.h. es werde hier nur nach dem Delaunay-Dreieck gesucht, dessen dritter Punkt links bzw. über der Kante c liegt. Dies bedeutet, daß sämtliche links von bzw. über c plazierten ausgezeichneten Raumpunkte daraufhin geprüft werden müssen, welcher von ihnen gemeinsam mit P1 und P2 auf dem kleinsten ansonsten von ausgezeichneten Raumpunkten leeren Kreis liegt. 180

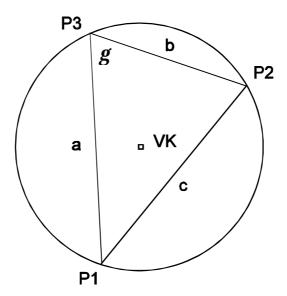


Abb. 25: Ermittlung eines neuen Delaunay-Dreieckes nach LUDWIG (1994). 181

Da gilt, daß Umfangswinkel über dem gleichen Bogen identisch sind (in Abb. 25 der Winkel g), kann ein Delaunay-Dreieck identifiziert werden, indem jener ausgezeichnete Raumpunkt P3 bestimmt wird, welcher für ein gegebenes c den Winkel g maximiert. Entsprechend einer Vereinfachung des Cosinussatzes genügt es, jene links bzw. über c liegende Stadt zu identifizieren, welche die folgende Größe minimiert:

$$w = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{ab}$$
.

Dabei kann w nur Werte zwischen + 2 (bei $g=0^{\circ}$) und - 2 ($g=180^{\circ}$) annehmen. Der zum bestimmten Delaunay-Dreieck gehörige Voronoi-Knoten kann als Mittelpunkt des entsprechenden Kreises (in Abb. 25 als VK gekennzeichnet) bestimmt werden. - Führt man nun noch eine von LUDWIG (1994) als "Drehsinn" bezeichnete Funktion ein, welche bei Vorgabe einer Kante c ausweist, ob ein ausgezeichneter Raumpunkt bzw. eine Stadt über bzw. links oder unter bzw. rechts von c - oder im Sonderfall mit P1 und P2 auf einer Linie liegend - positioniert ist, so läßt sich das gesamte Verfahren grundsätzlich wie nachstehend konkretisieren:

Vgl. zum *Kreiskriterium* auch die Abschnitte 4.2.1 und 4.2.2.

Abb. 25 wurde unverändert von LUDWIG (1994), S. 221 unten übernommen.

Im ersten Schritt wird eine einzige Kante auf dem Rand der konvexen Hülle der Städteschar bestimmt. Zum einen ist diese garantiert auch eine Kante der Delaunay-Struktur und zum anderen ist gesichert, 182 daß auf einer ihrer Seiten (wenn dieselbe in Verlängerung als die Ebene teilend angesehen wird) keinerlei weitere Städte plaziert sind. Für diese erste Kante wird nun das zugehörige Delaunay-Dreieck wie oben beschrieben bestimmt. Gleichzeitig wird der damit zugleich definierte Voronoi-Knoten in seiner Position berechnet. Mit dieser Operation liegen nunmehr zwei neue Kanten (in Abb. 25 die Kanten a und b) der Delaunay-Struktur vor. Für jene ihrer Seiten, die dem Inneren des gerade bestimmten Delaunay-Dreieckes zugewandt sind, erübrigen sich weitere Überlegungen. Für die jeweils andere Seite kann die oben beschriebene Prozedur wiederholt werden. Zu diesem Zweck werden die in einem Vorgehensschritt jeweils neu berechneten Kanten mit einem Vermerk über die für weitere Überlegungen relevanten Seiten auf einer Liste abgelegt. Diese Liste wird im Fortschritt des Verfahrens einerseits abgearbeitet und andererseits um jeweils neu ermittelte Kanten ergänzt bzw. hinsichtlich nicht mehr zu bearbeitender Kanten aktualisiert. Letztere können sich dadurch ergeben, daß bei der Ermittlung eines Delaunay-Dreieckes, ausgehend von einer auf der Liste vermerkten noch zu bearbeitenden Kante, eine andere - ebenfalls noch zu bearbeitende Kante - mit in dasselbe eingeht. Damit entfällt die weitere Bearbeitung letzterer Kante.

Der Algorithmus terminiert, sobald die Liste mit noch zu bearbeitenden Kanten geleert ist. Die Delaunay-Struktur sowie die Voronoi-Knoten (je Delaunay-Dreieck) liegen in der gewählten Datenstruktur vor. Alle Voronoi-Kanten bzw. Voronoi-Polygone für nicht auf dem Rand der konvexen Hülle liegende Städte können nun bestimmt werden: Zunächst wird ein jeder Voronoi-Knoten einmal jeder Stadt zugeordnet, welche im korrespondierenden Delaunay-Dreieck erscheint. Ordnet man dann die damit einer Stadt zugewiesenen Voronoi-Knoten im Uhrzeigersinn (oder wahlweise gegen denselben) um die Stadt herum, so ergibt sich das ihr zugehörige Voronoi-Polygon als deren Verbindung. Für jene Städte, die offene Voronoi-Polygone aufweisen (und damit auf dem Rand der konvexen Hülle liegen), wird nur der aus Voronoi-Kanten endlicher Länge bestehende Kantenzug des Voronoi-Polygons (in gleicher Weise wie oben) bestimmt. Obgleich auch die in die Unendlichkeit hinauslaufenden Voronoi-Kanten vermerkt werden könnten, wird hier darauf verzichtet, da sie für weitere Betrachtungen nicht benötigt werden. 183

Über die Darstellung von LUDWIG (1994) hinausgehend muß nunmehr über mögliche Sonderfälle und durch numerische Fehler begründete Inkonsistenzen im Sinne von Abschnitt 4.2.4.4 nachgedacht werden. Für die Implementierung des Verfahrens sind eindeutige Entscheidungsregeln bzw. Vorgehensweisen festzulegen:

• Eine Degeneration bzw. ein HNP ist zu konstatieren, wenn bei der Suche nach einer dritten Stadt für ein Delaunay-Dreieck, ausgehend von einer bereits bestimmten Delaunay-Kante c, zwei auf der vorgegebenen Seite der Kante c identifizierte Städte denselben w-Wert aufweisen. Aus einer Degeneration resultiert die Notwendigkeit für zwei Entscheidungen: 184 Wie sollen zum ersten, wenn Gleitkommazahlen bei der

¹⁸² Vgl. Abschnitt 4.2.2.

Entsprechend werden diese in die Unendlichkeit hinauslaufenden Voronoi-Kanten, welche jeweils zwischen Städten auf dem Rand der konvexen Hülle errichtet werden, im weiteren Verlaufe dieser Arbeit bei den Abbildungen in den folgenden Abschnitten *nicht* berücksichtigt bzw. dargestellt.

¹⁸⁴ Vgl. Abschnitt 4.2.4.4.

Berechnung genutzt werden, numerische Probleme bzw. Rundungsfehler gehandhabt werden? Und wie sollen *zum zweiten* die nicht eindeutig definierten Kanten der Delaunay-Struktur festgelegt werden?

Zu (1): Betrachtet man die oben angegebene Bestimmungsformel des w-Wertes und unterstellt (wie es bei den hier zur Berechnung der VD-Strukturen anstehenden TSP durchgängig der Fall ist), daß die Koordinaten der Städte stets nur eine endliche Anzahl von Dezimalstellen aufweisen, so läßt sich unter Berücksichtigung der konkreten Zahlenwerte der Koordinaten und der Spezifika der Gleitkommazahlendarstellung in der eingesetzten Programmiersprache ermitteln, ob die Folge der notwendigen Rechenoperationen exakt ausgeführt werden kann oder ob die Gefahr des Auftretens von Rundungsfehlern besteht. Ist eine exakte Berechnung möglich, so wird diese vorgenommen. Erweist sie sich als unmöglich, so wird der bereits im Abschnitt 4.2.4.4 erläuterte Toleranzzuschlag (bzw. -abschlag) vorgenommen. 185 Dazu ein stark vereinfachendes Beispiel: Das "wahre" Ergebnis eines einzelnen Rechenschrittes bei der Bestimmung des w-Wertes sei "1,1234567". Es seien jedoch aufgrund der Spezifika der Gleitkommazahlendarstellung in der jeweiligen Programmiersprache nur die Werte "1,122", "1,123" oder "1,124" repräsentierbar. Aufgrund der internen Rundung oder eines Abschneidens von nicht darstellbaren Nachkommastellen kann, wenn als Ergebnis des Rechenschrittes vom Programm "1,123" ausgegeben wird, das "wahre" Resultat unter Annahme einer möglicherweise vorgenommenen Rundung zwischen "1,122" und "1,124" liegen. Damit ergibt sich in der hier verwendeten Terminologie ein Toleranzzu- bzw. -abschlag von 0,001. Führt man nunmehr die Rechnung sowohl mit dem unteren möglichen als auch dem oberen möglichen Wert unter Berücksichtigung der genauen Auswirkungen in den weiteren Rechenschritten fort, so erhält man keinen konkreten w-Wert mehr, sondern eine Spanne, in welcher der wahre w-Wert unter Berücksichtigung von Rundungsfehlern liegen wird. Wird eine Degeneration unterstellt, sobald mehr als drei Städte einen w-Wert innerhalb dieser Spanne aufweisen, so entspricht dies der Aussage, daß eine Degeneration vorliegt, sobald mehr als drei Städte innerhalb der Fläche eines Kreisrings liegen, dessen Breite durch die Spanne des w-Wertes determiniert ist.

Ein solches Vorgehen garantiert einerseits, daß keine tatsächlich existente Degeneration vernachlässigt wird; andererseits werden real nicht existente Degenerationen ("Beinahe-Degenerationen") auch als "Half-Neighbor"-Probleme identifiziert. Dies erscheint unter Berücksichtigung der in den folgenden Abschnitten vorzunehmenden Analysen (Abschnitt 4.3) und im Hinblick auf die Nutzung der VD-Strukturen zur Senkung der Laufzeit von Heuristiken (Abschnitt 5) als sinnvoll, solange es nicht zu einem drastischen Anstieg der Anzahl aufgefundener Degenerationen gegenüber einem Arbeiten ohne Toleranzzu- und -abschläge führt. Da entsprechende Experimente mit den hier untersuchten TSP jedoch bei detaillierter Prüfung keine oder nur eine unwesentliche Anzahl zusätzlicher Degenerationen bei sehr geringen absoluten w-Spannen nachwiesen, wurde das beschriebene Vorgehen implementiert. Ein deutlicher Anstieg der Anzahl identifizierter "Half-Neighbor"-Probleme ergab sich nur für jene TSP, deren Städte in sehr regelmäßigen Mustern angeordnet sind (die

¹⁸⁵ Vgl. mit im Ansatz ähnlichen Überlegungen bereits WATSON (1981), S. 169 f.

"Bohrplatinenprobleme" aus der TSPLIB REINELTs). 186 Eine eingehendere Betrachtung zeigte jedoch, daß nunmehr lediglich aufgrund der Koordinatenwerte der jeweiligen Städte eindeutig als real vorliegend anzusehende Degenerationen korrekt erkannt wurden.

Zu (2): Es kann argumentiert werden, daß sämtliche an einer Degeneration beteiligten Städte in einer VD-Struktur zueinander als direkte Nachbarn anzusehen sind die Länge der gemeinsamen Voronoi-Kante beschränkt sich allerdings für jene Städtepaare, die einander in dem aus eindeutig bildbaren Delaunay-Kanten bestehenden Polyeder nicht direkt benachbart sind, auf einen einzigen Punkt (den Voronoi-Knoten). In der Delaunay-Triangulation (ohne Degenerationen) entspricht jede direkte Nachbarschaft zweier Städte einer sie verbindenden Kante. Wird nun der eindeutige Städtepolyeder einer Degeneration in einer Delaunay-Struktur (willkürlich) trianguliert, so ist damit die direkte Nachbarschaft in derselben für einige der am Degenerationsfall beteiligten Städte nicht mehr gegeben. Um diese - insbesondere für die in Abschnitt 5 vorgenommene Entwicklung von Heuristiken - zu erhalten, werden hier sämtliche Städte einer Degeneration untereinander durch Kanten verbunden. Dabei verliert die resultierende Delaunay-Struktur den Charakter einer Triangulation; es existieren sich kreuzende Kanten. Diese werden im weiteren als sich überlappende Delaunay-Dreiecke interpretiert. Die dualen Voronoi-Kanten zu jenen Delaunay-Kanten, welche willkürlich gesetzt wurden (und durch das Innere des eindeutigen Degenerations-Polyeders laufen), werden ohne Länge (bzw. mit einer solchen von "Null") registriert. Ihr Anfangs- wie Endpunkt ist der Voronoi-Knoten des "Half-Neighbor"-Problems.

Eine mögliche Quelle von Konsistenzproblemen bei der Bestimmung der VD-Struktur kann auch die zweite Entscheidungsgröße des beschriebenen Algorithmus, der "Drehsinn", darstellen. 187 Obgleich das Ergebnis seiner Berechnung nur dreiwertig ist (eine Stadt liegt links/rechts bzw. über/unter einer vorgegebenen Delaunay-Kante c oder in einer Verlängerung derselben), kann es gleichfalls durch Rundungsfehler im Verlaufe seiner Berechnung beeinflußt bzw. verfälscht werden und damit Folgefehler verursachen. Diese Gefahr besteht allerdings nur, wenn die jeweils untersuchte Stadt näherungsweise mit der vorgegebenen Delaunay-Kante c auf einer Linie liegt. Auch dann sind Inkonsistenzen nur zu befürchten, wenn keine andere Stadt auf der relevanten Seite von c einen eindeutig kleineren w-Wert aufweist. Tritt ein solcher Fall ein, so bietet es sich an, die gerade überprüfte Delaunay-Kante c zunächst zu vernachlässigen und mit dem weiteren Aufbau der Delaunay-Struktur anhand anderer - bislang unbearbeiteter - Delaunay-Kanten, welche in der oben beschriebenen Liste vermerkt sind, fortzufahren. Es besteht dann die Möglichkeit, daß die mit der zuvor untersuchten Kante c nahezu auf einer Linie liegende Stadt aufgrund eindeutigerer Werte des Drehsinnes bzw. von w-Werten in ein anderes Delaunay-Dreieck eingeht und die Kante c von der Liste der noch zu bearbeitenden Kanten gestrichen werden kann. Bei den hier vorgenommenen Berechnungen für die TSP der Gruppen I, II und (teilweise) III ergaben sich bei einem solchen Vorgehen keinerlei aufgrund von numerischen Unsicherheiten zweifelhafte Entscheidungssituationen. Weitergehend könn-

Vgl. zur TSPLIB REINELTs bzw. der Natur der in ihr vorgehaltenen TSP REINELT (1990a);REINELT (1991a); REINELT (1991d), S. 376 ff.; REINELT (1995).

Vgl. zu dessen Berechnung detaillierter LUDWIG (1994), S. 221 f.

te die Verwendung einer Spannenrechnung (analog jener, wie sie oben bei der Identifikation von Degenerationen eingesetzt wurde) erwogen werden. Diese würde aber letztlich auch nur zur Notwendigkeit willkürlicher Entscheidungen führen. Da hier kein entsprechender Bedarf zu konstatieren war, wurde darauf verzichtet.

Abschließend ist es naheliegend, die resultierende VD-Struktur noch einmal sorgfältig hinsichtlich ihrer topologischen Konsistenz zu überprüfen.¹⁸⁸ Innerhalb der gewählten Datenstruktur zur Abbildung der VD-Struktur sollten - insbesondere im Falle einer aus pragmatischen Gründen nicht redundanzfreien Speicherung - keinerlei widersprüchliche bzw. numerisch abweichende Daten mehr existieren.

Die hier zur Speicherung der VD-Strukturen gewählte Datenstruktur wurde im Hinblick auf die im Rahmen des Abschnitt 4.3 durchzuführenden Untersuchungen sowie die heuristische Nutzung von VD-Strukturen (respektive vorrangig der Delaunay-Struktur bzw. der in ihr dokumentierten Nachbarschaftsverhältnisse der Städte) zur Lösung von TSP im Abschnitt 5 gewählt. Entsprechend diesen Einsatzzwecken wurde auf eine redundanzfreie Speicherung zugunsten einer direkten Entnahmefähigkeit bestimmter Informationen aus der Datenstruktur verzichtet.¹⁸⁹ Letztere besteht aus drei Komponenten bzw. Sektionen:

- In einer Nachbarschaftsliste (Sektion 1) werden zunächst zu einer jeden Stadt eines TSP die ihm in der VD-Struktur direkt benachbarten Städte festgehalten. Damit ist die Delaunay-Struktur bereits vollständig über die ihr zugehörigen Kanten erfaßt.
- Die sogenannte "Triangles"-Sektion (Sektion 2) weist für sämtliche Dreiecke der Delaunay-Struktur ergänzend jeweils die Städte aus, welche deren Eckpunkte bilden. Des weiteren werden die Koordinaten des Mittelpunktes des Umkreises eines jeden spezifischen Dreieckes - und damit der zum Delaunay-Dreieck gehörige Voronoi-Knoten - festgehalten. Im Falle von Degenerationen kann allerdings nicht mehr von Dreiecken gesprochen werden; in diesem Fall repräsentiert ein Eintrag ein konvexes Polygon bzw. die am "Half-Neighbor"-Problem beteiligten Städte.
- In der dritten Sektion schließlich werden die Voronoi-Polygone in ihrer Kantenfolge im Uhrzeigersinn um eine jede Stadt des TSP herum beschrieben. Eine Voronoi-Kante wird dabei durch Verweise auf die sie definierenden beiden Voronoi-Knoten, respektive deren zugehörige Delaunay-Dreiecke bzw. (im Degenerationsfall) konvexen Polygone aus Sektion 2, gekennzeichnet. Darüber hinaus wird hier auch festgehalten, ob ein Voronoi-Polygon gegen die Unendlichkeit geöffnet ist. Weiterhin ist für eine jede Voronoi-Kante vermerkt, welche beiden Städte sie voneinander trennt.

¹⁸⁸ Vgl. die Abschnitte 4.2.1, 4.2.2 sowie insbesondere 4.2.4.4.

Die hier gewählte Datenstruktur weist folglich auch nicht die Eleganz und allgemeine Effizienz auf, die in der Literatur vorgeschlagenen Repräsentationen innewohnt; vgl. z.B. GREEN/SIBSON (1978), S. 170; LEE/SCHACHTER (1980), S. 226 f., S. 239 f.; BOWYER (1981), S. 163 f.; EDELSBRUNNER (1987), S. 297; AURENHAMMER (1991), S. 365 ff.; DOBKIN (1992), S. 1403 ff.; TSAI (1993), S. 1469 ff.; OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 215 ff.; OTTMANN/WIDMAYER (1993), S. 555 ff.; SHEWCHUK (1996), S. 124 ff.

Für die Implementierung des beschriebenen Verfahrens wurde die Programmiersprache GFA-BASIC eingesetzt. 190 Es gelang, für sämtliche TSP der hier gebildeten Gruppen I (15-Städte-Probleme) sowie II (Probleme aus der TSPLIB REINELTs) im Sinne der obigen Ausführungen zweifelsfreie und konsistente VD-Strukturen zu bestimmen.¹⁹¹ Hinsichtlich der Gruppe III (gleichfalls Probleme aus der TSPLIB REINELTs) ergaben sich zwei Schwierigkeiten: Zum ersten erwies sich die Größe der TSP, für die VD-Strukturen konsistent berechenbar waren, als auf ca. n = 600 beschränkt. Bei einer höheren Anzahl ausgezeichneter Raumpunkte traten nicht mehr nachvollziehbare Fehler auf. 192 Entsprechend wurde hier darauf verzichtet, größere TSP in die VD-Strukturen berücksichtigenden Untersuchungen in den Abschnitten 4.3 sowie 5 einzubeziehen. 193 Zum zweiten erwies sich ein eigentlich von der Größe her noch akzeptables Problem der Gruppe III - das TSP FL417 - aus den gleichen wie den o.g. Gründen als nicht konsistent berechenbar. Auch dieses TSP mußte von der Bearbeitung ausgeschlossen werden. - Es wird hier ausdrücklich auf diese Einschränkungen hingewiesen, um die aus praktischen Widrigkeiten resultierenden Determinanten bei der Auswahl der im Rahmen dieser Arbeit untersuchten TSP zu verdeutlichen. Verständlicherweise ergibt sich aus diesen Restriktionen auch eine Beschränkung der aus den folgenden - überwiegend auf empirischen Beobachtungen basierenden - Überlegungen ableitbaren Aussagen.

Die Laufzeit des hier beschriebenen und implementierten Verfahrens ist für den schlechtestmöglichen Fall als in Abhängigkeit von der Problemgröße (d.h. der Anzahl n der Städte der TSP) quadratisch anzusehen. ¹⁹⁴ Bei den hier herangezogenen TSP zeigte sich jedoch ein - von mehreren Ausreißern abgesehen - grob lineares Verhalten. Abb. 26 stellt die realisierten Rechenzeiten für die TSP aus den Gruppen II und III - unter Einschluß der inkonsistenten Fälle - dar. Die Verbindung der durch Quadrate dargestellten Meßwerte durch Linien dient dabei nur der besseren optischen Erfaßbarkeit der Entwicklung der Rechenzeiten. Sie ist nicht als Interpolation aufzufassen. ¹⁹⁵ Im folgenden soll der naheliegende Versuch einer Approximation der Rechenzeit im Rahmen einer linearen Regressionsanalyse unternommen werden. ¹⁹⁶

Sämtliche Berechnungen im Rahmen dieser Arbeit wurden auf einem PC mit einem 486 DX 33-Prozessor durchgeführt. Für die Programmierung wurde die im Interpreter-Modus ablaufende Sprache "GFA-BASIC" verwendet; vgl. BUSCHER/OSTROWSKI (1990). Folglich kann davon ausgegangen werden, daß bei einer Programmierung unter einer fortgeschritteneren Sprache (z.B. Turbo Pascal, C) - unabhängig von der Hardware - erheblich niedrigere Rechenzeiten realisiert werden können.

Vgl. zu den hier gebildeten TSP-Gruppen und den ihnen zugeordneten Problemen Abschnitt 2.4; zur TSPLIB REINELTs bzw. der Natur der in ihr vorgehaltenen TSP REINELT (1990a); REI-NELT (1991a); REINELT (1991d), S. 376 ff.; REINELT (1995).

D.h. es traten Fehler auf, die vermutlich aus grundsätzlichen Mängeln der eingesetzten Programmiersprache resultierten. Es gelang nicht, ihre Ursache festzustellen oder sie durch Änderungen des Programmcodes zu umgehen.

Vgl. zur konkreten Benennung jener TSP, für die konsistente VD-Strukturen berechnet werden konnten, Anhang 2.

¹⁹⁴ Vgl. auch LUDWIG (1994), S. 222.

Diese Aussage gilt auch für entsprechende Darstellungen folgender Abschnitte.

Auf die lineare Approximation bzw. die Grundlagen der Regressionsanalyse soll im folgenden nicht weiter eingegangen werden, vgl. z.B. BLEYMÜLLER/GEHLERT/GÜLICHER (1985), S. 139 ff.; BACKHAUS/ERICHSON/PLINKE/WEIBER (1990), S. 1 ff.; HARTUNG/ELPELT/KLÖSENER (1991), S. 569 ff.; BROSIUS/BROSIUS (1995), S. 449 ff., S. 473 ff. Die statistischen

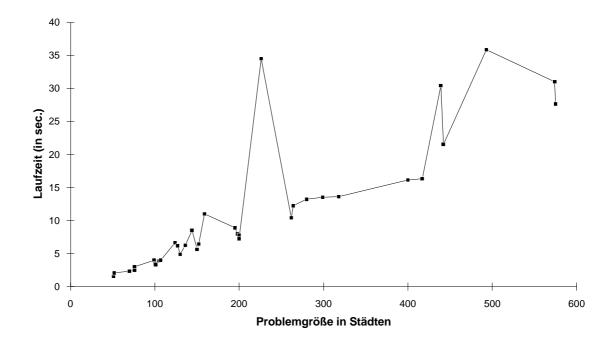


Abb. 26: Laufzeiten (in Sekunden) des hier implementierten Verfahrens (nach LUDWIG (1994)) zur Bestimmung von VD-Strukturen für 49 TSP der Gruppen II und III (unter Einschluß inkonsistenter Fälle).

Die im Rahmen von Regressionsanalysen in diesem wie in späteren Abschnitten geschätzten Beziehungen für die Laufzeiten von Algorithmen werden unter der Notation Z(n, ...) = ... wiedergegeben. Im untersuchten Falle ergibt sich $Z(n) = 0,058911 \ n.^{197}$ Eine optische Prüfung zeigt allerdings bereits die geringe Güte der Approximation aufgrund der bereits oben erwähnten "Ausreißer" auf. Auch das Bestimmtheitsmaß belegt mit $r^2 = 0,87691$ den begrenzten Aussagewert derselben. Die gesamte Regressionsbeziehung erweist sich (i.S. des Vorliegens einer Beziehung zwischen den Variablen) als signifikant, desgleichen ihre lineare Komponente. Bei der Untersuchung der Verteilung der Residuen belegen die fehlende Normalverteilung sowie die eindeutigen Trends derselben allerdings wiederum deutlich die Zweifelhaftigkeit der vorgenommenen Approximation. Dies wie auch die ersichtlichen "Ausreißer" lassen vermuten, daß weitere - in der Regressionsbeziehung nicht berücksichtigte - Struktureinflüsse existieren. Des weiteren bleibt hier offen, ob die von der berechneten Regressionsbeziehung deutlich abweichende Entwicklung der Rechenzeiten ab ca. n = 420 gleichfalls vollständig auf nicht berücksichtigte Struktureinflüsse zurückzuführen ist.

Abschließend wurden die mit dem eingesetzten Verfahren konsistent berechenbaren VD-Strukturen eingehender hinsichtlich ihrer spezifischen Merkmale untersucht. Dabei galt

Analysen im Rahmen dieser Arbeit wurden mit dem Programm SPSS durchgeführt; vgl. z.B. BROSIUS/BROSIUS (1995).

Vgl. zu den folgenden Ausführungen den in Anhang 1 wiedergegebenen SPSS-Output bzw. die wiedergegebenen Graphiken. - Auf die Einbeziehung einer Konstanten bei der Ermittlung der Regressionsbeziehung wird hier aufgrund der geringen realen Bedeutung einer solchen im Ablauf des beschriebenen Algorithmus verzichtet.

die Aufmerksamkeit - hinsichtlich der Bestimmung von Mittelwerten, Streuungen und Häufigkeitsverteilungen - insbesondere folgenden Charakteristika:

- der Anzahl der Voronoi- sowie Delaunay-Kanten,
- der Länge der Voronoi- sowie Delaunay-Kanten,
- der Fläche der Voronoi-Polyeder und der Delaunay-Dreiecke sowie
- den von Voronoi- wie Delaunay-Kanten gebildeten Winkeln.

In die vorgenommenen Untersuchungen wurde dabei aufgrund der Tatsache, daß VD-Strukturen an ihrem Rande (d.h. vom ihrem Inneren betrachtet hin zum Rand der konvexen Hülle) hinsichtlich der betrachteten Merkmale - begründet durch ihre Definition - Verzerrungen bzw. eine gewisse Heterogenität aufweisen, unterschiedliche Städtemengen nach Maßgabe ihres Abstandes zum Rand der konvexen Hülle einbezogen. Die durchgeführten Prüfungen bestätigten für die meisten einbezogenen TSP (bis auf hochdegenerierte Fälle, so z.B. die "Bohrplatinenprobleme" aus der TSPLIB REINELTs) weitgehend die aus der Literatur bekannten Eigenschaften von VD-Strukturen: So tendiert z.B. die durchschnittliche Anzahl der Nachbarn einer Stadt gegen sechs; die Anzahl der Delaunay-Kanten in einer Delaunay-Struktur zeigt sich näherungsweise linear abhängig von der Größe des jeweiligen TSP usw. 199

Da die vorgenommenen Analysen bzw. ihre Ergebnisse sich für die folgenden Ausführungen als weitgehend irrelevant erweisen, wird hier auf ihre detaillierte Darstellung verzichtet.²⁰⁰ - Im weiteren sollen nunmehr die Beziehungen zwischen zweidimensionalen, euklidischen TSP bzw. optimalen oder guten Lösungen derselben und den ihnen zugehörigen VD-Strukturen eingehender betrachtet werden.

4.3. Beziehungen zwischen dem euklidischen, zweidimensionalen Traveling-Salesman-Problem und Voronoi-/Delaunay-Strukturen

4.3.1. Optimale Rundreisen und die Kanten der Delaunay-Struktur

Im Abschnitt 3.5 wurde bereits ausgeführt, daß die weiteren Untersuchungen im Rahmen dieser Arbeit sich hauptsächlich auf das zweidimensionale, euklidische TSP konzentrieren werden. Dies läßt sich zum einen damit begründen, daß die für diesen Problemtyp gewonnenen Erkenntnisse praktischen Nutzen für eine gewisse Anzahl von Anwendungen - teilweise auch mit anderen Metriken - versprechen.²⁰¹ Zum anderen ist zu konstatieren, daß sich durch umfangreiche Forschungen der Vergangenheit bezüglich dieser Ausprä-

Einige zentrale sich ergebende Kennwerte für die untersuchten TSP - respektive ihre VD-Strukturen - sind im Anhang 2 wiedergegeben.

Vgl. eine detailliertere Erläuterung dieses Sachverhaltes unter der Bezeichnung "Randeffekte" bzw. "Randverzerrungen" sowie der eingesetzten Ausschlußtechnik im Abschnitt 4.3.4; vgl. zur Veranschaulichung auch Abb. 32 im gleichen Abschnitt.

Vgl. auch die Abschnitte 4.2.1 und 4.2.2.

Vgl. Abschnitt 3.3, insbesondere die Abschnitte 3.3.6 und 3.3.7; auch REINELT (1994), S. 2, S. 42.

gung des TSP vielfältige Möglichkeiten der Evaluation und Einordnung neuer Ansätze bzw. insbesondere auch der Leistungsfähigkeit von Heuristiken bieten.²⁰² Entsprechend fokussierte sich die obige Erörterung von VD-Strukturen bereits weitgehend auf deren "klassische" (planare) Variante auf der Basis einer euklidischen Metrik.²⁰³

Die grundlegende Beziehung dieser VD-Struktur zum euklidischen zweidimensionalen TSP ist offensichtlich: Faßt man die Städte eines TSP als Generatoren bzw. ausgezeichnete Punkte im Raum auf, so führt das zugehörige Voronoi-Diagramm zu einer Strukturierung der Fläche, auf bzw. in welcher eine Rundreise gebildet werden soll. Diese Strukturierung beinhaltet insbesondere durch das Voronoi-Diagramm definierte Nachbarschaftsverhältnisse zwischen Städten nach Maßgabe ihrer räumlichen Nähe. Eine solche Nachbarschaft zweier Städte ist stets dann gegeben, wenn ihre Voronoi-Polygone eine gemeinsame Voronoi-Kante aufweisen bzw. wenn sie in der dualen Delaunay-Struktur durch eine Delaunay-Kante verbunden sind. Über direkte Nachbarschaften hinaus lassen sich entsprechend Nachbarschaftsverhältnisse höheren Grades feststellen: Eine Nachbarschaft 2. Grades zwischen den Städten i und k ist z.B. gegeben, wenn die Stadt k direkter Nachbar der Stadt j ist, die wiederum direkt der Stadt i benachbart ist, jedoch zwischen den Städten i und k keine direkte Nachbarschaft besteht. Sowohl direkte Nachbarschaften als auch Nachbarschaften höherer Grade lassen sich rechenzeitverkürzend wie auch steuernd (d.h. als die Entscheidungsfolge im Verlaufe der Bildung einer Rundreise beeinflussend) im Rahmen heuristischer Verfahren zur Lösung des TSP einsetzen.²⁰⁴

Die Kanten der Delaunay-Struktur stellen eine Teilmenge der Kanten des vollständigen Graphen dar, der durch die Städte des TSP definiert wird. Sie erweisen sich als durchschnittlich erheblich kürzer als die Kanten des vollständigen Graphen. Es ist intuitiv einsichtig, daß gute oder gar optimale Rundreisen vorwiegend bzw. mit höherer Wahrscheinlichkeit kürzere Kanten nutzen werden.²⁰⁵ Bereits LIN/KERNIGHAN (1973) stellten fest, daß entsprechend ihren Erwartungen die meisten Städte in optimalen oder fast optimalen Rundreisen mit relativ nahen Nachbarn verbunden werden.²⁰⁶ Etwa in der Hälfte der von ihnen wahrgenommenen Fälle waren dieses die nächsten Nachbarn. Selten fanden sich Kanten, die eine Stadt mit einem entfernteren als dem 15. Nachbarn verbanden.

Bei einer umfassenden Sichtung der Literatur ist zu konstatieren, daß der zweidimensionalen, euklidischen Form des Problems in den letzten vierzig Jahren ein erheblicher Teil der Aufmerksamkeit der Autoren galt; vgl. z.B. BEARDWOOD/HALTON/HAMMERSLEY (1959), S. 299 ff.; BELLMORE/NEMHAUSER (1968), S. 538 ff.; ROSENKRANTZ/STEARNS/LEWIS (1977), S. 563 ff.; GOLDEN/BODIN/DOYLE/STEWART (1980), S. 694 ff.; LAWLER ET AL. (1985); BENTLEY (1992), S. 387 ff.; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994); REINELT (1994); man betrachte auch die Anzahl bzw. den Anteil von Problemen dieses Typs, die in der TSPLIB REINELTs vertreten sind, vgl. REINELT (1990a); REINELT (1991a); REINELT (1991d), S. 376 ff.; REINELT (1995).

Vgl. zur Bezeichnung der planaren Variante der Voronoi-/Delaunay-Strukturen mit euklidischer Metrik als "klassische" oder "gewöhnliche" Form bzw. ihrer Verwendung als Ausgangsform für Variationen z.B. BOOTS (1986); AURENHAMMER (1988); AURENHAMMER (1991), S. 345 ff.; OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992).

Vgl. detaillierter die Literaturretrospektive in Abschnitt 4.3.3 sowie die Entwicklung entsprechender Heuristiken in Abschnitt 5.

Vgl. z.B. REINELT (1989), S. 9; REINELT (1991b), S. 3; SEGAL/ZHANG/TSAI (1991), S. 2 f.; JÜNGER/REINELT/THIENEL (1993), S. 22; REINELT (1994), S. 2, S. 64; KRASNOGOR/MOSCATO/NORMAN (1995), S. 1.

²⁰⁶ Vgl. - auch folgend - LIN/KERNIGHAN (1973), S. 515.

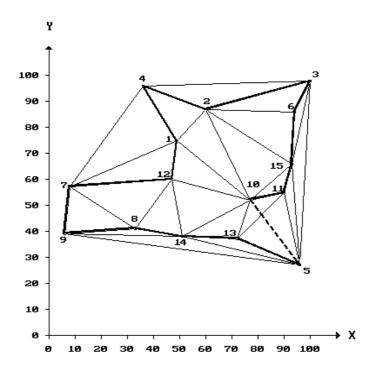


Abb. 27: TSP 15_001 aus Gruppe I: Optimale Rundreise (fett) und Delaunay-Struktur.

Aus diesen Überlegungen könnte sich der Verdacht ergeben, daß die optimale Rundreise stets aus Kanten der Delaunay-Struktur gebildet wird bzw. der kürzeste Hamiltonische Zyklus eines vollständigen Graphen stets ein Subgraph der Delaunay-Struktur ist. Dies läßt sich allerdings recht schnell an Beispielen widerlegen: In Abb. 27 sind die Städte des TSP 15_001 aus der hier gebildeten Gruppe I samt der zugehörigen Delaunay-Struktur wiedergegeben;²⁰⁷ die optimale Rundreise ist fett eingezeichnet. Sie deckt sich in der fett und gestrichelt dargestellten Kante nicht mit der Delaunay-Struktur bzw. benutzt eine dieser nicht zugehörige Kante.

Weitergehend kann festgestellt werden, daß eine VD-Struktur nicht einmal notwendigerweise *irgendeinen* Hamiltonischen Zyklus bzw. eine Rundreise enthalten muß.²⁰⁸ Diese Tatsache scheint schon seit Ende der siebziger Jahre bekannt gewesen zu sein.²⁰⁹ KANTABUTRA (1983) demonstrierte dies an einer degenerierten VD-Struktur (mit "Half-Neighbor"-Problemen²¹⁰);²¹¹ DILLENCOURT (1987b) zeigte an einem Beispiel auf, daß auch nicht degenerierte VD-Strukturen nonhamiltonisch sein können.²¹² Letztlich muß auch ein hamiltonisches Delaunay-Diagramm, wie DILLENCOURT (1987a) gleichfalls an einem Beispiel erläuterte, nicht unbedingt die optimale Rundreise als Sub-

²⁰⁷ Vgl. zur Herkunft und Einteilung der hier verwendeten TSP in Gruppen Abschnitt 2.4.

Vgl. mit einem Überblick über diese Fragestellung auch AURENHAMMER (1991), S. 377.

In einem Posting an die Newsgroup "comp.theory" vom 24.11.1996 berichtet MICHAEL I. SHA-MOS, daß ihm bereits 1977 ein entsprechendes Gegenbeispiel von RICHARD M. KARP präsentiert worden sei, SHAMOS (1996).

²¹⁰ Vgl. Abschnitte 4.2.1, 4.2.2 und 4.2.4.4.

²¹¹ Vgl. KANTABUTRA (1983), S. 11 f.

²¹² Vgl. DILLENCOURT (1987b), S. 149 ff.

graph beinhalten.²¹³ Dies entspricht dem in Abb. 27 wiedergegebenen Fall des TSP 15_001, in welchem auf der Delaunay-Struktur insgesamt 1.832 verschiedene Rundreisen identifiziert werden können - unter denen die optimale allerdings nicht vertreten ist. Anzahl und Qualität der als Subgraphen von VD-Strukturen existierenden Rundreisen sollen allerdings erst im Abschnitt 4.3.2 Gegenstand der Betrachtung sein.

Neben der Tatsache, daß die Verbindung der Städte Nr. 10 und 5 *nicht* auf der Delaunay-Struktur liegt, zeigt Abb. 27 andererseits aber auch, daß von den fünfzehn Kanten der optimalen Rundreise vierzehn Delaunay-Kanten sind. In diesem Fall nutzt die optimale Rundreise folglich nicht nur, aber doch *überwiegend* Delaunay-Kanten. Es stellt sich nun die Frage, ob dieses Phänomen atypisch oder allgemein gültig ist. - Um hinsichtlich dieser Fragestellung weitere Erkenntnisse zu gewinnen, wurden zunächst die weiteren hier in die Gruppe I eingeordneten 99 TSP mit je 15 Städten untersucht. Bezüglich aller einhundert Probleme der Gruppe I ergaben sich folgende Feststellungen:²¹⁴

- Bei achtzig der einhundert TSP besteht die optimale Rundreise *ausschließlich* aus Delaunay-Kanten; in 19 Fällen erscheint eine einzige, in einem Fall erscheinen zwei nicht in der Delaunay-Struktur enthaltene Kanten in der optimalen Rundreise.
- Von insgesamt 1.500 Kanten in allen optimalen Rundreisen der TSP der Gruppe I sind damit nur 21 (1,4%) keine Delaunay-Kanten.
- Die Länge dieser 21 Kanten ist in fast allen Fällen deutlich größer als die durchschnittliche Kantenlänge der anderen Kanten in der jeweiligen optimalen Rundreise.

Zwecks korrekter Einordnung dieser Beobachtungen ist es notwendig, sich zu verdeutlichen, daß die hier untersuchten TSP der Gruppe I keinesfalls repräsentativ sind. Zum einen bestehen sie lediglich aus jeweils 15 Städten und sind damit deutlich kleiner als praxisrelevante Probleme, zum anderen wurden die Städte nach einem festen, durchgängigen Schema im Raum positioniert.²¹⁵ Aus diesem Grund scheint es sinnvoll, weitere - und möglichst unterschiedliche - TSP hinsichtlich des beobachteten Phänomens zu prüfen. Von den aus der TSPLIB REINELTs stammenden Problemen können aus den hier gebildeten Gruppen II und III allerdings nur jene herangezogen werden, für welche die Kantenfolge der optimalen Rundreise in der TSPLIB dokumentiert ist.²¹⁶ Die Ergebnisse der Untersuchung werden in Tab. 12 dokumentiert.²¹⁷

In Tab. 12 wird in Spalte 1 zunächst der Name des jeweiligen TSP angegeben; Spalte 2 gibt die Anzahl n der Städte desselben wieder. Spalte 3 weist anschließend die in der TSPLIB angegebene Länge der optimalen Rundreise (OLN) aus. In Spalte 4 wird die Anzahl jener Kanten der optimalen Rundreise bestimmt, die nicht der Delaunay-Struktur

Vgl. DILLENCOURT (1987a), S. 339 ff.; zur Suche nach Hamiltonischen Zyklen in Delaunay-Triangulationen des weiteren CRAPO/LAUMOND (1989), S. 292 ff.; O'ROURKE/BOOTH/ WASHINGTON (1987), S. 258 ff.

Vgl. zu den nachfolgenden Feststellungen auch die Daten in Anhang 3.

²¹⁵ Vgl. zum Modus der Erzeugung der TSP der Gruppe I Abschnitt 2.4.

Vgl. zur TSPLIB REINELT (1990a); REINELT (1991a); REINELT (1991d), S. 376 ff.; REINELT (1995); zu den hier gebildeten Gruppen Abschnitt 2.4.

KRASNOGOR/MOSCATO/NORMAN (1995), S. 2, erwähnen, daß sie die hier in Tab. 12 dokumentierte Untersuchung gleichfalls (in ähnlicher Form?) durchgeführt haben. Sie präsentieren allerdings keine detaillierten Ergebnisse.

angehören (# NDE). Spalte 5 summiert die Länge dieser "NDE-Kanten"; in der Spalte 6 wird ihre Anzahl zur Anzahl der Kanten in der optimalen Rundreise in Relation gesetzt (% # NDE). Spalte 7 weist abschließend die summierte Länge der NDE-Kanten in Relation zur Gesamtlänge der optimalen Rundreise (OLN) aus (% Länge NDE). 14 der untersuchten TSP stammen aus der hier gebildeten Gruppe II; lediglich das TSP PCB442 ist der Gruppe III zugehörig.

TSP	n	OLN	# NDE	Summierte Länge NDE	% # NDE	% Länge NDE
EIL51	51	426	0	0,00	0,00%	0,00%
BERLIN52	52	7542	0	0,00	0,00%	0,00%
ST70	70	675	1	13,15	1,43%	1,95%
EIL76	76	538	0	0,00	0,00%	0,00%
PR76	76	108159	2	4675,75	2,63%	4,32%
KR100A	100	21282	1	801,48	1,00%	3,77%
KR100C	100	20749	0	0,00	0,00%	0,00%
KR100D	100	21294	1	594,28	1,00%	2,79%
RD100	100	7910	1	120,39	1,00%	1,52%
EIL101	101	629	2	18,36	1,98%	2,92%
LIN105	105	14379	2	356,75	1,90%	2,48%
CH130	130	6110	2	123,66	1,54%	2,02%
CH150	150	6528	0	0,00	0,00%	0,00%
A280	279	2579	0	0,00	0,00%	0,00%
PCB442	442	50778	3	686,23	0,68%	1,35%
Maximum			3		2,63%	4,32%
Mittelwert			1,00		0,88%	1,54%

Tab. 12: Untersuchung der Identität von Delaunay-Kanten und Kanten der optimalen Rundreise für 15 TSP der Gruppen II und III: Spalte 3: Länge der optimalen Rundreise nach TSPLIB (OLN); Spalte 4: Anzahl der Kanten der optimalen Rundreise, die keine Delaunay-Kanten sind (# NDE); Spalte 5: Summierte Länge der NDE-Kanten; Spalte 6: Anteil der NDE-Kanten an der Anzahl der Kanten in der optimalen Rundreise (= n) (% # NDE); Spalte 7: Prozentualer Anteil der summierten Länge der NDE-Kanten an der Länge der optimalen Rundreise (% Länge NDE).

Es sei nunmehr die Hypothese formuliert, daß die Mehrzahl der Kanten der optimalen Rundreise eines zweidimensionalen euklidischen TSP zumeist bzw. mit hoher Wahrscheinlichkeit auch der entsprechenden Delaunay-Struktur angehört. Diese Hypothese wurde bereits durch die Prüfung der TSP der Gruppe I gestützt; auch die in Tab. 12 dokumentierten Untersuchungsergebnisse vermögen sie nicht zu falsifizieren: Von den 15 untersuchten Problemen weisen zwar 9 NDE-Kanten auf; es handelt sich allerdings im Einzelfall um maximal drei Kanten. Von den insgesamt 1.932 Kanten aller optimalen Rundreisen der TSP in Tab. 12 liegen lediglich 15 (0,78%) nicht auf der Delaunay-Struktur. - Auch hier ist allerdings wieder anzumerken, daß die geprüften Probleme keine hinreichende Repräsentativität im Sinne einer allgemeingültigen statistischen Absicherung der formulierten Hypothese gewährleisten können. Zwar weisen sie zum einen recht unterschiedliche Größen auf und sind zum anderen hinsichtlich der Verteilung ihrer

Städte im Raum auch als recht heterogen anzusehen. Ihre Anzahl ist jedoch zu gering. In diesem Sinne wären umfassendere Untersuchungen vorzunehmen. Die Möglichkeiten für solche sind jedoch aufgrund der geringen Zahl verfügbarer bzw. dokumentierter Kantenfolgen in optimalen Rundreisen - insbesondere für größere TSP - recht beschränkt.

Akzeptiert man nun die vorgestellte Hypothese aufgrund der erörterten Anhaltspunkte vorläufig, so läßt sich daraus eine Frage ableiten, deren Beantwortung theoretisch aufschlußreich und praktisch - im Rahmen einer Heuristik - nutzbar wäre: Lassen sich jene Kanten einer optimalen Rundreise, welche nicht der Delaunay-Struktur angehören, aus irgendwelchen lokalen oder globalen Eigenschaften der Voronoi- oder Delaunay-Struktur heraus erklären bzw. eindeutig bestimmen oder mit hinreichender Wahrscheinlichkeit prognostizieren? - Betrachtet man z.B. die Voronoi-Struktur des TSP 15_001 in Abb. 17 im Abschnitt 4.2.1 im Vergleich zur Delaunay-Struktur und der optimalen Rundreise in Abb. 27, so zeigt sich, daß hinsichtlich der Voronoi-Polygone der Städte Nr. 10 und Nr. 5 sowie Nr. 11 und Nr. 13 beinahe eine Degeneration bzw. ein "Half-Neighbor"-Problem vorliegt.²¹⁸ Die Voronoi-Polygone der Städte Nr. 10 und Nr. 5 sind nur durch eine relativ kurze, die Polygone der Städte Nr. 11 und Nr. 13 trennende Voronoi-Kante voneinander isoliert. Könnte die Tatsache, daß die optimale Rundreise die Kante zwischen den Städten Nr. 10 und Nr. 5 beinhaltet, obwohl sie keine Delaunay-Kante ist, damit in Beziehung stehen? - Im Rahmen einer umfassenden Analyse wurde nicht nur diese Möglichkeit geprüft, sondern es wurden auch zahlreiche andere Merkmale bzw. Merkmalsausprägungen der VD-Struktur (wie z.B. summierte und einzelne Kantenlängen von Voronoi-Polygonen, Winkel zwischen Voronoi-Kanten, Flächen von Voronoi-Polyedern, Winkel zwischen Delaunay-Kanten usw.) in ihrem gemeinsamen wie isolierten Auftreten auf einen Zusammenhang mit dem Auftreten von NDE-Kanten hin untersucht. Dabei wurden die bereits oben herangezogenen TSP der Gruppen I, II und III verwendet. Bedauerlicherweise ergab sich kein greifbares Ergebnis. Es scheint keine Eigenschaft oder Kombination von Eigenschaften der VD-Struktur zu geben, die mit dem Erscheinen von NDE-Kanten in optimalen Rundreisen hinreichend korreliert.

Abschließend läßt sich festhalten, daß an der aufgestellten Hypothese bezüglich der vorrangigen Nutzung von Delaunay-Kanten durch die optimale Rundreise aufgrund der hier angestellten Untersuchungen trotz ihrer begrenzten Repräsentativität festgehalten werden kann. Dies stützt zugleich die Ansicht, daß sich VD-Strukturen nicht allein über die in ihnen hinterlegten Nachbarschafts- bzw. Nähebeziehungen zwischen Städten rechenzeitverkürzend in Heuristiken genutzt werden können. Darüber hinaus können sie auch heuristiksteuernd für die Auswahl von Kanten für gute Rundreisen eingesetzt werden; Delaunay-Kanten sind nützliche "Kandidaten" für die Kanten guter Rundreisen. Diese Erkenntnis wird im Abschnitt 5 innerhalb konkreter heuristischer Verfahren umgesetzt und einer empirischen Evaluierung unterworfen. Einschränkend ist allerdings auf die Ergebnisse des folgenden Abschnittes 4.3.2 hinzuweisen, die aufzeigen, daß die Verwendung von Delaunay-Kanten für die Bildung einer Rundreise nicht zwangsläufig zu günstigen Rundreiselängen führen muß.

Vgl. zur Degeneration von VD-Strukturen bzw. dem "Half-Neighbor"-Problem die Abschnitte 4.2.1, 4.2.2 sowie 4.2.4.4.

Dieser Sprachgebrauch lehnt sich an entsprechende Formulierungen REINELTs an, vgl. z.B. REINELT (1989), S. 9; REINELT (1991b), S. 3, S. 25; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 38;

4.3.2. Zur Anzahl und Qualität von Rundreisen auf Delaunay-Strukturen

Das grundlegende Problem, festzustellen, ob ein (planarer) Graph hamiltonisch ist oder nicht, ist bereits Gegenstand intensiver Untersuchungen gewesen.²²⁰ Dabei wurde in den letzten Jahrzehnten eine Anzahl von spezifischen Eigenschaften zusammengetragen, bei deren Vorliegen ein Graph mit Sicherheit *nicht* hamiltonisch ist. Vice versa gibt es einige andere Eigenschaften, die die Existenz eines hamiltonischen Zyklus gewährleisten - ein trivialer Fall ist der vollständige Graph, der stets hamiltonisch ist. Gleichfalls ist z.B. für einen mindestens vierfach zusammenhängenden Graphen das Vorliegen einer Rundreise garantiert. Zwischen diesen beiden Eigenschaftsgruppen allerdings existiert eine breite Zone der Unbestimmbarkeit: Erfüllt ein konkreter Graph keine der entsprechenden Eigenschaften, so stellt es (abgesehen von einigen Sonderfällen) ein NP-vollständiges Problem dar, nachzuweisen, daß er hamiltonisch ist.

Im Abschnitt 4.3.1 wurde bereits erörtert, daß eine Delaunay-Triangulation auch nichthamiltonisch sein kann. DILLENCOURT (1996) zeigte einerseits, daß das allgemeine Problem des Nachweises einer Rundreise in derselben ein NP-vollständiges Problem ist. Andererseits geben die von DILLENCOURT (1987c) wiedergegebenen empirischen Erfahrungen bezüglich der Konstruktion von Hamiltonischen Zyklen in Delaunay-Triangulationen im Rahmen der Mustererkennung und der Gestaltrepräsentation zu der Vermutung Anlaß, daß diese mit hoher Wahrscheinlichkeit Rundreisen enthalten. DILLENCOURT (1987c) weist des weiteren für die Delaunay-Triangulation eine Eigenschaft bezüglich des Zusammenhangs des Graphen - die sogenannte "1-toughness" als Zusammenhangsparameter - nach, die Voraussetzung für die Existenz eines hamiltonischen Zyklus ist, einen solchen allerdings nicht garantiert. Der Autor selbst bezeichnet es als eine offene Frage, ob die Delaunay-Triangulation zumeist Rundreisen enthält; AURENHAMMER (1991) nennt dies, sich auf die Ergebnisse von DILLENCOURT (1987c) stützend, bereits eine These. 223

Diese Fakten mögen einen Rahmen für die folgenden Überlegungen bzw. Untersuchungen darstellen: Sollen durch die Delaunay-Struktur definierte Nachbarschaftsbeziehungen bzw. Kanten in Heuristiken nicht lediglich rechenzeitverkürzend, sondern auch steuernd eingesetzt werden, so ist zu fragen, inwieweit sie tatsächlich Kandidaten für Rundreisen mit günstiger Lösungsqualität darstellen. Ein erstes Indiz dafür boten bereits die in Abschnitt 4.3.1 präsentierten Ergebnisse bezüglich der Identität der Kanten der optimalen Rundreise und jener der Delaunay-Struktur. Weitere Hinweise könnte die Beantwortung der folgenden Fragen geben:

REINELT (1994), S. 2, S. 64. Dieser Autor verwendet den Begriff allerdings eher in Verbindung mit einer Nutzung der VD-Struktur zur Rechenzeitverkürzung.

Vgl. dazu und im folgenden z.B. PEEMÖLLER (1984), insbesondere S. 22 ff.; CHVÁTAL (1985), S. 403 ff., insbesondere S. 425 ff.; MELAMED/SERGEEV/SIGAL (1989a), S. 1164 f., insbesondere S. 1166 ff.

²²¹ Vgl. DILLENCOURT (1996), S. 207 ff.

²²² Vgl. DILLENCOURT (1987c), S. 186.

²²³ Vgl. AURENHAMMER (1991), S. 377.

- Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, daß eine Delaunay-Struktur hamiltonisch ist?
- Wie viele verschiedene Rundreisen existieren auf einer Delaunay-Struktur, wenn sie denn hamiltonisch ist? Wie stark kann die Zahl an Rundreisen auf einer Delaunay-Struktur schwanken?
- Welche Lösungsqualität weisen die identifizierten hamiltonischen Zyklen als Rundreisen bzw. Lösungen des TSP auf? Handelt es sich durchweg oder überwiegend um Rundreisen guter Lösungsqualität?

Aus theoretischer Sicht bzw. im Sinne einer allgemeingültigen analytischen Aussage können diese Fragen hier nicht geklärt werden. Es soll jedoch versucht werden, auf empirischer Basis zumindest einige Anhaltspunkte - wenngleich mit beschränkter Aussagefähigkeit - zu gewinnen. Eine Möglichkeit dafür ist es, für eine Anzahl von TSP *sämtliche* verschiedenen hamiltonischen Zyklen auf der hier definierten Delaunay-Struktur zu bestimmen und diese mit ihrer Lösungsqualität zu bewerten.

Da es sich um ein NP-vollständiges Problem handelt, wird hier zwecks Identifizierung der existierenden Rundreisen eine Enumeration aller Folgen der Kanten der Struktur vorgenommen. Der Zeitaufwand für eine solche läßt sich durch die Ausnutzung einiger grundlegender Eigenschaften von hamiltonischen Zyklen auf der Delaunay-Struktur erheblich beschränken. Zahlreiche Äste des Enumerationsbaumes können z.B. schon frühzeitig vernachlässigt werden, wenn bei der sequentiellen Verlängerung eines Pfades erkenntlich wird, daß dieser nicht zu einem hamiltonischen Zyklus werden kann. Ein solcher Fall tritt z.B. auf, wenn im Verlaufe des Aufbaus eines Pfades durch das Anfügen von Städten an seinem Ende eine einzelne, noch nicht eingebundene Stadt durch den Pfad isoliert wird. Dies ist gegeben, wenn sämtliche Städte, die mit dieser Stadt durch Kanten des Graphen verbunden sind, bereits an den Pfad angeschlossen wurden. Es besteht dann keine Möglichkeit mehr, die isolierte Stadt noch an den Pfad anzufügen. Der dem Pfad zugehörige Ast des Enumerationsbaumes kann im weiteren vernachlässigt werden.

Trotz dieser und anderer Maßnahmen zur Minderung des Rechenzeitaufwandes wächst dieser jedoch natürlich bei steigender Problemgröße noch immer superpolynomial. Entsprechend ist die Größe der untersuchbaren TSP stark beschränkt. Während sämtliche Rundreisen auf der Delaunay-Struktur eines Problems mit 15 Städten mit der hier eingesetzten Hard- und Software noch innerhalb einer halben Minute bestimmt und hinsichtlich ihrer Lösungsqualität bewertet werden können,²²⁴ sind für ein TSP mit 30 Städten schon knapp über vier Tage Rechenzeit erforderlich. Aus diesem Grund beschränken sich die folgenden Untersuchungen auf die einhundert TSP der Gruppe I mit jeweils 15 Städten.²²⁵ Damit ist die Repräsentativität der gewinnbaren Erkenntnisse natürlich relativ beschränkt zum einen aufgrund der geringen Größe der Probleme, zum anderen aufgrund des einheitlichen Modus ihrer Generierung durch die Gleichverteilung der Städte im Raum.²²⁶

Sämtliche Berechnungen im Rahmen dieser Arbeit wurden auf einem PC mit einem 486 DX 33-Prozessor durchgeführt; für die Programmierung wurde die im Interpreter-Modus ablaufende Sprache "GFA-BASIC" verwendet; vgl. BUSCHER/OSTROWSKI (1990). Folglich kann davon ausgegangen werden, daß bei einer Programmierung unter einer fortgeschritteneren Sprache (z.B. Turbo Pascal, C) - unabhängig von der Hardware - erheblich niedrigere Rechenzeiten realisiert werden können.

Vgl. zur Herkunft und Einteilung der hier verwendeten TSP in Gruppen Abschnitt 2.4.

Vgl. Abschnitt 2.4.

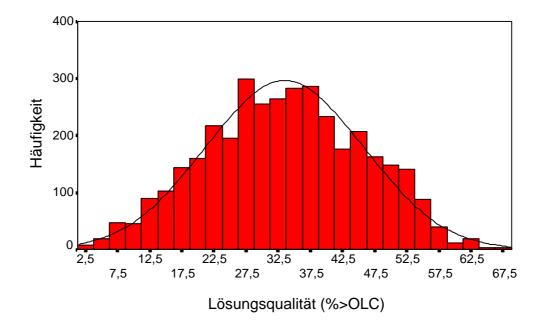


Abb. 28: Histogramm der Lösungsqualitäten (als %>OLC) sämtlicher auf der Delaunay-Struktur für das TSP 15_001 aus der Gruppe I identifizierten Rundreisen mit eingezeichnetem erwarteten Normalverteilungsplot (SPSS-Ausgabe).

Zunächst sollen die Ergebnisse für ein einzelnes TSP erörtert werden.²²⁷ Es handelt sich um das Problem 15_001 aus der Gruppe I. Für dieses können insgesamt 1.832 verschiedene hamiltonische Zyklen auf der hier definierten Delaunay-Struktur ermittelt werden unter denen sich, wie bereits in Abschnitt 4.3.1 erläutert wurde, allerdings nicht die optimale Rundreise befindet. Ein Histogramm der resultierenden Lösungsqualitäten (als %>OLC, d.h. der Angabe, um wieviel Prozent die Länge einer vorliegenden Rundreise die Länge der optimalen Rundreise übersteigt, wenn die Länge der optimalen Rundreise als Summe der Kantenlängen derselben berechnet wird) sämtlicher Rundreisen ist in Abb. 28 wiedergegeben.²²⁸ Der Mittelwert der Lösungsqualität beträgt 33,50%; die beste der ermittelten Rundreisen zeigt eine Lösungsqualität von 2,05%; die schlechteste hingegen eine solche von 67,24%. Die Streuung der Lösungsqualitäten innerhalb der 1.832 Rundreisen beträgt als Standardabweichung rund 12.29%. Die Lösungsqualitäten zeigen sich als näherungsweise normalverteilt.²²⁹

Vgl. im folgenden auch Anhang 4.

Bei der enumerativen Ermittlung der Rundreisen auf der Delaunay-Struktur wurden *sämtliche* hamiltonischen Zyklen bestimmt. Aus der Systematik der Enumeration ergibt sich dabei, daß jeder in seiner Kantenfolge einzigartige Zyklus zweimal mit fiktiver Richtungsverschiedenheit des Durchlaufens der Kanten ermittelt wird. Folglich wurden für das TSP 15_001 z.B. 1.832 × 2 = 3.664 Rundreisen aufgefunden. In den Abb. 28, 30 und 31 sowie in den statistischen Analysen in den Anhängen 4 und 5 werden der Einfachheit halber *sämtliche*, also nicht nur die in ihrer Kantenfolge *verschiedenen* Rundreisen berücksichtigt, da ein solches Vorgehen keinen verzerrenden Einfluß auf die Untersuchungsergebnisse bzgl. der resultierenden Lösungsqualitäten hat.

Vgl. auch detaillierter Anhang 5; das Vorliegen einer Normalverteilung kann statistisch nicht nachgewiesen werden.

Die Ergebnisse für sämtliche einhundert TSP der Gruppe I (mit je 15 Städten) zeigen zunächst, daß keine der zugehörigen, hier definierten Delaunay-Strukturen nonhamiltonisch ist. Es gelingt im Gegenteil, eine teilweise sehr hohe Anzahl von Rundreisen für die einzelnen Probleme zu identifizieren:²³⁰ Im Maximum sind dies 2.847 Rundreisen für das TSP 15_055, im Minimum 72 für das TSP 15_039. Im Durchschnitt werden bei recht hoher Streuung (Standardabweichung 601,07) 873,9 hamiltonische Zyklen für ein einzelnes Problem aufgefunden. Abb. 29 zeigt eine grob klassifizierte Häufigkeitsverteilung der Anzahl der auf der Delaunay-Struktur bestimmten Rundreisen. Es ist zu erkennen, daß für die meisten Probleme bis zu 1.200 verschiedene Rundreisen ermittelbar sind.

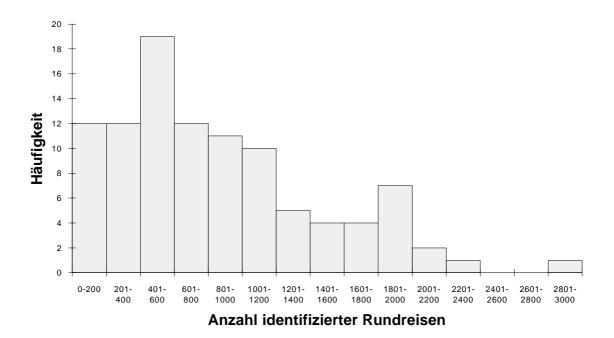


Abb. 29: Histogramm der Anzahl der auf der Delaunay-Struktur identifizierten Rundreisen für die TSP der Gruppe I mit je 15 Städten.²³¹

Anschließend sollen nun für sämtliche TSP der Gruppe I die resultierenden Lösungsqualitäten (als %>OLC) betrachtet werden. Abb. 30 stellt diese als Histogramm dar. Im Maximum erreicht die Lösungsqualität bei einer einzelnen Rundreise 104,89%, im Durchschnitt rund 28,49%. Die Streuung der Lösungsqualitäten der Rundreisen eines einzelnen TSP (als Standardabweichung) bewegt sich dabei zwischen 5,24% und 19,18% bei einer durchschnittlichen Streuung von 11,14%. Abb. 30 zeigt, daß die Verteilung der Lösungsqualitäten gegenüber einer analog parametrisierten Normalverteilung leicht linksverschoben erscheint. Entsprechend läßt sich das Vorliegen einer Normalverteilung

Vgl. mit einer detaillierten Wiedergabe der Ergebnisse auch Anhang 4.

Vgl. auch Anhang 4.

Vgl. folgend auch den detaillierteren Ausweis in Anhang 4.

Mittels des Statistikprogrammes SPSS läßt sich als entsprechender Parameter die Schiefe (skewness) der Verteilung zu 0,4554 berechnen. Damit ist die Verteilung als leicht rechtsschief bzw. linkssteil zu klassifizieren, vgl. auch BROSIUS/BROSIUS (1995), S. 303. Bei den höheren Lösungsqualitäten ist entsprechend eine stärkere Streuung als bei den niedrigen zu konstatieren.

mit den klassischen statistischen Tests (Lilliefors- bzw. Kolmogorov-Smirnov-Test) nicht zufriedenstellend widerlegen.

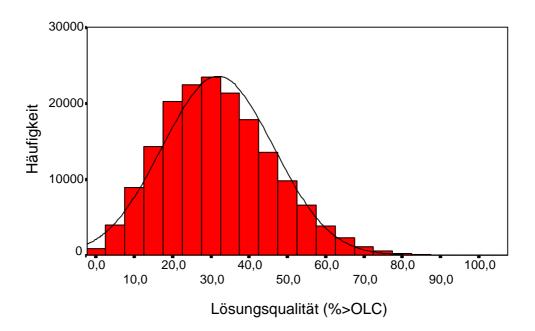


Abb. 30: Histogramm der Lösungsqualitäten (als %>OLC) sämtlicher auf der Delaunay-Struktur für die TSP der Gruppe I (mit je 15 Städten) identifizierten Rundreisen mit eingezeichnetem erwarteten Normalverteilungsplot (grobe Klassenbildung).

Löst man das dargestellte Histogramm hinsichtlich seiner Klassifizierung feiner auf und approximiert damit die zugehörige Dichtefunktion, so ergibt sich der Ausweis in Abb. 31. Hier lassen sich einerseits die Beobachtungen bezüglich der Abb. 30 wiederholen. Andererseits fällt besonders auf, daß die Anzahl der optimalen Rundreisen auf den hier definierten Delaunay-Strukturen in Relation zur beobachteten Verteilung der Lösungsqualitäten stark überrepräsentiert ist. Während um die 20 optimale Rundreisen (d.h. solche mit einer Lösungsqualität (als %>OLC) von 0%) zu erwarten wären, findet man etwa 180 derselben vor.²³⁴

Die schon oben erörterte begrenzte Repräsentativität der hier vorgenommenen Betrachtungen schränkt die Gültigkeit der zu ziehenden Schlüsse auf die untersuchten TSP mit ihren Spezifika ein. Eine Übertragbarkeit auf größere Probleme bzw. Probleme mit anderen Verteilungen der Städte im Raum kann zwar angenommen, darf aber ohne weitere Untersuchungen an dieser Stelle nicht postuliert werden. Bemerkenswert ist dennoch zunächst die Tatsache, daß keine der untersuchten Delaunay-Strukturen nonhamiltonisch ist; für die meisten läßt sich sogar eine große Anzahl an Rundreisen identifizieren.

Dies könnte dadurch zu erklären sein, daß die Normalverteilung eigentlich im Negativen fortzusetzen wäre und alle hierauf entfallenden Häufigkeiten dann auf 0% (als %>OLC) realisiert werden, da die reale Verteilung nichtnegativ sein kann.

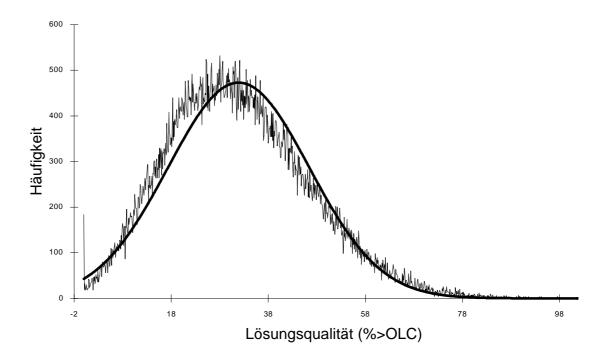


Abb. 31: Über ein Histogramm mit feiner Klasseneinteilung approximierte Dichtefunktion der Lösungsqualitäten (als %>OLC) sämtlicher auf der Delaunay-Struktur für die TSP der Gruppe I (mit je 15 Städten) identifizierten Rundreisen mit eingezeichnetem erwarteten Normalverteilungsplot.

Damit bestätigen sich die bereits oben angesprochenen Vermutungen von DILLEN-COURT (1987c) und AURENHAMMER (1991) bzw. der von ihnen zitierten Autoren.²³⁵ Wesentlicher ist allerdings die Erkenntnis, daß sich aus den Kanten der Delaunay-Struktur keineswegs nur Rundreisen guter Lösungsqualität bilden lassen.²³⁶ Vielmehr können offenbar auch solche existieren, die im Extremfall mehr als doppelt so lang wie die optimale Rundreise sind. Auch die durchschnittliche Qualität der identifizierten hamiltonischen Zyklen kann mit rund 28,49% nicht als "gut" bezeichnet werden. DILLEN-COURT (1996) schreibt:

"The existence of Hamiltonian cycles in Delaunay triangulations and inscribable polyhedra is a question of both practical and theoretical significance. The practical importance stems from the fact that a Hamiltonian cycle in the Delaunay triangulation of a set of points is a natural candidate for a short spanning cycle through the points, and hence might be expected to be a good approximation for the Euclidean Traveling Salesman Cycle ..."²³⁷

Dem kann angesichts der hier gewonnenen Erkenntnisse nicht uneingeschränkt zugestimmt werden. Ein hamiltonischer Zyklus in einer Delaunay-Triangulation ist kein "na-

²³⁵ Vgl. DILLENCOURT (1987c), S. 186; AURENHAMMER (1991), S. 377.

Der Ausdruck "gute Lösungsqualität" ist dabei zwangsläufig mit einer subjektiven Komponente behaftet. Hier seien - in Orientierung an der Leistungsfähigkeit klassischer heuristischer Verfahren - Rundreisen mit einer Lösungsqualität von unter 10% (%>OLC) als "gut" angesehen.

DILLENCOURT (1996), S. 207. Mit dem Begriff "Euclidean Traveling Salesman Cycle" bezeichnet dieser Autor die optimale Rundreise.

türlicher Kandidat" für eine Rundreise "guter Lösungsqualität", wenn man den Terminus "gut" hier z.B. (subjektiv) auf Rundreisen mit einer Länge von kleiner als 10% OLC beschränkt. Es genügt mithin nicht, *irgendeine* Rundreise auf der Delaunay-Struktur zu identifizieren, um eine gute Lösung eines TSP zu realisieren. Dies zwingt folglich dazu, bei einem heuristischen Rückgriff auf VD-Strukturen, welcher dieselben nicht nur rechenzeitverkürzend, sondern auch steuernd einsetzt, auch auf andere Entscheidungskriterien als die Zugehörigkeit einer Kante zur VD-Struktur zurückzugreifen. Diese Erkenntnis wird bei der Konstruktion entsprechender Verfahren bzw. der Modifikation bekannter Heuristiken im Abschnitt 5 zu berücksichtigen sein. Der Aussage von DILLENCOURT (1996) kann nur insofern zugestimmt werden, als daß ein hamiltonischer Zyklus auf einer Delaunay-Struktur im Durchschnitt als Lösung eines TSP zwangsläufig günstiger ausfallen muß als ein *beliebiger* (nicht auf der Delaunay-Struktur liegender) Hamiltonischer Zyklus.

Aus der vorgenommenen Untersuchung leitet sich eine weiterführende Frage von eher theoretischem Interesse ab: Wie lang kann eine hinsichtlich ihrer Kanten auf der Delaunay-Struktur plazierte Rundreise *maximal* werden? Es scheint in dieser Hinsicht noch keine in der Literatur dokumentierten Untersuchungen zu geben. Eine triviale - aber vermutlich nicht sonderlich scharfe - obere Schranke ließe sich durch das Aufsummieren der Länge der *n* längsten Kanten der Delaunay-Struktur bestimmen. - Da dieses Problem für die weiteren Ausführungen jedoch von wenig Interesse ist, wird es hier nicht weiter erörtert.

4.3.3. Begründungen für die heuristische Nutzung von Voronoi-/Delaunay-Strukturen in der Literatur

Bei einer Untersuchung der Beziehungen zwischen dem TSP bzw. seiner optimalen oder guten Lösung und VD-Strukturen kann auch die Frage gestellt werden, wie jene Autoren, die heuristisch auf die VD-Strukturen zurückgreifen, ihr Vorgehen begründen. In diesem Sinne werden im folgenden jene Publikationen, die entsprechende heuristische Verfahren vorstellen, geprüft.²³⁸ Eine genauere Beschreibung der entsprechenden Heuristiken erfolgt allerdings erst im Abschnitt 5.2.1.

Als eine der frühesten Arbeiten in diesem Kontext ist jene von LEE/WONG (1980), die bereits im Abschnitt 3.3.6 angesprochen wurde, zu nennen.²³⁹ Obgleich die Autoren ein TSP bzw. ein in das TSP überführbares Problem der Bestimmung eines minimalen Hamiltonischen Pfades in der L_1 - bzw. L_{∞} -Metrik (City-Block- bzw. Maximums-Metrik als Konkretisierungen der Minkowski-Metrik) lösen, sind ihre Gründe für den Rückgriff auf

Dabei wurde versucht, *sämtliche* existierenden Ansätze aufzufinden; es kann jedoch nicht garantiert werden, daß dieses gelang. - Ein Beitrag von STEWART (1992) unter dem Titel "Euclidean traveling salesman problems and Voronoi diagrams" wird von DILLENCOURT (1996), S. 207 als Manuskript unter dem Hinweis zitiert, daß er eine Heuristik zur Lösung des TSP unter Nutzung der Voronoi-Struktur darstelle. Es wird hier nur der Vollständigkeit halber darauf hingewiesen; eine Darstellung des Inhalts ist nicht möglich, da sich die Quelle als nicht beschaffbar erwies. - Die Arbeit von CRONIN (1990) ist durchaus beachtenswert, entwickelt jedoch für das TSP einen eigenen, speziellen Typ des Voronoi-Diagramms, welches mit den hier untersuchten klassischen VD-Strukturen wenig gemein hat. Aus diesem Grund soll auch sie bei der folgenden Betrachtung der Literaturansätze ausgelassen werden.

Vgl. folgend LEE/WONG (1980), S. 200 ff. bzw. insbesondere S. 208 f.; des weiteren Abschnitt 3.3.6.

die diesen Metriken entsprechenden VD-Strukturen auf den euklidischen Fall übertragbar. Zum ersten nutzen LEE/WONG (1980) die VD-Strukturen - recht trivial - zur Bestimmung eines minimal spannenden Baumes, welcher einen Subgraph derselben darstellt. Dieser wird anschließend zur Bildung einer Rundreise mit einer garantierten Lösungsqualität verwendet. Zum zweiten passen sie unter der Bezeichnung "Closest Insertion Method" das von ROSENKRANTZ/STEARNS/LEWIS (1977) beschriebene "Nearest Insertion"-Verfahren an die untersuchte Problemstellung an. Dabei werden die direkten Nachbarschaftsverhältnisse der Delaunay-Struktur (über einen speziellen Suchbaum) herangezogen, um mit möglichst geringem Rechenzeitaufwand Städte als Kandidaten für eine Einfügung zu bestimmen. Zusammenfassend läßt sich konstatieren, daß LEE/WONG (1980) VD-Strukturen überwiegend zur Rechenzeitverkürzung und allenfalls indirekt heuristiksteuernd einsetzen. Ersteres führen sie kurz als Begründung an, letzteres wird nicht kommentiert.

RUJÁN/EVERTSZ/LYKLEMA (1988) hingegen erläutern ihre Motive für den Rückgriff auf VD-Strukturen eingehend.²⁴⁴ Sie konstatieren zunächst für zweidimensionale euklidische TSP, deren Städte zufällig, unabhängig und gleichverteilt auf einer quadratischen Einheitsfläche liegen,²⁴⁵ daß Rundreisen guter Lösungsqualität fast ausschließlich Städte verbinden, die einander nahe Nachbarn sind. Dies impliziert ihres Erachtens, daß die charakteristische (durchschnittliche) Länge einer Kante in einer optimalen Rundreise jene der durchschnittlichen "Nearest Neighbor"-Distanz ist, was im Einklang mit den Ergebnissen von BEARDWOOD/HALTON/HAMMERSLEY (1959) bezüglich der Längenschätzung kürzester Rundreisen steht.²⁴⁶ Aus diesem Grund schlagen sie vor, nicht den durch die Städte des TSP definierten vollständigen Graphen, sondern nur die auf der VD-Struktur liegenden (d.h. aus Kanten der Delaunay-Triangulation bestehenden) Rundreisen bei der Suche nach guten Lösungen zu berücksichtigen. Die Autoren begründen dies weiterhin damit, daß

- die VD-Struktur für jede einzelne Stadt eine natürliche Klassifikation sämtlicher anderer Städte in Nachbarn ersten, zweiten, dritten usw. Grades liefert,
- eine Rundreise auf der Delaunay-Triangulation zwangsläufig kreuzungsfrei ist und
- die Anzahl möglicher Rundreisen auf der Delaunay-Triangulation kleiner als 5^n sei, während bei der Nutzung des vollständigen Graphen (n 1)!/2 mögliche Rundreisen existieren.²⁴⁷

Vgl. analog für den euklidischen Fall z.B. JOHNSON/PAPADIMITRIOU (1985b), S. 152 ff.; REI-NELT (1994), S. 89 ff.; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 17 ff.

²⁴⁰ Vgl. Abschnitt 4.2.2.

Vgl. folgend LEE/WONG (1980), S. 208 f. bzw. ROSENKRANTZ/STEARNS/LEWIS (1977), S. 572 ff.

Vgl. auch die sehr knappe Begründung des Rückgriffs auf VD-Strukturen, LEE/WONG (1980), S. 201.

²⁴⁴ Vgl. im folgenden RUJÁN/EVERTSZ/LYKLEMA (1988), S. 192 ff.

Dies entspricht einer Generierung über einen HPPP ("Homogeneous Poisson Point Process"), vgl. auch Abschnitt 4.2.2.

²⁴⁶ Vgl. BEARDWOOD/HALTON/HAMMERSLEY (1959), S. 299 ff.

Für diese Angabe wird von RUJÁN/EVERTSZ/LYKLEMA (1988), S. 192 weder ein Literaturbeleg noch ein Beweis angegeben.

RUJÁN/EVERTSZ/LYKLEMA (1988) sind sich durchaus der Tatsache bewußt, daß eine Delaunay-Triangulation auch nonhamiltonisch sein kann. Sie merken allerdings an, daß dieser Fall bei ihren numerischen Experimenten bis auf eine einzige, durch die Verwendung der sogenannten Einheitsfläche bedingte Situation, nicht auftrat.

Eine gewisse Anzahl von Ansätzen zur heuristischen Nutzung von VD-Strukturen stammt von REINELT bzw. einer Gruppierung von Autoren, als deren Leitfigur REI-NELT angesehen werden kann.²⁴⁸ Da die Argumentation der entsprechenden Publikationen durchgängig recht ähnlich ist, soll sie hier zusammenfassend dargestellt werden.²⁴⁹ Es wird zunächst erläutert, daß ein großer Nachteil der meisten Heuristiken zur Lösung des TSP darin bestehe, daß dieselben sehr viel Rechenzeit mit der unnötigen Berücksichtigung bzw. Untersuchung "nutzloser" Kanten vergeuden. Als "nutzlose" Kanten des vollständigen, durch die Städte definierten Graphen werden dabei solche angesehen, die mit hoher Wahrscheinlichkeit nicht in einer guten Rundreise erscheinen werden. Die Autoren folgern, daß ein sinnvolles Vorgehen darin bestehen könne, vorab eine Menge von Kanten zu bilden, deren Chancen, in einer Rundreise guter Lösungsqualität Verwendung zu finden, hoch sind bzw. vice versa insbesondere sehr lange Kanten aus der Betrachtung auszuschließen. Es resultiert die Bildung einer sogenannten "Kandidatenmenge" vielversprechender Städteverbindungen als Subgraph des vollständigen Graphen. Heuristiken sollen nunmehr bei ihren spezifischen Prüfungen primär - oder sogar ausschließlich - diese Kanten berücksichtigen. Dies ermöglicht eine beträchtliche Beschleunigung der Heuristiken bzw. die Senkung der Rechenzeiten.

Derartige Kandidatenmengen lassen sich nunmehr in unterschiedlicher Form bilden. Da sie vor allem kurze Kanten enthalten sollen, wäre es z.B. möglich, für eine jede Stadt nur die Kanten zu einer vorab bestimmten Anzahl nächster Nachbarn - für den heuristischen Gebrauch konkretisiert als "Nachbarschaftsliste" - zu berücksichtigen. ²⁵⁰ Zur schnellen Bestimmung eines derartigen Subgraphen kann die Delaunay-Struktur²⁵¹, da sie sich effizient berechnen läßt, eingesetzt werden. Weiterhin ist es möglich, die Kanten der Delaunay-Struktur selbst als derartige Kandidatenmenge heranzuziehen. Bereits REINELT (1989) erläutert jedoch, daß Experimente zeigten, daß die Kanten der Delaunay-Struktur

Dazu zählen insbesondere die Publikationen REINELT (1989); REINELT (1991b); JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994); REINELT (1994); indirekt auch JÜNGER/REINELT/THIENEL (1993); in offenbar mittelbarer Beziehung dazu stehen Veröffentlichungen zum Problem der Berechnung von VD-Strukturen wie z.B. JÜNGER/REINELT/ZEPF (1991), S. 43 ff.; JÜNGER/KAIBEL/THIENEL (1994a).

Vgl. im folgenden z.B. REINELT (1989), S. 9 f.; REINELT (1991b), S. 3, S. 33; JÜNGER/REI-NELT/THIENEL (1993), S. 22; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 38; REINELT (1994), S. 2, S. 42, S. 64.

Vgl. dazu und im folgenden z.B. REINELT (1989), S. 9; REINELT (1991b), S. 25, S. 34; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 38; REINELT (1994), S. 42, S. 48, S. 53, S. 64. Die Autoren legen auch dar, daß die Verwendungsmöglichkeiten von VD-Strukturen sich dabei nicht auf den euklidischen, zweidimensionalen Fall beschränken, sondern entsprechend auch für TSP mit Maximumsbzw. City-Block-Distanzen als Konkretisierungen der allgemeinen Minkowski-Metrik gegeben sind.

Bereits REINELT (1989), S. 10 berücksichtigt bei auftretenden HNP bzw. Degenerationen (vgl. die Abschnitte 4.2.1, 4.2.2 sowie 4.2.4.4) sämtliche im Rahmen derselben definierbare Delaunay-Kanten im gebildeten Graphen. Damit ist der vorliegende Graph nicht mehr zwangsläufig eine Triangulation; folgerichtig nennt ihn REINELT (1989) einen "Delaunay-Graphen". In dieser Arbeit wurde das gleiche Vorgehen gewählt (vgl. Abschnitt 4.2.4.5); analog wird der Begriff "Delaunay-Struktur" verwendet.

als entsprechende Kandidatenmenge nicht hinreichend sei und durch weitere Kanten erweitert werden müßte. Dies geschieht z.B. durch die Einbeziehung sogenannter transitiver Kanten. Dabei wird die Delaunay-Struktur um die Kante zwischen den Städten i und k erweitert, wenn in derselben sowohl zwischen den Städten i und j als auch zwischen den Städten j und k eine direkte Nachbarschaft besteht. Ergänzend ist es möglich, diese erweiterte Delaunay-Struktur anschließend wieder um besonders lange durch dieses Vorgehen entstandene Kanten zu bereinigen. Die auf verschiedene Arten bestimmten Kandidatenmengen werden nun einerseits zur Beschleunigung entsprechend modifizierter Konstruktions- und Verbesserungsheuristiken verwendet. Andererseits werden sie auch zur Problemdekomposition im Sinne einer Partitionierung eingesetzt. 254

Es wird deutlich, daß die angesprochenen Autoren VD-Strukturen, respektive die Delaunay-Struktur, hauptsächlich hinsichtlich der durch sie erschlossenen Nachbarschaftsbzw. Nähebeziehungen zwischen Städten zur Rechenzeitverkürzung nutzen.²⁵⁵ Andere Eigenschaften derselben werden vernachlässigt bzw. nicht als Motivation für die Verwendung genannt. Weitergehend könnte allenfalls noch argumentiert werden, daß bei der Partitionierung die in den VD-Strukturen konkretisierte Strukturierung des Raumes durch die Städteschar über längere oder kürzere Delaunay-Kanten berücksichtigt wird.

SEGAL/ZHANG/TSAI (1991) begründen bei der Vorstellung ihrer Heuristik den Rückgriff auf VD-Strukturen äußerst vage: ²⁵⁶ Das Voronoi-Diagramm bzw. die duale Delaunay-Triangulation stelle, wie es bei diesen Autoren ohne konkretere Erörterung heißt, Informationen über die räumliche Strukturierung bereit, welche zum Entwurf leistungsfähiger Heuristiken für das TSP befähigten. Als einen wesentlichen Beleg dafür führen sie fälschlich an, daß die Delaunay-Triangulation zugleich für eine Punkteschar im Raum auch die Triangulation mit minimaler Kantenlänge sei. ²⁵⁷ Implizit geht aus ihren weiteren Ausführungen hervor, daß sie die überwiegend recht kurzen Kanten der Delaunay-Triangulation als eine nützliche "Wissensbasis" ansehen, bei deren Verwendung für die Konstruktion einer Rundreise gute Lösungsqualitäten realisierbar seien. Es wird hinreichend

Vgl. - auch folgend - REINELT (1989), S. 10; mit gleicher Aussage REINELT (1994), S. 67. Die Natur dieser Experimente wird in beiden Quellen nicht weiter erläutert.

Dies entspricht einer direkten Verbindung einer jeden Stadt mit ihren Nachbarn 2. Grades, vgl. entsprechend Abschnitt 4.3.1.

^{Vgl. die detailliertere Darstellung in Abschnitt 5.2.1; vgl. zum Begriff und zu diversen Verfahren der Partitionierung z.B. HELD/KARP (1962), S. 196 ff.; KARG/THOMPSON (1964), S. 225 ff.; ROTHKOPF (1966), S. 532 f.; BELLMORE/NEMHAUSER (1968), S. 552 ff.; KROLAK/FELTS/ MARBLE (1971), S. 327 ff.; KARP (1976), S. 4 ff.; KARP (1977), S. 209 ff.; KARP/STEELE (1985), S. 181 ff.; KRÄMER (1987); MELAMED/SERGEEV/SIGAL (1989c), S. 1475 ff.; CLARKSON (1991); BENTLEY (1992), S. 398 f.; SUN/MEAKIN/JØSSANG (1993), S. 232 ff.; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 85 ff.; REINELT (1994), S. 145 ff.}

²⁵⁵ Vgl. auch explizit REINELT (1994), S. 44, S. 48.

Vgl. im folgenden SEGAL/ZHANG/TSAI (1991), S. 1 f. Die von den Autoren beschriebene Heuristik wird im Abschnitt 5.2.2 dieser Arbeit eingehend beschrieben und kommentiert.

Vgl. SEGAL/ZHANG/TSAI (1991), S. 3. In diesem Zusammenhang werden LEE/SCHACHTER (1980) zitiert. Diese Begründung wie auch die Zitierung sind falsch. LEE/SCHACHTER (1980) weisen korrekt darauf hin, daß SHAMOS/HOEY (1975) diese Eigenschaft lediglich vermutet hatten und u.a. LAWSON (1972) und LLOYD (1977) später Gegenbeispiele präsentierten, vgl. LEE/SCHACHTER (1980), die einzige Äußerung zu diesem Sachverhalt findet sich auf S. 223. Dort wird auch das Gegenbeispiel von LLOYD (1977) in Fig. 3 wiedergegeben. Vgl. des weiteren Abschnitt 4.2.2 dieser Arbeit sowie SHAMOS/HOEY (1975); LAWSON (1972); Überblicke bei AURENHAMMER (1991), S. 358 und OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 354 f.

deutlich, daß eine Verkürzung der Rechenzeit für diese Autoren nicht das ausschlaggebende Motiv für die Nutzung von VD-Strukturen ist. Dies sind vielmehr spezifische Eigenschaften derselben, die jedoch unzureichend bzw. falsch erläutert werden.

ZWEIG (1995) argumentiert bei der Vorstellung seiner Heuristik hinsichtlich der Bildung von Nachbarschaftslisten unter Heranziehung von VD-Strukturen zunächst ähnlich wie die Autoren um REINELT:²⁵⁸ Es geht ihm darum, die Anzahl der potentiellen Städteverbindungen auf bezüglich Rundreisen guter Lösungsqualität hoffnungsvolle Kandidaten (d.h. kurze Kanten) zu beschränken und dadurch erhebliche Einsparungen an Rechenzeit zu realisieren. Die Wahl der Delaunay-Triangulation für die Bildung von heuristisch genutzten Nachbarschaftslisten begründet er weiterhin damit, daß diese zum ersten ein zusammenhängender Graph sei und zum zweiten Kantenpaare mit spitzen Winkeln vermeide.²⁵⁹ Bezüglich der hier gesichteten Literatur ist er der einzige Autor, der den letzteren Sachverhalt einbringt. Er führt den damit implizierten Zusammenhang zwischen VD-Strukturen und Rundreisen guter Lösungsqualität bzw. dem Erscheinen von spitzen Winkeln in guten bzw. optimalen Rundreisen allerdings nicht weiter aus. Dazu ist ergänzend anzumerken, daß

- bereits KROLAK/FELTS/MARBLE (1971) bemerkten,²⁶⁰ daß gute Rundreisen selten häufige Richtungswechsel aufweisen, die zu "sägezahnartigen" Mustern führen und insbesondere in Bereichen hoher Städtedichte "glatt" im Sinne einer polygonalen Approximation an eine Kurve wirken;
- die im Abschnitt 5.3.1 eingehend untersuchte "Convex Hull Insertion"-Heuristik z.B. am erfolgreichsten mit einem Steuerungskriterium für die Einfügung von Städten in eine Teilrundreise arbeitet,²⁶¹ welches sich an der Glätte (im Sinne der Vermeidung von durch die Kanten einer Teilrundreise gebildete spitze Winkel bzw. Flachwinkligkeit) des durch eine Einfügung einer Stadt in die Teilrundreise neu entstehenden Winkels orientiert und diesen Winkel zu maximieren trachtet.
- im Rahmen eines Experimentes zur Überprüfung dieser Beobachtungen festgestellt wurde, daß es eine signifikante Korrelation zwischen der "Glätte" einer Rundreise und der von ihr realisierten Lösungsqualität gibt. Ze2 Zunächst erwies es sich als notwendig, zu diesem Zweck den Begriff der "Glätte" zu operationalisieren. Als Maß für die durch zwei in einer Stadt sich berührenden Kanten gegebene lokale Glätte wurde dabei der Quotient der beiden dadurch entstehenden Winkel gewählt, wobei stets der kleinere Winkel als Zähler und der größere als Nenner des entsprechenden Bruches fungierte. Dieser Quotient ergibt sich bei vollständiger Glätte z.B. zu (180°/180°) = 1; bei einem sehr scharfen bzw. spitzen Winkel z.B. zu (10°/350°) = 0,0285... Diese Art der Quotientenbildung führt dazu, daß sich das gewählte Glättemaß bei linearem Wachstum des größeren der beiden Winkel (und vice versa linea-

²⁵⁸ Vgl. im folgenden ZWEIG (1995), S. 1050, S. 1052.

²⁵⁹ Vgl. ZWEIG (1995), S. 1053.

Vgl. im folgenden KROLAK/FELTS/MARBLE (1971), S. 329.

Vgl. detailliert und unter Nennung von Literaturquellen Abschnitt 5.3.1.

Dieses Experiment und seine Ergebnisse werden hier knapp beschrieben; ihre detaillierte Erörterung und die Wiedergabe der vollständigen Untersuchungsergebnisse sind jedoch nicht Gegenstand dieser Arbeit.

Für den Fall, daß die beiden Winkel - wie folgend erwähnt - gleich groß ausfallen, ist es irrelevant, welcher als Zähler bzw. Nenner zur Ermittlung des Quotienten gewählt wird.

rem Fallen des kleineren der beiden Winkel) leicht degressiv verhält. Entsprechend gehen extrem flache bzw. stumpfe und scharfe bzw. spitze Winkel mit einem relativ höheren Gewicht in die Maßzahl ein. Ein globales Glättemaß für eine vorliegende Rundreise wurde als Mittelwert der n lokalen Glättemaße bestimmt. - Anschließend wurde für die TSP der hier gebildeten Gruppen I und II mittels elf verschiedener Verfahren (verschiedener klassischer Heuristiken (so z.B. der "Nearest Neighbor"-Heuristik) wie auch diverser trivialer Modi (z.B. zufällige Rundreisenbildung)) eine große Anzahl von Rundreisen verschiedenster Lösungsqualitäten bestimmt.²⁶⁴ Dabei wurde darauf geachtet, daß die Anzahl der Rundreisen bestimmter Lösungsqualität über die Spanne der Lösungsqualitäten möglichst gleichverteilt ausfiel. Für jede Rundreise wurde anschließend das globale Glättemaß gebildet. Die Analyse der jeweiligen Lösungsqualitäten und der Glättemaße der zugehörigen Rundreisen zeigte zwischen den beiden Größen eine durchschnittlich hohe, signifikante Korrelation. Diese erwies sich allerdings deutlich von der Struktur des TSP, respektive der Art der Verteilung seiner Städte im Raum abhängig: Probleme mit näherungsweise im Raum gleichverteilten Städten zeigten tendenziell hohe, solche mit nach bestimmten Mustern plazierten Städten (wie z.B. die Bohrlochprobleme aus Gruppe II) tendenziell geringere Korrelationen der beiden Größen auf. Dabei gilt jedoch nicht, daß eine Rundreise besserer Lösungsqualität zwangsläufig immer glatter ist als eine solche mit schlechterer Lösungsqualität; auch muß die optimale Rundreise nicht immer das geringste globale Glättemaß aufzeigen. - Folglich konnten mit diesem Experiment die eher unsystematischen Beobachtungen von KROLAK/FELTS/MARBLE (1971) weitgehend bestätigt und um eine strukturabhängige Determinante der Rundreiseglätte ergänzt werden. Im Rahmen weiterführender Untersuchungen könnte versucht werden, letztere - z.B. unter Verwendung von VD-Strukturen - exakt zu quantifizieren.

Die Tatsache, daß die Delaunay-Triangulation wenig spitze bzw. scharfe (extreme) Winkel aufweist, wurde im Abschnitt 4.2.2 als eine ihrer spezifischen Eigenschaften - die lokale sowie globale Gleichwinkligkeit - charakterisiert. Es handelt sich bei ihr um die Triangulation mit den gleichseitigsten Dreiecken und entsprechend am wenigsten extremen Winkeln. Diese Eigenschaft garantiert allerdings auch in Verbindung mit der obigen Feststellung, daß Rundreisen guter Lösungsqualität zumeist relativ stumpfe bzw. flache Winkel aufweisen, noch nicht, daß zwangsläufig jede auf der Delaunay-Struktur gebildete Rundreise eine gute Lösungsqualität aufweisen muß. Dies wurde in Abschnitt 4.3.2 exemplarisch gezeigt. Folglich ist die lokale bzw. globale Gleichwinkligkeit allein noch nicht geeignet, eine heuristische Nutzung von VD-Strukturen hinreichend zu motivieren. Es bedarf einer Verbindung dieser beiden Eigenschaften in Form einer erfolgreichen heuristischen Regel, die von ZWEIG (1995) allerdings nicht erörtert wird.

KRASNOGOR/MOSCATO/NORMAN (1995) schließlich begründen ihren heuristischen Rückgriff auf VD-Strukturen zunächst mit einem empirischen Experiment gleich jenem, wie es im Abschnitt 4.3.1 durchgeführt wurde.²⁶⁵ Die Autoren fassen die Tatsache, daß

Vgl. zur Herkunft und Einteilung der hier verwendeten TSP in Gruppen Abschnitt 2.4.

Vgl. folgend KRASNOGOR/MOSCATO/NORMAN (1995), S. 2; die Ergebnisse ihrer entsprechenden Untersuchung einiger TSP aus der TSPLIB REINELTs - vgl. REINELT (1990a); REINELT (1991a); REINELT (1991d), S. 376 ff.; REINELT (1995) - werden in ihrer Publikation allerdings nicht detailliert wiedergegeben oder erörtert.

der überwiegende Teil der Kanten der von ihnen untersuchten optimalen Rundreisen der Delaunay-Triangulation angehört, als Indiz dafür auf, daß dieselbe brauchbare Informationen über die Kandidatenmenge jener Kanten enthält, die mit hoher Wahrscheinlichkeit der optimalen Rundreise angehören können. Des weiteren argumentieren sie, daß derartige Kandidatenmengen, respektive die in VD-Strukturen enthaltenen Nachbarschaftsdefinitionen, geeignet sind, die Anzahl der notwendigen Rechenoperationen zu senken und so Heuristiken laufzeiteffizienter zu gestalten. Der Verweis auf ihre früheren Erfolge bei der heuristischen Nutzung der Delaunay-Triangulation zur Lösung des TSP schließlich stellt ein eher pragmatisches Motiv dar, ohne spezielle Beziehungen zwischen dem TSP und VD-Strukturen aufzuzeigen.

Es kann abschließend zusammengefaßt werden, daß die Verkürzung der Laufzeit von Heuristiken durch die Reduzierung der Anzahl notwendiger Prüfungen bei der Bildung von Rundreisen den in der Literatur am häufigsten genannten Beweggrund für den Rückgriff auf VD-Strukturen darstellt. Damit wird allerdings nur die grundlegende Eigenschaft derselben, Nachbarschaftsbeziehungen von Städten aufgrund deren relativer Nähe zu definieren, genutzt. Als weitere Gründe für die Verwendung von VD-Strukturen wurden

- die hohe Anzahl in der optimalen Rundreise erscheinender Kanten aus der Delaunay-Triangulation (KRASNOGOR/MOSCATO/NORMAN (1995)) und
- die impliziten Parallelen zwischen VD-Strukturen und hinsichtlich der Lösungsqualität guten bzw. optimalen Rundreisen für das TSP bezüglich der "Glätte" von Rundreisen und der globalen bzw. lokalen Gleichwinkligkeit der Delaunay-Triangulation (ZWEIG (1995))

von zwei Autoren benannt. Diese spezifischen Eigenschaften werden von denselben allerdings anschließend nur begrenzt heuristisch genutzt bzw. nicht hinreichend untersucht. Es stellt sich daher die Frage, ob es nicht möglich sein könnte, weitere Zusammenhänge zwischen VD-Strukturen und guten bzw. optimalen Lösungen für das TSP zu identifizieren, die anschließend heuristisch genutzt werden können. In der einschlägigen Literatur sind bislang keine entsprechenden Ansätze dokumentiert. Im folgenden Abschnitt soll nunmehr exemplarisch einer derartigen Beziehung zwischen hinsichtlich der Lösungsqualität optimalen Rundreisen für das TSP und VD-Strukturen nachgegangen werden.

²⁶⁶ Vgl. KRASNOGOR/MOSCATO/NORMAN (1995); ZWEIG (1995), S. 1049 ff.

Es ist darauf hinzuweisen, daß im Rahmen dieser Arbeit nicht gewährleistet werden kann, daß sämtliche existierenden Quellen zu diesem Thema identifiziert wurden.

4.3.4. Untersuchung heuristisch nutzbarer Beziehungen zwischen Voronoi-/Delaunay-Strukturen und dem Traveling-Salesman-Problem am Beispiel von zu in der optimalen Rundreise genutzten Delaunay-Kanten dualen Voronoi-Kanten

Für die Suche nach Beziehungen zwischen VD-Strukturen und guten bzw. optimalen Lösungen für das TSP bieten sich grundsätzlich zwei Wege an: Zum einen könnte man unter Berücksichtigung der bekannten allgemeinen Eigenschaften beider Betrachtungsobjekte versuchen, deduktiv (mathematisch) ebenfalls allgemeingültige Beziehungen abzuleiten. Zum anderen ist es möglich, empirisch - über die Beobachtungen einer Anzahl von Fällen - eine Hypothese über einen Zusammenhang zweier spezifischer Eigenschaften der Betrachtungsobjekte zu formulieren. Diese könnte anschließend - vielleicht auch deduktiv - in allgemeiner Form nachgewiesen werden. Erweist sich die formulierte Hypothese aufgrund der Beobachtungen jedoch als schlüssig genug, so ist dieses Wissen bereits hinreichend für den Versuch einer heuristischen Nutzung bzw. einer Nutzung desselben zur Steuerung der Entscheidungssequenz im Rahmen einer Heuristik. Solange die Gefahr der unzulässigen Verallgemeinerung des während der empirischen Analyse gewonnenen Wissens bewußt bleibt, läßt der geringere Aufwand diesen letzteren Weg als pragmatisch erscheinen. Daher wird er im folgenden gewählt.

Will man ihn beschreiten, bieten sich wiederum zwei mögliche Vorgehensweisen. Zum ersten kann man, ausgehend von einem vorab zu spezifizierenden Katalog aller nur irgendwie erfaßbaren Eigenschaften bzw. Merkmale guter bzw. optimaler Rundreisen sowie der VD-Strukturen, unter Verwendung einer Anzahl von Testproblemen versuchen, mittels eines alle Kombinationen der Merkmale abdeckenden Versuchsplanes einfache oder komplexere Zusammenhänge (z.B. als Korrelationen) zwischen bestimmten Merkmalen oder Merkmalskombinationen zu identifizieren. Es ist einsichtig, daß ein solches Vorgehen mit beträchtlichem Aufwand verbunden ist. Entsprechend wurde im Abschnitt 4.3.1 - allerdings ohne Erfolg - vorgegangen, um die Tatsache, daß manche Kanten der optimalen Rundreise nicht der Delaunay-Struktur angehören, zu erklären. Zum zweiten kann man, wenn bereits eine Beobachtung vorliegt, welche den Verdacht einer bestimmten Beziehung von Eigenschaften beider Untersuchungsobjekte begründet, diesem gezielt weiter nachgehen. Dabei ist es lediglich notwendig, sich der Existenz der angenommenen Beziehung durch Messungen oder den Nachweis von Zusammenhängen bzw. Korrelationsbeziehungen zu versichern.

Die folgende Untersuchung knüpft an einen solchen Verdacht bezüglich der Beziehung zweier spezifischer Eigenschaften der Beobachtungsobjekte an. Wie bereits oben festgestellt wurde, bildet der weitaus überwiegende Teil der Kanten der optimalen Rundreise der im Abschnitt 4.3.1 betrachteten zweidimensionalen euklidischen TSP zugleich Kanten der Delaunay-Struktur. Es wurde nunmehr eine visuelle Prüfung der entsprechenden Rundreisen mit hinterlegten Voronoi-Strukturen vorgenommen. Dabei wurde der Eindruck gewonnen, daß die den durch die optimale Rundreise benutzten Delaunay-Kanten jeweils zugehörigen Voronoi-Kanten tendenziell länger ausfallen als jene Voronoi-Kanten, deren duale Entsprechungen in der Delaunay-Struktur nicht von der optimalen Rundreise genutzt werden. In Abb. 32 ist das TSP EIL101 mit fett eingezeichneter optimaler Rundreise und der zugehörigen Voronoi-Struktur wiedergegeben. Einerseits kann man dort die beschriebene Beobachtung nachvollziehen; andererseits stellt man aber auch

fest, daß es sich tatsächlich nur um eine Tendenz handelt: Wiederholt entsprechen die genutzten Delaunay-Kanten auch sehr kurzen dualen Voronoi-Kanten.

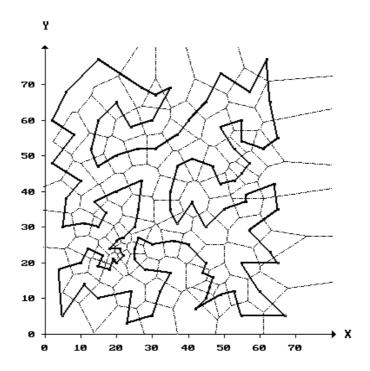


Abb. 32: Voronoi-Struktur für das TSP EIL101 aus Gruppe II mit fett eingezeichneter optimaler Rundreise. ²⁶⁸

Könnte jedoch belegt werden, daß die beobachtete Tendenz hinreichend ausgeprägt ist bzw. das beobachtete Phänomen hinreichend oft auftritt, so wäre damit ein sinnvoll erscheinendes Steuerungskriterium für eine Heuristik entdeckt. Unter Berücksichtigung der Tatsache, daß eine jede Stadt eines TSP von zwei Kanten der optimalen Rundreise berührt wird, kann daher die nachstehende Hypothese formuliert werden, welche im weiteren eingehend empirisch geprüft und - wenn möglich - falsifiziert oder durch Fakten gestützt werden soll:

Hypothese:

Die jenen Delaunay-Kanten, die Bestandteil einer optimalen Rundreise sind, zugehörigen dualen Voronoi-Kanten fallen, bezogen auf das Voronoi-Polygon einer einzelnen Stadt eines zweidimensionalen euklidischen TSP, zumeist länger aus als die den in der optimalen Rundreise ungenutzten Delaunay-Kanten zugehörigen dualen Voronoi-Kanten.

Die präsentierte Hypothese fokussiert die Betrachtung damit nunmehr auf die Voronoi-Polygone der einzelnen Städte eines TSP und die zwei einem jeden solchen Polygon zuzuordnenden Kanten der optimalen Rundreise. Bevor mit der empirischen Überprüfung

Wie im Abschnitt 4.3.1 ermittelt wurde, besteht die optimale Rundreise für das TSP EIL101 laut TSPLIB bis auf zwei Städteverbindungen (2,92% der Rundreiselänge) aus Kanten der zugehörigen Delaunay-Struktur.

begonnen werden kann, erweist es sich als notwendig, noch einige Definitionen vorzunehmen bzw. Vereinbarungen zu treffen:

- Als die *absolute Länge* einer Voronoi-Kante (ALVE) sei im weiteren ihre im euklidischen, zweidimensionalen Raum meßbare Länge angesehen. Als *relative Länge* (RLVE) einer Voronoi-Kante wird hier ihr prozentualer Anteil am Umfang des zugehörigen Voronoi-Polygons einer spezifizierten Stadt verstanden.
- Ordnet man die Voronoi-Kanten eines bestimmten Voronoi-Polygons (bzw. einer betrachteten Stadt) *absteigend* nach ihrer absoluten oder relativen Länge, so ergibt sich der ordinale *Rang einer jeden Voronoi-Kante* (RVE). Dabei wird der längsten Voronoi-Kante der Rang "1" zugewiesen, der nächstkürzeren der Rang "2" usw.
- Die absolute Länge einer Delaunay-Kante (ALDE) beschreibt analog zur Größe ALVE deren im euklidischen, zweidimensionalen Raum meßbare Länge. Die relative Länge (RLDE) setzt die absolute Länge der betrachteten Delaunay-Kante ins prozentuale Verhältnis zur summierten Länge aller einem Voronoi-Polygon als Duale zuzurechnenden bzw. eine betrachtete Stadt berührenden Delaunay-Kanten.
- Ordnet man die eine betrachtete Stadt berührenden Delaunay-Kanten *aufsteigend* nach ihrer absoluten oder relativen Länge, so ergibt sich der ordinale *Rang einer jeden Delaunay-Kante* (RDE). Dabei wird der kürzesten Delaunay-Kante der Rang "1" zugewiesen, der nächstlängeren der Rang "2" usw.
- Für eine jede Stadt eines untersuchten TSP bzw. das ihr zuzuordnende Voronoi-Polygon wird der *Abstand zum Rand der konvexen Hülle* (ACH) als ordinal skalierte Größe definiert: ACH gibt die Anzahl der Delaunay-Kanten an, die von der gerade betrachteten Stadt ausgehend auf dem kürzestmöglichen Pfad mindestens durchlaufen werden müssen, um irgendeine Stadt auf dem Rand der konvexen Hülle eines TSP zu erreichen. Entsprechend gilt z.B. für eine Stadt auf dem Rand der konvexen Hülle ACH = 0 und für alle Städte eines TSP, die nicht auf dem Rand der konvexen Hülle des TSP liegen, ACH > 0.
- Einer jeden Kante der Delaunay-Struktur eines TSP wird ein UO-Wert als Binärvariable zugeordnet. Für Delaunay-Kanten, die der optimalen Rundreise angehören, gilt UO = 1; für alle anderen Delaunay-Kanten vice versa UO = 0.

Wie aus den Abschnitten 4.2.1 und 4.2.2 hervorging, weisen jene Voronoi-Kanten, die dual zu den Kanten auf dem Rand der konvexen Hülle (als Subgraph der Delaunay-Struktur) sind, eine unendliche Länge auf.²⁶⁹ Entsprechend würde es die Ergebnisse der Untersuchung hinsichtlich der statistischen Analyse (so z.B. bezüglich der Größe RLVE) erheblich verfälschen, wenn diese mit in die Betrachtung einbezogen würden. Darüber hinaus ist festzustellen (und kann z.B. auch in Abb. 32 beobachtet werden), daß auch jene Voronoi-Polygone, deren zugehörige Städte zwar nicht auf dem Rand der konvexen Hülle, aber doch in dessen Nähe liegen, im Vergleich zu den weiter innerhalb der Struktur liegenden Städten bzw. deren Polygonen noch Verzerrungen (so z.B. größere umschlossene Flächen und entsprechend längere Kanten; hier folgend als *Randeffekte* oder *Randverzerrungen* bezeichnet) aufweisen. Es scheint daher sinnvoll, bei der Prüfung der präsentierten Hypothese eine gewisse Differenzierung nach der Nähe der untersuch-

Vgl. Abschnitte 4.2.1 und 4.2.2. Wie im Abschnitt 4.2.4.5 erörtert wurde, werden diese Kanten bei der graphischen Darstellung der Voronoi-Struktur (so z.B. in Abb. 32) nicht berücksichtigt.

ten Städte bzw. deren Voronoi-Polygonen zum Rand der konvexen Hülle vorzunehmen, um diese Verzerrungen bzw. Strukturunterschiede angemessen zu berücksichtigen. Dies kann unter Rückgriff auf die oben definierte Distanz zum Rand der konvexen Hülle (ACH) geschehen. Entsprechend werden die folgenden Prüfungen jeweils getrennt für jene Mengen von Städten eines TSP vorgenommen, für die ACH > 0, ACH > 1, ACH > 2 usw. gilt. Damit wird die Betrachtung bei steigendem ACH-Wert sukzessive auf immer weiter innerhalb der VD-Struktur liegende Städte eines TSP eingeschränkt.

Diese Überlegungen schließen eine empirische Untersuchung der einhundert TSP der hier gebildeten Gruppe I mit jeweils 15 Städten bereits weitgehend aus, da bei diesen Problemen aufgrund ihrer geringen Größe ein beträchtlicher Teil der Städte bereits auf dem Rand der konvexen Hülle liegt (im Durchschnitt ca. 7 der 15 Städte).²⁷⁰ Es wird daher auf die bereits im Abschnitt 4.3.1 herangezogenen fünfzehn TSP aus den Gruppen II und III zurückgegriffen, für welche optimale Rundreisen in der TSPLIB gegeben sind.²⁷¹ Wiederum ist allerdings anzumerken, daß diese Probleme keine hinreichende Repräsentativität im Sinne einer allgemeingültigen statistischen Absicherung der formulierten Hypothese gewährleisten können. Ihre Anzahl ist zu gering. Daher können die folgend präsentierten Untersuchungsergebnisse nur als Anhaltspunkte für eine Falsifizierung oder Stützung der entwickelten Hypothese angesehen werden.

Bevor der konkrete, der aufgestellten Hypothese zugrundeliegende Zusammenhang überprüft wird, ist es sinnvoll, vorbereitend einige eng damit in Verbindung stehende Eigenschaften bzw. Merkmalskombinationen von VD-Strukturen wie optimalen Rundreisen aus der Perspektive der einzelnen Städte eines TSP näher zu betrachten. In diesem Sinne muß zunächst gefragt werden, wie sich das Verhältnis der absoluten oder relativen Länge einer Voronoi-Kante zu der ihr dualen Delaunay-Kante gestaltet. Tritt eine lange Voronoi-Kante im Voronoi-Polygon einer Stadt immer gleichzeitig mit einer kurzen dualen Delaunay-Kante auf und vice versa, so wäre es vordergründig als eher trivial anzusehen, daß in optimalen Rundreisen eher längere Voronoi-Kanten den genutzten Delaunay-Kanten zugehörig sind. Entsprechend werden in Tab. 13 zunächst die Korrelationen (samt den zugehörigen, aus einem zweiseitigen Hypothesentest abgeleiteten Signifikanzniveaus)²⁷² zwischen den absoluten wie relativen Längen von Voronoi- und Delaunay-Kanten für die Städte bzw. Voronoi-Polygone der untersuchten TSP bestimmt. Dabei gehen für jede berücksichtigte Stadt sämtliche Kanten des ihr zugehörigen Voronoi-Polygons sowie die entsprechenden Delaunay-Kanten einmal (partielle Mehrfacherfassung)²⁷³ in die Untersuchung ein. Der Abstand zum Rand der konvexen Hülle ist in

Vgl. zu den hier verwendeten TSP sowie ihrer Gruppierung Abschnitt 2.4.

Vgl. zur TSPLIB REINELT (1990a); REINELT (1991a); REINELT (1991d), S. 376 ff.; REINELT (1995).

Wenn folgend in verschiedenen Zusammenhängen Signifikanzniveaus aus zweifachen Hypothesentests abgeleitet werden, so wird damit unterstellt, daß die in diesen Test eingehenden Daten (als Ränge von Voronoi- oder Delaunay-Kanten (RVE bzw. RDE) oder entsprechende Kantenlängen (ALVE, ALDE, RLDE oder RLVE)) einen Ausschnitt (eine Stichprobe) aus einer umfassenderen Grundgesamtheit darstellen. Bezogen auf ein einzelnes untersuchtes TSP handelt es sich allerdings bei den eingehenden Daten bereits um die jeweilige Grundgesamtheit; folglich wird bei der beschriebenen Ermittlung von Signifikanzniveaus angenommen, daß es sich um eine Stichprobe bezüglich einer Grundgesamtheit jeweils gleichartig strukturierter TSP handelt.

Dies bedeutet, daß eine jede Delaunay- bzw. Voronoi-Kante zweimal (für jedes der beiden benachbarten Voronoi-Polygone zweier Städte, welchem sie zugehörig ist) in die Untersuchung eingeht.

Tab. 13 auf ACH > 0 festgelegt, d.h., es werden lediglich die auf dem Rand der konvexen Hülle der Städteschar liegenden Städte aus der Betrachtung ausgeschlossen. - Es ist anzumerken, daß der hier herangezogene Korrelationskoeffizient nach PEARSON zum ersten einen linearen Zusammenhang der beiden in ihn eingehenden Größen unterstellt.²⁷⁴ Ein solcher kann mittels eines Streuungsdiagramms für die Beziehung der absoluten Längen von Voronoi- und Delaunay-Kanten schwach erkannt werden; hinsichtlich der Beziehung der relativen Längen ist er nicht identifizierbar. Zum zweiten setzt der Korrelationskoeffizient nach PEARSON - als Voraussetzung für die Feststellung eines Signifikanzniveaus - die Normalverteilung der betrachteten Größen voraus. Eine solche ist hier allenfalls näherungsweise gegeben. Aus diesen Gründen können die abgeleiteten Aussagen nur als beschränkt valide angesehen werden.

				Korrelationskoeffizient nach PEARSON									
				ALVE -	ALDE	RLVE .	RLDE						
TSP	n	# Del Kanten ACH > 0	# Del Kanten gesamt	Korrelation	Signifikanz	Korrelation	Signifikanz						
EIL51	51	225	258	0,2485	0,000	-0,0969	0,148						
BERLIN52	52	250	274	0,4165	0,000	-0,0865	0,173						
ST70	70	336	374	0,2388	0,000	-0,1091	0,046						
EIL76	76	372	406	0,3661	0,000	-0,1225	0,018						
PR76	76	398	422	0,2690	0,000	-0,2303	0,000						
KR100A	100	498	546	0,4432	0,000	-0,1173	0,009						
KR100C	100	510	550	0,2951	0,000	-0,0364	0,412						
KR100D	100	490	538	0,3708	0,000	-0,1090	0,016						
RD100	100	512	550	0,2032	0,000	-0,0089	0,840						
EIL101	101	522	556	0,4321	0,000	-0,0995	0,023						
LIN105	105	468	512	0,2277	0,000	-0,1906	0,000						
CH130	130	694	732	0,2574	0,000	-0,0652	0,086						
CH150	150	781	834	0,0416	0,245	-0,1277	0,000						
A280	279	1.207	1.292	-0,1011	0,000	-0,3201	0,000						
PCB442	442	2.082	2.192	0,0903	0,000	-0,2706	0,000						

Tab. 13: Korrelationen zwischen den Längen von Voronoi- und Delaunay-Kanten (absolute und relative Längen; ALVE - ALDE; RLVE - RLDE) für sämtliche Städte/Voronoi-Polygone mit ACH > 0 der 15 TSP aus den Gruppen II und III; Spalte 3: Anzahl der Kanten in der jeweiligen Delaunay-Struktur mit ACH > 0 (partielle Mehrfacherfassung); Spalte 4: Anzahl aller Kanten in der jeweiligen Delaunay-Struktur (partielle Mehrfacherfassung); Spalten 5 und 6 bzw. 7 und 8: Korrelationskoeffizienten nach PEARSON und zugehörige Signifikanzniveaus (zweiseitiger Hypothesentest).²⁷⁵

Davon ausgenommen sind lediglich die Voronoi-/Delaunay-Kanten am Rande der durch ACH definierten Städtemenge. Die durch letztere nur einfach berücksichtigte Voronoi- bzw. Delaunay-Kanten entstehende Verzerrung der Untersuchungsergebnisse konnte als minimal nachgewiesen werden. Das beschriebene Vorgehen wird hier als *partielle Mehrfacherfassung* bezeichnet.

Vgl. - auch folgend - z.B. HARTUNG/ELPELT/KLÖSENER (1991), S. 545 ff.; BROSIUS/BROSIUS (1995), S. 451 ff.

Vgl. mit vollständigen Angaben für ACH > 1, ACH > 2 und ACH > 3 Anhang 6.

In Tab. 13 kann zunächst festgestellt werden, daß es zwischen der absoluten Länge von Voronoi- und Delaunay-Kanten für die Voronoi-Polygone der betrachteten TSP bis auf eine Ausnahme bei ACH > 0 einen schwach positiven, zumeist signifikanten Zusammenhang gibt. Zwischen der relativen Länge von Voronoi- und Delaunay-Kanten weist Tab. 13 einen noch schwächeren - im Hinblick auf einige Fälle nicht sonderlich signifikanten - negativen Zusammenhang aus. - Erhöht man nun den ACH-Wert (auf ACH > 1 und ACH > 2 bzw. ACH > 3) und beschränkt damit die Betrachtung auf weiter innerhalb der VD-Strukturen der jeweiligen TSP liegenden Städte bzw. Voronoi-Polygone,²⁷⁶ so schlägt die Korrelation bezüglich des Verhältnisses der absoluten Längen von Voronoi- und Delaunay-Kanten tendenziell (aber nicht durchgängig) in einen sich bei steigendem ACH verstärkenden negativen Zusammenhang um, wobei die Signifikanz abnimmt. Hinsichtlich der Korrelation der relativen Kantenlängen verstärkt sich der negative Zusammenhang tendenziell bei uneinheitlicher Signifikanzentwicklung.²⁷⁷

		# DelKanten mit	# D	elKa	anten	mit U	J O = 1	bei A	ACH:	> 0 m	it RD	E =
TSP	n	UO = 1 bei $ACH > 0$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	>9
EIL51	51	82	6	8	6	21	23	11	6	1	0	0
BERLIN52	52	88	3	8	17	16	23	11	8	2	0	0
ST70	70	119	6	8	23	24	25	19	8	5	1	0
EIL76	76	132	5	12	18	30	30	26	11	0	0	0
PR76	76	134	5	15	13	22	26	30	16	7	0	0
KR100A	100	174	7	11	25	42	40	31	11	4	2	1
KR100C	100	178	7	19	22	32	40	34	14	9	1	0
KR100D	100	170	5	16	25	39	36	22	16	9	2	0
RD100	100	177	5	14	27	34	46	25	21	4	1	0
EIL101	101	178	7	14	22	37	43	36	16	2	1	0
LIN105	105	166	5	18	25	37	36	27	12	3	1	2
CH130	130	236	10	26	31	39	52	51	18	4	4	1
CH150	150	270	6	17	40	51	70	48	25	10	2	1
A280	279	470	11	47	99	128	98	55	20	8	1	3
PCB442	442	804	47	89	163	223	139	78	23	22	9	11

Tab. 14: Anzahl der Delaunay-Kanten verschiedener Ränge (RDE) mit UO = 1 für die Städte bzw. Voronoi-Polygone der 15 untersuchten TSP aus den Gruppen II und III bei ACH > 0 (partielle Mehrfacherfassung); Spalte 3: Gesamte Anzahl der Delaunay-Kanten mit UO = 1 für die Städte bzw. Voronoi-Polygone bei ACH > 0; Spalten 4 bis 13: Anzahl der Delaunay-Kanten mit UO = 1 für sämtliche Städte bzw. Voronoi-Polygone mit dem im Spaltenkopf angegebenen Rang (RDE) bei ACH > 0.278

²⁷⁶ Die entsprechenden Korrelationen für ACH > 1, ACH > 2 und ACH > 3 werden zusammen mit den zugehörigen Signifikanzniveaus im Anhang 6 ausgewiesen.

Zur bei steigendem ACH-Wert tendenziell sinkenden Signifikanz ist als Marginalie anzumerken, daß die Anzahl der bei steigendem ACH-Wert in die Analyse eingehenden Voronoi- bzw. Delaunay-Kanten zwangsläufig sinkt; der entsprechende Einfluß wird insbesondere bei ACH > 3 deutlich.

Vgl. mit vollständiger Angabe für ACH > 1 und ACH > 2 Anhang 7.

Im Ergebnis ist verallgemeinernd festzustellen, daß der Zusammenhang zwischen der Länge von Voronoi- und Delaunay-Kanten in den untersuchten TSP insgesamt als schwach gegenläufig (d.h. lange Voronoi-Kanten korrespondieren tendenziell mit kurzen Delaunay-Kanten und vice versa) angesehen werden muß. Bezüglich der sich für ACH > 0 in Tab. 13 ergebenden Korrelationen ist anzunehmen, daß sie durch die Randeffekte bzw. -verzerrungen beeinflußt werden.

		DelKanten mit	% DelKanten mit UO = 1 bei ACH > 0 mit RDE =									
TSP	n	UO = 1 bei $ACH > 0$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	>9
EIL51	51	100%	7%	10%	7%	26%	28%	13%	7%	1%	0%	0%
BERLIN52	52	100%	3%	9%	19%	18%	26%	13%	9%	2%	0%	0%
ST70	70	100%	5%	7%	19%	20%	21%	16%	7%	4%	1%	0%
EIL76	76	100%	4%	9%	14%	23%	23%	20%	8%	0%	0%	0%
PR76	76	100%	4%	11%	10%	16%	19%	22%	12%	5%	0%	0%
KR100A	100	100%	4%	6%	14%	24%	23%	18%	6%	2%	1%	1%
KR100C	100	100%	4%	11%	12%	18%	22%	19%	8%	5%	1%	0%
KR100D	100	100%	3%	9%	15%	23%	21%	13%	9%	5%	1%	0%
RD100	100	100%	3%	8%	15%	19%	26%	14%	12%	2%	1%	0%
EIL101	101	100%	4%	8%	12%	21%	24%	20%	9%	1%	1%	0%
LIN105	105	100%	3%	11%	15%	22%	22%	16%	7%	2%	1%	1%
CH130	130	100%	4%	11%	13%	17%	22%	22%	8%	2%	2%	0%
CH150	150	100%	2%	6%	15%	19%	26%	18%	9%	4%	1%	0%
A280	279	100%	2%	10%	21%	27%	21%	12%	4%	2%	0%	1%
PCB442	442	100%	6%	11%	20%	28%	17%	10%	3%	3%	1%	1%
Mittelwerte	-	-	4%	9%	15%	21%	23%	16%	8%	3%	1%	0%
Stdabw.	-	-	1%	2%	4%	4%	3%	4%	2%	2%	1%	0%

Tab. 15: Anzahl der Delaunay-Kanten verschiedener Ränge (RDE) mit UO = 1 für die Städte bzw. Voronoi-Polygone der 15 untersuchten TSP aus den Gruppen II und III bei ACH > 0 (mit partieller Mehrfacherfassung) als prozentuale Anteile an der Gesamtzahl der entsprechenden Kanten aus Tab. 14, Spalte 3; Spalte 3 hier: Anzahl der Delaunay-Kanten mit UO = 1 für sämtliche Städte bzw. Voronoi-Polygone aus Tab. 14, Spalte 3 = 100%; Spalten 4 bis 13 hier: Prozentualer Anteil der Anzahl der Delaunay-Kanten mit UO = 1 für sämtliche Städte bzw. Voronoi-Polygone bei ACH > 0 mit dem im Spaltenkopf angegebenen Rang an der Gesamtzahl der entsprechenden Kanten aus Tab. 14, Spalte 3. Tabellenfuß: Mittelwerte und Stichproben-Standardabweichungen über die Rangbesetzungen.²⁷⁹

Es wurde bislang als vordergründig plausibel angesehen, daß eine optimale Rundreise hinsichtlich der von ihr genutzten Delaunay-Kanten zumeist jene mit geringerer Länge (bzw. mit niedrigem Rang (RDE)) bevorzugt. Diese unbegründete bzw. unbelegte Annahme soll nunmehr gleichfalls geprüft werden, bevor sich die Betrachtung der Untersuchung der oben formulierten Hypothese zuwendet. Zu diesem Zweck wurde zunächst für sämtliche eine Stadt eines TSP berührenden Delaunay-Kanten erhoben, welchen Rang (RDE) jene zwei derselben innehaben, die gleichzeitig Kanten der optimalen Rundreise

²⁷⁹ Vgl. mit vollständiger Angabe für ACH > 1 und ACH > 2 Anhang 7.

sind.²⁸⁰ Dabei wurde wiederum mit partieller Mehrfacherfassung gearbeitet. Die Anzahl des Auftretens von durch die optimale Rundreise genutzten Delaunay-Kanten unterschiedlicher Ränge wurde sodann für verschiedene, die jeweils betrachtete Städtemenge einschränkende ACH-Werte aufsummiert. Tab. 14 gibt die entsprechenden Ergebnisse für ACH > 0 als absolute Zahlen wieder. Dabei wird in Spalte 3 zuerst ausgewiesen, wieviele Delaunay-Kanten mit UO = 1 (bei partieller Mehrfacherfassung) in die Untersuchung eingehen. Die nachfolgenden Spalten zeigen, welche Ränge (RDE) diese innehaben. In den entsprechenden Spalten der Tab. 15 werden diese Werte prozentual relativiert, um sie zwischen den verschiedenen TSP vergleichbar zu machen. Des weiteren werden am Fuß der Tabelle ein Mittelwert sowie die Stichproben-Standardabweichung für die relative Besetzung der einzelnen Ränge über alle untersuchten TSP gebildet.

Die Tab. 14 und 15 zeigen, daß die oben als plausibel bezeichnete Annahme, kürzere Delaunay-Kanten würden von der optimalen Rundreise bevorzugt, auf der Ebene der einzelnen Städte hinsichtlich der Ränge der genutzten Kanten trügt. Wäre ein solcher Sachverhalt für sämtliche Städte gegeben, so müßten im (zumeist spatial nicht möglichen)²⁸¹ Idealfall die Ränge 1 und 2 (in Tab. 15) mit jeweils 50% der Delaunay-Kanten besetzt sein. Eine jede Stadt würde über ihre kürzeste und die nächstlängere Delaunay-Kante in die optimale Rundreise eingebunden. Dies ist jedoch nicht einmal näherungsweise der Fall. Vielmehr sind die Ränge 4 und 5 im Durchschnitt mit zusammen 44% der Kanten besetzt; die Ränge 3 bis 6 decken gemeinsam 75% der untersuchten Kanten ab. Bemerkenswert ist dabei insbesondere, daß die Verteilung der Delaunay-Kanten auf die Ränge trotz der strukturellen Unterschiede der fünfzehn hier untersuchten TSP (hinsichtlich der Art der Verteilung ihrer Städte im Raum) sehr homogen ist. Die Stichproben-Standardabweichungen der relativen Besetzungen der einzelnen Rangklassen über alle TSP fallen auffallend niedrig aus. Schränkt man die Betrachtung durch eine Vorgabe von ACH > 1 bzw. ACH > 2 sukzessive auf das Innere der VD-Strukturen ein, um Randeffekte bzw. -verzerrungen stärker auszuschließen, erhöht sich die Konzentration auf die mittleren Ränge sogar noch leicht. 282 Bei ACH > 1 (ACH > 2) entfallen im Durchschnitt 46% (49%) der Delaunay-Kanten auf die Ränge 4 und 5 sowie 78% (80%) derselben auf die Ränge 3 bis 6. Gleichzeitig nimmt allerdings die Streuung bei steigendem ACH-Wert zu. - Es kann zusammenfassend festgehalten werden, daß die optimale Rundreise offensichtlich weder besonders (über den Rang aus Sicht der einzelnen Stadt konkretisierte) kurze oder lange Delaunay-Kanten, sondern mittellange bevorzugt.

Nach diesen Voruntersuchungen soll nunmehr die oben formulierte Hypothese bezüglich der hier berücksichtigten TSP überprüft werden. Zu diesem Zweck wird zunächst der Rang einer jeden Voronoi-Kante (RVE), deren duale Delaunay-Kante Bestandteil der optimalen Rundreise eines TSP ist (d.h. für die UO = 1 gilt), aus der Sicht der jeweilig betrachteten Stadt bestimmt. Dabei werden wiederum jene wenigen Kanten der optima-

In Abschnitt 4.3.1 wurde aufgezeigt, daß dies für den überwiegenden Teil der Kanten der optimalen Rundreisen der fünfzehn hier untersuchten TSP der Gruppen II und III gilt. Die wenigen Kanten der optimalen Rundreisen, die nicht gleichzeitig Delaunay-Kanten sind, wurden aus der folgenden Betrachtung ausgeschlossen.

Dies bedeutet, daß es zumeist aufgrund der Anordnung der Städte im Raum und der aus ihr resultierenden VD-Struktur nicht möglich ist, aus Delaunay-Kanten im ersten und zweiten Rang (RDE) eine vollständige Rundreise zu bilden.

Die den Angaben in den Tab. 14 und 15 entsprechenden Daten für höhere ACH-Werte sind im Anhang 7 wiedergegeben.

len Rundreisen, die nicht zugleich Kanten der Delaunay-Struktur darstellen, aus der Betrachtung ausgeschlossen.²⁸³ Desgleichen wird wiederum die oben beschriebene partielle Mehrfacherfassung vorgenommen. Tab. 16 gibt die entsprechenden Ergebnisse (im Aufbau analog zu Tab. 14) wieder: In der Spalte 3 wird zunächst ausgewiesen, für wieviele Delaunay-Kanten des jeweiligen TSP bei partieller Mehrfacherfassung UO = 1 gilt (wie auch in Tab. 14 angegeben). Die Spalten 4 bis 13 schlüsseln folgend auf, in welcher Anzahl die ihnen dualen Voronoi-Kanten auf welche Ränge (RVE) entfallen.

		# DelKanten mit	# dualer Voronoi-Kanten mit RVE =										
TSP	n	UO = 1 bei $ACH > 0$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	>9	
EIL51	51	82	33	19	15	12	2	0	1	0	0	0	
BERLIN52	52	88	31	28	10	9	8	2	0	0	0	0	
ST70	70	119	40	29	21	15	11	3	0	0	0	0	
EIL76	76	132	54	39	26	7	2	3	1	0	0	0	
PR76	76	134	54	27	32	12	3	5	1	0	0	0	
KR100A	100	174	71	48	24	20	9	2	0	0	0	0	
KR100C	100	178	62	44	34	20	12	4	1	1	0	0	
KR100D	100	170	53	48	29	25	12	1	2	0	0	0	
RD100	100	177	63	43	36	17	10	4	3	1	0	0	
EIL101	101	178	65	46	38	19	6	2	2	0	0	0	
LIN105	105	166	66	36	29	15	15	2	1	0	1	1	
CH130	130	236	88	56	43	21	15	8	5	0	0	0	
CH150	150	270	102	77	44	27	12	5	3	0	0	0	
A280	279	470	206	167	52	40	1	3	1	0	0	0	
PCB442	442	804	294	226	115	132	17	13	5	1	0	1	

Tab. 16: Anzahl der Voronoi-Kanten verschiedener Ränge (RVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 1 für die Städte bzw. Voronoi-Polygone der 15 untersuchten TSP aus den Gruppen II und III bei ACH > 0 (partielle Mehrfacherfassung); Spalte 3: Gesamte Anzahl der Delaunay-Kanten mit UO = 1 für die Städte bzw. Voronoi-Polygone bei ACH > 0; Spalten 4 bis 13: Anzahl der zu den in Spalte 3 summierten Delaunay-Kanten dualen Voronoi-Kanten mit dem im Spaltenkopf angegebenen Rang (RVE) bei ACH > 0.284

In den entsprechenden Spalten der Tab. 17 werden die Werte aus Tab. 16 anschließend prozentual als Anteile an der Gesamtzahl der Delaunay-Kanten mit UO = 1 für das jeweilige TSP analog zu Tab. 15 relativiert, um sie zwischen den verschiedenen Problemen vergleichbar zu machen. Des weiteren werden am Fuß der Tabelle ein Mittelwert sowie die Stichproben-Standardabweichung für die relative Besetzung der einzelnen Ränge über alle untersuchten TSP gebildet.

Würde die oben formulierte Hypothese sich in "idealer" Form hinsichtlich der hier untersuchten TSP bestätigen, so müßten die Ränge 1 und 2 in Tab. 17 mit jeweils 50% der zu den von der optimalen Rundreise genutzten Delaunay-Kanten dualen Voronoi-Kanten besetzt sein. Eine jede Stadt würde über jene beiden Delaunay-Kanten in die optimale

²⁸³ Vgl. Abschnitt 4.3.1.

 $^{^{284}}$ Vgl. mit vollständigen Angaben für ACH > 1 und ACH > 2 Anhang 8.

Rundreise eingebunden, deren Voronoi-Duale unter allen Voronoi-Kanten des jeweiligen Voronoi-Polygons am längsten wäre. Dieser "Idealfall" ist allerdings zumeist aus spatialen Gründen bzw. aufgrund der Lage der Städte im Raum und der aus ihr resultierenden VD-Struktur schon unmöglich.²⁸⁵ Die in den Tab. 16 und 17 präsentierten Daten zeigen jedoch, daß die durch die obige Hypothese unterstellte Tendenz sowohl durchaus vorhanden als auch recht ausgeprägt ist: Bezüglich sämtlicher fünfzehn hier untersuchten TSP gilt, daß - bezogen auf die Voronoi-Polygone der einzeln betrachteten Städte bzw. unter Berücksichtigung der entsprechenden partiellen Mehrfacherfassung - durchschnittlich 38% aller Delaunay-Kanten als Dual die jeweils längste Voronoi-Kante des entsprechenden Voronoi-Polygons aufweisen. Bezogen auf die Ränge 1 und 2 sind es zusammen bereits 64%; nimmt man noch den Rang 3 dazu, so werden bereits 81% der Delaunay-Kanten mit UO = 1 erfaßt.

DelKanten mit				% dualer Voronoi-Kanten mit RVE =										
TSP	n	UO = 1 bei $ACH > 0$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	>9		
EIL51	51	100%	40%	23%	18%	15%	2%	0%	1%	0%	0%	0%		
BERLIN52	52	100%	35%	32%	11%	10%	9%	2%	0%	0%	0%	0%		
ST70	70	100%	34%	24%	18%	13%	9%	3%	0%	0%	0%	0%		
EIL76	76	100%	41%	30%	20%	5%	2%	2%	1%	0%	0%	0%		
PR76	76	100%	40%	20%	24%	9%	2%	4%	1%	0%	0%	0%		
KR100A	100	100%	41%	28%	14%	11%	5%	1%	0%	0%	0%	0%		
KR100C	100	100%	35%	25%	19%	11%	7%	2%	1%	1%	0%	0%		
KR100D	100	100%	31%	28%	17%	15%	7%	1%	1%	0%	0%	0%		
RD100	100	100%	36%	24%	20%	10%	6%	2%	2%	1%	0%	0%		
EIL101	101	100%	37%	26%	21%	11%	3%	1%	1%	0%	0%	0%		
LIN105	105	100%	40%	22%	17%	9%	9%	1%	1%	0%	1%	1%		
CH130	130	100%	37%	24%	18%	9%	6%	3%	2%	0%	0%	0%		
CH150	150	100%	38%	29%	16%	10%	4%	2%	1%	0%	0%	0%		
A280	279	100%	44%	36%	11%	9%	0%	1%	0%	0%	0%	0%		
PCB442	442	100%	37%	28%	14%	16%	2%	2%	1%	0%	0%	0%		
Mittelwerte	-	-	38%	26%	17%	11%	5%	2%	1%	0%	0%	0%		
Stdabw.	-	-	3%	4%	4%	3%	3%	1%	1%	0%	0%	0%		

Tab. 17: Anzahl der zu Delaunay-Kanten mit UO = 1 dualen Voronoi-Kanten verschiedener Ränge (RVE) für die Städte bzw. Voronoi-Polygone der 15 untersuchten TSP aus den Gruppen II und III bei ACH > 0 (partielle Mehrfacherfassung) als prozentuale Anteile an der Gesamtzahl der entsprechenden Kanten aus Tab. 16, Spalte 3; Spalte 3 hier: Anzahl der Delaunay-Kanten mit UO = 1 für sämtliche Städte/Voronoi-Polygone aus Tab. 16, Spalte 3 = 100%; Spalten 4 bis 13 hier: Prozentualer Anteil der Anzahl der dualen Voronoi-Kanten für sämtliche Städte/Voronoi-Polygone bei ACH > 0 mit dem im Spaltenkopf angegebenen Rang an der Gesamtzahl der entsprechenden Kanten aus Tab. 16, Spalte 3. Tabellenfuß: Mittelwerte und Stichproben-Standardabweichungen über die Rangbesetzungen. ²⁸⁶

Dies bedeutet, daß es zumeist aufgrund der Anordnung der Städte im Raum und der aus ihr resultierenden VD-Struktur nicht möglich ist, aus Delaunay-Dualen von Voronoi-Kanten im ersten und zweiten Rang (RVE) für die einzelnen Städte eine vollständige Rundreise zu bilden.

-

²⁸⁶ Vgl. mit vollständiger Angabe für ACH > 1 und ACH > 2 Anhang 8.

Bemerkenswert ist dabei wiederum, daß die Verteilung der Voronoi-Kanten auf die Ränge trotz der strukturellen Unterschiede der fünfzehn hier untersuchten TSP (hinsichtlich der Art der Verteilung ihrer Städte im Raum) im Vergleich der Probleme sehr homogen ist. Die Stichproben-Standardabweichungen der relativen Besetzungen der einzelnen Rangklassen über alle TSP fallen - wie oben bei der analogen Untersuchung bezüglich der Nutzung der Delaunay-Kanten verschiedener Ränge (RDE) durch die optimale Rundreise - über alle Ränge niedrig aus. Steigert man nunmehr den ACH-Wert und schränkt damit die Betrachtung sukzessive auf weiter innerhalb der VD-Struktur liegende Städte bzw. deren Voronoi-Polygone ein, so verstärkt sich die mit der formulierten Hypothese postulierte Tendenz noch.²⁸⁷ Bei ACH > 1 (ACH > 2) entfallen 67% (72%) der entsprechenden Voronoi-Kanten auf die Ränge 1 und 2; die Ränge 1 bis 3 sind mit 85% (88%) aller Kanten besetzt. Es ist allerdings auch ein Ansteigen der Streuung zu konstatieren. Unabhängig vom jeweiligen ACH-Wert erscheinen die Folgen der Besetzung von Kantenklassen aufsteigenden Ranges für verschiedene TSP dabei als näherungsweise degressiv verlaufend bzw. fallend.

Es kann zusammenfassend festgehalten werden, daß sich die oben aufgestellte Hypothese durch die bislang vorgenommenen Untersuchungen an den fünfzehn TSP aus den Gruppen II und III bestätigt: Die Delaunay-Duale längerer Voronoi-Kanten, hier konkretisiert über einen niedrigen Rang (RVE), erscheinen tatsächlich deutlich häufiger in der optimalen Rundreise als Delaunay-Duale, für die die Voronoi-Kante einen niedrigen Rang realisiert. Es wäre nunmehr wünschenswert, diesen Zusammenhang auch - statistisch aussagekräftiger - in Form einer Korrelation zu erfassen. Es müßte geprüft werden, ob hohe Ränge der Voronoi-Kanten (RVE) oder große absolute bzw. relative Längen derselben (ALVE bzw. RLVE) mit dem UO-Wert UO = 1 der dualen Delaunay-Kanten korrelieren. Dabei ergeben sich jedoch Schwierigkeiten hinsichtlich der Wahl eines geeigneten Korrelationskoeffizienten.²⁸⁸ Der Korrelationskoeffizient nach PEAR-SON setzt zumindest eine Intervallskala für die beiden untersuchten Merkmale voraus; diese ist hier für RVE und UO nicht gegeben. Sollen Hypothesentests zur Bestimmung eines Signifikanzniveaus vorgenommen werden, so müssen die Variablen zudem beide eine Normalverteilung in der Grundgesamtheit aufweisen. ²⁸⁹ Diese Anforderung wird nur von ALVE näherungsweise erfüllt. Entsprechend ist der Korrelationskoeffizient nach PEARSON hier nicht sinnvoll heranziehbar. - Rangkorrelationskoeffizienten nach KEN-DALL oder SPEARMAN liefern zwar eine weniger scharfe Aussage, erfordern jedoch weder eine Intervallskala (es genügt eine ordinale Skalierung der Merkmale) noch eine Normalverteilung in der Grundgesamtheit der untersuchten Merkmale für Hypothesentests. Folglich werden sie den hier verwendeten Variablen ALVE, RLVE und RVE gerecht. UO allerdings kann als Binärvariable (UO = 1 oder UO = 0) kaum als ordinal skaliert angesehen werden. Die Konstruktion einer Rangordnung wäre willkürlich. UO ist daher eine nominale Skalierung zuzusprechen. Damit wäre ein Rückgriff auf die Rangkorrelationskoeffizienten nach KENDALL und SPEARMAN für den Nachweis des hier

Die den Angaben in den Tab. 16 und 17 entsprechenden Daten für höhere ACH-Werte sind im Anhang 8 wiedergegeben.

Vgl. im folgenden z.B. HARTUNG/ELPELT/KLÖSENER (1991), S. 545 ff.; BROSIUS/BROSIUS (1995), S. 449 ff.

Vgl. die entsprechende Anmerkung bzgl. der Feststellung von Signifikanzniveaus in Fußnote 272 dieses Abschnitts.

vorliegenden Zusammenhangs äußerst zweifelhaft bzw. abzulehnen. Entsprechend werden sie hier nicht zur Argumentation herangezogen. Somit ist zusammenzufassen, daß die klassischen Korrelationskoeffizienten wenig geeignet sind, um Aussagen über die Stärke des Zusammenhangs zwischen den betrachteten Merkmalen zu treffen.

Bislang konzentrierte sich die Betrachtung auf jene Voronoi-Kanten, die Duale der durch die optimale Rundreise genutzten Delaunay-Kanten (mit UO = 1) sind. Die formulierte Hypothese erfordert darüber hinaus jedoch auch eine Prüfung der Duale zu *nicht genutzten* Delaunay-Kanten. So sollten, wenn die entwickelten Annahmen richtig sind, im Umkehrschluß nur wenige Voronoi-Kanten hoher Ränge (RVE) Delaunay-Duale mit UO = 0 aufweisen. Es bietet sich in diesem Zusammenhang an, den Ausweis der Tab. 16 und 17 zu einer Kreuztabelle²⁹⁰ für die einzelnen TSP bzw. die Variablen UO und RVE zu erweitern. Eine solche ist mit Tab. 18 exemplarisch für das TSP KR100A (für ACH >0) wiedergegeben. Sie weist nicht nur die Anzahl der von der optimalen Rundreise genutzten Delaunay-Kanten hinsichtlich der Besetzung der einzelnen Ränge der dualen Voronoi-Kanten (RVE) aus, sondern verdeutlicht auch, wie oft die Duale zu Voronoi-Kanten bestimmter Ränge *nicht* in der optimalen Rundreise erscheinen.

UO Kantenverwendung in optimaler Rundreise by RVE Rang der Voronoi-Kante ACH>0												
		RVE										
	Count											
	Row Pct											D -
	Col Pct	 1	2	2	1 41	5		7	8	9	ا م	Row Total
UO	Tot Pct	<u>+</u>	+	3	4		6 	/ +		9 +		IULAI -
50	0	17	40	64	65	65	44	18	6	4	1	324
		5,2	12,3	19,8	20,1	20,1	13,6	5,6	1,9	1,2	,3	65,1
		19,3	45,5	72,7	76,5	87,8	95,7	100,0	100,0	100,0	100,0	
		3,4	8,0	12,9	13,1	13,1	8,8	3,6	1,2	, 8	,2	
	1	71	48	24	20	9	2			 		174
		40,8	27,6	13,8	11,5	5,2	1,1		ĺ		ĺ	34,9
		80,7	54,5	27,3	23,5	12,2	4,3					
		14,3	9,6	4,8	4,0	1,8	, 4			<u> </u>		
	Column	88	88	88	85			18	6	4	1	498
	Total	17,7	17,7	17,7	17,1	14,9	9,2	3,6	1,2	, 8	, 2	100,0

Tab. 18: Anzahl der Voronoi-Kanten verschiedener Ränge (RVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 für die Städte bzw. Voronoi-Polygone des TSP KR100A aus Gruppe I bei ACH > 0 (partielle Mehrfacherfassung) als Kreuztabelle (SPSS-Ausgabe).²⁹¹

In Tab. 18 wird die Variable RVE in den Spalten und die Variable UO in den Zeilen dargestellt. Eine konkrete Zelle enthält jeweils (a) die mit den entsprechenden Merkmalsausprägungen der jeweiligen Spalte und Zeile festgestellte Anzahl an Voronoi-Kanten

²⁹⁰ Vgl. zur Aufbereitung von Datenmaterial als Kreuztabelle z.B. BROSIUS/BROSIUS (1995), S. 347 ff.

Die Ergebnisse einer entsprechenden Aufbereitung des Datenmaterials für sämtliche der hier untersuchten TSP bei den ACH-Werten ACH > 0, ACH > 1 und ACH > 2 findet sich im Anhang 9.

(als Duale zu den entsprechenden Delaunay-Kanten, "Count"), (b) den Prozentanteil, den diese Anzahl an der Zeilensumme entsprechender Voronoi-Kanten ausmacht ("Row Pct"), (c) den Prozentanteil, den diese Anzahl an der Spaltensumme entsprechender Voronoi-Kanten ausmacht ("Col Pct") und (d) den Prozentanteil, den diese Anzahl an der Zahl aller untersuchten Voronoi-Kanten bildet ("Tot Pct"). Spalten- und zeilenweise werden darüber hinaus noch einmal Summen und Anteilswerte gebildet ("Colum Total", "Row Total").

			ACH>0			ACH>1		ACH>2			
TSP	n	RVE=1	RVE=2	RVE=3	RVE=1	RVE=2	RVE=3	RVE=1	RVE=2	RVE=3	
EIL51	51	19,5%	53,7%	63,4%	22,2%	38,9%	66,7%	0,0%	25,0%	75,0%	
BERLIN52	52	29,5%	36,4%	77,3%	21,4%	35,7%	78,6%	21,4%	35,7%	78,6%	
ST70	70	33,3%	51,7%	65,0%	28,1%	34,4%	62,5%	18,2%	9,1%	90,9%	
EIL76	76	18,2%	40,9%	60,6%	21,4%	40,5%	52,4%	22,2%	50,0%	44,4%	
PR76	76	21,7%	60,9%	53,6%	17,3%	55,8%	51,9%	16,7%	54,2%	70,8%	
KR100A	100	19,3%	45,5%	72,7%	17,0%	37,7%	71,7%	14,3%	42,9%	66,7%	
KR100C	100	30,3%	50,6%	61,0%	25,0%	43,3%	64,0%	11,5%	42,3%	65,4%	
KR100D	100	38,4%	44,2%	66,3%	44,2%	40,2%	61,5%	31,8%	40,9%	63,6%	
RD100	100	29,2%	51,7%	59,6%	27,4%	48,4%	58,1%	32,1%	28,6%	64,3%	
EIL101	101	28,6%	49,5%	58,2%	23,9%	41,8%	59,7%	21,1%	39,5%	60,5%	
LIN105	105	22,4%	57,6%	65,9%	22,6%	50,0%	66,1%	12,5%	46,9%	78,1%	
CH130	130	26,7%	53,3%	64,2%	23,1%	51,0%	62,6%	27,7%	53,2%	53,2%	
CH150	150	24,4%	43,0%	67,4%	24,5%	32,7%	71,4%	31,0%	37,9%	67,2%	
A280	279	12,3%	28,9%	77,9%	11,8%	27,8%	76,3%	13,9%	28,7%	75,2%	
PCB442	442	27,4%	44,2%	71,6%	30,5%	48,0%	70,1%	26,0%	47,0%	71,2%	
Mittelwerte	-	25,4%	47,5%	65,6%	24,0%	41,7%	64,9%	20,0%	38,8%	68,3%	
Maximum	-	38,4%	60,9%	77,9%	44,2%	55,8%	78,6%	32,1%	54,2%	90,9%	
Minimum	-	12,3%	28,9%	53,6%	11,8%	27,8%	51,9%	0,0%	9,1%	44,4%	
Stdabw.	-	6,7%	8,3%	6,9%	7,3%	7,7%	7,8%	9,0%	12,0%	11,1%	

Tab. 19: Anteile der zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 dualen Voronoi-Kanten an der Gesamtzahl der Voronoi-Kanten der Ränge 1 bis 3 (RVE) bei ACH > 0, ACH > 1 und ACH > 2 (partielle Mehrfacherfassung) für die Städte bzw. Voronoi-Polygone von 15 TSP aus den Gruppen II und III (zusammengestellt aus den Kreuztabellen in Anhang 9).²⁹²

Tab. 18 zeigt, daß der Umkehrschluß zur aufgestellten Hypothese für den ersten Rang (RVE) beim TSP KR100A aus Gruppe II noch zutrifft: Nur rund 19% der Delaunay-Duale aller Voronoi-Kanten 1. Ranges (RVE) in der durch ACH > 0 beschränkten VD-Struktur werden *nicht* in der optimalen Rundreise genutzt. Im zweiten Rang allerdings sind bereits schon etwa 45,5% der entsprechenden Kanten mit UO = 0 ausgewiesen. Delaunay-Duale von Voronoi-Kanten ab dem dritten Rang erscheinen nur noch höchst selten in der optimalen Rundreise. Bei der Interpretation ist allerdings zu berücksichtigen, daß für das hier betrachtete TSP KR100A insgesamt nur 174 Voronoi-Kanten als Duale von Delaunay-Kanten mit UO = 1 (bei partieller Mehrfacherfassung) in die Untersuchung eingehen.²⁹³ Rund zwei Drittel derselben erscheinen im ersten und zweiten Rang. Damit

Vgl. auch Anhang 9.

²⁹³ Vgl. im folgenden Tab. 16.

kann sich nur noch ca. ein Drittel der Kanten auf höhere Ränge verteilen; aus spatialen Gründen müssen dies auch durchaus höhere Ränge sein. Damit ergibt sich aus der Betrachtung der Tab. 18 zunächst die Folgerung, daß der Umkehrschluß zur dargelegten Hypothese für das TSP KR100A auch tendenziell zutrifft.

Die entsprechenden Kreuztabellen sind nunmehr für sämtliche hier in die Untersuchung einbezogenen 15 TSP aus den Gruppen II und III und alle sinnvoll berücksichtigbaren ACH-Werte zu bilden.²⁹⁴ In Tab. 19 wird - als Erweiterung zu Tab. 18 - aus denselben für die betrachteten TSP zusammengestellt, welchen Anteil Voronoi-Kanten der Ränge 1 bis 3 (RVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 an der Gesamtzahl der Voronoi-Kanten (als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 oder UO = 1) bei verschiedenen ACH-Werten ausmachen. Bei ACH > 0 erweisen sich über sämtliche Probleme von 12,3% bis zu 38,4% der Voronoi-Kanten im ersten Rang als nicht durch die optimale Rundreise genutzt; im Durchschnitt sind es rund ein Viertel der Kanten. Bei höheren Rängen steigt der Anteil der ungenutzten Kanten schnell an. Steigert man den ACH-Wert auf ACH > 1 bzw. ACH > 2, so sinkt bei konstantem Rang der Anteil der ungenutzten Kanten (so z.B. bei Rang 1 und ACH > 2 bis auf 20,0%). Berücksichtigt man zusätzlich die Erkenntnisse aus den Tab. 16 und 17, so scheint die oben als Hypothese formulierte Tendenz bei niedrigem ACH-Wert ausgeprägter zu sein. - Der z.B. angesichts der Ergebnisse für das TSP A280 naheliegende Verdacht, daß die Nutzung der Delaunay-Duale längerer Voronoi-Kanten (konkretisiert über den Rang) eventuell von der Struktur des jeweiligen Problems (respektive von der Lage seiner Städte im Raum bzw. dem von diesen gebildeten Muster) abhängig sein könnte, zeigt sich bei der Betrachtung strukturgleicher Probleme (so z.B. der TSP KR100A, KR100B und KR100C) als wenig haltbar. Zudem ist die Anzahl der hier berücksichtigen TSP für eine solche Aussage zu gering.

Nachdem der Nachweis eines Zusammenhangs der beiden Variablen UO und RVE mittels diverser Korrelationskoeffizienten als wenig sinnvoll qualifiziert wurde, bietet es sich an, denselben über die erwarteten und beobachteten Häufigkeiten der Besetzung der einzelnen Felder der Kreuztabellen zu führen.²⁹⁵ Der Chi-Quadrat-Unabhängigkeitstest, der hier herangezogen wurde, weist zwar mit hoher Signifikanz (Signifikanz nach SPSS-Ausgabe durchgängig 0,00000) auf die Existenz eines Zusammenhangs hin. Allerdings wird für seine Validität gefordert, daß die erwarteten Häufigkeiten der Kreuztabellenfelder über 5 liegen bzw. (in abgeschwächter Form) nicht mehr als 20% der Felder eine Häufigkeit unter 5 aufweisen sollten. Angesichts der in Tab. 18 (bzw. in den Kreuztabellen im Anhang 9) festgestellten beobachteten Häufigkeiten der Felder kann es nicht verwundern, daß diese Anforderung bei mehr als der Hälfte der untersuchten TSP nicht erfüllt werden kann. Folglich muß auf die Argumentation mit dem Chi-Quadrat-Unabhängigkeitstest - und gleichfalls auf die Interpretation der auf ihm basierenden Zusammenhangsmaße - verzichtet werden.²⁹⁶ Es wäre ferner möglich, Zusammenhangsmaße auf der

²⁹⁴ Vgl. mit der Wiedergabe dieser Kreuztabellen Anhang 9.

Vgl. im folgenden z.B. BLEYMÜLLER/GEHLERT/GÜLICHER (1985), S. 130 ff.; HARTUNG/ ELPELT/KLÖSENER (1991), S. 435 ff.; BROSIUS/BROSIUS (1995), S. 351 ff. Beachte des weiteren die Ausführungen in Fußnote 272 dieses Abschnitts; im folgenden muß bzgl. der verwendeten Daten unterstellt werden, daß es sich um eine Stichprobe aus einer umfassenderen Grundgesamtheit handelt.

Von der allerdings gegebenen Möglichkeit, Kreuztabellenfelder zusammenzufassen, um die geforderte Besetzung zu erreichen (welche mit einer Abschwächung der erzielbaren Aussage einhergeht, vgl. z.B. BROSIUS/BROSIUS (1995), S. 356 f.), wurde hier kein Gebrauch gemacht.

Basis proportionaler Fehlerreduktion für das Nominalskalenniveau zu bestimmen. Aufgrund der von BROSIUS/BROSIUS (1995) an Beispielen gezeigten Fragwürdigkeit der Ergebnisse bzw. der großen Gefahr von Interpretationsfehlern, der Unschärfe der daraus ableitbaren Aussagen und dem folglich geringen Nutzen für die vorgenommene Untersuchung soll jedoch auch die Bestimmung dieser Zusammenhangsmaße im weiteren unterbleiben.²⁹⁷

		ACH>0				ACH>1				ACH>2			
		UO=0		UO=1		UO=0		UO=1		UO=0		UO=1	
TSP	n	m	s	m	S	m	S	m	s	m	S	m	S
EIL51	51	0,1441	0,092	0,2487	0,097	0,1372	0,076	0,2485	0,057	0,1390	0,067	0,2741	0,032
BERLIN52	52	0,1372	0,101	0,2474	0,106	0,1282	0,084	0,2596	0,099	0,1308	0,088	0,2571	0,106
ST70	70	0,1470	0,108	0,2361	0,112	0,1249	0,090	0,2620	0,085	0,1125	0,085	0,2955	0,082
EIL76	76	0,1388	0,095	0,2476	0,093	0,1432	0,084	0,2374	0,066	0,1423	0,076	0,2351	0,068
PR76	76	0,1196	0,124	0,2794	0,121	0,1140	0,118	0,2999	0,097	0,1159	0,113	0,2899	0,081
KR100A	100	0,1290	0,098	0,2656	0,112	0,1207	0,083	0,2714	0,094	0,1164	0,084	0,2709	0,087
KR100C	100	0,1413	0,103	0,2364	0,109	0,1351	0,087	0,2477	0,096	0,1278	0,086	0,2665	0,082
KR100D	100	0,1375	0,106	0,2470	0,110	0,1353	0,098	0,2444	0,092	0,1293	0,091	0,2620	0,095
RD100	100	0,1404	0,111	0,2370	0,115	0,1361	0,089	0,2474	0,091	0,1332	0,091	0,2479	0,076
EIL101	101	0,1392	0,096	0,2423	0,091	0,1333	0,082	0,2519	0,069	0,1294	0,078	0,2532	0,063
LIN105	105	0,1340	0,094	0,2683	0,128	0,1401	0,090	0,2761	0,110	0,1458	0,072	0,2975	0,094
CH130	130	0,1369	0,106	0,2428	0,121	0,1347	0,093	0,2511	0,103	0,1325	0,093	0,2437	0,090
CH150	150	0,1296	0,096	0,2547	0,104	0,1255	0,085	0,2599	0,086	0,1308	0,088	0,2498	0,085
A280	279	0,1326	0,084	0,2921	0,089	0,1302	0,084	0,2920	0,082	0,1270	0,085	0,2995	0,088
PCB442	442	0,1414	0,096	0,2790	0,110	0,1508	0,093	0,2632	0,095	0,1410	0,088	0,2632	0,094
Mittelwert	-	0,1366	0,101	0,2550	0,108	0,1326	0,089	0,2608	0,088	0,1302	0,086	0,2671	0,082
Maximum	-	0,1470	0,124	0,2921	0,128	0,1508	0,118	0,2999	0,110	0,1458	0,113	0,2995	0,106
Minimum	-	0,1196	0,084	0,2361	0,089	0,1140	0,076	0,2374	0,057	0,1125	0,067	0,2351	0,032
Stdabw.	-	0,0068	0,010	0,0177	0,011	0,0092	0,010	0,0176	0,014	0,0097	0,011	0,0206	0,017

Tab. 20: Mittelwerte (m) und Standardabweichungen (S) für die relativen Längen der Voronoi-Kanten (RLVE; 1,0 = 100%) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 1 und UO = 0 der Städte bzw. Voronoi-Polygone von 15 TSP aus den Gruppen II und III bei ACH > 0, ACH > 1 und ACH > 2 (partielle Mehrfacherfassung); im Tabellenfuß Ausweis von Mittelwerten, Maxima, Minima und Standardabweichungen für die Spalten.

Die Aufmerksamkeit konzentrierte sich bislang weitestgehend auf die Beziehung zwischen den Rängen von Voronoi-Kanten (RVE) und die Nutzung ihrer Delaunay-Duale in der optimalen Rundreise. Der Rang einer Voronoi-Kante ist jedoch nur eine derivative Größe, welche aus der entsprechenden relativen Länge derselben (RLVE) unter Inkaufnahme eines Informationsverlustes (Senkung des Skalenniveaus) abgeleitet wurde. RLVE wurde aus zwei anderen Informationen aggregiert: Der absoluten Länge der Voronoi-Kanten (ALVE) und des Umfangs des Voronoi-Polygons einer betrachteten Stadt. Es liegt nunmehr nahe, auch die beiden letzteren Größen - RLVE und ALVE - im Hinblick auf die oben formulierte Hypothese zu prüfen. Dabei ist aus zwei Gründen vorran-

²⁹⁷ Vgl. BROSIUS/BROSIUS (1995), S. 367.

gig RLVE von Interesse: Zum ersten führt die Relativierung der Länge der Voronoi-Kanten dazu, daß aus ihnen abgeleitete Größen auch für Voronoi-Polygone verschiedenen Umfangs bzw. verschiedener Größe eines TSP wie auch unterschiedlicher TSP (wegen der unterschiedlichen Skalierung der beiden Dimensionen des Raumes, in welchem die Städte plaziert sind) vergleichbarer sind. Zum zweiten enthält RLVE über ALVE hinaus als zusätzliche Information auch implizit die Summe der Länge der Voronoi-Kanten einer jeden betrachteten Stadt bzw. ihres Voronoi-Polygons. - Für RLVE soll daher im folgenden - unter Auffassung der Voronoi-Duale der in der optimalen Rundreise genutzten und ungenutzten Delaunay-Kanten (mit UO = 1 bzw. UO = 0) als zwei verschiedene Gruppen - untersucht werden, ob die jeweiligen Gruppenmittelwerte der Variablen RLVE sich deutlich unterscheiden.

In Tab. 20 werden für die 15 hier untersuchten TSP unter Berücksichtigung dreier verschiedener ACH-Werte (ACH > 0, ACH > 1 und ACH > 2) jeweils für die beiden Gruppen von Voronoi-Kanten (jener als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1) die Mittelwerte und Standardabweichungen der jeweiligen relativen Kantenlängen (RLVE) bestimmt (mit 100% = 1,0 bezüglich des Umfangs eines Voronoi-Polygons). Am Fuße der Tabelle werden für die Spalten Mittelwerte, Maxima, Minima und Standardabweichungen ausgewiesen. Es ist ersichtlich, daß die Mittelwerte der relativen Voronoi-Kantenlängen (RLVE) für genutzte und ungenutzte Kanten für alle Probleme durchgängig erheblich voneinander abweichen: Kanten mit UO = 1 sind bei ACH > 0 mit durchschnittlich 25,5% des Umfanges des jeweiligen Voronoi-Polygons deutlich länger als ungenutzte Kanten mit durchschnittlich 13,66%. Eine analoge Feststellung läßt sich auch für höhere ACH-Werte treffen. Die Mittelwerte der durchschnittlichen relativen Kantenlänge ungenutzter Kanten nehmen bei höheren ACH-Werten leicht ab, jene genutzter Kanten hingegen leicht zu. Hinsichtlich der Spanne zwischen maximalen und minimalen durchschnittlichen relativen Kantenlängen ist zu bemerken, daß diese für alle ACH-Werte bei UO = 0 ca. 3%-4%, bei UO = 1 ca. 5%-6,5% beträgt. Über alle Mittelwerte der durchschnittlichen relativen Kantenlängen für die verschiedenen TSP ergibt sich - für UO = 0 wie auch UO = 1 - darüber hinaus eine sehr geringe Streuung, die sich in einer Standardabweichung von maximal 2,06% konkretisiert. Es kann zusammengefaßt werden, daß auch die nach der Kantennutzung gruppierte Betrachtung der Mittelwerte der relativen Kantenlängen der einzelnen TSP die oben vorgestellte Hypothese stützt.

Da die bislang vorgenommenen Untersuchungen nicht hinreichend in der Lage waren, die unterstellte Beziehung zwischen den Größen UO und RVE bzw. RLVE in einer konkreten statistischen Kennzahl im Sinne eines Zusammenhangsmaßes zu charakterisieren, wird es abschließend als wünschenswert erachtet, diese Variablen noch einmal möglichst umfassend zu visualisieren. Zu diesem Zweck wurde die Darstellungsform des "gruppierten Boxplots" des Statistikprogrammes SPSS gewählt.²⁹⁸ Abb. 33 stellt zunächst den grundlegenden Aufbau des komplexen Specifiers eines solchen Boxplots dar.

Ein Boxplot bietet durch den Aufbau seines Specifiers die Möglichkeit, sich einen schnellen Überblick über die Verteilung der Werte einer Variablen zu verschaffen.²⁹⁹

Vgl. im folgenden BROSIUS/BROSIUS (1995), S. 656 ff.

²⁹⁹ Die folgende Darstellung lehnt sich eng an BROSIUS/BROSIUS (1995), S. 655 f. an.

Läßt sich die entsprechende Variable gruppieren (wie z.B. hier die Variablen RVE und RLVE nach UO sowie ACH), können die unterschiedlichen Gruppen recht bequem visuell hinsichtlich von Unterschieden der Verteilung des betrachteten Merkmals verglichen werden. Der Specifier des Boxplots stellt Quartile, extreme Werte, Ausreißer und den größten sowie kleinsten nicht extremen Wert dar. Dabei werden Ausreißer so charakterisiert, daß ihr Abstand zum 25%-Perzentil nach unten bzw. vom 75%-Perzentil nach oben zwischen dem 1,5-fachen und 3-fachen der Höhe der Box (als Differenz zwischen dem 25%- und dem 75%-Perzentil) beträgt. Sie sind in Abb. 33 durch einen Kreis dargestellt. Sofern ein Wert der Variablen einen Abstand von mehr als der dreifachen Höhe der Box von derselben hat, wird er als extremer Wert bezeichnet und durch ein Sternchen bezeichnet. Der schwarze Balken in der Mitte der Box gibt das 50%-Perzentil an, während die grauen Balken über bzw. unter ihm das 75%- bzw. 25%-Perzentil kenntlich machen. Am Außenrahmen (in Abb. 33 nicht enthalten; vgl. Abb. 34 und 35), welcher sämtliche Specifier eines Boxplots umschließt, wird auf der Ordinate die Skalierung der dargestellten Variablen angegeben. Die Specifier sind in den Abb. 34 und 35 horizontal nach der Variablen UO (UO = 0 bzw. UO = 1) gruppiert; die entsprechende Gruppe wird unter der Abszisse benannt. Innerhalb der beiden Gruppen wird durch Specifier unterschiedlicher Graustufen (vgl. die Legende in den Abb. 34 und 35) noch nach verschiedenen ACH-Werten (ACH = 1 bis ACH = 4) differenziert. Schließlich wird unter der Abszisse für jeden Specifier zahlenmäßig angegeben, wie hoch die Anzahl der durch ihn erfaßten Fälle (bzw. Voronoi-Kanten bei partieller Mehrfacherfassung in den Abb. 34 und 35) ist.

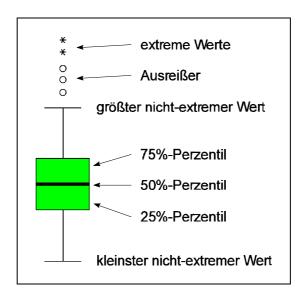
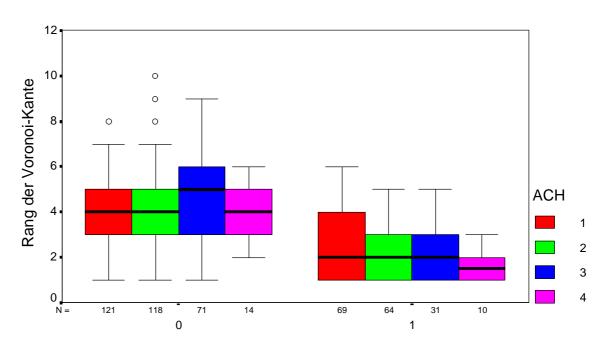


Abb. 33: Bedeutung der Elemente des Specifiers im Boxplot.³⁰⁰

Abweichend von der bislang gewählten Form des Ausweises werden nunmehr in den Abb. 34 und 35 die nach verschiedenen ACH-Werten differenzierten Städtemengen nicht mehr als sämtliche Städte, deren ACH-Wert größer als ein Vorgabewert ausfällt (z.B. ACH > 0), gebildet. Vielmehr erfolgt die Gruppierung nach Städten mit einem festgelegten ACH-Wert (z.B. ACH = 1). Dies bedeutet, daß bei einem vorgegebenen ACH-Wert

Unter leichten Modifikationen übernommen von BROSIUS/BROSIUS (1995), S. 656, Bild 28.2.

tendenziell ringförmige Anordnungen von Voronoi-Polygonen - beginnend mit dem äußeren Ring der Städte auf dem Rand der konvexen Hülle mit räumlich unbeschränkten Polyedern bei ACH = 0 - betrachtet werden. Für den jeweils höchsten ACH-Wert umschließen die Polygone eine kompakte Fläche innerhalb bzw. im Zentrum der VD-Struktur. Dieser Ausweis bietet - sich an den Darstellungsmöglichkeiten des Boxplots orientierend - die Möglichkeit, die Auswirkungen höherer ACH-Werte von Städten differenzierter als bei den obigen Untersuchungen zu beurteilen. - Entsprechend dem bisherigen Vorgehen wird wiederum eine partielle Mehrfacherfassung der Voronoi- bzw. Delaunay-Kanten vorgenommen. Aufgrund der geänderten Interpretation der ACH-Werte nimmt der Einfluß der gemischten Mehr- und Einfacherfassung von Kanten dabei zu. 301 Entsprechend muß bei einer Analyse der präsentierten Boxplots bedacht werden, daß diese die Voronoi-Kanten als Kumulation der Kantenmenge der einzelnen Voronoi-Polygone jeweils durch den ACH-Wert spezifizierter Städte beinhalten.



Kantenverwendung in optimaler Rundreise

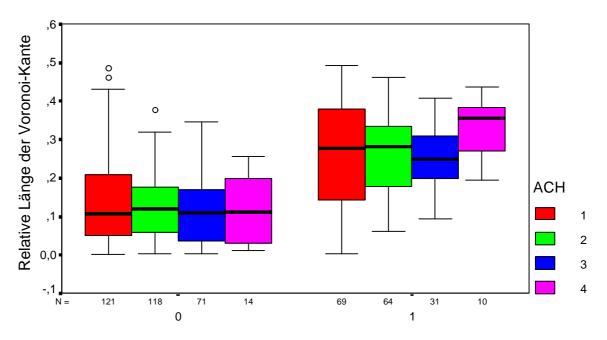
Abb. 34: SPSS-Boxplot für die Verteilung der Ränge von Voronoi-Kanten (RVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 nach verschiedenen ACH-Werten (ACH = 1 bis ACH = 4) für das TSP KR100A aus Gruppe II (mit partieller Mehrfacherfassung).³⁰²

Abb. 34 zeigt zunächst für das TSP KR100A aus Gruppe II exemplarisch, daß der Rang von Voronoi-Kanten (RVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 1 über alle beobachteten ACH-Werte überwiegend deutlich niedriger liegt als jener für solche mit Dualen, für die UO = 0 gilt. Die 50%-Perzentile ersterer liegen sämtlich deutlich unter

Die entsprechenden Boxplots f\u00fcr die 14 anderen hier untersuchten TSP aus den Gruppen II und III sind im Anhang 10 wiedergegeben.

³⁰¹ Vgl. auch Fußnote 273 in diesem Abschnitt.

den 50%-Perzentilen letzterer. Nur für ACH = 1 (bei UO = 1) überdeckt das 75%-Perzentil auf der Ordinate die entsprechenden 25%-Perzentile von Kanten mit UO = 0 bei verschiedenen ACH-Werten. Dehnt man die Betrachtung auf sämtliche Boxplots für die hier untersuchten TSP der Gruppen II und III aus, welche im Anhang 10 wiedergegeben sind, so wird deutlich, daß die für das TSP KR100A beobachteten Tendenzen sich zwar nicht durchgängig, jedoch zumeist wiederholen. Die 50%-Perzentile für sämtliche Probleme liegen bei UO = 0 überwiegend auf der Höhe des 4. Ranges; jene für UO = 1 weitgehend auf der Höhe des 2. Ranges. Abweichungen ergeben sich für letztere nur bei ACH = 1 bzw. den jeweils höchsten ACH-Werten. Dies kann für ACH = 1 durch Randverzerrungen bzw. Randeffekte teilweise begründet werden. Bei den jeweils höchsten ACH-Werten ist die Anzahl der in die Beobachtung eingehenden Kanten oft relativ gering, so daß die Beobachtung nicht als sonderlich valide gelten kann.



Kantenverwendung in optimaler Rundreise

Abb. 35: SPSS-Boxplot für die Verteilung der relativen Länge von Voronoi-Kanten (RLVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 nach verschiedenen ACH-Werten (ACH = 1 bis ACH = 4) für das TSP KR100A aus Gruppe II (mit partieller Mehrfacherfassung).³⁰⁴

Aus Abb. 35 ist für das TSP KR100A aus Gruppe II ersichtlich, daß die Verteilung der relativen Längen jener Voronoi-Kanten (RLVE), die Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 1 sind, über alle ACH-Werte tendenziell gegenüber Dualen mit UO = 0 nach oben verschoben sind. Wie vice versa bei den Rängen (RVE) liegen die 50%-Perzentile ersterer sämtlich deutlich über den 50%-Perzentilen letzterer. Die 75%-Perzentile der Kanten

Dabei ist zu berücksichtigen, daß hier mit RVE eine ordinale Variable im Boxplot dargestellt wird.

Die entsprechenden Boxplots für die 14 anderen hier untersuchten TSP aus den Gruppen II und III sind im Anhang 10 wiedergegeben.

mit Dualen mit UO = 0 überlappen jene mit UO = 1 in der Vertikalen allerdings teilweise. Bezieht man nunmehr sämtliche Boxplots für die hier untersuchten fünfzehn TSP der Gruppen II und III in die Betrachtung ein, so zeigt sich wiederum, daß die beobachteten Tendenzen weitgehend durchgängig sind. Für die meisten Probleme fällt darüber hinaus auf, daß sich für die relativen Längen der Voronoi-Kanten (RLVE) mit genutzten Delaunay-Dualen bei steigendem ACH-Wert die 50%-Perzentile leicht nach oben verschieben. Abweichungen von den hier erörterten Tendenzen weisen bei den Voronoi-Kanten mit UO = 1 insbesondere wieder jene mit einem ACH-Wert von ACH = 1 und jene mit den jeweils höchsten ACH-Werten auf. Im ersteren Fall ist wieder auf den Einfluß von Randverzerrungen zu verweisen; im letzteren Fall wird die Aussagefähigkeit durch die zumeist geringe Anzahl in die Beobachtung eingehender Kanten beschränkt.

Abschließend ist unter Berücksichtigung sämtlicher vorgenommenen Untersuchungen zu konstatieren, daß die oben formulierte Hypothese nicht falsifiziert werden konnte. Alle oben gewonnenen Anhaltspunkte unterstützen sie vielmehr. Es ist allerdings auch nochmals auf die geringe Anzahl sowie die eingeschränkte Repräsentativität der hier berücksichtigten TSP zu verweisen. Entsprechend kann eine Allgemeingültigkeit des beobachteten Zusammenhangs nicht postuliert werden; insbesondere die Frage seiner Abhängigkeit von den spezifischen Eigenschaften eines TSP (als die Art der Verteilung bzw. die Lage seiner Städte im Raum, respektive der daraus hervorgehenden VD-Struktur) bleibt weitgehend ungeklärt.

Überhaupt nicht angesprochen wurde bislang die Frage, warum ein der aufgestellten Hypothese entsprechendes Phänomen überhaupt auftritt. Diese kann hier nicht letztendlich geklärt werden; angeführt werden können lediglich einige Überlegungen, die vielleicht einen Ansatz für eine Erklärung bieten. Die absolute Länge einer Voronoi-Kante (ALVE) stellt eine Aggregation von Informationen über die relative Lage von mindestens vier Städten eines TSP im Raum dar (sofern keine Degenerationen bzw. HNP auftreten; ansonsten erhöht sich die Anzahl der Städte entsprechend). Ermittelt man die relative Länge einer Voronoi-Kante (RLVE), so ergänzt man ALVE um die Information bezüglich des Umfangs des Voronoi-Polygons, respektive der Summe der Länge der Voronoi-Kanten des Polygons. Damit fließen, wenngleich in kumulierter und nicht mehr direkt interpretierbarer Form, implizit Hinweise auf die relative Lage weiterer Städte (der sonstigen Nachbarn der betrachteten Stadt) in diese Größe ein. 305 Es kann nunmehr argumentiert werden, daß die RLVE der Kanten eines Voronoi-Polygons damit eine Aussage über die lokale Vorteilhaftigkeit der Verbindung einer betrachteten Stadt mit einem ihrer Nachbarn erlauben. Die optimale Rundreise nutzt nun eine Vielzahl solcher lokal vorteilhaften Städteverbindungen. Für ihre globale Optimalität ist es jedoch zuweilen auch notwendig, lokal nicht direkt als vorteilhaft ersichtliche Kanten einzubinden. Dies ist schon deswegen geboten, weil sich aus den jeweils lokal vorteilhaftesten Kanten unter Umständen - in Abhängigkeit von der Lage der Städte im Raum bzw. der resultierenden VD-Struktur - keine vollständige Rundreise bilden läßt.

Vgl. dazu mit ähnlicher Argumentation zur Verwendung von VD-Strukturen in der Clusteranalyse AURENHAMMER (1991), S. 348.

Ergänzend wäre - wenn man denn dem gerade vorgestellten Erklärungsansatz folgen wollte - zu fragen, ob es vielleicht noch andere, bislang nicht berücksichtigte Merkmale der VD-Struktur gibt, welche gleichfalls einen Hinweis auf die beschriebene lokale Vorteilhaftigkeit geben oder die hier aus der Größe RLVE ableitbare Tendenzaussage noch deutlicher gestalten können. Für eine weiterführende Untersuchung - welche nicht mehr Gegenstand dieser Arbeit ist - bietet es sich in dieser Hinsicht insbesondere an, die Größe der Winkel, welche eine betrachtete Voronoi-Kante mit den (ohne HNP bzw. Degeneration) sie berührenden vier anderen Voronoi-Kanten bildet, auf einen Zusammenhang zur Nutzung des jeweiligen Delaunay-Duals in der optimalen Rundreise zu prüfen. Auch diese Winkel geben Hinweise auf die relative Lage benachbarter Städte zum durch die gerade betrachtete Voronoi-Kante spezifizierten Städtepaar. Sie müßten, wie es oben für die Länge einer Voronoi-Kante gezeigt wurde, einzeln sowie ggf. in bestimmten Kombinationen ihrer Größen bzw. unter Berücksichtigung gegenseitiger Abhängigkeiten entsprechend auf einen Zusammenhang mit der Variablen UO (UO = 1 bzw. UO = 0) geprüft werden.

Eine Umsetzung der im Rahmen dieses Abschnitts gewonnenen Erkenntnisse innerhalb des Steuerungsalgorithmus einer Heuristik (so z.B. des im Abschnitt 5.3.1 eingehend untersuchten "Convex Hull Insertion"-Verfahrens) wäre zweifelsohne bereits mit dem derzeitigen Wissensstand möglich. Es würde sich allerdings mehr um ein "trial and error"-Vorgehen handeln, bei welchem man mehr oder weniger ausprobiert, ob eine entsprechende heuristische Nutzung der VD-Strukturen die Generierung von Rundreisen guter Lösungsqualität gewährleisten kann. Vorzuziehen wäre es, die oben formulierte Hypothese - ggf. ergänzt um weitere Hypothesen bezüglich eines Zusammenhangs der oben genannten Winkel mit der Variablen UO - zunächst auch für andere als die optimale Rundreise zu prüfen. Zu diesem Zweck müßte zunächst eine Vielzahl von hinsichtlich ihrer Kanten vollständig auf der Delaunay-Struktur liegenden Rundreisen mit möglichst heterogenen Lösungsqualitäten für die herangezogenen TSP bestimmt werden. Diese wären anschließend daraufhin zu untersuchen, ob der Umfang der Nutzung von Delaunay-Kanten, welche vorzugsweise längere Voronoi-Duale aufweisen, mit der jeweiligen Lösungsqualität in einem gerichteten Zusammenhang steht (bzw. korreliert). Gleiches gilt für ggf. abgeleitete Beziehungen zwischen den genannten Winkeln und der Variablen UO. Erst wenn ein solcher Nachweis gelingt, kann man behaupten, daß die Lösungsqualität einer Rundreise um so besser ausfällt, desto mehr sie Delaunay-Kanten mit langen Voronoi-Dualen nutzt. Diese Aussage erst wäre auch ein tragfähiges Fundament für eine entsprechende heuristische Umsetzung.

Die inhaltliche Ausgestaltung einer solchen Heuristik wäre durch den hypothetischen Zusammenhang, der ihrem Steuerungsalgorithmus zugrundeliegt, bereits vorgezeichnet: Sie würde versuchen, eine Rundreise vorrangig aus Delaunay-Kanten zu bilden, welche lange Voronoi-Duale (und ggf. noch festgestellte Winkelmerkmale) aufweisen. Ihr Entwurf ist allerdings - gleich weiterführenden Untersuchungen bezüglich anderer noch unbekannter Beziehungen zwischen VD-Strukturen und dem TSP - nicht mehr Gegenstand dieser Arbeit. Im folgenden Abschnitt 5 werden zwar nunmehr Heuristiken entwickelt, welche auf VD-Strukturen zurückgreifen - dabei werden jedoch vorrangig die in ihnen hinterlegten Nachbarschaftsrelationen zur Rechenzeitverkürzung genutzt. Selbst eine solche Nutzung, die auf keine qualifizierteren strukturellen Zusammenhänge zwischen TSP und VD-Strukturen aufbaut, führt jedoch bereits zu einer Vielzahl von zu klärenden Fragen und zu lösenden Problemen.

5. Die heuristische Nutzung von Voronoi-/Delaunay-Strukturen zur Lösung des Traveling-Salesman-Problems

5.1. Einführung und Überblick

Der vorstehende Abschnitt 4.3 hatte mögliche Zusammenhänge zwischen optimalen oder guten Lösungen des TSP und VD-Strukturen zum Gegenstand. Es ist nun naheliegend, die präsentierten Erkenntnisse auch im Rahmen heuristischer Verfahren zur Lösung des TSP zu nutzen bzw. umzusetzen. Den in diesem Zusammenhang bereits vorliegenden Konzepten sowie der Entwicklung und Implementierung einiger eigener Ansätze sind die folgenden Ausführungen des Abschnitts 5 gewidmet. Nachfolgend wird zunächst einführend die im Rahmen dieser Arbeit vertretene Auffassung der beiden möglichen Philosophien der heuristischen Nutzung von VD-Strukturen präsentiert. Im Anschluß wird ein knapper Überblick über den Inhalt des Abschnitts 5 gegeben.

Im Rahmen der Konstruktion von Heuristiken zur Lösung des TSP eröffnen sich zwei grundlegende Wege der Nutzung von VD-Strukturen: Zum einen ist es möglich, die in denselben enthaltenen Strukturinformationen über Nachbarschaftsverhältnisse lediglich zur Verkürzung der von bekannten Heuristiken benötigten Rechenzeit durch eine Minderung der Anzahl durchzuführender Prüfungen zu nutzen, ohne die den Heuristiken zugrundeliegenden Prinzipien zu variieren. Zum anderen bietet sich die Gelegenheit, auf den strukturellen Eigenheiten der VD-Strukturen basierend vollständig oder teilweise neue heuristische Regeln zu entwickeln. Beide Ansätze seien am Beispiel der klassischen "Nearest Neighbor"-Heuristik näher erläutert:

Die meisten "klassischen" heuristischen Verfahren zur Lösung des TSP sind in Form einer iterativen Folge von Prüfungen organisiert, welche den Aufbau einer Rundreise steuern. Bei der "Nearest Neighbor"-Heuristik wird eine Stadt des TSP als "Startort" gewählt; sodann wird unter den verbleibenden Städten jene bestimmt, zu der die Distanz am geringsten ist. Die Verbindung dieser beiden Städte ergibt einen Pfad, der nun durch eine Wiederholung der genannten Prüfung fortwährend einseitig erweitert wird. Sind ihm sämtliche Städte angeschlossen, so schließt man ihn zu einer Rundreise, indem der Startort mit der letzten angeschlossenen Stadt verbunden wird. In einer jeden Iteration des Verfahrens sind sämtliche noch nicht angeschlossenen Städte auf ihre Distanz zur derzeitig am Ende des Pfades liegenden Stadt hin zu prüfen; folglich ergibt sich die Anzahl der notwendigen Prüfungen zu $(-1-0.5n+0.5n^2)$ und die Laufzeitkomplexität somit zu $O(n^2)$. Entschließt man sich dazu, sämtliche Städte einmal als Startort zu verwenden, wächst die Laufzeitkomplexität auf $O(n^3)$.

Der nächste Nachbar einer beliebigen Stadt ist nun, den Ausführungen in Abschnitt 4.2.2 folgend, auch immer eine Stadt, die mit der betrachteten Stadt eine Voronoi-Kante teilt

Vgl. zur klassischen "Nearest Neighbor"-Heuristik und ihren Varianten z.B. ROSENKRANTZ/STEARNS/LEWIS (1977), S. 564 ff.; GOLDEN/BODIN/DOYLE/STEWART (1980), S. 695 f.; JOHNSON/PAPADIMITRIOU (1985b), S. 150 ff.; BENTLEY (1992), S. 388 ff.; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 13 f.; REINELT (1994), S. 73 ff.; JOHNSON/MCGEOCH (1995), S. 7 f.; TASSIULAS (1997), S. 171 ff.

bzw. mit ihr durch eine Delaunay-Kante verbunden ist. Es liegt nun nahe, die notwendigen Prüfungen für die gerade betrachtete Stadt am Ende des Pfades auf deren Nachbarn in der VD-Struktur zu beschränken. Unterstellt man zufällig im Raum gleichverteilte Städte, so ergibt sich die Anzahl der zu erwartenden Nachbarn zu sechs; es wären nur noch 6(n-1) Prüfungen notwendig.

Diese Überlegung enthält jedoch zum einen eine kritisch zu betrachtende Prämisse, zum anderen einen fatalen gedanklichen Fehler. Die Unterstellung einer bestimmten strukturellen Eigenschaft des TSP schränkt bereits den Wert der getroffenen Aussage ein: Unter Aufhebung dieser Prämisse lassen sich durchaus Probleme konstruieren,² bei denen die zu erwartende Anzahl der Berechnungen quadratisch wäre. Mithin bleibt also die Laufzeitkomplexität von $O(n^2)$ für den "worst case" gewahrt. Vollkommen entwertet wird jedoch das oben vorgeschlagene Vorgehen durch die Tatsache, daß der nächste Nachbar aufgrund des Vorgehens der Heuristik nicht immer ein direkter Nachbar in der VD-Struktur ist. Es kann durchaus der Fall eintreten, daß sämtliche direkten Nachbarn einer betrachteten Stadt in der VD-Struktur bereits an den Pfad angeschlossen sind. In diesem Falle träte eine im vorgeschlagenen Algorithmus nicht vorgesehene Situation ein; derselbe würde ohne Ausweis einer Rundreise terminieren. Mithin wäre also das oben beschriebene Vorgehen so zu modifizieren, daß innerhalb der VD-Struktur mittels einer in linearer Zeit realisierbaren Tiefensuche³ der nächste noch nicht an den Pfad angeschlossene Nachbar der betrachteten Stadt am Ende des Pfades gefunden wird. Diese Notwendigkeit - und der mit ihr verbundene Aufwand - schränkt die Vorteilhaftigkeit der beschriebenen Verwendung von VD-Strukturen bereits wieder ein.⁴

Dieses einfache Beispiel verdeutlicht bereits die Notwendigkeit einer sorgfältigen Abstimmung der Nutzung der VD-Strukturen zur Rechenzeitverkürzung mit den spezifischen Eigenheiten und dem Vorgehen der jeweiligen Heuristik. Entsprechende Überlegungen zur "Nearest Neighbor"-Heuristik wurden bereits von REINELT (1989, 1994) entwickelt und werden im Abschnitt 5.2.1 kurz skizziert.⁵

Das Beispiel zeigt des weiteren, daß eine hier als lediglich rechenzeitverkürzend angesehene Nutzung der VD-Struktur sich nur auf die Möglichkeit derselben stützt, Aussagen zum durch die Struktur definierten Nachbarschaftsverhältnis der Städte zu treffen. Dieselben können binär ("Die Stadt A ist/ist nicht Nachbar der Stadt B") oder relativ ("Die Stadt A ist in der Delaunay-Struktur m zu durchlaufende Kanten von der Stadt B entfernt und gehört somit zu ihrer m-ten Nachbarschaft) ausgedrückt werden. Mit ihrer Hilfe wird die Anzahl der vorzunehmenden Überprüfungen im Verlaufe der Heuristik - und damit die Rechenzeit - verringert.

Als eine weitergehende Nutzung der Eigenschaften von VD-Strukturen wird hier die Entwicklung bzw. Ableitung neuer heuristischer Regeln aus Spezifika derselben angesehen, welche über die Angabe von reinen Nachbarschaftsverhältnissen hinausgehen. Wenn - um das obige Beispiel fortzusetzen - im Verlaufe des Aufbaus eines Pfades mit

² So z.B. durch Anordnung aller Städte auf einem Kreis.

³ Vgl. zur Tiefensuche in einem Graphen z.B. SEDGEWICK (1992), S. 482 ff.; OTTMANN/WID-MAYER (1993), S. 602 ff.

⁴ Das beschriebene Vorgehen wurde implementiert, wird hier aber nicht weitergehend dargestellt.

⁵ Vgl. Abschnitt 5.2.1, des weiteren REINELT (1989), S. 9 ff.; REINELT (1994), S. 75 ff.

dem Ziele der Bildung einer Rundreise nicht mehr die minimale Distanz zu den noch nicht an denselben angeschlossenen Städten, sondern Kriterien wie die Fläche oder die Länge der Kanten der Voronoi-Polyeder, die Summe der Längen der Städte berührenden Delaunay-Kanten usw. zur Auswahl der nächsten anzufügenden Stadt herangezogen werden, so liegt eine derartige Nutzung vor. Einige Beispiele für dieselbe werden bei dem Literaturüberblick in Abschnitt 5.2.1 gegeben; im Rahmen der Präsentation eigener Konzepte finden sich Ansätze im Abschnitt 5.3.1.6 bzw. 5.3.2.4.

Im folgenden sei ein knapper Überblick über die nachstehenden Ausführungen gegeben. Im Abschnitt 5.2 werden zunächst die in der Literatur dokumentierten heuristischen Nutzungen von VD-Strukturen zur Lösung des TSP skizziert. Dabei wird exemplarisch auf einen Ansatz intensiver eingegangen und derselbe auch kritisch reflektiert. - Der Abschnitt 5.3 entwickelt folgend detailliert eigene Konzepte zur Nutzung von VD-Strukturen. Dabei wird zunächst im Abschnitt 5.3.1 ein Konstruktionsverfahren, die klassische "Convex Hull Insertion"-Heuristik, in mehreren Varianten entsprechend modifiziert und hinsichtlich ihrer Leistungsfähigkeit eingeschätzt. Wie oben am Beispiel der "Nearest Neighbor"-Heuristik knapp angedeutet wurde, setzt eine effektive und effiziente heuristische Nutzung von VD-Strukturen im Rahmen der Adaption für vorhandene Heuristiken ein möglichst weitgehendes Verständnis der Spezifika derselben voraus. Daher wird die "Convex Hull Insertion"-Heuristik vor ihrer Modifikation um die Nutzung von VD-Strukturen in ihren hergebrachten Realisationen eingehend hinsichtlich ihres Ablaufes dokumentiert und in ihrer Leistungsfähigkeit evaluiert. - Etwas knapper wird im Abschnitt 5.3.2 anschließend die "Node Insertion"-Heuristik als ein einfaches Verbesserungsverfahren hinsichtlich der Nutzung von VD-Strukturen untersucht. Der Abschnitt schließt mit einer Zusammenfassung und Reflexion der gewonnenen Erkenntnisse und Ergebnisse im Punkt 5.4.

Es sei bereits an dieser Stelle angemerkt, daß sowohl bereits vorliegende und intensiver nachvollzogene als auch hier entwickelte heuristische Verfahren im Abschnitt 5.3 im Sinne einer vollständigen Reproduzier- und Überprüfbarkeit des gewählten Vorgehens detailliert dargelegt und erörtert werden sollen. Damit soll eine vollständige Nachvollziehbarkeit der erzielten Ergebnisse gewährleistet werden. Leider trifft in dieser Hinsicht im allgemeinen auch auf die Literatur zum TSP oft noch immer die Feststellung CROW-DER/DEMBO/MULVEYs (1978) zu:

"Unfortunately, the standards that are set for mathematical exposition are invariably not applied to the reporting of computational experiments. ... For example, very rarely can a published computational experiment in mathematical programming be completely reproduced - something, which is, or ought to be, a basic criterion in scientific research."

Entsprechend den ebenfalls bereits seit Jahrzehnten geäußerten (und oft ignorierten) Forderungen hinsichtlich eines intensiven Austestens neuer heuristischer Verfahren anhand typischer Aufgabenstellungen - genannt seien exemplarisch MÜLLER-MERBACH

⁶ CROWDER/DEMBO/MULVEY (1978), S. 316 ff.; vgl. ähnlich JOHNSON/MCGEOCH (1995), S. 5, S. 37, S. 58.

(1973) und STREIM (1975) - werden im folgenden auch die mit der TSPLIB REI-NELTs (1990a, 1991a, 1991d, 1995) erzielten Ergebnisse umfassend wiedergegeben. 8

Die heuristische Nutzung von Voronoi-/Delaunay-Strukturen in der Literatur

5.2.1. Charakteristika existierender Nutzungen

Die Beziehungen zwischen dem zweidimensionalen euklidischen TSP, respektive guten Lösungen desselben, und VD-Strukturen wurde bereits im Abschnitt 4.3 diskutiert. Dabei wurde die (unpublizierte) Vermutung von SHAMOS, daß sämtliche Städteverbindungen einer optimalen Rundreise gleichzeitig Kanten der Delaunay-Struktur seien, als früheste im Rahmen dieser Arbeit identifizierte Verknüpfung dieser beiden Sachgebiete genannt.⁹ Die Falsifizierung derselben durch die Arbeiten von z.B. KANTABUTRA (1983), DILLENCOURT (1987a) und DILLENCOURT (1987b) schloß jedoch eine heuristische Nutzung dieser Strukturen keineswegs aus.¹⁰ Aus diesem Grund muß es verwundern, daß es bislang - in Relation zu der großen Anzahl an Heuristiken, welche zur Lösung des TSP in den letzten 50 Jahren vorgestellt wurden - nur eine kleine Anzahl von Autoren gab, welche diese Option erkannten und nutzten. Noch in dem zu seiner Zeit als "state of the art" konzipierten Werk von LAWLER ET AL. (1985) werden VD-Strukturen nicht erwähnt.

In diesem Abschnitt sollen nunmehr die in der Literatur auffindbaren heuristischen Ansätze zur Nutzung von VD-Strukturen zur Lösung des TSP skizzenhaft vorgestellt werden. 11 Dabei ist zu konstatieren, daß etliche Ansätze von einer Gruppierung von Autoren

[&]quot;Erst bei ausreichend vorliegender Erfahrung kann ein Verfahren entweder als einsatzfähig klassifiziert oder als wenig vorteilhaft verworfen werden. Wären alle heuristischen Verfahren, die in den letzten Jahren gefunden wurden, einer derartigen Erprobung unterworfen worden, und wären nur die als einsatzfähig erkannten veröffentlicht worden, gäbe es heute einige hundert Fachaufsätze und einige Kilogramm Dissertationen weniger. Bei den nicht als vorteilhaft erkannten Verfahren hätte jeweils eine Kurzinformation zur Vermeidung von Doppelarbeit genügt.", MÜLLER-MER-BACH (1973), S. 291; vgl. mit gleicher Forderung STREIM (1975), S. 160; ähnlich für den Bereich der "Computational Geometry" z.B. TIPPER (1995), S. 435 f.

⁸ Vgl. zur TSPLIB REINELT (1990a); REINELT (1991a); REINELT (1991d); REINELT (1995). - Soweit die Ergebnisse nicht in der Arbeit wiedergegeben sind, finden sie sich vollständig im Anhang.

⁹ Vgl. Abschnitt 4.3.1.

Vgl. KANTABUTRA (1983), S. 11 f.; DILLENCOURT (1987a), S. 339 ff.; DILLENCOURT (1987b), S. 149 ff.

Dabei wurde versucht, *sämtliche* existierenden Ansätze aufzufinden; es kann jedoch nicht garantiert werden, daß dieses gelang. - Ein Beitrag von STEWART (1992) unter dem Titel "Euclidean traveling salesman problems and Voronoi diagrams" wird von DILLENCOURT (1996), S. 207 als Manuskript unter dem Hinweis zitiert, daß er eine Heuristik zur Lösung des TSP unter Nutzung der Voronoi-Struktur darstelle. Es wird hier nur der Vollständigkeit halber darauf hingewiesen; eine Darstellung des Inhalts ist nicht möglich, da sich die Quelle als nicht beschaffbar erwies. - Die Arbeit von CRONIN (1990) ist durchaus beachtenswert, entwickelt jedoch für das TSP einen eigenen, speziellen Typ des Voronoi-Diagramms, welches mit den hier untersuchten klassischen VD-Strukturen wenig gemein hat. Aus diesem Grund soll auch sie bei der folgenden Betrachtung der Literaturansätze ausgelassen werden.

stammt, als deren Leitfigur REINELT auftritt. Deren Arbeiten werden zunächst ungeachtet des Datums ihrer Publikation geschlossen präsentiert. Sodann folgen - in der Reihenfolge der Erscheinungsjahre - einige Heuristiken anderer Autoren bzw. Autorengruppen. Der Beitrag von SEGAL/ZHANG/TSAI (1991) ist dabei ausgeklammert; er wird exemplarisch im Abschnitt 5.2.2 detailliert nachvollzogen und reflektiert.¹²

Die Arbeiten der REINELT-Gruppe lassen sich im wesentlichen dadurch charakterisieren, daß sie VD-Strukturen rechenzeitverkürzend, kaum jedoch hinsichtlich ihrer besonderen Struktureigenschaften nutzen. Die früheste hier identifizierte Quelle, welche auf VD-Strukturen zurückgreift, ist REINELT (1989).¹³ Die Aufmerksamkeit gilt dort insbesondere sämtlichen Implikationen der Lösung großer TSP, wie sie in industriellen Anwendungen auftreten.¹⁴ Es wird darauf hingewiesen, daß die bekannten Heuristiken einen Großteil ihrer Rechenzeit darauf verwenden, wenig aussichtsreiche Kanten zu prüfen. Aus diesem Grund schlägt REINELT (1989) vor, die Menge sämtlicher möglicher Kanten eines TSP zu lichten und bevorzugt jene als "Kandidatenmenge" zu betrachten, deren Aufnahme in eine günstige Rundreise wahrscheinlich scheint. Dieses sind in erster Linie kürzere Kanten. Der Autor verwendet folgend drei verschiedene Kandidatenmengen:

- die reine Delaunay-Struktur und
- eine erweiterte Delaunay-Struktur, bei der zusätzliche Kanten eingefügt werden. Sofern die Stadt *i* mit der Stadt *j* in der Delaunay-Struktur durch eine Kante verbunden ist und gleiches für die Städte *j* und *k* gilt, wird eine zusätzliche Kante von *i* nach *k* (sofern noch nicht in der Delaunay-Struktur enthalten) hinzugefügt. REINELT (1989) weist auf die Möglichkeit hin, besonders lange Kanten mittels einer eigenen Heuristik wieder zu entfernen. Dies wird jedoch nicht näher erläutert. Es bleibt unklar, ob bei den späteren numerischen Tests von dieser Option Gebrauch gemacht wird.
- Des weiteren wird die Delaunay-Struktur genutzt, um eine als Parameter festlegbare Anzahl nächster Nachbarn zu jeder Stadt zu bestimmen ("Nearest Neighbor"-Kandidatenmenge). Die "l. nächsten Nachbarn" einer Stadt werden als jene Städte definiert, die nicht weiter als l zu durchlaufende Kanten von der betrachteten Stadt entfernt liegen. Aus der Delaunay-Struktur können diese Nachbarschaften mit linearem Zeitaufwand (in Relation zur Problemgröße n) abgeleitet werden.

Die Nutzung der Kandidatenmengen erfolgt bei REINELT (1989) z.B. in der Weise, daß zunächst mittels einer geeigneten Modifikation der "Nearest Neighbor"-Heuristik eine erste Rundreise für ein vorliegendes TSP generiert wird. Dabei wird der nächste Nachbar einer gerade betrachteten Stadt nur unter deren zehnfacher Nachbarschaft (d.h. im obigen Sinne l=10) in der VD-Struktur gesucht. Sofern alle entsprechenden Nachbarn einer gerade betrachteten Stadt bereits in dem bislang aufgebauten Pfad enthalten sind,

¹² Vgl. SEGAL/ZHANG/TSAI (1991), S. 1 ff.

Vgl. im folgenden REINELT (1989), S. 1 ff. Da diese Arbeit erstmalig viele Konzepte darlegt, die in späteren Beiträgen der REINELT-Gruppe (z.B. GRÖTSCHEL/JÜNGER/REINELT (1991); REINELT (1991b); JÜNGER/REINELT/THIENEL (1993); JÜNGER/REINELT/THIENEL (1994); JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994); REINELT (1994)) nur wiederholt bzw. teilweise verfeinert werden, soll sie hier ausführlicher wiedergegeben werden.

Vgl. Abschnitt 3.

werden bis zu 20 Vorgänger derselben auf dem Pfad auf noch nicht in den Pfad aufgenommene entsprechende Nachbarn untersucht. Erst wenn auch diese Suche keinen Kandidaten für die Verlängerung des Pfades ergibt, werden sämtliche noch nicht in den Pfad aufgenommenen Städte des TSP überprüft. Es ist zu kritisieren, daß diese Beschreibung schwerlich exakt nachvollziehbar ist. Es wird z.B. nicht erläutert, welche Stadt des TSP als Startstadt für die "Nearest Neighbor"-Heuristik verwendet wird. - REINELT (1989) betont, daß der Algorithmus trotz seiner schlechtestmöglichen Laufzeit von $O(n^2)$ (wie bei der unmodifizierten "Nearest Neighbor"-Heuristik) sehr geringe Rechenzeiten aufweise. Allerdings sind auch die dokumentierten Lösungsqualitäten bescheiden. Es ist jedoch anzumerken, daß der Einsatz der "Nearest Neighbor"-Heuristik hier wohl eher im Sinne der Demonstration der Möglichkeiten zur Nutzung von Kandidatenmengen zu verstehen ist.

Im weiteren werden Verbesserungsverfahren ("2-opt" und der LIN/KERNIGHAN-Algorithmus)¹⁷ auf die erzeugte Rundreise angewandt. Diese sind dahingehend verändert, daß sie nur noch Kanten aus der Kandidatenmenge (der zehnfachen Nachbarschaft) für mögliche Modifikationen der vorliegenden Rundreise in Betracht ziehen. Dadurch werden die Rechenzeiten erheblich verkürzt. Beim "2-opt"-Verfahren ist in jedem Austauschschritt mindestens eine Kante der jeweiligen Kandidatenmenge in die vorliegende Rundreise einzufügen. Das gleiche Vorgehen wird bei der LIN/KERNIGHAN-Heuristik gewählt; zudem werden maximal zehn Modifikationen der aktuellen Rundreise in jedem Austauschschritt erlaubt. Dabei wird eine jede Stadt nur einmal als Ausgangspunkt für den Kantenaustausch berücksichtigt.

REINELT (1989) verwendet 20 TSP als Testprobleme. Diese weisen Größen zwischen n=198 und n=5.934 auf. 18 derselben können Problemen aus der TSPLIB zugeordnet werden. 18 Die Rundreiselängen, die sich mittels der modifizierten "Nearest Neighbor"-Heuristik und nach der Verbesserung mit der beschriebenen 2-opt- sowie LIN/KER-NIGHAN-Variante ergeben, werden ausgewiesen. Der Autor bezeichnet die Ergebnisse als "recht gut". Setzt man die angegebenen Rundreiselängen ins Verhältnis zu den optimalen Rundreiselängen aus der TSPLIB, 19 so zeigt sich, daß dieselben bei der Anwendung des 2-opt-Verfahrens (der LIN/KERNIGHAN-Heuristik) durchschnittlich um 11,65% (8,02%) länger als die optimale Rundreiselänge ausfallen.

Vgl. REINELT (1989), S. 13, Tab. 10. Der Autor führt seine Berechnungen mit einer SUN 3/60 durch.

Vgl. REINELT (1989), S. 13, Tab. 10. Für 18 von 20 verwendeten Testproblemen lassen sich die erzielten Rundreiselängen über die Angaben aus der TSPLIB (vgl. z.B. REINELT (1990a); REINELT (1991a); REINELT (1991d), S. 376 ff.; REINELT (1995)) in prozentuale Verhältnisse zur optimalen Rundreiselänge umrechnen. Im Durchschnitt dieser 18 Probleme sind die Rundreisen um 26,42% länger als die optimale Rundreise.

Vgl. zu den Kantenaustauschverfahren bzw. "2-opt" z.B. LIN (1965), S. 2245 ff.; ROSEN-KRANTZ/STEARNS/LEWIS (1977), S. 563 ff.; GOLDEN/BODIN/DOYLE/STEWART (1980), S. 700 f.; GOLDEN/STEWART (1985), S. 218 ff.; MELAMED/SERGEEV/SIGAL (1989c), S. 1466 f.; DOMSCHKE (1990), S. 98 ff.; LAPORTE (1992a), S. 243; BENTLEY (1992), S. 399 ff.; REI-NELT (1994), S. 100 ff.; GLOVER (1996b), S. 169 ff., zum LIN/KERNIGHAN-Algorithmus LIN/KERNIGHAN (1973), S. 498 ff.

Vgl. REINELT (1989), S. 13, Tab. 10; zur TSPLIB vgl. REINELT (1990a); REINELT (1991a); REINELT (1991d), S. 376 ff.; REINELT (1995).

Für 18 der 20 verwendeten Testprobleme; jene, die in der TSPLIB identifizierbar sind.

Die Verwendung der erweiterten Delaunay-Struktur (statt der im obigen Sinne definierten zehnfachen Nachbarschaft) als Kandidatenmenge führt zu etwas besseren Ergebnissen.²⁰ Während sich die Qualität der mittels der modifizierten "Nearest Neighbor"-Heuristik bestimmten Rundreisen für die 18 hier berücksichtigten Testprobleme auf 31,15% verschlechtert, können mit dem 2-opt-Verfahren (der LIN/KERNIGHAN-Heuristik) nunmehr Verbesserungen erzielt werden, die die Rundreise nur noch um durchschnittlich 9,91% (5,92%) länger als die optimale Rundreise ausfallen lassen.²¹ REI-NELT (1989) weist darauf hin, daß sich eine Vielzahl an Möglichkeiten ergibt, in ähnlicher Manier diverse Konstruktions- und Verbesserungsverfahren zu modifizieren.

Über diese heuristische Nutzung hinaus verwendet REINELT (1989) VD-Strukturen zur Partitionierung großer TSP. Die Partitionierung eines TSP beinhaltet im allgemeinen das Konzept einer hierarchischen Problemdekomposition: Ein TSP wird in kleinere Probleme zerlegt (partitioniert); dieselben werden isoliert mittels einer Heuristik (im Sinne der Bestimmung eines günstigen Pfades oder einer später wieder aufzubrechenden Teilrundreise) gelöst und die Lösungen anschließend zu einer einzigen Rundreise zusammengefügt. Z.B. nimmt die in der Praxis häufig eingesetzte Bandheuristik durch ihre Zerlegung der Fläche des TSP in Streifen eine Partitionierung vor und verbindet dann die in diesen Streifen identifizierten Städte zunächst miteinander, bevor die in den einzelnen Streifen generierten Pfade zu einer Rundreise zusammengefügt werden. Im wesentlichen kommt es bei der Partitionierung darauf an, eine die räumliche Struktur des TSP berücksichtigende Zerlegung seiner Städte in eine Anzahl von Teilmengen vorzunehmen.

REINELT (1989) bildet "Nearest Neighbor"- und Delaunay-Partitionen. Die "Nearest Neighbor"-Partitionen werden dabei bestimmt, indem aus der VD-Struktur die l (mit l=2 oder l=3) nächsten Nachbarn einer betrachteten Stadt gemäß der obigen Beschreibung extrahiert werden. Die Kanten der betrachteten Stadt zu diesen Nachbarn werden in den Partitionsgraph (der anfänglich nur aus den unverbundenen Städten ohne Kanten besteht) aufgenommen. Dieser ergibt sich nach Aussage des Autors nach Abschluß des Verfahrens als hochgradig unzusammenhängend. Die zusammenhängenden Komponenten werden im weiteren als Partitionen herangezogen. – Die Delaunay-Partition wird mit den zwei Parametern m und s erzeugt. Zunächst werden sämtliche Kanten der Delaunay-Struktur nach ihrer Länge sortiert. Folgend werden dem (leeren) Partitionsgraph (beginnend mit den kürzesten Kanten) Kanten hinzugefügt, solange nicht die Anzahl der zusammenhängenden Komponenten desselben unter m fällt und die Anzahl der Städte in

²⁰ Vgl. im folgenden REINELT (1989), S. 14, Tab. 11.

Wiederum wurden über die TSPLIB für 18 der 20 von REINELT (1989), S. 14 verwendeten Testprobleme Relationen zwischen sich ergebenden und optimalen Rundreiselängen berechnet.

Vgl. zu diversen Verfahren der Partitionierung z.B. HELD/KARP (1962), S. 196 ff.; KARG/THOMPSON (1964), S. 225 ff.; ROTHKOPF (1966), S. 532 f.; BELLMORE/NEMHAUSER (1968), S. 552 ff.; KROLAK/FELTS/MARBLE (1971), S. 327 ff.; KARP (1976), S. 4 ff.; KARP (1977), S. 209 ff.; KARP/STEELE (1985), S. 181 ff.; KRÄMER (1987); MELAMED/SERGEEV/SIGAL (1989c), S. 1475 ff.; CLARKSON (1991); BENTLEY (1992), S. 398 f.; SUN/MEAKIN/JØSSANG (1993), S. 232 ff.; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 85 ff.; REINELT (1994), S. 145 ff.

Vgl. zur Bandheuristik (auch "strip"-Heuristik) und ihren Varianten z.B. BENTLEY (1984), S.
 78; LITKE (1984), S. 1227; BOZER/SCHORN/SHARP (1990), 240 ff.; REINELT (1994), S. 137.

Vgl. zum Begriff des Zusammenhangs eines Graphen bzw. zusammenhängender Komponenten z.B. HÄSSIG (1979), S. 9 ff.; SEDGEWICK (1992), S. 497 ff.; OTTMANN/WIDMAYER (1993), S. 605 ff.

einer Komponente nicht *s* übersteigt. Wiederum werden die zusammenhängenden Komponenten als Partitionen herangezogen. - Im weiteren lassen sich globale Rundreisen über alle Partitionen sowie hamiltonische Pfade durch dieselben mit den verschiedensten Heuristiken bestimmen; REINELT (1989) verwendet die "Nearest Neighbor"-Heuristik in Kombination mit dem 2-opt-Verfahren.

REINELT (1989) verwendet VD-Strukturen schließlich auch, um die Berechnung von unteren Schranken ("Lower Bounds") zu verkürzen.²⁵ Da diesen jedoch im Rahmen dieser Arbeit wenig Aufmerksamkeit zukommt, soll auf eine detaillierte Beschreibung des dabei gewählten Vorgehens verzichtet werden.

Im Beitrag von REINELT (1991b) wird TSPX - ein Softwarepaket zur Lösung von TSP - vorgestellt.²⁶ Im "User's Guide" wird deutlich, daß hier die oben erläuterten Konzepte aus REINELT (1989) umgesetzt wurden. Das Programm ist in der Lage, VD-Strukturen zu berechnen.²⁷ Diese können anschließend unter der Bezeichnung "Subgraph" im Rahmen verschiedener klassischer Konstruktions- und Verbesserungsverfahren genutzt werden.²⁸ Dieselben werden knapp skizziert; für eine detaillierte Erläuterung wird auf einen "User's and Programmers Guide" verwiesen.²⁹ Ausgangs- bzw. Teilrundreisen für Einfügungsverfahren können als Rand der konvexen Hülle bzw. die auf ihm liegenden Städte sowie manuell festgelegt werden. - REINELT (1991b) führt aus, daß die Beschränkung der durch die Heuristiken durchzuführenden Prüfungen auf einen Subgraphen bzw. eine Kandidatenmenge, welche die Berechnungen erheblich beschleunigt, eines der wesentlichen Leistungsmerkmale des Programmes ist. Als mögliche Subgraphen werden die oben erläuterten drei Optionen angeboten. Darüber hinaus können dieselben auch für Partitionierungen, vom Autor als "Dekompositionen" bezeichnet, genutzt werden.

Eine Fortentwicklung der Konzepte aus REINELT (1989) findet sich in REINELT (1994) sowie JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994).³⁰ Da diese beiden Quellen in weiten Teilen wörtlich übereinstimmen,³¹ wird im folgenden nur noch auf REINELT (1994) Bezug genommen. Die Bedeutung, welche der Autor hier VD-Strukturen gibt, bemißt

Vgl. zu diversen Verfahren zur Bestimmung von "Lower Bounds" z.B. BEARDWOOD/HALTON/ HAMMERSLEY (1959), S. 299 ff.; ISAAC/TURBAN (1969), S. 543 ff.; HELD/KARP (1970), S. 1138 ff.; HELD/KARP (1971), S. 6 ff.; CHRISTOFIDES (1972), S. 1044 ff.; MAFFIOLI (1975), S. 72 ff.; JONKER/KAAS/VOLGENANT (1980), S. 1219 ff.; JERONIM/KÖRNER (1982b), S. 359 ff.; JERONIM/KÖRNER (1985), S. 114 ff.; MELAMED/SERGEEV/SIGAL (1989b), S. 1312 ff.; LECLERC/RENDL (1989), S. 96 ff.; LAPORTE (1992a), S. 234 ff.; REINELT (1994), S. 161 ff.

Vgl. im folgenden als "User's Guide" REINELT (1991b).

In diesem Zusammenhang ist anzumerken, daß von Mitgliedern der REINELT-Gruppe auch einige Beiträge zur korrekten Berechnung von VD-Strukturen vorliegen, vgl. z.B. JÜNGER/REINELT/ZEPF (1991), S. 43 ff.; JÜNGER/KAIBEL/THIENEL (1994a); vgl. auch Abschnitt 4.2.4.

Es werden folgende Verfahren angeboten: (a) Konstruktionsverfahren: Zufällige Rundreiseerzeugung, diverse Varianten der "Nearest Neighbor"-Heuristik, diverse Einfügungsverfahren, zwei Varianten der Savings-Heuristik nach CLARKE/WRIGHT (1964), S. 568 ff., sowie zwei Verfahren zur Bildung einer Rundreise aus einem spannenden Baum. (b) Verbesserungsverfahren: "Node Insertion" (vgl. hier Abschnitt 5.3.2.1), 2-, 3- und "Or-opt"-Kantenaustauschverfahren und drei Varianten der LIN/KERNIGHAN-Heuristik, vgl. LIN/KERNIGHAN (1973), S. 498 ff.

Vgl. REINELT (1991c). Derselbe erwies sich als nicht beschaffbar, daher bleiben die Implementierungsdetails hier unklar.

³⁰ Vgl. REINELT (1994), JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994).

³¹ Allerdings ist die Darstellung in REINELT (1994) zumeist ausführlicher und detaillierter.

sich unter anderem daran, daß er ihre Eigenschaften sowie Berechnung ausführlich in zwei Unterabschnitten darlegt.³² Mit dem Verweis auf die Notwendigkeit, im Rahmen praktischer Anwendungen des TSP in begrenzter Rechenzeit Lösungen mit angemessener Qualität zu bestimmen, wird die Beschleunigung heuristischer Ansätze motiviert.³³ Zu diesem Zweck werden wiederum Kandidatenmengen eingeführt; es sind die bereits oben erläuterten "Nearest Neighbor"-, die Delaunay- sowie die erweiterte Delaunay-Struktur. Sinngebend für die Verwendung derselben wirkt die Tatsache, daß in guten oder optimalen Rundreisen Städte zumeist mit ihren näheren Nachbarn verbunden sind.

Bezüglich der "Nearest Neighbor"-Kandidatenmenge wird erläutert, daß dieselbe in linearer Zeit (in Abhängigkeit von der Problemgröße unter der Prämisse einer konstanten Anzahl an direkten Nachbarn in der VD-Struktur)³⁴ aus der Delaunay-Struktur abgeleitet werden kann. Als Parameter dient wiederum l, d.h. es werden jeweils die l nächsten Nachbarn einer gerade betrachteten Stadt bestimmt. - Hinsichtlich der erweiterten Delaunay-Struktur wird hier nun eine Technik zur Eliminierung besonders langer Kanten erklärt: Es wird zunächst eine besonders schnelle Heuristik (wie z.B. die "Space Filling Curve"-Heuristik)³⁵ eingesetzt, um eine mögliche, wenn auch nicht besonders gute Rundreise zu erzeugen. Es wird dann deren längste Kante festgestellt. Folgend werden alle Kanten der erweiterten Delaunay-Struktur, die deren Länge überschreiten, aus der Kandidatenmenge eliminiert.

Im Kapitel 6 seiner Arbeit stellt REINELT (1994) anschließend die meisten klassischen Konstruktionsverfahren für das TSP vor. Zunächst werden mehrere Ausgestaltungen der "Nearest Neighbor"-Heuristik untersucht; dabei werden zahlreiche Variationen der klassischen Form unter Nutzung der "Nearest Neighbor"-Kandidatenmenge entwickelt. Über die obige Darstellung bei REINELT (1989) hinaus wird

- die Möglichkeit erörtert, sogenannte "vergessene Städte" d.h. jene Städte, die dicht am schon gebildeten Pfad liegen, aber nicht in denselben eingebunden wurden unter Nutzung von Kandidatenmengen systematisch in denselben einzufügen,
- für den Fall, daß sich am aktuellen Ende des Pfades aus der Kandidatenmenge keine Verlängerungen desselben mehr realisieren lassen, eine sogenannte "Rotation" vorgeschlagen. Im beschriebenen Fall verhält es sich immer so, daß sämtliche Nachbarn der am Ende des Pfades liegenden Stadt bereits in denselben eingebunden sind. Es wird dann eine Kante aus der Kandidatenmenge bestimmt, die von der letzten Stadt des Pfades zu einer bereits eingebundenen Stadt k führt, deren Nachfolger i auf dem Pfad noch freie (d.h. nicht eingebundene) Nachbarn besitzt. Somit weist der Pfad nunmehr eine Schleife auf. Nun wird die von der Stadt k zur Stadt i führende Kante eliminiert, so daß wieder ein Pfad entsteht. Die Stadt i liegt nunmehr am Ende des Pfades; von ihr aus wird das Verfahren fortgesetzt.

³² Vgl. REINELT (1994), S. 42 ff.

³³ Vgl. folgend REINELT (1994), S. 64 ff.

³⁴ Vgl. Abschnitt 4.2.1 bzw. 4.2.2.

Vgl. zur "Space Filling Curve"-Heuristik z.B. BARTHOLDI/PLATZMAN (1982), S. 121 ff.; BARTHOLDI/PLATZMAN (1984); GAO/STEELE (1994a), S. 314 ff.; GAO/STEELE (1994b), S. 230 ff.

REINELT (1994) testet die von ihm entworfenen Varianten der "Nearest Neighbor"-Heuristik mit einer "Nearest Neighbor"-Kandidatenmenge bei l=10. Allerdings wird jeweils immer nur eine Stadt als Startstadt für das Verfahren verwendet, diese wird als $\frac{n}{2}$ festgelegt. Fer verwendet 24 TSP aus seiner TSPLIB, die eine Größe zwischen n=198 und n=15.934 aufweisen. Für sämtliche Varianten ergeben sich durchschnittliche Lösungsqualitäten zwischen 21,45% und 28,28%, d.h. die Rundreiselänge übersteigt jene der optimalen Rundreisen entsprechend. Der Einsatz der Kandidatenmengen zeigt allerdings erhebliche Wirkungen auf die Rechenzeit, die - im Vergleich mit den nicht entsprechend beschleunigten Ausgangsverfahren - stark gesenkt wird.

Bei den von REINELT (1994) untersuchten Einfügungsverfahren sind nahezu sämtliche klassischen Heuristiken vertreten.³⁷ Einfügungsheuristiken wählen zunächst eine erste Teilrundreise (z.B. zwei zufällig bestimmte oder die auf dem Rand der konvexen Hülle des TSP liegenden Städte) und fügen dann nach unterschiedlichen Kriterien in dieselbe die verbleibenden Städte ein. Auf die dabei eingesetzten Entscheidungskriterien soll an dieser Stelle noch nicht näher eingegangen werden.³⁸ REINELT (1994) wählt als erste Rundreise zunächst die Städte $\frac{n}{2}, \frac{n}{3}$ und $\frac{n}{4}$. Die von ihm mit den 24 Testproblemen aus der TSPLIB realisierten durchschnittlichen Lösungsqualitäten für die klassischen Einfügungsverfahren liegen zwischen 13,99% und 26,56%, d.h. die sich ergebenden Rundreisen sind um den entsprechenden Prozentsatz länger als die optimalen Rundreisen. Im weiteren setzt er Kandidatenmengen ein; dabei bleibt allerdings unerwähnt, ob es sich um die Delaunay-, die erweiterte Delaunay-Struktur oder eine "Nearest Neighbor"-Kandidatenmenge handelt. Nunmehr wird rechenzeitverkürzend nicht mehr die Möglichkeit der Einfügung für sämtliche noch nicht in die Teilrundreise eingebundenen Städte geprüft, sondern nur noch für jene, die mit der in einer bestimmten Stufe des Verfahrens vorliegenden Teilrundreise in der verwendeten Kandidatenmenge durch mindestens eine Kante verbunden sind. Es ergeben sich für die verschiedenen Einfügungsverfahren für die 24 getesteten TSP durchschnittliche Lösungsqualitäten zwischen 22,85% und 34,92%. Damit wird eine deutliche Verschlechterung gegenüber den klassischen Versionen der Einfügungsverfahren realisiert. Andererseits können die Laufzeiten erheblich gesenkt werden. Aufgrund der schlechten Lösungsqualitäten kommt REINELT (1994) zu dem Schluß, daß der praktische Einsatz der Einfügungsverfahren von geringem Interesse ist.

Eine geringfügige Verbesserung der Lösungsqualitäten ist zu konstatieren, wenn als erste Teilrundreise der Rand der konvexen Hülle eingesetzt wird. Nunmehr realisiert REI-NELT (1994) Lösungsqualitäten von durchschnittlich 13% und 23,34% für die ver-

Dieses Vorgehen wird in Abschnitt 5.3.2.3 noch eingehender kommentiert. Die Städtenummer bezieht sich dabei stets auf die in der TSPLIB vorzufindende Numerierung, vgl. REINELT (1990a); REINELT (1991a); REINELT (1991d), S. 376 ff.; REINELT (1995).

Nearest, Farthest, Cheapest, Random, Largest Sum, Smallest Sum Insertion, vgl. REINELT (1994), S. 82 ff.

Vgl. die Darstellung bei REINELT (1994), S. 82 ff. sowie Abschnitt 5.3.1.1; des weiteren z.B. NICHOLSON (1967), S. 363 ff.; ROSENKRANTZ/STEARNS/LEWIS (1977), S. 570 ff.; GOLDEN/BODIN/DOYLE/STEWART (1980), S. 696 ff.; JOHNSON/PAPADIMITRIOU (1985b), S. 156 ff.; GOLDEN/STEWART (1985), S. 215 ff.; SPRESSER (1989), S. 836 ff.; LAPORTE (1992a), S. 242; BENTLEY (1992), S. 396 ff.; JÜNGER/ REINELT/RINALDI (1994), S. 14 ff.

schiedenen Varianten der klassischen Einfügungsheuristiken mit den 24 verwendeten Testproblemen, d.h. ohne Einsatz von Kandidatenmengen.³⁹

Auch die Savings-Heuristik von CLARKE/WRIGHT (1964) wird von REINELT (1994) in einer für das TSP einsetzbaren und Kandidatenmengen nutzenden Modifikation vorgestellt. Dabei werden für die Vereinigung der vom zentralen Depot ausgehenden Teilrundreisen Kanten der Kandidatenmenge bevorzugt; des weiteren werden bei der Aktualisierung der möglichen Vereinigungen für eine Stadt gleichfalls nur Kanten der Kandidatenmenge betrachtet. Dabei kann es allerdings zur Isolierung einzelner Städte kommen; dieselbe wird durch die Betrachtung aller möglichen Einfügungsmöglichkeiten (und der anschließenden Einfügung der betroffenen Stadt) behoben. Die durchschnittliche Lösungsqualität für die klassische Savings-Heuristik in Anwendung auf die beschriebenen Testprobleme ergibt sich zu 11,11%; die um die Nutzung von Kandidatenmengen modifizierte Variante fällt mit 11,39% nur geringfügig schlechter aus. Wie REINELT (1994) in Fig. 6.21 ausweist, läßt sich allerdings eine erhebliche Reduktion der Laufzeit beobachten.

Im Rahmen von Verbesserungsverfahren schlägt REINELT (1994) zunächst vor, das Verfahren des systematischen Ein-Kanten-Austausches sowie jenes der Repositionierung von Städten ("Node Insertion") so zu modifizieren, daß nur noch Kanten aus den jeweiligen Kandidatenmengen für die Einfügung verwendet werden. Dabei verschlechtert sich allerdings im Rahmen der durchgeführten Tests (mit der "Nearest Neighbor"-Kandidatenmenge bei l=10) die Lösungsqualität erheblich; hingegen kann die Laufzeit der Verfahren gegenüber den unmodifizierten Varianten drastisch reduziert werden. Neben einigen eher klassischen Methoden zur Verbesserung der Laufzeit des 2-opt-Verfahrens setzt REINELT (1994) auch hier die gerade beschriebene Technik ein. Der Verlust an Lösungsqualität erweist sich dabei als erheblich geringer als oben; die realisierten Einsparungen an Rechenzeit jedoch sind wiederum erheblich. Gleichfalls wird ein ähnliches – aber verfeinertes – Vorgehen auf das 3-opt-Verfahren und die LIN/KERNIGHAN-Heuristik übertragen und mit unterschiedlichen Kandidatenmengen getestet. Dabei läßt sich die Laufzeit durch die Nutzung von VD-Strukturen durchgängig stark senken.

Darüber hinaus setzt REINELT (1994) - wie schon oben für REINELT (1989) beschrieben - VD- respektive Delaunay-Strukturen im Rahmen der Partitionierung sowie zur schnelleren Berechnung von unteren Schranken ("Lower Bounds") ein.⁴³ Auf diese Nutzungen soll hier allerdings nicht näher eingegangen werden.

Zusammenfassend kann zu den Beiträgen der REINELT-Gruppe bzw. REINELTs angemerkt werden, daß VD-Strukturen im Sinne dieser Arbeit nur rechenzeitverkürzend (als bzw. zur Bildung von Kandidatenmengen) für eine Reduzierung der Anzahl der notwendigen Prüfungen von Kriterien im Rahmen der Rundreisegenerierung eingesetzt wer-

Vgl. die entsprechenden Ergebnisse für die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Untersuchungen im Abschnitt 5.3.1.2.

⁴⁰ Vgl. CLARKE/WRIGHT (1964), S. 568 ff.; hier REINELT (1994), S. 94 f.

Das zentrale Depot wird von REINELT (1994), S. 97, immer als $\frac{n}{2}$. Stadt gemäß der Numerierung der Städte in der TSPLIB gewählt.

Das äußerst komplexe Vorgehen von REINELT (1994), S. 100 ff. bei der Nutzung von VD-Strukturen im Rahmen von Verbesserungsverfahren wird hier nur sehr knapp skizziert.

⁴³ Vgl. REINELT (1994), S. 145 ff., S. 161 ff.

den. Dabei werden allerdings die sich aus den Spezifika der verschiedenen Heuristiken ergebenden Möglichkeiten sehr sorgfältig genutzt. Kein anderer Autor oder eine andere Autorengruppe hat sich derartig intensiv mit der Verwendung von VD-Strukturen zur Rechenzeitverkürzung auseinandergesetzt. Ansätze zur Nutzung weitergehender Eigenschaften der VD-Strukturen werden hingegen in den Arbeiten REINELTs bzw. der REINELT-Gruppe kaum aufgezeigt.

LEE/WONG (1980) beschäftigen sich in ihrem Beitrag mit dem TSP unter der Maximums- bzw. City-Block-Metrik im Rahmen der Reihenfolgebildung für Input/Output-Batches bei verschiedenen zweidimensionalen Massenspeichern für Computersysteme. 44 Obgleich in dieser Arbeit die heuristische Nutzung von VD-Strukturen bezüglich des zweidimensionalen euklidischen TSP im Vordergrund steht, soll ihr Beitrag dennoch kurz skizziert werden, da er vermutlich eine der frühesten Verbindungen von TSP und VD-Strukturen darstellt. - Wie die Autoren einleitend darlegen, handelt es sich bei dem betrachteten Reihenfolgeproblem eigentlich um ein "Open Path Problem". Es soll für den Schreib-/Lesekopf eines Speichermediums ein möglichst kurzer Hamiltonischer Pfad mit einem fixierten Startpunkt bestimmt werden. Die "Städte" des TSP stellen dabei die Positionen auf dem Speichermedium dar, von welchen gelesen oder an welche geschrieben werden soll. Dieses Problem läßt sich jedoch durch das Einfügen einer imaginären Kante zwischen dem fixierten Startpunkt und dem Beginn des Pfades in ein TSP überführen. - Die Autoren setzen nach der Darstellung der Berechnung des Voronoi-Diagramms unter der City-Block- bzw. Maximumsmetrik zwei Heuristiken zur Lösung des Problems ein:

- Zum ersten wird das klassische Verfahren beschrieben, den minimal spannenden Baum für die Städte des TSP zu bestimmen und aus dessen doppelten Durchlaufen aller Kanten eine Rundreise abzuleiten, die maximal zweimal so lang wie die optimale Rundreise ist. Diese kann folgend durch die Auflösung von Kantenfolgen, die von mehr als zwei Kanten berührte Städte beinhalten, weiter verkürzt werden. Die Nutzung der VD-Strukturen beschränkt sich darauf, aus der Delaunay-Triangulation den minimal spannenden Baum mit einem Zeitaufwand von O(n) abzuleiten bzw. ihn mit insgesamt $O(n \log n)$ (inklusive der Laufzeitkomplexität zur Berechnung der VD-Struktur) zu bestimmen. der
- Zum zweiten wird ein Einfügungsverfahren zur Bildung des gesuchten Pfades dargestellt. Es beginnt mit einer einzigen "Stadt", die aus dem vorgegebenen Startpunkt des Pfades besteht. Folgend werden in diesen Pfad sukzessive die noch nicht einge-

Vgl. im folgenden LEE/WONG (1980), S. 200 ff.; vgl. zu entsprechenden Anwendungen auch Abschnitt 3. - Die City-Block- bzw. Maximumsmetrik entspricht in der allgemeinen Notation der Minkowski-Metrik (*L_p*-Norm) *p* = 1 bzw. *p* = ¥, somit auch geschrieben als "*L₁*"- und "*L_∞*"-Metrik. Das TSP unter der Maximumsmetrik wird auch als "Chebyshev-TSP" bezeichnet, vgl. z.B. BOZER/SCHORN/SHARP (1990), S. 238 ff.

Vgl. (auch zur folgenden Aussage) z.B. HELD/KARP (1970), S. 1138 ff.; HELD/KARP (1971), S.
 6 ff.; CHRISTOFIDES (1976a); ROSENKRANTZ/STEARNS/LEWIS (1977), S. 563 ff.; JOHNSON/PAPADIMITRIOU (1985b), S. 152 ff.; BENTLEY (1992), S. 398; LAPORTE (1992a), S.
 237 ff.; REINELT (1994), S. 89 ff.; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 16 ff.

Vgl. zum Enthaltensein des minimal spannenden Baumes in der Delaunay-Triangulation Abschnitt 4.2.2 sowie SHAMOS/HOEY (1975), S. 151 ff., zur Laufzeitkomplexität der Bestimmung desselben und zur Gültigkeit derselben auch für die Maximums- und City-Block-Metrik AUREN-HAMMER (1991), S. 376.

bundenen "Städte" eingefügt. Als Einfügungskriterium gilt dabei die minimale Nähe einer bislang nicht eingefügten Stadt zu einer der bereits im Pfad befindlichen Städte. Es handelt sich folglich um eine "Nearest Insertion".⁴⁷ Für die Identifizierung der einzufügenden Stadt und die Klärung, zwischen welche beiden Städte des bereits vorhandenen Pfades sie eingefügt werden soll, werden die direkten Nachbarschaften in der Delaunay-Triangulation herangezogen.

RUJÁN/EVERTSZ/LYKLEMA (1988) stellen ein Verfahren zur Lösung von euklidischen zweidimensionalen TSP vor, deren Städte mittels eines HPPP⁴⁸ im Einheitsquadrat erzeugt wurden.⁴⁹ Da der Ansatz dieser Autoren sehr weitgehend auf Konzepte aus der Physik bezogen ist, muß die Beschreibung hier korrekterweise oberflächlich bleiben.⁵⁰ -Die Heuristik baut ähnlich dem "Nearest Neighbor"-Verfahren von einer gewählten Ausgangsstadt aus schrittweise einen Pfad durch die Städte des TSP auf. Dem Aufbau desselben liegt ein "Laplacian Random Walk"-Prozeß (LRW-Prozeß) zugrunde, welcher vorgibt, welche Stadt im nächsten Schritt ans Ende des Pfades anzufügen ist. Die anzufügenden Städte werden dabei stets aus den direkten Nachbarn der jeweils gerade am Ende des Pfades liegenden Stadt in der Voronoi-Struktur ausgewählt. In einer von den Autoren angesprochenen Variante der Heuristik kann der Pfad auch an beiden Enden ergänzt werden. - Das Verfahren wird an fünf mittels des HPPP erzeugten TSP mit jeweils n = 100 Städten getestet; dabei wird eine jede Stadt jeweils einmal als Ausgangsstadt für die Pfadbildung verwendet. RUJÁN/EVERTSZ/LYKLEMA (1988) erläutern, daß es in einer großen Anzahl von Fällen (d.h. für viele Ausgangsstädte) nicht gelingt, mittels des LRW-Prozesses eine vollständige Rundreise zu erzeugen. Sie vergleichen die realisierten Rundreiselängen mit den Leistungen eines nicht näher beschriebenen "gierigen" Algorithmus sowie dessen Kombinationen mit dem 2-opt- und dem LIN/KERNIGHAN-Verbesserungsverfahren.⁵¹ Es zeigt sich, daß die beiden letztgenannten dem LRW-Prozeß überlegen sind. Zur Laufzeit wird lediglich angemerkt, daß diese bei einem TSP mit 100 Städten das 36-fache der Laufzeit des LIN/KERNIGHAN-Algorithmus ausmacht. Damit dürfte die Heuristik - abgesehen von der Frage ihrer Übertragbarkeit auf nicht mit dem HPPP erzeugte TSP - für praktische Einsatzzwecke in der vorgestellten Form zunächst indiskutabel sein.

Vgl. zur "Nearest Insertion" z.B. ROSENKRANTZ/STEARNS/LEWIS (1977), S. 570 ff.; GOLDEN/BODIN/DOYLE/STEWART (1980), S. 697; JOHNSON/PAPADIMITRIOU (1985b), S. 157 f.; BENTLEY (1992), S. 393 (dort als "Nearest Addition", zur begrifflichen Trennung vgl. aber JOHNSON/PAPADIMITRIOU (1985b), S. 157); REINELT (1994), S. 82; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 14 ff.

⁴⁸ "Homogeneous Poisson Point Process", d.h. die Städte werden unabhängig voneinander unter Zugrundelegung einer Gleichverteilung zufällig im Raum erzeugt, vgl. Abschnitt 4.2.2.

⁴⁹ Vgl. im folgenden RUJÁN/EVERTSZ/LYKLEMA (1988), S. 191 ff.

Der Verfasser dieser Arbeit kann aufgrund mangelnder Vorbildung die dem Ansatz von RUJÁN/EVERTSZ/LYKLEMA (1988) zugrundeliegenden physikalischen Konzepte nicht zweifelsfrei nachvollziehen. Der von den Autoren verwendete "Laplacian Random Walk"-Prozeß muß daher hier als "Black Box" angesehen werden.

Vgl. zu den Kantenaustauschverfahren bzw. zum "2-opt"-Verfahren z.B. CROES (1958), S. 791 ff.; LIN (1965), S. 2245 ff.; ROSENKRANTZ/STEARNS/LEWIS (1977), S. 579 f.; GOLDEN/BODIN/DOYLE/STEWART (1980), S. 700 f.; GOLDEN/STEWART (1985), S. 218 ff.; BENT-LEY (1992), S. 399 ff.; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 23 ff.; REINELT (1994), S. 100 ff.; GLOVER (1996b), S. 169 ff., zum LIN/KERNIGHAN-Verfahren LIN/KERNIGHAN (1973), S. 498 ff.

KRASNOGOR/MOSCATO/NORMAN (1995) führen mit ihrer Arbeit ein Konzept zur Nutzung struktureller Eigenschaften der Delaunay-Triangulation ein, welches sich an der Anzahl der direkten Nachbarn einer Stadt in derselben sowie der summierten Länge der die Stadt mit anderen verbindenden Kanten orientiert.⁵² Inspiriert durch die "Farthest Insertion"-Heuristik entwickeln sie ein Einfügungsverfahren, welches mittels sukzessiver Einbindung der Städte in den Rand der konvexen Hülle des TSP - bzw. die auf ihm liegenden Städte als erste Teilrundreise - eine endgültige Rundreise generiert.

Von besonderem Interesse ist dabei das Verfahren der Auswahl jener Stadt, die in einer Iteration der Heuristik in die Teilrundreise eingebunden wird: Die Autoren organisieren dafür zunächst die nicht eingebundenen Städte in Form einer Prioritätsliste, welche zuerst aufsteigend nach der Anzahl der direkten Nachbarn der Städte in der Delaunay-Triangulation sortiert ist. Da es zumeist sehr viele Städte mit einer gleichen Anzahl von Nachbarn gibt, wird als zweites Sortierkriterium die summierte Länge der Kanten, welche eine bestimmte Stadt in der Delaunay-Triangulation mit anderen verbindet, verwendet. Dabei werden zwei Varianten eingeführt: Zum einen wird diese sekundäre Sortierung absteigend ("H1"), zum anderen aufsteigend ("H2") nach der summierten Kantenlänge vorgenommen. In einem Iterationsschritt des Verfahrens wird nun jeweils die Stadt, die gerade am Kopf der Liste steht, für die Einbindung herangezogen. Diese wird nach dem Kriterium "Cheapest Insertion" - d.h. zwischen jenen zwei Städten der Teilrundreise, zwischen denen ihre Einfügung den geringstmöglichen Zuwachs an Länge verursacht eingefügt. Sodann wird die Stadt aus der Prioritätsliste entfernt.

Eine weitere Besonderheit des vorgestellten Verfahrens ist, daß es ein Verbesserungsverfahren in eine Konstruktionsheuristik implementiert: Nach jeder vorgenommenen Einfügung einer Stadt wird ein iteratives Verbesserungsverfahren gestartet. Dieses wird als "one city insertion move" bezeichnet; obgleich die Beschreibung vage bleibt, scheint es sich um das "Node Insertion"-Verfahren zu handeln.⁵³ Dasselbe versucht Rundreisen (hier: Teilrundreisen) zu verbessern, indem sukzessive sämtliche Städte jeweils einzeln aus der vorliegenden (Teil-) Rundreise herausgelöst werden und eine die Länge der (Teil-) Rundreise verkürzende Einbindung zwischen allen anderen Städtepaaren untersucht wird. Da sich die vorliegende Teilrundreise hier von einem Verfahrensschritt zum nächsten jeweils nur um eine gerade eingefügte Stadt bzw. zwei neue Kanten ändert, kann die Verbesserungsheuristik sich darauf beschränken, die dadurch implizierten neuen Einfügungsmöglichkeiten zu prüfen. Damit kann eine sehr geringe Laufzeit realisiert werden.

KRASNOGOR/MOSCATO/NORMAN (1995) testen ihre Heuristik mit insgesamt 50 TSP aus der TSPLIB mit Größen zwischen n = 76 und n = 3.795.⁵⁴ Dabei übersteigen die erzeugten Rundreisen die jeweiligen optimalen Rundreiselängen bzw. "Lower Bounds" bei der Sortierung der Prioritätsliste nach dem Kriterium "H1" (bzw. "H2") um durchschnittlich 5,58% (5,66%); es ergibt sich eine Streuung (hier als Stichproben-Standard-

⁵² Vgl. im folgenden KRASNOGOR/MOSCATO/NORMAN (1995).

Vgl z.B. REINELT (1994), S. 100 ff.; im Rahmen dieser Arbeit Abschnitt 5.3.2.

Vgl. zur TSPLIB REINELT (1990a); REINELT (1991a); REINELT (1991d), S. 376 ff.; REINELT (1995). Eigentlich testen KRASNOGOR/MOSCATO/NORMAN (1995) ihre Heuristik mit 52 Problemen aus der TSPLIB. Da allerdings für zwei derselben keine optimalen Rundreisen bzw. Lower Bounds vorliegen, die eine Relativierung der mittels ihrer Heuristik erzielten Rundreiselänge ermöglichen, wird hier nur auf 50 getestete TSP Bezug genommen.

abweichung berechnet) der Lösungsqualitäten von 2,94% (3,06%). Die Lösungsqualitäten verschlechtern sich tendenziell bei steigender Problemgröße. Hinsichtlich der realisierten Rechenzeiten sowie der Laufzeitkomplexität machen die Autoren keinerlei Angaben.

ZWEIG (1995) setzt in seiner Arbeit die Delaunay-Triangulation zunächst zur Bildung von sogenannten "Nachbarschaftslisten" ein. 55 Eine solche wird für eine bestimmte Stadt jeweils durch die ihr in der VD-Struktur direkt benachbarten Städte definiert. Der Autor begründet seine Bevorzugung der Delaunay-Triangulation gegenüber verschiedenen anderen Nachbarschaftskonzepten damit, daß sie einen verbundenen Graphen darstellt, räumliche Nachbarn verbindet und nur wenige sehr spitze Winkel aufweist. "Nachbarschaftslisten" werden zunächst verwendet, um durch die Minderung der Anzahl der notwendigen Prüfungen die Laufzeit zweier auch in anderen Punkten gegenüber der klassischen Form modifizierten Verbesserungsverfahren (2-opt und Or-opt) zu senken. Dabei werden von zwei betrachteten Kanten respektive einer betrachteten Stadt ausgehende in ihrem Umfang durch die Nachbarschaftslisten begrenzte Variationen von Städtefolgen gebildet, deren beste in jeder Iteration übernommen wird.

Darüber hinaus stellt ZWEIG (1995) eine Implementierung der "Convex Hull Insertion"-Heuristik von GOLDEN/STEWART (1985) vor,⁵⁶ welche über die Nachbarschaftslisten VD-Strukturen zur Beschleunigung nutzt. Dabei wird die erste Teilrundreise zunächst aus den Städten auf dem Rand der konvexen Hülle des TSP gebildet. Folgend werden die verbleibenden Städte sukzessive nach zwei Kriterien in diese eingebunden: Für jede nicht eingebundene Stadt wird zunächst jene Kante der Teilrundreise bestimmt, in die sie minimal rundreiseverlängernd eingefügt werden kann ("Cheapest Insertion"). Es wird folgend jene Einfügung realisiert, die hinsichtlich der beiden durch dieselbe neu entstehenden Kanten den größten Winkel generiert ("Greatest Angle Insertion"). ZWEIG (1995) beschränkt nun die Prüfung der noch nicht eingebundenen Städte auf jene, die den bereits in der jeweiligen Teilrundreise befindlichen benachbart sind. Durch die zusätzliche Zwischenspeicherung der Ergebnisse von Einfügungsprüfungen in jeder Iteration und ihre Wiederverwendung in folgenden Iterationen - eine Technik, die im Rahmen dieser Arbeit sehr ähnlich unter dem Begriff der "Tripelaktualisierung" in Abschnitt 5.3.1.3 diskutiert wird - gelingt es ihm nach seiner Aussage, für das Konstruktionsverfahren eine Laufzeitkomplexität von $O(n \ln n)$ zu realisieren. Der Autor gibt an, daß mit dieser Heuristik Rundreisen erzeugt werden können, die durchschnittlich um ca. zehn Prozent länger sind als die optimalen Rundreisen.

Auch ZWEIG (1995) nutzt damit - ähnlich wie REINELT bzw. die Autoren der REINELT-Gruppe - VD-Strukturen nur zur Rechenzeitverkürzung. Es muß angemerkt werden, daß die Implementierung der "Convex Hull Insertion"-Heuristik unter Nutzung von VD-Strukturen im Rahmen dieser Arbeit in den Varianten I und II (Abschnitte 5.3.1.4 und 5.3.1.5) in einigen Punkten Ähnlichkeiten zu den Ansätzen ZWEIGs (1995) aufweist, obgleich sie ohne Kenntnis seiner Arbeit entwickelt wurde.

⁵⁵ Vgl. im folgenden ZWEIG (1995), S. 1049 ff.

Vgl. GOLDEN/STEWART (1985), S. 225 ff. Die "Convex Hull Insertion"-Heuristik wird auch im Rahmen dieser Arbeit unter Nutzung von VD-Strukturen implementiert, vgl. Abschnitt 5.3.1.

Nachdem nunmehr einige in der Literatur zu findende Ansätze zur heuristischen Nutzung von VD-Strukturen zur Lösung des TSP skizziert wurden, soll im folgenden Abschnitt die hier bislang nicht näher erörterte Arbeit von SEGAL/ZHANG/TSAI (1991) exemplarisch in breiterem Umfang dargestellt und reflektiert werden.

5.2.2. Die heuristische Nutzung von Voronoi-/Delaunay-Strukturen in der Literatur - Exemplarische Vertiefung am Beispiel des Verfahrens von SEGAL/ZHANG/TSAI (1991)

5.2.2.1. Darstellung

Das von SEGAL/ZHANG/TSAI (1991) entwickelte Verfahren zur Lösung des TSP unter Nutzung von Informationen der VD-Struktur erhielt von den Autoren keinen expliziten Namen. Im weiteren wird es, der zentralen Grundidee der Heuristik folgend, als das "Filterverfahren" bezeichnet. Dieser Abschnitt dient zunächst seiner knappen, aber vollständigen Darstellung.⁵⁷ Dabei werden Fakten, die bereits aus früheren Teilen dieser Arbeit über das TSP und VD-Strukturen bekannt sind, nur repetiert, wenn sie von Bedeutung für das Filterverfahren sind. Jegliche Kritik bleibt dem nachfolgenden Abschnitt 5.2.2.2 überlassen.

Ausgangspunkt der Überlegungen der Autoren ist nach einer Erläuterung von Konstruktions- und Verbesserungsverfahren für das TSP die Überlegung, daß Verbesserungsheuristiken keine guten Leistungen erbringen können, wenn die Lösungsqualität der vorliegenden, zu verbessernden Rundreise schlecht sei. Also müsse man nach einer guten ersten Rundreise streben. Im weiteren erläutern sie, daß die räumlichen Informationen, die das Voronoi-Diagramm bereitstellt, Ausgangspunkt für leistungsfähige Heuristiken sein können. Nachdem sowohl Voronoi- als auch Delaunay-Strukturen skizziert sind, wird auf die Einzigartigkeit der Delaunay-Triangulation als Triangulation minimaler Kantenlänge hingewiesen.

Das Filterverfahren wird nun im weiteren in seinen vier Grundschritten erörtert. Deren erster ist die Bestimmung der Delaunay-Triangulation für das TSP.⁵⁸ Sie wird im weiteren als Graph der ersten Stufe (G1) bezeichnet.

Im zweiten Schritt erfolgt die wissensbasierte Filterung der Kanten von G1. Ihr Ziel ist es, G1 durch die Eliminierung von Delaunay-Kanten soweit auszudünnen, daß eine unvollständige, aber möglichst gute Teilrundreise durch eine möglichst große Zahl der Städte des TSP gefunden werden kann. Die dabei zu berücksichtigende "Wissensbasis" umfaßt die folgenden drei Beschränkungen:

-

Diese erfolgt naturgemäß in enger Anlehnung an den Beitrag von SEGAL/ZHANG/TSAI (1991), S. 1-6.

Vgl. im Rahmen dieser Arbeit Abschnitt 4.2.4.

- 1. Jede Stadt wird zumindest von zwei Kanten berührt, einer eingehenden und einer ausgehenden Kante,⁵⁹
- 2. in jede im Verlauf des Filterns entstehende Folge von Kanten⁶⁰ führt mindestens eine weitere Kante von außerhalb hinein und eine weitere aus ihr heraus und
- 3. es wird angenommen, daß lange Kanten zu ungünstigen Rundreisen beitragen; daher versucht der Filter, lange Kanten zu eliminieren.

Über diese Regeln hinaus wird ein sogenannter "Gelenkpunkt"⁶¹ definiert: Ein solcher liegt in einer Stadt vor, wenn nach einer imaginären Elimination aller zu ihr führenden Kanten der gesamte Graph in zwei unzusammenhängende (d.h. durch keine Kante verbundene) Subgraphen zerfällt. - Der wissensbasierte Algorithmus zur Filterung der Kanten von G1 wird nun wie im folgenden beschrieben:

- 1. Die Kanten der Delaunay-Triangulation werden nach ihrer Länge aufsteigend sortiert in einer sequentiellen Liste organisiert.
- 2. Die längste ungeprüfte Kante wird der Liste entnommen.
- 3. Die beiden kantenbildenden Städte werden darauf hin geprüft, ob sie nach Elimination der Kante noch die Beschränkung 1 erfüllen. Falls dies nicht der Fall ist, wird die Kante als geprüft markiert und wieder in die Liste eingefügt. Es wird zu Schritt 2 übergegangen. Ansonsten wird mit Schritt 4 fortgefahren.
- 4. Der gesamte (derzeitige) Graph wird daraufhin geprüft, ob nach Elimination der entnommenen Kante ein Gelenkpunkt vorliegt. Tritt ein solcher auf, wird die Kante als geprüft markiert und wieder in die Liste eingestellt. Ansonsten wird sie nun endgültig als eliminiert betrachtet.
- 5. Es wird zu Schritt 2 zurückgesprungen, solange noch nicht alle Kanten gefiltert sind.

Die Autoren zeigen an einer Häufigkeitsverteilung der Kantenlängen des Graphen vor und nach der Filterung auf, daß die meisten längeren Kanten - bis auf jene, die zur Erfüllung der genannten Regeln bewahrt werden müssen - durch die Filterung eliminiert werden. Nach Abschluß der Filterung liegt der Graph der zweiten Stufe (G2) vor. Der Umfang der Reduktion wird an einem Beispiel verdeutlicht: Enthielt der Delaunay-Graph (G1) für ein spezielles TSP mit 100 Städten noch 270 Kanten, so weist G2 nur noch 110 Kanten auf.

Da hier auf einem ungerichteten Graphen operiert wird, haben die Bezeichnungen "eingehende" und "ausgehende Kanten" vordergründig keinen Sinn. Ihre Verwendung ist nur im Zusammenhang mit dem Gedanken an eine Rundreise und deren Richtung gerechtfertigt.

Vgl. SEGAL/ZHANG/TSAI (1991), S. 4. Der verwendete - nicht definierte - Begriff lautet "Subtour", der Kontext legt nahe, daß es sich um eine zusammenhängende Kantenfolge (bzw. einen Pfad) als Teilmenge der insgesamt betrachteten Kanten handeln soll.

Vgl. SEGAL/ZHANG/TSAI (1991), S. 4, wörtlich "cut point". Da hier eine Prüfung des zweifachen Zusammenhangs des Graphen beabsichtigt ist (vgl. auch Abschnitt 5.2.2.2), soll in Anlehnung an SEDGEWICK (1992), S. 449 von einem "Gelenkpunkt" gesprochen werden.

Im dritten Schritt soll nun die längste mögliche Teilrundreise in G2 identifiziert werden. ⁶² Zuvor bedarf es jedoch noch zweier Definitionen. Es ist zum ersten festzustellen, daß im Graphen G2 im allgemeinen noch Städte enthalten sind, von welchen mehr als zwei Kanten ausgehen. Diese werden im weiteren als "Verzweigungen" bezeichnet. Eine Kantenfolge, die zwei Verzweigungen verbindet (aber selbst keine weiteren Verzweigungen enthält), wird als "Bogen" ⁶³ definiert. Gesucht ist nun die längste Teilrundreise, die sämtliche Verzweigungen genau einmal berührt. Die Kantenfolgen in G2 seien, so die Autoren, relativ optimale Kantenfolgen, die so weit wie möglich für den Aufbau der endgültigen Rundreise genutzt werden sollten. Sie erörtern anschließend den Algorithmus zum Auffinden der *längsten* Teilrundreise:

- 1. Zunächst ist die "äußere Grenze" von G2 als erste Teilrundreise zu finden. Diese entspricht dem äußeren Rand,⁶⁴ der durch die Kanten von G2 in Abgrenzung des Inneren des Graphen zum ihm umgebenden Raum definiert ist.
- 2. Es wird ein bislang ungeprüfter Bogen, der zwei Verzweigungen auf der derzeitigen Teilrundreise verbindet, vorläufig entfernt.
- 3. Der derzeitige Graph ist nun daraufhin zu untersuchen, ob durch die Entfernung des Bogens eine "Gelenkverzweigung" (analog zum obigen Gelenkpunkt definiert) entstanden ist. Ist dieses der Fall, so wird der Bogen wieder in die Teilrundreise eingefügt und als überprüft markiert. Es wird mit Schritt 2 fortgefahren.
- 4. Ansonsten wird ein neuer äußerer Rand als neue Teilrundreise bestimmt. In dieser ist der herausgenommene Bogen nicht mehr enthalten. Ist die neue Teilrundreise länger als die vorherige, so wird sie erhalten und der untersuchte Bogen endgültig eliminiert. Andernfalls wird der Bogen wieder eingefügt, als geprüft markiert und die alte Teilrundreise erhalten.
- 5. Das Verfahren wird mit Schritt 2 fortgesetzt, bis alle Bögen geprüft sind.

Nach der Prüfung und Elimination von Bögen verbleibt der Graph der dritten Stufe (G3). Dieser soll nach den Autoren die meisten Städte des TSP in einer nahezu optimalen Folge enthalten. Jede Stadt in dieser Teilrundreise hat nur noch eine ausgehende und eine eingehende Kante. Die übrigen Städte allerdings, die nicht in der Teilrundreise enthalten sind, hängen (nach Aussage der Autoren) nicht mehr mit G3 zusammen und stehen isoliert im Raum.

Im vierten und letzten Schritt des Verfahrens gilt es nun, diese verbleibenden Städte in die Teilrundreise einzubinden. Zu diesem Zweck wird auf ein Verfahren zurückgegriffen, welches sich im Rahmen diverser Einfügungsheuristiken bewährt hat.⁶⁵ Für jede noch

Vgl. SEGAL/ZHANG/TSAI (1991), S. 4. Zwar lautet der Titel des Abschnitts "Finding the Longest Subtour in the Filtered Graph", gemeint ist jedoch offenbar nicht nur eine Kantenfolge, sondern eine Teilrundreise, vgl. auch Abschnitt 5.2.2.2.

Vgl. SEGAL/ZHANG/TSAI (1991), S. 4. Der Begriff "Bogen" ist im Kontext eine irreführende Übersetzung von "arc", trägt aber hier zur sauberen definitorischen Trennung bei.

Der äußere Rand der Delaunay-Struktur entsprach dem Rand der konvexen Hülle des TSP; durch die Filterung können jedoch auch dessen Kanten entfallen sein.

Das verwendete Verfahren (eine die bislang ermittelte Teilrundreise als Startkonfiguration nutzende Variation der "Convex Hull Insertion"-Heuristik unter Nutzung der Einfügungskriterien "Cheapest Insertion" für die Auswahl der einzufügenden Stadt und "Greatest Angle" für die Be-

nicht in der Teilrundreise enthaltene Stadt k werden zunächst jene bereits in derselben enthaltenen benachbarten Städte i und j gesucht, zwischen denen die Einfügung von k die geringste Verlängerung der Teilrundreise verursacht. Aus allen Städtetripeln wird dann jene Einfügung realisiert, die den geringsten Winkel zwischen den Kanten i-k und j-k generiert. Dieser Vorgang wird wiederholt, bis sämtliche noch nicht angeschlossenen Städte in die Teilrundreise eingefügt sind und jene damit zur Rundreise erweitert ist.

Die Laufzeitkomplexität $O(n^2)$ des Filterverfahrens ergibt sich nach den Autoren aus folgenden Komponenten:⁶⁶ Die Delaunay-Triangulation wird in $O(n \log n)$ ermittelt, das Filtern erfordere $O(n^2)$. Die Berechnungskomplexität der Ermittlung der längsten Teilrundreise betrage gleichfalls $O(n^2)$. Letztlich weise die Einfügung der noch nicht an die Teilrundreise angeschlossenen Städte eine Komplexität von O(n) auf.

Die Autoren testen ihre neu entwickelte Heuristik mit zehn nicht näher bezeichneten TSP mit bekannten Optima, die sie als "Standardprobleme" bezeichnen. Für diese werden zum einen die Ergebnisse des Filterverfahrens, zum anderen jene der "CCA"-Heuristik (einer Variante der "Convex Hull Insertion"-Heuristik) von GOLDEN/STEWART (1985) präsentiert. Dabei ergeben sich für das Filterverfahren (bzw. die zum Vergleich herangezogene CCA-Heuristik) Rundreisen, deren Länge im Durchschnitt 3,16% (3,92%) über der optimalen Rundreiselänge liegt. Die Streuung der Relation der Rundreiselängen zu den optimalen Rundreiselängen wird anhand der Standardabweichung mit 1,20% (1,84%) gemessen. Die Autoren schließen daraus, daß ihr neu entwickeltes Filterverfahren zum einen Rundreisen besserer Lösungsqualität als die getestete Variante der "Convex Hull Insertion"-Heuristik nach GOLDEN/STEWART (1985) entwickele und zum anderen robuster sei. Zur benötigten Rechenzeit wird lediglich angegeben, daß für die Lösung eines TSP mit n = 100 Städten ungefähr fünf Minuten erforderlich sind.

5.2.2.2. Reflexion und Kritik

Der oben zusammengefaßte Beitrag von SEGAL/ZHANG/TSAI (1991) erfordert zum einen aufgrund von Unklarheiten weitergehende Erörterungen, zum anderen ist in einigen Punkten Kritik an den getroffenen Aussagen zu üben.

In ihrer Einführung motivieren die Autoren die Entwicklung ihrer Heuristik unter anderem damit, daß eine schlechte Rundreise als Ausgangsbasis für ein Verbesserungsverfahren (konkret genannt werden die diversen Varianten der Kantenaustauschverfahren

stimmung der Kante, in welche die identifizierte Stadt eingefügt werden soll) wird im Rahmen dieser Arbeit im Abschnitt 5.3.1 eingehender untersucht.

Vgl. SEGAL/ZHANG/TSAI (1991), S. 1 des Anhangs (ohne Seitenbezeichnung), Tab. 2.

Vgl. GOLDEN/STEWART (1985), S. 227 ff. Es handelt sich um eine im Abschnitt 5.3.1 eingehend untersuchte Variante der "Convex Hull Insertion"-Heuristik, die die Einfügungskriterien "Cheapest Insertion" für die Auswahl der einzufügenden Stadt und "Greatest Angle" für die Bestimmung der Kante, in welche die identifizierte Stadt eingefügt werden soll, nutzt. GOLDEN/STEWART (1985) setzen anschließend noch ein Verbesserungsverfahren ein, um die Qualität der ermittelten Rundreise zu steigern; auf dieses wird hier verzichtet.

(*k*- bzw. *r*-opt), zurückgehend auf LIN (1965) und LIN/KERNIGHAN (1973))⁶⁸ demselben bei einem hohen Rechenzeitaufwand nur geringfügige Verkürzungen der Rundreiselänge erlauben würden. Obgleich dieser Überlegung *pauschal* zugestimmt werden kann,⁶⁹ ist sie jedoch im Detail recht undifferenziert:

Es ist zunächst denkbar, daß die Heuristik, welche die Ausgangslösung erzeugte, bereits ein lokales Suboptimum gefunden hat bzw. eine Rundreise nahe einem solchen erzeugte. In diesem Falle wäre der Einsatz eines Verbesserungsverfahrens, welches überwiegend mit lokalen Modifikationen der Rundreise arbeitet, wenig aussichtsreich.⁷⁰ Der Bereich des Suboptimums könnte nur durch globalere Änderungen der Rundreisestruktur bzw. ein entsprechend modifizierendes Verbesserungsverfahren wieder verlassen werden.⁷¹ In diesem Sinne differenzieren die Autoren unzureichend zwischen den bekannten Verbesserungsverfahren bzw. verkennen die Möglichkeit des Erreichens eines Suboptimums.⁷²

Zum zweiten ist anzumerken, daß die Leistungsfähigkeit von Verbesserungsverfahren, wie mehrere Untersuchungen zeigen, sehr unterschiedlich und auch in Abhängigkeit von anderen Faktoren als der Länge der Ausgangsrundreise zu beurteilen ist. So stellen z.B. PAPADIMITRIOU/STEIGLITZ (1982) für das 3-opt-Verfahren fest, daß die Verwendung von mittels Konstruktionsheuristiken erzeugten Rundreisen als Ausgangslösungen nicht zu besseren Ergebnissen führt als die Verwendung zufälliger Rundreisen.⁷³ Bereits LIN/KERNIGHAN (1973) wählten für ihre Verbesserungsheuristik zufällige Ausgangslösungen.⁷⁴ Sie begründeten dies zum einen damit, daß ein gutes Verbesserungsverfahren aus diesen ebenfalls in annehmbarer Zeit gute Lösungen generieren müsse.⁷⁵ Zum anderen führen sie an, daß klassische Konstruktionsverfahren meist nur zu einer deterministischen Lösung führen, es für Verbesserungsverfahren hingegen von Vorteil sei, eine Vielzahl verschiedener Startlösungen zu verwenden (u.a., um lokale Suboptima zu vermeiden).⁷⁶ Sie stellten aber auch bereits fest, daß bestimmte Heuristiken bessere Ausgangslösungen erzeugen könnten.⁷⁷ Dieses bestätigte die Arbeit von ADRABINSKI/ SYSLO (1983), die u.a. Kombinationen von Konstruktions- und Verbesserungsverfahren bezüglich ihrer Leistungsfähigkeit testeten. 78 So erhärtet z.B. ihre Feststellung, daß das "Farthest Insertion"-Verfahren - im Gegensatz zu anderen Konstruktionsheuristiken -

⁶⁸ Vgl. LIN (1965), S. 2245 ff.; LIN/KERNIGHAN (1973), S. 498 ff.

Vgl. PERTTUNEN (1994), S. 1131 ff.; GOLDEN/STEWART (1985), S. 238 f.; REINELT (1994), S. 100 ff.

Wie z.B. das "Or-opt"-Verfahren, vgl. z.B. PERTTUNEN (1994), S. 1136 f.; vgl. auch detaillierter Abschnitt 5.3.2.

Vgl. ähnlich REINELT (1994), S. 119 am Beispiel der Savings-Heuristik, S. 123.

⁷² Vgl. zu ersterem PERTTUNEN (1994), S. 1131.

⁷³ Vgl. PAPADIMITRIOU/STEIGLITZ (1982), S. 456; vgl. anders REINELT (1994), S. 118 f.

Vgl. im folgenden LIN/KERNIGHAN (1973), S. 499. Zur hohen Qualität der Lösungen bei zufälligen Ausgangsrundreisen für die LIN/KERNIGHAN-Heuristik auch REINELT (1994), S. 127 f. Allerdings ist - von der entsprechenden Einsparung an Rechenzeit abgesehen - keine Überlegenheit gegenüber den anderen bei REINELT (1994) berücksichtigten Konstruktionsverfahren gegeben.

⁷⁵ Bestätigt durch REINELT (1994), S. 129.

⁷⁶ Vgl. bereits LIN (1965), S. 2245, 2247; gleichfalls PERTTUNEN (1994), S. 1131 f., S. 1136.

Leider wird dieser Punkt bei LIN/KERNIGHAN (1973), S. 499 nicht weiter ausgeführt, vgl. jedoch auch PERTTUNEN (1994), S. 1131 f.

⁷⁸ Vgl. ADRABINSKI/SYSLO (1983), S. 91 ff.

sehr gute Ausgangslösungen für die LIN/KERNIGHAN-Verbesserungsheuristik erzeugt, den Verdacht, daß von *bestimmten* Konstruktionsheuristiken erzeugte Ausgangslösungen strukturelle Eigenschaften besitzen, die wiederum *bestimmten* Verbesserungsverfahren besonders gute Leistungen ermöglichen. Allerdings darf an dieser Stelle das Ergebnis der Untersuchungen von GOLDEN/STEWART (1985) nicht verschwiegen werden, die bezüglich einer Prüfung von kantenaustauschenden Verbesserungsverfahren zu der Auffassung gelangen, es gelte im allgemeinen eine "best in - best out"-Regel, d.h., die Qualität der Ausgangslösung habe entscheidenden Einfluß auf die Leistungen der Verbesserungsverfahren. Die Bedeutung anderer Einflußfaktoren als der Qualität der Ausgangslösung auf die Leistungsfähigkeit der Verbesserungsverfahren wies z.B. PERTTUNEN (1994) nach, so unter anderem die Verteilung der Städte im Raum.

Die Verwendung der Delaunay-Triangulation begründen die Autoren damit, daß dieselbe die Eigenschaft minimaler Kantenlänge unter allen Triangulationen aufweise. In diesem Zusammenhang werden LEE/SCHACHTER (1980) zitiert. Diese Begründung wie auch die Zitierung sind falsch. LEE/SCHACHTER (1980) weisen korrekt darauf hin, daß SHAMOS/HOEY (1975) diese Eigenschaft lediglich vermutet hatten und u.a. LAWSON (1972) und LLOYD (1977) später Gegenbeispiele präsentierten.⁸²

Im Rahmen des regelbasierten Filterns der Kanten der Delaunay-Triangulation dient die Prüfung auf Existenz eines Gelenkpunktes bei Elimination einer Kante der Sicherung des zweifachen Zusammenhangs des Graphen. Allerdings bezeichnen die Autoren das Verfahren der Prüfung des zweifachen Zusammenhangs nicht näher. Ein gangbares Verfahren ist eine modifizierte Tiefensuche, die den Nachweis in einer zur Anzahl der Kanten k und Städte n des Graphen linear proportionalen Zeit (k+n) führen kann. Allerdings kann diese Laufzeit nur bei Verwendung einer Adjazenzliste erreicht werden; die von den Autoren verwendete Adjazenzmatrix hingegen muß zu einer in Abhängigkeit von der Städteanzahl quadratischen Laufzeit führen.

Da der Graph bei der Eliminierung einer jeden Kante entsprechend geprüft werden muß, entspricht die Anzahl der notwendigen Prüfungen des zweifachen Zusammenhangs im

⁷⁹ Vgl. gleichfalls GOLDEN/STEWART (1985), S. 225 f.

⁸⁰ Vgl. BENTLEY (1992), S. 403 f.; des weiteren REINELT (1994), S. 119 ff.

Vgl. GOLDEN/STEWART (1985), S. 238 f.; ebenso PERTTUNEN (1994), S. 1139; vgl. des weiteren die intensiven Untersuchungen von REINELT (1994), S. 100 ff.

Vgl. LEE/SCHACHTER (1980), einzige Äußerung zu diesem Sachverhalt auf S. 223. Dort auch eine Wiedergabe des Gegenbeispiels von LLOYD (1977) in Fig. 3. Vgl. des weiteren die Abschnitte 4.2.1 und 4.2.2 dieser Arbeit sowie SHAMOS/HOEY (1975); LAWSON (1972); ein Überblick bei AURENHAMMER (1991), S. 358 sowie OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 354 f.

Vgl. zum Begriff des Zusammenhangs eines Graphen z.B. TINHOFER (1976), S. 26 ff., S. 111 ff.; HÄSSIG (1979), S. 13 f.; zum zweifachen Zusammenhang z.B. SEDGEWICK (1992), S. 499 f.; OTTMANN/WIDMAYER (1993), S. 602 ff., S. 609 f.

Vgl. z.B. SEDGEWICK (1992), S. 501; OTTMANN/WIDMAYER (1993), S. 605 f., S. 611 ff.; MEHLHORN (1984), S. 17 ff. Vgl. zum Begriff der Adjazenzliste SEDGEWICK (1992), S. 479 f.; OTTMANN/WIDMAYER (1993), S. 589 f. Eine *Adjazenzmatrix* speichert die Nachbarschaftsverhältnisse für *n* Objekte in einer aus *n* × *n* Binärvariablen bestehenden Matrix; eine *Adjazenzliste* hingegen realisiert für jedes Nachbarschaftsverhältnis einen Listeneintrag unter Nennung der benachbarten Objekte. Adjazenzlisten erfordern bei einer relativ geringen Anzahl von Nachbarschaftsverhältnissen die Bereitstellung von deutlich weniger Speicherplatz als Adjazenzmatrizen.

⁸⁵ Vgl. SEGAL/ZHANG/TSAI (1991), S. 3.

ungünstigsten Fall offensichtlich der Anzahl der Kanten der Delaunay-Triangulation. Für diese wurden im Abschnitt 4.2.2 unter Annahme nichtdegenerierter VD-Strukturen die Schranken $2n-3 \le e_{Del} \le 3n-6$ erläutert. Folglich ergibt sich - allerdings nur bei Verwendung einer Adjazenzliste - eine Laufzeitkomplexität von $O(n^2)$ für die durchzuführenden Prüfungen. Die hier nicht betrachteten Schritte der Filterung führen zu keiner Modifikation, so daß diese für den gesamten Filtervorgang gilt.

Im dritten Schritt des Filterverfahrens wird die *längste* Teilrundreise durch den Graphen G2, respektive durch die Verzweigungen und über die Bögen laufend, gesucht. Der Begriff der *Länge* bleibt hier diffus und läßt zwei Interpretationen zu. Naheliegend ist es zunächst, die summierten euklidischen Distanzen zwischen den in Folge auf den Bögen liegenden Städten als Grundlage der Längenbestimmung zwischen den Verzweigungen zu nutzen und nach deren Maximierung zu trachten. Der vermittelten Idee des Filterverfahrens würde es jedoch eher entsprechen, die Distanz zwischen zwei Verzweigungen gemäß der Anzahl der auf dem verbindenden Bogen liegenden Städte zu definieren. Dieses Vorgehen würde gewährleisten, daß die größtmögliche Anzahl an Städten in die zu ermittelnde Teilrundreise eingebunden wird. Zwangsläufig sind die Ergebnisse beider Vorgehensweisen zumeist offensichtlich relativ hoch korreliert.

Man interpretiere nun die Verzweigungen in G2 als Knoten eines neuen Graphen G2* und die sie verbindenden Bögen als - mittels einer der erläuterten Distanzfunktionen gewichtete - Kanten desselben. Werden zwei Verzweigungen durch mehr als einen Bogen verbunden, so liege nur der im obigen Sinne längere Bogen der Kante von G2* zugrunde. G2 stellt das Ergebnis einer Ausdünnung der Delaunay-Triangulation mittels Kantenelimination (Filterung) dar; G2* lediglich eine strukturerhaltende Reduktion durch Ignorieren jener Städte, welche den Grad zwei aufweisen (d.h. über zwei Kanten mit dem Graphen als Bestandteile eines Bogens verbunden sind). Die Suche nach der längsten Teilrundreise durch die Verzweigungen von G2 entspricht dann der Bestimmung des längsten Hamiltonischen Zyklus in G2*.

Es ist nun zunächst zu fragen, ob die Existenz eines Hamiltonischen Zyklus in G2* vorausgesetzt werden kann. Aufgrund der Wahrung des zweifachen Zusammenhangs für G2 während der Filterung ist auch G2* noch zweifach zusammenhängend. Obgleich das Fehlen eines zweifachen Zusammenhangs die Existenz eines Hamiltonischen Zyklus ausschließt, gilt nicht vice versa, daß ein zweifacher Zusammenhang seine Existenz sichert.⁸⁶ Das Problem des Nachweises, daß ein Graph hamiltonisch ist, gilt (abgesehen von einigen Sonderfällen)⁸⁷ als NP-vollständig.⁸⁸ Die Autoren gehen jedoch ohne weitere Begründungen davon aus, daß G2* immer einen Hamiltonischen Zyklus enthält. Die Frage, ob dem so ist, kann hier nicht beantwortet werden; Bedenken sind jedoch berechtigt.⁸⁹

Des weiteren ist das Problem, den gemäß der gewählten Distanzfunktion längsten Hamiltonischen Zyklus (respektive die längste Rundreise) in G2* (bzw. den längsten Zyklus über alle Verzweigungsknoten in G2) zu finden, im allgemeinen ebenfalls NP-vollstän-

⁸⁶ Vgl. z.B. CHVÁTAL (1985), S. 405.

⁸⁷ Vgl. z.B. CHVÁTAL (1985), S. 403 ff.; MELAMED/SERGEEV/SIGAL (1989a), S. 1166 ff.

Vgl. z.B. PEEMÖLLER (1984), S. 20 ff.; JOHNSON/PAPADIMITRIOU (1985a), S. 46 ff.; CHVÁTAL (1985), S. 410; SEDGEWICK (1992), S. 721 ff.; REINELT (1994), S. 7 ff.

⁸⁹ Vgl. die Ergebnisse in Abschnitt 5.2.2.1 sowie 4.3, des weiteren PEEMÖLLER (1984).

dig. 90 Ohne einen Hinweis darauf setzen die Autoren ein heuristisches Verfahren zur Ermittlung desselben, respektive einer möglichst guten Annäherung an denselben, ein: Sie bilden ihre erste Teilrundreise durch G2* als "äußeren Rand" von G2. Folgend wenden sie die oben beschriebene Technik der Bogenelimination unter Beachtung von Restriktionen ein, um die Teilrundreise durch die Verzweigungsknoten von G2 zu verlängern. Dabei gehen sie implizit davon aus, daß noch nicht in der ersten Teilrundreise enthaltene Verzweigungsknoten zwangsläufig integriert werden. Angesichts der gesammelten Erfahrungen mit ähnlichen Einfügungstechniken im Rahmen der CHI-Heuristik unter Einsatz von VD-Strukturen scheint die Gewährleistung, daß im Laufe des Verfahrens immer sämtliche Verzweigungsknoten eingebunden werden können, zumindest zweifelhaft. 91 Wie mit gegebenenfalls nicht eingefügten Verzweigungsknoten weiter zu verfahren ist, erläutern die Autoren nicht. Abgesehen davon kann dieses Vorgehen natürlich nicht garantieren, daß die längste Rundreise in G2* identifiziert wird.

Im letzten Schritt des Filterverfahrens liegt in G3 nun eine - nach Auffassung der Autoren strukturell günstige - Teilrundreise durch mehrere Städte des TSP vor. Es gilt nun, die noch nicht angeschlossenen Städte einzubinden. Das zu diesem Zweck von der CCA-Heuristik GOLDEN/STEWARTs (1985) übernommene Einfügungsschema erzeugt zumeist gute Einbindungen; seine Wahl erscheint vor dem Hintergrund empirischer Erfahrungen plausibel. 92 Fraglich ist nur die mit O(n) angegebene Laufzeitkomplexität. Es wird im folgenden Abschnitt 5.3.2.2 erläutert werden, daß für ein Einfügungsverfahren der beschriebenen Art im besten Falle die Laufzeitkomplexität $O(n^2 \log n)$ realisiert werden kann. Nun ist hier allerdings als Besonderheit zu berücksichtigen, daß ein Großteil der Städte des TSP bereits in eine vorliegende Rundreise eingebunden ist. Folglich betrifft die Anwendung des Einfügungsverfahrens nur die verbleibenden Städte. Die Autoren treffen allerdings keine Aussage zu deren Anzahl; somit muß davon ausgegangen werden, daß sie im "worst case" noch immer gegen n tendieren könnte. Eine lineare Laufzeitkomplexität könnte ohnehin nur realisiert werden, wenn - unabhängig von Größe und Struktur des jeweiligen TSP - immer nur noch eine einzige Stadt abschließend einzufügen wäre. Dies dürfte wohl auszuschließen sein.

Es bleibt an dieser Stelle des weiteren die Frage offen, warum die Autoren das Potential der VD-Struktur zur Verringerung der Anzahl notwendiger Prüfungen (respektive der Rechenzeit) im Rahmen des ihre Heuristik beschließenden Einfügungsverfahrens nicht nutzen. Die Delaunay-Struktur wurde bereits für den ersten Verfahrensschritt berechnet und liegt vor. Somit wäre es naheliegend, Techniken, wie sie z.B. von REINELT oder im folgenden Abschnitt 5.3 präsentiert werden, einzusetzen.⁹³

Die von den Autoren durchgeführten empirischen Tests des Filterverfahrens müssen in vielfacher Hinsicht kritisiert werden:

• Es wurden lediglich zehn TSP mit jeweils 100 Städten für den Test verwandt. Der geringe Umfang dieser Stichprobe legitimiert keinesfalls die pauschale Feststellung

⁹⁰ Vgl. z.B. REINELT (1994), S. 31.

⁹¹ Vgl. Abschnitt 5.3.1.

⁹² Vgl. die Ergebnisse in Abschnitt 5.3.1.2 bzw. 5.3.1.3.

⁹³ Vgl. z.B. REINELT (1989); REINELT (1994), S. 82 ff.; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 38 ff. oder Abschnitt 5.3.

der Autoren, ihre Heuristik sei aufgrund des geringeren Mittelwertes der prozentualen Länge der ermittelten Rundreisen über dem Optimum leistungsfähiger als das CCA-Verfahren von GOLDEN/STEWART (1985).⁹⁴ Auch die aus der geringeren Streuung der Ergebnisse abgeleitete Aussage, das Filterverfahren sei "robuster" als die CCA-Technik, kann aus diesem Grund nicht akzeptiert werden.

- Die Testprobleme weisen sämtlich dieselbe Größe auf. Eine sinnvolle empirische Prüfung einer Heuristik sollte immer Probleme unterschiedlicher Größe einschließen, um den eventuellen Einfluß der Problemgröße auf die Leistungsfähigkeit und Laufzeit der Heuristik ausweisen zu können.
- Über die strukturellen Eigenschaften der Testprobleme wird keine Aussage getroffen. Es bleibt offen, ob die Städte in den zehn TSP z.B. gleichverteilt oder in Form von Clustern in der Ebene liegen. Wiederum ist anzumerken, daß im Rahmen der empirischen Untersuchung einer Heuristik auch der Einfluß der Form der Verteilung der Städte im Raum auf die Leistungsfähigkeit (und ggf. Laufzeit) des Verfahrens berücksichtigt werden sollte.
- Die Testprobleme werden von den Autoren als "Standardprobleme" bezeichnet. Allerdings wird weder eine Bezugsquelle angegeben, noch werden die Probleme namentlich so benannt, daß ein Außenstehender sie als spezifische, in der Literatur allgemein akzeptierte "Standardtestprobleme" identifizieren könnte. Somit ist die Nachprüfbarkeit der präsentierten Ergebnisse praktisch nicht gegeben. Es stellt sich die Frage, warum keine Probleme aus der seit Anfang der neunziger Jahre verfügbaren TSPLIB von REINELT verwandt wurden.95

Zusammenfassend ist festzuhalten, daß die Grundidee des Verfahrens - das Ausdünnen einer Delaunay-Triangulation durch regelbasierte Kantenelimination und die anschließende Rundreisekonstruktion durch den Restgraphen - als attraktive Form der Nutzung der Eigenschaften der VD-Strukturen für eine Heuristik bezeichnet werden kann. Die vage - und oben kritisierte - Beschreibung dieses Filterverfahrens durch SE-GAL/ZHANG/TSAI (1991) erlaubt jedoch keine abschließende Beurteilung der Leistungsfähigkeit dieser Heuristik. Dieselbe könnte nur durch eine erneute Implementierung und umfangreiche Tests überprüft werden. Aufgrund der unzureichenden Beschreibung der Autoren könnte dabei allerdings nicht gewährleistet werden, daß deren Verfahren exakt reproduziert wird. Zudem böte es sich an, die Heuristik in einigen Punkten zu verbessern, so z.B. hinsichtlich der Realisierung des abschließenden Einfügungsverfahrens.

Nachdem nunmehr einige Konzepte zur heuristischen Nutzung von VD-Strukturen in der Literatur skizziert sowie die Arbeit von SEGAL/ZHANG/TSAI (1991) intensiver betrachtet wurden, sollen im folgenden - in Anwendung auf die klassische "Convex Hull Insertion"-Heuristik sowie ein einfaches Verbesserungsverfahren, die "Node Insertion"-Heuristik - eigene Ansätze entwickelt und evaluiert werden. Dazu erweist es sich jedoch zunächst als notwendig, die im Mittelpunkt der Betrachtungen stehende "Convex Hull Insertion"-Heuristik sorgfältig zu beschreiben und hinsichtlich ihrer Leistungsfähigkeit einzuschätzen.

⁹⁴ Vgl. GOLDEN/STEWART (1985), S. 227 ff.

⁹⁵ Vgl. REINELT (1990a); REINELT (1991a); REINELT (1991d), S. 376 ff.; REINELT (1995).

- 5.3. Überlegungen zur heuristischen Nutzung von Voronoi-/ Delaunay-Strukturen am Beispiel eines Eröffnungs- und eines Verbesserungsverfahrens
- 5.3.1. Die Nutzung von Voronoi-/Delaunay-Strukturen am Beispiel eines Eröffnungsverfahrens: "Convex Hull Insertion"-Heuristik

5.3.1.1. Konzept und historische Entwicklung

In diesem Abschnitt soll zum ersten zunächst ein *generalisiertes Konzept* der "Convex Hull Insertion"-Heuristik (CHI-Heuristik) erörtert werden, um die Grundlagen für die nachfolgenden Ausführungen bereitzustellen. Zum zweiten wird im Anschluß daran die *Entwicklung* der CHI-Heuristik von den grundsätzlichen Ideen bis hin zum heutigen Verständnis skizziert. Dabei wird aufgezeigt, daß die verschiedenen Fassungen derselben sich unter dem hier eingeführten generalisierten Konzept als verschiedene Parametrisierungen auffassen lassen.

Auf die detaillierte Angabe von Literaturquellen wird bei der Darstellung des generalisierten Konzeptes zunächst weitgehend verzichtet. Dieselben werden bei der Diskussion der historischen Entwicklung der CHI-Heuristik genannt.⁹⁶

Die Grundidee der CHI-Heuristik besteht darin, den Rand der konvexen Hülle der Städte des TSP bzw. die ihn bildenden Städte als eine erste Teilrundreise aufzufassen. Im weiteren wird dann die vollständige Rundreise gebildet, indem schrittweise die noch nicht in der Teilrundreise enthaltenen Städte in dieselbe eingefügt werden. Dabei sind bei jeder Einfügung zwei Entscheidungen zu treffen: Zum einen ist die einzufügende Stadt k zu bestimmen; zum anderen müssen die beiden Städte i und j (respektive die durch sie gebildete Kante) ermittelt werden, zwischen welche die ausgewählte Stadt k eingefügt werden soll. - Aus dieser allgemeinen Darstellung läßt sich unter Berücksichtigung der nachfolgend erläuterten Parameter Modus, Vorauswahlverfahren (VAV) und Endauswahlverfahren (EAV) der Algorithmus der generalisierten klassischen CHI-Heuristik detailliert entwickeln:

- Bestimmung des Randes der konvexen Hülle der Städte des TSP als erste Teilrundreise.⁹⁷
- 2. Wiederholung der folgenden Schritte, bis sämtliche noch nicht eingebundenen Städte in die Teilrundreise bzw. abschließend: Rundreise eingebunden sind:

Vgl. bzgl. eines Überblicks zur klassischen CHI-Heuristik NICHOLSON (1968), S. 445 ff.; WIOR-KOWSKI/MCELVAIN (1975), S. 181 ff.; OR (1976); NORBACK/LOVE (1977), S. 1208 ff.; STEWART (1977), S. 75 ff.; NORBACK/LOVE (1979), S. 363 ff.; GOLDEN/BODIN/DOYLE/STEWART (1980), S. 698 f.; GOLDEN/STEWART (1985), S. 215 ff.; REINELT (1994), S. 88.

Vgl. zu den gängigen Verfahren zur Ermittlung der konvexen Hülle einer Punkteschar im zweidimensionalen Raum z.B. SEDGEWICK (1992), S. 411 ff.. Der Aufwand für die Ermittlung der konvexen Hülle beträgt i.a. O(n log n); im durchschnittlichen Fall kann mittels der bei SEDGEWICK (1992) beschriebenen Verfahren eine lineare Laufzeit realisiert werden. Wurde bereits eine VD-Struktur ermittelt, so läßt sich aus dieser die konvexe Hülle mit einem Aufwand von O(n) ableiten, vgl. Abschnitt 4.2.2.

- a) Vorauswahl bei Parametrisierung mit Modus "A": Für jede aus den Städten i und j gebildete Kante der aktuellen Teilrundreise wird jene noch nicht eingebundene Stadt k bestimmt, welche das Zielkriterium des VAV je nach gewähltem VAV minimiert oder maximiert. Es ergibt sich eine der Zahl der Kanten der vorliegenden Teilrundreise entsprechende Anzahl von Tripeln (k^*, i^*, j^*) . Es wird mit Teilschritt 2 c) fortgefahren.
- b) Vorauswahl bei Parametrisierung mit Modus "B": Für jede noch nicht eingebundene Stadt k wird jene von den Städten i und j gebildete Kante der aktuellen Teilrundreise bestimmt, welche das Zielkriterium des VAV je nach gewähltem VAV minimiert oder maximiert. Es ergibt sich eine der Zahl der noch nicht eingebundenen Städte entsprechende Anzahl von Tripeln (k^*, i^*, j^*) . Es wird mit Teilschritt 2 c) fortgefahren.
- c) Endauswahl: Aus den je nach vorgegebenem Modus gebildeten Tripeln (k^*, i^*, j^*) wird jenes selektiert, welches das Zielkriterium des EAV je nach gewähltem EAV minimiert oder maximiert. Folgend wird die Stadt k in die vorliegende Teilrundreise zwischen den Städten i und j eingefügt; es entstehen die neuen Kanten (i, k) sowie (k, j), während die Kante (i, j) eliminiert wird.
- d) Sofern noch nicht in die vorliegende Teilrundreise eingebundene Städte existieren (bzw. noch keine vollständige Rundreise vorliegt), wird je nach als Parameter vorgegebenem Modus mit dem Teilschritt 2 a) bzw. 2 b) fortgefahren.

Wie bereits aus der Beschreibung des Algorithmus ersichtlich ist, kann der Parameter Modus nur die beiden Werte "A" und "B" annehmen. Er steuert die Art der Bildung der Tripel in der Vorauswahl: Beim Modus "B" sind die noch nicht eingebundenen Städte die Objekte, aus deren Sicht die Kanten der vorliegenden Teilrundreise untersucht werden; für eine jede noch nicht eingebundene Stadt wird jene Kante zur Bildung des Tripels ausgewählt, die das Zielkriterium des VAV am besten erfüllt. Beim Modus "A" hingegen wird für jede Kante die noch nicht eingebundene Stadt gesucht, welche das Zielkriterium des VAV maximiert bzw. minimiert. Es wird später gezeigt, daß die Wahl des Modus einen erheblichen Einfluß auf die Leistungsfähigkeit der CHI-Heuristik hat.

Es ist nun im weiteren notwendig, die ebenfalls als Parameter der Heuristik eingesetzten Verfahren für die Vor- und Endauswahl genauer zu spezifizieren. Es werden hier vier Verfahren eingeführt, die im weiteren untersucht werden sollen; dieselben werden zunächst in der Tab. 21 wiedergegeben. Die Variable $d_{i,j}$ ist dabei als die euklidische Distanz zwischen den Städten i und j eines TSP aufzufassen. Neben der Bezeichnung, der Berechnungsvorschrift und der Angabe, ob die jeweilige Größe zu minimieren oder zu maximieren ist, wird die im weiteren verwendete Kodierung des jeweiligen Verfahrens in Abhängigkeit vom gewählten Modus bezeichnet. Jedes der vier Verfahren kann dabei als Vor- oder (im Sinne von und/oder) Endauswahlverfahren eingesetzt werden. Damit ergeben sich 16 mögliche Kombinationen aus Vor- und Endauswahlverfahren; unter Berücksichtigung des gewählten Modus sind somit 32 mögliche Parametrisierungen der Heuristik zu untersuchen.

Es ist natürlich möglich, zahlreiche weitere Verfahren für die Vor- und Endauswahl, respektive Zielkriterien, zu bilden. Wie später gezeigt wird, hängt die Leistungsfähigkeit der CHI-Heuristik auch in erheblichem Umfang von der sinnvollen Wahl bzw. Kombination derselben ab.

Bezeichnung Verfahren	Berechnung Zielkriterium	Zielvor- schrift	Kodierung Modus A	Kodierung Modus B
Cheapest Insertion	$d_{i,k} + d_{j,k} - d_{i,j}$	min!	1	7
Relative Insertion	$\frac{d_{i,k} + d_{j,k}}{d_{i,j}}$	min!	2	8
Ratio Insertion	$(d_{i,k} + d_{j,k} - d_{i,j}) \times \left(\frac{d_{i,k} + d_{j,k}}{d_{i,j}}\right)$	min!	3	9
Greatest Angle Insertion	$a\cos\left(\frac{d_{i,k}^{2} + d_{j,k}^{2} - d_{i,j}^{2}}{2d_{i,k}d_{j,k}}\right)$	max!	4	10

Tab. 21: Verfahren für die Vor- und Endauswahl (VAV, EAV) im Rahmen der generalisierten klassischen CHI-Heuristik.⁹⁹

Die vier hier im Rahmen der Vor- bzw. Endauswahl einsetzbaren und in Tab. 21 aufgeführten Zielkriterien sollen nun etwas detaillierter motiviert werden:

- "Cheapest Insertion": Der Grundgedanke dieses Verfahrens bzw. seines Zielkriteriums ist es, eine vorliegende Teilrundreise durch die vorzunehmende Einfügung einer weiteren Stadt so wenig wie möglich zu verlängern. Diese recht triviale Idee ist relativ alt und findet sich bereits in zahlreichen vor der CHI-Heuristik entwickelten Einfügungsverfahren; so prägt sie z.B. auch die bekannte "Savings"-Heuristik von CLARKE/WRIGHT (1964).¹⁰⁰
- "Relative Insertion": Dieses Verfahren bzw. sein Zielkriterium löst sich davon, den absoluten Längenzuwachs der Teilrundreise durch die Einfügung einer Stadt zur Entscheidung heranzuziehen, sondern bildet die Relation aus den Längen der durch die Einfügung neu hinzukommenden und der wegfallenden Kante. Es wird das Tripel mit der minimalen Relation ausgewählt.
- "Ratio Insertion": Dieses Verfahren geht auf OR (1976) zurück. 102 Es kombiniert die Zielkriterien "Cheapest Insertion" und "Relative Insertion" multiplikativ, d.h. es

-

Vgl. zu den Literaturquellen für die einzelnen Zielkriterien die entsprechende Kommentierung im Text. Die inkonsistent erscheinende Numerierung der Kodierungen für die Verfahren unter den beiden Modi hat entwicklungshistorische Gründe.

Vgl. CLARKE/WRIGHT (1964), S. 568 ff.; des weiteren zur Verwendung im Rahmen von Einfügungsverfahren z.B. ROSENKRANTZ/STEARNS/LEWIS (1977), S. 570 ff.; GOLDEN/BODIN/DOYLE/STEWART (1980), S. 696 ff.; JOHNSON/PAPADIMITRIOU (1985b), S. 156 ff.; GOLDEN/STEWART (1985), S. 215 ff.; SPRESSER (1989), S. 836 ff.; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 14 ff.; REINELT (1994), S. 82 ff.

Vgl. zu den Literaturquellen für die "Relative Insertion" die nachfolgende Darstellung der Entwicklung der klassischen CHI-Heuristik.

¹⁰² Vgl. OR (1976).

wird das Produkt des Längenzuwachses der Teilrundreise durch die Einfügung und der Relation der Länge der neu hinzukommenden Kanten zur Länge der wegfallenden Kante gebildet.

• "Greatest Angle Insertion": Das verwendete Zielkriterium ist der Winkel, welcher von den beiden durch die Einfügung einer Stadt zur vorliegenden Teilrundreise hinzukommenden Kanten gebildet wird. Dieser soll maximiert, d.h. möglichst flach bzw. stumpf gewählt werden. NORBACK/LOVE (1977), auf welche dieses Zielkriterium zurückgeht, motivieren ihre Wahl nicht.¹⁰³ Eine ausgiebige optische Prüfung von Rundreisen für das TSP bestätigt allerdings, daß dieselben zumeist stumpfe (durch die Kanten gebildete) Winkel aufweisen.¹⁰⁴ Eine umfassendere Untersuchung dieses Sachverhaltes, bei welcher die Länge nach verschiedenen Verfahren bestimmter Rundreisen mit den auftretenden (durch die Kanten gebildeten) Winkeln verglichen wurde, zeigt eine signifikante Korrelation zwischen den beiden Merkmalen auf.¹⁰⁵

Vollzieht man die historische Entwicklung der CHI-Heuristik nach, so ist es für eine Literaturretrospektive zunächst bedeutungsvoll, daß dieselbe eigentlich nur aus einer Ergänzung der klassischen Einfügungsverfahren um die Nutzung der Städte auf dem Rand der konvexen Hülle des TSP als erster Teilrundreise besteht. In diesem Sinne stellt das oben dargestellte Konzept - wenn man denn auf den Rand der konvexen Hülle als erste Teilrundreise verzichtet - auch ein generalisiertes Konzept der Einfügungsverfahren dar.

Die erstmalige Verwendung von Einfügungsverfahren erweist sich als in der Literatur schwer nachweisbar. Das grundlegende Konzept, mit einer - wie auch immer bestimmten - Teilrundreise zu beginnen und nach diversen Kriterien sukzessive weitere Städte einzubeziehen, ist so trivial und allgemein, daß seine Herausstellung als "Neuigkeit" nicht unbedingt zwingend erscheint. MÜLLER-MERBACH (1970) identifiziert die erstmalige Erwähnung bei BOLDYREFF (1955), weist aber auch auf die Verdienste von THÜ-RING (1959), THÜRING (1961) und WOITSCHACH/ELSÄSSER (1959) hin. 106 Die Verwandtschaft zwischen dem TSP und der Tourenplanung wurde ausgiebig im Abschnitt 3 erläutert. Auch eines der bekanntesten Verfahren der Tourenplanung, der Savings-Algorithmus von CLARKE/WRIGHT (1964) kann als Variante eines (auch zur Lösung des TSP verwendbaren) Einfügungsverfahrens aufgefaßt werden. Einfügungsverfahren zählen inzwischen zum klassischen heuristischen Repertoire und sind hinreichend in der Literatur charakterisiert und untersucht worden. 109

¹⁰³ Vgl. NORBACK/LOVE (1977), S. 1210 f.

Vgl. z.B. entsprechend bereits BARACHET (1957), S. 851 f.; des weiteren KROLAK/FELTS/ MARBLE (1971), S. 329. Diese Autoren beschreiben "gute" Rundreisen als glatt ("smooth") wirkend und sehr spitze Winkel überwiegend vermeidend.

Die Ergebnisse dieser Untersuchung werden hier nicht detailliert wiedergegeben; vgl. zu einer etwas eingehenderen Darstellung aber auch Abschnitt 4.3.3.

Vgl. MÜLLER-MERBACH (1970), S. 73 f.; BOLDYREFF (1955); THÜRING (1959), S. 3 ff.;
 WOITSCHACH/ELSÄSSER (1959), S. 928 ff.; THÜRING (1961), S. 147 ff.

Vgl. z.B. GOLDEN/BODIN/DOYLE/STEWART (1980), S. 696; REINELT (1994), S. 94 ff.; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 19 ff.

¹⁰⁸ Vgl. CLARKE/WRIGHT (1964), S. 568 ff.

Vgl. vertiefend zu Einfügungsverfahren z.B. NICHOLSON (1967), S. 363 ff.; ROSENKRANTZ/ STEARNS/LEWIS (1977), S. 570 ff.; GOLDEN/BODIN/DOYLE/STEWART (1980), S. 696 ff.;

Die besondere Bedeutung der den Rand der konvexen Hülle eines TSP bildenden Städte erkannt zu haben ist ein Verdienst, der von GOLDEN/STEWART (1985) bereits FLOOD (1956) zugeschrieben wird. Dieser zeigte allerdings lediglich die Kreuzungsfreiheit einer optimalen Rundreise als eine der wesentlichen zu seiner Zeit vorliegenden Erkenntnisse über das TSP auf. Aus der Kreuzungsfreiheit folgerte BARACHET (1957), daß, wenn sämtliche Städte eines TSP auf dem Rand eines konvexen Polyeders liegen, der Rand dessen konvexer Hülle die optimale Rundreise sei. BELLMORE/NEMHAUSER (1968) leiteten aus dieser Feststellung und der nachgewiesenen Kreuzungsfreiheit das Theorem ab, daß die auf dem Rand der konvexen Hülle eines TSP liegenden Städte in der optimalen Rundreise zwangsläufig in derselben Reihenfolge erscheinen müssen wie auf dem Rand der konvexen Hülle. Sie äußerten bereits die Ansicht, daß diese beiden Erkenntnisse der Verbesserung zahlreicher zu ihrer Zeit vorliegender Heuristiken dienen könnten.

Vollzieht man nun unter Berücksichtigung dieser beiden grundlegenden Konzepte - den Einfügungsverfahren im allgemeinen und der Erkenntnis der Besonderheit der auf dem Rand der konvexen Hülle liegenden Städte eines TSP - die Geschichte der klassischen CHI-Heuristik nach, so erscheinen folgende Publikationen bzw. Autoren erwähnenswert:

- Einer der frühen Vorläufer der klassischen CHI-Heuristik findet sich in der deutschen Literatur.¹¹⁴ Das Verfahren von THÜRING (1959, 1961) beginnt mit dem sogenannten "Umfassungsweg", welcher vom Autor wie folgend charakterisiert wird:¹¹⁵
 - "S a t z 2: Der Umfassungsweg U mit minimaler Punktzahl ist für die auf ihm liegenden Punkte der kürzeste Rundreiseweg. Definition von U: Alle nicht auf U liegenden Punkte der gegebenen Punktmenge müssen im Inneren der von U eingeschlossenen Fläche liegen; U muß außerdem von allen möglichen Wegen der letzteren Eigenschaft die kleinste Punktmenge enthalten."¹¹⁶

Diese Definition ist formal anders als jene des Randes der konvexen Hülle, entspricht ihr aber inhaltlich.¹¹⁷ Die Tatsache, daß THÜRING (1959, 1961) den "Umfassungsweg" als erste Teilrundreise verwendet, gestattet es, ihn - ungeachtet der Tatsache,

JOHNSON/PAPADIMITRIOU (1985b), S. 156 ff.; GOLDEN/STEWART (1985), S. 215 ff.; SPRESSER (1989), S. 836 ff.; LAPORTE (1992a), S. 242; BENTLEY (1992), S. 396 ff.; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 14 ff.; REINELT (1994), S. 82 ff.

- ¹¹⁰ Vgl. GOLDEN/STEWART (1985), S. 215.
- ¹¹¹ Vgl. FLOOD (1956), S. 64.
- Vgl. BARACHET (1957), S. 841 f. Eine Erweiterung dieses polynomial lösbaren Sonderfalles stellen DEINEKO/VAN DAL/ROTE (1994) dar, die zeigen, daß ein TSP, bei welchem die innerhalb des Randes der konvexen Hülle liegenden Städte auf einer Geraden liegen ("convex-hull-and-line-TSP"), gleichfalls mit polynomialem Aufwand lösbar ist. Vgl. mit einer Übersicht weiterer mit polynomialem Aufwand lösbarer Fälle des euklidischen TSP BURKARD/DEINEKO/VAN DAL/VAN DER VEEN/WOEGINGER (1995), S. 15 ff.
- Vgl. BELLMORE/NEMHAUSER (1968), S. 540. HELLMANN (1984), S. 63, weist darauf hin, daß bereits GONZALES (1962) diese Eigenschaft erkannt habe. Die Quelle erwies sich leider als nicht beschaffbar, so daß der Sachverhalt nicht nachgeprüft werden konnte.
- ¹¹⁴ Vgl. im folgenden THÜRING (1959), S. 3 ff.; THÜRING (1961), S. 147 ff.
- Diese Charakterisierung deckt sich mit der Erkenntnis von BARACHET (1957), S. 841 f.
- ¹¹⁶ THÜRING (1961), S. 147.
- Vgl. z.B. die Definition der konvexen Hülle bei SEDGEWICK (1992), S. 411 ff., insbesondere S.
 414. Zweifelhaft bleibt allein die Zuordnung jener Punkte, die keine Ecke des konvexen Polyeders bilden, aber trotzdem auf dem Rand desselben (einer durch zwei Eckpunkte gebildeten Geraden) liegen.

daß er die spezielle Bedeutung der konvexen Hülle für das TSP nicht erkennt - in dieser Hinsicht als Pionier der klassischen CHI-Heuristik zu bezeichnen, obgleich seine Arbeit - von den Würdigungen ANGERMANNs (1963) und MÜLLER-MER-BACHs (1970, 1973) abgesehen - später offensichtlich dem Vergessen anheimfiel. Die sukzessive Einfügung der noch nicht eingebundenen Städte in die durch den Umfassungsweg gebildete erste Teilrundreise findet bei THÜRING (1959, 1961) nach einem komplexen Regelwerk statt, welches hier nicht detailliert dargestellt werden soll. Der grundlegende Geist desselben entspricht jedoch der Intention der "Cheapest Insertion". - THÜRING (1959) behauptete, daß sein Verfahren immer zur optimalen Rundreise führe; er wurde mehrfach angegriffen und widerlegt, erklärte daraufhin die vorgelegten Gegenbeispiele als selten auftretende Sonderfälle und verkomplizierte sein Verfahren in THÜRING (1961) noch einmal erheblich, um diese mit abzudecken. 119

- In der angloamerikanischen Literatur scheint NICHOLSON (1968) einer der ersten zu sein, welcher die auf dem Rand der konvexen Hülle liegenden Städte des TSP als erste Teilrundreise im Rahmen eines Einfügungsverfahrens gebrauchte. Nach einem Verweis auf die besondere Bedeutung der konvexen Hülle für das TSP erläutert der Autor, daß in einer Anzahl von $(n-n_{ch})$ Iterationen jeweils eine noch nicht in die Teilrundreise eingefügte Stadt so in dieselbe eingebunden wird, daß ein minimaler Zuwachs an Teilrundreiselänge realisiert wird. Dieses Verfahren ist somit im Rahmen der oben erläuterten generalisierten CHI-Heuristik je nach Implementierung den Parametrisierungen 1-1, Modus A, bzw. 7-7, Modus B zuzuordnen. Dabei sind VAV und EAV als "Cheapest Insertion" identisch.
- Die Publikationen von WIORKOWSKI/MCELVAIN (1975) und OR (1976) bilden mit den Anfang einer umfangreicheren heuristischen Nutzung des Randes der konvexen Hülle des TSP zur Bildung einer ersten Teilrundreise. 121 OR (1976) fügt die verbleibenden Städte in dieselbe nach dem von ihm eingeführten "ratio times difference insertion"-Zielkriterium ein, welches der hier verwendeten "Ratio Insertion" entspricht. Dabei wird nicht zwischen VAV und EAV differenziert: Eine jede noch nicht eingebundene Stadt wird in einer Iteration gegen sämtliche Kanten der jeweils vorliegenden Teilrundreise geprüft und jenes Tripel zur Einfügung verwendet, welches den minimalen Wert des Zielkriteriums realisiert. Entsprechend ist dieses Konzept im Rahmen der generalisierten CHI-Heuristik je nach Implementierung unter den Parametrisierungen 3-3, Modus A, bzw. 9-9, Modus B, einzuordnen.
- Das Konzept der klassischen CHI-Heuristik wird wiederholt trotz früherer Quellen - auf NORBACK/LOVE (1977, 1979) zurückgeführt.¹²² Zweifelsohne publizierten die Autoren jedoch erstmalig das Konzept des Zielkriteriums "Greatest

¹¹⁸ Vgl. ANGERMANN (1963), S. 141; MÜLLER-MERBACH (1970), S. 76; MÜLLER-MERBACH (1973), S. 297.

Hier zusammengefaßt entsprechend dem Kommentar von MÜLLER-MERBACH (1973), S. 297, vgl. auch THÜRING (1961), S. 147 ff. unter Nennung der Kritiker und der Kritikpunkte.

¹²⁰ Vgl. NICHOLSON (1968), S. 445 ff.

¹²¹ Vgl. WIORKOWSKI/MCELVAIN (1975), S. 181 ff.; OR (1976), vgl. im folgenden OR (1976).

Vgl. z.B. im folgenden NORBACK/LOVE (1977), S. 1208 ff.; NORBACK/LOVE (1979), S. 363 ff.; auf NORBACK/LOVE (1977, 1979) wird die klassische CHI-Heuristik beispielsweise von GOLDEN/BODIN/DOYLE/STEWART (1980), S. 698 f. zurückgeführt.

Angle" (unter dem Begriff "Largest Angle Insertion"). 123 Sie untersuchen in einer Iteration alle durch Kanten der vorliegenden Teilrundreise und noch nicht eingefügte Städte gebildeten Dreiecke im Hinblick auf den Einfügungswinkel im Sinne des Zielkriteriums "Greatest Angle" und fügen dann jene Stadt in jene Kante der vorliegenden Teilrundreise ein, welche gemeinsam als Tripel den größten Winkel realisieren. Ihr Algorithmus verwendet damit ein einheitliches VAV und EAV; im hier vorgestellten generalisierten Konzept kann es - je nach Implementierung - unter den Parametrisierungen 4-4, Modus A, sowie 10-10, Modus B, eingeordnet werden. 124 NORBACK/LOVE (1977) stellen mit der "Most Eccentric Ellipse Method" darüber hinaus ein weiteres Zielkriterium für die Einfügungen im Rahmen der klassischen CHI-Heuristik vor. 125 Die Städte i und j einer Kante der vorliegenden Teilrundreise sowie eine noch nicht eingefügte Stadt k werden dabei als Charakterisierung einer Ellipse mit den Brennpunkten i und j und k als Außenpunkt (Gärtnerkonstruktion) aufgefaßt. Deren Exzentrizität wird von den Autoren zu $d_{i,i}/(d_{i,k}+d_{i,k})$ berechnet. Diese Exzentrizität wird in einer Iteration für sämtliche möglichen Tripel bestimmt; jenes Tripel, welches die größte Exzentrizität (und damit die flachste bzw. kreisunähnlichste Ellipse) realisiert, determiniert die vorzunehmende Einfügung. Es ist unschwer zu erkennen, daß das Zielkriterium "Exzentrizität" den Kehrwert des hier vorgestellten Zielkriteriums "Relative Insertion" darstellt; entsprechend der Reziprozität ist ersteres Zielkriterium zu maximieren, letzteres jedoch - vgl. Tab. 21 - zu minimieren. Da VAV und EAV auch hier identisch sind, kann dieses Vorgehen - je nach Implementierung - bezüglich der hier vorgestellten generalisierten klassischen CHI-Heuristik unter den Parametrisierungen 2-2, Modus A, oder 8-8, Modus B, eingeordnet werden. 126

- STEWART (1977) beschrieb unter dem Titel "Convex Hull Insertion Procedure" ein Verfahren, welches nach Bestimmung des Randes der konvexen Hülle aus Sicht der nicht eingefügten Städte zweistufig ("Insertion" und "Selection") dieselben nach dem VAV "Cheapest Insertion" und dem EAV "Relative Insertion" bis zur Vollendung einer Rundreise einfügte. Dies entspricht unter dem hier vorgestellten generalisierten Konzept der klassischen CHI-Heuristik der Parametrisierung 7-2, Modus B.¹²⁷
- GOLDEN/STEWART (1985) stellten unter der Bezeichnung "CCAO procedure" erstmals die erfolgreichste VAV-EAV-Kombination der klassischen CHI-Heuristik vor: Die Kombination "Cheapest Insertion" "Greatest Angle".¹²⁸ Die Beschreibung ihrer Implementierung entspricht der Parametrisierung 7-10, Modus B, des hier vorgestellten generalisierten Konzeptes der klassischen CHI-Heuristik. Das Verfahren der Autoren sieht allerdings zusätzlich den nachgeschalteten Einsatz eines Ver-

NORBACK/LOVE (1977), S. 1210, weisen jedoch darauf hin, daß dieses Konzept u.U. von Dr. J. Munson bereits im Jahre 1972 vorgestellt wurde. Sie sahen sich allerdings nicht in der Lage, Beschreibungen von Munsons Algorithmus zu beschaffen.

Vgl. zur Einordnung jedoch auch den Vergleich der erzielten Lösungsqualitäten in Abschnitt 5.3.1.2.

¹²⁵ Vgl. NORBACK/LOVE (1977), S. 1212 ff.

Vgl. zur Einordnung jedoch auch den Vergleich der erzielten Lösungsqualitäten in Abschnitt 5.3.1.2.

¹²⁷ Vgl. STEWART (1977), hier zitiert nach GOLDEN/STEWART (1985), S. 217.

Vgl. GOLDEN/STEWART (1985), S. 227 ff.; die hier vorgenommene Bewertung als "erfolgreichste VAV-EAV-Kombination" wird in Abschnitt 5.3.1.2 validiert.

besserungsverfahrens, der "Or-opt"-Prozedur vor. 129 Da hier nur die Untersuchung der klassischen CHI-Heuristik im Vordergrund steht, soll darauf nicht weiter eingegangen werden. GOLDEN/STEWART (1985) zeigen jedoch in diesem Rahmen auf, daß die grundlegende Möglichkeit der Kombination von Verbesserungsverfahren mit der CHI-Heuristik eine Option auf sehr gute Lösungsqualitäten darstellen kann.

Diese "Entwicklungsgeschichte" der klassischen CHI-Heuristik sei um einige Anmerkungen zum Worst-Case-Verhalten derselben bezüglich der zu erwartenden Rundreiselänge ergänzt. Zunächst scheint es denkbar, die vorliegenden Erkenntnisse bezüglich des Worst-Case-Verhaltens von Einfügungsverfahren auf die CHI-Heuristik zu übertragen. 130 So wurde z.B. für ein mit identischem VAV und EAV "Cheapest Insertion" (hier unter Vernachlässigung des Randes der konvexen Hülle je nach Implementierung Parametrisierung 1-1, Modus A oder 7-7, Modus B) oder "Nearest Insertion" 131 arbeitendes Einfügungsverfahren über eine Verwandtschaft des Vorgehens zur Konstruktion des minimal spannenden Baumes nachgewiesen, daß die sich ergebende Rundreise maximal zweimal so lang wie die optimale Rundreise sein kann. 132 WARBURTON (1993) zeigt allerdings, daß diese Worst-Case-Schranke für die mit denselben identischen VAV und EAV arbeitende CHI-Heuristik nicht gültig ist. Hier kann die sich ergebende Rundreise maximal die dreifache Länge der optimalen Rundreise aufweisen.¹³³ - YANG (1988) untersucht die von NORBACK/LOVE (1977) vorgestellte CHI-Variante, welche mit den identischen VAV und EAV "Greatest Angle" arbeitet (hier je nach Implementierung Parametrisierung 4-4, Modus A, oder 10-10, Modus B). 134 Der Autor kommt zu dem noch ungünstigeren Ergebnis, daß hier keine beschränkende Konstante existiert, welche die sich ergebende Rundreiselänge ins Verhältnis zur optimalen Rundreiselänge setzt. Er zeigt an einem konkreten (wenngleich mit diesem Ziel konstruierten) TSP mit n = 414Städten, daß die sich ergebende Rundreiselänge die Länge der optimalen um mehr als das hundertfache übersteigt. - Obgleich diese exemplarisch genannten Ergebnisse verschiedener Worst-Case-Analysen zur klassischen CHI-Heuristik sehr ungünstig ausfallen, wird die im folgenden Abschnitt empirisch validierte Leistungsfähigkeit bezüglich der Lösungsqualität gute Ergebnisse aufzeigen. Zudem existiert bislang noch keine probabilistische Analyse der Leistungsfähigkeit der CHI-Heuristik im Hinblick auf die sich ergeben-

Es handelt sich um ein Kantenaustauschverfahren; mithin um die Modifikation eines 3-opt-Verfahrens, vgl. OR (1976), des weiteren GOLDEN/STEWART (1985), S. 220 f.; PERTTUNEN (1994), S. 1133; zu Kantenaustauschverfahren i.a. DOMSCHKE (1990), S. 98 ff.; LAPORTE (1992a), S. 243 ff.; BENTLEY (1992), S. 399 ff.; PERTTUNEN (1994), S. 1132 ff.; REINELT (1994), S. 105 ff.; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 23 ff.; GLOVER (1996b), S. 169 ff.

¹³⁰ So z.B. STEWART (1981).

In die vorliegende Teilrundreise wird stets jene Stadt k eingefügt, die zu einer bereits eingebundenen Stadt j die geringste Distanz d_{k,j} aufweist. Die Stadt k wird so in die Teilrundreise eingefügt, daß sie deren Länge geringstmöglich erhöht. Der "Nearest Addition"-Algorithmus ist eine etwas einfachere Variante, bei der k immer hinter (oder wahlweise) vor j in die Teilrundreise eingefügt wird. Vgl. z.B. JOHNSON/PAPADIMITRIOU (1985b), S. 157; REINELT (1994), S. 82.

Vgl. z.B. ROSENKRANTZ/STEARNS/LEWIS (1977), S. 570 ff.; JOHNSON/PAPADIMITRIOU (1985b), S. 155 ff.; REINELT (1994), S. 84.

Vgl. WARBURTON (1993), S. 37 ff. Der Autor weist nach, daß diese Ergebnisse auch für die Manhattan-Distanz (City-Block-Distanz, p = 1 im Rahmen der Minkowski-Metrik) Gültigkeit haben.

¹³⁴ Vgl. im folgenden YANG (1988), S. 1 ff.; NORBACK/LOVE (1977), S. 1210 ff.

den Lösungsqualitäten, so daß der Grad der praktischen Relevanz des Worst Cases nur vermutet werden kann.

Abschließend sei erwähnt, daß die klassische CHI-Heuristik sich - obgleich bei den obigen Ausführungen und im folgenden stets eine euklidische Metrik unterstellt wird - auch im Kontext anderer Metriken einsetzen läßt. So wurde sie mit verschiedenen VAV und EAV z.B. von GOETSCHALCKX (1983) und BOZER/SCHORN/SHARP (1990) für TSP unter der Maximums-Metrik und von ALLISON/NOGA (1984) für solche unter der rektilinearen Metrik eingesetzt.¹³⁵

5.3.1.2. Implementierung und Evaluation

Dieser Abschnitt befaßt sich zunächst mit zwei Aspekten der Implementierung, d.h. der Umsetzung des Konzeptes der dargestellten Heuristik in ein Programm. Anschließend erfolgt eine Evaluation der klassischen CHI-Heuristik anhand der beiden Beurteilungskriterien "Lösungsqualität" und "Rechenzeitbedarf".

Die Implementierung der oben dargestellten generalisierten Fassung der klassischen CHI-Heuristik folgt vollständig dem in Abschnitt 5.3.1.1 erörterten Konzept und bedarf daher eigentlich keiner eingehenden gesonderten Erläuterung. Aufgrund ihrer spezifischen Bedeutung sind allerdings zwei Sachverhalte näher zu betrachten: Zum einen ist eine knappe Anmerkung zu den verwendeten Datenstrukturen vonnöten; zum anderen ist ein Aspekt der programmtechnischen Realisation, der hier als "Operationsreihenfolge" bezeichnet werden soll, eingehender zu diskutieren.

Hinsichtlich der im Rahmen von Konstruktions- bzw. Eröffnungsverfahren, im speziellen Einfügungsverfahren, zu verwendenden Datenstrukturen gibt es keine Anmerkungen in der Literatur, da sie keine besonderen Probleme aufwerfen. Dies heißt allerdings nicht, daß eine ungeeignete Datenstruktur die zu beobachtenden Laufzeiten einer Heuristik nicht erheblich verlängern könnte; zudem beeinflußt die gewählte Datenstruktur die folgend diskutierte Operationsreihenfolge implizit. Hier wird als Grundstruktur für die Repräsentation einer (Teil-) Rundreise eine vor- und rückwärts verkettete Liste verwendet. Diese wird beim Starten der Heuristik mit n Sätzen (bzw. in der Länge n) und jeweils 2 Feldern angelegt. Der i-te Eintrag bzw. Satz in der Liste repräsentiert die Stadt i; die beiden Felder verweisen als Zeiger auf den Vorgänger bzw. Nachfolger dieser Stadt in der (Teil-) Rundreise. Die Verwendung von Zeigern gestattet es, eine zyklische Städtefolge - eine Rundreise - abzubilden. Zudem ermöglicht die Struktur es, die im Rahmen der CHI-Heuristik in jeder Iteration durchzuführende Einfügung einer neuen

Vgl. GOETSCHALCKX (1983); BOZER/SCHORN/SHARP (1990), S. 238 ff.; ALLISON/NOGA (1984), S. 195 ff.

Vgl. grundsätzlich REINELT (1994), S. 14 ff. Anders verhält sich dies hinsichtlich der Datenstrukturen für Verbesserungsverfahren; die Arbeiten von MARGOT (1992), S. 45 ff. und FRED-MAN/JOHNSON/MCGEOCH/OSTHEIMER (1995), S. 432 ff. zeigen hier erhebliche Potentiale zur Verbesserung der Laufzeiten auf.

Vgl. zu vor- und rückwärts verketteten Listen SEDGEWICK (1992), S. 38 ff.; OTTMANN/WID-MAYER (1993), S. 39 ff.

Stadt in die Teilrundreise in konstanter Zeit durch die Modifikation von sechs Zeigern zu realisieren. Als erste Teilrundreise werden zunächst die Städte auf dem Rand der konvexen Hülle in die Liste eingestellt.¹³⁸

Nunmehr ist zu konstatieren, daß jene Sätze der Liste, welche bislang nicht in die Teilrundreise eingefügten Städten zugeordnet sind, ungenutzt bleiben. Es bietet sich an, diese zum Aufbau eines zweiten verketteten Zyklus der nicht eingefügten Städte zu nutzen. Derselbe wird in der Folge der Städtenummern des TSP realisiert. Der Vorteil dieses Vorgehens ist, daß die nicht eingefügten Städte nunmehr in einer zu ihrer Anzahl proportionalen Zeit durchlaufen werden können; ansonsten müßte zu ihrer Identifikation eine jede Stadt daraufhin geprüft werden, ob sie bereits eingefügt ist.

Unter dem Begriff der "Operationsreihenfolge" wird folgend der konkrete implementierungsbedingte Ablauf der notwendigen Prüfungen im Rahmen des VAV bzw. des EAV verstanden. Dabei ist insbesondere von Interesse, in welcher konkreten Reihenfolge - in Abhängigkeit von der oben erläuterten Datenstruktur - die Städte geprüft werden und wie die dabei verwendeten Operatoren ausgestaltet sind. Dieser Frage wird in der Literatur meistens wenig Beachtung geschenkt; nur beim (seltenen) Abdruck von Programmquellcodes oder Pseudocodes läßt sich der Sachverhalt durch den Leser implizit erschließen.¹³⁹

Die Bedeutung der Operationsreihenfolge sei am Beispiel des Ablaufes einer Vorauswahl nach dem VAV "Cheapest Insertion", Modus B, im Rahmen der klassischen CHI-Heuristik erläutert. Jede der l_i in einer Iteration i noch nicht in die Teilrundreise eingebundenen Städte wird gegen die k_i vorhandenen Kanten geprüft. Dabei sei angenommen, daß gerade die Stadt j gegen die k_i Kanten geprüft werde, d.h. für die entsprechenden Tripel jeweils das Zielkriterium berechnet werde. Diese Prüfung könnte in einer gewöhnlichen Implementierung so ablaufen, daß der mit der ersten geprüften Kante realisierte Zielkriteriumswert samt der Kante zunächst vermerkt wird. Bei der Betrachtung weiterer Kanten wird der sich dann ergebende Zielkriteriumswert jeweils gegen den bereits vermerkten geprüft. Fällt ersterer - je nach Operator - gleich gut oder besser aus als der bislang vermerkte, so wird nunmehr die gerade geprüfte Kante samt ihrem Zielfunktionswert statt der bislang vermerkten vermerkt. Ergeben sich für sämtliche gegen die Stadt j geprüften Kanten unterschiedliche Zielkriteriumswerte, so ist nach diesem Vorgehen letztendlich die vorteilhafteste Kante vermerkt. Diese geht mit der Stadt j gemeinsam als Tripel in die Endauswahl ein.

Es stelle sich nun jedoch heraus, daß es nicht *eine*, sondern *mehrere* Kanten gebe, welche das Zielkriterium *gleich gut* minimieren. Wovon hängt es nun ab, welche derselben mit der Stadt *j* als Tripel in die Endauswahl eingehen wird? Es sind zwei Details der Implementierung, welche dies determinieren: Zum einen der bei der Prüfung verwendete Operator und zum anderen die Reihenfolge, in welcher die Kanten gegen die Stadt *j* ge-

Die auf den Rändern der konvexen Hüllen der untersuchten TSP liegenden Städte wurden im Rahmen dieser Arbeit mit einem eigenen Verfahren bestimmt, welches dem bei SEDGEWICK (1992), S. 414 ff. beschriebenen "Einwickeln" ähnelt. Obgleich die Laufzeitkomplexität des "Einwickelns" von SEDGEWICK (1992), S. 417, mit $O(n^2)$ festgestellt wird, wurde im Durchschnitt eine lineare Laufzeit in Abhängigkeit von der Problemgröße beobachtet.

So z.B. bei OTTO (1994), S. 188 ff.; REINELT (1994); JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994); eine Ausnahme bildet BENTLEY (1992), S. 387 ff, insbesondere S. 400.

prüft werden. Im weiteren sei unterstellt, daß unter den l_i Kanten die drei Kanten a, b und c (jeweils aus zwei Städten der vorliegenden Teilrundreise bestehend) das Zielkriterium minimieren:

- Es sei angenommen, daß die drei Kanten in der Reihenfolge *a*, *b*, *c* gegen die Stadt *j* geprüft werden. Ist der Operator für den Vergleich des Zielkriteriums mit "<" ("kleiner") implementiert, so wird (ggf. nach der Prüfung bezüglich des Zielkriteriums schlechterer Kanten gegen die Stadt *j*) die Kante *a* als am vorteilhaftesten vermerkt. Die später geprüften Kanten *b* und *c* bieten nur noch einen *gleich* niedrigen Zielkriteriumswert; folglich wird letztlich das aus der Stadt *j* und der Kante *a* bestehende Tripel in die Endauswahl eingehen.
- Nun sei angenommen, daß der Operator als "≤" ("kleiner gleich") gewählt wird. Nunmehr wird wiederum zunächst (ggf. nach der Prüfung bezüglich des Zielkriteriums schlechterer Kanten gegen die Stadt j) die Kante a als am vorteilhaftesten vermerkt. Bei der Prüfung der Kante b wird anschließend jene da sie einen gleich niedrigen Zielkriteriumswert realisiert nach dem Vergleich mit dem Zielkriteriumswert der bislang als am vorteilhaftesten vermerkten Kante a als am vorteilhaftesten vermerkt. Der Vorgang wiederholt sich bei der Prüfung der Kante c. Letztlich geht die Kante c mit der Stadt j als Tripel in die Endauswahl ein.
- Wird die *Reihenfolge*, in welcher die Kanten *a*, *b* und *c* geprüft werden, verändert, so wird je nach gewähltem Operator auch die letztendlich mit der Stadt *j* als Tripel in die Endauswahl eingehende Kante eine andere sein. Die Reihenfolge, in welcher die Kanten geprüft werden, wird sowohl durch die konkrete Implementierung der Prüfschleife als auch durch die verwendete Datenstruktur festgelegt.

Das hier für die Vorauswahl beschriebene Schema gilt in gleicher Weise auch für die Endauswahl; die Bestimmung des Tripels, welches letztendlich für die Einfügung ausgewählt wird, hängt gleichfalls von dem gewählten Operator und der Reihenfolge der Prüfung der Tripel ab.

Folglich ist im weiteren zu fragen, welche Konsequenzen die aufgrund dieser Implementierungsdetails andere Einfügung von Städten - im Vergleich verschiedener möglicher Ausgestaltungen dieser Implementierungsdetails - haben kann. Zur Klärung wurden entsprechende Experimente mit unterschiedlichen Operatoren und Prüfreihenfolgen für die TSP der Gruppen I und II durchgeführt. Es zeigte sich, daß bereits die differierende Einfügung einer einzigen Stadt zu einer erheblich abweichenden Lösungsqualität führen kann. Der Grund dafür wird bei einer Beobachtung des Aufbaus der Rundreise durch die klassische CHI-Heuristik deutlich: Bereits die unterschiedliche Einfügung einer einzigen Stadt kann zu einem im weiteren hinsichtlich der dann in die Teilrundreise eingefügten Städte gänzlich anderen Verlauf führen. Das Resultat ist eine unter Umständen gänzlich anders aussehende - und hinsichtlich der Lösungsqualität zu bewertende - Rundreise.

Es zeigte sich, daß die Stärke des Einflusses der Prüfreihenfolge und der gewählten Operatoren auf die Lösungsqualität erheblich von der räumlichen Strukturierung der Städte abhängt - so sind TSP mit in regelmäßigen Mustern angeordneten Städten (wie z.B. die Bohrplatinenprobleme PR76, PR107, PR124 ...) erheblich empfindlicher als TSP

Zur Herkunft und Einteilung der hier für empirische Tests verwendeten TSP in Gruppen vgl. Abschnitt 2.4.

mit eher zufällig im Raum verteilten Städten (wie z.B. die TSP KR100A, KR100B, ...). Bei ersteren kann aufgrund der regelmäßigen Städtemuster verständlicherweise die Situation gleich guter Ausprägungen der Zielkriterien deutlich öfter auftreten als bei TSP mit zufällig im Raum verteilten Städten.

Die obige Darstellung muß allerdings insofern relativiert werden, als daß die Variationen der Prüfreihenfolge und der Operatoren nur sehr selten zu wirklich eklatant anders ausfallenden Lösungsqualitäten führen. Der Durchschnitt der Lösungsqualitäten über sämtliche TSP der Gruppe II beispielsweise verschob sich bei unterschiedlichen Gestaltungen dieser Implementierungsdetails um nicht mehr als 0,8%. Dennoch ist im Sinne der intersubjektiven Nachprüfbarkeit von mit heuristischen Verfahren realisierten Lösungsqualitäten zu fordern, daß die entsprechenden Ausgestaltungen im Rahmen eines Verfahrens angegeben werden - was, wie oben bereits ausgeführt wurde, in der Literatur nur in seltenen Fällen implizit der Fall ist.

Im Rahmen dieser Arbeit wird in dieser Hinsicht im weiteren folgendes Vorgehen gewählt: Als Operator wird in Vor- und Endauswahl je nach Zielkriterium "≤" ("kleiner gleich") bzw. "≥" ("größer gleich") eingesetzt. Im Modus A werden die in der Vorauswahl gegen eine Kante zu prüfenden Städte nach ihren Nummern aufsteigend untersucht;¹⁴¹ in der Endauswahl erfolgt die Prüfung in der Reihenfolge der jeweils tripelbildenden Kanten der Teilrundreise im Uhrzeigersinn beginnend mit jener Kante, die die Stadt mit der geringsten y-Koordinate einschließt. Bezüglich des Modus B wird ein analoges, wenn auch dem Modus entsprechend modifiziertes Vorgehen verwendet.

Wenn es um die Evaluation der Leistungsfähigkeit von Heuristiken geht, wird oftmals ein umfassender Kanon von Kriterien zu deren Messung herangezogen. Für Heuristiken zur Lösung der hier behandelten Variante des TSP werden jedoch in der Literatur üblicherweise nur zwei Kriterien als zentral angesehen: Zum einen die erzielbare Lösungsqualität, zum anderen die für die Lösung benötigte Rechenzeit in Abhängigkeit von der Problemgröße. Folgend werden daher nur diese beiden Kriterien betrachtet; es wird mit der Lösungsqualität begonnen.

Die Lösungsqualität wird für die untersuchten TSP unter der Bezeichnung "% über OLN" bzw. "%>OLN" notiert. Die Abkürzung "OLN" bedeutet "optimal length noted" und bezieht sich auf die in der TSPLIB REINELTs (1990a, 1991a, 1991d, 1995) angegebene Länge der optimalen Rundreise für das jeweilige TSP. 144 "%>OLN" gibt an, um wieviel Prozent eine mittels einer bzw. hier der klassischen CHI-Heuristik ermittelte

Die "Numerierung" der Städte wird hier aus der Reihenfolge der Wiedergabe ihrer Koordinaten in der TSPLIB abgeleitet. Vgl. zur TSPLIB REINELT (1990a); REINELT (1991a); REINELT (1991d), S. 376 ff.; REINELT (1995), des weiteren Abschnitt 2.4.

Vgl. z.B. NEWELL (1969), S. 363 ff.; STREIM (1975), S. 160; MÜLLER-MERBACH (1979), S. 65; KRUSCHWITZ/FISCHER (1981), S. 453 ff.; PFOHL (1982), S. B123 ff.; BERENS (1992), S. 26 ff.; BERENS/DELFMANN (1995), S. 134 ff.

Vgl. z.B. MÜLLER-MERBACH (1979), S. 65 f.; GOLDEN/BODIN/DOYLE/STEWART (1980); LAWLER ET AL. (1985); REINELT (1994). Die Lösungsqualität stellt den zentralen Output, die erforderliche Rechenzeit den notwendigen Input dar. Diese beiden Merkmale sind damit wesentliche Charakteristika für die Effizienz einer Heuristik zur Lösung des TSP.

Vgl. zu den hier verwendeten TSP Abschnitt 2.4; vgl. folgend zur TSPLIB REINELT (1990a); REINELT (1991a); REINELT (1991d), S. 376 ff.; REINELT (1995).

Rundreise länger ist als die optimale Rundreise. - Sofern in der TSPLIB eine konkrete Städtefolge für die optimale Rundreise angegeben wird, kann die Rundreiselänge auch direkt berechnet werden. Diese berechnete Rundreiselänge wird unter dem Begriff "OLC" ("optimal length calculated") ausgewiesen. Sie weicht aufgrund des von REINELT (1990a, 1991a, 1991d, 1995) verwendeten unterschiedlichen Berechnungsmodus für die Länge einer Rundreise bzw. der Distanzen oftmals - wenn auch nur geringfügig - von der OLN ab. 145

		1	2	3	4
1	Maximum	13,47	40,16	14,40	28,30
	Minimum	1,96	2,01	1,57	2,43
	Mittelwert	7,06	15,73	6,73	16,06
	Stichproben-Standardabweichung	2,81	7,90	2,89	5,88
2	Maximum	13,47	40,16	14,40	28,30
	Minimum	1,96	2,01	1,57	2,43
	Mittelwert	7,06	15,73	6,73	16,03
	Stichproben-Standardabweichung	2,81	7,90	2,89	5,90
3	Maximum	21,71	40,16	25,44	28,30
	Minimum	1,96	2,01	1,57	2,43
	Mittelwert	7,35	15,32	7,16	15,71
	Stichproben-Standardabweichung	3,69	7,75	4,25	5,88
4	Maximum	20,19	49,50	14,20	29,57
	Minimum	3,57	2,09	3,27	2,43
	Mittelwert	9,33	16,69	8,78	12,13
	Stichproben-Standardabweichung	3,65	9,72	3,28	5,80

Tab. 22: Statistische Kennzahlen der mit der klassischen CHI-Heuristik, Modus A, bei verschiedenen Parametrisierungen realisierten Lösungsqualitäten (%>OLN; Zeile entspricht VAV; Spalte EAV; 1 = "Cheapest Insertion", 2 = "Relative Insertion", 3 = "Ratio Insertion", 4 = "Greatest Angle Insertion").

Wie bereits im Abschnitt 5.3.1.1 erläutert wurde, ergeben sich aus den hier eingesetzten Parametern der klassischen CHI-Heuristik insgesamt 32 zu untersuchende Konstellationen. Aufgrund der - erst weiter unten analysierten und kommentierten - sehr hohen Rechenzeiten für größere TSP werden in die folgende Untersuchung nur die 35 Probleme der Gruppe II (bis zu einer Größe von n=318) einbezogen. Für jedes dieser TSP wurde mit jeder der möglichen Parametrisierungen eine Rundreise mittels der klassischen CHI-Heuristik bestimmt. Diese bislang offenbar umfangreichste Analyse der CHI-Heuristik wird in den Tab. 22 und 23 mit den wichtigsten Kennzahlen für jede Parametrisierung - Mittelwert, Streuung, sowie Minimum und Maximum der Lösungsqualitäten (als % > OLN) - dokumentiert. Es wurde eine detaillierte Untersuchung der spezifi-

Der Unterschied in der Berechnung der Rundreiselänge besteht darin, daß die Distanzen zwischen den einzelnen Städten auf ganze Zahlen hin gerundet werden, vgl. z.B. REINELT (1995), S. 6.

¹⁴⁶ Zur Gruppierung der TSP vgl. Abschnitt 2.4.

Berechnet als Stichproben-Standardabweichung.

Die Lösungsqualitäten für sämtliche TSP der Gruppe II nach allen untersuchten Parametrisierungen sind im Anhang 11 wiedergegeben.

schen Charakteristika der einzelnen Parametrisierungen bezüglich der Rundreisebildung, der sich ergebenden Rundreisegestalt und der resultierenden Lösungsqualitäten durchgeführt, so z.B. hinsichtlich ...

- der Verteilung der Lösungsqualitäten als Erweiterung der eher eindimensionalen Kennzahlen in den Tab. 22 und 23, insbesondere in Abhängigkeit von der Problemgröße sowie der räumlichen Strukturierung der Städte,
- der Bevorzugung von kurzen oder längeren Kanten bei der Rundreisebildung sowie in der endgültigen Rundreise; den sich ergebenden (jeweils von zwei Kanten gebildeten) Winkeln sowie deren Verteilung,
- der von den jeweiligen Rundreisen eingeschlossenen Flächen,
- der Häufigkeit von "Kreuzungen" in den sich ergebenden Rundreisen sowie
- der Folge der Städte in der sich ergebenden Rundreise unter dem Aspekt, mit dem wievieltnächsten Nachbarn sie verbunden werden.

		7	8	9	10
7	Maximum	13,89	12,24	11,31	8,57
	Minimum	1,96	1,10	1,89	1,35
	Mittelwert	7,02	5,87	6,17	4,81
	Stichproben-Standardabweichung	2,81	2,89	2,44	1,94
8	Maximum	26,57	40,16	26,57	49,24
	Minimum	1,66	2,01	1,66	2,20
	Mittelwert	9,32	15,54	9,82	12,30
	Stichproben-Standardabweichung	4,41	7,74	4,56	9,38
9	Maximum	14,79	19,52	14,40	12,09
	Minimum	1,78	0,92	1,57	1,27
	Mittelwert	7,10	8,01	6,73	5,66
	Stichproben-Standardabweichung	2,93	4,31	2,88	2,82
10	Maximum	17,46	37,83	23,76	29,57
	Minimum	3,20	1,10	2,53	2,43
	Mittelwert	10,22	12,66	10,36	12,10
	Stichproben-Standardabweichung	3,64	6,91	4,24	5,79

Tab. 23: Statistische Kennzahlen der mit der klassischen CHI-Heuristik, Modus B, bei verschiedenen Parametrisierungen realisierten Lösungsqualitäten (%>OLN; Zeile entspricht VAV; Spalte EAV; 7 = "Cheapest Insertion", 8 = "Relative Insertion", 9 = "Ratio Insertion", 10 = "Greatest Angle Insertion").

Die Ergebnisse dieser Untersuchungen sollen hier allerdings nicht detaillierter dargestellt werden, da sie nur der Vorbereitung der Erkundung der Möglichkeiten der heuristischen Nutzung von VD-Strukturen dienten. Ziel ist es, die hinsichtlich der realisierten Lösungsqualität vorteilhafteste Parametrisierung der klassischen CHI-Heuristik für deren Weiterentwicklung zu identifizieren. Dieses Vorhaben ist jedoch erheblich anspruchsvoller, als es auf den ersten Blick scheinen mag.

Beim Vergleich zweier Heuristiken zur Lösung des TSP die hinsichtlich der erzielbaren Lösungsqualität überlegene zu identifizieren, fällt lediglich dann leicht, wenn nachgewie-

sen werden kann, daß eine derselben bei der Anwendung auf jedes denkbare TSP stets eine bessere Lösungsqualität erzielt. In diesem Augenblick kann von einer absoluten Dominanz gesprochen werden. Dieser Nachweis ist jedoch mit größten Schwierigkeiten verbunden und schwer führbar. Pragmatischer scheint es, eine Dominanz anzunehmen, wenn bei der Anwendung der beiden Heuristiken auf eine Anzahl repräsentativer Testprobleme eine der beiden durchgängig bessere Lösungsqualitäten zeigt. Bedauerlicherweise ist jedoch im Falle der verschiedenen Parametrisierungen der klassischen CHI-Heuristik keine derartig empirisch validierbare Dominanz nachweisbar. Auch Parametrisierungen, die sich hinsichtlich ihrer durchschnittlichen Lösungsqualität als wenig attraktiv erweisen, lösen zuweilen ein einzelnes TSP besser als sämtliche anderen.

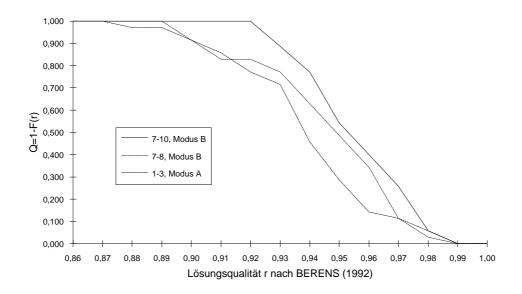


Abb. 36: Qualitätscharakteristik nach BERENS (1992) für drei ausgewählte Parametrisierungen der generalisierten klassischen CHI-Heuristik (35 TSP der Gruppe II).¹⁵⁰

Aus diesem Grund muß bei der Auswahl der "besten" Parametrisierung auf statistische Verfahren zurückgegriffen werden. Leider ist dies in der Literatur nicht das übliche Vorgehen. Zumeist werden nur tabellarische Vergleiche von Lösungsqualitäten vorgenommen und Mittelwerte sowie Streuungen ermittelt.¹⁵¹ Jedoch finden sich zuweilen auch validere Ansätze: So demonstrieren z.B. GOLDEN/STEWART (1985) Prinzip und konkrete Anwendung des Vorzeichenrangtests nach WILCOXON sowie des FRIED-

Eine Ausnahme präsentiert z.B. BERENS (1992), S. 230, der zeigt, daß das Verfahren "Nearest Neighbor" in der Variante, in welcher sämtliche Städte einmal als "Startort" verwendet werden und die beste Rundreise als Ergebnis herangezogen wird, zwangsläufig jener Variante überlegen ist, bei der nur eine einzige Rundreise mit einem zufällig bestimmten Startort verwendet wird.

Vgl. BERENS (1992), S. 107 ff.; eine etwas eingehendere Beschreibung auch im Abschnitt 5.3.2.4.

Vgl. z.B. BOZER/SCHORN/SHARP (1990), S. 238 ff.; teilweise BENTLEY (1992), S. 402 ff.; durchgängig REINELT (1994); ZWEIG (1995), S. 1049 ff.

MAN-Tests.¹⁵² BERENS (1992) entwickelt, in Anlehnung an die Operationscharakteristik im Rahmen der statistischen Qualitätskontrolle,¹⁵³ eine die Verteilung der Lösungsqualitäten wiedergebende Qualitätscharakteristik,¹⁵⁴ die für eine Gruppe von Testproblemen eine aufgrund der kumulierten und gespiegelten Häufigkeitsverteilung zu konstatierende Dominanz aufzuzeigen vermag. - Es ist natürlich zu beachten, daß die Ergebnisse dieser Analysen sich immer nur auf die verwendeten Testprobleme beziehen; deren Repräsentativität muß sichergestellt und ihre Anzahl hinreichend groß sein.

Für sämtliche 32 möglichen Parametrisierungen wurden hier aufgrund der sich für die TSP der Gruppe II ergebenden Lösungsqualitäten Qualitätscharakteristiken nach BERENS (1992) erstellt und verglichen. Des weiteren wurde jede mögliche Kombination zweier Parametrisierungen nach dem WILCOXON-Vorzeichenrangtest gemäß dem Vorgehen von GOLDEN/STEWART (1985) untersucht. Beispielhaft sind in Abb. 36 die Qualitätscharakteristiken für drei Parametrisierungen wiedergegeben. Man erkennt, daß die Parametrisierung 7-10, Modus B, die beiden anderen Parametrisierungen nach der Definition von BERENS (1992) deutlich dominiert, während zwischen den Parametrisierungen 1-3, Modus B und 7-8, Modus A, keine klare Dominanzbeziehung vorliegt. Die Ergebnisse der Vergleiche der Parametrisierungen sollen hier nicht detailliert diskutiert werden; als Ergebnis können jedoch tendenziell folgende Sachverhalte konstatiert werden (die weitestgehend allerdings bereits aus den Tab. 22 und 23 hervorgehen):

- Die Parametrisierungen des Modus A sind jenen des Modus B im allgemeinen unterlegen.
- Hinsichtlich der Verwendung als EAV und VAV ist bezüglich der untersuchten Verfahren z.B. festzustellen, daß ...
 - das Zielkriterium "Greatest Angle" in beiden Modi als VAV wenig geeignet ist; als EAV führt es im Modus A zu tendenziell schlechten Lösungsqualitäten,
 - das Zielkriterium "Relative Insertion" als EAV im Modus A ungeeignet und im Modus B nur mäßig sinnvoll scheint; bei seiner Verwendung als VAV führt es beim Modus B zu schlechten Lösungsqualitäten,
 - die Zielkriterien "Cheapest Insertion" und "Ratio Insertion" sich als VAV und EAV in beiden Modi als recht günstig erweisen.
- Die konkrete *Kombination* der Kriterien spielt offenbar eine große Rolle; so zeigt "Greatest Angle" als EAV im Modus B in Abhängigkeit vom gewählten VAV große Unterschiede hinsichtlich der resultierenden Lösungsqualitäten.
- Die eindeutig vorteilhafteste der 32 Parametrisierungen ist "Cheapest Insertion" "Greatest Angle" im Modus B (als VAV EAV) (7-10, Modus B). Dies bestätigen die entsprechenden Feststellungen in der Literatur.¹⁵⁵

Vgl. im folgenden GOLDEN/STEWART (1985), S. 208 ff.; darüber hinaus zum Vorzeichenrangtest nach WILCOXON z.B. HARTUNG/ELPELT/KLÖSENER (1991), S. 243 ff.; zum FRIED-MAN-Test z.B. HARTUNG/ELPELT/KLÖSENER (1991), S. 622 ff.

¹⁵³ Vgl. z.B. HARTUNG/ELPELT/KLÖSENER (1991), S. 381 ff.

Vgl. BERENS (1992), S. 107 ff.; eine etwas eingehendere Beschreibung auch im Abschnitt 5.3.2.4.

Vgl. mit gleicher Aussage (wenn auch zumeist mit geringerem Umfang getesteter Parametrisierungen und Probleme) GOLDEN/STEWART (1985), S. 227 ff.; MELAMED/SERGEEV/SIGAL (1989c), S. 1467; GENDREAU/HERTZ/LAPORTE (1992), S. 1087; LAPORTE (1992a), S. 244; ZWEIG (1995), S. 1054 f.

TSP	n	OLN	OLC	CHI-Länge	%>OLN	%>OLC
EIL51	51	426	429,98	452,93	6,32	5,34
BERLIN52	52	7542	7544,37	7725,47	2,43	2,40
ST70	70	675	677,88	711,08	5,34	4,90
EIL76	76	538	545,39	580,50	7,90	6,44
PR76	76	108159	108159,44	110669,94	2,32	2,32
RAT99	99	1211		1276,02	5,37	
KR100A	100	21282	21285,44	21673,41	1,84	1,82
KR100B	100	22141		22439,66	1,35	
KR100C	100	20749	20750,76	21224,79	2,29	2,28
KR100D	100	21294	21294,29	21938,84	3,03	3,03
KR100E	100	22068		23070,74	4,54	
RD100	100	7910	7910,40	8257,19	4,39	4,38
EIL101	101	629	642,31	670,15	6,54	4,33
LIN105	105	14379	14383,00	14724,02	2,40	2,37
PR107	107	44303		45387,25	2,45	
PR124	124	59030		61406,36	4,03	
BIER127	127	118282		124870,93	5,57	
CH130	130	6110	6110,86	6521,62	6,74	6,72
PR136	136	96772		101061,83	4,43	
PR144	144	58537		61417,98	4,92	
CH150	150	6528	6532,28	6873,80	5,30	5,23
KR150A	150	26524		27628,24	4,16	
KR150B	150	26130		27208,47	4,13	
PR152	152	73682		77600,12	5,32	
U159	159	42080		44893,88	6,69	
RAT195	195	2323		2494,35	7,38	
D198	198	15780		16167,12	2,45	
KR200A	200	29368		30576,48	4,11	
KR200B	200	29437		30945,05	5,12	
PR226	226	80369		83612,51	4,04	
GIL262	262	2378		2571,38	8,13	
PR264	264	49135		53140,39	8,15	
A280	280	2579	2586,77	2716,74	5,34	5,02
PR299	299	48191		50760,34	5,33	
LIN318	318	42029		45630,64	8,57	
Maximum					8,57	6,72
Minimum					1,35	1,82
Mittelwert					4,81	4,04
Stdabw.					1,94	1,65

Tab. 24: Mit der klassischen CHI-Heuristik, Parametrisierung 7-10 (VAV - EAV), Modus B, realisierte Lösungsqualitäten für die TSP der Gruppe II. Spalte 3 (OLN): Länge der optimalen Rundreise nach TSPLIB; Spalte 4 (OLC): Errechnete Länge der optimalen Rundreise nach Städtefolge in der TSP-LIB; Spalte 5 Länge der mittels der CHI-Heuristik, obige Parametrisierung, ermittelten Rundreise.

Unabhängig von der Parametrisierung legt die Untersuchung den Verdacht einer sinkenden Lösungsqualität bei steigender TSP-Größe nahe. Aufgrund der zu geringen Anzahl hier untersuchter Probleme kann derselbe allerdings nicht statistisch signifikant validiert werden. Es scheint jedoch plausibel, daß bei höherem n die Bedeutung des Randes der

konvexen Hülle als die generelle Rundreisegestalt (weil Aspekte der Struktur des TSP aufnehmende) formende bzw. vorgebende Komponente sinkt. Folglich nähert sich die CHI-Heuristik in ihrer Leistungsfähigkeit wieder den ihr zugrundeliegenden klassischen Einfügungsverfahren an; die Lösungsqualität sinkt.

Letztlich ist anzumerken, daß die Tab. 22 und 23 implizit auch die erhebliche Bedeutung der Operationsreihenfolge offenlegen. Bedenkt man den konkreten Ablauf von Parametrisierungen mit identischem VAV und EAV, so erscheint es zwingend notwendig, daß deren Ergebnisse bei den verschiedenen Zielkriterien in den Modi A und B übereinstimmen. Dies ist jedoch, wie im Vergleich der Eintragungen auf den Hauptdiagonalen der Tab. 22 und 23 zu erkennen ist, keineswegs der Fall. Vielmehr kommt es hinsichtlich sämtlicher statistischen Kenngrößen wiederholt zu deutlichen - wenn auch nur im Falle der Parametrisierung 3-3, Modus A/9-9, Modus B eklatanten - Abweichungen. Da diese zunächst für Folgen einer fehlerhaften Implementierung gehalten wurden, erfolgte eine detaillierte Untersuchung. Diese ergab, daß die sich ergebenden Differenzen allein auf den Einfluß der bei den Modi A und B unterschiedlichen Reihenfolge der Prüfung der Zielkriterien im oben erläuterten Sinne zurückzuführen ist. 156

Tab. 24 gibt nunmehr die konkreten Lösungsqualitäten für die hier untersuchten 35 TSP der Gruppe II nach der als am vorteilhaftesten beurteilten Parametrisierung 7-10, Modus B, wieder. Mit einem Mittelwert von 4,81% über der optimalen Rundreiselänge (OLN) sind die erzeugten Rundreisen für praktische Zwecke durchaus zufriedenstellend;¹⁵⁷ zudem dominiert damit diese Parametrisierung sämtliche anderen untersuchten hinsichtlich der durchschnittlichen Lösungsqualität. Gleiches gilt für die Streuung, hier gemessen als Stichproben-Standardabweichung, und die schlechteste beobachtete Lösungsqualität. Nur im Hinblick auf die beste realisierte Lösungsqualität für ein einzelnes TSP zeigen sich drei andere Parametrisierungen überlegen. - Der Ausweis der OLC - soweit aus der TSPLIB optimale Rundreisen verfügbar sind - neben der OLN erweist, daß die mittels des Verfahrens bzw. des Distanzmaßes von REINELT (1990a, 1991a, 1991d, 1995) ermittelten Rundreiselängen durchgängig zu kurz ausfallen; entsprechend liegt %>OLN stets über %>OLC; im Durchschnitt aller Probleme, für die eine optimale Rundreise als Städtefolge vorliegt, 0,43%, im Maximum 2,21%.

Im Anschluß an diese Einschätzung der Lösungsqualitäten soll nun noch die Einordnung einiger Variationen der CHI-Heuristik unter die Parametrisierungen der generalisierten klassischen CHI-Heuristik anhand der in den diversen Literaturquellen dokumentierten Lösungsqualitäten überprüft werden. Eine der umfangreichsten Dokumentationen findet sich bei GOLDEN/STEWART (1985). 158 Sie ist in den Tab. 25 und 26 wiedergegeben, welche in Tab. 27 ergänzend kommentiert werden. Zunächst sollen die Spaltenbezeichnungen in den Tab. 25 und 26 erläutert werden. Die Spalte "1" gibt die optimale Rundreiselänge nach GOLDEN/STEWART (1985) wieder, Spalte "2" die in der TSPLIB angegebene OLN. Für die einzelnen Variationen der CHI-Heuristik, die hier mit den bei GOL-

Wie oben desgleichen erörtert wurde, werden hier immer dieselben Operatoren ("≤" bzw. "≥") verwendet, so daß diese als Ursache der beobachteten Differenzen ausscheiden.

Vgl. allerdings zur Relativität des Begriffes "zufriedenstellend" z.B. die Abschnitte 3.5 oder 5.3.1.6.

Vgl. im folgenden GOLDEN/STEWART (1985), S. 215 ff., insbesondere S. 223, Tab. 7.6 und S. 235, Tab. 7.12.

DEN/STEWART (1985) verwendeten Abkürzungen (vgl. die vollständige Benennung in Tab. 27) bezeichnet werden, wird in der Spalte mit der Nummer "3" jeweils die sich nach GOLDEN/STEWART (1985) ergebende Lösungsqualität angegeben. Diese muß zum Zwecke des Vergleiches mit den sich hier ergebenden Lösungsqualitäten zunächst über die Werte der Spalte "2" auf die OLN der TSPLIB umgerechnet werden (Spalte 4). In der Spalte "5" werden dann die aus der korrespondierenden Parametrisierung der generalisierten klassischen CHI-Heuristik resultierenden Lösungsqualitäten angegeben. Die genaue Bezeichnung der korrespondierenden Parametrisierung findet sich in Tab. 27.

In jenen Fällen, in denen sich zwischen den Ergebnissen von GOLDEN/STEWART (1985) und der jeweils korrespondierenden Parametrisierung der vorliegenden Implementierung der generalisierten klassischen CHI-Heuristik Differenzen ergeben, sind die entsprechenden Tabelleneinträge in der Spalte "5" leicht schraffiert; sofern die Differenzen 0,3% (%>OLN) übersteigen, ist die entsprechende Lösungsqualität ergänzend kursiv dargestellt. Unter den Spalten "3", "4" und tw. "5" sind die zugehörigen Mittelwerte der Lösungsqualitäten sowie die Stichproben-Standardabweichung ausgewiesen.

		Opt. Ru länge	ndreise- nach		CC			RXD			GA	
TSP	n	1	2	3	4	5	3	4	5	3	4	5
KR100A	100	21282	21282	8,29	8,29	8,31	3,75	3,75	3,77	5,81	5,81	5,84
KR100B	100	22141	22141	5,00	5,00	5,00	1,57	1,57	1,57	9,30	9,30	9,30
KR100C	100	20749	20749	4,26	4,26	4,26	2,90	2,90	2,90	9,08	9,08	7,78
KR100D	100	21294	21294	1,96	1,96	1,96	1,78	1,78	1,78	11,00	11,00	11,00
KR100E	100	22068	22068	3,63	3,63	3,63	4,64	4,64	4,65	6,59	6,59	6,59
LIN105	105	14383	14379	3,68	3,71	3,71	4,42	4,45	4,45	6,29	6,32	6,32
KR150A	150	26735	26524	7,78	8,64	8,63	6,68	7,53	7,54	7,86	8,72	8,72
KR150B	150	26216	26130	4,80	5,15	5,15	5,67	6,02	6,02	16,74	17,13	17,13
KR200A	200	29563	29368	7,54	8,25	8,25	8,77	9,49	9,49	12,50	13,25	13,25
KR200B	200	29678	29437	8,24	9,13	9,12	7,79	8,67	8,68	8,13	9,02	9,02
LIN318	318	43864	42029	6,93	11,60	11,60	6,89	11,56	11,56	7,50	12,20	12,24
Mittelwert				5,65	6,33		4,99	5,67		9,16	9,85	
Stdabw.				2,19	2,99		2,40	3,28		3,22	3,37	

Tab. 25: Vergleich der mit der vorliegenden Implementierung der klassischen CHI-Heuristik realisierten Lösungsqualitäten bei verschiedenen Parametrisierungen mit den Ergebnissen von GOLDEN/STEWART (1985), Teil 1.¹⁵⁹

GOLDEN/STEWART (1985) haben überwiegend Variationen der CHI-Heuristik analysiert, welche bereits von früheren Autoren entwickelt wurden. Tab. 27 stellt den Bezug zu den entsprechenden Originalquellen her. Zu diesem Zweck mußten GOLDEN/STEWART (1985) verständlicherweise die entsprechenden Heuristiken nachprogrammieren. Da in den Originalquellen jedoch zumeist keinerlei Angaben zu den Implementierungsdetails zu finden sind, bleibt die Übereinstimmung der von GOLDEN/STEWART (1985) analysierten nachprogrammierten Varianten mit den Vorlagen - über die grundlegenden Ideen hinaus - zweifelhaft. Dies wird unten an einem konkreten Beispiel noch näher aufgezeigt.

Die in dieser Tabelle wiedergegebenen Lösungsqualitäten wurden der Tab. 7.12, GOLDEN/STE-WART (1985), S. 235, entnommen.

		Opt. l			CI			CCA			MEE	
		reiselän	ge nach					1			1	
TSP	n	1	2	3	4	5	3	4	5	3	4	5
KR100A	100	21282	21282	3,62	3,62	3,64	1,84	1,84	1,84	2,90	2,90	2,92
KR100B	100	22141	22141	2,52	2,52	2,53	1,35	1,35	1,35	8,33	8,33	8,37
KR100C	100	20749	20749	2,54	2,54	2,54	2,29	2,29	2,29	19,70	19,70	19,47
KR100D	100	21294	21294	2,35	2,35	2,35	3,03	3,03	3,03	7,10	7,10	7,09
KR100E	100	22068	22068	3,45	3,45	3,45	4,54	4,54	4,54	12,70	12,70	12,74
LIN105	105	14383	14379	5,73	5,76	5,76	2,37	2,40	2,40	-	-	22,36
KR150A	150	26735	26524	6,84	7,69	7,69	3,34	4,16	4,16	-	-	20,05
KR150B	150	26216	26130	3,49	3,83	3,83	3,78	4,12	4,13	-	-	3,27
KR200A	200	29563	29368	4,67	5,37	5,37	3,43	4,12	4,11	-	-	10,08
KR200B	200	29678	29437	6,09	6,96	6,96	4,27	5,12	5,12	-	-	17,63
LIN318	318	43864	42029	6,51	11,16	11,16	4,03	8,57	8,57	-	-	21,88
Mittelwert				4,35	5,02		3,12	3,78		10,15	10,15	13,26
Stdabw.				1,69	2,73		1,04	2,00		6,38	6,38	7,35

Tab. 26: Vergleich der mit der vorliegenden Implementierung der klassischen CHI-Heuristik realisierten Lösungsqualitäten bei verschiedenen Parametrisierungen mit den Ergebnissen von GOLDEN/STEWART (1985), Teil 2.160

Abk.	Vollständige Bezeichnung	Zuordnung Para- metrisierung (Sp. 5)	Originäre Quelle(n)
CC	Convex Hull Cheapest	Modus A, Par. 1-1 =	NICHOLSON (1968)
	Insertion	Modus B, Par. 7-7	
RXD	Ratio times Difference	Modus A, Par. 1-3	in anderer Form (s.o): OR (1976)
	Insertion		
GA	Greatest Angle Insertion	Modus A, Par. 4-4 =	NORBACK/LOVE (1977, 1979)
		Modus B, Par. 10-10	
CI	Convex Hull Insertion	Modus B, Par. 7-8	STEWART (1977), GOLDEN/BODIN/
			DOYLE/STEWART (1980)
CCA	Convex Hull Cheapest	Modus B, Par. 7-10	GOLDEN/STEWART (1985)
	Insertion Angle Selection		
MEE	Most Eccentric Ellipse	Modus A, $\overline{\text{Par. 2-2}} =$	NORBACK/LOVE (1977, 1979)
	Method	Modus B, Par. 8-8	

Tab. 27: Legende zu den Tab. 25 und 26: Vollständige Bezeichnungen der Heuristiken nach GOLDEN/STEWART (1985), Zuordnungen der Parametrisierungen der realisierten generalisierten CHI-Heuristik, originäre Literaturquellen.

Auch GOLDEN/STEWART (1985) selbst geben keinerlei weitergehende Informationen zu Implementierungsdetails. Weder hinsichtlich der verwendeten Datenstrukturen noch bezüglich der Operationsreihenfolgen sind aus den Beschreibungen Schlüsse möglich. Angesichts der resultierenden Vieldeutigkeit ist es erstaunlich, daß dennoch für fünf der sechs in den Tab. 25 und 26 angesprochenen Varianten der CHI-Heuristik weitestgehend zur hier vorliegenden Implementierung (mit den jeweils korrespondierenden Parametri-

_

Die in dieser Tabelle wiedergegebenen Lösungsqualitäten zur CI- und CCA-Heuristik wurden der Tab. 7.12, GOLDEN/STEWART (1985), S. 235, entnommen; die Angaben zur MEE-Heuristik entstammen der Tab. 7.6, GOLDEN/STEWART (1985), S. 223.

sierungen) identische Ergebnisse erscheinen. Lediglich im Falle der "Greatest Angle Insertion" (GA) resultiert für das TSP KR100C eine größere Abweichung. Bei der sechsten Variante, der "Most Eccentric Ellipse Method" (MEE) weichen die hier realisierten Lösungsqualitäten zwar deutlicher von den Ergebnissen der Autoren ab, zeigen aber auch noch eine grundlegende Übereinstimmung. Die oben bereits logisch abgeleitete Gleichsetzung der MEE mit dem Zielkriterium "Relative Insertion" muß nicht revidiert werden.

		NORBA	NORBACK/LOVE (1977)				% über OLN bei vor- liegender CHI-Im-		
				Prozent über bester		% über OLN korrigiert		plementierung, Para- metrisierung:	
TSP	n	Beste be- kannte	bekannter "Greatest Angle"	"Most eccentric	OLN lt. TSPLIB	"Greatest Angle"	"Most eccentric	4-4, Md. A = 10-	2-2, Md. A = 8-8,
		Lösung		Ellipse"			Ellipse"	10 Md. B	Md. B
KR100A	100	21.282,0	4,67	1,99	21.282	4,67	1,99	5,84	2,92
KR100B	100	22.193,3	9,47	5,86	22.141	9,73	6,11	9,30	8,37
KR100C	100	20.852,3	7,70	8,38	20.749	8,24	8,92	7,78	19,47
KR100D	100	21.294,3	11,06	6,75	21.294	11,06	6,75	11,00	7,09
KR150A	150	26.794,0	4,67	8,28	26.524	5,74	9,38	8,72	20,05
KR200A	200	29.563,1	9,80	10,32	29.368	10,53	11,05	13,25	10,08

Tab. 28: Vergleich der mit der vorliegenden Implementierung der klassischen CHI-Heuristik realisierten Lösungsqualitäten bei verschiedenen Parametrisierungen mit den Ergebnissen von NORBACK/LOVE (1977).¹⁶¹

Während GOLDEN/STEWART (1985) noch hinreichend detaillierte Beschreibungen ihrer Auffassungen der verschiedenen von ihnen untersuchten Heuristiken geben, bleibt die entsprechende Darstellung der Verfahren bei NORBACK/LOVE (1977) mehr als vage. 162 Die von letzteren Autoren als "Largest Angle Method" und "Most Eccentric Ellipse Method" bezeichneten Varianten der CHI-Heuristik wurden aufgrund der Schilderung den hier verwendeten Parametrisierungen 4-4, Modus A (bzw. 10-10, Modus B) sowie 2-2, Modus A (bzw. 8-8, Modus B) zugeordnet. Da NORBACK/LOVE (1977) auch einige in der TSPLIB enthaltene Testprobleme untersuchen, liegt es nahe, die von ihnen realisierten Lösungsqualitäten mit denen der hier als korrespondierend angesehenen Parametrisierungen zu vergleichen. Dieser Vergleich wird in Tab. 28 vorgenommen, deren Aufbau nun zunächst erläutert werden soll. Nach dem TSP-Namen und der Angabe der Größe in der ersten und zweiten Spalte folgen in den Spalten drei bis fünf die entsprechenden Angaben NORBACK/LOVEs (1977) zu der ihnen damals bekannten besten Rundreiselänge und den mit den beiden CHI-Varianten realisierten Lösungsqualitäten. Diese Angaben müssen zum Vergleich auf die aus der TSPLIB bekannte optimale Rundreiselänge - in Spalte sechs eingetragen - umgerechnet werden. Die Spalten sieben und acht geben die entsprechend korrigierten Lösungsqualitäten wieder. In den Spalten neun und zehn werden schließlich die für die als korrespondierend angesehenen Parametrisierungen realisierten Lösungsqualitäten präsentiert.

¹⁶¹ Vgl. NORBACK/LOVE (1977), S. 1216, Tab. 2.

¹⁶² Vgl. im folgenden NORBACK/LOVE (1977), S. 1210 ff.

Es wird deutlich, daß in diesem Fall nicht von einer zweifelsfreien Korrespondenz der entsprechenden Parametrisierungen gesprochen werden kann. Die sich zeigenden Ähnlichkeiten in den Lösungsqualitäten können allenfalls als Tendenzen aufgefaßt werden. Dieses ist um so frappierender, da doch GOLDEN/STEWART (1985) bei ihrer Implementierung der Verfahren NORBACK/LOVEs (1977) - mit direktem Bezug auf diese Autoren - zu den gleichen Ergebnissen wie diese Arbeit kamen (man vergleiche die Tab. 25 und 26). Noch befremdender mutet die Tatsache an, daß GOLDEN/STEWART (1985) sich in keiner Weise zu den feststellbaren Differenzen äußern, ja, diese nicht einmal erwähnen! - Die Ursache für diese Differenzen kann wieder nur in den Details der Implementierung vermutet werden. Offensichtlich stimmt die hier genutzte mit jener von GOLDEN/STEWART (1985), nicht jedoch mit der von NORBACK/LOVE (1977) überein. So muß nun die festgestellte Korrespondenz der Parametrisierungen für diese beiden Varianten der CHI-Heuristik explizit auf die Implementierung GOLDEN/STE-WARTs (1977) beschränkt werden. - Damit zeigt sich einmal mehr, wieviel Sorgfalt bei der Beschreibung heuristischer Verfahren von den Autoren entsprechender Publikationen erwartet werden muß, wenn denn die Intersubjektivität im Sinne der Überprüfbarkeit wissenschaftlichen Arbeitens gewährleistet sein soll.

		ZWEI	G (1995), %	>OLN	Parametrisierungen, %>OLN		
TSP	n	Ratio Insertion	Angle Insertion	CCA	7-8, Modus B	7-10, Modus B	
KR100A	100	3,63	1,83	1,83	3,64	1,84	
KR100C	100	2,54	2,29	2,29	2,54	2,29	
KR100E	100	3,79	4,55	4,55	3,45	4,54	
LIN105	105	5,73	3,83	2,37	5,76	2,40	
LIN318	318	12,2	8,46	8,54	11,15	8,57	

Tab. 29: Vergleich der mit der vorliegenden Implementierung der klassischen CHI-Heuristik realisierten Lösungsqualitäten bei verschiedenen Parametrisierungen mit den Ergebnissen von ZWEIG (1995).¹⁶³

ZWEIG (1995) präsentiert im Rahmen seiner bereits oben angesprochenen Arbeit für einige TSP aus der TSPLIB mittels dreier Variationen der CHI-Heuristik realisierte Lösungsqualitäten. Dieselben sind in Tab. 29 wiedergegeben. Die von ihm untersuchte "Ratio Insertion" scheint trotz einiger Abweichungen der hier verwendeten Parametrisierung 7-8, Modus B, zu entsprechen, während seine "CCA" - mit konkretem Bezug auf GOLDEN/STEWART (1985) - der Parametrisierung 7-10, Modus B gleichkommt. Die von diesem Autor als "Angle Insertion" bezeichnete Variante weist kaum Abweichungen von seiner "CCA" auf und kann nicht als eigene Parametrisierung im Sinne dieser Arbeit identifiziert werden. Auch bei ZWEIG (1995) ergibt sich das Problem, daß keinerlei Angaben zur konkreten Implementierung erfolgen.

Nachdem nunmehr die mittels der generalisierten klassischen CHI-Heuristik bei verschiedenen Parametrisierungen ermittelten Lösungsqualitäten und ihre Implikationen disku-

¹⁶³ Vgl. ZWEIG (1995), S. 1054, Tab. II.

¹⁶⁴ Vgl. im folgenden ZWEIG (1995), S. 1054 f.

tiert und deren vorteilhafteste bestimmt wurde sowie die verschiedenen Parametrisierungen mit korrespondierenden Ergebnissen aus der Literatur verglichen sind, ist im weiteren die erforderliche Laufzeit zu analysieren.

Der Untersuchung der empirisch ermittelten Rechenzeiten sollen allerdings zunächst einige grundsätzliche Überlegungen zur Anzahl der im Rahmen eines Einfügungsverfahrens des hier beschriebenen Typs notwendigen Rechenschritte vorangestellt werden. Die klassische CHI-Heuristik stellt letztlich ein solches dar; sie weist zu den originären Einfügungsverfahren lediglich den Unterschied auf, daß sie mit den auf dem Rand der konvexen Hülle des TSP liegenden Städten als erster Rundreise startet.

Iteration	Existierende	Anzahl	Anzahl	Anzahl	Gesamt-	Gesamtzahl
i	Kanten	noch nicht	Prüfungen	Prüfungen	zahl	Prüfungen bei
		eingefügter	VAV	EAV	Prüfungen	Integration
		Städte				EAV in VAV,
						Vereinfachung
1	2	8	16	8	24	16
2	3	7	21	7	28	21
3	4	6	24	6	30	24
4	5	5	25	5	30	25
5	6	4	24	4	28	24
6	7	3	21	3	24	21
7	8	2	16	2	18	16
8	9	1	9	1	10	9
9	10	0	0	0	0	0
Summen			156	36	192	156

Tab. 30: Anzahl der notwendigen Prüfungen im Rahmen einer Einfügungsheuristik für ein TSP mit zehn Städten.

Betrachtet wird im weiteren exemplarisch ein TSP mit zehn Städten. Bezüglich des Einfügungsverfahrens wird unterstellt, daß es mit einer bereits vorliegenden (willkürlich gewählten) aus zwei Städten (und damit zwei identischen Kanten) bestehenden Teilrundreise beginnt. Folglich existieren zunächst noch acht nicht eingebundene Städte. Es sei im weiteren unterstellt, daß das Verfahren - analog der oben dargestellten klassischen CHI-Heuristik - mit einem Vor- und einem Endauswahlverfahren arbeitet. Die Wahl der konkreten Verfahrenskombination (wie z.B. VAV: Cheapest Insertion; EAV: Greatest Angle Insertion) ist für die Betrachtung irrelevant. Gleichfalls irrelevant für die Ergebnisse der folgenden Überlegungen ist der gewählte Modus (A, B); für die konkrete Darstellung wird im weiteren Modus A verwendet.

In der ersten Iteration (i=1) des Verfahrens sind nunmehr acht nicht eingebundene Städte nach dem Zielkriterium des VAV gegen die zwei vorliegenden Kanten zu prüfen. Dies erfordert 16 Prüfvorgänge. Im Rahmen des EAV sind acht Tripel zu examinieren. Damit ergeben sich insgesamt 24 notwendige Prüfungen. In der zweiten Iteration (i=2) existieren noch sieben nicht eingebundene Städte und - nach der erfolgten Einfügung in

Solange weder VAV noch EAV aus einer zufälligen oder willkürlichen Auswahl bestehen.

der ersten Iteration - drei Kanten. Folglich sind jetzt im Rahmen des VAV die sieben noch nicht eingebundenen Städte gegen drei Kanten zu prüfen. Es ergeben sich 21 notwendige Prüfungen. Im EAV muß entsprechend dem Zielkriterium aus den sieben entstandenen Tripeln das vorteilhafteste ausgewählt werden. Summiert erfordert die zweite Iteration also 28 Prüfungen. Die entsprechende Fortsetzung des Einfügungsverfahrens ist in den Spalten 1 bis 6 der Tab. 30 dokumentiert. Am Fuß der Spalte 6 summiert sich die Anzahl der insgesamt notwendigen Prüfungen zu 192.

Nun kann eingewandt werden, daß die notwendigen Prüfungen im Rahmen des EAV bei einer Integration des EAV in das VAV im Rahmen einer Implementierung des Verfahrens eingespart werden können. Dieses trifft allerdings nur für den Sonderfall zu, daß VAV und EAV identisch gewählt werden; in allen anderen Fällen ist die realisierbare Rechenzeitersparnis durch eine Integration minimal. Die Anzahl der bei einer Integration erforderlichen Prüfungen in den einzelnen Iterationen ist in Spalte 7 der Tab. 30 ausgewiesen; die Anzahl der notwendigen Prüfungen summiert sich zu 156. - Ein zweiter Einwand könnte lauten, daß in der ersten Iteration aufgrund der Identität der beiden Kanten der ersten Teilrundreise darüber hinaus die Hälfte der Prüfungen wegfallen könnte. Da dieser Einwand nur einen geringen Einfluß auf die Gesamtzahl der notwendigen Prüfungen hat, soll er hier nicht weiter berücksichtigt werden.

Dehnt man nun diesen Berechnungsmodus für die Anzahl der notwendigen Prüfungen im Rahmen des beschriebenen Einfügungsverfahrens auf Probleme unterschiedlicher Größe aus, so zeigt sich, daß der Zusammenhang zwischen der Problemgröße n und der Anzahl der notwendigen Prüfungen p perfekt durch ein Polynom dritten Grades beschrieben werden kann. Dasselbe ergibt sich für die Trennung von Vor- und Endauswahl sowie die Integration derselben wie in Tab. 31 wiedergegeben.

Integrationskonzept VAV, EAV	Polynom		
Getrennte Vor- und Endauswahl	$p = 2 - 2\frac{2}{3}n + \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{6}n^3$		
Integration der Vor- und Endauswahl	$p = 1 - 1\frac{1}{6}n + \frac{1}{6}n^3$		

Tab. 31: Polynomialer Zusammenhang zwischen der Anzahl der notwendigen Prüfungen im Rahmen der Vor- und Endauswahl und der Problemgröße eines TSP im Rahmen eines Einfügungsverfahrens.

Bislang galt die Aufmerksamkeit nur der Anzahl der notwendigen Prüfungen im Rahmen eines Einfügungsverfahrens. Es ist nun darüber hinaus zu fragen, ob bei den grundlegenden Überlegungen zur benötigten Rechenzeit für ein Einfügungsverfahren des beschriebenen Typs weitere als relevant anzusehende Faktoren zu beachten sind. Die Auswahl einer aus zwei Städten bzw. zwei identischen Kanten bestehenden ersten Teilrundreise wurde oben als willkürlich bzw. zufällig angenommen; aus diesem Grund kann dafür ein von der Problemgröße unabhängiger konstanter Rechenzeitbedarf angesetzt werden. Des weiteren ist der Vorgang der Einfügung einer ausgewählten Stadt in die in einer beliebi-

gen Iteration vorliegende Teilrundreise zu bedenken. Wird - wie für die obige Implementierung der klassischen CHI-Heuristik beschrieben - als Datenstruktur eine doppelt verkettete zyklische Liste gewählt, so ist dieser Einfügungsaufwand in jeder Iteration als konstant anzusetzen. In Insgesamt ergibt sich folglich ein zur Problemgröße linearer Einfügungsaufwand. Somit kann als Ergebnis festgehalten werden, daß der Berechnungsaufwand im Rahmen einer Einfügungsheuristik des beschriebenen Typs sowie der gewählten Implementierung als tendenziell mit $O(n^3)$ angegeben werden kann.

Zu einer ähnlichen Aussage kommt bereits MÜLLER-MERBACH (1970, 1973). 167 Während oben eine erste, aus zwei Städten bestehende Teilrundreise zu Beginn des Verfahrens als gegeben angenommen wurde, bestimmt MÜLLER-MERBACH (1970, 1973) unter sämtlichen Städten des TSP zunächst die distanzminimale Kombination zweier Städte. Sodann fügt er sukzessive im Rahmen des Einfügungsverfahrens stets jene Stadt zwischen zwei Städte der jeweils vorliegenden Teilrundreise so ein, daß die Länge der Teilrundreise minimal verlängert wird. Dieses Vorgehen entspricht der Wahl der oben beschriebenen VAV-EAV-Kombination "Cheapest Insertion" - "Cheapest Insertion". Unter impliziter Annahme der Integration der EAV in die VAV weist seine Untersuchung die Anzahl der notwendigen Prüfungen p dann als

$$p = \frac{n(n-1)}{2} + \sum_{k=2}^{n-2} k(n-k) = \frac{n^3}{6} + \frac{n^2}{2} - \frac{5n}{3} + 1$$

aus. Diese Formulierung ist unter Berücksichtigung der unterschiedlichen Art der Festlegung der ersten, aus zwei Städten bestehenden Teilrundreise identisch mit jener in Tab. 31; das detailliert beschriebene Verfahren zur Berechnung der Anzahl der notwendigen Prüfungen deckt sich mit jenem in Tab. 30.

Allgemein wird die Laufzeitkomplexität von Einfügungsheuristiken in der Literatur mit $O(n^2)$ ausgewiesen. Es sei beispielhaft das Verfahren "Nearest Insertion" betrachtet, wie es bei GOLDEN/BODIN/DOYLE/STEWART (1980) unter Zitierung von ROSEN-KRANTZ/STEARNS/LEWIS (1977) beschrieben wird: 169

"An insertion procedure takes a subtour on k nodes at iteration k and attempts to determine which node not in the subtour should join the subtour next (the selection step) and then determines where in the subtour it should be inserted (the insertion step). For each insertion procedure we discuss, except for (c5), each node in the

¹⁶⁶ Vgl. z.B. SEDGEWICK (1992), S. 38 ff.; OTTMANN/WIDMAYER (1993), S. 39 ff.

Vgl. im folgenden MÜLLER-MERBACH (1970), S. 76; MÜLLER-MERBACH (1973), S. 296.

Vgl. z.B. ROSENKRANTZ/STEARNS/LEWIS (1977), S. 572 ff.; GOLDEN/BODIN/DOYLE/STEWART (1980), S. 696 ff.; JOHNSON/PAPADIMITRIOU (1985b), S. 158; LAPORTE (1992a), S. 242; SPRESSER (1989), S. 836 f.; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 14 ff.; ZWEIG (1995), S. 1052. NORBACK/LOVE (1977) unterstellen implizit eine quadratische Laufzeit, da sie ihre empirisch beobachteten Laufzeiten durch ein quadratisches Polynom approximieren.

Vgl. im folgenden GOLDEN/BODIN/DOYLE/STEWART (1980), S. 696 f.; ROSENKRANTZ/STEARNS/LEWIS (1977), S. 572 f. Statt der hier verwendeten Notation $d_{i,j}$ für die euklidische Distanz zwischen den Städten i und j verwenden die Autoren c_{ij} . Die bei diesem Zitat ausgelassene Passage (...) bezeichnet das Worst-Case-Verhalten des Algorithmus.

network was used as a starting node. ... Notice that when each node is used as a starting node, the complexity of the entire procedure increases by an order of magnitude (that is, the number of computations is multiplied by n).

(c1) Nearest Insertion

PROCEDURE:

- Step 1: Start with a subgraph consisting of node *i* only.
- Step 2: Find node k such that c_{ik} is minimal and form subtour i k i.
- Step 3: Selection step. Given a subtour, find node k not in the subtour closest to any node in the subtour.
- Step 4: Insertion step. Find the arc (i,j) in the subtour which minimizes $c_{ik} + c_{ki} c_{ii}$. Insert k between i and j.
- Step 5: Go to Step 3 unless we have a Hamiltonian cycle.

(...)

NUMBER OF COMPUTATIONS: The nearest insertion algorithm requires on the order of n^2 computations."

Die quadratische Laufzeit kann realisiert werden, indem für jede in einer Iteration nicht in der vorliegenden Teilrundreise enthaltene Stadt jene Stadt in der Teilrundreise festgehalten wird, die ihr am nächsten liegt. 170 Zweckmäßigerweise sollte auch die Distanz vermerkt werden. Wenn eine neue Stadt in die Teilrundreise eingefügt wird, sind diese Informationen zu aktualisieren: Für jede nicht in der Rundreise befindliche Stadt ist zu prüfen, ob die soeben in die Teilrundreise aufgenommene Stadt ihr näher liegt als die bislang vermerkte. Ist dies der Fall, so ist nunmehr zur gerade betrachteten nicht eingefügten Stadt die soeben neu eingefügte Stadt zu vermerken. Soll nun in der nächsten Iteration eine weitere Stadt eingefügt werden, so ist lediglich aus den zu den nicht eingefügten Städten vermerkten Städten der Teilrundreise jene mit der geringsten Distanz herauszusuchen. Die Auswahl der betreffenden Stadt sowie die Aktualisierung der vermerkten Informationen in einer Iteration können in linearer Zeit erfolgen; der benötigte Speicherplatz steht in linearem Verhältnis zur Problemgröße. Da der Vorgang (bei Unterstellung einer aus zwei Städten bestehenden ersten Teilrundreise) (n - 2) mal durchgeführt werden muß, ergibt sich insgesamt eine tendenziell quadratische Laufzeitkomplexität. Die Einfügung aufgrund des Kriteriums "Cheapest Insertion" im obigen Insertion Step realisiert gleichfalls eine quadratische Laufzeitkomplexität; folglich gilt insgesamt eine solche von $O(n^2)$.

Das Verfahren erweist sich als auf sämtliche Einfügungsverfahren übertragbar, die als VAV bzw. im *Selection Step* ein Auswahlkriterium heranziehen, welches sich nicht an zwei, sondern nur einer Stadt der bestehenden Teilrundreise orientiert, so z.B. "Farthest Insertion", "Largest Sum Insertion", "Smallest Sum Insertion".¹⁷¹

Vgl. folgend z.B. ROSENKRANTZ/STEARNS/LEWIS (1977), S. 573; SPRESSER (1989), S. 838.

Vgl. z.B. GOLDEN/BODIN/DOYLE/STEWART (1980), S. 697 f.; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 14 ff.; REINELT (1994), S. 82 ff.

Im Falle jener Auswahlkriterien, die für das VAV bzw. den *Selection Step* zwei Städte benachbarte Städte der bisherigen Teilrundreise zur Berechnung verwenden - so z.B. das Auswahlkriterium "Cheapest Insertion", aber auch alle anderen im Abschnitt 5.3.1.1 eingeführten Kriterien - läßt sich eine Laufzeit von $O(n^2 \log n)$ realisieren. Zu diesem Zweck werden für jede noch nicht eingefügte Stadt sämtliche Einfügungsmöglichkeiten zwischen den aufeinanderfolgenden Städtepaaren der vorliegenden Teilrundreise (d.h. die durch die Einfügung gegebenenfalls aufzubrechenden Kanten der Teilrundreise) samt den zugehörigen Kriterienausprägungen nach letzteren sortiert gespeichert. Dies erfordert allerdings einen zur Problemgröße quadratischen Speicherplatzbedarf. Dieses kann insbesondere bei größeren TSP zu Problemen führen bzw. eine Implementierung dieses Vorgehens verhindern.

Aus diesem Grund wird die Rechenzeitverkürzung durch die Speicherung von Einfügungsmöglichkeiten für Auswahlkriterien, die zwei Städte bzw. eine Kante zur Berechnung heranziehen, zumeist nur in einem eingeschränkten Umfang realisiert, d.h. es wird nur ein Teil der o.g. Informationen iterationsübergreifend gespeichert. Entsprechend wird natürlich eine höhere Laufzeitkomplexität als $O(n^2 \log n)$ realisiert. Ohne jegliche Speicherung ergibt sich die Laufzeit, wie oben angeführt, zu $O(n^3)$. - Für die CHI-Heuristik soll ein entsprechendes Konzept der Rechenzeitverkürzung durch eine eingeschränkte Zwischenspeicherung von Einfügungsoptionen erst im Abschnitt 5.3.1.3 unter dem Begriff der "Tripelaktualisierung" eingeführt werden. Für die hier als "klassische" CHI-Heuristik eingeführte Variante wird zunächst darauf verzichtet, da die spätere Analyse der durch die "Tripelaktualisierung" realisierbaren Rechenzeitverkürzungen durch das hier eingeführte Modell der Anzahl der notwendigen Prüfungen wesentlich erleichtert wird.

Integrationskonzept VAV, EAV	Berechnung p
Getrennte Vor- und Endauswahl	$p(n,n_{ch}) = \sum_{k=1}^{n-n_{ch}} k(n-k) + k$
Integration der Vor- und Endauswahl	$p(n,n_{ch}) = \sum_{k=1}^{n-n_{ch}} k(n-k)$

Tab. 32: Zusammenhang zwischen der Anzahl der notwendigen Prüfungen im Rahmen der Vor- und Endauswahl und der Problemgröße n sowie der Anzahl der auf dem Rand der konvexen Hülle eines TSP liegenden Städte n_{ch} im Rahmen der klassischen CHI-Heuristik.

Vgl. folgend z.B. ROSENKRANTZ/STEARNS/LEWIS (1977), S. 573; GOLDEN/BODIN/DOYLE/STEWART (1980), S. 697; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 16; REINELT (1994), S. 83.

Vgl. z.B. bei dem Verfahren "Cheapest Insertion" REINELT (1994), S. 83, Abschnitt 5.2.1.6
 ("Cheapest Insertion 2") oder analog für die CHI-Heuristik ZWEIG (1995), S. 1052 ff.

Nun ist - als Abschluß der theoretischen Vorüberlegungen zur Laufzeit der CHI-Heuristik - noch zu fragen, wie sich die Verwendung der auf dem Rand der konvexen Hülle liegenden Städte als erste Teilrundreise auf die Anzahl der oben diskutierten notwendigen Prüfungen auswirkt. Dabei läßt sich die in Tab. 30 vorgenommene Berechnung - wenn denn für ein TSP die Anzahl der Städte auf dem Rand der konvexen Hülle im Sinne der Anzahl der Städte in der ersten Teilrundreise als n_{ch} bekannt ist - entsprechend modifizieren; in Anlehnung an den Berechnungsmodus bei MÜLLER-MERBACH (1970, 1973) ergeben sich für die Trennung von VAV und EAV bzw. deren Integration im Rahmen der Implementierung die in Tab. 32 wiedergegebenen Berechnungsformeln.

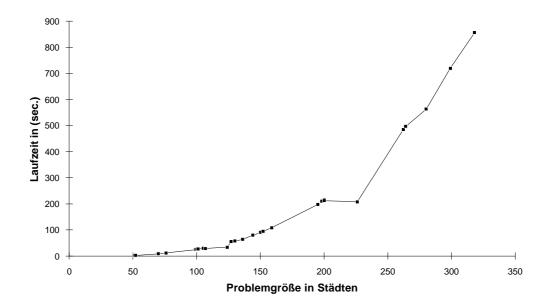


Abb. 37: Entwicklung der Rechenzeit der klassischen CHI-Heuristik (Parametrisierung 7-10, Modus B) bei steigender Problemgröße (TSP-Gruppe II).

Im weiteren sind nun die im Rahmen der Implementierung der klassischen CHI-Heuristik empirisch beobachteten Rechenzeiten zu untersuchen. Dabei soll nur noch die oben als allen anderen Parametrisierungen überlegene "Cheapest Insertion - Greatest Angle Insertion" (7-10, Modus B) betrachtet werden.¹⁷⁴ Wenn in den folgenden Abschnitten Vergleiche mit der Rechenzeit der klassischen oder "unmodifizierten" CHI-Heuristik angestellt werden, so beziehen sie sich durchgängig auf diese Parametrisierung. - Für sämtliche anderen Parametrisierungen ergeben sich zu dieser tendenziell ähnliche Rechenzeiten, die bei einer groben Betrachtung allerdings zumeist - in Abhängigkeit von dem Berechnungsaufwand für die konkret eingesetzten VAV- bzw. EAV-Zielkriterien - entsprechend verschoben erscheinen.¹⁷⁵ Zu beachten ist bezüglich der folgenden Ausführun-

Die realisierten Rechenzeiten für sämtliche anderen Parametrisierungen finden sich im Anhang 11.

Das Zielkriterium für das Verfahren "Cheapest Insertion" benötigt z.B. für die Berechnung deutlich weniger Zeit als das Zielkriterium für das Verfahren "Greatest Angle". Der Grund dafür liegt in der Komplexität der Berechnungsvorschrift, vgl. Tab. 21 in Abschnitt 5.3.1.1.

gen ferner, daß die konkreten Rechenzeiten von der eingesetzten Hard- und Software sowie der Sorgfalt der Implementierung - welche oben beschrieben wurde - abhängen.¹⁷⁶

In Abb. 37 werden nun die realisierten Rechenzeiten (im weiteren auch synonym als "Operationszeiten" (OZ) oder "Laufzeiten" bezeichnet) in Abhängigkeit von der Problemgröße für die TSP der Gruppe II dargestellt. 177 Die Verbindung der durch Quadrate dargestellten Meßwerte durch Linien dient dabei nur der besseren optischen Erfaßbarkeit der Entwicklung der Rechenzeiten. Sie ist nicht als Interpolation aufzufassen. 178 Die entsprechenden Zahlenwerte finden sich in Tab. 33.

Der Rechenzeitverlauf in Abhängigkeit von der Problemgröße zeigt in Abb. 37 einen zunächst polynomial wirkenden Verlauf. Eine genauere Betrachtung zeigt allerdings auch Störungen desselben auf. Am deutlichsten werden diese im Falle des TSP PR226 offenbar: Dasselbe benötigt offensichtlich eine deutlich geringere Rechenzeit, als es aufgrund der allgemeinen Gestalt des Rechenzeitverlaufes zu erwarten wäre.¹⁷⁹ - Das oben entwickelte theoretische Modell legt es nun nahe, die Laufzeit zunächst durch ein kubisches Polynom zu approximieren. Dies geschieht im folgenden im Rahmen einer Regressionsanalyse.¹⁸⁰

Die im Rahmen von Regressionen in diesem wie in späteren Abschnitten geschätzten Beziehungen für die Rechenzeiten von Heuristiken werden unter der Notation Z(n, ...) = ... wiedergegeben. Für die hier betrachteten Daten der klassischen CHI-Heuristik mit der untersuchten Parametrisierung (7-10, Modus B) ergibt sich diese Beziehung zu $Z(n) = 0.1576n - 0.0020n^2 + 3.1544 \times 10^{-5} n^3.$ Dieser polynomiale Verlauf ist - zusammen mit den Meßwerten aus Tab. 33 - in Abb. 38 (a) dargestellt.

Sämtliche Berechnungen im Rahmen dieser Arbeit wurden auf einem PC mit einem 486 DX 33-Prozessor durchgeführt; für die Programmierung wurde die im Interpreter-Modus ablaufende Sprache "GFA-BASIC" verwendet; vgl. BUSCHER/OSTROWSKI (1990). Folglich kann davon ausgegangen werden, daß bei einer Programmierung unter einer fortgeschritteneren Sprache (z.B. Turbo Pascal, C) hardwareunabhängig erheblich niedrigere Rechenzeiten realisiert werden können.

Die TSP der Gruppe I enthalten sämtlich nur 15-Städte-Probleme. Daher ist ihre Betrachtung in diesem Kontext nicht sinnvoll. Die TSP der Gruppe III benötigen bei Anwendung der klassischen CHI-Heuristik sehr hohe Rechenzeiten. Aus diesem Grund wurde auf eine Untersuchung derselben an dieser Stelle verzichtet. Zur Gruppierung der Testprobleme vgl. Abschnitt 2.4.

¹⁷⁸ Diese Aussage gilt auch für entsprechende Darstellungen folgender Abschnitte.

¹⁷⁹ Vgl. auch Tab. 33.

Auf die Technik der Kurvenapproximation im Rahmen der Regressionsanalyse sowie auf die Grundlagen der Regressionsanalyse soll im folgenden nicht weiter eingegangen werden, vgl. z.B. BLEYMÜLLER/GEHLERT/GÜLICHER (1985), S. 139 ff.; BACKHAUS/ERICHSON/PLINKE/WEIBER (1990), S. 1 ff.; HARTUNG/ELPELT/KLÖSENER (1991), S. 545 ff.; BROSIUS/BROSIUS (1995), S. 449 ff.; 935 ff. Die statistischen Analysen im Rahmen dieser Arbeit wurden mit dem Programm SPSS durchgeführt; vgl. z.B. BROSIUS/BROSIUS (1995).

Vgl. zu den folgenden Ausführungen den in Anhang 12 wiedergegebenen SPSS-Output. Auf die Einbeziehung einer Konstanten wird hier und im weiteren bei der Schätzung der Regressionsbeziehung aufgrund der geringen realen Bedeutung einer solchen verzichtet.

TSP	n		OZ CHI klassisch	Anzahl Prfg. nach	Transformation Anzahl Prfg.	Residuen theor.	OZ Prog- nosewerte	Residuen kubischer
		auf	Par. 7-10	theor.	nach theor. Mo-	Modell-	kubischer	Approxima-
		CH		Modell	dell Tab. 32, Zei-	schätzung	Approxim-	tions-
				Tab. 32,	le 2 auf Rechen-		ation (Re-	schätzung
				Zeile 2	geschwindigkeit		gressions-	(Regressions
					Computer (OZ		analyse ohne	analyse ohne
					Prognosewerte)		Konstante)	Konstante)
EIL51	51	10	3	20951	3,39	-0,3866	6,93	-3,9319
BERLIN52	52	8	3	23100	3,73	-0,7340	7,13	-4,1310
ST70	70	10	9	56120	9,07	-0,0716	11,89	-2,8855
EIL76	76	10	11	72226	11,68	-0,6751	14,08	-3,0768
PR76	76	7	12	74060	11,97	0,0285	14,08	-2,0768
RAT99	99	15	25	155890	25,20	-0,1990	26,27	-1,2748
KR100A	100	12	26	164472	26,59	-0,5863	26,96	-0,9645
KR100B	100	13	26	163328	26,40	-0,4014	26,96	-0,9645
KR100C	100	11	26	165540	26,76	-0,7589	26,96	-0,9645
KR100D	100	14	26	162110	26,20	-0,2045	26,96	-0,9645
KR100E	100	14	26	162110	26,20	-0,2045	26,96	-0,9645
RD100	100	11	26	165540	26,76	-0,7589	26,96	-0,9645
EIL101	101	10	27	171626	27,74	-0,7427	27,67	-0,6691
LIN105	105	20	30	179095	28,95	1,0500	30,64	-0,6398
PR107	107	35	29	156804	25,35	3,6532	32,22	-3,2192
PR124	124	51	34	205276	33,18	0,8179	48,41	-14,4107
BIER127	127	10	56	342849	55,42	0,5798	51,82	4,1765
CH130	130	10	58	367840	59,46	-1,4599	55,42	2,5839
PR136	136	28	64	380628	61,53	2,4729	63,16	0,8392
PR144	144	36	80	427716	69,14	10,8613	74,71	5,2922
CH150	150	15	90	556920	90,02	-0,0240	84,34	5,6635
KR150A	150	15	90	556920	90,02	-0,0240	84,34	5,6635
KR150B	150	11	91	564340	91,22	-0,2234	84,34	6,6635
PR152	152	25	95	552704	89,34	5,6575	87,74	7,2613
U159	159	43	109	558714	90,31	18,6860	100,43	8,5659
RAT195	195	20	198	1216600	196,66	1,3412	187,28	10,7153
D198	198	20	210	1274480	206,01	3,9851	196,32	13,6785
KR200A	200	11	216	1340640	216,71	-0,7094	202,51	13,4872
KR200B	200	17	212	1324432	214,09	-2,0894	202,51	9,4872
PR226	226	89	208	1279306	206,79	1,2050	295,85	-87,8481
GIL262	262	10	485	3017784	487,81	-2,8134	468,98	16,0185
PR264	264	17	497	3062800	495,09	1,9100	480,25	16,7517
A280	280	44	563	3449140	557,54	5,4596	577,12	-14,1189
PR299	299	22	720	4427845	715,74	4,2556	708,48	11,5164
LIN318	318	11	857	5389692	871,22	-14,2233	858,81	-1,8089

Tab. 33: Untersuchung der für die von der klassischen CHI-Heuristik (Parametrisierung 7-10, Modus B) benötigten Rechenzeiten in Abhängigkeit von der Problemgröße; Spalten: Basisdaten TSP (Name, Größe, Anzahl der Städte, die auf dem Rand der konvexen Hülle liegen), benötigte Rechenzeit, Anzahl notwendiger Prüfungen (berechnet nach dem Modell in Tab. 32, Zeile 2), Transformation der Anzahl notwendiger Prüfungen in eine der Rechenzeit adäquate Größe im Sinne einer Prognose, Residuen der Modellprognose, Prognosewerte einer kubischen Approximation der Rechenzeiten im Rahmen einer Regressionsanalyse, Residuen der Regressionsprognose.

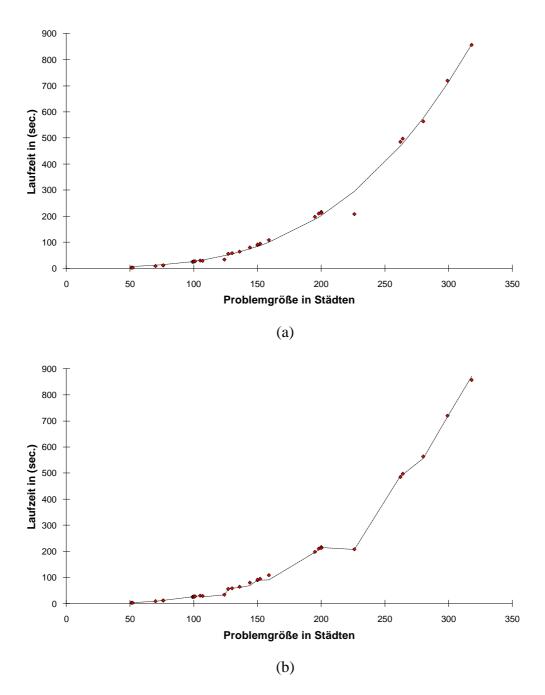


Abb. 38: Approximation der Rechenzeit der klassischen CHI-Heuristik (Parametrisierung 7-10, Modus B) durch: (a) eine kubische, im Rahmen einer Regressionsanalyse ermittelte Beziehung (ohne Konstante). Die gemessenen Rechenzeiten sind jeweils als Punkte, die aufgrund der Beziehungen geschätzten Rechenzeitverläufe als gestrichelte Linien eingetragen. (b) die Anzahl der notwendigen Prüfungen im Rahmen der CHI-Heuristik, durch Multiplikation mit einer Konstanten an die Rechenzeiten der verwendeten Hard- und Software angeglichen (Modell aus Tab. 32, Zeile 2). Die gemessenen Rechenzeiten sind als Punkte eingetragen; der gestrichelte Linienzug verbindet die prognostizierten Rechenzeiten für die einzelnen TSP.

Die optische Prüfung ergibt zunächst eine - von den oben bereits erwähnten Störungen abgesehen - zufriedenstellende Approximation. Das Bestimmtheitsmaß weist mit

 $r^2 = 0,9958$ einen sehr hohen Wert aus; die gesamte Regressionsbeziehung zeigt sich (i.S. des Vorliegens einer Beziehung zwischen den Variablen) als signifikant. Hingegen ist einzig allein der kubische Regressionskoeffizient, nicht jedoch der lineare und der quadratische, hinreichend gegen Null gesichert. Zudem ergibt die Untersuchung der Verteilung der Residuen - in Abb. 39 graphisch wiedergegeben; in Tab. 33 finden sich die konkreten Zahlenwerte - nicht die notwendige Normalverteilung derselben. Der letztere Sachverhalt legt damit den Verdacht nahe, daß einer oder mehrere nicht in der Regressionsbeziehung berücksichtigte systematische Einflußfaktoren existieren.

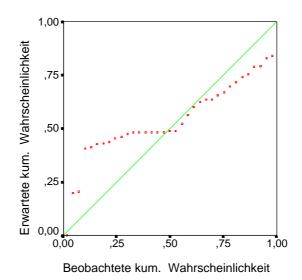


Abb. 39: Verteilung der Residuen einer kubischen Approximation (ohne Konstante) der Rechenzeit der klassischen CHI-Heuristik im Rahmen der Regressionsanalyse als PP-Normalverteilungsplot.

Ein solcher Einflußfaktor ist bereits aus der theoretischen Betrachtung der Anzahl der notwendigen Prüfungen im Rahmen der klassischen CHI-Heuristik bekannt. Es ist die Anzahl der Städte auf dem Rand der konvexen Hülle, die - wie die in Tab. 32, Zeile 2 angegebene Berechnungsvorschrift für die notwendige Anzahl Prüfungen unter Berücksichtigung derselben folgern läßt - einen erheblichen Einfluß auf die benötigte Rechenzeit haben muß. Es wäre nun einerseits möglich, den Versuch zu unternehmen, diesen Einflußfaktor noch in das polynomiale Regressionsmodell zu integrieren. Damit würde dasselbe allerdings deutlich komplexer. Andererseits muß es, wenn denn die oben entwickelte Hypothese einer kubischen Laufzeitkomplexität von Einfügungsheuristiken bei Verzicht auf Zwischenspeicherung von Einfügungsoptionen zutreffend sein sollte, möglich sein, dieselbe an den empirischen Daten in Form einer Approximation zu validieren. Dies soll im folgenden versucht werden.

Zunächst wird zu diesem Zweck gemäß der Berechnungsformel in Tab. 32, Zeile 2 die Anzahl der notwendigen Prüfungen für jedes einzelne TSP der Gruppe II berechnet.¹⁸²

In der vorliegenden Implementierung sind VAV und EAV zwar programmtechnisch integriert; diese Integration kann jedoch nur dann zu einer (geringfügigen) Rechenzeitersparnis führen, wenn

Dabei werden die Größe des TSP und die Anzahl der auf dem Rand der konvexen Hülle liegenden Städte als Bestimmungsfaktoren berücksichtigt. Die sich ergebenden notwendigen Anzahlen an Prüfungen sind in Tab. 33, Spalte 5, wiedergegeben. Würde ein Computer jeweils eine Sekunde pro Prüfung benötigen, so entsprächen die Zahlenwerte dieser Spalte den prognostizierten Rechenzeiten. Da dies sich aber nicht so verhält, muß zunächst festgestellt werden, wieviele Prüfungen durchschnittlich pro Sekunde bewältigt werden können. Zu diesem Zweck wird die Anzahl der notwendigen Prüfungen für jedes TSP durch die realisierte Rechenzeit in Spalte 4 der Tab. 33 geteilt. Über die 35 Quotienten wird ein Mittelwert gebildet, der sich zu rund 6.186 ergibt. Aus der Division der Anzahl der notwendigen Prüfungen durch diesen konstanten Wert resultiert die Prognose der Rechenzeit in Spalte 6. Dabei gilt, daß diese Transformation durch einen konstanten Wert bezüglich der Berechnungsvorschrift strukturerhaltend wirkt. Der die State der State der Berechnungsvorschrift strukturerhaltend wirkt.

Die sich ergebenden Rechenzeiten sind in Abb. 38 (b), zwecks besserer Erkennbarkeit durch eine gestrichelte Linie (nicht im Sinne einer Interpolation) verbunden, gegen die Problemgröße abgetragen. Die tatsächlich realisierten Rechenzeiten sind als Rauten dargestellt. Die optische Prüfung zeigt eine sehr gute Übereinstimmung der Modellprognose mit den empirischen Daten. Insbesondere werden nun auch die bislang als "Störungen" bezeichneten Abweichungen der Meßwerte von einem polynomial wirkenden Verlauf durch die Prognose erfaßt bzw. erklärt. Sie erweisen sich als auf die Anzahl der auf dem Rand der konvexen Hülle eines TSP liegenden Städte zurückführbar; besonders deutlich wird dies im Falle des TSP PR226, bei welchem rund 40% der gesamten Städte auf dem Rand der Hülle liegen. 185

Berechnet man aus den Daten dieser Prognose einen dem Bestimmtheitsmaß der Kurvenanpassung im Rahmen der Regressionsanalyse entsprechenden Wert, so ergibt sich dieser zu 0,99948. Auch die detaillierte Betrachtung der Residuen (Tab. 33, Spalte 7) und der Vergleich mit jenen der kubischen Approximation (Tab. 33, Spalte 9) zeigt die höhere Qualität der Prognose. Die Summe der quadrierten Residuen, welche sich im Falle der kubischen Approximation zu 9.731,78 ergab, fällt bei der auf dem theoretischen Modell fußenden Prognose auf 812,16.186 Eine Analyse der Verteilung der Residuen des theoretischen Modells weist noch immer deutliche Abweichungen von der Normalverteilung aus,¹⁸⁷ so daß weitere hier nicht berücksichtigte Einflußfaktoren zu vermuten sind. Diese sind in den Details der programmtechnischen Implementierung zu suchen; auf-

für beide dasselbe Verfahren, so z.B. VAV - EAV: "Cheapest Insertion - Cheapest Insertion" gewählt wird.

¹⁸³ Vgl. Tab. 33, Spalten 2 und 3.

D.h. keine unzulässige Maßnahme zur Herbeiführung eines Fits darstellt. Das hier gewählte Vorgehen, eine Abschätzung der ungefähren mittleren Rechengeschwindigkeit über die mit der Heuristik realisierten Laufzeiten abzuschätzen, ist eher pragmatisch. Korrekter - wenngleich auch wenig aussagekräftiger - wäre es, konkrete Messungen der für die einzelne Prüfung notwendigen Zeitdauer vorzunehmen.

¹⁸⁵ Vgl. auch Tab. 33, Spalte 3.

Allerdings muß man dazu anmerken, daß im Falle der kubischen Approximation im Rahmen der Regressionsanalyse das TSP PR226 als "Ausreißer" zu dem Wert der summierten quadrierten Residuen von 9.731,78 mit 7.717,29 beiträgt. Folglich betrifft die mindere Qualität der kubischen Approximation offensichtlich überwiegend die mangelnde Berücksichtigung der Anzahl der auf dem Rand der konvexen Hülle liegenden Städte.

Dieselbe wird hier nicht mehr graphisch dargestellt.

grund der insgesamt geringen Höhe der Residuen lohnt es sich allerdings kaum, sie genauer zu ergründen.

Zusammenfassend kann festgehalten werden, daß das oben entwickelte theoretische Modell zur Abschätzung der Anzahl der im Rahmen der klassischen CHI-Heuristik notwendigen Prüfungen bzw. der Rechenzeit sich in den empirischen Daten bestätigt. In den folgenden Abschnitten wird dasselbe allerdings aus zwei Gründen nicht mehr zur Erklärung der Laufzeit herangezogen. Zum einen ist es eine Aufgabe solcher Approximationen, Prognosen über die weitere Entwicklung der Laufzeit bei größeren (unbekannten) TSP abzuleiten. Da für diese die Anzahl der auf dem Rand der konvexen Hülle liegenden Städte a priori unbekannt ist, eignet sich das Modell nicht zu diesem Zwecke. Zum anderen wird die Genauigkeit der (hier kubischen) Approximation als hinreichend empfunden.

Dabei ist jedoch stets zu beachten, daß die im Rahmen der Regressionsanalyse ermittelten Koeffizienten einer Beziehung hier immer durch die Charakteristika - die Anzahl der auf dem Rand der konvexen Hülle der TSP liegenden Städte sowie der verschiedenen Problemgrößen - der in die Analyse einbezogenen Probleme wechselseitig beeinflußt wird:¹⁸⁸

- In die hier ermittelte Regressionsbeziehung gehen nicht hinsichtlich ihrer Größe gleichverteilte TSP ein. Vielmehr ist es z.B. so, daß TSP der Größe n ≈ 100 allein 10 der 35 Probleme ausmachen, also deutlich überrepräsentiert sind. Folglich wird die ermittelte Regressionsbeziehung stark durch die Vertreter dieser Problemgrößenklasse beeinflußt.
- Im Durchschnitt der 35 untersuchten TSP liegen ca. 14,5% der Städte auf dem Rand der konvexen Hülle. Darüber hinaus gilt, daß die Anzahl der Städte auf dem Rand der Hülle in dieser Stichprobe tendenziell mit steigender Problemgröße in Relation zur Gesamtzahl der Städte sinkt. Daß dies jedoch nicht immer der Fall sein muß und allein von der Verteilung der Städte im Raum abhängt, zeigt das TSP PR226.

Daraus folgt, daß die Ergebnisse der einfachen - nur größenabhängigen - polynomialen Approximation bzw. Regression in gewissem Maße von der Struktur und Größenverteilung der in die Analyse eingehenden Probleme abhängig sind. Solange man sich allerdings dieser Probleme bzw. Prämissen/Einschränkungen bewußt ist, kann das polynomiale Regressionsmodell durchaus Anwendung finden. In den folgenden Abschnitten soll es maßgeblich der Quantifizierung der Verbesserungen hinsichtlich der Rechengeschwindigkeit dienen.

Zu diesem Zweck wird abschließend noch eine eher der Illustration dienende Kenngröße eingeführt: die aufgrund der polynomialen Regressionsanalyse abgeschätzte Größe eines TSP, welches mit der hier verwendeten Hard- und Software innerhalb von fünf Minuten lösbar ist. Dieser Kenngröße liegt die im Rahmen von Anwendungen des TSP zu verzeichnende Erfahrung zugrunde, daß aus technischen oder organisatorischen Gründen oft nur eine feste Zeitspanne zur Lösung der Probleme zur Verfügung steht. Eine Heuristik kann folglich hinsichtlich ihrer Eignung für den praktischen Einsatz auch danach beurteilt werden, ob die real zu lösenden Probleme innerhalb dieser Zeitspanne bewältigt werden können. Diese "Fünf-Minuten-Größe" beträgt für die klassische CHI-Heuristik mit der

Vgl. zu den folgenden Ausführungen die Daten in Tab. 33.

¹⁸⁹ Vgl. Abschnitt 3.

Parametrisierung 7-10, Modus B, n=227. Dies bedeutet, daß aufgrund der vorgenommenen Approximation TSP mit bis zu 227 Städten näherungsweise in fünf Minuten gelöst werden können.

5.3.1.3. Einführung der Tripelaktualisierung

Die Ergebnisse des letzten Abschnitts zeigen deutlich auf, daß die durch die hier vorgestellte Implementierung der CHI-Heuristik lösbaren TSP in ihrer Größe beschränkt sind. Verantwortlich dafür ist in erster Linie die im Rahmen dieser Arbeit als kubisch festgestellte Laufzeit in Abhängigkeit von der Problemgröße. Auch durch den Einsatz schnellerer Hardware, einer besseren (hardwarenäheren) Programmiersprache (inklusive intensiver Nachbearbeitung des Kompilats) und eine sorgfältige Implementierung lassen sich die durch die identifizierte Laufzeitkomplexität gesetzten Grenzen nur bedingt hinausschieben.

Es liegt daher nahe, nach Möglichkeiten zur Verkürzung der Rechenzeit zu suchen. In diesem Zusammenhang soll hier ein Verfahren dargestellt werden, daß im weiteren als "Tripelaktualisierung" (TA) bezeichnet wird. Dieses Verfahren wurde in der Literatur in ähnlicher Form mehrfach für Einfügungsverfahren vorgeschlagen, wiederholt wurde auf seine Verwendbarkeit für die CHI-Heuristik hingewiesen. ¹⁹⁰ Im folgenden soll zunächst die hier entwickelte konkrete Ausgestaltung besprochen werden; im Anschluß daran werden die in der Literatur zu findenden Konzepte kurz skizziert und mit dieser verglichen.

Ausgangspunkt der Überlegungen sollen zunächst Einfügungsverfahren im allgemeinen sein. Der Unterschied zur CHI-Heuristik besteht - wie oben dargestellt - lediglich darin, daß bei letzterer zu Beginn bereits eine Teilrundreise in Form des Randes der konvexen Hülle vorliegt. Diese soll zunächst vernachlässigt werden. In einem typischen Iterationsschritt i eines Einfügungsverfahrens liegt bereits eine Teilrundreise vor, in welche k_i ($k_i \ge 2$) Städte eingebunden sind. Folglich hat dieselbe k_i Kanten. Weiterhin existieren l_i noch nicht in die Rundreise eingebundene Städte, so daß $n = l_i + k_i$ gilt.

Die Entscheidung über eine Einfügung werde nun (wie oben bei der klassischen CHI-Heuristik, Modus B) zweistufig getroffen. Zu diesem Zweck wird in der Vorauswahl jede der l_i noch nicht eingebundenen Städte gegen sämtliche k_i vorhandenen Kanten bzw. Städtepaare geprüft. Aufgrund der minimalen bzw. maximalen Erfüllung des Zielkriteriums des VAV wird aus den k_i Städtetripeln für eine noch nicht eingefügte Stadt ein Tripel ausgewählt. Dieses erfordert $k_i \times l_i$ Rechenoperationen bzw. Prüfungen. Ist dieser Vorgang für alle l_i Städte durchgeführt worden, so liegen l_i Städtetripel vor, aus denen nun in der Endauswahl mittels des Zielkriteriums des EAV eines für die Einfügung ausgewählt werden muß. Dieses erfordert folglich noch einmal l_i Operationen.

Vgl. z.B. SPRESSER (1989), S. 838; JOHNSON/PAPADIMITRIOU (1985b), S. 158; LAPORTE (1992a), S. 242; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 14 f.; REINELT (1994), S. 83; ZWEIG (1995), S. 1052 ff.; vgl. auch entsprechend Abschnitt 5.3.1.2.

Im Verfahren folgt nun nach der Einfügung die nächste Iteration i+1. Es gilt $k_{i+1}=k_i+1$ sowie $l_{i+1}=l_i-1$. In der Vorauswahl werden nun $k_{i+1}\times l_{i+1}$ Städtetripel geprüft. Dabei fällt allerdings auf, daß ein Großteil der entsprechenden Berechnungen bzw. Prüfungen des Zielkriteriums des VAV bereits in der letzten Iteration mit gleichem Ergebnis durchgeführt wurde. In den meisten Fällen kann sogar beobachtet werden, daß für eine noch nicht eingefügte Stadt in der Vorauswahl dasselbe Städtetripel wie in der vorhergehenden Iteration das Zielkriterium des VAV maximiert (oder minimiert) wird. In der Endauswahl wird entsprechend für die l_{i+1} Städtetripel das Zielkriterium des EAV oftmals erneut berechnet, obwohl es gleichfalls in der vorhergehenden Iteration bestimmt wurde.

Es ist folglich einleuchtend, daß die Berechnungszeit erheblich verkürzt werden könnte, wenn es gelänge, bereits in einer Iteration erlangte Berechnungs- bzw. Prüfungsergebnisse für die zweistufige Einfügungsprüfung (VAV, EAV) anhand der entsprechenden Zielkriterien in die folgende Iteration zu übernehmen. Dort wären die Berechnungsergebnisse dann nur noch bezüglich der inzwischen eingetretenen Änderungen der Ausgangslage in der vorhergehenden Iteration zu aktualisieren. Diese "Änderungen der Ausgangslage" umfassen die folgenden Sachverhalte:

- Das Wegfallen jener Kante der Teilrundreise, die beim Abschluß der vorhergehenden Iteration für die Einfügung ausgewählt wurde,
- die Entstehung zweier neuer Kanten in der Teilrundreise durch die vorgenommene Einfügung
- sowie der Wegfall einer nicht eingefügten Stadt durch die vorgenommene Einfügung.

Da die in jeder Iteration lediglich zu aktualisierende Struktur aus Städtetripeln besteht, wurde hier der Begriff "Tripelaktualisierung" für die Kennzeichnung des Vorgehens gewählt. Die für diesen Zweck benötigte Datenstruktur, die Tripelliste, besteht aus einer Tabelle mit n Zeilen und vier Feldern und erfordert folglich nur in Abhängigkeit von n linear zusätzlichen Speicherplatz. 191

Nach einem Iterationsschritt i finden sich in der Tripelliste l_{i+1} Einträge (Zeilen). Für jede noch nicht in die derzeitige Teilrundreise eingefügte Stadt ist die Kante (vertreten durch die zwei sie begründenden Städte in der Teilrundreise) festgehalten, welche nach der Prüfung des Zielkriteriums des VAV in der Vorauswahl der letzten Iteration für eine potentielle Einfügung ausgewählt wurde. Weiterhin ist der entsprechende Wert des Zielkriteriums des VAV sowie jener des Zielkriteriums des EAV für das Städtetripel vermerkt. Die nun notwendige Aktualisierung der Tripelliste für den aktuellen Iterationsschritt muß hinsichtlich der gerade betrachteten noch nicht eingefügten Stadt zwei mögliche alternative Fälle abdecken:

Falls die in der Tripelliste vermerkte Kante für eine noch nicht eingefügte Stadt aufgrund der Einfügung in der letzten Iteration i weggefallen ist, muß diese Stadt in der Vorauswahl der Iteration i+1 erneut gegen alle derzeitigen Kanten der Teilrundreise nach dem Zielkriterium des VAV geprüft werden. Es ergibt dann keine Ersparnis gegenüber dem oben geschilderten Vorgehen. Das Zielkriterium des VAV ist k_{i-1} mal

Im Rahmen der nachfolgend beschriebenen Implementierung wurden noch zwei weitere Felder hinzugefügt, um eine doppelt (vorwärts und rückwärts) verkettete Liste zu realisieren. Dieses ermöglicht eine effizientere Löschung von Zeilen bzw. Tripeln, vgl. z.B. OTTMANN/WIDMAYER (1993), S. 43 ff.

- zu berechnen. Das Zielkriterium des EAV muß einmal neu berechnet werden. Dieser Vorgang sei im folgenden als "Vollprüfung" bezeichnet.
- Die Teilrundreise, die in der letzten Iteration *i* galt, hat sich durch die erfolgte Einfügung um zwei Kanten verlängert. Jede zu einer noch nicht eingefügten Stadt in der Tripelliste vermerkte Kante muß nun bezüglich der Erfüllung des Zielkriteriums des VAV gegen diese beiden neuen Kanten geprüft werden. Wird das Zielkriterium durch eine der neuen Kanten besser erfüllt als durch die vermerkte, so ist letztere entsprechend zu ersetzen. In diesem Fall ist auch das in der Tripelliste festgehaltene Zielkriterium des EAV für diese entsprechend ausgetauschte Kante zu aktualisieren. Dieser Sachverhalt sei im folgenden als "Teilprüfung" bezeichnet.

Nach der Tripelaktualisierung wird die Tripelliste einmal durchlaufen und es wird jene Stadt festgestellt, die das Zielkriterium des EAV bestmöglichst erfüllt. 192 Die Einfügung der identifizierten Stadt wird durchgeführt und dieselbe aus der Tripelliste eliminiert. Anschließend kann die nächste Iteration i+2 beginnen.

Itera-	Kanten-	Anzahl	Anzahl Tripel	Anzahl	Anzahl	Anzahl
tion	Anzahl in	nicht einge-	in Vollprüfung	Prüfungen	Prüfungen	Prüfungen
<i>(i)</i>	der Teil-	fügter Städte	VAV, VPA 20%	Vollprüfung	Teilprüfung	EAV
	rundreise			VAV	VAV	
1.	2	8	8	16	0	8
2.	3	7	1,4	4,2	11,2	7
3.	4	6	1,2	4,8	9,6	6
4.	5	5	1	5	8	5
5.	6	4	0,8	4,8	6,4	4
6.	7	3	0,6	4,2	4,8	3
7.	8	2	0,4	3,2	3,2	2
8.	9	1	0,2	1,8	1,6	1
9.	10	0	0	0	0	0
			Summen:	44	44,8	36

Tab. 34: Abschätzung der Anzahl notwendiger Rechenoperationen bzw. Prüfungen im Rahmen der Tripelaktualisierung für ein TSP mit zehn Städten und einem angenommenen Vollprüfungsanteil von 20%. 193

Es wird nun zunächst an einem Modell diskutiert, welche Auswirkungen die Tripelaktualisierung auf die benötigte Rechenzeit haben kann. Zu diesem Zweck soll das bereits oben zur Abschätzung der Anzahl der Berechnungsoperationen entwickelte Schema für die Einfügungsheuristiken modifiziert werden. Wiederum wird dabei die erste Teil-

_

Dieser Vorgang wird bei der Implementierung in die Tripelaktualisierung integriert. Oben wird er nur zwecks besserer Nachvollziehbarkeit getrennt dargestellt. Eine echte Laufzeitersparnis kann allerdings nur realisiert werden, wenn die Zielkriterien des VAV und des EAV identisch sind, vgl. auch Abschnitt 5.3.1.2.

Die Ganzzahligkeit der Anzahl der notwendigen Prüfungen bzw. zu untersuchenden Tripel wird im Sinne einer Approximation vernachlässigt. - Die Werte der 1. Iteration in den Spalten 4 und 5 sind kursiv dargestellt, da sie nicht nach dem folgend angewandten Schema bestimmt werden.

Vgl. Abschnitt 5.3.1.2, insbesondere Tab. 30.

rundreise, die bei den CHI-Verfahren in Form des Randes der konvexen Hülle vorliegt, vernachlässigt. Es wird davon ausgegangen, daß bereits eine (willkürlich oder zufällig gewählte) Verbindung zwischen zwei Städten mit zwei identischen Kanten als "Teilrundreise" festgestellt wurde. Weiterhin erweist es sich zunächst als notwendig, eine Annahme über das Verhältnis zwischen erforderlichen Voll- und Teilprüfungen zu treffen. Dieses Verhältnis sei im weiteren als der "Vollprüfungsanteil" (VPA) bezeichnet. Es wird für die folgenden Überlegungen zunächst willkürlich auf 20% festgelegt. Dies führt zu der in Tab. 34 dargestellten Abschätzung der Anzahl notwendiger Rechenoperationen für ein TSP mit n=10 Städten. n=10 Städten. n=10 Städten.

In Spalte 1 der Tab. 34 ist zunächst die Nummer der jeweiligen Iteration angegeben. Es folgt in Spalte 2 die Anzahl der bereits in der jeweiligen Teilrundreise enthaltenen Kanten. Spalte 3 weist die Anzahl der bislang noch nicht in die Teilrundreise eingefügten Städte aus; diese entspricht in jeder Iteration i der Anzahl der Einträge in die Tripelliste mit (n-1-i). Von diesen Tripeln müssen 20% im Rahmen der Vorauswahl einer Vollprüfung unterzogen werden (Spalte 4). Die Anzahl der notwendigen Prüfungen wird in Spalte 5 als Produkt der Spalten 2 und 4 berechnet. Dabei sei hier im Rahmen der Prämisse über den Anteil der notwendigen Vollprüfungen auch die Angabe nicht ganzzahliger Werte im Sinne einer Approximation erlaubt. Die verbleibenden 80% der Tripel sind im Rahmen der Vorauswahl in einer Teilprüfung zu untersuchen (Spalte 6). Bei derselben sind für jedes zu prüfende Tripel zwei Kanten zu examinieren; folglich bestimmt sich der Eintrag einer jeden Iteration i in Spalte 6 zu (Wert Spalte 3 × 0,8 × 2). Schließlich sind noch die im Rahmen der Endauswahl anfallenden Prüfungen zu berücksichtigen (Spalte 7). - Eine Ausnahme stellt die erste Iteration dar, in welcher sämtliche Tripel im Rahmen der Vorauswahl einmal einer Vollprüfung zu unterziehen sind.

Die Summen der Spalten 5 und 6 geben die Anzahl der notwendigen Prüfungen für die Teil- und Vollprüfungen des Zielkriteriums des VAV an; die Summe der Spalte 7 repräsentiert die Anzahl der notwendigen Prüfungen des Zielkriteriums des EAV. Insgesamt müssen folglich 124,8 Berechnungen von Zielkriterien bzw. Prüfungen durchgeführt werden.

Führt man die in Tab. 34 vollzogenen Berechnungen für unterschiedliche TSP-Größen durch, so läßt sich die Anzahl der notwendigen Berechnungsoperationen bzw. Prüfungen für Einfügungsverfahren bei Tripelaktualisierung in Abhängigkeit der Problemgröße darstellen. Es zeigt sich, daß sie durch eine kubische Funktion vollständig abbildbar sind. Dabei führt eine Änderung des Vollprüfungsanteil zu einer linear-proportionalen Variation der Koeffizienten dieser Funktion. Abb. 40 stellt die Funktionsplots für Vollprüfungsanteile zwischen 10% und 100% dar, Tab. 35 gibt die entsprechenden Konstanten und Koeffizienten der zugehörigen Polynome wieder. Für einen Vollprüfungsanteil von 100% ergibt sich sachlogisch die bereits oben im Abschnitt 5.3.1.2 für Einfügungsverfahren ermittelte kubische Funktion.

Unterstellt wird dabei, wie bereits oben erwähnt, der Modus B.

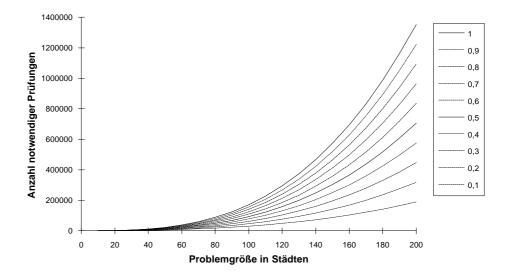


Abb. 40: Anzahl notwendiger Prüfungen für Einfügungsverfahren mit Tripelaktualisierung bei unterschiedlichen TSP-Größen und Vollprüfungsanteilen.

Vollprüfungs- anteil	Konstante	n	n^2	n^3
10%	2,9	- 4 19/60	1,4	1/60
20%	2,8	- 4 8/60	1,3	2/60
30%	2,7	- 3 57/60	1,2	3/60
40%	2,6	- 3 46/60	1,1	4/60
50%	2,5	- 3 35/60	1	5/60
60%	2,4	- 3 24/60	0,9	6/60
70%	2,3	- 3 13/60	0,8	7/60
80%	2,2	- 3 2/60	0,7	8/60
90%	2,1	- 2 51/60	0,6	9/60
100%	2	- 2 40/60	0,5	10/60

Tab. 35: Koeffizienten und Konstanten der die Anzahl der Berechnungsoperationen bzw. notwendigen Prüfungen bestimmenden Polynome für Einfügungsverfahren mit Tripelaktualisierung bei unterschiedlichen Vollprüfungsanteilen.

Die Untersuchung zeigt auf, daß durch die Einführung der Tripelaktualisierung erhebliche Einsparungen an Berechnungszeit möglich sind. Die Anzahl der notwendigen Berechnungen bzw. Prüfungen vermindert sich zum einen überproportional in Abhängigkeit von der TSP-Größe: Bei einem fixierten Vollprüfungsanteil von z.B. 20% werden bei n=100 gegenüber dem Vollprüfungsanteil von 100% rund 73% weniger Prüfungen durchgeführt; bei n=200 mindert sich die Anzahl der Prüfungen bereits um rund 76%. Zum anderen sinkt die Anzahl der notwendigen Prüfungen bei fixiertem n linear mit sinkendem Vollprüfungsanteil.

Es ist im weiteren zunächst die oben gesetzte Prämisse bezüglich eines einheitlichen Vollprüfungsanteils aufzuheben. Derselbe wird in der Realität zum einen in jeder Itera-

tion des Einfügungsverfahrens differieren und zum anderen auch von TSP zu TSP - in Abhängigkeit von dessen Strukturen, respektive der Lage der Städte im Raum - unterschiedlich sein. Folglich kann man die obige Modelldiskussion nur als eine stark abstrahierende Wiedergabe der realen Sachverhalte ansehen. Dementsprechend ist bezüglich des empirisch zu überprüfenden Laufzeitverhaltens eine gewisse Streuung um die Idealfunktion zu erwarten. Des weiteren sind in das abstrakte Modell keine zeitmäßigen Gewichtungen der einzelnen Berechnungskomponenten eingegangen. Auch diese können zu einer Verzerrung der real approximierbaren Laufzeit gegenüber der Idealfunktion führen. Gleiches gilt bezüglich nicht berücksichtigter Fixzeitkomponenten. Aufgrund der Tatsache jedoch, daß der größte Teil der Operationen auf die Berechnungskomponente bzw. die notwendigen Prüfungen der Zielkriterien der VAV und EAV entfällt, ist von diesen Komponenten keine zu starke Verzerrung zu erwarten.

Aus den Erläuterungen im vorstehenden Absatz folgt, daß die Technik der Tripelaktualisierung die im schlechtestmöglichen Fall auftretende Laufzeitkomplexität der klassischen CHI-Heuristik nicht zu verbessern vermag. ¹⁹⁶ Im denkbaren "worst case" muß von einem Vollprüfungsanteil von 100% ausgegangen werden; folglich können keine Ersparnisse bezüglich der Berechnungszeit erwartet werden. Vielmehr dürfte sich die Laufzeit des Algorithmus noch geringfügig erhöhen, da zusätzlich die für die Tripelaktualisierung notwendigen Prüfungen (siehe oben) durchgeführt werden müssen.

Das hier vorgestellte Konzept der Tripelaktualisierung bzw. ein analoger Grundgedanke wird seit langer Zeit zur Verbesserung der Laufzeit von Einfügungsverfahren in der Literatur genannt. Hehrere Autoren weisen darauf hin, daß bei identischem VAV und EAV - genannt wird zumeist das Verfahren "Cheapest Insertion" - die Möglichkeit besteht, *sämtliche* Einfügungsmöglichkeiten für *jede* noch nicht in die erste Teilrundreise eingefügte Stadt nach ihrer Vorteilhaftigkeit sortiert zu speichern. Dafür wird z.B. von REINELT (1994) und JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994) ein binärer Baum (Heap) vorgeschlagen. Polgend können die Einfügungen in den Iterationen des Verfahrens sukzessive diesem Heap (bzw. in einfacheren Versionen einer sortierten Liste) entnommen werden. Dabei ist es allerdings notwendig, die gespeicherten potentiellen Einfügungen - wie auch oben bei der Tripelaktualisierung beschrieben - regelmäßig hinsichtlich weggefallener bzw. neu entstandener Kanten zu aktualisieren. Für dieses Vorgehen

Auf Erläuterungen zur Berücksichtigung der auf dem Rand der konvexen Hülle liegenden Städte als erste Teilrundreise bei der Bestimmung der Anzahl der notwendigen Prüfungen für die CHI-Heuristik wird hier verzichtet, da dieselbe analog zur Darstellung in Abschnitt 5.3.1.2 verläuft.

Vgl. z.B. ROSENKRANTZ/STEARNS/LEWIS (1977), S. 573; GOLDEN/BODIN/DOYLE/STE-WART (1980), S. 697; JOHNSON/PAPADIMITRIOU (1985b), S. 158; SPRESSER (1989), S. 838; LAPORTE (1992a), S. 242; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 14 f.; REINELT (1994), S. 83; eine sehr detaillierte Beschreibung findet sich bei ZWEIG (1995), S. 1052 ff.; vgl. auch Abschnitt 5.3.1.2.

Vgl. im folgenden z.B. ROSENKRANTZ/STEARNS/LEWIS (1977), S. 573; REINELT (1994), S.
 83, identisch JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 16.

Vgl. REINELT (1994), S. 83, identisch JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 16; zu Heaps vgl. OTTMANN/WIDMAYER (1993), S. 113 ff.; SEDGEWICK (1992), S. 180 ff.

wird eine Laufzeitkomplexität von $O(n^2 \log n)$ genannt;²⁰⁰ einige Autoren sehen seine Anwendbarkeit strikt auf den Fall begrenzt, daß EAV und VAV nach dem Verfahren "Cheapest Insertion" erfolgen.²⁰¹ GOLDEN/BODIN/DOYLE/STEWART (1980) äußern, daß diese Laufzeitkomplexität scheinbar auch für das klassische CHI-Verfahren (bei ihnen mit der Parametrisierung 7-8, Modus B beschrieben) gelte.²⁰² Der entscheidende - die Praktikabilität stark einschränkende bzw. ausschließende - Nachteil dieses Vorgehens ist der tendenziell in Relation zur Problemgröße quadratische Speicherplatzbedarf.²⁰³ Aus diesem Grund kann die hier vorgestellte Tripelaktualisierung als eingeschränkte Realisierung dieses Konzeptes aufgefaßt werden.

SPRESSER (1989) beschreibt im Rahmen der Darstellung eines "Nearest Addition" genannten Einfügungsverfahrens (VAV "Nearest Addition", EAV eine beschränkte "Cheapest Insertion") eine Variation, die für jede noch nicht in die Rundreise eingefügte Stadt lediglich *eine* Einfügungsmöglichkeit in einer Liste vermerkt und dieselben im weiteren nutzt.²⁰⁴ Dies entspricht dem Vorgehen der oben beschriebenen Tripelaktualisierung und zeigt, daß der Grundgedanke nicht auf identische VAV und EAV bzw. das Verfahren "Cheapest Insertion" beschränkt sein muß. ZWEIG (1995) schließlich, dessen Implementierung der CHI-Heuristik schon oben im Abschnitt 5.2.1 skizziert wurde, verwendet gleichfalls eine Tripelliste, die für jede noch nicht eingefügte Stadt über das VAV nur einen einzigen Eintrag enthält.²⁰⁵ Seine Beschreibung weicht inhaltlich - abgesehen von der gleichzeitigen Nutzung einer Delaunay-Struktur und damit notwendigen Modifikationen sowie einer grundlegend anderen Notation - nur wenig von der hier entwickelten Tripelaktualisierung ab. Auch er sieht die Anwendbarkeit offensichtlich nicht als auf das Verfahren "Cheapest Insertion" bzw. identische VAV und EAV beschränkt an.

Die Implementierung der Tripelaktualisierung wirft keine ungewöhnlichen Probleme auf. Gegenüber der obigen Beschreibung wird lediglich zusätzlich die Berechnung des Zielkriteriums des EAV in die Vorauswahl integriert; seine Prüfung findet weiterhin in der eigentlichen Endauswahl statt. Es ergibt sich (im Modus B) folgender Ablauf:

- 1. Ermittlung des Randes der konvexen Hülle als erste Teilrundreise.
- 2. Vollprüfung nach dem Zielkriterium des VAV: Für jede nicht eingebundene Stadt wird jene Kante des Randes der konvexen Hülle festgehalten, welche bezüglich des Zielkriteriums den besten Wert erreicht. Zusätzlich wird die Ausprägung desselben vermerkt; zugleich wird das Zielkriterium des EAV für das entsprechende Städtetripel (einzufügende Stadt und Städte der nach dem Zielkriterium des VAV besten Kante) berechnet.

Vgl. z.B. ROSENKRANTZ/STEARNS/LEWIS (1977), S. 573; GOLDEN/BODIN/DOYLE/STE-WART (1980), S. 697; JOHNSON/PAPADIMITRIOU (1985b), S. 158; REINELT (1994), S. 83, identisch JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 16.

Vgl. implizit ROSENKRANTZ/STEARNS/LEWIS (1977), S. 573; implizit GOLDEN/BODIN/DOYLE/STEWART (1980), S. 697; explizit JOHNSON/PAPADIMITRIOU (1985b), S. 158; explizit REINELT (1994), S. 83, identisch JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 16.

²⁰² Vgl. GOLDEN/BODIN/DOYLE/STEWART (1980), S. 698.

²⁰³ Vgl. REINELT (1994), S. 83, identisch JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 16.

²⁰⁴ Vgl. SPRESSER (1989), S. 838.

²⁰⁵ Vgl. im folgenden ZWEIG (1995), S. 1052 ff.

- 3. Prüfung aller Städtetripel bzgl. des bereits in Schritt 2 berechneten Zielkriteriums des EAV und Einfügung der noch nicht eingebundenen Stadt, welche dieses am besten erfüllt. Damit wird zugleich eine Kante aus dem Rand der konvexen Hülle eliminiert und durch zwei neue Kanten ersetzt.
- 4. Solange noch nicht eingebundene Städte existieren, werden die folgenden Schritte wiederholt:
 - a) *Vorauswahl*: Prüfung aller noch nicht eingefügten Städte bzw. der aus dem letzten Schritt noch vorhandenen zugehörigen Städtetripel, dabei werden für jede noch nicht eingefügte Stadt zwei alternative Fälle unterschieden:
 - a) Vollprüfung: Ist die zu einer noch nicht eingefügten Stadt im Städtetripel vermerkte Kante auf der derzeitigen Teilrundreise durch die letzte Einfügung eliminiert worden, so wird diese Stadt erneut gegen alle nun vorhandenen Kanten nach dem Zielkriterium des VAV geprüft. Durch das Festhalten der nach dem Zielkriterium nunmehr günstigsten Kante entsteht ein neues Städtetripel. Das Zielkriterium des VAV und das gleich mit berechnete Zielkriterium des EAV für das neue Städtetripel werden gespeichert.
 - b) *Teilprüfung:* Ist die zu einer noch nicht eingefügten Stadt vermerkte Kante noch existent, so wird der zugehörige Wert des Zielkriteriums des VAV lediglich für die zwei bei der letzten Einfügung neu entstandenen Kanten berechnet. Sofern seine Ausprägung bei einer der beiden Kanten günstiger ausfällt als die derzeit vermerkte, wird das Städtetripel entsprechend modifiziert, d.h. die beste Kante für die noch nicht eingefügte Stadt ersetzt. Gleichzeitig wird der neue Wert des Zielkriteriums des VAV vermerkt und das Zielkriterium des EAV wird für das modifizierte Städtetripel errechnet und gespeichert.
 - b) *Endauswahl*: Prüfung aller Städtetripel daraufhin, welches das (bereits berechnete) Zielkriterium des EAV am besten erfüllt. Dasselbe bezeichnet die nun einzufügende Stadt und die Kante der Einfügung.
 - c) Vornahme der Einfügung. Solange danach noch nicht eingebundene Städte existieren, wird mit Schritt a) fortgefahren.

Die Schritte 2 und 3 des obigen Algorithmus dienen lediglich dazu, die ab dem erstmaligen Ablauf des Schrittes 4 benötigte Datenbasis (Städtetripel, Werte der Zielkriterien des VAV und EAV) bereitzustellen. Der Schritt 4 enthält die eigentliche Iteration, die $(n-n_{ch})$ -mal ausgeführt wird.

Die um die Tripelaktualisierung modifizierte CHI-Heuristik (CHI-TA-Heuristik) erzeugt prinzipiell keine anderen Lösungsqualitäten als die oben erörterte unmodifizierte CHI-Heuristik. Die einzige - rechentechnisch bedingte - Ausnahme wird weiter unten erläutert. Aus diesem Grund ist die Wiedergabe der Lösungsqualitäten - gegenüber einer Analyse der benötigten Laufzeiten - eigentlich von geringem Interesse. Allerdings ermöglicht der niedrigere Zeitbedarf der Heuristik die Untersuchung erheblich größerer Probleme. Hier sollen alle TSP der Gruppen II und III in die empirischen Tests mit einbezogen werden. Dargestellt und kommentiert werden lediglich die Ergebnisse für die VAV-EAV-Kombination "Cheapest Insertion - Greatest Angle", da dieselbe bei der empirischen Untersuchung der CHI-Heuristik am vorteilhaftesten erschien.²⁰⁶

²⁰⁶ Vgl. Abschnitt 5.3.1.2.

TSP	n	% über	% über	СНІ	CI	II TA	Verhältnis OZ
		OLN	OLC	OZ	OZ	VPQ	CHI TA / CHI
EIL51	51	6,321	5,336	3	1	0,4131%	33,333%
BERLIN52	52	2,433	2,401	3	1	0,8593%	33,333%
ST70	70	5,345	4,897	9	2	0,2689%	22,222%
EIL76	76	7,899	6,438	11	2	0,2799%	18,182%
PR76	76	2,322	2,321	12	3	0,4662%	25,000%
RAT99	99	5,369		25	4	0,1753%	16,000%
KR100A	100	1,839	1,823	26	5	0,1862%	19,231%
KR100B	100	1,349		26	5	0,2025%	19,231%
KR100C	100	2,293	2,284	26	4	0,1727%	15,385%
KR100D	100	3,028	3,027	26	5	0,1932%	19,231%
KR100E	100	4,544		26	4	0,1793%	15,385%
RD100	100	4,389	4,384	26	5	0,1962%	19,231%
EIL101	101	6,542	4,334	27	5	0,2132%	18,519%
LIN105	105	2,399	2,371	30	6	0,2428%	20,000%
PR107	107	2,447		29	3	0,0493%	10,345%
PR124	124	4,026		34	7	0,1980%	20,588%
BIER127	127	5,571		56	12	0,2727%	21,429%
CH130	130	6,737	6,722	58	10	0,1511%	17,241%
PR136	136	4,433		64	8	0,0902%	12,500%
PR144	144	4,922		80	13	0,1557%	16,250%
CH150	150	5,297	5,228	90	13	0,1161%	14,444%
KR150A	150	4,163		90	12	0,1086%	13,333%
KR150B	150	4,127		91	12	0,1084%	13,187%
PR152	152	5,318		95	14	0,1058%	14,737%
U159	159	6,712		109	12	0,0886%	11,009%
RAT195	195	7,376		198	22	0,0645%	11,111%
D198	198	2,587		210	27	0,1016%	12,857%
KR200A	200	4,115		216	25	0,0812%	11,574%
KR200B	200	5,123		212	24	0,0727%	11,321%
PR226	226	4,341		208	32	0,0735%	15,385%
GIL262	262	8,132		485	51	0,0590%	10,515%
PR264	264	8,152		497	44	0,0536%	8,853%
A280	280	5,598	4,880	563	56	0,0465%	9,947%
PR299	299	5,332		720	65	0,0516%	9,028%
LIN318	318	8,569		857	79	0,0440%	9,218%
Mittelwert		4,833	4,032			0,1755%	
Stdabw.		1,946	1,643			0,1553%	
Maximum		8,569	6,722			0,8593%	
Minimum		1,349	1,823			0,0440%	

Tab. 36: Ergebnisse der Anwendung der CHI-TA-Heuristik (Parametrisierung 7-10, Modus B) auf die TSP der Gruppe II.

Im folgenden wird zunächst der Aufbau der Tab. 36, 37 und 38 erläutert, die die Ergebnisse der Anwendung der CHI-TA-Heuristik auf die TSP der Gruppen II und III wiedergeben. 207 Tab. 36 gibt in den ersten beiden Spalten den TSP-Namen und die TSP-Größe an. In der dritten und vierten Spalte folgen die mit der CHI-TA-Heuristik ermittelten Lösungsqualitäten. 208 Die fünfte und sechste Spalte weist die benötigte Rechenzeit in

²⁰⁷ Bzgl. der Gruppierung der TSP vgl. Abschnitt 2.4.

Bzgl. der Notationen vgl. Abschnitt 2.

Sekunden, zum einen für die unmodifizierte (klassische) CHI-Heuristik, zum anderen für die CHI-TA-Heuristik, aus. Die in der siebten Spalte angegebene Vollprüfungsquote (VPQ) wird unten näher erläutert. Schließlich bildet die achte Spalte die Relation zwischen den Spalten fünf und sechs. Im Fuß der Tabelle werden für ausgewählte Spalten Mittelwerte, Stichproben-Standardabweichungen, Maxima und Minima berechnet.

Der Aufbau der Tab. 37 gleicht jenem der Tab. 36. Es entfallen lediglich die Spalten fünf und acht, da die TSP der Gruppe III nicht mit der unmodifizierten CHI-Heuristik gelöst wurden. Tab. 38 schließlich weist für die Lösungsqualitäten und VPQ aller 49 getesteten TSP Mittelwerte, Stichproben-Standardabweichung, Maximum und Minimum aus.

TSP	n	% über	% über	CH	II TA
		OLN	OLC	OZ	VPQ
RD400	400	8,100		122	0,0282%
FL417	417	3,867		104	0,0189%
PR439	439	7,028		190	0,0348%
PCB442	442	11,700	11,688	167	0,0327%
D493	493	7,656		219	0,0255%
U574	574	8,161		282	0,0182%
RAT575	575	10,047		251	0,0132%
P654	654	4,361		199	0,0044%
D657	657	8,425		418	0,0166%
U724	724	8,569		456	0,0097%
RAT783	783	9,319		512	0,0094%
DSJ1000	1000	7,893		853	0,0067%
U1060	1060	8,084		1086	0,0073%
VM1084	1084	8,471		985	0,0046%
Mittelwert		7,977			0,0165%
Stdabw.		1,995			0,0104%
Maximum		11,700			0,0348%
Minimum		3,867			0,0044%

Tab. 37: Ergebnisse der Anwendung der CHI-TA-Heuristik (Parametrisierung 7-10, Modus B) auf die TSP der Gruppe III.

Die durch die Tripelaktualisierung realisierte Reduzierung der Rechenzeit ermöglicht hier nunmehr - wie schon erwähnt und aus Tab. 37 ersichtlich - auch die Untersuchung der Leistungsfähigkeit der CHI-Heuristik bezüglich größerer TSP, respektive jener der Gruppe III. Der in Tab. 37 für letztere Gruppe ausgewiesene Mittelwert der Lösungsqualität liegt mit ca. 8% rund drei Prozentpunkte über jenem der Gruppe II aus Tab. 36. Die Streuung der Lösungsqualität hingegen weist einen ähnlichen Wert auf. Diese Beobachtung stützt einerseits die Hypothese, daß die CHI-Heuristik bei steigender Problemgröße aufgrund der geringeren strukturellen Charakterisierung über die konvexe Hülle an Leistungsfähigkeit verliert. Andererseits ist der Umfang der hier untersuchten Stichprobe (Gruppe III) zu gering, um eine statistisch valide Aussage über einen signifikanten Unterschied zwischen den Mittelwerten aus Tab. 36 und Tab. 37 zu erlauben. Überprüft man die Korrelation zwischen den beiden Variablen "TSP-Größe" und "Lösungsqualität", so kann aufgrund der nicht gesicherten gemeinsamen Normalverteilung in der Grundgesamtheit zwecks Ermöglichung von Hypothesentests nur auf Rangkorrelationsverfahren

(z.B. nach SPEARMAN, KENDALL) zurückgegriffen werden.²⁰⁹ Dieselben weisen einen relativ schwach positiven, aber signifikanten Zusammenhang zwischen TSP-Größe und Lösungsqualität aus,²¹⁰ d.h. bei größeren TSP ist tendenziell eine schlechtere Lösungsqualität zu erwarten.

	% über OLN	% über OLC	VPQ
Mittelwert	5,731	4,542	0,1300%
Stdabw.	2,413	2,533	0,1496%
Maximum	11,700	11,688	0,8593%
Minimum	1,349	1,823	0,0044%

Tab. 38: Zusammenfassung der Ergebnisse der Anwendung der CHI-TA-Heuristik (Parametrisierung 7-10, Modus B) auf die TSP der Gruppen II und III.

Zur mittels der CHI-Heuristik mit Tripelverfahren erzielbaren Lösungsqualität ist noch eine Anmerkung vonnöten. Es wurde oben festgestellt, daß diese *prinzipiell* jener der unmodifizierten CHI-Heuristik gleicht. Faktisch treten jedoch zuweilen Abweichungen auf, deren Ursache allerdings nicht im Prinzip der Tripelaktualisierung, sondern in den Details der Implementierung der CHI-Heuristik im allgemeinen liegen. Zur Verdeutlichung sei folgende Situation angenommen:

Zwecks Feststellung einer in die bestehende Teilrundreise einzufügenden Stadt werden im Rahmen der Vollprüfung alle noch nicht eingebundenen Städte in einer Iteration zunächst nach dem Zielkriterium des VAV gegen die vorliegenden Kanten geprüft. Dabei werde im Laufe der Prüfung immer jene Kante in dem der gerade untersuchten Stadt zugeordneten Tripel festgehalten, die bislang das Zielkriterium am besten erfüllt. Erfüllen nun zwei Kanten dasselbe gleich gut, so ist es allein von der Reihenfolge der Prüfung und von der Wahl des Operators ("<" oder "<" bzw. je nach VAV auch ">" bzw. ">") abhängig, welche der beiden Kanten für die gerade untersuchte Stadt in die Endauswahl in jener Iteration eingeht.

Die anders geartete Einfügung *nur einer einzigen* Stadt in einer Iteration jedoch kann im weiteren Fortgang des Verfahrens schon eine erheblich differierende Rundreise bewirken. Folglich ergibt sich auch eine andere Lösungsqualität. Entsprechende Untersuchungen belegen, daß die Variation der Reihenfolge der Prüfung bzw. der Operatoren bei einzelnen Problemen zu einer Änderung der Lösungsqualität um bis zu einem Prozent führen

Vgl. z.B. HARTUNG/ELPELT/KLÖSENER (1991), S. 553 ff.; BROSIUS/BROSIUS (1995), S. 454 ff.

Korrelationskoeffizient nach KENDALL mit 0,4625; Korrelationskoeffizient nach SPEARMAN mit 0,6285. Beim zweiseitigen Hypothesentest kann die Nullhypothese, daß in der Grundgesamtheit kein Zusammenhang zwischen den Variablen besteht, abgelehnt werden. Beim einseitigen Hypothesentest kann die Nullhypothese, daß in der Grundgesamtheit kein positiver Zusammenhang zwischen den Variablen besteht, zurückgewiesen werden. Signifikanzniveau in beiden Fällen 0,01%.

kann.²¹¹ In einer Gesamtbetrachtung ergibt sich jedoch für die CHI-Heuristik keine wesentliche Änderung der durchschnittlichen Lösungsqualität.

Bei der Tripelaktualisierung wird nun - wenn unter den oben aufgeführten Bedingungen für ein Städtetripel auf eine Vollprüfung verzichtet werden kann - im Rahmen der Teilprüfung auf die meisten der bei der unmodifizierten CHI-Heuristik vorgenommenen Prüfungen des Zielkriteriums des VAV *verzichtet*. Dementsprechend wird die zuvor dargestellte Situation der gleich guten Erfüllung des Zielkriteriums der VAV durch eine einzufügende Stadt wesentlich seltener auftreten. Es handelt sich mithin nicht nur um die angesprochene Variation der Reihenfolge der Prüfungen - es fallen eine ganze Reihe von Prüfungen weg. Infolge dessen steigt die Wahrscheinlichkeit, daß es während der Iterationen zu anderen Einfügungen kommt als bei der unmodifizierten CHI-Heuristik. Die Folge sind differierende Rundreisen und Lösungsqualitäten. Es ist plausibel, daß dieser Fall am ehesten dann auftreten wird, wenn die Städte eines TSP in regelmäßigen Mustern erscheinen (wie z.B. bei den Bohrplatinenproblemen), so daß die überwiegend strukturempfindlichen Zielkriterien bei ihren Prüfungen eine Vielzahl gleich günstiger Einfügungskandidaten ermitteln können.

Für die hier verwendeten Testprobleme ist ein Vergleich nur für die Gruppe II möglich, da die TSP der Gruppe III aufgrund der dann resultierenden hohen Rechenzeiten nicht mit der klassischen CHI-Heuristik gelöst wurden. In Tab. 36 ergeben sich - wenn man die Lösungsqualitäten mit jenen in Tab. 24 im Abschnitt 5.3.1.2 vergleicht - vier Abweichungen, die grau hinterlegt erscheinen. Die Tatsache, daß hier nur Verschlechterungen der Lösungsqualität (und keine Verbesserungen) auftraten, kann als zufällig gewertet werden. Das Maximum dieser Verschlechterungen fällt mit 0,3 % (über OLN) relativ gering aus; ihr Durchschnitt liegt bei rund 0,18% (über OLN). Die Empfindlichkeit der CHI-TA-Heuristik hinsichtlich solcher Veränderungen der Lösungsqualität sowie die Bedeutung der Reihenfolge von Prüfungen und der Wahl von Operatoren im allgemeinen bedürfte einer umfangreicheren Analyse, welche nicht Gegenstand dieser Arbeit sein kann.

Da die Tripelaktualisierung zwecks Reduzierung der Rechenzeit eingeführt wurde, soll im weiteren die Operationszeit untersucht werden. Zu diesem Zweck ist es notwendig, den bislang verwendeten Begriff des Vollprüfungsanteils zu variieren. Der Vollprüfungsanteil wurde bislang als der Anteil notwendiger Vollprüfungen an allen potentiellen Vollprüfungen in einer Iteration eines Einfügungsverfahrens bei Tripelaktualisierung aufgefaßt. Im obigen Modell war diese Definition operational. In der Realität jedoch kann der Vollprüfungsanteil zum einen in jeder Iteration eine andere Höhe annehmen. Zum anderen ist die Anzahl der potentiellen Vollprüfungen in jeder Iteration unterschiedlich. Folglich lassen sich in einzelnen Stufen festgestellte Vollprüfungsanteile nur unter zusätzlicher Einführung einer Gewichtung zu einer aussagekräftigen Kennzahl aggregieren. Aus diesem Grund wird der Begriff der "Vollprüfungsquote" (VPQ) eingeführt. Diese ermittelt sich als die Relation zwischen der Anzahl der tatsächlich notwendigen Vollprüfungen und der Summe aller potentiellen Vollprüfungen über alle Iterationen. Damit

Die entsprechende Untersuchung wurde mit den TSP der Gruppen I bis III und der unmodifizierten CHI-Heuristik durchgeführt. Bei sehr kleinen TSP (n < 100) kann die Differenz höher ausfallen. Auf die weitergehende Wiedergabe der Ergebnisse dieser Untersuchung wird hier verzichtet

kann die Reduzierung der Anzahl der notwendigen Prüfungen in der Vorauswahl der CHI-TA-Heuristik mit Tripelaktualisierung gegenüber der unmodifizierten CHI-Heuristik für jedes TSP sinnvoll in einer Kennzahl ausgewiesen werden. Beispielsweise beträgt die VPQ für das TSP EIL51 in Tab. 36 0,4131%. Mithin ist also die Anzahl der notwendigen Prüfungen in der Vorauswahl gegenüber der unmodifizierten CHI-Heuristik um 99,596% gesunken.

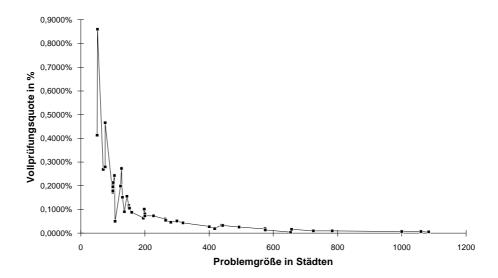


Abb. 41: Entwicklung der Vollprüfungsquote im Rahmen der CHI-TA-Heuristik (Parametrisierung 7-10, Modus B) bei steigender Problemgröße (TSP-Gruppen II und III).

Die Entwicklung der VPQ im Rahmen der CHI-TA-Heuristik bei steigender Problemgröße ist in Abb. 41 wiedergegeben. Es wird deutlich, daß die VPQ zum einen generell recht niedrige Werte (immer kleiner als ein Prozent) annimmt. Zum anderen fällt sie stark bei steigender Problemgröße. Ihr Verlauf läßt sich durch eine Exponentialfunktion des Typs $b_1 \times n^{b_2}$ (mit $b_1 \approx 1.82$, $b_2 \approx -1.47$ und $r^2 \approx 0.93$) zufriedenstellend approximieren. Dabei fällt die bei steigender Städteanzahl abnehmende Streuung der empirischen Werte um die - hier in Abb. 41 nicht eingezeichnete - Approximation (bzw. Residuen) auf. Dieser Sachverhalt läßt sich wie folgend erklären: Eine Vollprüfung wird immer dann nötig, wenn eine noch nicht eingefügte Stadt bzw. das zugehörige Städtetripel von der Elimination einer Kante durch die Einbindung einer Stadt betroffen ist. Der Anteil dieser Städte an der Gesamtheit aller noch nicht eingefügten Städte nimmt zwangsläufig über alle Iterationen bei wachsender Problemgröße ab. Die höhere Streuung der VPQ bei kleinen TSP findet ihre Ursache in der Tatsache, daß strukturelle Eigenschaften des TSP, d.h. die Art der Verteilung der Städte im Raum, hier einen höheren Einfluß auf die VPQ haben. Dieser Faktor verliert bei steigender Problemgröße (abgesehen von denkbaren extremen Verteilungen der Städte im Raum, die in dieser Hinsicht nicht unter den verwendeten Testproblemen enthalten sind) an Bedeutung.

Abb. 42 visualisiert die Laufzeit der unmodifizierten CHI-Heuristik sowie der CHI-TA-Heuristik bei steigender Problemgröße. Die erheblichen Rechenzeiteinsparungen werden offensichtlich. Die Laufzeit der CHI-Heuristik mit Tripelaktualisierung läßt sich durch eine kubische Funktion der Form $Z(n) = -0.0158n + 0.0007n^2 + 1.6552 \times 10^{-7} n^3$ (mit

 $r^2 \approx 0,99$) im Rahmen einer Regressionsanalyse recht gut approximieren. Dabei zeigen sich die Residuen aus den schon in Abschnitt 5.3.1.2 erörterten Gründen als nicht normalverteilt. Hinsichtlich der Koeffizienten der Beziehung weist sich nur die quadratische Komponente als hochsignifikant aus.

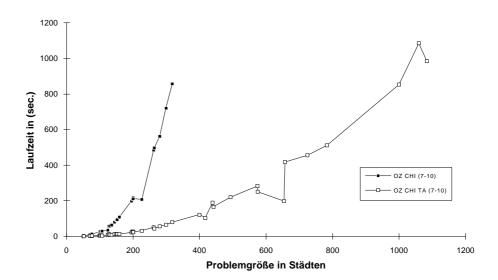


Abb. 42: Entwicklung der Rechenzeit der unmodifizierten CHI-Heuristik (OZ CHI) sowie der CHI-TA-Heuristik (OZ CHI TA) bei steigender Problemgröße (TSP-Gruppen II und III; Parametrisierung 7-10, Modus B).

Die Wirkung der Tripelaktualisierung dokumentiert sich in dem gegenüber der unmodifizierten CHI-Heuristik abgeflachten Verlauf der Laufzeit. Entsprechend den aus dem oben erläuterten Modell abgeleiteten Erwartungen ist gegenüber der entsprechenden Approximation der Laufzeit der klassischen CHI-Heuristik ein Sinken des kubischen und ein Anstieg des quadratischen Koeffizienten des approximierenden Polynoms zu konstatieren (vgl. Tab. 35). Der Wert des kubischen Koeffizienten ist nunmehr so gering, daß faktisch von einer nahezu quadratischen Beziehung gesprochen werden kann. - Bemerkenswert sind die TSP P654 und VM1084, welche im Verhältnis zu ihrer Größe eine erheblich niedrigere Laufzeit realisieren, als nach der Approximation zu erwarten wäre. Dieser Umstand läßt sich in erster Linie durch die jeweils relativ hohe Anzahl von Städten auf dem Rand der konvexen Hülle erklären. Aus dieser resultiert auch die erheblich niedrigere VPQ als bei Problemen vergleichbarer Größe. 212 Die Größe eines mit der vorgegebenen Hard- und Softwareausstattung in fünf Minuten lösbaren TSP steigt unter Bezug auf das approximierende Polynom gegenüber der unmodifizierten CHI-Heuristik erheblich von n = 227 auf n = 653.

Im abstrakten Modell wurde oben zum einen der Zusammenhang zwischen dem Vollprüfungsanteil und der Anzahl der notwendigen Prüfungen aufgezeigt: Derselbe ist mit letzterer linear verknüpft. Zum anderen gibt Tab. 36 (respektive Tab. 37) das Pendant des Vollprüfungsanteils, die VPQ (Spalte 7), sowie das Verhältnis zwischen der Rechenzeit der unmodifizierten CHI-Heuristik und jener mit Tripelaktualisierung (Spalte 8) für

Vgl. die VPQ in Tab. 37, auch Abb. 41 sowie Abschnitt 5.3.1.2.

die TSP der Gruppe II wieder. Letztere Datenreihe ist zudem in Abb. 43 dargestellt. Man erkennt, daß die Tripelaktualisierung sich (gegenüber der unmodifizierten CHI-Heuristik) um so vorteilhafter auswirkt, je größer das TSP ist. Dieselbe Aussage läßt sich auch unschwer der Abb. 42 entnehmen.

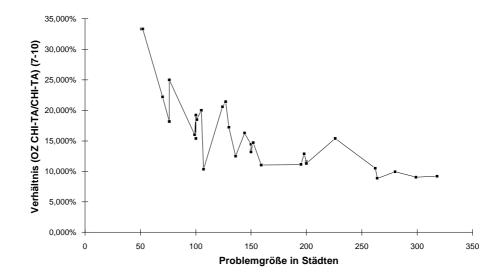


Abb. 43: Entwicklung des Verhältnisses der Rechenzeit zwischen unmodifizierter CHI-Heuristik und CHI-TA-Heuristik bei steigender Problemgröße (TSP-Gruppe II, Parametrisierung 7-10, Modus B).

Unter Berücksichtigung des abstrakten Modells kann sich die Frage anschließen, warum keine Rechenzeitersparnis entsprechend der VPQ realisiert werden konnte. Während sich z.B. beim TSP KR100A die Anzahl der notwendigen Vollprüfungen um rd. 99,81% verringerte, nahm die Rechenzeit lediglich um rd. 85% ab. Dies läßt sich zum einen dadurch erklären, daß die Anzahl der notwendigen Prüfungen im Rahmen des VAV zwar in Höhe der VPQ reduziert wurde, die Prüfungen im Rahmen der EAV jedoch weiterhin durchzuführen waren. Darüber hinaus ist der zusätzliche Aufwand des Vorgangs der Tripelaktualisierung zu bedenken.

Obgleich durch die Tripelaktualisierung bei (bis auf die geschilderten implementierungsbedingten Abweichungen) gleicher Lösungsqualität wie bei der unmodifizierten CHI-Heuristik nun Laufzeit in erheblichem Ausmaß eingespart werden kann, bleibt die Situation unbefriedigend. Die benötigte Rechenzeit steigt bei wachsender Problemgröße letztlich gemäß einer kubischen Funktion, wenngleich die kubische Komponente einen sehr niedrigen Wert aufweist. Unter Einbeziehung der Tripelaktualisierung können mit einer festgelegten Hard- und Softwareausstattung nunmehr größere Probleme innerhalb einer festgelegten Rechenzeit gelöst werden. Darüber hinaus wäre es jedoch wünschenswert, noch weitere Reduzierungen der Rechenzeit zu realisieren - bildlich ausgedrückt soll die entsprechend approximierende Funktion noch flacher verlaufen. Um einen Ansatzpunkt für entsprechende Maßnahmen zu finden, sollen zunächst die Komponenten der Laufzeit der CHI-TA-Heuristik analysiert werden.

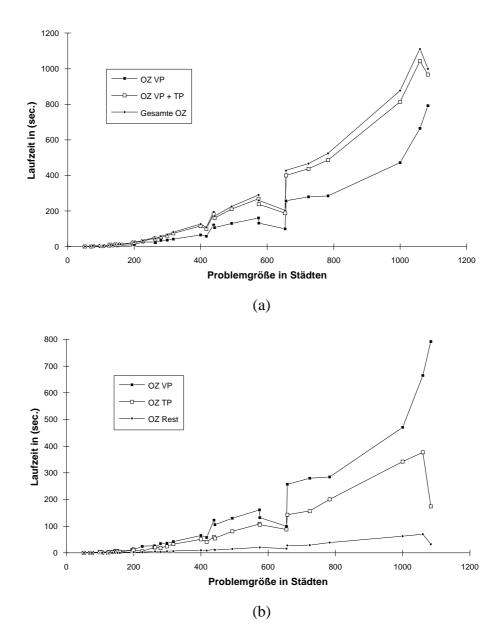


Abb. 44: Komponenten der Rechenzeit (Vollprüfungs-, Teilprüfungs-, Restzeit) der CHI-TA-Heuristik (Parametrisierung 7-10, Modus B) bei steigender Problemgröße (TSP-Gruppen II und III): (a) summiert und (b) isoliert ausgewiesen.

Zu diesem Zweck werden in der Implementierung über alle Iterationen die Zeiten summiert, in welchen die Heuristik mit Vollprüfungen und Teilprüfungen für ein Problem beschäftigt ist. Im Ergebnis läßt sich die Rechenzeit für ein TSP in die Anteile für Vollprüfung, Teilprüfung und eine "Restzeit" aufspalten. Die entsprechenden Komponenten der Laufzeit werden in Abb. 44 (a) in einer schrittweisen Aggregation zur Gesamtrechenzeit und in Abb. 44 (b) einzeln wiedergegeben. Es wird deutlich, daß die Restzeit den deutlich geringsten Anteil ausmacht. Sie zeigt in Relation zur Problemgröße einen fast linearen (unterproportionalen) Verlauf. Während sie bei n = 100 noch ca. 20% der Gesamtrechenzeit ausmacht, fällt sie bei n > 300 auf etwa 6-8%. Die benötigte Laufzeit für die Teilprüfungen wächst leicht überlinear zur Problemgröße. Ihr Anteil an der Gesamt-

rechenzeit bleibt über alle TSP-Größen bei rund 40%. Den stärksten Anstieg weist die für die Vollprüfungen benötigte Rechenzeit auf: Ihr Anteil an der Gesamtrechenzeit steigt bei wachsender Problemgröße von 30-40% auf etwa 50-60% an. Diese Beobachtungen lassen es naheliegend erscheinen, mit weiteren Bemühungen zur Senkung der Gesamtrechenzeit beim Vollprüfungsvorgang anzusetzen.

In den vorstehenden Abschnitten wurde die CHI-Heuristik beschrieben, implementiert, getestet, verbessert, erneut implementiert und wiederum getestet. Nunmehr sind genügend Kenntnisse über Vorgehensweise, Leistungsfähigkeit hinsichtlich der Lösungsqualität und Laufzeitverhalten zusammengetragen worden, um bei einer Nutzung der VD-Strukturen zur Rechenzeitverkürzung einen ersten sinnvollen, heuristikadäquaten Ansatz entwickeln zu können. Im folgenden Abschnitt wird folglich versucht, die für die Vollprüfungen benötigte Rechenzeit durch die Nutzung von VD-Strukturen zu senken.

5.3.1.4. Verkürzung der Rechenzeit durch die Nutzung aus Voronoi-/ Delaunay-Strukturen abgeleiteter Nachbarschaften (Variante I)

Grundsätzliche Überlegungen zum Einsatz von Nachbarschaftsstrukturen zur Verkürzung der Rechenzeit für Heuristiken wurden unter Nennung wesentlicher Literaturquellen bereits im Abschnitt 5.2 dargestellt. Im weiteren soll nun die Implementierung einer solchen Rechenzeitverkürzung für die bislang beschriebene und untersuchte Variante der CHI-Heuristik erörtert werden. Zu diesem Zweck wird zunächst die verwendete Nachbarschaftsdefinition präsentiert. Anschließend gilt die Aufmerksamkeit der konkreten Nutzung festgelegter Nachbarschaften zur Reduzierung der Anzahl der notwendigen Prüfungen im Ablauf der CHI-Heuristik. Schließlich werden die Ergebnisse der Anwendung der so modifizierten Heuristik auf Testprobleme aus den Gruppen II und III wiedergegeben; Auswirkungen der Parametrisierung auf die Lösungsqualität und die Laufzeit werden analysiert. Der Abschnitt schließt mit einer Analyse der Komponenten der Rechenzeit der modifizierten Heuristik.

Grundlegender Gedanke der Rechenzeitverkürzung durch die Verwendung von Nachbarschaftsstrukturen ist es, auf die Vornahme solcher Kriterienprüfungen im Ablauf einer Heuristik zu verzichten, welche aus plausiblen Gründen für die in einem spezifischen Verfahrensschritt zu treffende Auswahlentscheidung als irrelevant angenommen werden können. Im Falle der CHI-Heuristik (ohne Tripelaktualisierung) z.B. wird in der *i*-ten Iteration für jede noch nicht in die Teilrundreise eingebundene Stadt gegen jede Kante der vorhandenen Teilrundreise das Zielkriterium des VAV berechnet. Einer betrachteten (noch nicht eingebundenen) Stadt wird für die spätere Prüfung des Zielkriteriums des EAV jene Kante zugeordnet, welche das Zielkriterium des VAV am besten erfüllt. Unterstellt man nun z.B., daß das VAV als "Cheapest Insertion" gefaßt sei, so wird die der betrachteten Stadt in der Vorauswahl zugeordnete Kante in den meisten Fällen aus Städten der näheren oder weiteren "Nachbarschaft" derselben gebildet. Ist das EAV z.B. mit "Greatest Angle" festgelegt, so ist sogar mit höchster Wahrscheinlichkeit damit zu rechnen, daß die letztendlich in der Iteration in die Teilrundreise eingefügte Stadt aus der unmittelbaren Nachbarschaft der dann aufgebrochenen Kante stammt.

Der Begriff der räumlichen Nachbarschaft bedarf im Rahmen dieser Betrachtung allerdings einer über seine allgemeine Auffassung hinausgehenden Konkretisierung. Eine solche könnte z.B. so formuliert werden, daß zur Nachbarschaft alle Städte zählen, welche nicht weiter als eine bestimmte Anzahl von Entfernungseinheiten von der betrachteten Stadt entfernt sind. Eine derartige Definition würde allerdings räumliche Strukturen durch die Festlegung eines fixierten Schwellenwertes ignorieren. Geeigneter scheint schon eher eine Definition der Nachbarschaft als eine festgelegte Anzahl der der betrachteten Stadt nächstliegenden Städte. Auch diese Formulierung birgt jedoch die Gefahr, durch die Fixierung der "Anzahl" räumliche Strukturierungen zu vernachlässigen. Wenn z.B. von der betrachteten Stadt zehn andere Städte gleich weit entfernt liegen und die der Nachbarschaftsdefinition zugrundeliegende Anzahl mit "fünf" bestimmt wurde, werden bereits Unzulänglichkeiten dieser Formulierung offenbar: Aus welchen fünf der zehn Städte soll nun die Nachbarschaft bestehen?

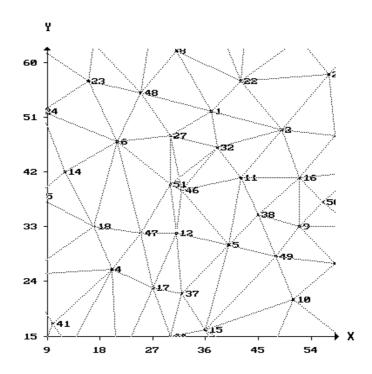


Abb. 45: Ausschnitt aus der Delaunay-Struktur des TSP EIL51 aus Gruppe II.

Die im Abschnitt 4.2 eingehend erläuterte klassische Delaunay-Struktur hat nun den Vorteil, direkte "Nachbarn" einer betrachteten Stadt unter vollständiger Berücksichtigung der räumlichen Strukturen zu definieren. Die für die oben angesprochenen Nachbarschaftsformulierungen konstatierten Probleme können nicht auftreten. Es sei in diesem Zusammenhang noch einmal daran erinnert, daß in dieser Arbeit auch die im Degenerationsfall erscheinenden "Half-Neighbors" als direkte Nachbarn verstanden werden; die hier zugrundegelegte Delaunay-Struktur ist mithin keine Triangulation mehr. Folglich können z.B. in der Abb. 45, welche einen Ausschnitt aus der Delaunay-Struktur für das

Vgl. z.B. die bei BENTLEY (1992), S. 396 ff. verwendeten "Nearest Neighbor Balls"; ähnlich CO-DENOTTI/MANZINI/MARGARA/RESTA (1993a), S. 5 ff.

TSP EIL51 aus der Gruppe II darstellt, als direkte Nachbarn der Stadt 46 die Städte 5, 12, 51, 27, 32 und 11 identifiziert werden. Die Stadt 27 ist dabei - ersichtlich an den sich kreuzenden Delaunay-Kanten - ein "Half-Neighbor".

Im weiteren erscheint es wünschenswert, den Begriff der Nachbarschaft im Sinne der Festlegung einer "näheren" bzw. "weiteren" Nachbarschaft zu flexibilisieren. Auch dafür ist die Delaunay-Struktur gut geeignet. Es sei zunächst der sogenannte Nachbarschaftsgrad g definiert. Die direkten Nachbarn einer betrachteten Stadt werden als Nachbarschaft ersten Grades (g=1) aufgefaßt. Die Nachbarschaft zweiten Grades (g=2) kann nun ermittelt werden, indem sämtliche direkten Nachbarn der Nachbarschaft 1. Grades der betrachteten Stadt in die Menge der Nachbarn aufgenommen werden. Für die Stadt 46 in Abb. 45 besteht die Nachbarschaft 1. Grades z.B. aus den schon oben genannten Städten. Bei der Bestimmung der Nachbarschaft 2. Grades sind zusätzlich die Städte 15, 37, 17, 47, 6, 48, 1, 2, 16, 38 und 49 einzubeziehen. Der Begriff einer "näheren" oder "weiteren" Nachbarschaft kann nunmehr durch die Festlegung des Nachbarschaftsgrades g konkretisiert werden. Die Zusammenstellung der "näheren" oder "weiteren" Nachbarschaft erfolgt dabei auf Basis der zugrundeliegenden Delaunay-Struktur weiterhin unter Berücksichtigung räumlicher Strukturierungen.

Es ist nun zu fragen, welcher Aufwand mit der Ermittlung der Nachbarschaft g. Grades verbunden ist. Zunächst muß die VD-Struktur für das entsprechende TSP bestimmt werden. Dieses erfordert, wie eingehend in Abschnitt 4.2 erläutert wurde, im schlechtest denkbaren Falle $O(n \log n)$ Operationen. Bei den weiteren Betrachtungen werden die VD-Strukturen immer als schon berechnet vorausgesetzt; die dafür notwendige Rechenzeit ist nicht in den hier ausgewiesenen Rechenzeiten enthalten.

Eine Nachbarschaft ersten Grades kann nunmehr direkt aus der zweckmäßigerweise als Adjazenzliste gehaltenen Delaunay-Struktur mit linearem Aufwand (im Verhältnis zur Problemgröße n) entnommen werden. Die Anzahl der dabei ermittelten direkten Nachbarn einer Stadt ist mit einem Erwartungswert von sechs anzusetzen. Eine größere Anzahl kann die Anzahl der Nachbarn einer Stadt allerdings n - 1 betragen. Eine größere Anzahl Nachbarn bestimmter Städte ist insbesondere bei jenen TSP zu erwarten, bei denen die durch die Städte gebildeten Muster mehr oder weniger starke Regelmäßigkeiten aufweisen (z.B. Platinenbohrprobleme). Allerdings hat die Analyse in Abschnitt 4.2.4.5 aufgezeigt, daß selbst bei den vorliegenden TSP aus den Gruppen II und III mit mehr oder weniger regelmäßigen Städtemustern das Maximum der Nachbarn einer Stadt im Vergleich zu n relativ gering ist; die ausgewiesenen Abweichungen hinsichtlich der Anzahl der durchschnittlichen Nachbarn fallen kaum ins Gewicht. Es ist daher vertretbar, bei den weiteren Überlegungen die Anzahl der direkten Nachbarn einer Stadt mit sechs zu unterstellen. Entsprechend ist der Aufwand für die Entnahme der direkten Nachbarn (bzw. Nachbarschaft ersten Grades) einer Stadt aus der Adjazenzliste in bezug auf n linear.

Um die Entwicklung des Aufwandes zur Ermittlung der Nachbarschaft bei steigendem Nachbarschaftsgrad *g* zu verstehen, ist ein kleines Modell hilfreich. Es sei unterstellt, daß die Städte eines TSP in einer regelmäßigen Gitterstruktur angeordnet seien, deren resultierende Delaunay-Struktur für jede Stadt (außer jene auf dem Rand der konvexen Hülle)

Vgl. zur Vorteilhaftigkeit von Adjazenzlisten gegenüber Adjazenzmatrizen bei der Abbildung lichter Graphen z.B. SEDGEWICK (1992), S. 477 ff.; OTTMANN/WIDMAYER (1993), S. 585 ff.

Vgl. zum Erwartungswert der Anzahl der direkten Nachbarn einer Stadt Abschnitt 4.2.2.

sechs Nachbarn aufweise. Wird die Nachbarschaft ersten Grades für eine konkrete, nicht auf dem Rand der konvexen Hülle liegende Stadt bestimmt, so erfordert dies eine Operation (das Auslesen der Nachbarn aus der Adjazenzliste) und führt zu sechs Nachbarn. Bei der Ermittlung der Nachbarschaft 2. Grades müssen für jeden Nachbarn 1. Grades erneut dessen direkte Nachbarn bestimmt werden. Folglich erfordert bei g = 2 die Feststellung der Nachbarschaft 7 Operationen (bzw. 6 zusätzliche Operationen, wenn die Nachbarschaft 1. Grades bereits bestimmt ist). Die Anzahl der Nachbarn steigt nunmehr allerdings nicht - wie vielleicht bei oberflächlicher Überlegung zu erwarten wäre - um 36 Städte an. Vielmehr verhält es sich so, daß stets Überschneidungen hinsichtlich der Nachbarschaftsverhältnisse vorliegen. Dieselben führen dazu, daß in dem unterstellten regelmäßigen Gitter lediglich 12 neue Nachbarn identifiziert werden können, so daß die Nachbarschaft 2. Grades der betrachteten Stadt nunmehr aus 18 Städten besteht. Führt man die Ermittlung der Anzahl neu hinzukommender Nachbarn bzw. notwendigen Operationen bei einer sukzessiven Erhöhung von g entsprechend fort, so ergibt sich, daß die Anzahl der Operationen bei zunehmendem g entsprechend der Funktion $1-3g+3g^2$ steigt. Obgleich die Prämissen dieses Modells - die konstante Anzahl der Nachbarn und die einfache räumliche Strukturierung in Form einer gitterförmigen Anordnung der Städte - in der Realität nicht bestehen, kann es doch die valide Erkenntnis liefern, daß der Aufwand (in Form der notwendigen Rechenzeit) für die Ermittlung der Nachbarschaftsstruktur bei zunehmendem g tendenziell quadratisch steigt. Es vermittelt darüber hinaus die Einsicht, daß der zur Haltung der Nachbarschaftsstruktur bereitzustellende Speicherplatz bei steigendem n ebenfalls linear wächst; bei wachsendem g hingegen muß er quadratisch erhöht werden. - Die Nutzung von Nachbarschaften der beschriebenen Art könnte somit problematisch werden, wenn g sehr hoch gewählt wird.

Die Modifikation der CHI-TA-Heuristik zwecks Nutzung von Nachbarschaften zur Verkürzung der Rechenzeit durch den plausiblen Verzicht auf Kriterienprüfungen beginnt mit der Entscheidung, den zu berücksichtigenden Nachbarschaftsgrad als vorzugebenden Parameter einzubeziehen. Sodann ist eine Prozedur zu implementieren, welche zu jeder Stadt des TSP die Nachbarn gemäß dem gewählten Nachbarschaftsgrad bestimmt und diese in einer Adjazenzliste ablegt. Der prinzipielle Ablauf dieses Vorgangs wurde oben erörtert. Die dabei identifizierten Nachbarn einer konkreten Stadt werden im weiteren nur noch als deren Nachbarschaft bezeichnet.

Im weiteren ist festzulegen, in welcher Art und in welchem Umfang auf Kriterienprüfungen verzichtet werden soll. In diesem Abschnitt soll zunächst lediglich eine Verkürzung der Voll- und Teilprüfungen diskutiert werden; im sich anschließenden Abschnitt 5.3.1.5 wird dieser Ansatz dann erweitert. Unter Bezug auf den im Abschnitt 5.3.1.3 erläuterten Ablauf der CHI-TA-Heuristik werden zu diesem Zwecke Veränderungen in Teilen des Schrittes 4 vorgenommen:

• Im Teilschritt 4. a) a) (Vollprüfung) wurde bislang, sofern die zu einer noch nicht eingefügten Stadt im Städtetripel vermerkte Kante auf der derzeitigen Teilrundreise durch die letzte Einfügung eliminiert wurde, diese Stadt erneut gegen alle nun vorhandenen Kanten nach dem Zielkriterium des VAV geprüft. Darauf wird nun verzichtet. Die Prüfung wird nur noch gegen jene Kanten durchgeführt, die mit mindestens einer Stadt (jede Kante wird aus zwei bereits in die Teilrundreise eingebundenen Städten gebildet) zur Nachbarschaft der noch nicht eingefügten Stadt gehören. Diese Einschränkung beruht auf der plausiblen Annahme, daß eine nach dem Zielkriterium des EAV später für die Einfügung ausgewählte Stadt immer in einer

- näheren oder weiteren Nachbarschaft (d.h. Nachbarschaft ersten oder wenig höheren Grades) der dann aufzubrechenden Kante liegt.
- Im Teilschritt 4. a) b) (*Teilprüfung*) wurde der Fall betrachtet, daß die zu einer noch nicht eingefügten Stadt im Städtetripel vermerkte Kante noch existent ist, d.h. nicht in der vorherigen Iteration aufgebrochen wurde (ansonsten wäre es in der aktuellen Iteration für diese Stadt zu einer Vollprüfung gekommen). In diesem Fall wurde der zugehörige Wert des Zielkriteriums des VAV lediglich für die zwei bei der letzten Einfügung neu entstandenen Kanten neu berechnet und ggf. das Städtetripel aktualisiert. Nunmehr wird die entsprechende Prüfung des Zielkriteriums des VAV für jede der beiden Kanten nur noch durchgeführt, wenn *mindestens eine* Stadt der gerade betrachteten Kante zur Nachbarschaft der noch nicht eingefügten Stadt gehört. Dieses Vorgehen wird durch dieselbe Annahme wie die obige Einschränkung bei der Vollprüfung motiviert.

Die Schritte 1 bis 3 sowie die restlichen Teilschritte des Schrittes 4 der CHI-TA-Heuristik bleiben unverändert erhalten. - Es ist an dieser Stelle die Frage angebracht, ob der im Abschnitt 5.3.1.3 dargestellte Mechanismus der Tripelaktualisierung nach Vornahme dieser Modifikationen der Heuristik noch in der vorgesehenen Weise arbeiten kann. Sowohl im Rahmen der Voll- als auch der Teilprüfung wird nunmehr für eine noch nicht eingefügte Stadt nur noch ein geringer Teil der sonst untersuchten Kanten der schon existenten Teilrundreise kontrolliert. Nach Maßgabe der besten Erfüllung des Zielkriteriums des VAV wird ein Tripel gebildet bzw. aktualisiert; nach Maßgabe des Zielkriteriums des EAV wird aus den Tripeln für die noch nicht eingefügten Städte eines für die Einfügung ausgewählt. Problematisch kann einzig und allein der Fall sein, daß für eine noch nicht eingefügte Stadt keine einzige Kante in der Nachbarschaft liegt und folglich überhaupt kein Tripel gebildet bzw. ein vorhandenes aktualisiert wird. Nach der entwickelten Vorgehenslogik darf diese Stadt in der laufenden Iteration nicht in die Teilrundreise eingefügt werden. Dies kann bei einer Trennung von Kriterienprüfung und Auswahlvorgang z.B. verfahrenskonsistent sichergestellt werden, indem die in einer Liste hinterlegten Zielkriterienwerte (VAV und EAV) für diese Stadt je nach Ausgestaltung des Kriteriums auf einen sehr hohen (z.B. "Cheapest Insertion") bzw. sehr niedrigen Wert (z.B. "Greatest Angle") gesetzt werden.

Es muß sich die Frage anschließen, ob diese Nutzung einer Nachbarschaft mittels des Parameters "Nachbarschaftsgrad" bestimmten Umfanges in der dargestellten Form für alle denkbaren Ausgestaltungen des Vor- und des Endauswahlzielkriteriums sinnvoll ist. Im Abschnitt 5.3.1.1 bzw. 5.3.1.2 wurden für die konventionelle CHI-Heuristik lediglich die jeweils zur Vor- als auch Endauswahl verwendbaren Kriterien "Cheapest Insertion", "Relative Insertion", "Ratio Insertion" und "Greatest Angle" diskutiert. Für diese Kriterien läßt sich die gestellte Frage ohne Bedenken bejahen, da sie vom Konzept her stets Einfügungen aus einer näheren bzw. weiteren Nachbarschaft im Sinne der VD-Struktur bevorzugen. Anders verhielte es sich aber z.B. bei dem hier nicht erörterten Kriterium "Farthest Insertion". 216 Nach demselben wäre immer jene Stadt für die Einfügung zu prä-

Vgl. zum Einsatz verschiedener Varianten des Kriteriums "Farthest Insertion" im Rahmen von Einfügungsverfahren z.B. ROSENKRANTZ/STEARNS/LEWIS (1977), S. 576 f.; GOLDEN/BODIN/DOYLE/STEWART (1980), S. 698; JOHNSON/PAPADIMITRIOU (1985b), S. 158 f.; GOLDEN/STEWART (1985), S. 223 ff.; BENTLEY (1992), S. 394 f.; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 14 f.; REINELT (1994), S. 82 ff.

ferieren, welche zu den Städten der bestehenden Teilrundreise die größte Entfernung aufweist. Die Auswahl dieser Stadt wird folglich nur im ungünstigsten Falle aus der direkten Nachbarschaft einer schon existierenden Kante erfolgen; der Einsatz einer Nachbarschaftsprüfung auf der Basis der hier verwendeten VD-Strukturen würde mithin kontraproduktiv wirken.²¹⁷

Die vorgenommenen Änderungen können einerseits Einfluß auf die durch die Heuristik erzielbare Lösungsqualität und andererseits die benötigte Rechenzeit nehmen. Zunächst sollen nun mögliche Änderungen der Lösungsqualität diskutiert werden. Dabei werden im weiteren wiederum nur die Ergebnisse für die Kriterienkombination "Cheapest Insertion - Greatest Angle" (VAV - EAV) im Modus B dargestellt und kommentiert.

Die Vorgabe des Parameters g kann - wenn g hinreichend klein gewählt ist - dazu führen, daß nicht nur irrelevante Prüfungen der Zielkriterien des VAV und des EAV (also solche, die auch bei unmodifizierter CHI-TA-Heuristik zu keiner Einfügung geführt hätten) unterbleiben, sie kann auch ggf. relevante Prüfungen unterdrücken. Dies hieße, daß es in einer konkreten Iteration zu einer anderen Einfügung käme als bei der unmodifizierten Heuristik. Da die Vornahme auch nur einer einzigen abweichenden Einfügung den gesamten Fortgang des Verfahrens zu beeinflussen vermag, ist mit der Bildung einer Rundreise anderer Gestalt, mithin auch einer differierenden Lösungsqualität, zu rechnen. Von letzterer kann vordergründig angenommen werden, daß sie schlechter ausfällt als die mittels der unmodifizierten Heuristik erlangte, da ja die Anzahl der geprüften Einfügungsalternativen um so geringer ausfällt, je kleiner g vorgegeben ist.

Wird *g* hinreichend groß gewählt, so muß die modifizierte CHI-TA-Heuristik in jedem Fall zu denselben Rundreisen bzw. Lösungsqualitäten gelangen wie die unmodifizierte Variante. Keinesfalls kann die Lösungsqualität derselben bei steigendem *g* unterboten werden - ab einem gewissen kritischen *g* (welches für jedes einzelne TSP anders ausfallen kann) wird das Lösungsqualitätsniveau der CHI- wie der CHI-TA-Heuristik erreicht und bleibt auch bei einer weiteren Steigerung von *g* konstant erhalten. Dies hat seine Ursache darin, daß jede Steigerung von *g* die Anzahl der in die Kriterienprüfungen einbezogenen Einfügungsalternativen erhöht. Ab einem bestimmten *g* sind sämtliche Alternativen, die bei der unmodifizierten Heuristik zu einer Einfügung führten, wieder in die Prüfung einbezogen; folglich kann das Ergebnis nicht von jenem der unmodifizierten Heuristik abweichen. Eine weitere Steigerung von *g* erhöht lediglich noch die für die Berechnung benötigte Zeitdauer.

Es ist allerdings darauf hinzuweisen, daß das der Bildung des "klassischen" Voronoi- bzw. Delaunay-Diagramms zugrundeliegende Bestimmungskriterium "Nähe" auch umgekehrt werden kann; dies führt zur Ermittlung des "Farthest Point"- bzw. "Furthest Site"- Voronoi-Diagramms, respektive der zugehörigen Delaunay-Struktur, vgl. z.B. BOOTS (1986), S. 37; AURENHAMMER (1988), S. 41 f.; AURENHAMMER (1991), S. 371; OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1992), S. 158 ff.; OKABE/BOOTS/SUGIHARA (1994), S. 52 f. Dasselbe könnte zur Rechenzeitverkürzung bei Verwendung des Kriteriums "Farthest Insertion" im Rahmen der CHI- bzw. CHI-TA-Heuristik herangezogen werden.

		CHI-TA ohne Nachbar-		Nachba	Nachbarschafts-		Nachbarschafts-		Nachbarschafts-	
			ukturen	struktur	en, g = 1	strukturen, $g = 2$			en, g = 3	
TSP	n	% über		% über		% über		% über		
		OLN	VPQ	OLN	VPQ	OLN	VPQ	OLN	VPQ	
EIL51	51	6,321	0,4131%	6,32	0,1692%	6,32	0,3534%	6,32	0,4131%	
BERLIN52	52	2,433	0,8593%	4,94	0,2714%	2,43	0,5654%	2,43	0,7282%	
ST70	70	5,345	0,2689%	5,34	0,1013%	5,34	0,2247%	5,34	0,2634%	
EIL76	76	7,899	0,2799%	7,90	0,0814%	7,90	0,1914%	7,90	0,2457%	
PR76	76	2,322	0,4662%	2,59	0,1424%	2,32	0,3462%	2,32	0,4494%	
RAT99	99	5,369	0,1753%	5,37	0,0657%	5,37	0,1438%	5,37	0,1733%	
KR100A	100	1,839	0,1862%	1,84	0,0666%	1,84	0,1414%	1,84	0,1756%	
KR100B	100	1,349	0,2025%	1,35	0,0683%	1,35	0,1486%	1,35	0,1931%	
KR100C	100	2,293	0,1727%	2,29	0,0675%	2,29	0,1418%	2,29	0,1665%	
KR100D	100	3,028	0,1932%	3,03	0,0732%	3,03	0,1509%	3,03	0,1837%	
KR100E	100	4,544	0,1793%	4,54	0,0695%	4,54	0,1541%	4,54	0,1781%	
RD100	100	4,389	0,1962%	4,48	0,0656%	4,39	0,1399%	4,39	0,1851%	
EIL101	101	6,542	0,2132%	6,54	0,0591%	6,54	0,1475%	6,54	0,1977%	
LIN105	105	2,399	0,2428%	3,87	0,0667%	2,40	0,1642%	2,40	0,2257%	
PR107	107	2,447	0,0493%	12,43	0,0318%	2,45	0,0448%	2,45	0,0493%	
PR124	124	4,026	0,1980%	4,03	0,0686%	4,03	0,1456%	4,03	0,1807%	
BIER127	127	5,571	0,2727%	6,56	0,0396%	5,57	0,1125%	5,57	0,1706%	
CH130	130	6,737	0,1511%	6,74	0,0419%	6,74	0,0996%	6,74	0,1351%	
PR136	136	4,433	0,0902%	5,60	0,0390%	4,43	0,0785%	4,43	0,0942%	
PR144	144	4,922	0,1557%	9,40	0,0718%	4,92	0,1377%	4,92	0,1553%	
CH150	150	5,297	0,1161%	5,30	0,0290%	5,30	0,0725%	5,30	0,0991%	
KR150A	150	4,163	0,1086%	4,16	0,0309%	4,16	0,0734%	4,16	0,0999%	
KR150B	150	4,127	0,1084%	4,13	0,0326%	4,13	0,0774%	4,13	0,1001%	
PR152	152	5,318	0,1058%	5,77	0,0342%	5,32	0,0696%	5,32	0,0953%	
U159	159	6,712	0,0886%	6,71	0,0261%	6,71	0,0607%	6,71	0,0790%	
RAT195	195	7,376	0,0645%	7,38	0,0160%	7,38	0,0408%	7,38	0,0552%	
D198	198	2,587	0,1016%	4,65	0,0238%	4,65	0,0580%	2,59	0,0869%	
KR200A	200	4,115	0,0812%	4,28	0,0200%	4,11	0,0489%	4,11	0,0700%	
KR200B	200	5,123	0,0727%	4,16	0,0180%	5,12	0,0454%	5,12	0,0613%	
PR226	226	4,341	0,0735%	7,54	0,0304%	4,34	0,0636%	4,34	0,0722%	
GIL262	262	8,132	0,0590%	4,79	0,0113%	8,13	0,0275%	8,13	0,0411%	
PR264	264	8,152	0,0536%	8,15	0,0152%	8,15	0,0361%	8,15	0,0484%	
A280	280		0,0465%	5,71	0,0096%	5,60	0,0243%	5,60	0,0351%	
PR299	299	5,332	0,0516%	5,24	0,0136%	5,33	0,0304%	5,33	0,0441%	
LIN318	318		0,0440%	8,28	0,0086%	8,57	0,0238%	8,57	0,0346%	
Mittelwert		4,83		5,47		4,89		4,83		
Stdabw.		1,95		2,22		1,91		1,95		
Maximum		8,57		12,43		8,57		8,57		
Minimum		1,35		1,35		1,35		1,35		

Tab. 39: Ergebnisse (Lösungsqualitäten und Vollprüfungsquoten) der Anwendung der um Tripelaktualisierung und Nutzung von Nachbarschaftsstrukturen modifizierten CHI-Heuristik (Parametrisierung 7-10, Modus B), Variante I, auf die TSP der Gruppe II.

Tab. 39 gibt die Lösungsqualitäten und Vollprüfungsquoten für die TSP der Gruppe II bei Verwendung der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik sowie der um Nachbarschaftsprüfungen ergänzten Variante für die Nachbarschaftsgrade g=1,2,3 an. Die entspre-

chenden Daten finden sich in Tab. 40 für einige Probleme aus der Gruppe III. 218 In Tab. 39 ist zunächst zu beobachten, daß sich die Annahme hinsichtlich einer abweichenden Lösungsqualität bei geringem g bestätigt. Von den 35 TSP der Gruppe II weisen 17 bei einem Nachbarschaftsgrad von g=1 eine von der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik abweichende Lösungsqualität auf. 219

Bemerkenswert ist allerdings, daß sich in vier dieser siebzehn Fälle (GIL262, KR200B, LIN318, PR299) die Lösungsqualität nicht verschlechtert, sondern verbessert hat. Offensichtlich kann sich die aus anderen Entscheidungen als im unmodifizierten Falle resultierende abweichende Gestalt der Rundreise auch als qualitätserhöhend erweisen. Setzt man den Nachbarschaftsgrad auf g=2, so zeigt nur noch ein einziges TSP der Gruppe II - D198 - eine schlechtere Lösungsqualität als im unmodifizierten Falle. Beim Nachbarschaftsgrad von g=3 erreichen dann sämtliche TSP die ursprüngliche Lösungsqualität. Jede weitere Steigerung von g vermag schließlich die Lösungsqualität nicht mehr zu beeinflussen.

		CHI-TA ohn schaftsstr			Nachbarschafts- strukturen, $g = 1$		Nachbarschafts- strukturen, $g = 2$		en, $g = 3$
TSP	n	% über OLN	VPQ	% über OLN	VPQ	% über OLN	VPQ	% über OLN	VPQ
RD400	400	8,100	0,0282%	8,10	0,0047%	8,10	0,0122%	8,10	0,0181%
PR439	439	7,028	0,0348%	7,18	0,0047%	7,95	0,0127%	7,03	0,0204%
PCB442	442	11,700	0,0327%	9,63	0,0070%	11,70	0,0157%	11,70	0,0223%
D493	493	7,656	0,0255%	7,58	0,0029%	7,66	0,0081%	7,66	0,0129%
U574	574	8,161	0,0182%	7,66	0,0025%	8,16	0,0068%	8,16	0,0104%
RAT575	575	10,047	0,0132%	10,01	0,0019%	10,05	0,0050%	10,05	0,0076%
Mittelwert		8,78		8,36		8,94		8,78	
Stdabw.		1,75		1,18		1,60		1,75	
Maximum		11,70		10,01		11,70		11,70	
Minimum		7,03		7,18		7,66		7,03	

Tab. 40: Ergebnisse (Lösungsqualitäten und Vollprüfungsquoten) der Anwendung der um Tripelaktualisierung und Nutzung von Nachbarschaftsstrukturen modifizierten CHI-Heuristik (Parametrisierung 7-10, Modus B, Variante I, auf einige TSP der Gruppe III.

Die untersuchten TSP der Gruppe III (Tab. 40) weisen hinsichtlich der Lösungsqualität die gleichen Effekte wie Gruppe II auf. Für g=1 weicht dieselbe bei fünf der sechs untersuchten Probleme von jener der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik ab. Beachtenswert ist allerdings, daß in vier dieser fünf Fälle die Lösungen *besser* ausfallen. Die Vermutung, daß bei steigender Problemgröße ein geringer Nachbarschaftsgrad zu einer Ver-

Die verwendete Programmiersprache erlaubte es nicht, mit dem erstellten Programm zur Ermittlung von VD-Strukturen TSP mit mehr als ca. 600 Städten zu verarbeiten, vgl. detaillierter Abschnitt 4.2.4.5. Aus diesem Grund muß die Anzahl der aus Gruppe III untersuchten Probleme eingeschränkt werden.

Die entsprechenden Vergleiche bzgl. der Wahrung der Lösungsqualität werden in diesem und den folgenden Abschnitten jeweils mit den Ergebnissen der CHI-TA-Heuristik aus Abschnitt 5.3.1.3 vorgenommen. Dabei wird die oben erläuterte implementierungsbedingte Differenz zwischen den mittels der CHI- und der CHI-TA-Heuristik realisierten Lösungsqualitäten vernachlässigt.

besserung der Lösungsqualität beitragen kann, kann jedoch aufgrund des geringen Stichprobenumfangs nicht validiert werden. Bei g=2 findet sich nur noch eine Abweichung hinsichtlich der Lösungsqualität (PR439). Es ist somit bei g=2 gegenüber g=1 eine deutliche Verschlechterung festzustellen; auch dies stützt die obige Vermutung. Bei g=3 erreicht die Lösungsqualität in allen Fällen jene der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik.

Für die 41 untersuchten TSP ergibt sich insgesamt bei g=1 (2,3) eine durchschnittliche Rundreiselänge von 5,89% (5,48%, 5,41%) über der in der TSPLIB hinterlegten optimalen Länge (OLN). Die Lösungsqualität fällt damit auch bei einer Parametrisierung mit geringeren Nachbarschaftsgraden nicht in erheblichem Umfang ab.

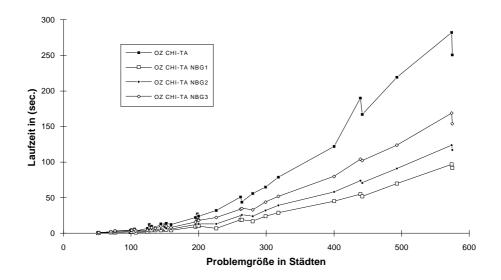


Abb. 46: Entwicklung der Rechenzeit der CHI-TA-Heuristik (OZ CHI-TA) und der um die Nutzung von Nachbarschaften modifizierten CHI-TA-Heuristik, Variante I, (für *g* = 1 bis 3; entsprechend OZ CHI-TA NBG1 ... OZ CHI-TA NBG3) bei steigender Problemgröße (TSP-Gruppen II und teilweise III).

Hinsichtlich der Entwicklung der Vollprüfungsquoten (VPQ) bestätigt sich die gleichfalls plausible Erwartung, daß sie bei einem geringeren g zunächst deutlich niedriger ausfallen als bei der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik. Bei einer Erhöhung von g steigen sie an, erreichen aber auch bei g=3 - wenn die Lösungsqualität wieder jener der unmodifizierten Heuristik entspricht - in den meisten Fällen nicht den vorherigen Wert. Dies ist ganz im Sinne des gewählten Vorgehens, welches die Anzahl der durchzuführenden Vollprüfungen durch den Ausschluß irrelevanter Alternativen reduzieren und somit die Rechenzeit vermindern soll. Bei einer Gesamtbetrachtung der Gruppen II und III ist ergänzend festzustellen, daß die "Einsparung" von Prüfungen - gemessen anhand der VPQ - um so höher ausfällt, desto größer das TSP ist. So erreicht die VPQ z.B. für das TSP KR100A beim Nachbarschaftsgrad g=3 94,31% der VPQ bei unmodifizierter CHI-

Mit Ausnahme der TSP PR107 und PR136. Der sich für das TSP PR136 ergebende Wert muß nach der Verfahrenslogik auf einem Rechenfehler beruhen; derselbe konnte allerdings nicht nachgewiesen werden.

TA-Heuristik; beim TSP RAT575 sind es hingegen nur noch 57,42%. Dies ist insofern plausibel, als daß die Anzahl der ersparten Prüfungen bei steigender TSP-Größe und konstantem Nachbarschaftsgrad entsprechend wächst.

Die sich ergebenden Rechenzeiten werden im folgenden nicht tabellarisch, sondern nur graphisch wiedergegeben. 221 Abb. 46 stellt zunächst die Rechenzeit für die unmodifizierte CHI-TA-Heuristik und jene unter Einbeziehung der Nachbarschaftsstrukturen ersten bis dritten Grades dar. Es ist zu erkennen, daß eine deutliche Reduzierung erreicht werden konnte; dieselbe fällt um so höher aus, je geringer der gewählte Nachbarschaftsgrad ist. Da hier nicht die Auswirkungen der Nutzung von Nachbarschaftsstrukturen auf die Lösungsqualität, sondern nur die Rechenzeitverkürzung durch den Einsatz derselben im Vordergrund der Betrachtung stehen, soll im folgenden nur jener Nachbarschaftsgrad als akzeptabel angesehen werden, der die Lösungsqualität der ursprünglichen CHI- wie auch der CHI-TA-Heuristik gewährleisten kann. Dies ist hier bei g=3 der Fall; auf die Rechenzeit bei diesem Nachbarschaftsgrad werden sich auch alle weiteren Ausführungen beziehen.

Der Verlauf der Rechenzeit bei g = 3 läßt sich gut $(r^2 \approx 0.99)$ durch eine kubische Funktion im Rahmen einer nichtlinearen Regressionsanalyse approximieren. Dabei erweisen sich allerdings nur der Koeffizient der linearen und der quadratischen Komponente als hochsignifikant.²²² Zudem fällt der kubische Koeffizient negativ aus; damit ist diese Approximation nicht mehr zur Prognose geeignet. Der Versuch einer Approximation durch eine quadratische Funktion ist folglich naheliegend. Dieselbe ergibt sich in gleichfalls guter Qualität ($r^2 \approx 0.99$) zu $Z(n, g = 3) = -0.0092n + 0.0005n^2$. Nur der Koeffizient der quadratischen Komponente ist hochsignifikant; die Residuen zeigen sich als deutlich (und systematisch) um die Normalverteilung streuend. Obgleich in diesem Abschnitt keine theoretischen Überlegungen zur Laufzeitkomplexität vorgenommen wurden, legt die Gesamtheit dieser Beobachtungen den Verdacht nahe, daß die Laufzeit der um die Nutzung von Nachbarschaften modifizierten CHI-TA-Heuristik, Variante I, nunmehr als eher quadratisch denn als kubisch in Abhängigkeit von der Problemgröße angesehen werden kann. - Die Größe eines TSP, welches sich mit der zugrundegelegten Hard- und Software aufgrund der quadratischen Approximation innerhalb von fünf Minuten lösen läßt, ergibt sich nunmehr zu n = 769 (n = 653 bei der CHI-TA-Heuristik).²²³

Die unter Ausschluß der für die Berechnung der VD-Strukturen benötigten Laufzeiten realisierten Einsparungen an Rechenzeit gegenüber der CHI-TA-Heuristik durch die Nutzung von Nachbarschaftsstrukturen bei g=3 sind von der Problemgröße und -struktur abhängig; sie wachsen bei steigendem n. Während bei n=100 z.B. nur geringfügige Reduzierungen der Rechenzeit zu beobachten sind, steigen dieselben bei n=575 auf rund 40%. 224 Die benötigten VD-Strukturen hingegen lassen sich in einem Bruchteil der

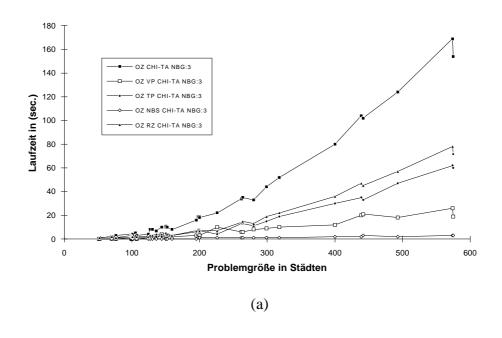
Vgl. die entsprechenden Tabellen in Anhang 13. Die Rechenzeiten werden in diesem und den folgenden Abschnitten stets unter Ausschluß der für die Berechnung der VD-Strukturen notwendigen Laufzeiten angegeben, um eine nicht durch einen zweiten Einflußfaktor verdeckte Beurteilung gewährleisten zu können. Vgl. dazu auch Abschnitt 5.4.

Vgl. - auch im folgenden - die entsprechenden SPSS-Outputs in Anhang 14.

Dabei ist allerdings zu berücksichtigen, daß hier die für die Berechnung der VD-Strukturen benötigte Rechenzeit nicht einbezogen ist. Daher ist keine direkte Vergleichbarkeit gegeben.

Vgl. auch Abb. 48 sowie Anhang 13.

ersparten Zeit bestimmen. 225 Abb. 46 und die getroffenen Feststellungen über die geringen Einbußen an Lösungsqualität bei einer Absenkung des Nachbarschaftsgrades auf g=2 oder g=1 eröffnen angesichts der dann erheblich verringerten Rechenzeit auch die Option, bei geringfügiger Verschlechterung der Lösungsqualität die Laufzeit erheblich zu mindern. Auf diese Möglichkeit soll jedoch erst im folgenden Abschnitt 5.3.1.5 näher eingegangen werden.



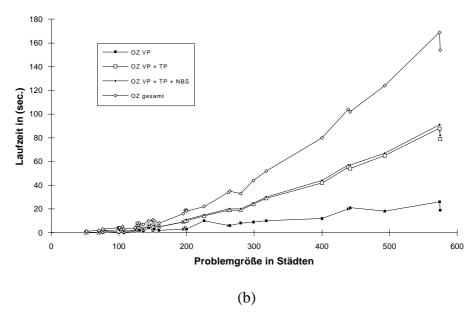


Abb. 47: Komponenten der Rechenzeit (Vollprüfungs- (VP), Teilprüfungs- (TP), Rest- (RZ), Nachbarschaftsbestimmungszeit (NBS)) der CHI-TA-Heuristik mit Nutzung von Nachbarschaftsstrukturen, Variante I, für den Nachbarschaftsgrad 3 bei steigender Problemgröße (TSP-Gruppen II, tw. III, Par. 7-10, Md. B): (a) isoliert und (b) kumuliert ausgewiesen.

²²⁵ Vgl. Abschnitt 4.2.4.5.

Die Komponenten der Rechenzeit für den Nachbarschaftsgrad drei werden in Abb. 47 isoliert und kumuliert visualisiert.²²⁶ Es wird deutlich, daß die für Teilprüfungen benötigte Zeit sowie die sogenannte Restzeit nun die bedeutendsten Bestandteile der gesamten Rechenzeit bilden. Die für Vollprüfungen verwandte Zeitdauer wurde erheblich gesenkt. Der Aufwand, welcher für die Ermittlung der Nachbarschaft dritten Grades betrieben werden muß, fällt - wie zu erwarten - kaum ins Gewicht.

Die Komponenten der Rechenzeit, ins Verhältnis gesetzt zu den entsprechenden Werten, die bei Einsatz der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik zu konstatieren waren, sind in Abb. 48 wiedergegeben. Dabei werden unter dem Terminus "Restzeit" hier ausnahmsweise sowohl die oben definierte Restzeit als auch die sehr niedrig ausfallende Zeit zur Berechnung der Nachbarschaft dritten Grades summiert ausgewiesen. Wiederum wird die deutliche Reduzierung des für Vollprüfungen zu betreibenden Aufwands deutlich. Die für Teilprüfungen benötigte Zeitdauer wurde ebenfalls, wenn auch nur in geringerem Ausmaße, gemindert. Am auffälligsten ist nun jedoch das erhebliche relative Wachstum der Restzeit. Diese hat sich - in Abhängigkeit von der Problemgröße - bis auf das achtfache der Restzeit der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik erhöht. Diese Zunahme kann im wesentlichen auf die nunmehr notwendige Verwaltung der ermittelten Nachbarschaften sowie die notwendigen Prüfungen in den Verfahrensschritten 4. a) a) und 4. a) b) zurückgeführt werden.

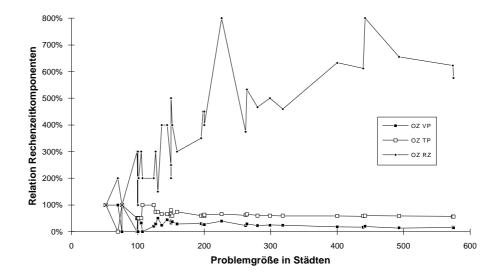


Abb. 48: Komponenten der Rechenzeit (Vollprüfungs- (VP), Teilprüfungs- (TP), Restzeit (RZ), letztere inklusive der für die Bestimmung der Nachbarschaft benötigten Zeitdauer) der CHI-TA-Heuristik (Parametrisierung 7-10, Modus B) mit Nutzung von Nachbarschaftsstrukturen, Variante I, für den Nachbarschaftsgrad 3 bei steigender Problemgröße (TSP-Gruppen II, tw. III) in Relation zu den entsprechenden Komponentenrechenzeiten der CHI-TA-Heuristik.

Vgl. auch die tabellarische Wiedergabe im Anhang 13.

Es kann zusammengefaßt werden, daß die hier präsentierte Einbeziehung der Nutzung von Nachbarschaftsstrukturen in die CHI-TA-Heuristik eine deutliche Senkung der benötigten Rechenzeiten bei Wahrung der Lösungsqualität zur Folge hat. Der benötigte zusätzliche Zeitaufwand zur Berechnung der VD-Strukturen ist bereits ab einer Problemgröße von n = 262 (bei g = 3) geringer als die realisierten Ersparnisse. Es ist allerdings zu fragen, ob die Nutzung von Nachbarschaftsbeziehungen nicht noch ausgedehnt werden kann. Die in diesem Abschnitt vorgestellte Form der Nutzung sei als Variante I bezeichnet; im folgenden Abschnitt 5.3.1.5 soll mit der Variante II eine entsprechende Erweiterung des Konzeptes diskutiert werden.

5.3.1.5. Verkürzung der Rechenzeit durch die Nutzung aus Voronoi-/ Delaunay-Strukturen abgeleiteter Nachbarschaften - eine Erweiterung (Variante II)

Die Erweiterung der Nutzung von Nachbarschaftsbeziehungen im Rahmen einer Modifizierung der CHI-TA-Heuristik in einer zweiten Variante wird insbesondere durch das im vorhergehenden Abschnitt beobachtete starke Wachstum der sogenannten "Restzeit" motiviert. Ein erheblicher Teil dieser "Restzeit" fällt in der Variante I in den Verfahrensschritten 4. a) a) und 4. a) b) für die Aktualisierung von Ausschnitten der Nachbarschaftsstrukturen an. Diese Ausschnitte werden benötigt, um nachfolgend effizient kontrollieren zu können, ob die Kriterienprüfung für eine noch nicht in die derzeitige Teilrundreise eingefügte Stadt gegen eine Kante derselben stattfinden soll, da ein Nachbarschaftsverhältnis im Rahmen des vorgegebenen Nachbarschaftsgrades existiert.

Da sich der Prozeß der Aktualisierung des entsprechenden Ausschnittes der Nachbarschaftsstruktur nicht verkürzen läßt, stellt sich die Frage, ob man nicht die *Anzahl* der notwendigen Aktualisierungen verringern kann. Im in Abschnitt 5.3.1.3 bzw. 5.3.1.4 formulierten Schritt 4 des Verfahrens werden Teil- und ggf. Vollprüfungen für all jene Städte, welche noch nicht in die in der jeweiligen Iteration existente Rundreise eingefügt sind, vorgenommen. Muß jedoch dieser Schritt 4 tatsächlich für *alle* noch nicht eingefügten Städte vollzogen werden? Bieten die vorliegenden Nachbarschaften auf Basis der VD-Strukturen nicht eine plausible Möglichkeit, gewisse Städte von dieser Prüfung auszuschließen?

Bei einer näheren Betrachtung des Ablaufes der CHI- wie der CHI-TA- und auch der CHI-TA-Heuristik unter Nutzung von Nachbarschaftsstrukturen (Variante I) fällt auf, daß eine tatsächlich in die in einer Iteration existente Teilrundreise eingefügte Stadt immer in einer näheren oder weiteren Nachbarschaft (im Sinne der VD-Strukturen) der Kanten der vorliegenden Teilrundreise liegt. Folglich liegt es nahe, den Schritt 4 des Verfahrens wie nachstehend beschrieben zu ändern:

Unter Zugrundelegung der in den obigen Abschnitten vorgestellten Approximationen für die Laufzeiten der beiden Heuristiken sowie der im Abschnitt 4.2.4.5 ermittelten linearen Approximation für die Zeit zur Berechnung der VD-Struktur. Vgl. auch Abschnitt 5.4.

- 4. *Alte Fassung:* Solange noch nicht eingebundene Städte existieren, werden die folgenden Schritte wiederholt: (...)
- 4. *Neue Fassung:* Solange noch nicht eingebundene Städte existieren, die der Nachbarschaft des vorgegebenen Nachbarschaftsgrades einer Kante (respektive der sie bildenden Städte) der derzeitigen Teilrundreise angehören, werden die folgenden Schritte wiederholt: (...)

Abb. 49 visualisiert den Grundgedanken dieses Vorgehens: Für das TSP EIL51 liege in der ersten Iteration der Rand der konvexen Hülle als erste Teilrundreise vor. Derselbe wird durch die äußeren Delaunay-Kanten in Abb. 49 gebildet. Bei Verwendung der bislang eingesetzten Zielkriterien für die Vor- und die Endauswahl ("Cheapest Insertion", "Relative Insertion", "Ratio Insertion" und "Greatest Angle") ist es z.B. nahezu ausgeschlossen, daß die fast in der Mitte der Struktur liegende Stadt 46 im ersten Schritt in die Teilrundreise eingefügt wird. Hingegen ist es wesentlich wahrscheinlicher, daß die Wahl z.B. auf die Stadt 45 oder 35 fällt. Folglich ist es naheliegend, die in der Mitte der Struktur liegenden Städte in dieser Iteration aus der Prüfung - wie oben erläutert - über die Nutzung von Nachbarschaftsstrukturen gänzlich auszuschließen. - Ein derartiges Vorgehen ist jedoch nur für die hier verwendeten, o.g. Zielkriterien bzw. Verfahren der Vor- und Endauswahl möglich. Aus den schon in Abschnitt 5.3.1.4 diskutierten Gründen würde es z.B. bei dem möglichen Kriterium "Farthest Insertion" kontraproduktiv wirken.

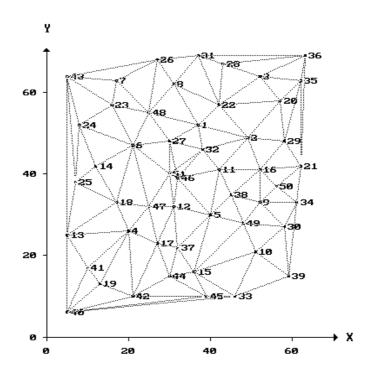


Abb. 49: Delaunay-Struktur für das TSP EIL51 aus Gruppe II.

Das gerade dargestellte Vorgehen ist der oben beschriebenen Reduzierung des Aufwandes für Voll- und Teilprüfungen vorgeschaltet und bildet somit eine sinnvolle Ergänzung: Zunächst werden Städte, die nach der vorgenommenen Nachbarschaftsdefinition weit von der derzeitigen Teilrundreise abliegen, aus der Betrachtung ausgeschlossen. Dieser Schritt sei im weiteren als "Prüfung A" bezeichnet. Für die zu unter-

suchenden Städte wird dann im Rahmen der Reduzierung des Aufwandes für Voll- und Teilprüfungen verhindert, daß Kriterienprüfungen gegen irrelevante Kanten stattfinden. Dieser Verfahrensschritt wird folgend unter dem Begriff "Prüfung B" gefaßt. - So ist z.B. in der ersten Iteration - ausgehend vom Rand der konvexen Hülle - aufgrund der Prüfung A damit zu rechnen, daß u.a. die Stadt 45 betrachtet wird. Eine Kriterienprüfung derselben gegen die Kante 36 - 21 ist jedoch - wenn der Parameter Nachbarschaftsgrad nicht sehr hoch vorgegeben ist - aufgrund von Prüfung B ausgeschlossen.

Es muß nun die Überlegung folgen, ob die bislang verwendete Fassung des Parameters "Nachbarschaftsgrad" einer Modifizierung bzw. Differenzierung bedarf. Einerseits könnte man denselben unverändert lassen und sowohl für die Prüfungen A und B einsetzen. Unter der impliziten Voraussetzung, daß die durch die klassische CHI-Heuristik erzielte Lösungsqualität gewährleistet werden soll, ist es aber andererseits denkbar, daß dies auch mit *unterschiedlichen* Nachbarschaftsgraden in den Prüfungen A und B erreicht werden kann. In diesem Fall würde ein einheitlicher Nachbarschaftsgrad die Rechenzeit unnötig erhöhen. Aus diesem Grund werden nunmehr zwei Parameter berücksichtigt: Der Nachbarschaftsgrad A (g_A) wird für die Prüfung A eingesetzt; der Nachbarschaftsgrad B (g_B) hingegen für die Prüfung B.

Wiederum muß sich die schon in Abschnitt 5.3.1.4 gestellte Frage anschließen, ob die vorgenommene Änderung der CHI-TA-Heuristik in der hier erörterten Variante II noch einen ungestörten Ablauf der Tripelaktualisierung gewährleisten kann. In der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik betrug die Anzahl der relevanten (d.h. hinsichtlich der Prüfung der Zielkriterien des VAV und des EAV zu berücksichtigenden) Tripel in der Iteration i jeweils $(n-n_{ch}-i+1)$. Deren Anzahl konnte in Variante I bei Prüfung B hypothetisch dadurch reduziert werden, daß aufgrund des vorgegebenen Nachbarschaftsgrades g keine Kante der vorliegenden Teilrundreise in der Nachbarschaft identifiziert werden konnte. In diesem Fall wurden verfahrenskonsistent die Werte für die Zielkriterien des VAV und des EAV auf einen sehr hohen bzw. niedrigen Wert gesetzt, um die Auswahl dieser Stadt für die Einfügung zu verhindern. Somit kam es im Verfahrensablauf zu keiner tatsächlichen Reduzierung der Anzahl der Tripel.

In der Variante II hingegen ist die Anzahl der in einer Iteration zu berücksichtigenden Tripel in Abhängigkeit vom gesetzten Nachbarschaftsgrad A g_A und der vorliegenden VD-Strukturen des konkreten TSP zumeist deutlich geringer als $(n - n_{ch} - i + 1)$, da nur Städte bzw. deren Tripel in der Nachbarschaft der bestehenden Teilrundreise betrachtet werden. Diese geringere Tripelanzahl hat - abgesehen von der gewünschten Beschleunigung der Verarbeitung - keinerlei Auswirkungen auf den Vorgang der Tripelaktualisierung. Zudem gilt, daß eine einmal in einer Iteration in diese Betrachtung bzw. die Prüfung A einbezogene Stadt in den weiteren Iterationen nicht wieder herausfällt, d.h. unberücksichtigt bleibt. Die Anzahl der relevanten Tripel wächst nur durch die Einbeziehung neuer Städte, welche durch Erweiterungen der Teilrundreise zu Nachbarn derselben werden. Sie vermindert sich lediglich durch die Einbeziehung von Städten in die Teilrundreise, welche automatisch deren Tripel irrelevant werden läßt. Der einzig denkbare problematische Fall, daß eine Stadt bzw. ihr Tripel erst relevant ist und später wieder aus der Betrachtung ausgeschlossen wird, obwohl sie noch nicht in die Teilrundreise eingefügt wurde, kann nicht auftreten. Folglich bedarf die Tripelaktualisierung keinerlei Anpassungen bei der Implementierung der Prüfung A im Rahmen von Variante II.

Hinsichtlich der Lösungsqualität ist wiederum zu erwarten, daß bei niedrig gesetzten g_A und g_B Abweichungen von der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik auftreten. Diese kommen durch die gegebenenfalls andere Auswahl von Städten für die Einfügung in die Teilrundreise aufgrund der Prüfungen A und B zustande. Bereits eine einzige differierende Einfügung vermag im Fortgang des Verfahrens zu einer erheblich abweichenden Lösungsqualität zu führen. Wie jedoch in Abschnitt 5.3.1.4 zu erkennen war, kann die resultierende Lösungsqualitätsabweichung auch positiv ausfallen, d.h. eine Verkürzung der ermittelten Rundreise gegenüber der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik eintreten. Ab einer gewissen Höhe der g_A -und g_B -Werte muß wiederum dieselbe Lösungsqualität wie bei der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik resultieren; eine weitere Steigerung der Nachbarschaftsgrade A und B kann nur noch die Rechenzeit erhöhen, aber keine Änderung der Lösungsqualität mehr bewirken.

		Nachbarschaftsgrade $g_A - g_B$								
	1-1	1-2	1-3	2-1	2-2	2-3	3-1	3-2	3-3	
Gruppe II (35 TSP)										
Mittelwert	5,47	4,87	4,87	5,47	4,89	4,83	5,47	4,89	4,83	
Standardabweichung	2,22	1,95	1,95	2,22	1,91	1,95	2,22	1,91	1,95	
Minimum	1,35	1,35	1,35	1,35	1,35	1,35	1,35	1,35	1,35	
Maximum	12,43	8,57	8,57	12,43	8,57	8,57	12,43	8,57	8,57	
Anzahl Verschlechterungen	13	1	1	13	1	0	13	1	0	
Anzahl Verbesserungen	4	0	0	4	0	0	4	0	0	
Mittelwert Verschlechterungen	2,07	1,42	1,42	2,07	2,06	0	2,07	2,06	0	
Mittelwert Verbesserungen	1,17	0	0	1,17	0	0	1,17	0	0	
Gruppe III (tw., 6 TSP)										
Mittelwert	8,36	8,65	8,50	8,36	8,94	8,78	8,36	8,94	8,78	
Standardabweichung	1,18	0,97	1,16	1,18	1,60	1,75	1,18	1,60	1,75	
Minimum	7,18	7,66	7,03	7,18	7,66	7,03	7,18	7,66	7,03	
Maximum	10,01	10,05	10,05	10,01	11,70	11,70	10,01	11,70	11,70	
Anzahl Verschlechterungen	1	2	1	1	1	0	1	1	0	
Anzahl Verbesserungen	4	1	1	4	0	0	4	0	0	
Mittelwert Verschlechterungen	0,15	0,64	0,37	0,15	0,92	0	0,15	0,92	0	
Mittelwert Verbesserungen	0,67	2,07	2,07	0,67	0	0	0,67	0	0	
Insgesamt (41 TSP)										
Mittelwert	5,89	5,43	5,40	5,89	5,48	5,41	5,89	5,48	5,41	
Standardabweichung	2,33	2,28	2,26	2,33	2,35	2,37	2,33	2,35	2,37	
Minimum	1,35	1,35	1,35	1,35	1,35	1,35	1,35	1,35	1,35	
Maximum	12,43	10,05	10,05	12,43	11,70	11,70	12,43	11,70	11,70	
Anzahl Verschlechterungen	14	3	2	14	2	0	14	2	0	
Anzahl Verbesserungen	8	1	1	8	0	0	8	0	0	
Mittelwert Verschlechterungen	1,93	0,90	0,89	1,93	1,49	0	1,93	1,49	0	
Mittelwert Verbesserungen	0,92	2,07	2,06	0,92	0	0	0,92	0	0	

Tab. 41: Lösungsqualitäten für die TSP der Gruppen II und III (tw.) bei Einsatz der CHI-TA-Heuristik unter Nutzung von Nachbarschaftsstrukturen, Variante II, bei verschiedenen Parametrisierungen (g_A, g_B) im Vergleich mit den Ergebnissen der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik (Grundparametrisierung 7-10, Modus B). 228

Hinsichtlich Mittelwert, Standardabweichung, Minimum und Maximum bezieht sich die Angabe jeweils auf die ausgewiesene Länge der optimalen Rundreise in der TSPLIB (% über OLN). Die

Im weiteren werden die Nachbarschaftsgrade g_A und g_B jeweils zwischen den Werten eins und drei variiert. Damit ergeben sich insgesamt neun zu prüfende Parametrisierungen. Die Ergebnisse für dieselben sind - zusammengefaßt und differenziert nach den Gruppen II und III bzw. dem Ausschnitt aus Gruppe III - in Tab. 41 komprimiert wiedergegeben. Dabei werden jeweils Mittelwert, Standardabweichung, Minimum und Maximum der Lösungsqualität als Relation der sich ergebenden Rundreiselänge zur in der TSPLIB angegebenen optimalen Rundreiselänge ausgewiesen (% über OLN). Die Angaben zur Anzahl der Probleme, bei welchen eine Verschlechterung bzw. Verbesserung der Lösungsqualität eingetreten ist, beziehen sich jeweils auf die mit der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik ermittelte Rundreiselänge; gleiches gilt für die Angabe der durchschnittlichen Verbesserung bzw. Verschlechterung. Dabei bezieht sich letztere nicht auf die gesamte Zahl der jeweils betrachteten TSP, sondern nur auf jene, bei denen entweder eine Verbesserung oder Verschlechterung der Lösungsqualität eingetreten ist.

Es ist zunächst zu erkennen, daß die Lösungsqualität der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik bei den Parametrisierungen ($g_A - g_B$) 2-3 und 3-3 wieder erreicht wird. Aus diesem Grund erweist es sich als überflüssig, Parametrisierungen mit höheren g_A - und g_B -Werten zu untersuchen. Gemäß einer Plausibilitätsüberlegung, welche später empirisch verifiziert wird, resultieren aus der Parametrisierung 3-3 höhere Rechenzeiten als aus 2-3, so daß erstere bei der weiteren Betrachtung ignoriert werden kann. Hinsichtlich niedrigerer Festlegungen der g_A - und g_B -Werte zeigt sich, daß die durchschnittliche Lösungsqualität nur geringfügig sinkt; insgesamt z.B. für die Parametrisierung 1-1 gegenüber der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik bzw. Parametrisierung 2-3 um rund 0,5%. Die Anzahl der TSP, bei denen Veränderungen (überwiegend Verschlechterungen) der Lösungsqualität eintreten, ist insbesondere dann hoch, wenn der Nachbarschaftsgrad B auf $g_B = 1$ gesetzt wird. Bei höheren g_B ergeben sich deutlich weniger Abweichungen. Die auftretenden Verbesserungen der Lösungsqualität übertreffen in mehreren Fällen die Verschlechterungen. Dieser Effekt tritt in Gruppe III (Ausschnitt) bei fünf Parametrisierungen, in der Gesamtbetrachtung bei der Parametrisierung 1-3 auf.

Die Entwicklung der Vollprüfungsquoten bei der Variation der Parametrisierungen wird hier nicht tabellarisch oder graphisch wiedergegeben. Beobachtbar sind jedoch die folgenden Tendenzen: 230 Unabhängig von der Parametrisierung sinkt die VPQ weiterhin bei steigender Problemgröße. Dieser Grundeffekt der Tripelaktualisierung wurde bereits in den Abschnitten 5.3.1.3 und 5.3.1.4 hinreichend beschrieben und kommentiert. - In Abhängigkeit von der Parametrisierung ergibt sich nun eine komplexe Wechselwirkung zwischen den Parametern g_A und g_B . Wird einer derselben auf "eins" gesetzt, so vermag die Setzung des jeweils anderen Parameters kaum Einfluß auf die VPQ zu nehmen. Zu erklären ist dies durch die die Anzahl der Einfügungsprüfungen determinierende Wirkung des auf "eins" gesetzten Parameters im Sinne eines Engpasses. In Relation zum bei der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik beobachteten VPQ-Wert sinkt die hier auftretende VPQ je nach Problemgröße auf 60% (n=100) bis 20% (n=500). Wird jedoch einer der Parameter erhöht (hier auf "zwei" oder "drei"), so wächst der Einfluß des jeweils anderen Parameters. Dabei ist zu bemerken, daß es hinsichtlich der relativen Höhe der VPQ (zu

Anzahl an Verbesserungen/Verschlechterungen sowie der Mittelwert derselben wird in Relation zu den Leistungen der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik ausgewiesen.

Eine vollständige Wiedergabe der Ergebnisse findet sich in Anhang 15.

Vgl. die vollständige tabellarische und graphische Wiedergabe in Anhang 16.

jener der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik) kaum Auswirkungen zeigt, ob g_A oder g_B fixiert und der jeweils andere Parameter variiert wird. Die Ursache dieses Verhaltens ist die Engpaßwirkung des jeweils auf den niedrigeren Wert gesetzten Parameters. Dieses wird durch die Beobachtung belegt, daß die VPQ-Entwicklung (in Relation zu den VPQ-Werten der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik) bei Parametrisierungen wie z.B. $(g_A - g_B)$ 3-1, 1-3, 1-2 oder 2-1 jener bei der Parametrisierung 1-1 in Abhängigkeit von der Problemgröße gleicht. Die Wirkungen lassen sich wie folgend zusammenfassen: Je höher g_A (g_B) fixiert wird, desto deutlicher steigt die VPQ bei wachsendem g_B (g_A) in Relation zur VPQ der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik. Die Rechenzeit wird somit insbesondere durch die Wahl hinsichtlich beider Parameter niedriger *oder* stark differierender $g_A - g_B$ -Werte geringer ausfallen.

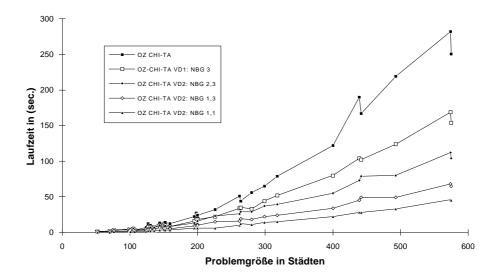
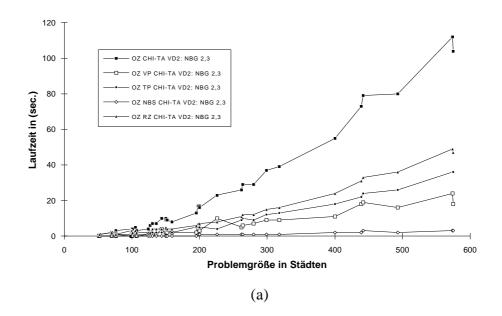


Abb. 50: Entwicklung der Rechenzeit der CHI-TA-Heuristik (OZ CHI-TA) und der um die Nutzung von Nachbarschaften modifizierten CHI-TA-Heuristik in Variante I mit dem Nachbarschaftsgrad g=3 (OZ CHI-TA VD1: NBG 3) und Variante II mit den verschiedenen Nachbarschaftsgraden g_A und g_B (OZ CHI-TA VD2: NBG g_A, g_B) bei steigender Problemgröße (TSP-Gruppen II und teilweise III).

Die benötigten Rechenzeiten für die Parametrisierungen $(g_A - g_B)$ 1-1, 1-3 und 2-3 in Abhängigkeit von der jeweiligen Problemgröße sind in Abb. 50 wiedergegeben. Es wird zunächst deutlich, daß es mit der vorgenommenen Erweiterung der Nutzung von Nachbarschaftsstrukturen mit der hier diskutierten Variante II gelungen ist, die Rechenzeiten gegenüber der Variante I (OZ CHI-TA VD1: NBG 3) weiter zu senken.²³¹ Für die Parametrisierung 2-3, welche im Vergleich mit der unmodifizierten CHI- bzw. CHI-TA-Heuristik lösungsqualitätserhaltend ist, läßt sich der Rechenzeitverlauf recht gut $(r^2 \approx 0.99)$ durch eine kubische Funktion im Rahmen einer nichtlinearen Regressionsanalyse ap-

Hinsichtlich der Variante I wird hier mit dem sich beim Nachbarschaftsgrad g=3 ergebenden Verlauf der Rechenzeit verglichen, da mit g=3 die Lösungsqualität gegenüber der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik gewährleistet werden konnte.

proximieren.²³² Dabei zeigt sich die kubische Komponente allerdings als negativ; die Approximation ist folglich nicht zur Prognose geeignet.



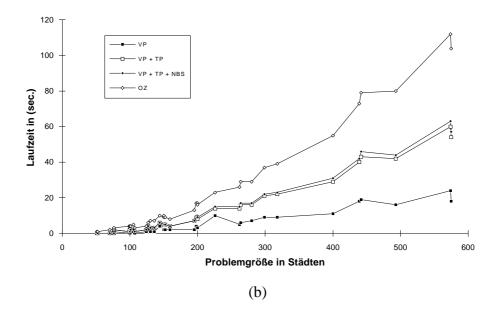


Abb. 51: Komponenten der Rechenzeit (Vollprüfungs- (VP), Teilprüfungs- (TP), Rest- (RZ), Nachbarschaftsbestimmungszeit (NBS) der CHI-TA-Heuristik mit Nutzung von Nachbarschaftsstrukturen, Variante II, für die Parametrisierung $g_A = 2$, $g_B = 3$ bei steigender Problemgröße (TSP-Gruppen II, tw. III; Grundparametrisierung 7-10, Modus B): (a) isoliert und (b) kumuliert ausgewiesen.

Vgl. im folgenden die entsprechenden SPSS-Ausgaben in Anhang 17.

Eine quadratische Approximation führt mit insgesamt gleicher Qualität ($r^2 \approx 0.99$) zu der Funktion $Z(n,g_A=2,g_B=3)=0.0209n+0.0003n^2$ bei hoher Signifikanz der linearen und der quadratischen Koeffizienten. Die Abweichung der Residuen von der Normalverteilung ist jedoch erheblicher und systematischer als bei der kubischen Approximation. Die Größe eines TSP, welches sich mit der zugrundegelegten Hard- und Software innerhalb von fünf Minuten lösen läßt, steigt damit im Rahmen der quadratischen Approximation auf n=962 gegenüber Variante I mit n=769.

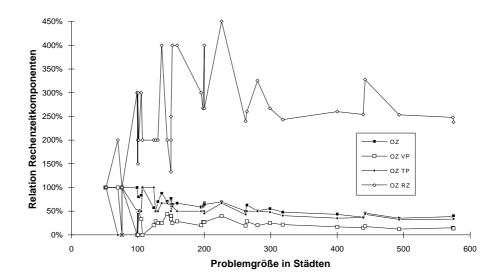


Abb. 52: Komponenten der Rechenzeit (Vollprüfungs- (VP), Teilprüfungs- (TP), Restzeit (RZ), letztere inklusive der für die Bestimmung der Nachbarschaft benötigten Zeitdauer) der CHITA-Heuristik mit Nutzung von Nachbarschaftsstrukturen, Variante II, für die Parametrisierung $g_A = 2$, $g_B = 3$ bei steigender Problemgröße (TSP-Gruppen II, tw. III) in Relation zu den entsprechenden Komponentenrechenzeiten der CHITA-Heuristik.

Die Komponenten der Rechenzeit für die Parametrisierung $(g_A - g_B)$ 2-3 werden in Abb. 51 isoliert und kumuliert dargestellt;²³³ ergänzend setzt Abb. 52 diese Komponenten in Relation zu den entsprechenden Werten der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik.²³⁴ Wie in Variante I stellt die Restzeit noch immer die dominierende Komponente dar. In Relation zur gesamten Rechenzeit ist ihre Bedeutung allerdings im Vergleich mit der Variante I gesunken. Dies belegt auch Abb. 52. Während die Restzeit bei Variante I bis zum achtfachen der entsprechenden Komponente bei der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik ausmachte und prozentual tendenziell mit steigender Problemgröße wuchs, zeigt Variante II nun mit maximal 450% einen Abfall bei n > 200 und eine Stabilisierung

Vgl. auch die tabellarische Wiedergabe der Rechenzeiten bzw. ihrer Komponenten für sämtliche Parametrisierungen $g_A \in \{1,2,3\}$, $g_B \in \{1,2,3\}$ in Anhang 15.

In Abb. 52 wird ausnahmsweise die zur Bestimmung der Nachbarschaftsstrukturen benötigte Rechenzeit (OZ NBS) mit unter der Restzeit (OZ RZ) ausgewiesen. Dies ist aufgrund der geringen relativen Bedeutung bzw. absoluten Höhe der OZ NBS vertretbar.

bei rund 250%. Da allerdings die Anzahl größerer TSP, welche in diese Untersuchung eingehen, recht gering ist, kann letzterer Trend nicht als valide gelten.

Die absoluten Rechenzeiten für Voll- und Teilprüfungen (OZ VP, OZ TP) konnten gegenüber Variante I weiter gesenkt werden. Hinsichtlich ihrer Rangordnung (bezogen auf die Anteile an der gesamten Rechenzeit oder - ersatzweise - die Relation zur Rechenzeit der entsprechenden Komponenten bei der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik in Abb. 52) läßt sich im Vergleich mit Variante I jedoch keine Änderung feststellen. Die zur Feststellung der Nachbarschaften benötigte Rechenzeit (OZ NBS) bleibt trotz des erhöhten Verwaltungsaufwandes für zwei getrennte Nachbarschaftsgrade unbedeutend.

Diese Ergebnisse belegen, daß die mit der Konzeption der Variante II verfolgten Ziele erreicht werden konnten. In Variante I wurde die absolut wie relativ hohe Restzeit insbesondere durch den Aufwand für die effiziente Verwaltung der Nachbarschaften bedingt. Diese wurden im Rahmen der nachbarschaftsorientierten Reduzierung der Anzahl der Voll- und Teilprüfungen (in Variante II als Prüfung B bezeichnet) benötigt. Die Einführung der Prüfung A schließt nun eine - in Abhängigkeit von der Problemgröße steigende - Anzahl von Städten aus der Betrachtung im Schritt 4 des Verfahrens aus. Folglich entfällt ein großer Teil des für die Prüfung B notwendigen Verwaltungsaufwandes für Nachbarschaften. Die Restzeit verliert relativ zur gesamten Rechenzeit an Bedeutung. Sie bleibt allerdings - und insofern ist der Zielerreichungsgrad unbefriedigend - die dominierende Komponente. Die Senkung der für Voll- und Teilprüfungen benötigten Rechenzeit stellt sich als ein nicht unerheblicher Nebeneffekt ein.

Bislang lag der Untersuchung die implizite Prämisse zugrunde, daß die mittels der unmodifizierten CHI- bzw. CHI-TA-Heuristik erzielten Lösungsqualitäten hinsichtlich jedes einzelnen TSP gewahrt werden sollen. Aus diesem Grund wurden in Variante I wie II bislang nur jene Parametrisierungen eingehender betrachtet, welche diese Bedingung erfüllen. Tab. 41 zeigt allerdings, daß die Einbußen an Lösungsqualität bei anderen Parametrisierungen für die Variante II nicht sehr hoch ausfallen; Abb. 50 belegt hingegen erheblich niedrigere Rechenzeiten. Aus pragmatischer Sicht scheint z.B. im Vergleich der Parametrisierungen $(g_A - g_B)$ 2-3 und 1-1 ein durchschnittlicher Verlust von 0,5% an Lösungsqualität im Vergleich mit einer bereits bei der Problemgröße n = 575 mehr als halbierten Rechenzeit akzeptabel. Es ist jedoch darauf hinzuweisen, daß ein Substitutionsverhältnis zwischen Rechenzeit und Lösungsqualität immer nur subjektiv bzw. unter Verwendung einer vorliegenden (ökonomischen) Größe zur dimensionsneutralen Aggregation (z.B. Kostensätze) bewertet werden kann. Aus diesem Grund wurde bisher darauf verzichtet. Da sich hinsichtlich der für einzelne TSP realisierten Lösungsqualität Unterschiede zur unmodifizierten CHI-TA-Heuristik ergaben, wurde bislang auch die im Durchschnitt der Lösungsqualität gegenüber $(g_A - g_B)$ 2-3 marginal überlegene Parametrisierung 1-3 bislang nicht weiter untersucht.

Die Rechenzeitverläufe für beide Parametrisierungen sind in Abb. 50 wiedergegeben. Dieselben wurden im Rahmen einer Regressionsanalyse mit quadratischen Polynomen bei durchgängig guter Qualität ($r^2 \approx 0.99$) approximiert.²³⁵ Dabei zeigt die Betrachtung, daß ausgehend von der oben untersuchten Parametrisierung ($g - {}_{B}$) 2-3 über 1-3 zu 1-1 folgende Effekte zu beobachten sind: Der quadratische Koeffizient zeigt durchgängig

Vgl. im folgenden die entsprechenden SPSS-Ausgaben in Anhang 18.

eine hohe Signifikanz, während dieselbe bei der linearen Komponente uneinheitlich ausfällt. Bei allen drei Parametrisierungen gilt, daß die Verteilung der Residuen sich der Normalverteilung annähert; diese Annäherung erreicht bei der Parametrisierung $(g_A - g_B)$ 1-1 ihren besten Wert. Daraus kann geschlossen werden, daß beim Übergang der Parametrisierung von hohen $g_A - g_B$ -Werten zu niedrigen die quadratische Natur des durchschnittlichen Laufzeitverhaltens immer deutlicher wird. Es sei allerdings daran erinnert, daß dies keine Aussage über die Laufzeitkomplexität im "Worst Case" bedeutet. Diese ist unter Annahme der denkbar ungünstigsten räumlichen Strukturierung der Städte immer noch als kubisch anzunehmen. - Die Größe eines TSP, welches sich mit der hier verwendeten Hard- und Software aufgrund der quadratischen Approximationen innerhalb von fünf Minuten lösen läßt, steigt bei $(g_A - g_B)$ 1-3 auf n = 1.243 bzw. bei $(g_{\scriptscriptstyle A}-g_{\scriptscriptstyle B})$ 1-1 auf n=1.479.- Auf eine Wiedergabe der Komponenten der Laufzeiten für diese Parametrisierungen wird an dieser Stelle verzichtet.²³⁶ Es läßt sich von der Parametrisierung $(g_A - g_B)$ 2-3 über 1-3 hin zu 1-1 eine relative Abnahme der Bedeutung der Restzeit konstatieren; bei (g_A-g_B) 1-1 fällt die Restzeit in ihrer absoluten Höhe gleich der für die Teilprüfungen benötigten Zeit aus.

Es konnte damit während des Übergangs von der CHI-TA-Heuristik hin zu den verschiedenen Varianten (I, II) und Parametrisierungen der modifizierten CHI-TA-Heuristik unter Nutzung von Nachbarschaftsstrukturen ein Wechsel von einer nachgewiesen kubischen zu einer eher quadratischen durchschnittlichen Laufzeit in Abhängigkeit von der Problemgröße gezeigt werden. Dabei wurden bei der Untersuchung der letzten beiden Parametrisierungen der Variante II für die entsprechenden Senkungen der Rechenzeit bereits abweichende bzw. schlechtere Lösungsqualitäten akzeptiert. Zwar läßt sich durch leistungsfähigere Hard- und Software die Größe der innerhalb einer fixierten Zeitspanne lösbaren Probleme damit erheblich erhöhen; dennoch wäre ein noch flacherer Verlauf der approximierten Rechenzeit - d.h. ein geringerer Koeffizientenwert der quadratischen Komponente - bei steigender Problemgröße für eventuelle praktische Einsätze der Heuristik wünschenswert. Im folgenden Abschnitt 5.3.1.6 wird nun der Versuch unternommen, sich einem solchen durch erneute Variationen der CHI-TA-Heuristik und der nochmals erweiterten Nutzung von Nachbarschaftsstrukturen zu nähern. Dabei werden nunmehr Verschlechterungen der Lösungsqualität bewußt akzeptiert.

5.3.1.6. Verkürzung der Rechenzeit bei expliziter Akzeptanz von Lösungsqualitätsverschlechterungen durch die Nutzung von Voronoi-/ Delaunay-Strukturen (Triangle Insertion)

Bislang wurden mit den Varianten I und II zwei Modifikationen der klassischen CHI-Heuristik vorgestellt, welche die in VD-Strukturen enthaltenen Nachbarschaftsbeziehungen zur Verkürzung der Rechenzeit nutzen. Diese Nutzung stand - bis auf die am Ende von Abschnitt 5.3.1.5 präsentierte Ausnahme - immer unter der impliziten Prämisse der Sicherstellung der Lösungsqualität der Ausgangsheuristik bei Verwendung der Einfü-

_

Vgl. zur tabellarischen Wiedergabe der Rechenzeitkomponenten für alle neun Parametrisierungen Anhang 15.

gungskriterien "Cheapest Insertion" - "Greatest Angle" (VAV - EAV) im Modus B. Diese Forderung wird nunmehr aufgegeben. Die im folgenden entwickelte Heuristik soll nur noch eine *akzeptable* Lösungsqualität gewährleisten. Der Begriff "akzeptabel" muß dabei als subjektiv aufgefaßt werden. Er ist daher - im Sinne einer Zielvorstellung - wie folgend zu konkretisieren:

- Die durchschnittliche Lösungsqualität bei Anwendung der Heuristik auf eine größere Anzahl von TSP (respektive die hier verwendeten Testprobleme) sollte nicht schlechter als 10% (Länge der sich ergebenden Rundreise über der optimalen Rundreiselänge; % > OLN) ausfallen,
- für ein einzelnes TSP sollte sich keine Lösungsqualität ergeben, welche über 15%
 (% > OLN) liegt und
- die Streuung (Stichproben-Standardabweichung) der Lösungsqualitäten bei Anwendung auf eine größere Anzahl von TSP sollte 3% (bezogen auf % > OLN) nicht übersteigen.

Hingegen sollte sich das durchschnittliche Rechenzeitverhalten gegenüber den bisher vorgestellten CHI-Modifikationen *deutlich* verbessern. Der Begriff "deutlich" wird hier - als Zielvorstellung - anhand der Größe eines in fünf Minuten mit der eingesetzten Hard- und Software lösbaren TSP konkretisiert. Diese sollte sich gegenüber der letzten dargestellten lösungsqualitätswahrenden Variante II der CHI-TA-Heuristik unter Nutzung von Nachbarschaftsstrukturen (Parametrisierung $(g_A - g_B)$ 2-3) mindestens verdreifachen, d.h. auf ca. n = 3.000 erhöhen.²³⁷

Mit der Festlegung dieser Anspruchsniveaus wird zugleich im Sinne der Ausführungen am Ende des Abschnitts 5.3.1.5 eine rein subjektiv geprägte Substitutionsbeziehung zwischen den Ausprägungen der Ergebnisgrößen Lösungsqualität und Rechenzeitverhalten der folgend zu entwickelnden Heuristik festgelegt.

Die präsentierte Heuristik wird im weiteren als CHI-TICI ("Convex Hull Insertion - Triangle Insertion, Cheapest Insertion") bezeichnet. Bevor die sich eng an die klassische CHI-Heuristik anlehnende Grundidee dargestellt wird, sei noch darauf hingewiesen, daß ihre Nutzung der VD-Strukturen bereits über die einfache Verwendung von Nachbarschaftsbeziehungen zur Rechenzeitverkürzung hinausgeht. Sie greift bei Einfügungsentscheidungen in eine Teilrundreise auf die Dreiecke ("Triangles") der Delaunay-Struktur zurück. Aus diesem Grund ist sie gemäß der obigen Differenzierung zwischen der reinen Nutzung von Nachbarschaftsbeziehungen der VD-Strukturen zur Rechenzeitverkürzung einerseits und der darüber hinausgehenden Nutzung spezifischer Strukturmerkmale andererseits ein Grenzfall. Der Rückgriff auf Strukturmerkmale der VD-Struktur erfolgt hier allerdings eher unter der Intention der Rechenzeitverkürzung als mit der Absicht, dieselben qualitätssteigernd einzusetzen.

Bei der Darstellung der Delaunay-Triangulation in Abschnitt 4.2 wurde angemerkt, daß diese - ihrem Namen entsprechend - in der klassischen Auffassung in der Literatur aus den durch die Delaunay-Kanten gebildeten Dreiecken ("Triangles") besteht. Lediglich bei

Ohne Berücksichtigung der benötigten Rechenzeiten zur Ermittlung der VD-Strukturen.

Vorliegen eines "Half-Neighbor"-Problems (HNP) weicht die Definition der Delaunay-Struktur in dieser Arbeit von der hergebrachten Begriffsfassung ab; in diesem Fall werden hier sämtliche "Half-Neighbors" verbunden, so daß keine reine Triangulation mehr vorliegt. Es kommt vielmehr zu *überlappenden* Dreiecken.

Betrachtet man nun den Ablauf der CHI-, der CHI-TA oder der beiden Varianten der modifizierten CHI-TA-Heuristik unter Nutzung von Nachbarschaftsstrukturen (insbesondere bei den Einfügungskriterien "Cheapest Insertion - Greatest Angle") bei der Rundreisebildung im Verfahrensablauf, so fällt folgender Aspekt auf: Bei der Einfügung in einer Iteration vervollständigt die ausgewählte Stadt - gemeinsam mit den Städten der Kante der Teilrundreise, in welche die ausgewählte Stadt eingefügt wird - relativ oft ein Delaunay-Dreieck. Des weiteren bildet die Überzahl der Kandidatentripel, die in der ersten Stufe des Verfahrens (Bildung der Tripel anhand des Zielkriteriums des VAV) erscheint, gleichfalls Delaunay-Dreiecke. - Beim TSP EIL51 z.B., dessen Delaunay-Struktur in Abb. 49 (im Abschnitt 5.3.1.5) wiedergegeben ist, werden in den ersten sieben Iterationen die Städte 45, 35, 25, 42, 24, 28 und 7 in die aus dem Rand der konvexen Hülle bestehende erste Teilrundreise eingefügt. Alle Einfügungstripel - d.h. die Städte, die zur jeweils aufgebrochenen Kante gehören und die gerade einzufügende Stadt - bilden Delaunay-Dreiecke. - Es ist allerdings anzumerken, daß sich gegen Ende der Rundreisebildung (d.h. in den letzten Iterationen) der Anteil der realisierten Einfügungstripel, die gleichzeitig Delaunay-Dreiecke sind, deutlich vermindert.

Eine wesentliche Ursache für dieses Phänomen sind die spezifischen Eigenschaften der Delaunay-Dreiecke, welche in Abschnitt 4.2.2 erläutert wurden: Die Triangulation führt zu einem maximalen Grad an lokaler Gleichwinkligkeit bzw. erfüllt das des *max-min angle criterion*; als Folge stellt sie zugleich die Triangulation mit den gleichseitigsten Dreiecken dar (nur wenige lange, dünne Dreiecke, wenig extreme Winkel). Insbesondere bezüglich der Zielkriterien des VAV "Greatest Angle" und "Cheapest Insertion", aber auch oft der Zielkriterien "Ratio Insertion" und "Relative Insertion", ist damit für eine Kante der vorliegenden Teilrundreise die bestens einzufügende Stadt zumeist durch die das entsprechende Delaunay-Dreieck vervollständigende noch nicht eingefügte Stadt gegeben.

Der Schluß, daß sich diese Beobachtung für die Konstruktion einer Heuristik nutzen läßt, liegt nahe. Dieselbe verwendet zweckmäßigerweise den Rand der konvexen Hülle als erste Teilrundreise. Im weiteren sollen dann in jeder Iteration jene Städte als Kandidaten für die Einfügung in die jeweilige Teilrundreise dienen, welche jeweils gemeinsam mit den beiden Städten einer Kante der Teilrundreise ein Delaunay-Dreieck bilden. Diese Form der Bestimmung der in die Endauswahl eingehenden Tripel ersetzt die bislang verwendete Vorauswahl; diese wird jetzt quasi durch die Delaunay-Struktur vorgenommen. Für die Endauswahl der dann einzufügenden Stadt bedarf es folgend eines Auswahlkriteriums. Als am vorteilhaftesten erweist sich nach einigen Vorversuchen mit den verschiedenen oben für die CHI-Heuristik im Rahmen der Vor- und Endauswahl diskutierten Einfügungskriterien das Verfahren "Greatest Angle".

Über dieses Grundkonzept hinaus bieten sich bei der Realisierung des Verfahrens einige Möglichkeiten, die Rechenzeiten niedrig zu halten bzw. das durchschnittlich zu erwartende Laufzeitverhalten zu verbessern:

- Es ergibt sich die Notwendigkeit, für jede Kante der vorliegenden Rundreise das Delaunay-Dreieck bzw. jene einzufügende Stadt zu bestimmen, welche mit den beiden Städten der Kante der Teilrundreise ein Delaunay-Dreieck bildet. Zunächst scheint es denkbar, diese Dreiecke direkt der gespeicherten VD-Struktur zu entnehmen. Es zeigt sich jedoch, daß die Verwaltung der Dreiecke bzw. die Identifikation des gerade gesuchten "Triangle" dann äußerst aufwendig ausfallen müssen. Eine zweite - mit wesentlich weniger Aufwand behaftete - Möglichkeit besteht darin, die direkten Nachbarschaften zweier Städte einer Kante auf identische Städte hin zu vergleichen. Wird eine solche festgestellt, so ist damit das "Triangle" bestimmt. Werden derer mehrere gefunden, so liegt ein HNP vor. - Um die Anzahl der notwendigen Vergleiche bei dieser Form der "Triangle"-Identifizierung möglichst niedrig zu halten, bietet es sich an, im Verfahrensablauf in jeder Iteration eine Reduzierung der direkten Nachbarschaften aller Städte vorzunehmen. Dabei werden aus der direkten Nachbarschaft einer jeden Stadt all jene anderen Städte eliminiert, welche bereits Bestandteil der derzeitigen Teilrundreise sind. Diese können bei der Identifikation relevanter Delaunay-Dreiecke nicht mehr dienlich sein; sie erhöhen nur die für die Prüfungen benötigte Zeitdauer. Damit sinkt der Zeitaufwand für die Identifikation der Delaunay-Dreiecke kontinuierlich im Verlauf der Iterationen, da die direkten Nachbarschaften immer weiter ausgedünnt werden.
- Es bietet sich an, das Gedankengut der oben erörterten Tripelaktualisierung auch hier weiterhin zu nutzen. Somit sollten nicht in jeder Iteration sämtliche Delaunay-Dreiecke für die Kanten neu bestimmt und die zugehörige Kriteriumsausprägung "Greatest Angle" neu berechnet werden. Dies sollte in einer Iteration nur für jene Kanten geschehen, für welche es aufgrund der Änderung der Datenlage durch die Einfügung in der letzten Iteration notwendig geworden ist.
- Bei der klassischen CHI-Heuristik und allen bislang vorgestellten Modifikationen derselben gab es jeweils zwei Einfügungskriterien: Eines für die Vor- und eines für die Endauswahl. Dennoch wurde schon bei der Implementierung der oben dargestellten Heuristiken versucht, die Berechnung dieser beiden Kriterien soweit wie möglich ineinander zu integrieren, um (wenn auch nur geringfügig bei differierenden VAV und EAV) Rechenzeit einzusparen. Da hier nur noch ein Einfügungskriterium ("Greatest Angle") vorhanden ist, können Vor- und Endauswahl im Hinblick auf die Implementierung nunmehr integriert werden.²³⁸ Damit steht nach der Identifikation des letzten relevanten Delaunay-Dreieckes in einer Iteration auch bereits das für die Einfügung zu wählende Städtetripel fest.

Nach der Erläuterung dieser Vorüberlegungen folgt nun die Beschreibung der konkreten Implementierung der CHI-TICI-Heuristik:

- 1. Ermittlung des Randes der konvexen Hülle als erste Teilrundreise.
- Einleitende Aktualisierung bzw. Reduzierung der Nachbarschaftsstruktur: Aus den direkten Nachbarschaften sämtlicher Städte des TSP werden alle Städte eliminiert, welche bereits Bestandteil der ersten Teilrundreise in Form des Randes der konvexen Hülle sind.

Aus logischen Gründen wird dieser Vorgang unten in der Implementierung noch getrennt dargestellt. Faktisch ist er jedoch voll integriert.

- 3. Solange noch nicht in die jeweilig vorliegende Teilrundreise eingebundene Städte existieren, werden die folgenden Schritte wiederholt:
 - Identifizierung der relevanten Tripel (Vorauswahl): Mit Ausnahme der ersten Iteration gilt, daß die meisten in der letzten Iteration bestimmten Tripel weiterhin gültig sind (in der ersten Iteration liegen noch keine Tripel aus vorherigen Iterationen vor). Eine Aktualisierung aufgrund der zuletzt vorgenommenen Einfügung erweist sich nur in den folgenden Fällen als notwendig:
 - Zum einen für jene Kanten, die in der letzten Iteration neu entstanden sind. Ihnen wurde bislang kein Triangle bzw. Tripel zugeordnet; dieses muß nun geschehen.
 - Zum zweiten für jene Kanten, denen die in der letzten Iteration eingefügte Stadt im Triangle bzw. Tripel zugeordnet war, bei denen es jedoch nicht zur Einfügung kam. Diese Kanten haben die ihr zugeordnete Stadt durch die Einfügung in eine andere Kante verloren; es muß ein neues Tripel bestimmt werden.

Im Falle der ersten Iteration sind die nachfolgenden Schritte verständlicherweise für jede der in der ersten Teilrundreise existenten Kanten durchzuführen; es ist für jede eine "Aktualisierung" notwendig, da bislang noch überhaupt keine Tripel bestimmt wurden. Dieselbe wird in zwei Schritten vollzogen:

- a) Die derzeitigen direkten Nachbarschaften der beiden der betrachteten Kante zugehörigen Städte werden auf identische Nachbarn hin untersucht. Dabei lassen sich drei mögliche Fälle unterscheiden:
 - Im ersten Fall existiert lediglich eine Stadt, die in beiden derzeitigen Nachbarschaften gleichzeitig enthalten ist; diese bildet mit den beiden Städten der Kante das Triangle. Diese Konstellation tritt als "Normalfall" am häufigsten auf.
 - Im zweiten Fall existieren mehrere identische Städte in den Nachbarschaften. In einem solchen Fall liegt in der VD-Struktur regelmäßig ein HNP vor.
 - Schließlich ist der Fall möglich, daß die derzeitigen Nachbarschaften keine gemeinsame Stadt mehr enthalten. In diesem Fall wird die Kante im weiteren Verfahrensablauf ignoriert; es sind künftig keine Einfügungen mehr möglich.
- b) Im ersten Fall (Normalfall) wird der Wert des Kriteriums "Greatest Angle" für das identifizierte Städtetripel berechnet. Er wird gemeinsam mit der dritten Stadt des Tripels für die betrachtete Kante vermerkt. Im zweiten Fall (Vorliegen eines HNP) werden für alle noch nicht eingebundenen Städte, welche mit den beiden Städte der Kanten (einander überlappende) Triangles bilden, die Werte des Kriteriums "Greatest Angle" bestimmt. Für die untersuchte Kante werden jedoch lediglich jene Kriteriumsausprägung und die noch nicht eingefügte Stadt vermerkt, welche das Kriterium "Greatest Angle" am besten erfüllen.
- b) *Endauswahl*: Für jede existente Kante ist nunmehr jenes Tripel bzw. jene strukturbedingt einzufügende Stadt bestimmt, die das Kriterium "Greatest Angle" am besten erfüllt. Nunmehr wird über alle Kanten jenes Tripel identifiziert, welches dasselbe Kriterium bestmöglich realisiert. Die Endauswahl wird

zwecks Senkung der Rechenzeit in die Identifizierung der relevanten Tripel bzw. den Schritt 3 a) b) integriert; sie wird hier nur als "logischer" Verfahrensschritt separat dargestellt.

- c) Vornahme der Einfügung in die existierende Teilrundreise.
- d) Reduzierung der direkten Nachbarschaften: Die in Schritt 3 c) soeben eingefügte Stadt steht für künftige Einfügungen nicht mehr zur Verfügung. Folglich wird sie aus den direkten Nachbarschaften aller Städte des TSP eliminiert. Das Verfahren wird mit Schritt 3 a) fortgesetzt, solange noch nicht in die derzeitige Teilrundreise eingefügte Städte existieren.

Bei der versuchsweisen Lösung einiger TSP mittels dieser Implementierung der CHI-TICI-Heuristik zeigt sich schnell ein erheblicher Mangel: Zuweilen sieht sich der Algorithmus in den letzten Iterationen nicht mehr in der Lage, eine (manchmal auch mehrere) Städte noch in die Teilrundreise einzufügen. Aufgrund des in Schritt 3 formulierten Abbruchkriteriums, daß derselbe solange auszuführen ist, bis sämtliche Städte in die (Teil-) Rundreise eingefügt sind, vermag er nicht mehr zu terminieren; d.h. er "hängt sich auf". Es wird folglich keine zulässige Lösung des TSP erzeugt.

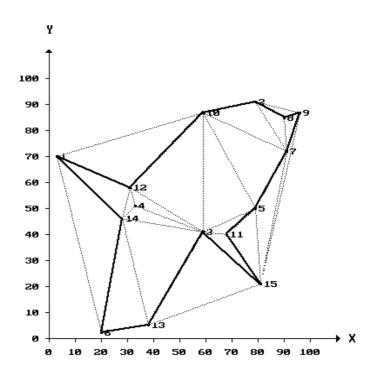


Abb. 53: TSP 15_015 aus Gruppe I: Fehler bei der Rundreisebildung durch die Heuristik CHI-TICI (Stadt 4 nicht eingefügt; Teilrundreise fett gekennzeichnet).

Die Ursache für dieses Phänomen verdeutlicht Abb. 53 am Beispiel einer Anwendung der CHI-TICI Heuristik auf das TSP 15_015 (Gruppe I). Die sich ergebende Teilrundreise, bei welcher der Algorithmus im Schritt 3 verharrt, ohne eine weitere Stadt einfügen zu können, ist fett eingezeichnet. Die Stadt 4 kann nicht für eine Einfügung identifiziert werden. Der Grund dafür ist, daß keine Kante der vorliegenden Teilrundreise mit der Stadt 4 ein Delaunay-Dreieck bildet. Von den 41 der hier für empirische Tests vorrangig

verwendeten TSP der Gruppen II und (teilweise) III sind 18 von diesem Phänomen betroffen; im Durchschnitt können bei diesen TSP ca. 2,6 Städte nicht eingefügt werden.²³⁹ Das Extrem stellt das TSP RAT 575 dar, bei welchem 11 Städte betroffen sind.

In der jetzigen Form ist die vorgestellte Heuristik folglich nicht voll funktionsfähig. Um die Generierung vollständiger Rundreisen zu gewährleisten, erweist es sich als notwendig, die zuletzt über die "Triangle Insertion" nicht integrierbaren Städte ergänzend nach einem anderen Verfahrensmodus in die vorliegende Teilrundreise einzufügen. Da in jener Iteration, in welcher die "Triangle Insertion" (Einfügung über Delaunay-Dreiecke i.S. der Vorauswahl und über das Zielkriterium "Greatest Angle" i.S. der Endauswahl) keine weitere Einbindung mehr vorzunehmen vermag, nur noch wenige Städte nicht in die vorliegende Teilrundreise integriert sind, gilt das Interesse eher einer möglichst günstigen als einer die Rundreisegestalt im Hinblick auf später noch folgende Einfügungen vorteilhaft formenden Einbindung.²⁴⁰ Folglich wird das Kriterium "Cheapest Insertion" herangezogen; bei der Einfügung werden die Nachbarschaftsbeziehungen der VD-Struktur zur Rechenzeitverkürzung genutzt. Die oben beschriebene Implementierung wird im Schritt 3 modifiziert (kursiv) und durch einen Schritt 4 ergänzt:

3. Solange noch nicht in die jeweilig vorliegende Teilrundreise eingebundene Städte existieren, die über die "Triangle Insertion" einfügbar sind, werden die folgenden Schritte wiederholt:

...

- d) ... Das Verfahren wird mit Schritt 3 a) fortgesetzt, solange noch nicht in die derzeitige Teilrundreise eingefügte Städte existieren, die sich über die "Triangle Insertion" einfügen lassen.
- 4. Die nunmehr noch nicht in die Rundreise eingebundenen Städte werden nach dem Kriterium "Cheapest Insertion" eingefügt. Für jede nicht eingebundene Stadt werden folgende Schritte vollzogen:
 - a) Es werden aus der *nicht reduzierten* direkten Nachbarschaft der einzufügenden Stadt sämtliche anderen Städte herausgesucht, welche bereits in die vorliegende Teilrundreise eingebunden sind, d.h. einer Kante derselben angehören. Die entsprechenden Kanten werden vermerkt.
 - b) Für sämtliche in Schritt 4 a) identifizierten Kanten wird geprüft, in welche die betrachtete noch nicht in die derzeitige Teilrundreise eingebundene Stadt am günstigsten ("Cheapest Insertion") eingefügt werden kann. Der Schritt 4 b) wird hier aus logischen Gründen getrennt vom Schritt 4 a) dargestellt; faktisch kann er integriert werden.
 - c) Läßt sich eine Stadt im Teilschritt b) nicht einfügen, so wird sie erneut betrachtet (d.h., es werden erneut die Teilschritte a) und b) für dieselbe durchgeführt), sobald alle anderen im Schritt 4. zu behandelnden Städte abgearbeitet sind.²⁴¹

Vgl. die Angaben in Tab. 42 und 43 (Abbruchquote (ABQ) 0%, Spalte "NIF").

²⁴⁰ Eine solche wird z.B. durch das Einfügungskriterium "Greatest Angle" begünstigt.

Beim Vorliegen eines räumlichen Clusters nicht eingefügter Städte zu Beginn des Schrittes 4 kann ohne den Teilschritt 4 c) der Fall eintreten, daß die gerade betrachtete Stadt nur ebenfalls noch nicht in die vorliegende Teilrundreise eingefügte direkte Nachbarn besitzt. Würde diese Stadt nun

Es zeigt sich, daß die entsprechend variierte Heuristik nun durchgängig zulässige Lösungen für das TSP liefert. Eine nähere Betrachtung derselben führt jedoch zu der Erkenntnis, daß einzelne Städte oftmals sehr ungünstig in die Rundreise eingebunden werden. Abb. 54 stellt z.B. einen Ausschnitt aus einer mittels der CHI-TICI-Heuristik für das TSP A280 ermittelten Rundreise dar. Die Plazierung der Städte 115, 150 und 178 in der Rundreisefolge allein mindert die Lösungsqualität gegenüber einer möglichen günstigeren Einbindung bereits um mehrere Prozent (% über OLN). Eine Beobachtung des Verfahrensablaufes zeigt, daß extrem ungünstige Einfügungen von Städten in die Rundreise fast ausschließlich in den letzten Iterationen - gegen Ende der Rundreisebildung - im Rahmen des Schrittes 3 stattfinden. Die Ursache dieses Phänomens ist die mit fortschreitender (Teil-) Rundreisebildung sinkende Anzahl von Optionen für die Einbindung einer Stadt über "Triangles". In jener Iteration, in welcher z.B. beim TSP A280 die Stadt 115 eingebunden wird, existiert lediglich noch ein einziges Delaunay-Dreieck für dieselbe. Dieses wird jedoch mit einer räumlich sehr weit entfernten Kante der vorliegenden Teilrundreise gebildet; näher liegende Kanten konstituieren kein gemeinsames "Triangle" mehr. Folglich muß nach der Verfahrenslogik die beobachtete ungünstige Einbindung realisiert werden.

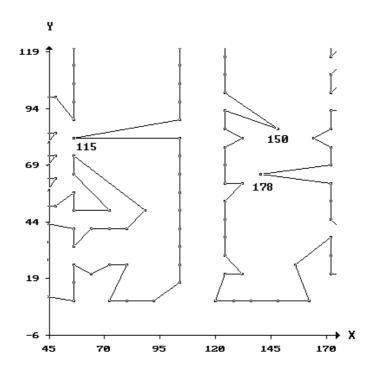


Abb. 54: Ausschnitt aus der für das TSP A280 (Gruppe II) mittels der CHI-TICI-Heuristik ermittelten Rundreise: Ungünstige Einfügungen in den letzten Iterationen, z.B. die Städte 115, 150 und 178.

Es ist nun die Frage zu stellen, ob diese ungünstigen Einfügungen von Städten in den letzten Iterationen nicht durch eine erneute Modifikation der Heuristik verhindert werden können. Dafür bieten sich grundsätzlich zwei Optionen. Die erste derselben, die Ein-

im Schritt 3 als erstes untersucht, wäre keine Einfügung in die vorliegende Teilrundreise möglich. Diesen Fall fängt der Teilschritt 4 c) ab.

führung der folgend erörterten "Abbruchquote", kann noch als Ergänzung des hier dargestellten Eröffnungsverfahrens angesehen werden.²⁴² Die zweite hingegen stellt ein im Prinzip auch unabhängig von der CHI-TICI-Heuristik anwendbares Verbesserungsverfahren dar, welches die Qualität einer bereits vorliegenden Rundreise erhöht. Aus diesem Grund soll sie getrennt im nachstehenden Abschnitt 5.3.2.4 erörtert werden.

Der Grundgedanke der Einführung einer "Abbruchquote" ist eine logische Erweiterung der Reichweite des Schrittes 4 des Verfahrens. Schritt 4 soll bislang lediglich sicherstellen, daß nicht über Delaunay-Dreiecke einbindbare Städte letztendlich noch in die Rundreise integriert werden. Dabei wird das Einfügungskriterium "Cheapest Insertion" angewandt. Es liegt nun der Gedanke nahe, diesen Schritt nicht nur die nicht über Triangles einfügbaren Städte, sondern auch andere - die sonst ungünstig eingebunden würden - in die Teilrundreise integrieren zu lassen. Dazu ist es - da die ungünstigen Einfügungen fast ausschließlich die letzten Iterationen betreffen - lediglich notwendig, früher als bislang vorgesehen vom Schritt 3 zum Schritt 4 überzugehen. Es bedarf nun eines geeigneten Abbruchkriteriums, nach dessen Erfüllung Schritt 3 terminiert und die Einfügung der noch nicht eingebundenen Städte in die bis dahin vorliegende Teilrundreise dem Schritt 4 überläßt.

Als solches bietet sich z.B. der Einfügungswinkel an. Wie in Abb. 54 zu erkennen ist, fällt er bei den in den letzten Iterationen ungünstig eingefügten Städten aufgrund der großen Entfernung zur Einfügungskante meist sehr gering aus. Wie soll allerdings der Begriff "gering" konkretisiert werden? Mit 10, 15 oder 20 Grad? Zudem ist es denkbar, daß ein solcher Winkel vereinzelt bereits in frühen Iterationen auftritt; hingegen dürfte sein *einmaliges* Erscheinen keinesfalls den Abbruch des Schrittes 3 auslösen. - Es bedürfte folglich einer komplizierten Verwaltung der Winkelprüfung, um den geeigneten Zeitpunkt des Übergangs vom Schritt 3 auf den Schritt 4 festzustellen. Daher wird hier ein einfacheres Verfahren, jenes der "Abbruchquote" (ABQ) gewählt.

Die Abbruchquote ist ein der CHI-TICI-Heuristik als Parameter vorzugebender Wert. Sobald im Schritt 3 die Anzahl der noch nicht in die Rundreise eingefügten Städte in Relation zu der Gesamtzahl der Städte des TSP die ABQ (angegeben in Prozent) unterschreitet, wird zum Schritt 4 übergegangen. Diese Regel läßt sich sehr einfach in das Verfahren implementieren; es bedarf lediglich einer geringfügigen Modifikation des Schrittes 3:

3. Solange ...

- noch nicht in die jeweilig vorliegende Teilrundreise eingebundene Städte existieren, die über die "Triangle Insertion" einfügbar sind, und
- das Verhältnis aus nicht eingebundenen Städten und der Anzahl der Städte des TSP noch nicht die Abbruchquote unterschreitet,

werden die folgenden Schritte wiederholt:

• • •

d) ... - Das Verfahren wird mit Schritt 3 a) fortgesetzt, solange

• noch nicht in die derzeitige Teilrundreise eingefügte Städte existieren, die sich über die "Triangle Insertion" einfügen lassen, und

Zur klassischen Differenzierung zwischen Eröffnungs- und Verbesserungsverfahren im Rahmen des Heuristikbegriffes vgl. Abschnitt 2.3.4.

 das Verhältnis aus nicht eingebundenen Städten und der Anzahl der Städte des TSP noch nicht die Abbruchquote unterschreitet.

Die Vorgabe einer von der TSP-Größe und Struktur unabhängigen ABQ weist jedoch auch einige Nachteile auf. Zugunsten eines einfachen Vorgehens und einer nur gering ausfallenden Steigerung der Rechenzeit wird ignoriert, daß die Anzahl der Städte, bei welcher idealerweise vom Schritt 3 zum Schritt 4 übergegangen werden sollte, bei jedem einzelnen TSP - in Abhängigkeit von dessen Größe und konkreter Struktur - sehr unterschiedlich sein kann. So mag z.B. eine ABQ, welche bei einem kleineren TSP einen günstigen Einfluß auf die Lösungsqualität zeitigt, bei einem größeren TSP nachteilig auf dieselbe wirken, da nicht unbedingt der gleiche Anteil an Städten in den letzten Iterationen des Schrittes 3 ungünstig eingefügt würde. Eine einheitliche ABQ kann somit nur als ein Kompromiß angesehen werden.

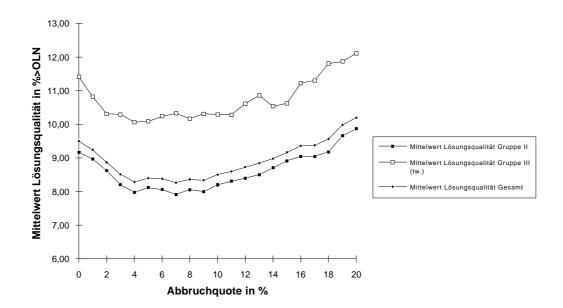


Abb. 55: Entwicklung der durchschnittlichen Lösungsqualität der CHI-TICI-Heuristik für die TSP der Gruppen II und III (tw.) sowie der Gesamtheit der untersuchten TSP bei einer Variation der Abbruchquote zwischen 0% und 20%.

Diese Vermutung bestätigt sich bei einer Variation der ABQ zwischen 0% und 20% und der Untersuchung der mit diesen Parametrisierungen verbundenen durchschnittlichen Lösungsqualitäten für die TSP der Gruppen II und III (tw.) sowie der Gesamtheit der untersuchten TSP. Abb. 55 visualisiert dieselben. Es ist zunächst zu erkennen, daß die Lösungsqualität für die größeren TSP der Gruppe III (tw.) gegenüber jener der Gruppe II - unabhängig von der ABQ - stark abfällt. Die durchschnittliche Lösungsqualität der Gesamtheit der untersuchten TSP wird aufgrund deren größerer Anzahl in bezug auf Niveau und Verlauf von den Problemen der Gruppe II dominiert. Daher sollte sie nur mit Vorsicht interpretiert werden. Bei einer mit 0% beginnenden Heraufsetzung der ABQ zeigt sich für beide Gruppen zunächst bis ca. 4% eine deutliche Verbesserung der durchschnittlichen Lösungsqualität um ca. ein Prozent. Zwischen 4% und 9% (11%) zeigt sich die durchschnittliche Lösungsqualität dann bei Gruppe III (Gruppe III (tw.)) tendenziell

unempfindlich gegenüber Variationen der ABQ. Höhere ABQ führen schließlich zu einer Verschlechterung der durchschnittlichen Lösungsqualität. Dies begründet sich u.a. in der Tatsache, daß die im Schritt 4 einstufig vorgenommene, als "gierig" zu klassifizierende sukzessive Einfügung nach dem Kriterium "Cheapest Insertion" keinen Beitrag mehr zur vorausschauenden Formung der Rundreise leisten kann. Eine solche wird z.B. im allgemeinen eher durch den Einsatz des Kriteriums "Greatest Angle" unterstützt.

Die besten Ausprägungen der durchschnittlichen Lösungsqualität ergeben sich für die Gruppe II (Gruppe III (tw.)) bei einer ABQ von 7% (4%). Dies scheint zunächst die Annahme zu bestätigen, daß höhere ABQ sich für größere Probleme als ungünstig erweisen. Wie jedoch Abb. 55 zeigt, ist dieser Effekt nicht besonders deutlich; die Annahme kann folglich weder validiert noch abgelehnt werden. Gleiches gilt für die Beobachtung, daß größere TSP durch die CHI-TICI-Heuristik tendenziell schlechter gelöst werden; ihre Anzahl in der Gruppe III (tw.) ist für einen entsprechenden statistischen Test zu gering.

Für die ABQ 0%, 4% und 7% werden in den Tab. 42, 43 und 44 die mit der CHI-TICI-Heuristik realisierten Lösungsqualitäten (in % über OLN), Rechenzeiten (OZ) und Anzahl der nicht im Schritt 3 des Verfahrens eingefügten Städte (NIF) für die Gruppen II, III (tw.) sowie die Gesamtheit der untersuchten TSP wiedergegeben. 243 Zum Vergleich sind in der dritten Spalte die mit der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik erreichten Lösungsqualitäten eingetragen. Darüber hinaus weist die letzte Spalte jene ABQ aus, bei welcher sich für das jeweilige TSP die beste Lösungsqualität ergibt.

Die Einführung des Parameters ABQ bzw. die damit verbundene Einfügung von Städten in Schritt 4 statt in den letzten Iterationen von Schritt 3 zeigt die erwarteten positiven Auswirkungen auf die durchschnittlichen Lösungsqualitäten: Für beide Gruppen sowie die Gesamtheit der untersuchten TSP verbessert sich die Qualität bei einer ABQ von 4% bzw. 7% gegenüber einer solchen von 0% um rund 1% bis 1,3%. Allerdings ist gegenüber der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik bzgl. der Gruppe II (der Gruppe III (tw.), der Gesamtheit der untersuchten TSP) auch bei den letztgenannten ABQ noch immer ein Abfall der Lösungsqualität um rund 3,2% (1,8%, 3,2%) zu konstatieren. Die oben erklärte Zielvorgabe, nach welcher die durchschnittliche Lösungsqualität nicht schlechter als 10% über OLN ausfallen sollte, wird für die Gesamtheit der TSP gerade noch erfüllt, aber bei der Gruppe III (tw.) knapp verfehlt. Hinsichtlich der schlechtesten auftretenden Lösungsqualität ist die Zielvorgabe für die hier untersuchten TSP bei der ABQ von 4% durch das TSP LIN318 verletzt. Die Streuung (als Stichproben-Standardabweichung) der Lösungsqualitäten liegt bei einer ABQ von 4% knapp unter den vorgegebenen 3%; bei der ABQ von 7% wird die Vorgabe um 0,22% überschritten. - Zusammenfassend kann festgestellt werden, daß die CHI-TICI-Heuristik die obigen Zielvorgaben hinsichtlich der Lösungsqualität - wenn auch knapp - verfehlt hat.

Die Rechenzeit (OZ) wird, um angesichts der geringen Werte eine differenzierende Beurteilung zu erlauben, nunmehr in Sekunden mit zwei Nachkommastellen (1/100 sec.) wiedergegeben. Vgl. auch die vollständige Wiedergabe der Daten für alle Parametrisierungen (ABQ ∈ {0%,1%,... 20%}) im Anhang 19.

		CHI-TA	CHI	CHI-TICI,		CH	[-TIC]	[,	CHI	I-TICI,		CHI-TICI mit	
				Q 0%		AB	Q 4%			Q 7%		optimale	er ABQ
TSP	n	% über	% über			% über			% über			% über	ABQ
		OLN	OLN	NIF	ΟZ	OLN	NIF	ΟZ	OLN	NIF	ΟZ	OLN	optimal
EIL51	51	6,32	8,96		0,12	8,96	2	0,12	9,00	3	0,11	8,60	8-11
BERLIN52	52	2,43	13,14		0,14	9,56	2	0,13	9,56	3	0,13	9,56	4-9
ST70	70	5,34	5,29		0,21	5,29	2	0,21	5,29	4	0,20	4,79	18-20
EIL76	76	7,89	7,70		0,26	8,53	3	0,24	8,28	5	0,23	7,05	14
PR76	76	2,32	9,94	1	0,25	3,60	3	0,24	3,04	5	0,24	3,04	6-9,11
RAT99	99	5,36	5,51		0,38	5,51	3	0,36	6,45	6	0,35	5,51	0-4
KR100A	100	1,83	3,41		0,39	3,02	3	0,37	2,14	7	0,35	2,14	7-8
KR100B	100	1,34	6,58		0,39	4,23	3	0,37	3,70	7	0,35	2,36	11-12
KR100C	100	2,29	5,83		0,39	6,95	3	0,38	8,32	7	0,36	5,83	0-2
KR100D	100	3,02	9,29		0,38	7,56	3	0,37	7,63	7	0,35	7,54	9-11
KR100E	100	4,54	5,03		0,39	3,65	3	0,38	1,62	7	0,36	1,62	7-10
RD100	100	4,38	8,01		0,39	5,60	3	0,38	5,60	7	0,37	5,60	3-5, 7
EIL101	101	6,54	11,09		0,40	10,37	4	0,39	10,14	7	0,38	10,14	6-9
LIN105	105	2,39	6,50	1	0,43	6,24	4	0,41	5,96	7	0,40	3,37	12-17
PR107	107	2,44	12,21		0,37	12,21	4	0,36	12,21	7	0,34	11,41	17-20
PR124	124	4,02	10,65	1	0,43	10,39	4	0,41	12,48	8	0,39	2,23	18
BIER127	127	5,57	12,25	2	0,61	11,71	5	0,58	12,02	8	0,58	11,61	3
CH130	130	6,73	11,36		0,63	10,17	5	0,59	11,51	9	0,56	9,23	12-13
PR136	136	4,43	6,01		0,67	6,01	5	0,64	6,54	9	0,64	6,01	0-4
PR144	144	4,92	13,59	2	0,66	13,59	5	0,66	14,20	10	0,60	9,72	12-15
CH150	150	5,29	9,20		0,81	6,41	5	0,76	5,76	10	0,73	5,57	12-14
KR150A	150	4,16	6,64		0,77	6,45	5	0,75	6,64	10	0,71	6,44	5-6
KR150B	150	4,12	11,21	1	0,82	7,93	5	0,78	6,13	10	0,73	6,13	7
PR152	152	5,31	9,50	2	0,77	7,86	6	0,71	7,89	10	0,71	7,69	2-3
U159	159	6,71	9,57	1	0,78	8,42	6	0,74	7,98	11	0,70	7,50	10-11
RAT195	195	7,37	6,56		1,29	5,45	7	1,18	4,80	13	1,12	4,80	7-8
D198	198	2,58	5,63		1,31	5,70	7	1,26	5,67	13	1,18	4,57	20
KR200A	200	4,11	8,01	1	1,38	8,87	7	1,29	8,13	14	1,19	8,01	0-3
KR200B	200	5,12	9,30	1	1,34	7,53	7	1,25	6,67	14	1,23	6,47	9-10
PR226	226	4,34	12,73		1,27	12,19	9	1,18	12,08	15	1,17	4,67	20
GIL262	262	8,13	9,75	2	2,26	8,57	10	2,13	9,33	18	2,01	8,54	8
PR264	264		13,25		2,30		10	2,16		18	2,10		5
A280	280		12,29		2,30	-	11	2,11	7,12	19	2,07	-	2-5
PR299	299		8,30	3	2,75	6,62	11	2,56	7,10	20	2,47	6,59	3
LIN318	318		16,57	5	3,25	15,61	12	3,20		22	2,85	13,90	7
Mittelwert		4,83	9,17			7,98			7,91			6,76	
Stdabw.		1,95	3,02			2,99			3,22			2,99	
Maximum		8,56	16,57			15,61			14,20			13,90	
Minimum		1,35	3,41			3,02			1,62			1,62	

Tab. 42: Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik auf die TSP der Gruppe II: Lösungsqualitäten (% über OLN), Rechenzeiten (OZ) und Angabe der Anzahl der im Rahmen der "Triangle Insertion" nicht eingefügten Städte (NIF) für die Abbruchquoten 0%, 4% und 7%; zum Vergleich ergänzend die mit der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik realisierten Lösungsqualitäten. In der letzten Spalte Angabe jener Abbruchquoten für jedes TSP, bei denen die beste Lösungsqualität (% über OLN) realisiert wird.

		CHI-TA	CHI	-TICI	[,	CHI	I-TICI, CH		CHI	II-TICI,		CHI-TICI mit	
			AB	ABQ 0%		AB	BQ 4%		AB	ABQ 7%		optimaler ABQ	
TSP	n	% über	% über			% über			% über			% über	ABQ
		OLN	OLN	NIF	OZ	OLN	NIF	OZ	OLN	NIF	OZ	OLN	optimal
RD400	400	8,10	10,31	2	4,81	8,68	15	4,71	8,93	28	4,32	8,68	4
PR439	439	7,03	13,41		5,81	11,12	17	5,74	11,18	30	5,16	8,85	15
PCB442	442	11,70	13,24	1	5,72	11,50	17	5,58	12,09	30	5,04	11,28	1
D493	493	7,66	8,46	4	7,33	7,88	19	7,14	8,48	34	6,42	7,66	3
U574	574	8,16	12,57	6	9,60	11,32	22	8,79	11,88	40	8,47	10,85	1-2
RAT575	575	10,05	10,50	11	9,67	9,87	22	9,07	9,40	40	8,73	9,40	7
Mittelwert		8,78	11,41			10,06			10,33			9,46	
Stdabw.		1,75	1,97			1,52			1,58			1,38	
Maximum		11,70	13,41			11,50			12,09			11,28	
Minimum		7,03	8,46			7,88			8,48			7,66	

Tab. 43: Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik auf die TSP der Gruppe III (teilweise): Lösungsqualitäten (% über OLN), Rechenzeiten (OZ) und Angabe der Anzahl der im Rahmen der "Triangle Insertion" nicht eingefügten Städte (NIF) für die Abbruchquoten 0%, 4% und 7%; zum Vergleich ergänzend die mit der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik realisierten Lösungsqualitäten. In der letzten Spalte Angabe jener Abbruchquoten für jedes TSP, bei denen die beste Lösungsqualität (% über OLN) erreicht wird.

	CHI-TA	CHI-TICI,	CHI-TICI,	CHI-TICI,	CHI-TICI,
		ABQ 0%	ABQ 4%	ABQ 7%	optimaler ABQ
	% über OLN				
Mittelwert	5,41	9,50	8,29	8,27	7,16
Stdabw.	2,37	2,98	2,90	3,14	2,96
Maximum	11,70	16,57	15,61	14,20	13,90
Minimum	1,35	3,41	3,03	1,62	1,62

Tab. 44: Zusammenfassung der Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik auf die TSP der Gruppen II, III (tw.): Lösungsqualitäten (% über OLN); zum Vergleich ergänzend die mit der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik realisierten Lösungsqualitäten. In der letzten Spalte Angabe der Kenngrößen zur Lösungsqualität (% über OLN) bei "optimaler" Abbruchquote (mit besten Lösungsqualitäten) für jedes TSP.

Aufschlußreich ist die Antwort auf die Frage, bei welcher bzw. welchen ABQ für jedes TSP die besten Lösungsqualitäten realisiert werden. Dieselben sind - zusammen mit den entsprechenden Lösungsqualitäten - in den letzten beiden Spalten der Tab. 42 und 43 angegeben. Die Tatsache, daß die "optimalen" Abbruchquoten für die einzelnen TSP ohne ein erkennbares Schema erheblich variieren, vermehrt die schon geäußerten Zweifel an der Sinnhaftigkeit des Parameters ABQ. Die ABQ stellt eine unangemessene Pauschalisierung dar, welche besser durch ein mehr auf die strukturellen Eigenheiten des einzelnen TSP eingehendes Kriterium für den Übergang vom Schritt 3 zum Schritt 4 der CHI-

TICI-Heuristik ersetzt werden sollte. Die Identifizierung und effiziente Implementierung eines solchen Kriteriums - welches durchaus wiederum die VD-Struktur nutzen könnte - stellt ein anspruchsvolles Unterfangen dar, welches jedoch hier nicht weiter verfolgt werden soll.

Die sich ergebenden Rechenzeiten für verschiedene TSP-Größen werden nicht tabellarisch, sondern mit Abb. 56 nur graphisch für ausgewählte Abbruchquoten wiedergegeben. 244 Der Vergleich mit der Rechenzeitentwicklung der um die Nutzung von Nachbarschaftsstrukturen, Variante II (Nachbarschaftsgrade $g_A = 2$, $g_B = 3$), modifizierten CHITA-Heuristik zeigt eine erhebliche Rechenzeitersparnis auf. So kann mit der verwendeten Hard- und Software das größte untersuchte Problem, das TSP RAT575, nunmehr statt in 104 sec. in 8,733 sec. (bei einer ABQ von 7%) gelöst werden. Damit ist in diesem Fall sogar - wenn auch nur ausnahmsweise, wie die Tab. 42, 43, und 44 zeigen - noch eine Verbesserung der Lösungsqualität von 10,05% (%>OLN) auf 9,40% (%>OLN) verbunden.

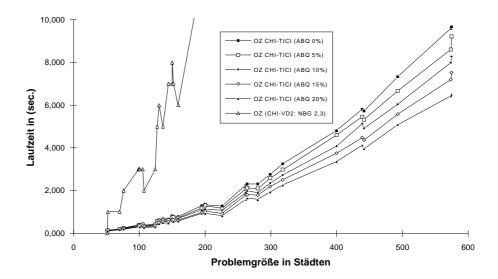


Abb. 56: Entwicklung der Rechenzeit der CHI-TICI-Heuristik mit verschiedenen Abbruchquoten (OZ(ABQ)) sowie zum Vergleich der um die Nutzung von Nachbarschaften modifizierten CHI-TA-Heuristik, Variante II, mit den Nachbarschaftsgraden $g_A = 2$, $g_B = 3$ (OZ CHI-TA VD2: NBG 2,3; Grundparametrisierung 7-10, Modus B) bei steigender Problemgröße (TSP-Gruppen II und tw. III).

Bevor nun eine Approximation der Laufzeiten durch ein Polynom im Rahmen einer Regressionsanalyse vorgenommen wird, soll kurz überlegt werden, ob dasselbe aufgrund einer Vorüberlegung als quadratisch oder kubisch gewählt werden sollte. Zu Beginn

Vgl. zur vollständigen Wiedergabe der Rechenzeiten für alle ABQ ∈ {0%,1%,...20%} Anhang 19. Die Rechenzeiten werden - wie oben - unter Ausschluß der für die Ermittlung der VD-Strukturen benötigten Zeiten angegeben, d.h. dieselben werden als vorliegend angesehen.

einer beliebigen Iteration i der CHI-TICI-Heuristik existieren $(n_{ch}+i-1)$ Kanten der Teilrundreise. Für diese sind folgende Operationen durchzuführen:

- Es sind zunächst die relevanten Triangles für sämtliche Kanten zu bestimmen. Unter Annahme einer konstanten Anzahl von Nachbarn einer jeden Stadt in der Delaunay-Struktur erfordert dieser Vorgang eine konstante Anzahl t an Berechnungen pro Kante. ²⁴⁵ Folglich sind insgesamt $(n_{ch} + i 1) \times t$ Berechnungen erforderlich.
- Für die bestimmten Triangles (in der Regel eines pro Kante außer bei Vorliegen eines HNP) sind die Werte des Zielkriteriums "Greatest Angle" für die Endauswahl zu berechnen. Dies erfordert tendenziell $(n_{ch}+i-1)$ Berechnungen dieses Zielkriteriums.
- Letztlich ist nach der Einfügung die Reduktion der Nachbarschaft durchzuführen. Aus sämtlichen Nachbarschaften aller Städte ist die gerade in die Teilrundreise eingefügte Stadt zu eliminieren. Dieser Vorgang erfordert tendenziell $n \times t$ Operationen, weist also eine lineare Laufzeit auf.

Summiert man nun die Anzahl der notwendigen Berechnungen über sämtliche Iterationen für TSP verschiedener Größen unter vereinfachender Vernachlässigung des Randes der konvexen Hülle (als erste Teilrundreise wird eine willkürlich gewählte Kante bzw. zwei identische Kanten zwischen zwei Städten angenommen), so erweist sich bei beliebiger Festlegung von t die Anzahl notwendiger Berechnungen als durch ein quadratisches Polynom vollständig abbildbar. Die Einfügung der letzten verbleibenden Städte im Schritt 4 der CHI-TICI-Heuristik erfordert eine in Abhängigkeit von deren Anzahl (welche primär durch die gewählte ABQ determiniert wird) tendenziell lineare Rechenzeit. Somit ergibt sich das zu erwartende Laufzeitverhalten der CHI-TICI-Heuristik in Abhängigkeit von der Problemgröße als grundsätzlich quadratisch.

Folgend werden die festgestellten Rechenzeiten entsprechend durch ein quadratisches Polynom approximiert.²⁴⁶ Dieses ergibt sich im Rahmen einer Regressionsanalyse z.B. für die ABQ 7% mit guter Qualität ($r^2 = 0.99$) zu $Z(n, ABQ = 7\%) = 0.0011n + 2.4194 \times 10^{-5} n^2$. Dabei zeigen sich beide Koeffizienten als hochsignifikant; die Residuen der Regression allerdings streuen erheblich und systematisch um die Normalverteilung. Folglich sind weitere Determinanten der Rechenzeit zu vermuten; als wesentlichste hier vernachlässigte kann die Anzahl der Städte auf dem Rand der konvexen Hülle gelten. Die Größe eines in fünf Minuten mit der verwendeten Hard- und Software lösbaren Problems steigt für die ABQ 7% (4%) deutlich auf n = 3.499 (n = 3.395).

Der Einfluß des Parameters "Abbruchquote" auf die Rechenzeit wird in Abb. 56 an den für die ABQ 0%, 5%, 15% und 20% dargestellten Rechenzeitverläufen deutlich: Eine Erhöhung der ABQ führt zu einer Senkung der Laufzeit. Dies kann damit erklärt werden,

Faktisch nimmt die Anzahl notwendiger Berechnungen zur Bestimmung des Triangles für eine Kante aufgrund der vorgenommenen Nachbarschaftsreduzierung im Verlaufe der Iterationen sogar stetig ab. - Eine konstante Anzahl von Nachbarn pro Stadt wird in der Delaunay-Struktur nur bei extremen räumlichen Verteilungen der Städte nicht erreicht; die Untersuchungen in Abschnitt 4.2.4.5 belegen eine solche auch für die räumlich systematischer strukturierten Platinenbohrprobleme, mithin sämtliche hier untersuchten TSP; vgl. auch Anhang 2.

Vgl. folgend - auch bzgl. der Approximation des Rechenzeitbedarfes bei der ABQ 4% - die SPSS-Outputs in Anhang 20.

daß der Schritt 4 der CHI-TICI-Heuristik (abgesehen von den Auswirkungen des Teilschrittes 4 c) ein tendenziell lineares Laufzeitverhalten aufweist, während dem Schritt 3 entsprechend ein quadratisches zugeschrieben werden muß. Je höher nun die ABQ gewählt wird, desto mehr Städte sind vom Schritt 3 nicht mehr zu bearbeiten und bleiben der Behandlung im Schritt 4 vorbehalten. Obgleich die Verringerung der Rechenzeit bei steigender ABQ in der obigen Abb. 56 tendenziell proportional erscheint, fällt sie bei hinsichtlich der Lösungsqualität indiskutablen - höheren ABQ entsprechend überproportional aus. - Aus diesem Grund wäre bei einer Parametrisierung im Rahmen des Einsatzes der entwickelten Heuristik die Wahl einer möglichst hohen ABQ anzuraten, welche die Anforderungen des Anwenders an die Lösungsqualität noch hinreichend erfüllt.

Die erreichten Verbesserungen hinsichtlich des Rechenzeitverhaltens sind nun am oben definierten Anspruchsniveau zu messen. Es ist zu konstatieren, daß das Ziel der Verdreifachung der in fünf Minuten mit der eingesetzten Hard- und Software lösbaren Problemgröße gegenüber der Variante II der CHI-TA-Heuristik unter Nutzung von VD-Strukturen erreicht bzw. übererfüllt wurde.

Obgleich die - oben subjektiv getroffenen - Erwartungen an die Leistungsfähigkeit der entwickelten Heuristik nicht vollständig erfüllt wurden, sind die Ergebnisse doch ermutigend: Unter Nutzung struktureller Eigenschaften - hier der "Triangles" der Delaunay-Struktur - konnte der durchschnittliche Rechenzeitbedarf in Abhängigkeit von der Problemgröße bei einer zuzustehenden Verschlechterung der Lösungsqualität beachtlich gesenkt werden. - Im Rahmen der Entwicklung eines VD-Strukturen nutzenden Verbesserungsverfahrens wird im nachstehenden Abschnitt 5.3.2.4 abschließend gezeigt werden, daß die Kombination der CHI-TICI-Heuristik mit demselben eine gegenüber der klassischen CHI-Heuristik verbesserte durchschnittliche Lösungsqualität bei einer nur geringfügig höheren Laufzeit in Abhängigkeit von der Problemgröße als hier beobachtet zu realisieren vermag.

5.3.2. Rechenzeitverkürzung unter Nutzung von Voronoi-/Delaunay-Strukturen am Beispiel eines Verbesserungsverfahrens: "Node Insertion"-Heuristik

5.3.2.1. Konzept

Die Grundidee des Verbesserungsverfahrens "Node Insertion" (Knotenaustausch) ist es, aus einer bestehenden Rundreise eine Stadt herauszunehmen und dieselbe so zwischen zwei noch in der nun vorliegenden Teilrundreise enthaltenen Städten wieder einzufügen, daß es zur größtmöglichen Verkürzung der Rundreiselänge kommt (vgl. Abb. 57). Prüft man sämtliche Einfügungsmöglichkeiten für eine einzelne herausgenommene Stadt, so erfordert dies (n-1) Operationen; folglich ergibt sich die Laufzeitkomplexität des Verfahrens in seiner Ausgangsform bei der Untersuchung sämtlicher Städte zu $O(n^2)$.

-

Eigentlich sind nur $n(n-1) = n^2 - n$ Operationen erforderlich; im allgemeinen wird jedoch von der Laufzeitkomplexität $O(n^2)$ gesprochen, vgl. z.B. REINELT (1994), S. 100.

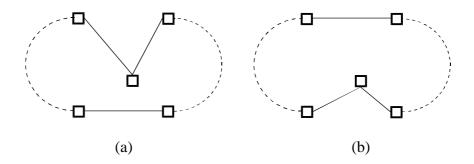


Abb. 57: "Node Insertion"-Heuristik (Verbesserungsverfahren): Verkürzung der Rundreise durch alternative Einfügung einer Stadt (Ausgangssituation (a), alternative Einfügung realisiert bei (b)).²⁴⁸

Die beschriebene einmalige Prüfung sämtlicher Städte und die Vornahme eventueller Neueinfügungen soll hier als ein *Lauf* der Heuristik bezeichnet werden. Nach einem solchen Lauf ist das Verbesserungspotential des Verfahrens nicht unbedingt erschöpft: Die vorgenommene Veränderung der Rundreise schafft eine neue Ausgangssituation, in welcher ein erneuter Lauf unter Umständen wiederum Verkürzungen realisieren kann. Aus diesem Grund werden in vielen Implementierungen solange neue Läufe gestartet, bis ein Lauf keine Verbesserungen gegenüber dem vorhergehenden realisieren kann. Dieses Vorgehen führt dazu, daß die Laufzeit des Verfahrens für den "worst case" vom theoretischen Standpunkt her schlecht vorhersagbar ist,²⁴⁹ da sie nur von den jeweils erzielten Verbesserungen, nicht aber vom Algorithmus als solchen abhängt.

"Node Insertion" ist ein sehr einfaches Verbesserungsverfahren, welches in der Literatur relativ selten beschrieben, variiert und evaluiert worden ist.²⁵⁰ Die im allgemeinen als bescheiden beurteilte Leistungsfähigkeit begründet sich darin, daß es nur lokale Veränderungen der vorliegenden Rundreise vornimmt und somit ihre Gestalt nicht mehr global beeinflußt.²⁵¹ Den diversen Kantenaustauschverfahren, auf welche auch die sehr gute Lösungsqualitäten erzeugende Heuristik von LIN/KERNIGHAN (1973) zurückzuführen ist,²⁵² wird generell eine höhere Leistungsfähigkeit bescheinigt.²⁵³ Man kann die "Node

²⁴⁸ In enger Anlehnung an REINELT (1994), Figure 7.1, S. 101.

²⁴⁹ Die Laufzeit läßt sich nicht polynomial beschränken. Vgl. hierzu REINELT (1994), S. 101.

Vgl. z.B. in Ansätzen NICHOLSON (1967), S. 363 f., 368 f.; BELLMORE/NEMHAUSER (1968), S. 545, 550; REINELT (1991b), S. 29 f.; beschränkt vergleichbar mit paarweisem Ortstausch PACK (1991); mit einer Weiterentwicklung unter der Bezeichnung "Unstringing/Stringing" GENDREAU/HERTZ/LAPORTE (1992), S. 1088 ff.; unter der Bezeichnung "2H OPT" BENTLEY (1992), S. 401; eine Erwähnung bei JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 25; knapp bei JOHNSON/MCGEOCH (1995), S. 32; eingehender REINELT (1994), S. 100 ff.

Damit ist bestenfalls das Erreichen lokaler Optima möglich; in den meisten Fällen wird das globale Optimum verfehlt. Vgl. z.B. SAVAGE/WEINER/BAGCHI (1976), S. 25 f.; PAPADIMITRIOU/STEIGLITZ (1977), S. 76 ff.

^{Vgl. LIN/KERNIGHAN (1973), S. 498 ff.; vgl. des weiteren zur Entwicklung der Kantenaustauschverfahren CROES (1958), S. 791 ff.; LIN (1965), S. 2245 ff. MÜLLER-MERBACH (1970), S. 77 ff.; GLOVER (1996b), S. 169 ff.; Überblicke geben z.B. ROSENKRANTZ/STEARNS/LEWIS (1977), S. 563 ff.; BENITO/GRÖFLIN (1978), S. 108 f.; GOLDEN/BODIN/DOYLE/STEWART (1980), S. 700 f.; GOLDEN/STEWART (1985), S. 218 ff.; MELAMED/SERGEEV/SIGAL}

Insertion" als eine Art vereinfachtes Kantentauschverfahren ansehen, bei welchem stets nur versucht wird, nach der Streichung zweier zusammenhängender Kanten aus der vorliegenden Rundreise (und Ersatz derselben durch eine einzige neue) dieselbe durch die Erzeugung zweier neuer Kanten an einer anderen Stelle (und der Elimination der dort bislang vorhandenen Kante) längenverkürzend wieder zu vervollständigen.

Eine detaillierte Darstellung der Ergebnisse des Einsatzes der "Node Insertion"-Heuristik auf nach verschiedenen Modi erzeugte Rundreisen findet sich selten. REINELT (1994) dokumentiert die Anwendung auf zufällig generierte, mittels der "Nearest Neighbor"-Heuristik und der "Savings"-Heuristik ermittelte Rundreisen.²⁵⁴ Dabei gilt seine Aufmerksamkeit auch der Nutzung von VD-Strukturen.²⁵⁵ Die entsprechende Beschreibung der vorgenommenen Implementierung ist jedoch wenig detailliert.

Die "Node Insertion"-Heuristik (NI-Heuristik) ist zum ersten aufgrund ihrer konzeptionellen Einfachheit für eine Demonstration der Möglichkeiten einer Nutzung von VD-Strukturen zur Rechenzeitverkürzung im Rahmen von Verbesserungsverfahren gut geeignet. Zum zweiten zeigt eine Beobachtung ihres Ablaufes, daß alternative Einfügungen gerade betrachteter Städte im Sinne einer "lokalen Optimierung" oftmals in Rundreiseteilen vorgenommen werden, die aus Städten der unmittelbaren Nachbarschaft der betrachteten Stadt in der VD-Struktur bestehen. Hier bietet sich ein guter Ansatzpunkt zu deren Nutzung.

Bei der folgenden Untersuchung sind mögliche Einflüsse der Nutzung verschieden umfangreicher Nachbarschaften auf die erzielten Lösungsqualitäten von Interesse. Weiterhin scheint es aufschlußreich, zu versuchen, die bezüglich der NI-Heuristik von REINELT (1994) erzielten Ergebnisse nachzuvollziehen. - Ausgehend von den aus der Analyse gewonnenen Erkenntnissen ergibt sich die Option, die Nutzung von VD-Strukturen zur Rechenzeitverkürzung - und ggf. Leistungsmodifikation hinsichtlich der Lösungsqualität - auf leistungsfähigere Verbesserungsverfahren - wie z.B. jenes von LIN/KERNIGHAN (1973) - zu übertragen.

Es sind, wie oben bereits festgestellt wurde, bei der Untersuchung, ob eine in einem Lauf gerade betrachtete Stadt an einer anderen Stelle der Rundreise günstiger eingefügt werden könnte, (*n*-1) Kanten zu prüfen. Der Delaunay-Struktur entnommene Nachbarschaftsbeziehungen sollen hier genutzt werden, um die Anzahl dieser Prüfungen einzuschränken. Analysiert man die im Ablauf der "Node Insertion"-Heuristik vorgenommenen alternativen Einfügungen, so ergibt sich, daß die meisten Neueinfügungen von Städten in Kanten ihrer unmittelbaren räumlichen Nachbarschaft vorgenommen werden. Meistens ist zumindest eine der Städte, welche die entsprechende Kante bildet, im Sinne der VD-Struktur ein direkter oder näherer Nachbar. Es liegt folglich nahe, die

⁽¹⁹⁸⁹c), S. 1466 f.; DOMSCHKE (1990), S. 98 ff.; LAPORTE (1992a), S. 243; BENTLEY (1992), S. 399 ff.; REINELT (1994), S. 100 ff.

Kantenaustauschverfahren lösen nicht einzelne Städte, sondern Kanten bzw. Kantenzüge aus der Rundreise und fügen sie verkürzend wieder ein. Vgl. zur höheren Leistungsfähigkeit z.B. BENT-LEY (1992), S. 401; REINELT (1994), S. 102 ff.

Vgl. auch im folgenden REINELT (1994), S. 102 ff.

Vgl. auch REINELT (1991b), S. 29 f. (Handbuch zum Programm "TSP-Solver"); in REINELT (1989), S. 13 f. sowie REINELT (1994), S. 102 ff. wird u.a. auch die Nutzung von VD-Strukturen im Rahmen anderer Verbesserungsverfahren beschrieben.

erforderliche Prüfung, ob Ersparnisse durch eine alternative Einfügung realisiert werden können, nicht mehr für sämtliche Kanten der vorliegenden Rundreise vorzunehmen, sondern nur noch für solche, denen zumindest eine Stadt einer Nachbarschaft definierten Umfanges der gerade untersuchten Stadt angehört. Damit wird der Umfang der zu prüfenden Nachbarschaft als Nachbarschaftsgrad - wie schon im Abschnitt 5.3.1.4 - zum Parameter des Verfahrens.²⁵⁶ Es ergibt sich folgende Implementierung:²⁵⁷

- 1. Mit einem vorgegebenen Verfahren (einer Heuristik) wird eine Ausgangsrundreise für das zu untersuchende TSP bestimmt.
- Der Delaunay-Struktur werden die direkten Nachbarschaften für das zu untersuchende TSP entnommen. Aus diesen werden die erweiterten Nachbarschaften des für den Verfahrenslauf als Parameter vorgegebenen Nachbarschaftsgrades gebildet.²⁵⁸
- 3. Die folgenden Teilschritte werden erneut ausgeführt, solange sich bei ihrer letzten Ausführung gegenüber der vorherigen (vorletzten) Ausführung noch eine Verkürzung der Rundreise ergeben hat (lediglich die erste Ausführung des Schrittes 3 erfolgt ohne Anwendung dieses Kriteriums):
 - a) Für jede Stadt der derzeitigen Rundreise wird geprüft, zu welcher Verkürzung der Rundreiselänge ihre alternative Einfügung vor oder nach einem der Nachbarn der erweiterten Nachbarschaft des vorgegebenen Nachbarschaftsgrades führt.
 - b) Es wird jene alternative Einfügung realisiert, welche zur größtmöglichen Verkürzung der Rundreiselänge führt. Sofern keine Verkürzung möglich ist, verbleibt die untersuchte Stadt in ihrer jetzigen Position in der Rundreise. Die realisierten Ersparnisse werden aufsummiert vermerkt.
 - c) Sofern die vermerkten realisierten Ersparnisse größer als Null ausfallen, wird mit Teilschritt 3 a) fortgefahren. Der vermerkte Wert der realisierten Ersparnisse wird vorher wieder auf Null gesetzt.

Bei dem Vergleich der möglichen Einsparungen an Rundreiselänge für eine betrachtete Stadt sowie bei der Feststellung, ob aufgrund der summierten realisierten Ersparnisse ein weiterer Lauf durchgeführt werden soll, wird der Operator "≤" ("kleiner gleich") verwendet. Hinsichtlich der Reihenfolge der Betrachtung der einzelnen Städte im Schritt 3 a) gilt, daß diese in der Reihenfolge ihrer aus der TSPLIB übernommenen Numerierung erfolgt.²⁵⁹ Die Nachbarn des festgelegten Nachbarschaftsgrades einer gerade betrachteten Stadt werden gleichfalls in der Reihenfolge ihrer Numerierung examiniert.

Aus dieser Implementierung folgernd lassen sich einige Erwartungen an die Lösungsqualität und Rechenzeitkomplexität der um die Nutzung von Nachbarschaftsbeziehungen modifizierten NI-Heuristik (im weiteren als NIVD-Heuristik bezeichnet) ableiten:

Da sämtliche Implikationen der Verwendung einer Nachbarschaft festgelegten Nachbarschaftsgrades einer betrachteten Stadt im Sinne der Delaunay-Struktur bereits in Abschnitt 5.3.1.4 eingehend erläutert wurden, wird hier auf eine weitere Erörterung verzichtet.

Vgl. zu einer möglichen rechenzeitsenkenden Variation auch Abschnitt 5.3.2.5.

²⁵⁸ Vgl. zum Vorgehen und dem dafür notwendigen Berechnungsaufwand Abschnitt 5.3.1.4.

Vgl. zur TSPLIB z.B. REINELT (1990a); REINELT (1991a); REINELT (1991d); REINELT (1995).

- Es ist zu erwarten, daß dieselben Lösungsqualitäten wie bei der unmodifizierten NI-Heuristik erst ab einem bestimmten Nachbarschaftsgrad erreicht werden. Konkret ist dies der Fall, wenn für ein einzelnes TSP die Nachbarschaft so weit gewählt wird, daß sämtliche alternativen Einfügungen im Verfahrensablauf so vorgenommen werden wie bei der unmodifizierten NI-Heuristik. Die Auswirkungen geringerer Nachbarschaftsgrade bleiben ungewiß. Sie können sowohl eine Verbesserung als auch Verschlechterung der Lösungsqualität bewirken. Analog der entsprechenden Erörterungen zur um die Nutzung von VD-Nachbarschaften modifizierten CHI-Heuristik in Abschnitt 5.3.1.4 gilt, daß bereits eine einzige anders als bei der unmodifizierten NI-Heuristik vorgenommene Einfügung den weiteren Verfahrensablauf verändern kann. Entsprechend resultiert eine veränderte Lösungsqualität.²⁶⁰
- Hinsichtlich des Rechenzeitverhaltens ist zunächst zu konstatieren, daß ein einzelner Lauf im Rahmen der NIVD-Heuristik nun nicht mehr wie bei der unmodifizierten Variante generell eine in Abhängigkeit von der Problemgröße quadratische Laufzeit benötigt, sondern zumeist nur noch linearen Aufwand verursacht. Lediglich bei sehr hoch gewählten Nachbarschaftsgraden oder sehr ungünstigen räumlichen Strukturierungen wird wieder der "worst case" (O(n²)) realisiert. Der durchschnittlich lineare Zeitaufwand für einen Lauf resultiert aus der beschränkten Anzahl an Nachbarn bei der Wahl eines bestimmten Nachbarschaftsgrades. Dieser Sachverhalt wurde, wie auch die tendenziell quadratische Abhängigkeit des zu erwartenden Aufwandes von der Höhe des Nachbarschaftsgrades, ebenfalls bereits im Abschnitt 5.3.1.4 eingehend erläutert. Unabhängig von der Senkung des Aufwandes für einen einzelnen Lauf bleibt die notwendige Anzahl an Läufen bis zur Erfüllung des Abbruchkriteriums in Schritt 3 bzw. Teilschritt 3 c) der Heuristik jedoch weiterhin unbestimmt.

Bei der Evaluation der Leistungsfähigkeit von Verbesserungsverfahren (speziell lokal verbessernden Verfahren) für das TSP tritt insbesondere das Problem auf, daß die erreichte Reduzierung der Rundreiselänge in großem Umfang von Eigenschaften der Ausgangsrundreise abhängt. Dieser Sachverhalt ist von z.B. von PERTTUNEN (1994) für kantenaustauschende Heuristiken eingehend untersucht worden.²⁶¹ Dabei ist die konkrete Qualität der Ausgangsrundreise von geringerer Bedeutung als ihre räumliche Strukturierung. Besitzt die zu Verfahrensbeginn vorliegende Rundreise eine global günstige Gestalt und sind Verbesserungen vor allem durch lokale Restrukturierungen zu erreichen, ist das Potential für die Verkürzung durch die Verbesserungsheuristik hoch. Liegt hingegen - als anderes denkbares Extrem des Kontinuums möglicher Ausgangsrundreisen - eine in der globalen Strukturierung ungünstige Rundreise vor, die jedoch lokal bereits sehr günstig gestaltet ist, ist das Verkürzungspotential für die Verbesserungsheuristik zwangsläufig niedrig. PERTTUNEN (1994) kommt zu dem zu erwartenden Schluß, daß mittels diverser Eröffnungsverfahren erzeugte Rundreisen zumeist eine bessere Ausgangsbasis für die Anwendung von Verbesserungsheuristiken bieten als zufällig generierte Ausgangsrundreisen.

Vgl. die entsprechende ausführliche Diskussion dieses Punktes in Abschnitt 5.3.1.4.

Vgl. auch im folgenden PERTTUNEN (1994), S. 1131 ff.; des weiteren zu diesem Thema AD-RABINSKI/SYSLO (1983), S. 91 ff.; GOLDEN/STEWART (1985), S. 238 f.; REINELT (1994), S. 100 ff.

Die damit zu konstatierende Abhängigkeit der Leistungsfähigkeit eines Verbesserungsverfahrens von jener des Verfahrens, mit welchem die Ausgangsrundreise erzeugt wurde, erlaubt es nun eigentlich nur, Kombinationen von Konstruktions- und Verbesserungsheuristiken zu beurteilen. Dazu zwingt insbesondere die Abhängigkeit von bislang nicht eindeutig quantifizierten Struktureigenschaften der Ausgangsrundreise (statt z.B. von der einfach festzustellenden Lösungsqualität), welche aus dem bei der Generierung eingesetzten Verfahren resultiert. - Ausgangsrundreisen für das empirische Testen von Verbesserungsheuristiken werden oftmals zufällig oder mittels der "Nearest Neighbor"-Heuristik erzeugt. 263

Hier soll im folgenden so vorgegangen werden, daß die NIVD-Heuristik zunächst im Abschnitt 5.3.2.2 auf zufällig erzeugte Rundreisen angewandt wird. Im weiteren werden dann im Abschnitt 5.3.2.3 mittels der "Nearest Neighbor"-Heuristik generierte Rundreisen verbessert. Dabei werden die resultierenden Lösungsqualitäten mit den von REI-NELT (1994) dokumentierten Untersuchungsergebnissen verglichen.²⁶⁴ Folgend wird im Abschnitt 5.3.2.4 untersucht, welche Auswirkungen ein Einsatz des Verbesserungsverfahrens auf die mittels der oben beschriebenen CHI-TICI-Heuristik erzeugten Rundreisen hat. Abschnitt 5.3.2.5 gibt abschließend mit der "selektiven Prüfung" einen Ausblick auf eine weitere Option zur Senkung der Rechenzeit des Verfahrens.

5.3.2.2. Anwendung der "Node Insertion"-Heuristik unter Nutzung von Voronoi-/Delaunay-Strukturen auf zufällig erzeugte Rundreisen

In diesem Abschnitt wird die NIVD-Heuristik zunächst auf zufällig erzeugte Rundreisen angewandt. Damit werden zwei Zwecke verfolgt: Zum einen stellt eine Überprüfung der Leistungsfähigkeit eines Verbesserungsverfahrens anhand zufällig erzeugter Rundreisen eine von jedermann einfach nachvollziehbare Evaluation dar; auf einer normierten Basis wird zudem ein Vergleich mit anderen Verfahren möglich. Zum anderen weisen zufällig erzeugte Rundreisen eine weder global noch lokal günstige Struktur auf. Wird eine größere Anzahl von ihnen verbessert, so läßt sich bei konkreter Untersuchung bzw. Betrachtung der Gestalt der einzelnen Rundreisen ersehen, ob ein Verfahren nur lokale Verbesserungen zu leisten vermag oder auch globale Restrukturierungen leistet. Letztlich soll hier speziell für die NIVD-Heuristik die unvorhersehbare Laufzeitdeterminante "Anzahl Läufe" an umfassend verbesserbaren - eben zufälligen - Rundreisen auf ihr Verhalten hin geprüft werden.

Es stellt sich nun die Frage des konkreten Vorgehens. Soll für jedes untersuchte TSP nur eine einzige Rundreise gebildet und analysiert werden? Obgleich derartige Vorgehensweisen in der Literatur auftauchen,²⁶⁵ scheinen sie doch etwas naiv. Eine einzige zufällige

So z.B. in der Arbeit von ADRABINSKI/SYSLO (1983), S. 91 ff.

²⁶³ Vgl. z.B. LIN (1965), S. 2245, 2247; LIN/KERNIGHAN (1973), S. 499; REINELT (1994), S. 102 ff.

²⁶⁴ Vgl. REINELT (1994), S. 102 ff.

Anscheinend z.B. REINELT (1994), S. 102; mit einer zu geringen Anzahl an zufälligen Rundreisen GOLDEN/BODIN/DOYLE/STEWART (1980), S. 703; anders (sinnvoller) z.B. DUECK/SCHEUER (1990), S. 167 ff.; DUECK (1993), S. 88 ff.; vgl. ergänzend auch PERTTUNEN (1994), S. 1131 ff.

Rundreise unterwirft die zu erwartende Lösungsqualität bzw. sämtliche untersuchten Merkmale gleichfalls dem Diktat des Zufalls. Eine Repräsentativität im Sinne einer validen Aussage läßt sich erst erreichen, wenn eine größere Anzahl von zufällig gebildeten Rundreisen analysiert wird. Wie groß soll jedoch diese Anzahl sein? Sie ließe sich zum einen über die gängigen statistischen Verfahren (Stichprobentheorie, notwendiger Stichprobenumfang) bestimmen. Hier wird jedoch ein pragmatischeres - wenngleich nicht so valides - Vorgehen gewählt, welches als "Mittelwertstabilisierung" bezeichnet sei. Es werden sukzessive mehr und mehr Rundreisen untersucht; sobald sich die laufend aktualisierten Mittelwerte sämtlicher untersuchter Merkmalsausprägungen stabilisieren, wird die examinierte Anzahl als hinreichend angesehen. Als "Stabilisierung" wird dabei die Tatsache angesehen, daß der laufend aktualisierte Mittelwert sich durch die jeweils letzten 20 analysierten Rundreisen nicht mehr nennenswert geändert hat. - Eine zufriedenstellende Mittelwertstabilisierung konnte für die hier betrachteten Merkmale der TSP der Gruppe II ab einer Anzahl von 300 Rundreisen beobachtet werden. Hier valle verden.

Die zufällige Rundreisebildung und Verbesserung durch die NIVD-Heuristik wurde für sämtliche TSP der Gruppe II sowie die Nachbarschaftsgrade g=1 und g=2 durchgeführt. Höhere Nachbarschaftsgrade lassen die Rechenzeit erheblich steigen, erbringen aber - gemäß dem Konzept der NI-Heuristik - keine eklatanten Verbesserungen der Lösungsqualität mehr. - Die für die Untersuchung des Verfahrens beim Nachbarschaftsgrad g=1 verwendeten zufällig erzeugten 300 Rundreisen je TSP wurden *nicht* gespeichert und für g=2 erneut verwendet; vielmehr wurden neue Rundreisen erzeugt.

Die Aufmerksamkeit gilt zunächst der konkreten Gestalt der durch die NIVD-Heuristik verbesserten zufälligen Rundreisen. Diese wurde allerdings nicht mittels einer Quantifizierung charakterisiert, sondern nur in einem allgemeinen Eindruck der Rundreisestrukturierung aufgrund einer visuellen Prüfung zahlreicher Fälle eingeschätzt. Abb. 58 (a) zeigt exemplarisch eine für das TSP KR100A zufällig ermittelte Rundreise, Abb. 58 (b) die mittels der NIVD-Heuristik (g = 1) verbesserte Rundreise. Zum Zwecke der besseren optischen Evaluierung (Vergleichsmöglichkeiten) ist in Abb. 58 (c) die beste aller "Nearest Neighbor"-Rundreisen und in Abb. 58 (d) die optimale Rundreise gemäß TSPLIB wiedergegeben. - Der sich ergebende Eindruck ist durchaus typisch: Die mittels der NIVD-Heuristik verbesserte zufällige Rundreise weist zwar lokal (d.h. über kurze Städtesequenzen) zumeist eine zufriedenstellende Gestalt auf, ist aber global (wie an den Kreuzungen, weit auseinanderliegende Städte verbindenden Kanten sowie der allgemein wenig effizienten Streckenführung über längere Städtesequenzen erkennbar) ungünstig. Diese Beobachtung entspricht dem aufgrund des Konzeptes der NIVD-Heuristik zu erwartenden Ergebnis: Durch das iterative Umpositionieren einzelner Städte werden zwar lokal tendenziell günstige Strukturen geschaffen, globale Probleme einer vorliegenden

Vgl. z.B. BLEYMÜLLER/GEHLERT/GÜLICHER (1985), S. 71 ff.; HARTUNG/ELPELT/KLÖ-SENER (1991), S. 269 ff.

Hier konkret: Lösungsqualitäten der zufällig gebildeten Rundreisen, Lösungsqualitäten der mit der NIVD-Heuristik bei einem festgelegten Nachbarschaftsgrad verbesserten Rundreisen, Anzahl der notwendigen Läufe bis zum Abbruch der NIVD-Heuristik, gesamter Rechenzeitbedarf, Rechenzeitbedarf für die Nachbarschaftsbestimmung.

Aufgrund des erheblichen Rechenzeitbedarfes für diese Untersuchung wurde die Anzahl von 1.000 zu untersuchenden zufälligen Rundreisen, welche bei Vorversuchen zu einer Mittelwertstabilisierung sämtlicher betrachteter Merkmale bis zur 2. Nachkommastelle führte, auf 300 reduziert. Diese Anzahl kann als gerade noch hinreichend angesehen werden.

Rundreise können jedoch nicht behoben werden. Obgleich die Beobachtung bei der Verwendung höherer Nachbarschaftsgrade ($g=2,\ g=3$) eine geringfügig vorteilhaftere Strukturierung aufzuzeigen scheint, lassen sich - wiederum der Logik des Verfahrens durchaus folgend - keine erheblichen Verbesserungen gegenüber g=1 erzielen. - Folglich scheint der Einsatz dieses Verfahrens insbesondere dann lohnend, wenn die zu verbesserunge Rundreise eine global bereits günstige Gestalt besitzt, aber lokal noch verbesserungsfähig scheint, d.h. als Ergänzung zu entsprechend leistungsfähigen Konstruktionsheuristiken.

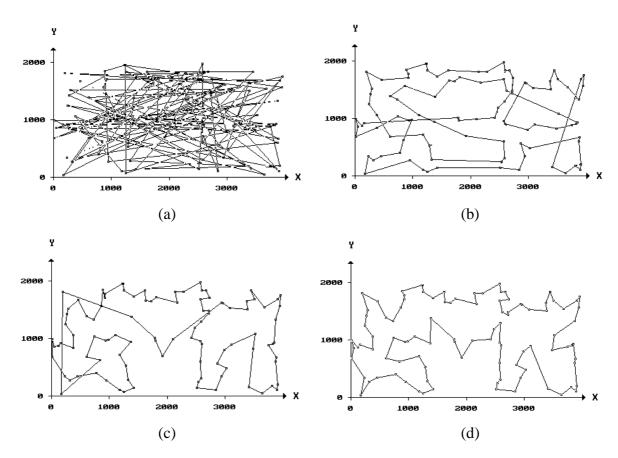


Abb. 58: TSP KR100A aus Gruppe II: (a) Zufällig gebildete Rundreise, Lösungsqualität 805,73 %>OLN; (b) Verbesserung der Rundreise aus (a) mittels der NIVD-Heuristik (Nachbarschaftsgrad g=1) auf 43,11 %>OLN, 12 Läufe notwendig; (c) beste aller "Nearest Neighbor"-Rundreisen,²⁶⁹ 16,05 %>OLN; (d) optimale Rundreise gemäß Städtefolge in der TSPLIB.

Bei der Untersuchung der erzielbaren Lösungsqualitäten werden hier nicht die expliziten Werte (% > OLN) der 300 Rundreisen für jedes TSP, sondern nur die Mittelwerte und die Streuung (als Stichproben-Standardabweichung) derselben betrachtet. In Tab. 45 werden die entsprechenden Angaben für die zufällig gebildeten sowie die mittels der NIVD-Heuristik verbesserten Rundreisen wiedergegeben. Dabei werden aufgrund des erheblichen Rechenzeitbedarfes (siehe unten) nur die TSP der Gruppe II sowie die Nachbarschaftsgrade g=1 und g=2 berücksichtigt.

Vgl. zum Konzept der "Nearest Neighbor"-Heuristik bzw. ihrer Implementierung auch Abschnitt 5.2.3.2.

		N	achbarscha	ftsgrad g	= 1	N	achbarscha	ftsgrad g	= 2
			ige RR		h NIVD		ige RR		h NIVD
		MW	Stdabw.	MW	Stdabw.	MW	Stdabw.	MW	Stdabw.
TSP	n	%>OLN	%>OLN	%>OLN	%>OLN	%>OLN	%>OLN	%>OLN	%>OLN
EIL51	51	285,31	20,89	13,27	5,05	287,56	21,99	13,19	4,67
BERLIN52	52	295,77	21,54	15,44	5,98	296,18	20,53	15,49	6,02
ST70	70	440,76	27,37	28,56	9,65	443,34	26,31	28,00	8,19
EIL76	76	368,02	21,65	18,26	5,28	369,33	21,09	18,62	5,29
PR76	76	431,02	25,22	21,92	6,78	432,39	24,86	19,85	6,13
RAT99	99	597,39	32,94	30,37	8,02	594,22	33,24	28,29	7,11
KR100A	100	702,02	37,69	43,65	12,87	702,49	39,55	41,07	12,01
KR100B	100	664,20	37,96	42,30	12,45	663,74	36,38	38,12	10,63
KR100C	100	720,76	41,79	39,87	12,35	718,50	39,94	38,09	11,15
KR100D	100	665,16	34,93	45,83	11,99	665,12	35,42	40,73	10,08
KR100E	100	691,29	38,66	36,68	12,38	687,11	38,09	33,35	10,00
RD100	100	600,04	29,39	32,74	9,55	603,59	30,27	32,97	8,72
EIL101	101	446,94	20,93	22,69	6,04	446,80	22,08	21,59	4,97
LIN105	105	759,64	40,23	42,12	12,70	762,59	40,42	38,88	10,12
PR107	107	1205,40	74,16	70,75	29,45	1204,87	67,04	68,57	28,51
PR124	124	1078,93	49,37	42,16	13,47	1081,14	48,02	39,76	11,51
BIER127	127	432,04	16,07	26,09	5,91	431,33	16,37	25,60	4,85
CH130	130	657,45	28,15	39,49	10,60	659,00	27,36	36,60	8,43
PR136	136	753,54	31,38	44,17	9,60	752,55	33,12	41,43	8,67
PR144	144	1283,82	52,30	92,04	20,76	1285,25	49,32	85,57	18,56
CH150	150	726,66	26,99	36,19	8,58	726,06	26,79	34,08	7,40
KR150A	150	872,55	40,14	45,84	10,75	871,96	37,83	42,12	9,08
KR150B	150	880,18	41,43	52,33	13,65	882,56	42,83	45,50	10,69
PR152	152	1326,49	50,46	84,48	25,04	1319,51	51,52	79,04	21,47
U159	159	967,01	40,56	41,96	11,22	969,65	38,98	38,47	9,91
RAT195	195	881,38	35,26	37,39	7,06	876,84	34,85	37,52	5,97
D198	198	1107,89	43,82	58,55	15,10	1110,56	43,42	54,60	13,43
KR200A	200	1058,22	41,30	57,49	12,03	1059,74	38,55	50,43	10,41
KR200B	200	1031,96	35,50	57,35	12,69	1030,42	37,87	49,84	9,61
PR226	226	2006,14	64,41	66,66	18,79	2011,06	64,84	60,65	16,47
GIL262	262	1022,59	28,76	57,32	9,80	1026,92	27,97	47,90	7,16
PR264	264	2184,01	79,07	134,34	23,00	2178,19	88,06	132,64	21,64
A280	280	1219,53	36,18	61,31	10,43	1215,65	35,07	57,43	9,75
PR299	299	1479,50	43,14	56,54	12,03	1477,46	50,79	49,09	8,73
LIN318	318	1298,03	35,57	86,07	14,06	1299,64	35,80	70,08	11,13
Mittelwert		889,76	37,86	48,06	12,15	889,81	37,90	44,43	10,53
Stdabw.		435,36	13,99	24,41	5,55	434,85	14,42	22,83	5,21

Tab. 45: Ergebnisse der Anwendung der NIVD-Heuristik (Nachbarschaftsgrade g=1 und g=2) auf jeweils 300 zufällig erzeugte Rundreisen für die TSP der Gruppe II: Mittelwerte (MW) und Stichproben-Standardabweichungen (Stdabw.) für die Lösungsqualitäten (als %>OLN) der jeweils 300 zufällig erzeugten Rundreisen; Mittelwerte und Stichproben-Standardabweichungen für die Lösungsqualitäten der mittels der NIVD-Heuristik verbesserten Rundreisen.

Es wurde bereits oben erläutert, daß die jeweils 300 zufälligen Rundreisen für jeden der beiden untersuchten Nachbarschaftsgrade getrennt gebildet wurden. Vergleicht man nun die sich ergebenden Mittelwerte und Streuungen der Lösungsqualitäten für die einzelnen TSP sowie die am Fuß der Tab. 45 ausgewiesenen entsprechenden Kennzahlen, so wird

deutlich, daß das Konzept der Mittelwertstabilisierung bei der Bestimmung der Anzahl der zu untersuchenden Rundreisen sich durchaus als valide erweist. Es treten nur geringe Differenzen auf.

Die verbesserten Rundreisen weisen hinsichtlich ihrer Lösungsqualitäten bei beiden Nachbarschaftsgraden eine Verschlechterung bei steigender Problemgröße auf. Dieselbe läßt sich allerdings aufgrund der nicht vorliegenden Normalverteilung sowie eines zu geringen Stichprobenumfanges nicht statistisch validieren. Zudem wäre es verfehlt, daraus auf eine sinkende Leistungsfähigkeit der NIVD-Heuristik bei größeren Problemen zu schließen, da die zu verbessernden zufälligen Rundreisen gleichfalls eine - wenig verwunderliche - deutliche Verschlechterung der Lösungsqualität bei steigender Problemgröße zeigen. Insofern nimmt die *relative* Leistungsfähigkeit der NIVD-Heuristik (bezogen auf die als Grundlage der Verbesserung dienenden zufällig gebildeten Rundreisen) bei steigender Problemgröße sogar zu.

Die Erhöhung des Nachbarschaftsgrades von g=1 auf g=2 vermag erwartungsgemäß die durchschnittlichen Lösungsqualitäten nicht erheblich zu beeinflussen. Ihr gesamter Mittelwert über die Gruppe II sinkt nur um rund 4%. Damit scheint bereits an dieser Stelle der in den folgenden Abschnitten weiter zu überprüfende Verdacht gerechtfertigt, daß die Verwendung von höheren Nachbarschaftsgraden als g=1 im Rahmen der NIVD-Heuristik bezüglich der Lösungsqualitäten keine deutliche Leistungssteigerung bewirkt.

Während von der Untersuchung der erzielbaren Lösungsqualitäten für zufällige Rundreisen keine wesentlichen Erkenntnisse erwartet werden durften, so ist doch die Analyse der benötigten Rechenzeiten der NIVD-Heuristik von wesentlich höherem Interesse. Insbesondere die Frage, ob trotz der hinsichtlich der notwendigen Verbesserungen äußerst anspruchsvollen zufällig gebildeten Rundreisen die Laufzeit des Verfahrens - angesichts der schwer prognostizierbaren Determinante "Anzahl Läufe" - noch einigermaßen kalkulierbar ist, entscheidet über die praktische Anwendbarkeit dieser Heuristik. In Tab. 46 werden nun zunächst die wichtigsten Ergebnisse für die TSP der Gruppe II hinsichtlich der verwendeten Nachbarschaftsgrade g=1 und g=2 dokumentiert. Dabei wird für jedes TSP die Laufzeit (OZ) der NIVD-Heuristik als Mittelwert der 300 realisierten Laufzeiten angegeben, zusätzlich die zugehörige Streuung als Stichproben-Standardabweichung. Über die Anzahl der notwendigen Läufe wird für jedes TSP gleichfalls der Mittelwert gebildet und samt der Streuung ausgewiesen. Letztlich wird die für die Nachbarschaftsbestimmung benötigte Zeitdauer (OZ NBS) als eine Komponente der OZ wiedergegeben. 271

Die für die Bestimmung der VD-Struktur benötigte Zeitdauer sowie die (geringe) Rechenzeit für die Bildung der zufälligen Rundreisen sind in diesen Angaben nicht enthalten.

Da die Nachbarschaftsbestimmung für ein TSP unabhängig von der konkret bearbeiteten Rundreise ist, fällt die benötigte Zeit für jede der dreihundert pro TSP bearbeiteten zufällig gebildeten Rundreisen in gleicher Höhe an. Laufzeitbestimmende Determinanten sind hier die Größe und die Struktur eines TSP.

			Nachba	rschafts	$\operatorname{grad} g = 1$		Nachbarschaftsgrad $g = 2$				
			OZ	Anza	hl Läufe	OZ NBS		OZ	Anza	hl Läufe	OZ NBS
TSP	n	MW	Stdabw.	MW	Stdabw.		MW	Stdabw.	MW	Stdabw.	
EIL51	51	0,79	0,14	7,34	1,34	0,05	2,69	0,47	7,10	1,26	0,23
BERLIN52	52	0,85	0,16	7,72	1,56	0,05	3,08	0,56	7,48	1,36	0,24
ST70	70	1,38	0,27	9,03	1,87	0,07	5,02	1,01	8,77	1,79	0,32
EIL76	76	1,44	0,31	8,54	1,93	0,07	5,00	0,96	8,02	1,55	0,30
PR76	76	1,75	0,31	10,24	1,92	0,07	6,19	1,31	9,48	2,03	0,30
RAT99	99	2,44	0,57	11,38	2,78	0,09	8,55	2,25	10,34	2,75	0,40
KR100A	100	2,35	0,46	10,56	2,15	0,09	8,75	1,64	10,17	1,92	0,41
KR100B	100	2,34	0,48	10,53	2,26	0,09	8,59	1,71	10,07	2,03	0,41
KR100C	100	2,37	0,42	10,60	1,96	0,09	8,94	1,75	10,35	2,05	0,38
KR100D	100	2,35	0,42	10,57	1,96	0,09	8,74	2,12	10,27	2,52	0,41
KR100E	100	2,38	0,44	10,82	2,09	0,09	9,04	1,80	10,62	2,14	0,39
RD100	100	2,25	0,42	10,09	1,97	0,09	8,04	1,59	9,45	1,89	0,39
EIL101	101	2,21	0,43	9,69	1,96	0,09	8,08	1,59	9,29	1,85	0,42
LIN105	105	3,02	0,91	12,68	3,97	0,09	10,94	3,17	11,77	3,44	0,42
PR107	107	2,46	0,64	11,57	3,14	0,09	8,47	2,04	10,24	2,50	0,41
PR124	124	4,57	1,54	19,09	6,64	0,10	19,26	6,67	18,10	6,31	0,40
BIER127	127	3,50	0,62	11,98	2,19	0,11	12,58	2,11	11,11	1,88	0,44
CH130	130	3,68	0,77	12,41	2,69	0,12	13,05	2,55	11,14	2,20	0,52
PR136	136	4,29	0,92	11,56	2,56	0,13	15,07	2,99	10,74	2,15	0,56
PR144	144	4,75	1,01	15,72	3,45	0,12	22,34	5,60	15,09	3,81	0,57
CH150	150	4,12	0,77	12,14	2,36	0,13	15,27	2,90	11,33	2,18	0,51
KR150A	150	4,21	0,79	12,46	2,42	0,13	15,73	3,00	11,75	2,27	0,54
KR150B	150	4,46	0,87	12,99	2,65	0,13	16,07	2,68	11,73	1,97	0,50
PR152	152	4,32	0,80	13,09	2,53	0,13	16,37	3,04	12,74	2,46	0,55
U159	159	5,76	1,40	16,43	4,11	0,14	20,29	4,72	14,61	3,42	0,55
RAT195	195	6,46	1,45	14,82	3,44	0,17	23,46	5,73	13,90	3,43	0,70
D198	198	9,48	2,05	18,37	4,09	0,18	35,40	8,26	17,63	4,15	0,71
KR200A	200	6,63	1,21	14,34	2,74	0,17	25,55	5,05	13,72	2,74	0,71
KR200B	200	6,62	1,25	14,49	2,84	0,17	23,79	4,42	13,14	2,47	0,67
PR226	226	15,29	6,67	34,10	15,19	0,19	98,29	43,96	32,44	14,55	0,92
GIL262	262	9,58	1,68	15,58	2,82	0,23	45,95	5,67	14,03	2,64	0,88
PR264	264	13,76	2,79	17,53	3,65	0,26	46,38	9,05	15,60	3,07	1,01
A280	280		2,41	17,94	3,43	0,25	42,93	7,88	15,98	2,96	1,03
PR299	299	13,52	2,41	19,36	3,56	0,26	51,35	9,24	17,24	3,13	0,99
LIN318	318	15,34	3,14	19,31	4,06	0,28	59,13	12,24	18,67	3,89	1,10
Mittelwert				13,57	3,15				12,69	2,94	
Stdabw.				4,91	2,33				4,59	2,24	

Tab. 46: Ergebnisse der Anwendung der NIVD-Heuristik (Nachbarschaftsgrade g=1 und g=2) auf jeweils 300 zufällig erzeugte Rundreisen für die TSP der Gruppe II: Mittelwerte (MW) und Stichproben-Standardabweichungen (Stdabw.) für die benötigte Rechenzeit (OZ) der NIVD-Heuristik; Mittelwerte und Stichproben-Standardabweichungen für die benötigte Anzahl von Läufen; Nachbarschaftsbestimmungszeit (OZ NBS).

Die Aufmerksamkeit soll nun zuerst der notwendigen Anzahl an Läufen als der am unvorhersehbarsten Komponente der Laufzeit gelten. Betrachtet man zunächst den Nachbarschaftsgrad g=1, so ist festzustellen, daß bis auf einem einzigen Fall - beim TSP PR226 - maximal 20 Läufe benötigt wurden. Dabei scheint die Anzahl der notwendigen Läufe von der Problemgröße determiniert und mit derselben leicht zu steigen. Abb. 59

visualisiert die Daten und weist auf einen tendenziell linearen Zusammenhang hin. Dieser wird allerdings von einigen "Ausreißern" gestört.

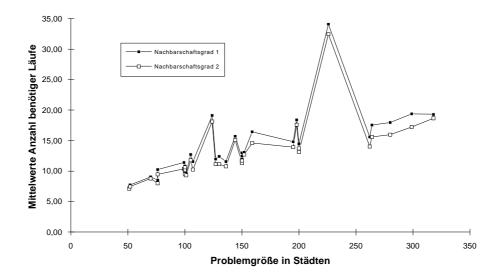


Abb. 59: Entwicklung der Mittelwerte der benötigten Anzahl Läufe der NIVD-Heuristik (Nachbarschaftsgrade g = 1 und g = 2) in Abhängigkeit von der Problemgröße bei Anwendung auf jeweils 300 zufällig erzeugte Rundreisen für jedes TSP der Gruppe II (vgl. auch Tab. 46).

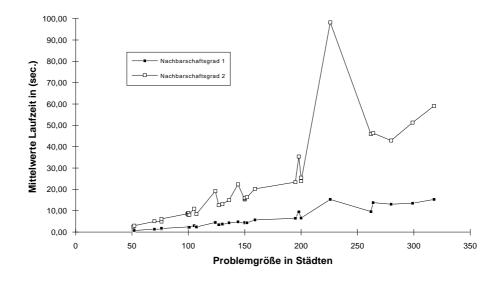


Abb. 60: Entwicklung der Mittelwerte der Rechenzeit der NIVD-Heuristik (Nachbarschaftsgrade g=1 und g=2) in Abhängigkeit von der Problemgröße bei Anwendung auf jeweils 300 zufällig erzeugte Rundreisen für jedes TSP der Gruppe II (vgl. auch Tab. 46).

Es sind das schon genannte TSP PR226 als extremster Fall sowie z.B. die Probleme PR124, PR144. Dieselben sind sämtlich "Bohrplatinenprobleme", d.h. die Städte liegen in

mehr oder weniger regelmäßigen Mustern vor. Daraus läßt sich die Vermutung ableiten, daß bestimmte Muster - aber nicht alle regelmäßigen Muster - eine hohe Anzahl an Läufen erfordern. Dies bestätigt sich, wenn man den Ablauf des Verfahrens optisch verfolgt. Es ist dann zu erkennen, daß insbesondere bezüglich (beim TSP PR226 z.B. horizontal und vertikal erscheinender) paralleler, auf einer Linie liegender Reihen von Städten ("::::::") erst nach einer großen Anzahl von Läufen das vorhandene Verbesserungspotential vollständig ausgeschöpft werden kann.

Abb. 59 bzw. Tab. 46 zeigen darüber hinaus, daß die Anzahl notwendiger Läufe bei einer Anhebung der Nachbarschaft von g=1 auf g=2 geringfügig sinkt. Dies mag zunächst verwundern, kann aber durch die Beobachtung erklärt werden, daß bei einer erweiterten Nachbarschaft Reloziierungen von Städten, die bei g=1 sukzessive in mehreren Schritten bzw. Läufen abgewickelt worden wären, nunmehr in einem einzigen Schritt erfolgen. Es darf allerdings nicht damit gerechnet werden, daß diese Tendenz sich bei einer weiteren Erhöhung des Nachbarschaftsgrades fortsetzt, da die Wahrscheinlichkeit, daß eine Stadt der weiteren Nachbarschaft längenverkürzend wieder in die Rundreise eingesetzt werden kann, bei einer Steigerung des Nachbarschaftsgrades deutlich sinkt.²⁷²

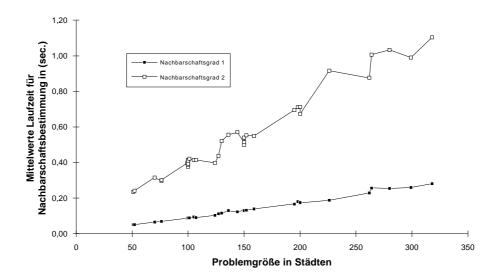


Abb. 61: Entwicklung der Mittelwerte der Rechenzeit für die Nachbarschaftsbestimmung im Rahmen der NIVD-Heuristik (Nachbarschaftsgrade g=1 und g=2) in Abhängigkeit von der Problemgröße bei Anwendung auf jeweils 300 zufällig erzeugte Rundreisen für jedes TSP der Gruppe II (vgl. auch Tab. 46).

Die Mittelwerte der Rechenzeiten aus Tab. 46 in Abhängigkeit von der Problemgröße und vom Nachbarschaftsgrad visualisiert Abb. 60. Es ist zu erkennen, daß die Erhöhung des Nachbarschaftsgrades von g=1 auf g=2 dieselben erheblich erhöht hat. Die Ursache dafür liegt in der höheren Anzahl nun zu prüfender Einfügungen für eine betrachte-

Vgl. auch Abschnitt 5.3.2.3, in welchem für die "Nearest Neighbor"-Heuristik Nachbarschaften bis g = 4 untersucht werden.

te Stadt: Bei Unterstellung einer (idealen) konstanten Anzahl von sechs Nachbarn in der VD-Struktur versiebenfacht sich die Anzahl der notwendigen Prüfungen tendenziell.²⁷³ Eine Approximation durch eine lineare Funktion (ohne Konstante) im Rahmen einer Regressionsanalyse unter Ausschluß des "Ausreißers" PR226 weist für g = 1 wie auch g = 2eine zufriedenstellende Qualität von $r^2 \approx 0.94$ auf.²⁷⁴ Dabei zeigen sich sowohl der lineare Zusammenhang als dementsprechend auch der Koeffizient der Approximation als hochsignifikant. Die Residuen hingegen streuen systematisch um die Normalverteilung und deuten damit die Existenz eines weiteren - wenngleich nicht besonders starken - Einflußfaktors an. Der prinzipiell lineare Verlauf der Rechenzeit, welcher bereits in Abschnitt 5.3.2.1 unter der Prämisse einer konstanten Anzahl von Nachbarn in der VD-Struktur angenommen wurde, bestätigt sich damit empirisch. In starkem Maße beeinflußt wird er allerdings durch die Anzahl der notwendigen Läufe.²⁷⁵ Dieselbe kann jedoch - wie oben gezeigt wurde - in Abhängigkeit von der Problemgröße und ggf. der Verteilung der Städte im Raum annähernd prognostiziert werden. Somit stellt sie keine unkalkulierbare Determinante mehr dar. Folglich ist die NIVD-Heuristik hinsichtlich ihres günstigen durchschnittlichen Laufzeitverhaltens in Abhängigkeit von der Problemgröße ein für praktische Zwecke durchaus akzeptables Verfahren.

Nun soll kurz die für den Aufbau der erweiterten Nachbarschaften benötigte Zeitdauer (OZ NBS) betrachtet werden. In Abb. 61 werden die entsprechenden Werte aus Tab. 46 graphisch dargestellt. Unmittelbar zu erkennen ist der lineare Verlauf in Abhängigkeit von der Problemgröße. Während sich allerdings bei einem Nachbarschaftsgrad von g=1 spezielle Strukturmerkmale der einzelnen TSP - insbesondere die durchschnittliche Anzahl an Nachbarn in der VD-Struktur sowie die Anzahl an Städten auf dem Rand der konvexen Hülle - kaum bemerkbar machen, führen dieselben bei g=2 bereits zu deutlichen Abweichungen vom linearen Verlauf. Insgesamt bleibt die Erhöhung der OZ NBS bei steigendem Nachbarschaftsgrad jedoch relativ bedeutungslos gegenüber der Erhöhung der gesamten Rechenzeit.

REINELT (1994) gibt bei seiner Untersuchung der NI-Heuristik (sowohl mit als auch ohne Nutzung von VD-Strukturen) nur wenige Informationen über Implementierungsdetails.²⁷⁶ Seine Nutzung der VD-Struktur beschränkt sich darauf, Einfügungen einer betrachteten Stadt nur bezüglich der mittels der Delaunay-Struktur ermittelbaren zehn nächsten Nachbarn zu prüfen.²⁷⁷ Dabei wird nicht hinreichend klar, ob der Autor die reine Delaunay-Triangulation oder die von ihm vorgestellte "erweiterte" Delaunay-Struktur (mit zusätzlichen Kanten) im Sinne eines Kandidatensets verwendet. - Zudem

Vgl. das in Abschnitt 5.3.2.4 entwickelte idealtypische Modell. Eine Versiebenfachung der Rechenzeit ist hier allerdings nicht zu konstatieren; im Durchschnitt ist dieselbe nur um 278% gewachsen.

Vgl. auch den SPSS-Output im Anhang 21. Unter Einbeziehung des TSP PR226 sinkt r^2 allerdings für g=1 auf 0,92 bzw. für g=2 auf 0,81.

Vgl. auch die eingehendere Analyse in den folgenden Abschnitten 5.3.2.3 und 5.3.2.4. Teilt man die Rechenzeit durch die Anzahl der notwendigen Läufe, so hat der Quotient einen fast idealtypisch linearen Verlauf in Abhängigkeit von der Problemgröße.

Vgl. REINELT (1994), S. 100 ff.; zur Verwendung von VD-Strukturen auch S. 67 ff.

Vgl. REINELT (1994), S. 102; vgl. im folgenden auch die entsprechende Darstellung in Abschnitt 5.2.1. Die speziellen Probleme der Nutzung einer begrenzten Zahl nächster Nachbarn im Rahmen einer Heuristik wurden bereits im Abschnitt 5.3.2.4 angesprochen.

scheint es so, daß jeweils nur *eine* zufällige Rundreise gebildet und verbessert wurde.²⁷⁸ Des weiteren untersucht der Autor überwiegend größere TSP; nur zwei der aufgeführten Probleme stammen aus der hier gebildeten Gruppe II (D198, LIN318). Für dieselben ergeben sich keine vergleichbaren Lösungsqualitäten. Die von ihm für die Verbesserung von zufälligen Rundreisen mittels der um die Nutzung von VD-Strukturen erweiterte NI-Heuristik angegebene durchschnittliche Lösungsqualität fällt mit 128,03% (%>OLN) erheblich schlechter aus als die hier in Tab. 45 dokumentierte.²⁷⁹ Dies kann allerdings darauf zurückgeführt werden, daß REINELT (1994) überwiegend wesentlich größere Probleme als die hier untersuchten examiniert. Es wurde oben bereits gezeigt, daß die Lösungsqualität bei größeren Problemen - allerdings nicht zuletzt wegen der schlechteren Qualität der erzeugten zufälligen Rundreisen - ungünstiger ausfällt. Die erforderliche Laufzeit gibt REINELT (1994) lediglich in Form einer Graphik an; optisch deutet diese auf einen tendenziell linearen Verlauf hin. - Es muß zusammengefaßt werden, daß ein Vergleich der Ergebnisse dieses Autors mit den hier erzielten nur sehr beschränkt möglich ist.

Im folgenden Abschnitt soll nunmehr die NIVD-Heuristik auf bereits wesentlich strukturiertere Rundreisen, die mittels der Heuristik "Nearest Neighbor" erzeugt wurden, angewandt werden. Es ist zu untersuchen, ob die hier gewonnenen Erkenntnisse über ihr Verhalten dann auch noch Gültigkeit haben.

5.3.2.3. Anwendung der "Node Insertion"-Heuristik unter Nutzung von Voronoi-/Delaunay-Strukturen auf mittels der "Nearest Neighbor"-Heuristik erzeugte Rundreisen

Die "Nearest Neighbor"-Heuristik (NN-Heuristik) ist zweifelsfrei eine der bekanntesten Heuristiken zur Lösung des TSP überhaupt. Sie wählt zunächst eine der Städte des TSP als "Startort". Im folgenden bildet sie durch die Verbindung des Startortes mit der ihm nächstliegenden Stadt die erste Kante eines Pfades. Dieser Pfad wird nun sukzessive verlängert, indem von der letzten aufgenommenen Stadt jeweils eine Kante zu jenem nächsten Nachbarn gebildet wird, welcher noch nicht in den Pfad aufgenommen ist. Sobald alle Städte Bestandteil des Pfades sind, wird dieser zu einer Rundreise geschlossen. Zu diesem Zweck wird eine abschließende Kante von der letzten zur ersten Stadt (dem Startort) des Pfades hinzugefügt. In der Variante "All Nearest Neighbors" (ANN) wer-

²⁷⁸ Vgl. REINELT (1994), S. 102.

²⁷⁹ Vgl. REINELT (1994), S. 104, Table 7.4.

^{Vgl. zur folgend zur "Nearest Neighbor"-Heuristik bzw. ihren Varianten z.B. DACEY (1960), S. 133 f.; KARG/THOMPSON (1964), S. 225 ff.; BELLMORE/NEMHAUSER (1968), S. 545; MÜLLER-MERBACH (1970), S. 73 ff., S. 125 ff.; MÜLLER-MERBACH (1973), S. 294 f.; ROSENKRANTZ/STEARNS/LEWIS (1977), S. 564 ff.; GOLDEN/BODIN/DOYLE/STEWART (1980), S. 695 f.; JOHNSON/PAPADIMITRIOU (1985b), S. 150 ff.; GOLDEN/STEWART (1985), S. 222 ff.; SPRESSER (1989), S. 834 ff.; MELAMED/SERGEEV/SIGAL (1989c), S. 1465; DOMSCHKE (1990), S. 96 f.; BERENS (1992), S. 101, 206 ff.; BENTLEY (1992), S. 388 ff.; LAPORTE (1992a), S. 242; REINELT (1994), S. 73 ff.; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 13; TASSIULAS (1997), S. 171 ff.}

den *alle* Städte des TSP einmal als Startort verwendet; die beste der n entstehenden Rundreisen wird als Resultat der Heuristik ausgegeben.

Die NN-Heuristik ist das klassische Beispiel eines "gierigen" Algorithmus mit sinkendem Freiheitsgrad.²⁸¹ Zu Beginn erzeugt sie durch die Nutzung kurzer Kanten recht gute Rundreiseteile. Im Verfahrensablauf sinkt jedoch die Anzahl der Alternativen für die Anbindung beständig; letztendlich werden auch sehr ungünstige Kanten in den Pfad aufgenommen bzw. müssen aufgenommen werden, um zuvor ignorierte Städte noch mit einzubinden. - Die Laufzeitkomplexität der NN-Heuristik ist quadratisch; wird sie als ANN ausgeführt, so ist sie kubisch.

Mittels der NN-Heuristik erzeugte Rundreisen eignen sich gut für die Evaluierung von Verbesserungsverfahren: Die NN-Heuristik ist zum ersten einfach zu beschreiben und zu implementieren, wenngleich es auch einer sorgfältigen Beschreibung der Implementierungsdetails bedarf, um Ambiguitäten zu vermeiden. Damit sind ihre Ergebnisse für Dritte leicht zu reproduzieren und stellen eine einheitliche Ausgangsbasis dar. Zum zweiten weisen die von ihr erzeugten Rundreisen bereits ein gewisses - wenngleich nicht allzu hohes - Maß an lokal günstiger Strukturierung auf. Hingegen ist der Grad der global vorteilhaften Strukturierung zumeist gering.²⁸² Folglich ermöglicht es die Verbesserung von ihr generierter Rundreisen, insbesondere die Qualität eines Verbesserungsverfahrens im Bereich der lokalen Strukturierung sowie generell Qualitäten im Bereich der globalen Strukturierung abzuschätzen.

Die Implementierung der ANN-Heuristik geschieht hier in der folgenden Form:

1. *All Nearest Neighbors*: Der folgende Schritt 2 wird für jede einzelne der *n* Städte des TSP durchgeführt. Die gerade betrachtete Stadt *i* wird dabei als "Startort" bezeichnet. Ist die letzte Stadt untersucht worden, so wird zum Schritt 3 übergegangen.

2. Nearest Neighbor

- a) Wenn i den Startort bezeichnet, so wird jene Stadt j des TSP bestimmt, für welche $d_{i,j}$ minimal ist. Die Städte i und j werden durch eine Kante verbunden. Die Länge dieses ersten Pfades wird errechnet und festgehalten.
- b) Zur letzten Stadt, welche dem Pfad angefügt wurde, wird der nächste Nachbar gesucht, welcher noch nicht in den Pfad aufgenommen wurde. Die von den beiden Städten gebildete Kante wird dem Pfad angefügt.
 - α) Sofern die Länge des Pfades damit die Länge der besten bislang gefundenen Rundreise überschreitet, ist die weitere Entwicklung des betrachteten Pfades obsolet. Es wird zum Schritt 1 zurückgesprungen und die Rundreisebzw. Pfadbildung für die nächste Stadt begonnen.
 - β) Sofern die gerade dem Pfad angefügte Stadt die letzte noch nicht angebundene Stadt war, wird mit Teilschritt 2 c) fortgefahren; ansonsten wird Teilschritt 2 b) erneut ausgeführt.

²⁸¹ Vgl. z.B. REINELT (1994), S. 75; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 13.

²⁸² Vgl. z.B. Abb. 58 (c) in Abschnitt 5.3.2.2.

- c) Die letzte dem Pfad angefügte Stadt wird mit der ersten Stadt des Pfades (dem Startort) durch eine Kante verbunden. Ist die damit gebildete Rundreise entweder die erste oder besser bzw. kürzer als die bislang vermerkte beste Rundreise, so wird sie als beste Rundreise gespeichert. Das Verfahren wird mit dem Schritt 1 bzw. der nächsten Stadt *i* als Startort fortgeführt.
- 3. Die beste ermittelte Rundreise wird als Lösung ausgegeben.

Im Rahmen der Suche nach dem nächsten Nachbarn wird beim Distanzvergleich der Operator "<" ("kleiner") verwendet; gleichfalls beim Vergleich der jeweils aktuellen Pfadlänge mit der Länge der besten Rundreise (Teilschritt 2 b) α)) oder beim Vergleich von Rundreiselängen untereinander (Teilschritt 2 c)). Die Reihenfolge der Prüfung der Städte bezüglich der nächsten Nähe zur gerade betrachteten Stadt wird in der Reihenfolge ihrer Numerierung durchgeführt.²⁸³ - Durch den Abbruch des Aufbaus eines Pfades bei Feststellung einer schlechteren Lösungsqualität als jener der besten bislang vorliegenden Rundreise wird die durchschnittliche Rechenzeit gegenüber der generell kubischen Laufzeitkomplexität geringfügig gesenkt.

Selbstverständlich hätte man die ANN-Heuristik auch unter Nutzung von VD-Strukturen implementieren können. So könnte man den nächsten, noch nicht in den Pfad eingebundenen Nachbarn einer Stadt über eine jeweils schrittweise Erweiterung der Suche unter den immer entfernteren Nachbarn in der Delaunay-Struktur bestimmen. REINELT (1994) und JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994) stellen ähnliche Ansätze vor.²⁸⁴ Diese rechenzeitverkürzende Variation ist allerdings hier nicht von Interesse, da es nur darum geht, die entsprechenden ANN-Rundreisen für Verbesserungen durch die NIVD-Heuristik bereitzustellen.

Eine visuelle Prüfung der sich ergebenden Rundreisen gleich jener in Abschnitt 5.3.2.2 zeigt, daß die Verbesserung der mittels der ANN-Heuristik erzeugten Rundreisen durch die NIVD-Heuristik unabhängig vom verwendeten Nachbarschaftsgrad trotz zahlreicher Verkürzungen durch lokale Reloziierungen von Städten die globalen Probleme nicht zu beheben mag. So werden z.B. Kreuzungen der Rundreise zwar verschoben, können jedoch - der Natur der NIVD-Heuristik entsprechend - nur in seltenen Fällen aufgehoben werden. Damit bestätigen sich die Beobachtungen aus Abschnitt 5.3.2.2.

Die mittels der ANN-Heuristik bestimmten sowie nach der Verbesserung der Rundreisen mittels der NIVD-Heuristik festgestellten Lösungsqualitäten für die TSP der Gruppen II und III (tw.) bei verschiedenen Nachbarschaftsgraden sind in den Tab. 47 und 48 wiedergegeben (als %>OLN). Es ist hinsichtlich der Gruppe II ersichtlich, daß bei g=1 zunächst eine erhebliche Verbesserung der Lösungsqualitäten gegenüber der ANN-Heuristik erreicht werden kann (ca. 7%). Durch den Übergang auf g=2 kann die durchschnittliche Lösungsqualität noch einmal um 0,3% gesenkt werden; weitere Erhöhungen des Nachbarschaftsgrades führen allerdings zu einer deutlichen *Verschlechterung* der Lösungsqualität. Ähnliches gilt für die Gruppe III (tw.): Bei g=1 kann gegenüber der ANN-Heuristik eine Verbesserung um über 8% erreicht werden; bei einer Steigerung des

Die Numerierung wird aus der TSPLIB, vgl. z.B. REINELT (1990a); REINELT (1991a); REINELT (1991d), S. 376 ff.; REINELT (1995), übernommen.

Vgl. REINELT (1994), S. 75 ff.; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 13 ff.; vgl. auch Abschnitt 5.2.1.

Nachbarschaftsgrades auf g=2 oder g=3 fällt die Lösungsqualität allerdings wieder geringfügig ab.

		Klassische "All Nearest Neighbor"-		VD-Heuristik bor"-Rundreis		
TSP	n	Heuristik, % über OLN	g = 1	g = 2	g = 3	g = 4
EIL51	51	18,726	8,830	8,830	8,830	8,830
BERLIN52	52	8,488	4,688	5,255	4,688	4,688
ST70	70	12,843	5,788	5,174	5,174	5,174
EIL76	76	13,877	6,492	6,492	6,492	6,492
PR76	76	21,045	13,214	13,214	13,214	13,214
RAT99	99	13,091	6,561	6,561	6,561	6,561
KR100A	100	16,053	5,666	6,220	6,220	6,220
KR100B	100	16,901	11,202	11,202	11,202	11,202
KR100C	100	13,578	5,518	5,518	5,518	5,518
KR100D	100	16,727	14,491	14,491	14,491	14,491
KR100E	100	12,865	7,123	6,754	6,754	6,754
RD100	100	19,182	9,629	9,629	9,629	9,629
EIL101	101	17,070	12,441	12,441	12,441	12,441
LIN105	105	17,807	7,649	7,321	7,321	7,321
PR107	107	5,361	0,667	0,667	0,667	0,667
PR124	124	13,597	9,587	9,071	9,071	9,071
BIER127	127	13,264	8,877	7,968	7,968	7,968
CH130	130	17,819	11,011	9,674	9,674	10,296
PR136	136	18,382	8,524	8,524	8,524	8,524
PR144	144	4,145	3,335	3,335	3,335	3,335
CH150	150	8,432	4,835	4,703	4,703	4,703
KR150A	150	18,693	11,853	11,490	11,490	11,490
KR150B	150	19,864	12,477	12,477	12,477	12,477
PR152	152	7,986	3,758	3,758	4,277	4,277
U159	159	15,463	10,191	10,191	10,191	10,191
RAT195	195	13,154	9,182	7,466	7,466	7,466
D198	198	12,863	4,170	5,618	5,618	5,618
KR200A	200	17,637	9,458	9,022	9,022	9,022
KR200B	200	20,236	12,732	12,547	13,154	13,154
PR226	226	15,160	5,348	5,213	5,213	5,213
GIL262	262	21,265	9,915	9,673	9,673	9,141
PR264	264	10,902	5,862	5,862	5,862	5,862
A280	280	19,980	7,351	5,922	5,922	5,922
PR299	299	20,952	13,435	11,353	11,353	11,353
LIN318	318	17,099	9,967	8,515	8,515	8,515
Mittelwert		15,157	8,338	8.061	8.077	8.080
Stdabw.		4,451	3,330	3,153	3,177	3,181
Maximum		21,265	14,491	14,491	14,491	14,491
Minimum		4,145	0,667	0,667	0,667	0,667

Tab. 47: Ergebnisse der Anwendung der NIVD-Heuristik (Nachbarschaftsgrade *g* = 1,2,3,4) auf mittels der "All Nearest Neighbor"-Heuristik erzeugte Rundreisen für die TSP der Gruppe II: Lösungsqualitäten (%>OLN) der Ausgangsrundreisen und der verbesserten Rundreisen.

Die exakte Erklärung der Ursache dieser Verschlechterungen bedürfte einer aufwendigen Analyse in Form eines Vergleiches des konkreten Verfahrensablaufes der Verbesserung bei unterschiedlichen Nachbarschaftsgraden. Ohne eine solche kann nur vermutet (und aufgrund einzelner visueller Beobachtungen des Verfahrensablaufes angenommen) werden, daß bei höheren Nachbarschaftsgraden in frühen Läufen einer Verbesserung vorteilhaft erscheinende Repositionierungen vorgenommen werden, die bei niedrigerem g nicht möglich wären. Dieselben verbauen dann in späteren Läufen jedoch Möglichkeiten für weitere günstige Umsetzungen von Städten.

			Mittels NIVE)-Heuristik ve	rbesserte "All			
		Klassische "All	Nearest l	Nearest Neighbor"-Rundreisen,				
		Nearest Neighbor"-	% über OLN bei					
TSP	n	Heuristik, % über OLN	g = 1	g = 2	g = 3			
RD400	400	19,778	8,884	9,924	9,880			
PR439	439	18,664	12,945	12,893	12,893			
PCB442	442	16,099	8,666	9,004	9,004			
D493	493	18,563	6,950	7,280	7,230			
U574	574	20,620	13,726	13,732	14,096			
RAT575	575	17,708	9,139	8,449	8,449			
Mittelwert		18,572	10,052	10,214	10,259			
Stdabw.		1,582	2,669	2,562	2,677			
Maximum		20,620	13,726	13,732	14,096			
Minimum		16,099	6,950	7,280	7,230			

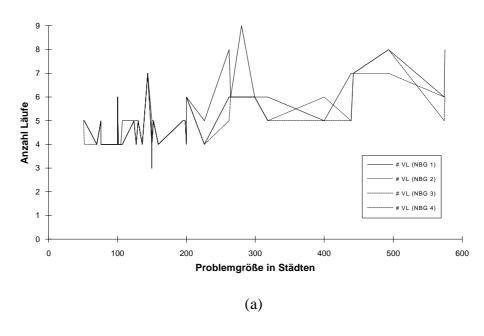
Tab. 48: Ergebnisse der Anwendung der NIVD-Heuristik (Nachbarschaftsgrade g = 1,2,3) auf mittels der "All Nearest Neighbor"-Heuristik erzeugte Rundreisen für die TSP der Gruppe III (tw.): Lösungsqualitäten (%>OLN) der Ausgangsrundreisen und der verbesserten Rundreisen.

Bemerkenswert ist hinsichtlich der Lösungsqualitäten die Tatsache, daß dieselben kaum durch die Problemgröße beeinflußt scheinen. Während sich bei der Untersuchung der CHI-Varianten im Abschnitt 5.3.1 mehrfach der - allerdings nicht hinreichend statistisch validierbare - Verdacht einer sinkenden Lösungsqualität bei steigender Problemgröße aufdrängte, scheinen die ANN-Heuristik sowie die Kombination derselben mit der NIVD-Heuristik unabhängig vom Nachbarschaftsgrad in dieser Hinsicht robuster. Dies bestätigt eine entsprechende Prüfung der - allerdings nicht sonderlich valide bestimmbaren - Korrelationskoeffizienten.²⁸⁵

Hinsichtlich der sich ergebenden Lösungsqualitäten kann folglich zusammengefaßt werden, daß sich zum einen der im Abschnitt 5.3.2.1 geäußerte und im Abschnitt 5.3.2.2 bestärkte Verdacht bestätigt, daß die NIVD-Heuristik nur lokal vorteilhafte Restrukturierungen einer vorgegebenen Rundreise zu leisten vermag. Zum anderen führt die Verwen-

Der Korrelationskoeffizient nach PEARSON ist aufgrund der fehlenden Normalverteilung der betrachteten Werte für eine Bewertung wenig geeignet. Er führt zu nicht signifikanten Korrelationen von 0,35 zwischen den ANN-Lösungsqualitäten und der Problemgröße sowie einer solchen gleichfalls nicht signifikanten - von durchgängig 0,23 zwischen n und den Lösungsqualitäten nach der Verbesserung mittels der NIVD-Heuristik bei verschiedenen Nachbarschaftsgraden. Die zusätzliche Prüfung der Korrelationskoeffizienten nach KENDALL und SPEARMAN führt verfahrenskonsistent zu niedrigeren Korrelationskoeffizienten, die sich allerdings gleichfalls nicht als signifikant erweisen. Vgl. den entsprechenden SPSS-Output in Anhang 22.

dung von Nachbarschaftsgraden g>1 zu keinen erheblichen Verbesserungen der Lösungsqualitäten. 286



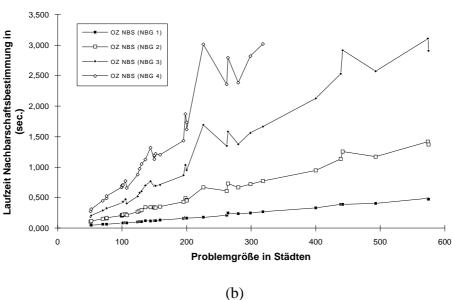


Abb. 62: (a) Entwicklung der Anzahl benötigter Läufe der NIVD-Heuristik (Nachbarschaftsgrade g = 1,2,3,4) in Abhängigkeit von der Problemgröße bei Anwendung auf mittels der "All Nearest Neighbor"-Heuristik erzeugte Rundreisen für die TSP der Gruppen II und III (tw.); (b) Entwicklung der für die Bestimmung der Nachbarschaftsstrukturen im Rahmen der NIVD-Heuristik benötigten Rechenzeit (Nachbarschaftsgrade g = 1,2,3,4) in Abhängigkeit von der Problemgröße für die TSP der Gruppen II und III (tw.).

²⁸⁶ Insbesondere in Relation zum damit verbundenen Aufwand bzgl. der Rechenzeit, vgl. unten.

_

						der NIVD Heuristik g			
		g =			= 2		= 3		= 4
TSP	n	OZ	#VL	OZ	#VL	OZ	#VL	OZ	#VL
EIL51	51	0,536	5	1,852	5	3,537	5	4,953	5
BERLIN52	52	0,536	5	1,637	4	4,049	5	5,931	5
ST70	70	0,600	4	2,217	4	4,534	4	6,970	4
EIL76	76	0,815	5	3,025	5	6,007	5	9,308	5
PR76	76	0,680	4	2,556	4	5,413	4	8,294	4
RAT99	99	0,848	4	3,207	4	6,671	4	10,419	4
KR100A	100	0,863	4	3,336	4	7,025	4	11,403	4
KR100B	100	0,876	4	3,358	4	7,043	4	11,427	4
KR100C	100	1,061	5	4,201	5	8,737	5	14,054	5
KR100D	100	0,873	4	3,353	4	7,110	4	11,496	4
KR100E	100	0,862	4	3,353	4	7,090	4	11,500	4
RD100	100	1,273	6	4,923	6	10,220	6	16,778	6
EIL101	101	0,904	4	3,352	4	6,985	4	11,355	4
LIN105	105	0,957	4	3,596	4	7,657	4	12,531	4
PR107	107	1,016	5	3,200	4	6,530	4	10,371	4
PR124	124	1,185	5	5,120	5	10,705	5	17,700	5
BIER127	127	1,400	5	4,391	4	9,357	4	15,669	4
CH130	130	1,429	5	5,598	5	12,397	5	21,181	5
PR136	136	1,473	4	5,511	4	11,092	4	17,320	4
PR144	144	1,985	7	9,775	7	22,590	7	36,436	7
CH150	150	1,621	5	5,269	4	10,974	4	17,920	4
KR150A	150	1,321	4	3,983	3	8,620	3	14,554	3
KR150B	150	1,656	5	5,316	4	11,472	4	19,222	4
PR152	152	1,607	5	6,334	5	14,277	5	24,961	5
U159	159	1,389	4	5,462	4	11,531	4	19,319	4
RAT195	195	2,102	5	8,135	5	17,097	5	28,358	5
D198	198	2,511	5	9,678	5	21,249	5	36,952	5
KR200A	200	1,801	4	7,238	4	16,125	4	27,848	4
KR200B	200	2,621	6	10,318	6	22,547	6	38,412	6
PR226	226	2,259	5	11,741	4	30,153	4	51,291	4
GIL262	262	4,583	8	14,320	6	32,035	6	47,685	5
PR264	264	4,566	6	17,009	6	37,286	6	66,229	6
A280	280	6,103	9	15,436	6	32,207	6	54,723	6
PR299	299	4,078	6	17,135	6	38,190	6	68,098	6
LIN318	318	4,634	6	15,171	5	33,643	5	60,470	5
Mittelwert		-	5,03		4,66		4,69		4,66

Tab. 49: Ergebnisse der Anwendung der NIVD-Heuristik (Nachbarschaftsgrade g=1,2,3,4) auf mittels der "All Nearest Neighbor"-Heuristik erzeugte Rundreisen für die TSP der Gruppe II: Rechenzeiten in Sekunden (OZ) und Anzahl der benötigten Läufe (#VL).²⁸⁷

Die Untersuchung der erforderlichen Rechenzeiten für die NIVD-Heuristik bei verschiedenen Nachbarschaftsgraden beginnt wiederum mit der Betrachtung der die Laufzeit de-

Ohne Einschluß der für die "All Nearest Neighbor"-Heuristik benötigten Rechenzeiten sowie die Laufzeiten zur Berechnung der VD-Strukturen.

terminierenden Komponente, der erforderlichen Anzahl an Läufen (#VL).²⁸⁸ Die entsprechenden Werte sind zusammen mit den Rechenzeiten für die TSP der Gruppe II bzw. III (tw.) bei verschiedenen Nachbarschaftsgraden in den Tab. 49 und 50 zusammengefaßt; zudem wird die Anzahl erforderlicher Läufe bei verschiedenen Problemgrößen und Nachbarschaftsgraden in der Abb. 62 (a) visualisiert.

		Laufzeit	Laufzeit (OZ) und Anzahl Läufe (#VL) der NIVD-l							
		in Anv	vendung a	uf mittels o	ler "All Ne	earest Neig	hbor"-			
			Heurist	ik generiei	te Rundrei	isen bei				
		g =	g=1 $g=2$				g = 3			
TSP	n	OZ	#VL	OZ	#VL	OZ	#VL			
RD400	400	4,521	5	21,662	6	41,800	5			
PR439	439	7,706	7	22,155	5	49,462	5			
PCB442	442	7,826	7	35,549	7	84,093	7			
D493	493	8,726	8	31,025	7	80,660	8			
U574	574	7,731	6	32,559	6	62,177	5			
RAT575	575	10,084 8 30,479 6 68,943 6								
Mittelwert			6,83 6,17 6							

Tab. 50: Ergebnisse der Anwendung der NIVD-Heuristik (Nachbarschaftsgrade g=1,2,3) auf mittels der "All Nearest Neighbor"-Heuristik erzeugte Rundreisen für die TSP der Gruppe III (tw.): Rechenzeiten in Sekunden (OZ) und Anzahl der benötigten Läufe (#VL).²⁸⁹

Es zeigt sich, daß die erforderliche Anzahl an Läufen für sämtliche TSP der Gruppen II und III (tw.) unabhängig vom Nachbarschaftsgrad niemals größer als neun ist; im Durchschnitt über alle TSP werden (bei g=1) 5,29 Läufe benötigt.²⁹⁰ Bei der Verbesserung zufällig erzeugter Rundreisen mittels der NIVD-Heuristik (g=1) waren maximal (unter Auslassung des oben kommentierten Ausreißers TSP PR226) ca. 20 und durchschnittlich 13,57 Läufe erforderlich. Die günstigere lokale Strukturierung der für die Verbesserung vorgegebenen Rundreise reduziert folglich die notwendige Anzahl an Läufen erheblich. - Abb. 62 (a) visualisiert die notwendige Anzahl an Läufen bei unterschiedlichen Nachbarschaftsgraden. Obgleich die Daten große Sprünge (bei einer dennoch geringen Streuung, bei g=1 beträgt die Stichproben-Standardabweichung 1,31) aufweisen, ist noch immer ein schwacher linearer Zusammenhang zwischen der Problemgröße und der notwendigen Anzahl an Läufen zu erkennen. Eine Erhöhung des Nachbarschaftsgrades bewirkt zumeist ein Sinken der Anzahl notwendiger Läufe; dieses Phänomen wurde schon oben beobachtet und erklärt. Es zeigt sich nunmehr allerdings nicht mehr so deutlich ausgeprägt.

Die Rechenzeiten werden wie bereits oben ohne die für die Berechnung der VD-Strukturen notwendigen Laufzeiten ausgewiesen.

Ohne Einschluß der für die "All Nearest Neighbor"-Heuristik sowie die zur Bestimmung der VD-Strukturen benötigten Rechenzeiten.

Die Bildung von Durchschnittswerten ist in diesem Fall trotz der Abhängigkeitsbeziehung zwischen der Anzahl an Läufen und *n* zulässig, da folgend nur mit der Gesamtheit der verbesserten Lösungsqualitäten aus Abschnitt 5.3.2.2 verglichen wird.

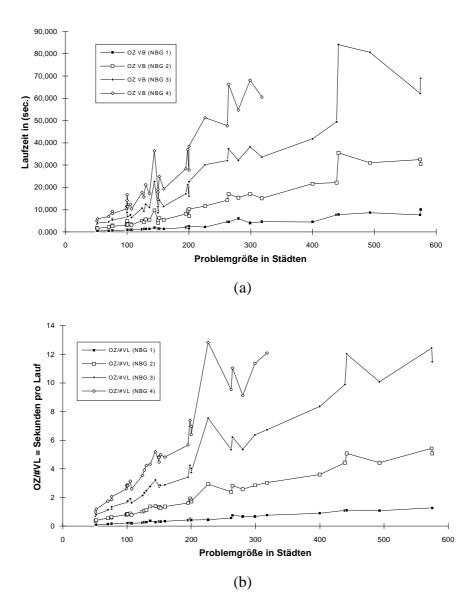


Abb. 63: Entwicklung der Rechenzeit der NIVD-Heuristik (Nachbarschaftsgrade *g* = 1,2,3,4) in Abhängigkeit von der Problemgröße bei Anwendung auf mittels der "All Nearest Neighbor"-Heuristik erzeugte Rundreisen für die TSP der Gruppen II und III (tw.): (a) Gesamte Rechenzeit (OZ); (b) Gesamte Rechenzeit geteilt durch die Anzahl der benötigten Läufe, d.h. Rechenzeit pro Lauf.²⁹¹

Als tendenzielle "Ausreißer" hinsichtlich der erforderlichen Anzahl an Läufen erscheinen noch immer bevorzugt Bohrplatinenprobleme, bei denen die Städte in regelmäßigen Mustern angeordnet sind. Die Anzahl derselben und die Stärke der Abweichung sind jedoch erheblich gesunken; im Falle des TSP PR226 wird sogar eine bezüglich der Problemgröße unterdurchschnittliche Anzahl an Läufen benötigt. Diese Erscheinungen können mit der deutlich besseren lokalen Strukturierung der zu verbessernden Rundreisen durch die ANN-Heuristik erklärt werden.

Vgl. auch Tab. 49 und 50; ohne Einschluß der für die "All Nearest Neighbor"-Heuristik benötigten Rechenzeiten.

Die für die Bestimmung der jeweiligen Nachbarschaften festgelegten Nachbarschaftsgrades erforderliche Rechenzeit (OZ NBS) als Komponente der gesamten Rechenzeit (OZ) - wiedergegeben in den Tab. 49 und 50 und dargestellt in Abb. 62 (b) - verhält sich entsprechend den Voraussagen und Beobachtungen früherer Abschnitte. Sie wächst im Prinzip linear mit wachsender Problemgröße, wobei die konkreten VD-Strukturen (respektive die Anzahl an Nachbarn in denselben) einen immer stärkeren Einfluß zeigen, je höher der Nachbarschaftsgrad g gewählt wird. Hinsichtlich des bislang bezüglich Lösungsqualität und Rechenzeiten als bevorzugt erscheinenden Nachbarschaftsgrades g=1 sind sie vernachlässigbar.

Die gesamten Rechenzeiten (OZ) schließlich, welche in den Tab. 49 und 50 präsentiert und in Abb. 63 (a) visualisiert werden, weisen einen gleichfalls tendenziell linearen Verlauf in Abhängigkeit von der Problemgröße auf. Auch dieser wird jedoch bei steigendem Nachbarschaftsgrad immer stärker durch die konkreten räumlichen Strukturen bzw. Städtemuster der einzelnen TSP beeinflußt. Bei einer Approximation durch eine lineare Funktion (ohne Konstante) im Rahmen einer Regressionsanalyse ergeben sich für g=1 und g=2 die Bestimmtheitsmaße zu $r^2\approx 0.95$; bei g=3 und g=4 fallen dieselben leicht auf $r^2\approx 0.94$ ab. $r^2\approx 0.94$ ab.

Es bietet sich nun an, eine Betrachtung unter Ausschluß der rechenzeitbestimmenden Determinante "Anzahl Läufe" vorzunehmen. Zu diesem Zweck werden die sich jeweils ergebenden gesamten Rechenzeiten durch die jeweilige Anzahl Läufe geteilt. Das Ergebnis ist die Größe "Rechenzeit pro Lauf" für ein bestimmtes TSP bei einem festgelegten Nachbarschaftsgrad. Abb. 63 (b) stellt dieselbe in Abhängigkeit von der Problemgröße für die TSP der Gruppen II und III (tw.) dar. Es wird deutlich, daß das Ausmaß der durch strukturelle Eigenschaften der TSP bedingten Abweichungen von der linearen Tendenz teilweise abnimmt, sich aber auch teilweise verändert. So werden sie für das TSP PR226, welches oben bereits als "Ausreißer" gekennzeichnet wurde, erheblich deutlicher. Im Hinblick auf den für den praktischen Einsatz am zweckdienlichsten erscheinenden Nachbarschaftsgrad g=1 ergeben sich keine nennenswerten Veränderungen hinsichtlich der Abweichungen von der linearen Tendenz.

Der Vergleich der hier erzielten Ergebnisse mit jenen von REINELT (1994) scheitert wiederum an einem gänzlich anderen Vorgehen dieses Autors.²⁹³ Er wendet bereits die NN-Heuristik in einer anderen Variante an. Dabei nutzt er die zehn nächsten aus der Delaunay-Struktur entnehmbaren Nachbarn als Kandidatenstruktur bei der Suche nach den nächsten Nachbarn.²⁹⁴ Die Details der Implementierung bleiben jedoch unklar: REI-NELT (1994) weist darauf hin, daß er die "fast version" der Heuristik verwende; in seinen vorherigen Ausführungen zur NN-Heuristik wird jedoch keine der dort dargestellten vier Varianten ausdrücklich als "fast version" bezeichnet. Zudem führt der Autor seine NN-Heuristik nicht als ANN aus, sondern bildet nur für *eine* Stadt des TSP als Startort

²⁹² Vgl. auch die entsprechenden SPSS-Outputs in Anhang 23.

²⁹³ Vgl. REINELT (1994), S. 102; zur Darstellung der Varianten der NN-Heuristik vgl. S. 73 ff.

Die speziellen Probleme der Nutzung einer begrenzten Zahl nächster Nachbarn im Rahmen einer Heuristik wurden bereits im Abschnitt 5.3.2.4 angesprochen.

eine Rundreise. Diese wählt er als Nummer $\frac{n}{2}$. Damit wird aus den n verfügbaren NN-Rundreisen eine einzige zufällig ausgewählt; dieses Vorgehen scheint nicht unbedingt sinnvoll. Zudem gibt REINELT (1994) keine Anweisung, wie zu verfahren ist, wenn das TSP eine ungerade Anzahl von Städten hat. Die Art und Weise der Implementierung der NI-Heuristik des Autors wurde, soweit aus seiner Darstellung erkenntlich, bereits im Abschnitt 5.3.2.2 dargestellt. - Unter den untersuchten Problemen finden sich nunmehr vier, welche auch im Rahmen dieser Arbeit verwendet wurden.²⁹⁵ Für diese ergeben sich bei REINELT (1994) überwiegend schlechtere Lösungsqualitäten als die hier bei verschiedenen Nachbarschaftsgraden ausgewiesenen. - Im Durchschnitt erreicht REINELT (1994) bezüglich der von ihm betrachteten 24 Testprobleme, für welche Rundreisen mittels seiner Variante der NN-Heuristik gebildet und mittels der NI-Heuristik verbessert wurden, eine Lösungsqualität von 16,59%>OLN. Dieselbe ist jedoch nicht mit der hier erreichten durchschnittlichen Lösungsqualität (über alle einbezogenen TSP 8,58 %>OLN) vergleichbar: Zum einen hat REINELT (1994) überwiegend wesentlich größere Probleme untersucht, zum anderen differieren - wie erörtert - seine Implementierungen der Verfahren erheblich.

Die aus diesem und dem vorherigen Abschnitt gewonnenen Einsichten hinsichtlich der Leistungsfähigkeit der NIVD-Heuristik können nunmehr in den folgenden Feststellungen zusammengefaßt werden:

- Das Verfahren vermag lokale Restrukturierungen im Sinne von Verbesserungen der vorliegenden Rundreise vorzunehmen, kann aber globale Probleme nicht beheben. Folglich sollte das vorab eingesetzte Konstruktionsverfahren, respektive die Eröffnungsheuristik, eine hinsichtlich der "groben" Streckenführung möglichst günstige Rundreise erzeugen.
- Höhere Nachbarschaftsgrade als g = 1 vermögen entsprechend der Logik des Verfahrens keine wesentlichen Verbesserungen der Lösungsqualität mehr zu leisten. Sie können sogar zu einer Verschlechterung führen. In jedem Fall erhöhen sie jedoch die benötigte Rechenzeit erheblich. Folglich scheint es wenig effizient, g > 1 zu wählen.
- Die von der Heuristik benötigte Rechenzeit zeigt für g = 1 wiederum entsprechend der Logik des Verfahrens einen tendenziell linearen Verlauf in Abhängigkeit von der Problemgröße. Einfluß auf die Rechenzeit hat aber zusätzlich auch die räumliche Strukturierung der Städte des TSP, die sich in der VD-Struktur widerspiegelt. Insbesondere scheint das Verfahren auf bestimmte Städtemuster, wie sie z.B. bei den untersuchten Bohrplatinenproblemen auftauchen, in Abhängigkeit von der lokalen Strukturierung der Ausgangsrundreise sensibel zu reagieren. Dies drückt sich u.a. in der benötigten Anzahl Läufe des Verfahrens aus. In Extremfällen sind folglich Abweichungen von der prognostizierten linearen Rechenzeit zu erwarten.

Abschließend wird nun im folgenden Abschnitt die NIVD-Heuristik auf die mittels der CHI-TICI-Heuristik erzeugten Rundreisen angewandt. Während die bislang untersuchten Verbesserungen von zufälligen bzw. mit der ANN-Heuristik gebildeten Rundreisen eher einer neutralen, nachvollziehbaren Einschätzung der Leistungsfähigkeit der NIVD-Heuristik dienten, soll im folgenden das Zusammenwirken derselben mit einem komplexeren Konstruktionsverfahren im Hinblick auf eine praktische Einsetzbarkeit evaluiert werden.

²⁹⁵ Es sind die TSP D198, LIN318, PCB442 und U574.

5.3.2.4. Anwendung der "Node Insertion"-Heuristik unter Nutzung von Voronoi-/Delaunay-Strukturen auf mittels der CHI-TICI-Heuristik erzeugte Rundreisen

Im Abschnitt 5.3.1.6 wurde die auf der klassischen CHI-Heuristik basierende CHI-TICI-Heuristik vorgestellt, welche VD-Strukturen zur Rechenzeitverkürzung nutzt. Mit der gewünschten Reduzierung der durchschnittlichen Laufzeit in Abhängigkeit von der Problemgröße ging jedoch eine deutliche Verschlechterung der Lösungsqualität (im Vergleich mit der klassischen CHI-Heuristik sowie gemessen an einem subjektiven Anspruchsniveau) einher. Es soll folgend untersucht werden, ob die Lösungsqualität durch die Behandlung der sich ergebenden Rundreisen mittels der NIVD-Heuristik wesentlich verbessert werden kann. Darüber hinaus sollen die von der Kombination der Heuristiken benötigte Rechenzeit sowie die isolierte Rechenzeit der NIVD-Heuristik analysiert werden. Letztlich wird der Frage nachgegangen, ob die Kombination der beiden Heuristiken der klassischen CHI-Heuristik bzw. der CHI-TA-Heuristik überlegen ist.

Der Parameter "Abbruchquote" (ABQ) der CHI-TICI-Heuristik wird hier zwischen 0% und 25% variiert. Hinsichtlich des Parameters "Nachbarschaftsgrad" (g) der NIVD-Heuristik wird nur mit g=1 gearbeitet. Es wurde in den vorherigen Abschnitten ausführlich aufgezeigt, daß ein höherer Nachbarschaftsgrad nur zu geringfügigen Verbesserungen - gegebenenfalls sogar Verschlechterungen - der Lösungsqualität führt, jedoch die benötigte Rechenzeit erheblich erhöht. 296

Abb. 64 zeigt den Zusammenhang zwischen der Wahl der ABQ und den sich für die TSP der Gruppen II, III (tw.) sowie sämtliche TSP ergebenden durchschnittlichen Lösungsqualitäten für die Kombination der beiden Heuristiken auf. Im Vergleich mit den entsprechenden Werten für die isolierte CHI-TICI-Heuristik zeigt sich eine erhebliche Verbesserung der Lösungsqualitäten.²⁹⁷ Während für die Gruppe II (Gruppe III (tw.), sämtliche untersuchten TSP) zuvor bestenfalls durchschnittliche Lösungsqualitäten von rund 8% (10%, 8,2%) erreicht wurden, ergeben sich diese nunmehr zu rund 4,5% (5,6%, 4,6%) (%>OLN). Bemerkenswert ist insbesondere, daß die bestenfalls erreichten durchschnittlichen Lösungsqualitäten sich gerade für die größeren TSP der Gruppe III (tw.) stärker verbessert haben als für die kleineren der Gruppe II. - Hinsichtlich jener ABQ, bei denen die besten durchschnittlichen Lösungsqualitäten zu beobachten sind, ist eine deutliche Steigerung festzustellen. Betrug dieselbe bei der isolierten CHI-TICI-Heuristik für die Gruppe II (Gruppe III (tw.)) noch 7% (4%), so ist sie nunmehr auf 16% (15%) gestiegen. Augenscheinlich bietet eine höhere ABQ der NIVD-Heuristik bei g = 1 hier ein höheres Potential für Verbesserungen, d.h. die bei einer höheren ABQ durch die CHI-TICI-Heuristik erzeugte Strukturierung der Rundreise ist günstiger für die durch die NIVD-Heuristik vorzunehmende Neupositionierung von Städten in derselben. Dies kann mit der Tatsache erklärt werden, daß aus der unspezifizierteren Einfügung über das Kriterium "Cheapest Insertion" im Schritt 4 der CHI-TICI-Heuristik (statt über die "Triangle Insertion" in Schritt 3) zwar zum einen zunächst eine schlechtere Lösungsqualität, aber zum anderen auch ein höherer Freiheitsgrad für die anschließenden Operationen der NIVD-Heuristik resultiert. Diese beiden Aspekte gehen bei den ABQ 15%

Vgl. zu den Auswirkungen höherer Nachbarschaftsgrade der NIVD-Heuristik auf die Rechenzeit die vorstehenden Abschnitte 5.3.2.2 und 5.3.2.3.

²⁹⁷ Vgl. Abb. 55 im Abschnitt 5.3.1.6.

bzw. 16% ihre - hinsichtlich der letztendlichen Lösungsqualität - günstigste Kombination ein. - Weiterhin ist festzustellen, daß die Differenz zwischen jenen ABQ, für welche sich bei den Gruppen II und III (tw.) jeweils die beste durchschnittliche Lösungsqualität ergibt, deutlich gesunken ist. Dies kann mit der Tatsache begründet werden, daß die an eine eher einheitlichere ABQ gebundene "Strukturierungsleistung" der CHI-TICI-Heuristik im Sinne einer Vorarbeit für die NIVD-Heuristik eine so hohe Bedeutung hat, daß der zwischenzeitliche Unterschied in den Lösungsqualitäten nach Abschluß ersterer Heuristik nur noch eine geringe Rolle für das Endergebnis spielt. Diese Erklärung für dieses Phänomen bleibt jedoch zwangsläufig wenig valide, da die Anzahl der in der Gruppe III (tw.) vertretenen TSP zu gering ist. Es bedürfte einer Untersuchung mit einer höheren Anzahl größerer TSP, um diese Hypothese zu festigen.

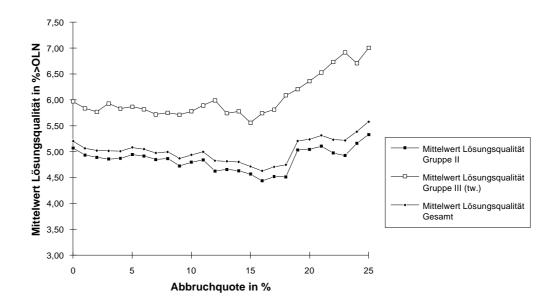


Abb. 64: Entwicklung der durchschnittlichen Lösungsqualität der CHI-TICI-Heuristik mit Nachbesserung der Rundreisen durch die NIVD-Heuristik (g=1) für die TSP der Gruppen II und III (tw.) sowie der Gesamtheit der untersuchten TSP bei einer Variation der Abbruchquote zwischen 0% und 25%.

Die Tab. 51, 52 und 53 geben die mit den kombinierten Heuristiken erzielten Lösungsqualitäten für die ABQ 15% und 16% sowie den Nachbarschaftsgrad g=1 wieder. Des weiteren wird die Verbesserung, welche die NIVD-Heuristik gegenüber der aus der CHI-TICI-Heuristik übergebenen Rundreise realisieren kann, explizit ausgewiesen. Die notwendige Anzahl an Läufen des Verbesserungsverfahrens wird nur in den Tab. 51 und 52 angegeben. Schließlich werden zum Vergleich die bei Verwendung der unmodifizierten CHI-TA- bzw. der klassischen CHI-Heuristik resultierenden Lösungsqualitäten aufgeführt.

Es zeigt sich, daß die durch die NIVD-Heuristik bei g=1 realisierbare Verbesserung der durchschnittlichen Lösungsqualität der CHI-TICI-Heuristik beträchtlich ist; sie beträgt für (a) die Gruppe II, (b) die Gruppe III (tw.), (c) die Gesamtheit der untersuchten TSP je nach ABQ zwischen ca. (a) 4,3% und 4,6%, (b) 5% und 5,5% sowie (c) 4,5% und 4,7%. Pauschal ausgedrückt hat das nachgeschaltete Verbesserungsverfahren die durch-

schnittliche Lösungsqualität also noch einmal (bezogen auf die hier gewählte Notation) halbiert.

		CHI-TA CHI-TICI, ABQ 15%, NIVD $(g=1)$					CHI-TICI, ABQ 16%, NIVD $(g = 1)$					
TSP	n		vor	nach	Ver-		vor	nach	Ver-			
			NIVD	NIVD	besse-		NIVD	NIVD	besse-			
		% über	% über	% über	rung	Läufe	% über	% über	rung	Läufe		
		OLN	OLN	OLN	%	NIVD	OLN	OLN	%	NIVD		
EIL51	51	6,32	9,67	3,99	5,68	4	9,67	3,99	5,68	4		
BERLIN52	52	2,43	13,63	4,94	8,69	4	14,33	4,94	9,39	4		
ST70	70	5,34	4,94	4,40	0,54	3	4,94	4,40	0,54	3		
EIL76	76	7,89	7,45	6,64	0,81	4	7,44	6,76	0,68	4		
PR76	76	2,32	7,13	4,41	2,72	4	6,66	3,94	2,72	4		
RAT99	99	5,36	10,50	4,69	5,81	4	10,72	4,71	6,01	4		
KR100A	100	1,83	4,26	0,02	4,24	4	4,26	0,02	4,24	4		
KR100B	100	1,34	4,13	2,92	1,21	4	4,13	2,92	1,21	4		
KR100C	100	2,29	9,21	5,04	4,17	4	11,90	2,72	9,18	4		
KR100D	100	3,02	10,59	1,67	8,92	6	10,14	1,74	8,40	5		
KR100E	100	4,54	2,28	1,77	0,51	3	2,28	1,77	0,51	3		
RD100	100	4,38	10,40	1,26	9,14	5	10,40	1,26	9,14	5		
EIL101	101	6,54	10,94	7,06	3,88	4	10,94	7,06	3,88	4		
LIN105	105	2,39	3,37	0,73	2,64	4	3,37	0,73	2,64	4		
PR107	107	2,44	11,95	11,39	0,56	3	12,07	10,57	1,50	4		
PR124	124	4,02	2,82	1,41	1,41	5	2,82	1,41	1,41	5		
BIER127	127	5,57	14,07	7,88	6,19	4	14,18	7,88	6,30	4		
CH130	130	6,73	10,70	7,93	2,77	3	10,70	7,93	2,77	3		
PR136	136	4,43	9,02	5,21	3,81	4	9,02	5,21	3,81	4		
PR144	144	4,92	9,72	3,17	6,55	7	10,38	3,17	7,21	7		
CH150	150	5,29	6,43	2,43	4,00	5	6,18	2,43	3,75	5		
KR150A	150	4,16	14,08	5,66	8,42	5	14,08	5,66	8,42	5		
KR150B	150	4,12	11,14	5,30	5,84	5	11,50	5,30	6,20	5		
PR152	152	5,31	9,37	5,12	4,25	4	9,37	5,12	4,25	4		
U159	159	6,71	8,32	3,24	5,08	5	8,32	3,67	4,65	5		
RAT195	195	7,37	9,43	3,43	6,00	5	9,43	3,43	6,00	5		
D198	198	2,58	5,55	3,72	1,83	4	5,55	3,72	1,83	4		
KR200A	200	4,11	13,00	5,04	7,96	6	13,48	4,45	9,03	6		
KR200B	200	5,12	7,58	3,95	3,63	4	7,27	3,64	3,63	4		
PR226	226	4,34	5,74	4,66	1,08	3	5,74	4,66	1,08	3		
GIL262	262	8,13	9,80	6,52	3,28	4	10,04	5,60	4,44	4		
PR264	264	8,15	15,51	8,30	7,21	6	15,51	8,30	7,21	6		
A280	280	5,59	7,45	3,57	3,88	5	7,73	3,57	4,16	5		
PR299	299	5,33	7,13	4,46	3,44	3	7,99	4,64	3,35	4		
LIN318	318	8,56	14,00	7,89	6,11	5	14,00	7,89	6,11	5		
Mittelwert	2 1 0	4,83	8,92	4,57	4,35		9,04	4,44	4,61			
Stdabw.		1,95	3,44	2,42	2,57		3,56	2,35	2,74			
Maximum		8,57	15,51	11,39	9,14		15,51	10,57	9,39			
Minimum		1,35	2,28	0,02	0,51		2,28	0,02	0,51			

Tab. 51: Ergebnisse der Anwendung der NIVD-Heuristik (Nachbarschaftsgrad g=1) auf die mittels der CHI-TICI-Heuristik für die TSP der Gruppe II erzeugten Rundreisen: Lösungsqualitäten (% über OLN) vor und nach Einsatz des Verbesserungsverfahrens; Verbesserung der Lösungsqualität in %; Anzahl der notwendigen Läufe der NIVD-Heuristik. Ergänzend die mit der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik realisierten Lösungsqualitäten (Spalte 3).

		CHI-TA	CHI-TIC	CI, ABQ 1	15%, NIVI	O(g = 1)	CHI-TICI, ABQ 16%, NIVD $(g = 1)$					
TSP	n	% über OLN	vor NIVD % über OLN	nach NIVD % über OLN	Ver- besse- rung %	Läufe NIVD	vor NIVD % über OLN	nach NIVD % über OLN	Ver- besse- rung %	Läufe NIVD		
RD400	400	8,10	9,43	4,91	4,52	5	10,55	5,82	4,73	5		
PR439	439	7,03	8,85	5,47	3,38	6	9,60	5,47	4,13	6		
PCB442	442	11,70	13,28	5,60	7,68	4	13,91	5,64	8,27	5		
93	93	7,66	9,73	4,77	4,96	5	9,64	4,55	5,09	5		
74	74	8,16	11,20	5,87	5,33	5	11,79	6,15	5,64	5		
T575	75	10,05	11,27	6,72	4,55	6	11,89	6,82	5,07	6		
Mittelwert		8,78	10,63	5,56	5,07		11,23	5,74	5,49			
Stdabw.		1,75	1,62	0,71	1,44		1,65	0,76	1,45			
Maximum		11,70	13,28	6,72	7,68		13,91	6,82	8,26			
Minimum		7,03	8,85	4,77	3,39		9,60	4,55	4,13			

Tab. 52: Ergebnisse der Anwendung der NIVD-Heuristik (Nachbarschaftsgrad g=1) auf die mittels der CHI-TICI-Heuristik für die TSP der Gruppe III (tw.) erzeugten Rundreisen: Lösungsqualitäten (% über OLN) vor und nach Einsatz des Verbesserungsverfahrens; Verbesserung der Lösungsqualität in %; Anzahl der notwendigen Läufe der NIVD-Heuristik. Ergänzend die mit der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik realisierten Lösungsqualitäten (Spalte 3).

	CHI-TA	CHI-TICI,	CHI-TICI,		CHI-TICI,	CHI-TICI,	
		ABQ 15%	ABQ 15%,		ABQ 16%	ABQ 16%,	
			NIVD $(g = 1)$			NIVD $(g = 1)$	
	% über	% über	% über	Verbesse-	% über	% über	Verbesse-
	OLN	OLN	OLN	rung %	OLN	OLN	rung %
Mittelwert	5,41	9,17	4,71	4,46	9,36	4,63	4,74
Stdabw.	2,37	3,29	2,27	2,44	3,43	2,23	2,60
Maximum	11,70	15,51	11,39	9,14	15,51	10,57	9,39
Minimum	1,35	2,28	0,02	0,51	2,28	0,02	0,51

Tab. 53: Zusammenfassung der Ergebnisse der Anwendung der NIVD-Heuristik (Nachbarschaftsgrad g=1) auf die mittels der CHI-TICI-Heuristik für die TSP der Gruppen II, III (tw.) erzeugten Rundreisen: Lösungsqualitäten (% über OLN) vor und nach Einsatz des Verbesserungsverfahrens; Verbesserung der Lösungsqualität in %. Zum Vergleich ergänzend die mit der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik realisierten Lösungsqualitäten.

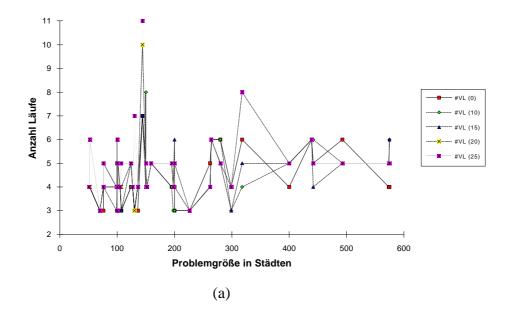
Auch hinsichtlich sämtlicher anderer hier angegebener Kenngrößen der Lösungsqualität lassen sich durchgängig Verbesserungen konstatieren: Für die hier untersuchten TSP aller Gruppen sind die Streuung der Lösungsqualitäten (gemessen in Form der Stichproben-Standardabweichung) sowie Minimum und Maximum gegenüber den nach der CHI-TICI-Heuristik vorliegenden Rundreisen gesunken. Vergleicht man die Daten der Tab. 42, 43 und 44 im Abschnitt 5.3.1.6 (CHI-TICI-Heuristik ohne NIVD-Verbesserung) mit den hier vorliegenden Ergebnissen, so zeigt sich ebenfalls eine durchgän-

gige Verbesserung der durchschnittlichen Lösungsqualität sowie sämtlicher anderer Kenngrößen hinsichtlich aller TSP-Gruppen. Im Vergleich mit der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik bzw. der klassischen CHI-Heuristik erweisen sich die durchschnittliche Lösungsqualität und sämtliche Kenngrößen wohl bezüglich der Gesamtheit aller TSP, nicht jedoch in den einzelnen Gruppen als überlegen. Der Frage, ob damit behauptet werden kann, daß die CHI-TICI-Heuristik in Kombination mit der NIVD-Heuristik der klassischen CHI-Heuristik überlegen ist, soll jedoch erst später diskutiert werden.

Erhöht man den beim Einsatz der NIVD-Heuristik gewählten Nachbarschaftsgrad, so ergeben sich - wie nach den Erfahrungen der Abschnitte 5.3.2.2 und 5.3.2.3 zu erwarten war - nur geringfügig bessere Lösungsqualitäten. So sinken bei z.B. g=2 (und der ABQ 15%) die für die Gruppe II (Gruppe III tw.) erzielbaren durchschnittlichen Lösungsqualitäten lediglich von 4,57% (5,56%) auf 4,54% (5,52%) (jeweils %>OLN). Erhöht man bei gleicher ABQ den Nachbarschaftsgrad auf g=3, so ergeben sich Lösungsqualitäten von 4,56% (5,52%). Dabei vervielfachen sich bereits bei g=2 die Rechenzeiten - in Abhängigkeit von der Problemgröße - um das drei- (n=51) bis fünffache (n=574) gegenüber g=1. Folglich ist, wie bereits oben ausgeführt wurde, eine Erhöhung des Nachbarschaftsgrades indiskutabel und bedarf hier keiner weiteren Betrachtung mehr.

Bevor auf die aus der Kombination beider Heuristiken resultierenden Rechenzeiten sowie die isolierte Rechenzeit der NIVD-Heuristik eingegangen werden kann, bedarf es einer Betrachtung der wichtigsten Determinante der Rechenzeit des Verbesserungsverfahrens: der notwendigen Anzahl Läufe bis zur Erfüllung des Kriteriums des Schrittes 3 der Heuristik, welche dieselbe terminiert. Denn gerade die Anzahl der notwendigen Läufe ist aufgrund ihrer Abhängigkeit von der Struktur der vorliegenden Rundreise bzw. der räumlichen Strukturierung des TSP schwerlich prognostizierbar. Es ist folglich zu überprüfen, ob die oben im Rahmen der Verbesserung zufälliger und mittels der "All Nearest Neighbors"-Heuristik erzeugter Rundreisen getroffenen Feststellungen über die benötigte Anzahl an Läufen auch hier Gültigkeit haben.

Abb. 65 (a) dokumentiert die Anzahl der notwendigen Läufe bei unterschiedlichen Problemgrößen (TSP der Gruppen II und tw. III) und ABQ der CHI-TICI-Heuristik; Abb. 65 (b) hingegen weist dieselbe nur für die ABQ 15% aus. Es läßt sich beobachten, daß die Anzahl der notwendigen Läufe des Verbesserungsverfahrens zwar mit steigender Problemgröße geringfügig wächst; dieses Wachstum zeigt sich jedoch als noch weniger deutlich bzw. signifikant als in den Abschnitten 5.3.2.2 und 5.3.2.3. Die ABQ zeigt einen gewissen Einfluß, der allerdings auch nicht eindeutig gerichtet ausfällt (z.B. überwiegend steigende Anzahl der Läufe bei wachsender ABQ). Als zentrale Einflußgröße verbleiben daher die Struktur der durch die CHI-TICI-Heuristik erzeugten Rundreise sowie die räumliche Verteilung der Städte der TSP, die sich jedoch nicht eindeutig quantifizieren lassen. Zu konstatieren ist letztlich, daß aus der Anzahl der notwendigen Läufe des Verbesserungsverfahrens als theoretisch schwer prognostizierbarer Determinante ihrer Rechenzeit aufgrund der empirischen Befunde kein mit der Problemgröße überproportional wachsender Zeitbedarf resultiert.



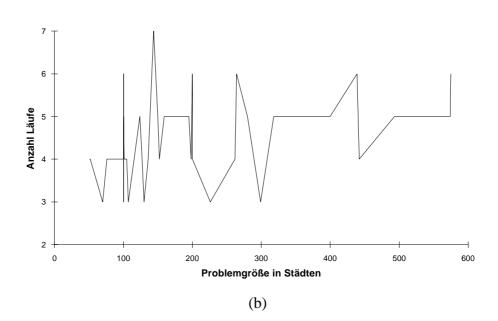


Abb. 65: Anzahl notwendiger Läufe (#VL (ABQ)) der NIVD-Heuristik (g = 1) in Abhängigkeit von der Problemgröße (TSP der Gruppen II und tw. III) bis zur Erfüllung des Abbruchkriteriums nach Schritt 3 des Verbesserungsverfahrens bei der Behandlung der durch die CHI-TICI-Heuristik erzeugten Rundreisen: (a) für verschiedene Abbruchquoten (ABQ), (b) für die Abbruchquote 15%.

Die von der Kombination der beiden Heuristiken benötigte Gesamtrechenzeit für ausgewählte ABQ wird in Abb. 66 visualisiert.²⁹⁸ Es ist zu erkennen, daß auch hier - wie bei

Vgl. zur vollständigen Wiedergabe der Rechenzeiten für alle ABQ zwischen 0% und 25% Anhang
 24. Die Rechenzeiten werden - wie oben - unter Ausschluß der für die Ermittlung der VD-Strukturen benötigten Zeiten angegeben, d.h. dieselben werden als vorliegend angesehen.

der isolierten CHI-TICI-Heuristik - gilt, daß eine Erhöhung der ABQ die Rechenzeit mindert. Dieses Phänomen wurde bereits oben erklärt. Eine Kurvenanpassung im Rahmen der Regressionsanalyse führt für die - oben für die Probleme der Gruppe III (tw.) als günstigst erkannte - ABQ von 16% zu einer qualitativ guten ($r^2 = 0.98$) Approximation der Rechenzeit durch den Ausdruck $Z(n, ABQ = 16\%, g = 1) = 0.0095n + 2.5576 \times 10^{-5} n^2.^{299}$ Dabei zeigen sich sowohl die gesamte Regressionsbeziehung als auch die Koeffizienten als signifikant. Die Residuen sind nicht vollständig normalverteilt und deuten einen leichten Trend an; angesichts ihrer geringen absoluten Höhe ist dieser jedoch vernachlässigbar. Die Größe eines mit der eingesetzten Hard- und Software lösbaren Problems *sinkt* gegenüber der isolierten CHI-TICI-Heuristik (ABQ 4%, 7%) auf n = 3.244.

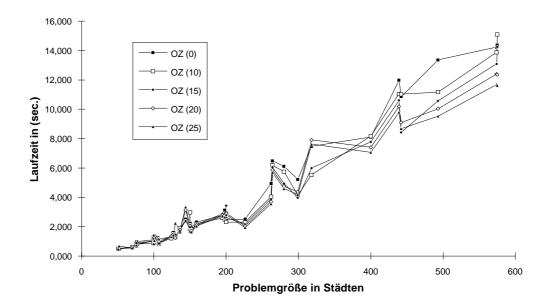


Abb. 66: Entwicklung der Rechenzeit der Kombination aus CHI-TICI-Heuristik mit verschiedenen Abbruchquoten (OZ(ABQ)) und des Verbesserungsverfahrens NIVD (g=1) bei steigender Problemgröße (TSP-Gruppen II und tw. III).

Betrachtet man nunmehr die konkrete Laufzeit der NIVD-Heuristik für mit verschiedenen ABQ durch die CHI-TICI-Heuristik erzeugte Rundreisen in Abb. 67 (a), so wird einerseits die erhebliche Streuung, andererseits der tendenziell lineare Verlauf in Abhängigkeit von der Problemgröße deutlich. Aufgrund der erheblichen Streuung ist die Qualität linearer Regressionen unzureichend; dieselben erweisen sich nur für auch hinsichtlich der Lösungsqualität gleichfalls günstige ABQ als halbwegs angemessen (z.B. ABQ 0%: $r^2 = 0.93$; ABQ 9%: $r^2 = 0.92$; ABQ 16%: $r^2 = 0.96$; ABQ 25%: $r^2 = 0.94$). 300 Die Beziehung zwischen ABQ und Laufzeit kann als schwach positiv korreliert charakterisiert werden, d.h. bei erhöhter ABQ steigt tendenziell auch die Laufzeit an. Die Korrelation zeigt sich jedoch als wenig signifikant.

²⁹⁹ Vgl. - auch zur Approximation für die ABQ 15% - die SPSS-Ausgabe in Anhang 25.

Vgl. - auch im folgenden - die SPSS-Ausgabe im Anhang 26.

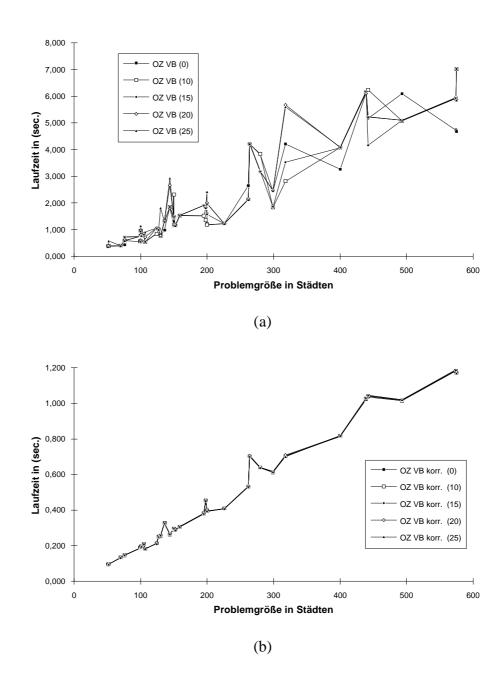


Abb. 67: Rechenzeiten des NIVD-Verbesserungsverfahrens (*g* = 1) bei der Behandlung der durch die CHI-TICI-Heuristik erzeugten Rundreisen für verschiedene Abbruchquoten (ABQ) und verschiedene Problemgrößen (TSP der Gruppen II und tw. III): (a) Absolute Rechenzeiten (OZ VB (ABQ)), (b) Rechenzeiten geteilt durch die Anzahl der notwendigen Läufe des NIVD-Verfahrens bis zur Erfüllung des Abbruchkriteriums in Schritt 3 der Heuristik (OZ VB korr. (ABQ)).

Betrachtet man nur die für einen einzelnen Lauf der NIVD-Heuristik erforderliche Zeitspanne in Abhängigkeit der Problemgröße (teilt also die Laufzeit durch die Anzahl der notwendigen Läufe), so ergibt sich die Darstellung in Abb. 67 (b). Die für einen einzigen Lauf erforderliche Zeitspanne erweist sich, wie an der nahezu vollkommenen Deckungsgleichheit der Verläufe in Abb. 67 (b) zu erkennen ist, als von der ABQ fast gänzlich un-

abhängig. Sie läßt sich mit hoher Qualität im Rahmen einer Regressionsanalyse linear approximieren (r^2 unabhängig von der ABQ durchgängig um 0,98). Zudem weist sie nur eine geringe Streuung auf, welche, wie bereits oben erläutert wurde, auf die räumlichen Strukturen der einzelnen TSP zurückzuführen ist. Wie bereits aufgrund plausibler Vorüberlegungen zu schließen war, wirkt sich folglich die Strukturierung der der NIVD-Heuristik vorgegebenen Rundreise hauptsächlich auf die Anzahl der notwendigen Läufe, weniger jedoch auf die Rechenzeit eines einzelnen Laufes aus. Damit verbleibt erstere als Unsicherheitsfaktor bzw. Ursache der beobachteten Streuungen der gesamten Laufzeit beim Einsatz des Verbesserungsverfahrens.

Vergleicht man nun die quadratischen (im Rahmen der Regressionsanalysen ermittelten) Approximationen der Rechenzeiten der isolierten CHI-TICI-Heuristik mit jener ihrer Kombination mit der NIVD-Heuristik, so tritt ein Paradoxon auf, welches teilweise den bisherigen Schlüssen widerspricht.³⁰¹ Dieses bedarf einer näheren Betrachtung. Einerseits wurde oben für die isolierte CHI-TICI-Heuristik festgestellt, daß die Rechenzeit bei steigender ABQ sinkt. Untersucht man dieses Sinken der Laufzeit anhand der mittels Regressionsanalysen mit guter Qualität (für sämtliche ABQ mit $r^2 \approx 0.99$) ermittelten Approximationen genauer, so ergibt sich, daß der lineare Koeffizient derselben geringfügig schwankt, aber eine weitgehende Stabilität aufweist. Hingegen sinkt der quadratische Koeffizient der Approximationen, wie Abb. 68 (a) zu entnehmen ist, nahezu linear. - Der NIVD-Heuristik wurde nun oben eine lineare Laufzeit zugesprochen. Weiterhin wurde festgestellt, daß jene ABQ, bei denen sich für die Kombination der beiden Heuristiken günstige Lösungsqualitäten ergeben, beträchtlich höher liegen als bei der isolierten CHI-TICI-Heuristik. Folglich liegt der Schluß nahe, daß die Kombination der Heuristiken hinsichtlich der Approximation ihrer Rechenzeiten durch eine quadratische Funktion einen deutlich niedrigeren quadratischen Koeffizienten und einen höheren linearen Koeffizienten aufweist. Dies kann durch die gegenläufige Wirkung der Senkung der ABQ andererseits und der zusätzlichen Laufzeit der NIVD-Heuristik andererseits begründet werden. Damit wird zugleich ein Break-Even-Punkt hinsichtlich der Laufzeit impliziert: Ab einer festzustellenden Problemgröße müßte die Kombination der beiden Heuristiken (mit den ABQ 15% oder 16% und g = 1) eine geringere Rechenzeit realisieren als die isolierte CHI-TICI-Heuristik (mit der ABQ 4% oder 7%). Dies ist jedoch nicht der Fall. Bei einer ABQ von 16% (und g = 1) erweist sich die quadratische Komponente einer quadratischen Approximation der Rechenzeiten der Kombination der beiden Heuristiken als höher als dieselbe einer entsprechenden Approximation der Laufzeit der isolierten CHI-TICI-Heuristik bei der ABQ 7%. Die zugehörige lineare Komponente zeigt sich - allerdings erwartungsgemäß - als gleichfalls höher:

```
• CHI-TICI isoliert:^{302} Z(n, ABQ = 7\%) = 0.0011n + 2.4194 \times 10^{-5}n^2
```

• CHI-TICI mit NIVD: $Z(n, ABQ = 16\%, g = 1) = 0,0095n + 2,5576 \times 10^{-5}n^2$

Dieses Phänomen bedarf einer Erklärung. Da die CHI-TICI-Heuristik hinsichtlich ihrer Implementierung nicht verändert wurde, können deren Laufzeiten als unverändert ange-

Vgl. zu den folgenden Ausführungen neben den aufgeführten Abbildungen auch die entsprechenden tabellarischen Wiedergaben der untersuchten Daten in den Anhängen 19 und 24 sowie die Anhänge 20 und 25.

³⁰² Vgl. Abschnitt 5.3.1.6.

sehen werden. Folglich sind die von der NIVD-Heuristik realisierten Rechenzeiten näher zu betrachten. Dieselben wurden bislang als tendenziell linear in Abhängigkeit von der Problemgröße wachsend angesehen. Die vorliegenden Daten implizieren jedoch auch eine quadratische Komponente. Daher wird nunmehr im Rahmen einer Regressionsanalyse für sämtliche ABQ eine quadratische Funktion an die jeweiligen Rechenzeiten angenähert. Es ist dann zu prüfen,

- ob der quadratische Koeffizient einen Wert größer als Null annimmt und wie hoch dieser ausfällt sowie
- ob der gegebenenfalls erscheinende quadratische Koeffizient signifikant ist.

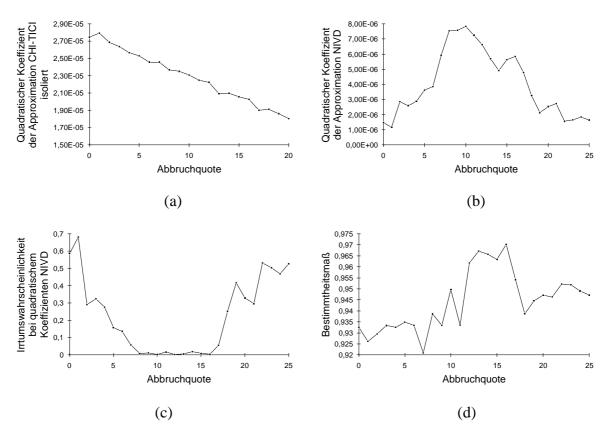


Abb. 68: (a) Entwicklung des quadratischen Koeffizienten bei quadratischen Approximationen der Laufzeit der isolierten CHI-TICI-Heuristik im Rahmen von Regressionsanalysen bei steigender ABQ; (b) Entwicklung des quadratischen Koeffizienten bei quadratischen Approximationen der Laufzeit der NIVD-Heuristik in Anwendung auf mittels der CHI-TICI-Heuristik erzeugte Rundreisen im Rahmen von Regressionsanalysen bei steigender ABQ; (c) Entwicklung der Irrtumswahrscheinlichkeit für die Existenz eines quadratischen Koeffizienten bei quadratischen Approximationen der Laufzeit der NIVD-Heuristik in Anwendung auf mittels der CHI-TICI-Heuristik erzeugte Rundreisen im Rahmen von Regressionsanalysen bei steigender ABQ; (d) Entwicklung des Bestimmtheitsmaßes bei quadratischen Approximationen der Laufzeit der NIVD-Heuristik in Anwendung auf mittels der CHI-TICI-Heuristik erzeugte Rundreisen im Rahmen von Regressionsanalysen bei steigender ABQ.

Die Abb. 68 (b) und (c) zeigen die Ergebnisse der entsprechenden Analyse. Bei wachsender ABQ weist die quadratische Approximation einen gleichfalls steigenden quadratischen Koeffizienten auf, welcher bei der ABQ 10% seine größte Ausprägung erreicht, um bei weiter wachsender ABQ wieder abzufallen. Von noch größerer Bedeutung ist die Aussage von Abbildungsteil 68 (c): Der quadratische Koeffizient erweist sich zwischen den ABQ 8% und 16% als hochsignifikant; seine Existenz ist also mit einer sehr geringen Irrtumswahrscheinlichkeit verknüpft. Es ist daher festzustellen, daß die bislang vermeintlich lineare Entwicklung der Rechenzeit der NIVD-Heuristik bei der Verbesserung von mittels der CHI-TICI-Heuristik erzeugten Rundreisen zwischen den ABQ 8% und 16% eine signifikante quadratische Komponente aufweist. Wenngleich dieselbe im Vergleich mit dem Beitrag der CHI-TICI-Heuristik zur Gesamtrechenzeit auch relativ schwach ausfällt, so ist sie dennoch für das beobachtete (und nunmehr aufgelöste) Paradoxon verantwortlich.

Abb. 68 (d) stellt den Verlauf des Bestimmtheitsmaßes der quadratischen Approximationen des Rechenzeitverlaufes der NIVD-Heuristik in Anwendung auf die mit der CHI-TICI-Heuristik ermittelten Rundreisen dar. Es ist zu erkennen, daß dasselbe insbesondere zwischen den ABQ 12% und 16% besonders hoch ausfällt.

Wenngleich damit das oben postulierte Paradoxon erklärt ist, so ist doch die *Ursache* des Erscheinens der schwach quadratischen Komponenten in der Laufzeitentwicklung der NIVD-Heuristik somit noch nicht ergründet. Einen Hinweis auf dieselbe liefert eine Berechnung der Korrelation der in Abb. 68 (c) visualisierten Irrtumswahrscheinlichkeit mit den sich bei den verschiedenen ABQ ergebenden durchschnittlichen Lösungsqualitäten über alle TSP der Gruppen II und III (tw.). Dieselbe fällt relativ hoch aus und deutet einen Zusammenhang an.³⁰³ Hingegen zeigen sich die Korrelationen mit der Anzahl der notwendigen Läufe sowie deren Streuung (als Stichproben-Standardabweichung) als deutlich schwächer.³⁰⁴ Geht man nun diesem Hinweis nach, so ergibt sich, daß die schwache quadratische Komponente augenscheinlich durch die Anzahl der erfolgreich (d.h. rundreiseverkürzend) realisierten Repositionierungen von Städten eingebracht wird. Diese erweist sich insbesondere dann als hoch, wenn durchschnittlich gute Lösungsqualitäten erzielt werden. Diese steht zugleich in einer - allerdings schwachen - Wechselwirkung mit der notwendigen Anzahl an Läufen.

Es ist allerdings darauf hinzuweisen, daß diese Beobachtungen und Schlüsse lediglich auf der Bearbeitung der hier verwendeten Testprobleme beruhen. Diese üben über ihre spezifische räumliche Strukturierung der Städte Einfluß auf das Rechenzeitverhalten der Kombination der beiden Heuristiken, insbesondere der NIVD-Heuristik, aus. Damit muß die Geltung der oben getroffenen Aussagen auf die hier verwendeten Testprobleme mit

Korrelationskoeffizienten nach PEARSON 0,74; nach KENDALL 0,57; nach SPEARMAN 0,79. Die Irrtumswahrscheinlichkeit wiederum korreliert stark mit der Höhe des quadratischen Koeffizienten; Korrelationskoeffizienten nach PEARSON -0,92; nach KENDALL -0,89; nach SPEARMAN -0,96. Eine ausschließliche Argumentation über den PEARSON'schen Korrelationskoeffizienten ist aufgrund der nicht valide nachweisbaren Normalverteilung zweifelhaft.

Korrelationen zwischen Irrtumswahrscheinlichkeit und Anzahl der Läufe (Streuung der Anzahl der Läufe) nach PEARSON 0,34 (0,56); nach KENDALL 0,26 (0,37); nach SPEARMAN 0,28 (0,54). Eine ausschließliche Argumentation über den PEARSON'schen Korrelationskoeffizienten ist aufgrund der nicht valide nachweisbaren Normalverteilung zweifelhaft.

ihren spezifischen Eigenschaften sowie die gewählten Parametrisierungen beschränkt werden.

Hinsichtlich der oben im Abschnitt 5.3.1.6 formulierten subjektiven Anforderungen an die isolierte CHI-TICI-Heuristik - welche denselben nicht vollständig gerecht werden konnte - ist nunmehr zu konstatieren, daß die vorgestellte Kombination aus Konstruktions- und Verbesserungsverfahren diese nun auch bezüglich der erzielten Lösungsqualitäten eindeutig übererfüllt. Ihre aufgrund der vorliegenden Testprobleme anhand einer Approximation geschätzte durchschnittliche Laufzeit ist zwar gegenüber der isolierten CHI-TICI-Heuristik gesunken, liegt aber hinsichtlich der in fünf Minuten mit der eingesetzten Hard- und Software lösbaren Problemgröße noch immer über dem subjektiv formulierten Anspruchsniveau von n = 3.000.

Abschließend soll in diesem Abschnitt die Frage erörtert werden, ob die hier vorgestellte Kombination der CHI-TICI-Heuristik und der NIVD-Heuristik (im folgenden exemplarisch mit der Parametrisierung ABQ 16%, g=1) der klassischen CHI-Heuristik bzw. der CHI-TA-Heuristik überlegen ist. Hinsichtlich der benötigten Rechenzeit kann diese Frage im Hinblick auf die getesteten TSP eindeutig bejaht werden. Dies belegt allein schon die erhebliche Erhöhung der Größe eines mit der eingesetzten Hard- und Software innerhalb von fünf Minuten lösbaren TSP von n=227 auf n=3.244, des weiteren die Betrachtung der entsprechenden Laufzeitapproximationen. Als bedeutend schwieriger erweist es sich jedoch, eine Aussage hinsichtlich der sich ergebenden Lösungsqualitäten zu treffen.

Die spezifischen Probleme des Vergleiches zweier Heuristiken hinsichtlich der erzielbaren Lösungsqualitäten sind bereits teilweise im Abschnitt 5.3.1.2 angesprochen worden:

- Zum ersten wurde dort die Möglichkeit genannt, theoretisch nachzuweisen, daß eine der beiden verglichenen Heuristiken durchgängig eine bessere Lösungsqualität realisiert als die andere ("theoretische Dominanz"). Diese Option scheidet für den Vergleich der CHI- und der CHI-TICI-/NIVD-Heuristik als zum einen zu aufwendig, zum anderen bereits durch die Testergebnisse widerlegt aus.
- Zum zweiten wurde erläutert, daß man eine der Heuristiken als überlegen bezeichnen könnte, wenn sie bei der Anwendung auf eine ausgewählte Anzahl (repräsentativer) Testprobleme stets eine bessere Lösungsqualität als die andere erzielt ("empirische Dominanz"). Im Vergleich der beiden Heuristiken zeigt sich, daß auch dies nicht der Fall ist.
- Zum dritten könnte man sich ausschließlich an bezüglich der verwendeten Testprobleme festgestellten statistischen Kenngrößen der Lösungsqualität orientieren. Hier ergibt sich beim Vergleich hinsichtlich der Gesamtheit aller untersuchten 41 TSP sowie der gebildeten Gruppen II und III (tw.) folgendes Bild:
 - Bezüglich der erzielten Mittelwerte der Lösungsqualitäten ist die CHI-TICI-/ NIVD-Heuristik der klassischen CHI-Heuristik durchgängig überlegen.
 - Die Streuung der Lösungsqualitäten (als Stichproben-Standardabweichung) ist bei der CHI-Heuristik nur in der Gruppe II geringer als bei der CHI-TICI-/NIVD-Heuristik.
 - Hinsichtlich der sich ergebenden minimalen/maximalen Lösungsqualitäten erweist sich die CHI-Heuristik nur bezüglich der maximalen Lösungsqualität in Gruppe II der CHI-TICI-/NIVD-Heuristik überlegen.

"Worst Case"-Analysen der Lösungsqualität im Vergleich zweier Heuristiken erweisen sich als äußerst aufwendig und wurden bislang nur für eher einfache Verfahren durchgeführt.³⁰⁵ Zudem bleibt ihre Aussagekraft gering, wenn die Wahrscheinlichkeit des Eintretens des "Worst Case" nicht bestimmt werden kann. Deren Feststellung erfordert eine - in ihrer Aussagekraft erheblich vorteilhaftere - probabilistische (oder auch "average case"-) Analyse, d.h. eine theoretische Ableitung der Dichte- bzw. Verteilungsfunktion der mittels der Heuristiken erzielbaren Lösungsqualitäten.³⁰⁶ Deren Ergebnisse wären zweifelsohne allen bislang aufgeführten Möglichkeiten des Vergleiches der Leistungsfähigkeit überlegen. Es ist allerdings zu konstatieren, daß der notwendige Aufwand und die dabei auftretenden Schwierigkeiten dazu geführt haben, daß probabilistische Analysen der Lösungsqualität bislang nur für sehr wenige, sehr einfach strukturierte Heuristiken (unter engen Prämissen bezüglich der Strukturierung der Problemdaten) gelungen sind.

```
---- Wilcoxon Matched-Pairs Signed-Ranks Test

CHI_KLAS
with CHI_TINI

Mean Rank Cases
24,31 26 - Ranks (CHI_TINI LT CHI_KLAS)
15,27 15 + Ranks (CHI_TINI GT CHI_KLAS)
0 Ties (CHI_TINI EQ CHI_KLAS)
--
41 Total

Z = -2,6111 2-Tailed P = ,0090
```

Abb. 69: Ergebnisse eines Vorzeichenrangtests nach WILCOXON (SPSSOutput) für den Vergleich der mit der klassischen CHI-Heuristik (als CHI-TA-Heuristik, Variablenbezeichnung CHI-KLAS, Parametrisierung 7-10, Modus B) und der CHI-TICI/NIVD-Heuristik (ABQ = 16%, g = 1) (Variablenbezeichnung CHI-TINI) erzielten Lösungsqualitäten.

Vgl. im folgenden zur "Worst Case"-Analyse allgemein z.B. KARP (1976), S. 1 ff.; GAREY/JOHNSON (1979), S. 122 ff.; KRUSCHWITZ/FISCHER (1981), S. 454 f.; PFOHL/HEBEL (1982), S. B132 ff.; BERENS (1992), S. 124 ff.; in bezug auf Heuristiken zur Lösung des TSP z.B. ROSENKRANTZ/STEARNS/LEWIS (1977), S. 563 ff.; GOLDEN/BODIN/DOYLE/STEWART (1980), S. 695 ff.; BARTHOLDI/PLATZMAN (1982), S. 123 f.; BENTLEY (1984), S. 79 ff.;

HELLMANN (1984), S. 219 ff.; JERONIM/KÖRNER (1985), S. 114 ff.; JOHNSON/PAPADIMITRIOU (1985b), S. 145 ff.; JERONIM/KÖRNER (1986), S. 85 ff.; YANG (1988), S. 1 ff.; JERONIM (1988), S. 167 ff.; MELAMED/SERGEEV/SIGAL (1989c), S. 1468 f.; LAPORTE (1992a), S. 241 f.; BENTLEY (1992), S. 387 ff.; WARBURTON (1993), S. 37 ff.; GAO/STEELE (1994b), S. 230 ff.; REINELT (1994), S. 73 ff.; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 10 ff.; RIGHINI/

TRUBIAN (1995), S. 553 ff.

Vgl. im folgenden zur probabilistischen Analyse allgemein z.B. KARP (1976), S. 3 ff.; GAREY/ JOHNSON (1979), S. 148 ff.; KRUSCHWITZ/FISCHER (1981), S. 454 f.; PFOHL/HEBEL (1982), S. B132 ff.; in bezug auf Heuristiken zur Lösung des TSP z.B. KARP (1976), S. 4 ff.; KARP (1977), S. 209 ff.; BARTHOLDI/PLATZMAN (1982), S. 123 f.; BENTLEY (1984), S. 80 ff.; HELLMANN (1984), S. 230 ff.; KARP/STEELE (1985), S. 181 ff.

An dieser Stelle sollen für den Vergleich zwischen CHI- und CHI-TICI/NIVD-Heuristik - über die Betrachtung eindimensionaler statistischer Kennzahlen hinaus - der WIL-COXON-Vorzeichenrangtest (wie z.B. von GOLDEN/STEWART (1985) zum Vergleich von Heuristiken zur Lösung des TSP angewandt) und die Qualitätscharakteristik nach BERENS (1992) eingesetzt werden.³⁰⁷

Der WILCOXON-Vorzeichenrangtest wurde bereits im Abschnitt 5.3.1.2 verwendet, um die verschiedenen Varianten der klassischen CHI-Heuristik hinsichtlich der resultierenden Lösungsqualitäten zu vergleichen.³⁰⁸ Er klärt für verbundene Stichproben die Frage, ob dieselben aus einer Grundgesamtheit mit gleicher Verteilung stammen (Nullhypothese). Als (zwei) Stichproben werden hier die für beide Heuristiken erzielten Lösungsqualitäten aufgefaßt; verbunden sind dieselben aufgrund der Tatsache, daß sie sich jeweils paarweise auf dasselbe Testproblem beziehen bzw. aus der Anwendung der beiden Heuristiken auf dieselben Testprobleme hervorgegangen sind. Der Vorzeichenrangtest nach WILCOXON zieht für den Vergleich der beiden Stichproben die Differenzen zwischen den einzelnen Wertepaaren heran. Dieselben werden zuerst berechnet und nach ihrer absoluten Größe in einer Rangordnung sortiert. Folgend werden die mittleren Rangzahlen der positiven und der negativen Differenzen getrennt bestimmt. - In Variation (mit gleichem Ergebnis) gibt es auch die Möglichkeit, zunächst eine gemeinsame Rangfolge für beide Stichproben zu erstellen und folgend die Ränge der einzelnen Wertepaare aus den Stichproben zu vergleichen. Wiederum kann über die positiven und negativen Differenzen der Ränge jeweils ein Mittelwert gebildet werden. - Durch den Vergleich der Anzahl der positiven und negativen Differenzen sowie der zugehörigen mittleren Ränge können Richtung und Ausprägung eines eventuell vorhandenen Unterschiedes zwischen den Stichproben abgelesen werden. Mittels des unter der Nullhypothese annähernd normalverteilten Testwertes wird zusätzlich ein Signifikanzniveau für dieselbe ausgewiesen.

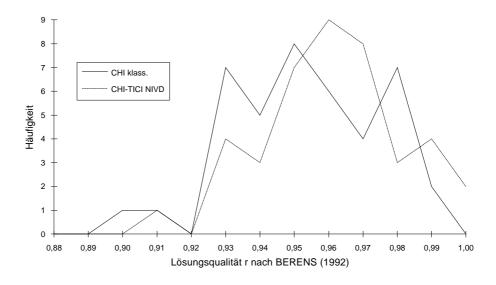
Hier wurden die 41 Testprobleme aus den TSP-Gruppen II und III (tw.) bzw. die zugehörigen Lösungsqualitäten bei Einsatz der CHI-TA-Heuristik (Parametrisierung 7-10, Modus B) und der CHI-TICI/NIVD-Heuristik (ABQ 16%, g=1) für den Vorzeichenrangtest nach WILCOXON herangezogen; Abb. 69 gibt den entsprechenden Output des Statistikprogrammes SPSS wieder. In 26 von 41 Fällen erweist sich die CHI-TICI/NIVD-Heuristik der klassischen CHI-Heuristik als überlegen; aufgrund der geringen ausgewiesenen Wahrscheinlichkeit von 0,009% kann die Nullhypothese zurückgewiesen werden. Folglich ist die entwickelte Heuristik nach der Aussage dieses Verfahrens der klassischen CHI-Heuristik überlegen.

Die von BERENS (1992) entwickelte Qualitätscharakteristik, welche gleichfalls bereits im Abschnitt 5.3.1.2 eingesetzt wurde, greift im Prinzip die Grundidee der probabilistischen Analyse auf.³⁰⁹ Als Ersatz für die praktisch zumeist nicht ermittelbare Dichtefunktion der Heuristik wird eine sie ersetzende Häufigkeitsverteilung, die mittels der (simulativ-empirischen) Anwendung der zu vergleichenden Heuristiken auf (repräsentative) Testprobleme bestimmt wird, herangezogen.

³⁰⁷ Vgl. GOLDEN/STEWART (1985), S. 208 ff.; BERENS (1992), S. 107 ff.

Vgl. im folgenden zum Vorzeichenrangtest nach WILCOXON z.B. HARTUNG/ELPELT/KLÖSE-NER (1991), S. 243 ff.; BROSIUS/BROSIUS (1995), S. 531 ff.

³⁰⁹ Vgl. im folgenden BERENS (1992), S. 107 ff.



(a)

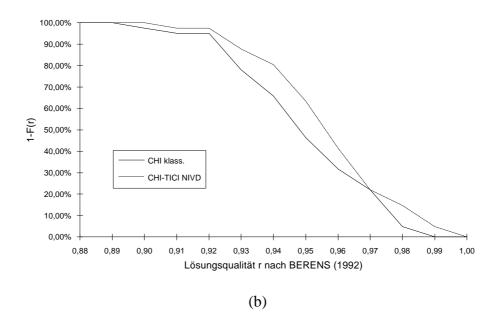


Abb. 70: Vergleich der durch die klassische CHI-Heuristik (Parametrisierung 7-10, Modus B) sowie die Kombination aus CHI-TICI-Heuristik (ABQ = 16%) und NIVD-Verbesserungsverfahren (g=1) für die TSP der Gruppen II und tw. III erreichten Lösungsqualitäten: (a) Häufigkeitsverteilungen der Lösungsqualitäten, (b) Qualitätscharakteristik nach BERENS (1992) mit der zugehörigen Notation r der Lösungsqualität und 1 - F(r) als gespiegelter Summenhäufigkeitsfunktion (mit gebrochenen Achsen).

Vgl. BERENS (1992), S. 107 ff. Die - zwecks höherer Übersichtlichkeit gebrochene - Abszisse der Abb. 70 (b) verwendet die Notation der Lösungsqualität nach BERENS (1992) r, welche zu der hier verwendeten Notation in der Beziehung r = 1/(1 + (Lösungsqualität in % über OLN/100)) steht.

-

Ob und inwieweit die sich ergebende Häufigkeitsverteilung allerdings die tatsächliche Dichtefunktion zu approximieren vermag, bleibt letztlich ungewiß. So ist z.B. für den Fall der CHI- bzw. der CHI-TICI/NIVD-Heuristik anzunehmen, daß die räumliche Struktur der zu lösenden TSP als ein Parameter in die Dichtefunktion eingeht und - je nach Strukturierung der zu lösenden TSP - unterschiedliche Dichtefunktionen existieren. Trotz dieser Unsicherheiten bleibt der Ansatz von BERENS (1992) jedoch nützlich, da er anhand der aus den Häufigkeitsverteilungen in Anlehnung an die Operationscharakteristik der Statistik abgeleiteten Qualitätscharakteristik zumindest einen - wenngleich eher pragmatisch als theoretisch fundierten - Schluß über das Verhältnis der Leistungsfähigkeit der Heuristiken erlaubt.

Die Konstruktion der Qualitätscharakteristik erfordert zunächst die Überführung der hier berechneten Lösungsqualitäten in die Notation von BERENS (1992) als Kehrwertbildung. Würde hier z.B. eine Lösungsqualität von 5% (%>OLN) erzielt, so entspräche dies bei BERENS (1992) $\frac{1}{1+0.05} = 0,9523...$ Sodann wird aus den transformierten Lösungsqualitäten für die 41 verwendeten TSP eine Häufigkeitsverteilung gebildet. Diese ist für die klassische CHI- bzw. die CHI-TICI/NIVD-Heuristik in Abb. 70 (a) wiedergegeben. Dieselbe wird folgend als Summenhäufigkeitsfunktion dargestellt, wobei sie allerdings - wenn denn F(r) als prozentuale Summenhäufigkeit angesehen wird - an der Geraden F(r) = 0,5 gespiegelt wird. Diese Qualitätsheuristik wird in Abb. 70 (b) (mit gebrochenen Achsen) dargestellt. Es ist nunmehr ersichtlich, daß ihr Verlauf für die CHI-TICI/NIVD-Heuristik eindeutig rechts von jenem der klassischen CHI-Heuristik liegt. Nach dem Kriterium der Qualitätsheuristik nach BERENS (1992) dominiert folglich erstere Heuristik die letztere und ist ihr überlegen. Bezogen auf die Häufigkeitsverteilung in Abb. 70 (a) bedeutet dies, daß dieselbe für die CHI-TICI/NIVD-Heuristik stets rechts verschoben zu jener der klassischen CHI-Heuristik erscheint.

Es kann nunmehr aufgrund der hier herangezogenen Kriterien - der eindimensionalen statistischen Kenngrößen der Lösungsqualitäten, dem Vorzeichenrangtest nach WILCOXON und der Qualitätsheuristik nach BERENS (1992) - konstatiert werden, daß die CHI-TICI/NIVD-Heuristik der klassischen CHI-Heuristik bzw. ihrer Umsetzung als CHI-TA-Heuristik bezüglich der erzielbaren Lösungsqualitäten überlegen ist. Damit kann darüber hinaus - aufgrund der zugleich zu konstatierenden Überlegenheit bezüglich des zweiten als zentral angesehenen Evaluationskriteriums, des durchschnittlichen Rechenzeitverhaltens - hier festgestellt werden, daß die CHI-TICI/NIVD-Heuristik der klassischen CHI-Heuristik insgesamt überlegen ist.

Hinsichtlich der hier vorgenommenen Einschätzung ist allerdings zumindest im Hinblick auf die Lösungsqualitäten einschränkend anzumerken, daß der gezogene Schluß nur auf den hier untersuchten 41 TSP der Gruppen II und III (tw.) basiert. Damit gehen deren spezifische Eigenschaften - insbesondere die vorliegenden räumlichen Strukturen - in der mit den Problemen vorliegenden Mischung (so z.B. hinsichtlich der untersuchten TSP-Größen) implizit als Prämissen in das getroffene Urteil bezüglich der mit den Heuristiken erzielbaren Lösungsqualitäten ein. Bei einer Änderung dieser Prämissen wäre es folglich zu überprüfen und gegebenenfalls zu revidieren.

5.3.2.5. Weitere Senkung der Rechenzeit der "Node Insertion"-Heuristik unter Nutzung von Voronoi-/Delaunay-Strukturen mittels "selektiver Prüfung"

Eine bislang nicht genutzte Möglichkeit zur Verbesserung der Laufzeit der NIVD-Heuristik bietet sich in Analogie zur Tripelaktualisierung für die CHI-Heuristik, welche in Abschnitt 5.3.1.3 dargestellt wurde. Es wurde dort festgestellt, daß eine gewisse Anzahl von identischen Prüfungen der Einfügungskriterien in aufeinanderfolgenden Iterationen durch eine partielle iterationsübergreifende Speicherung von Prüfungsergebnissen eingespart werden kann. Dieser Grundgedanke soll im folgenden auf die NIVD-Heuristik übertragen werden.

Es läßt sich in dieser Hinsicht folgende Überlegung anstellen: Ein erster Lauf des NIVD-Verfahrens mag zu einer Anzahl von Verbesserungen der Rundreise, respektive Repositionierungen von Städten, geführt haben. Regelmäßig sind jedoch Kantenzüge bzw. Städtefolgen zu beobachten, die zwar geprüft, jedoch nicht umgestaltet wurden. Es wurde bereits oben ausgeführt, daß der zweite sowie gegebenenfalls weitere Läufe des Verfahrens nur noch Möglichkeiten für rundreiseverkürzende Veränderungen nutzen können, welche durch die Repositionierungen im vorangegangenen Lauf bedingt sind. Daraus kann geschlossen werden, daß für eine Stadt, in deren Umgebung, definiert als Nachbarschaft des vorgegebenen Nachbarschaftsgrades g, im vorherigen Lauf keine Repositionierungen stattgefunden haben, auch im aktuellen Lauf keine rundreiseverkürzende alternative Einfügung möglich sein wird. Folglich kann auf die Prüfung ihrer alternativen Einfügung an anderen Stellen der Rundreise im Bereich des festgelegten Nachbarschaftsgrades verzichtet werden. Dieses Vorgehen soll im weiteren als selektive Prüfung bezeichnet werden.

Ihre Implementierung beginnt zunächst mit der Einführung eines Merkers (als Binärvariable) für jede Stadt des TSP. Ist er gesetzt, so soll die jeweilige Stadt im nächsten Lauf des Verbesserungsverfahrens erneut geprüft werden; ist er nicht gesetzt, so ist eine erneute Prüfung nicht notwendig. Dieser Merker wird zunächst (vor dem ersten Lauf) für alle Städte gesetzt. Im weiteren ergibt sich die folgende (kursiv dargestellte) Modifikation des Schrittes 3 aus der Beschreibung der Implementierung des NIVD-Verfahrens in Abschnitt 5.3.2.1:

• • •

- 3. Die folgenden Teilschritte werden erneut ausgeführt, solange sich bei ihrer letzten Ausführung gegenüber der vorherigen (vorletzten) Ausführung noch eine Verkürzung der Rundreise ergeben hat (lediglich die erste Ausführung des Schrittes 3 erfolgt ohne Anwendung dieses Kriteriums):
 - a) Für jede Stadt der derzeitigen Rundreise, *für die der Merker gesetzt ist*, wird geprüft, zu welcher Verkürzung der Rundreiselänge ihre alternative Einfügung vor oder nach einem der Nachbarn der erweiterten Nachbarschaft des vorgegebenen Nachbarschaftsgrades führt.
 - b) Es wird jene alternative Einfügung einer geprüften Stadt realisiert, welche zur größtmöglichen Verkürzung der Rundreiselänge führt. Im weiteren werden die Merker für folgende Städte gesetzt:

- α) Für die gerade repositionierte Stadt sowie alle Städte ihrer Nachbarschaft vorgegebenen Nachbarschaftsgrades g,
- β) Für die Vorgänger- und Nachfolgerstadt der repositionierten Stadt in der vorliegenden Rundreise <u>vor</u> der Repositionierung sowie alle Städte ihrer Nachbarschaft vorgegebenen Nachbarschaftsgrades g,
- γ) Für die Vorgänger- und Nachfolgerstadt der repositionierten Stadt in der vorliegenden Rundreise <u>nach</u> der Repositionierung sowie alle Städte ihrer Nachbarschaft vorgegebenen Nachbarschaftsgrades g.

Sofern keine Verkürzung möglich ist, verbleibt die untersuchte Stadt in ihrer jetzigen Position in der Rundreise. *Ihr Merker wird gelöscht*. Die realisierten Ersparnisse werden aufsummiert vermerkt.

c) Sofern die vermerkten realisierten Ersparnisse größer als Null ausfallen, wird mit Teilschritt 3 a) fortgefahren. Der vermerkte Wert der realisierten Ersparnisse wird vorher wieder auf Null gesetzt.

Die vorgenommene Implementierung wurde unter der Bezeichnung NIVD-M-Heuristik in Kombination mit der CHI-TICI-Heuristik (ABQ 15%; 16%) bei g=1 mit den TSP der Gruppe II sowie III (tw.) getestet. Dabei ergaben sich erwartungsgemäß dieselben Lösungsqualitäten wie für die im Abschnitt 5.3.2.4 betrachtete Kombination der beiden Heuristiken. Abweichungen aufgrund von rechentechnischen Umständen, wie sie im Rahmen der Tripelaktualisierung aufgrund einer veränderten Prüfreihenfolge auftreten können, sind hier aufgrund der Verfahrenslogik ausgeschlossen. Somit bedarf es keiner weiteren Betrachtung der erzielten Lösungsqualitäten.

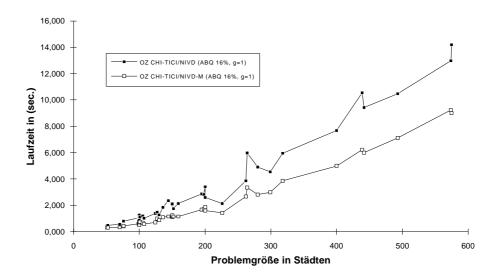


Abb. 71: Entwicklung der Rechenzeit der Kombination aus CHI-TICI-Heuristik (ABQ = 16%) und des Verbesserungsverfahrens NIVD (g = 1) ohne (NIVD) und mit selektiver Prüfung (NIVD-M).

-

Für andere ABQ sowie höhere Nachbarschaftsgrade (g > 1) wurden keine Untersuchungen durchgeführt. Die resultierenden Ergebnisse sind im Anhang 27 vollständig dokumentiert.

Vgl. die ausführliche Erörterung in Abschnitt 5.3.1.3.

Hinsichtlich der Laufzeit des NIVD-M-Verbesserungsverfahrens in Anwendung auf die mittels der CHI-TICI-Heuristik (ABQ 16%) erzeugten Rundreisen läßt sich bei g=1 eine Reduzierung der Laufzeit um durchschnittlich 59% für die 41 untersuchten TSP der Gruppen II und III (tw.) gegenüber der NIVD-Heuristik ohne selektive Prüfung konstatieren.³¹³ Dabei zeigt sich diese Einsparung bei geringer Streuung (Stichproben-Standardabweichung rund 0,06%) als nur schwach negativ (d.h. geringere Einsparungen bei steigendem n) von der Problemgröße beeinflußt. - Bezüglich der Kombination der beiden Heuristiken kann damit die Rechenzeit für die TSP der Gruppe II bzw. III (tw.) gegenüber der in Abschnitt 5.3.2.4 vorgestellten Variante noch einmal um durchschnittlich 39% vermindert werden (vgl. Abb. 71).

Die Laufzeit kann mittels einer Kurvenanpassung im Rahmen einer Regressionsanalyse nunmehr mit guter Qualität ($r^2 \approx 0.99$) durch die Funktion $Z(n, ABQ = 16\%, g = 1) = 0.004817n + 1.9609 \times 10^{-5}n^2$ approximiert werden.³¹⁴ Dabei zeigen die Residuen allerdings eine geringe, von der Normalverteilung abweichende Tendenz auf. Aufgrund ihrer niedrigen absoluten Höhe kann diese jedoch vernachlässigt werden. Die Größe eines in fünf Minuten mit der eingesetzten Hard- und Software lösbaren TSP steigt damit gegenüber der CHI-TICI/NIVD-Heuristik ohne selektive Prüfung (ABQ 16%, g = 1) von n = 3.244 auf n = 3.790. Darüber hinaus ist festzustellen, daß das in Abschnitt 5.3.2.4 erklärte Paradoxon nicht mehr auftritt; gegenüber der CHI-TICI-Heuristik mit einer ABQ von 7% ergibt sich ein höherer linearer und ein niedrigerer quadratischer Koeffizient der Approximation. Der damit implizierte Break-Even-Point zwischen den beiden Heuristiken liegt bei $n \approx 819$.

5.4. Zusammenfassende Bewertung

Vergleicht man die in den voranstehenden Abschnitten entwickelten heuristischen Ansätze zur Lösung des TSP in ihrer Abfolge, so wird deutlich, daß es gelang, die erforderlichen Rechenzeiten durch eine fortlaufende Verfeinerung der Nutzung der VD-Strukturen kontinuierlich zu senken. Dabei wurde zunächst versucht, die als subjektiver Maßstab vorgegebene Lösungsqualität der klassischen CHI-Heuristik beizubehalten; später wurde von dieser Forderung Abstand genommen. Dennoch konnte mit der Kombination aus CHI-TICI- und NIVD- bzw. NIVD-M-Heuristik abschließend ein Verfahren vorgestellt werden, welches der klassischen CHI- bzw. CHI-TA-Heuristik sowohl bezüglich der Laufzeit als auch der Lösungsqualität überlegen scheint.

Hinsichtlich der bislang ausgewiesenen Rechenzeiten kann nunmehr eingewandt werden, daß dieselben vollständig den Aufwand vernachlässigten, der zur Ermittlung der VD-Struktur zunächst betrieben werden muß.³¹⁵ So ist der Vergleich der Laufzeit der klassischen CHI-Heuristik oder der CHI-TA-Heuristik mit jener der VD-Strukturen nutzenden Verfahren wenig sinnvoll. Trotzdem wurden die für die Strukturbestimmung benötigten

Vgl. dazu und im folgenden die vollständige Wiedergabe der Ergebnisse im Anhang 27.

³¹⁴ Vgl. den SPSS-Output in Anhang 28.

Der entsprechende Algorithmus und die resultierenden Laufzeiten wurden im Abschnitt 4.2.4.5 dargestellt.

Rechenzeiten bislang vernachlässigt; im Vordergrund stand der Zeitbedarf der einzelnen Heuristiken. Nunmehr sollen diese in die Betrachtung mit einbezogen werden.

Am illustrativsten ist dies durch den Ausweis der entsprechend korrigierten Größen der mit den verschiedenen Heuristiken bzw. ihren Parametrisierungen innerhalb von fünf Minuten mit der vorgegebenen Hard- und Softwareausstattung lösbaren Probleme möglich. Dieselben sind mit den oben angegebenen "Fünf-Minuten-Größen" in Abb. 72 wiedergegeben. Dabei liegt der benötigten Rechenzeit für die VD-Strukturen die in Abschnitt 4.2.4.5 vorgestellte Approximation der Laufzeit des hier verwendeten Verfahrens zur Ermittlung derselben zugrunde. Es ist allerdings zu beachten, daß dieselbe bei halbwegs zufriedenstellender Qualität zwar grundsätzlich linearen Charakter aufwies, die Laufzeit einiger TSP sie jedoch erheblich überstieg. Aus diesem Grund müssen die in Abb. 72 wiedergegebenen "Fünf-Minuten-Größen" eher als Näherung für den durchschnittlichen Fall denn als für den Einzelfall verläßliche Werte angesehen werden.

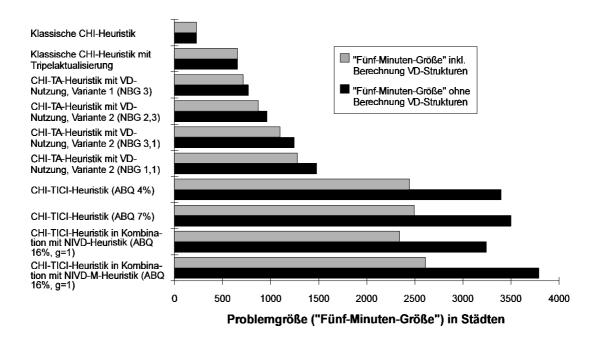


Abb. 72: "Fünf-Minuten-Größen" der verschiedenen vorgestellten Heuristiken zur Lösung des TSP (bzw. verschiedener Parametrisierungen derselben) als Abschätzung aufgrund der mittels Regressionsanalysen ermittelten Approximationen; mit und ohne Berücksichtigung der für die Bestimmung der gegebenenfalls verwendeten VD-Struktur benötigten Rechenzeit.

Auch nach der Einbeziehung der für die Berechnung der VD-Strukturen notwendigen Zeit zeigen sich die Laufzeiten der hier entwickelten Heuristiken jener der klassischen CHI- bzw. der CHI-TA-Heuristik noch weit überlegen. Allerdings gilt dies nun nicht mehr für jede Problemgröße; es läßt sich vielmehr für jedes der in den Abschnitten

_

Vgl. Abschnitt 4.2.4.5; die Laufzeitkomplexität des ausgewiesenen Verfahrens wurde als $O(n^2)$ ausgewiesen.

5.3.1.3 bis 5.3.2.4 dargestellten Verfahren gegenüber der CHI- bzw. der CHI-TA-Heuristik ein Break-Even-Punkt berechnen. Dieser ergibt sich z.B. bei der Gegenüberstellung der CHI-TICI/NIVD-Heuristik (mit der ABQ = 16% sowie g=1) und der CHI-TA-Heuristik zu n=117. Ab dieser Problemgröße realisiert ersteres Verfahren eine geringere Laufzeit.

Die Frage, ob das als Ergebnis der angestellten Überlegungen präsentierte CHI-TICI/ NIVD-M-Verfahren im Vergleich mit anderen, in der Literatur präsentierten Heuristiken konkurrenzfähig ist, wurde bislang bewußt ausgeklammert. Als Referenz- bzw. Vergleichsobjekt diente stets die vorgenommene Implementierung der unmodifizierten "Convex Hull Insertion"-Heuristik; insbesondere Reduzierungen der Laufzeit wurden im Vergleich mit dieser bewertet. Dieses Vorgehen läßt sich durch die bereits im Abschnitt 2 angeführten Schwierigkeiten beim Vergleich der Leistungsfähigkeit von Heuristiken begründen: Zwar können resultierende Lösungsqualitäten - bei gleichartig gesetzten Prämissen bzw. Berechnungsmodi (z.B. hinsichtlich der Berechnung der Rundreiselängen) einander noch sinnvoll gegenübergestellt werden; dies gilt jedoch nicht mehr für die zweite wesentliche Komponente der Leistungsfähigkeit von Heuristiken zur Lösung des TSP, die Lauf- bzw. Rechenzeiten. Hier erschweren bzw. verhindern u.a. unterschiedliche verwendete Hardware, Betriebssysteme und Programmiersprachen - nicht zuletzt sogar divergierende "Programmierstile" - sinnvolle Vergleiche. Aus diesem Grund schien allein der Rückgriff auf ein bezüglich dieser Aspekte unproblematisches Referenzobjekt ein vertretbares, valides Vorgehen.

Unter Verletzung dieser selbst auferlegten Beschränkung mag an dieser Stelle doch noch ein knapper Vergleich mit einem in der Literatur zu findenden Verfahren erfolgen. Damit soll aufgezeigt werden, daß die abschließend entwickelte CHI-TICI/NIVD-M-Heuristik - trotz der Tatsache, daß die hier vorgenommene Untersuchung eigentlich nicht die Konstruktion vorrangig konkurrenzfähiger Verfahren zum Ergebnis haben sollte - gegenüber publizierten Algorithmen auch nicht erheblich zurückfällt. Als Referenzheuristik wurde das Verfahren von RENAUD/BOCTOR/LAPORTE (1996) ausgewählt,³¹⁷ da diese Autoren zum einen die beachtenswerte Geschwindigkeit desselben wie auch die mit demselben erzielten guten Lösungsqualitäten herausstellen und dasselbe zum anderen auf eine Anzahl von Testproblemen aus der TSPLIB REINELTs anwenden.³¹⁸ Es handelt sich um eine dreiphasige Kompositheuristik (ohne Nutzung von VD-Strukturen),319 über deren Konzeption hier nur ein skizzenhafter Überblick gegeben wird: Die erste Phase generiert eine Teilrundreise, welche noch nicht sämtliche Städte umfaßt. In der zweiten Phase werden anschließend die verbliebenen Städte in diese eingefügt. In der dritten Phase wird auf die nunmehr vorliegende vollständige Rundreise eine die Anzahl der notwendigen Modifikationsschritte einschränkende Variation eines 4-opt-Verfahrens zur Verbesserung ein-

Vgl. folgend RENAUD/BOCTOR/LAPORTE (1996), S. 134 ff.

So bereits im Titel der Publikation, vgl. des weiteren RENAUD/BOCTOR/LAPORTE (1996), S. 135, S. 142; vgl. zur Anwendung der vorgestellten Heuristik auf Probleme aus der TSPLIB S. 141, Table XI; zur TSPLIB vgl. REINELT (1990a); REINELT (1991a); REINELT (1991d), S. 376 ff; REINELT (1995); des weiteren Abschnitt 2.4.

Vgl. zum Begriff der Kompositheuristik (als Kombination eines Konstruktions- und Verbesserungsverfahrens) auch Abschnitt 2.3.4.

gesetzt.³²⁰ Die Heuristik wird anschließend sowohl mit zufällig erzeugten euklidischen, zweidimensionalen TSP als auch mit 35 entsprechenden Problemen aus der TSPLIB getestet.

Von diesen 35 Problemen aus der TSPLIB sind 33 in den im Rahmen dieser Arbeit gebildeten TSP-Gruppen II und III enthalten. Da RENAUD/BOCTOR/LAPORTE (1996) sowohl die bezüglich dieser erzielten Lösungsqualitäten als auch die benötigten Rechenzeiten für eine ihrer Auffassung nach vorteilhafte Parametrisierung angeben, 322 ist für diese 33 TSP ein eingeschränkter Vergleich - unter den oben genannten Vorbehalten - möglich. Für einen solchen werden folgend die mit der CHI-TICI/NIVD-M-Heuristik bei der Parametrisierung ABQ = 16%, g = 1 erzielten Ergebnisse herangezogen. 323

Zunächst ist dabei festzustellen, daß die mittels der CHI-TICI/NIVD-M-Heuristik realisierte durchschnittliche Lösungsqualität - bezogen auf die genannten 33 Probleme - mit 4,55% > OLN um rund 1,65% schlechter ausfällt als die Leistung des Verfahrens von RENAUD/BOCTOR/LAPORTE (1996). Die Streuung unter den Lösungsqualitäten sowie deren Minimum unterscheiden sich nicht erheblich voneinander. Lediglich das Maximum der Lösungsqualitäten, d.h. die schlechteste realisierte Lösungsqualität, fällt für das Verfahren von RENAUD/BOCTOR/LAPORTE (1996) um 1,73% ungünstiger aus als für die CHI-TICI/NIVD-M-Heuristik. Hinsichtlich der erzielten Lösungsqualitäten ist folglich zu konstatieren, daß das von den Autoren vorgestellte Verfahren dem hier entwickelten deutlich, aber nicht erheblich überlegen ist.

Anders verhält es sich hinsichtlich der erforderlichen Rechenzeiten. Bereits für das kleinste hier untersuchte TSP - EIL51 mit n=51 - erweist sich die hier vorgestellte Heuristik mit 0,317 Sekunden Laufzeit vordergründig als etwa doppelt so schnell wie das Verfahren von RENAUD/BOCTOR/LAPORTE (1996). Bei steigender Problemgröße wächst die von dem Verfahren der Autoren benötigte Rechenzeit sichtbar schneller an als jene der CHI-TICI/NIVD-M-Heuristik. Während die CHI-TICI/NIVD-M-Heuristik für das größte innerhalb der 33 Probleme erscheinende TSP - D493 mit n=493 - rund 7,12 Sekunden zur Lösung benötigt, beendet das Verfahren der Autoren seine Berechnungen erst nach 24,2 Sekunden.

Hinsichtlich der erforderlichen Rechenzeiten sind nunmehr jedoch noch zwei weitere Fakten zu berücksichtigen: Zum *ersten* wurden bei den hier verglichenen Laufzeiten der

^{Vgl. zu den Kantenaustauschverfahren (eingeführt von LIN (1965), S. 2245 ff. mit Rückgriff auf CROES (1958), S. 791 ff.; ansatzweise bereits bei FLOOD (1956), S. 61 ff.) bzw. 4-opt z.B. BELLMORE/NEMHAUSER (1968), S. 551; MÜLLER-MERBACH (1970), S. 77 ff.; MÜLLER-MERBACH (1973), S. 302 ff.; GOLDEN/BODIN/DOYLE/STEWART (1980), S. 700 f.; REICHARDT (1980), S. 100 ff.; HELLMANN (1984), S. 186 ff.; GOLDEN/STEWART (1985), S. 218 ff.; MELAMED/SERGEEV/SIGAL (1989c), S. 1466 f.; DOMSCHKE (1990), S. 98 ff.; LA-PORTE (1992a), S. 243; BENTLEY (1992), S. 399 ff.; MARGOT (1992), S. 45 ff.; REINELT (1994), S. 105 ff.; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 23 ff.; JOHNSON/MCGEOCH (1995), S. 16 ff.; GLOVER (1996b), S. 169 ff.; auch Abschnitt 2.3.4.}

Vgl. zu den hier gebildeten TSP-Gruppen aus Problemen der TSPLIB Abschnitt 2.4.

Vgl. RENAUD/BOCTOR/LAPORTE (1996), S. 141, Table XI, Spalten 4 und 5. Die Autoren beziehen insgesamt 35 Probleme aus der TSPLIB in ihre empirische Untersuchung mit ein; von diesen wurden allein die TSP TS225 und FL417 im Rahmen dieser Arbeit nicht verwendet.

Vgl. zu den dabei erzielten Lösungsqualitäten Tab. 51 bis 53 in Abschnitt 5.3.2.4 sowie Abschnitt 5.3.2.5; zu den benötigten Laufzeiten Anhang 27.

CHI-TICI/NIVD-M-Heuristik der Rechenaufwand für die Bestimmung der VD-Strukturen nicht berücksichtigt.³²⁴ Bezieht man diese mit ein, so scheint der Vorteil des hier vorgestellten Verfahrens im Vergleich mit der Heuristik von RENAUD/BOCTOR/LA-PORTE (1996) bezüglich der realisierten Laufzeiten zunächst deutlich geringer bzw. bei bestimmten Problemgrößen sogar nicht mehr identifizierbar zu sein. Um zu einer einigermaßen validen Beurteilung zu kommen, müßte nun aber zum *zweiten* auch die eingesetzte Hard- und Software mit in die Betrachtung einbezogen werden. RENAUD/BOCTOR/LAPORTE (1996) nutzen eine Sun Sparcstation 2,³²⁵ während hier ein PC mit einem Intel 486 DX 33-Prozessor verwendet wurde. Letzterer dürfte als erheblich langsamer zu beurteilen sein. Des weiteren setzen die Autoren ein PASCAL-Kompilat ein, während hier auf eine interpretierte Sprache zurückgegriffen wurde.³²⁶ Bei Berücksichtigung dieser Rahmenbedingungen wird deutlich, daß die hier präsentierte CHI-TICI/NIVD-M-Heuristik - selbst bei Einbeziehung der für die Berechnung der VD-Strukturen notwendigen Rechenzeiten - hinsichtlich des Laufzeitverhaltens als dem Verfahren von RENAUD/BOCTOR/LAPORTE (1996) weit überlegen einzuschätzen ist.

Ob diese Überlegenheit hinsichtlich des Laufzeitverhaltens allerdings die mindere Lösungsqualität aufzuwiegen vermag, ist eine subjektive bzw. vom situativen Kontext des Heuristikeinsatzes abhängige Frage.³²⁷ Es ist letztlich keine eindeutige Dominanz des einen über das andere Verfahren hinsichtlich beider relevanten Beurteilungskriterien gegeben. Dennoch läßt sich als Fazit festhalten, daß die hier als Ergebnis der angestellten Überlegungen entwickelte CHI-TICI/ NIVD-M-Heuristik in ihrer Leistungsfähigkeit keineswegs erheblich gegenüber in der Literatur publizierten Verfahren abfällt.³²⁸

Hinsichtlich des Konzeptes der vorgenommenen Untersuchungen läßt sich nun weiterhin einwenden, daß auch die mittels der Varianten I und II der um die Nutzung von VD-Strukturen modifizierten CHI-Heuristik ermittelten Rundreisen durch die Nachschaltung der NIVD-M-Heuristik hätten verbessert werden können. Unter Umständen hätten damit noch bessere Lösungsqualitäten als mit der CHI-TICI/NIVD-M-Heuristik erzielt werden können. Der Fokus der Betrachtung lag hier allerdings auf der Reduzierung der notwendigen Rechenzeit; daher wurde nur die in diesem Sinne erfolgreichste Konstruktionsheuristik mit dem Verbesserungsverfahren kombiniert. Entsprechend wurden andere mögliche Kombinationen ignoriert. Nimmt man von dieser Einstellung Abstand, so wäre es auch aufschlußreich, im Sinne KRASNOGOR/MOSCATO/NORMANs (1995) nicht einfach die NIVD-Heuristik den verschiedenen Variationen der CHI-Heuristik (Varianten I, II, CHI-TICI) nachzuschalten, sondern sie ineinander zu *verschachteln*:³²⁹ Nach jeder Einfügung einer Stadt in die jeweils vorliegende Teilrundreise in einer Iteration könnte

Vgl. auch obige Ausführungen bzw. Abschnitt 4.2.4.5.

Vgl. RENAUD/BOCTOR/LAPORTE (1996), S. 136. Eingesetzt wurde eine Sun Sparcstation 2 mit 28,5 MIPS, 4,2 Mflops und 32 MB RAM.

Vgl. RENAUD/BOCTOR/LAPORTE (1996), S. 136 sowie im Rahmen dieser Arbeit die Abschnitte 4.2.4.5 und 5.3.1.2, Fußnote 176.

Vgl. auch die Anmerkung zu diesem Punkt im Abschnitt 5.3.1.5.

Vgl. dazu z.B. die Beurteilung des von RENAUD/BOCTOR/LAPORTE (1996) vorgestellten Verfahrens durch die Autoren selbst, RENAUD/BOCTOR/LAPORTE (1996), S. 142. Es ist allerdings anzumerken, daß für eine validere Fundierung dieses Fazits weitaus umfangreichere Vergleiche mit publizierten Heuristiken vorgenommen werden müßten.

³²⁹ Vgl. Abschnitt 5.2.1 sowie KRASNOGOR/MOSCATO/NORMAN (1995), S. 2 f.

die NIVD-Heuristik vollständig oder in einer beschränkten Variante (z.B. mit einer begrenzten Anzahl von Läufen) ausgeführt werden. - Diese weiterführenden Untersuchungen müssen zukünftig durchgeführt werden; über ihre möglichen Ergebnisse soll hier nicht spekuliert werden.

Desgleichen können natürlich auch unzählige weitere bereits vorliegende Heuristiken - Konstruktions- und Verbesserungsverfahren - auf die Möglichkeiten der unterschiedlichen Nutzung von VD-Strukturen hin untersucht werden. Die im Abschnitt 5.2 genannten Arbeiten konnten - trotz der in dieser Hinsicht bereits sehr umfangreichen Anstrengungen der Autoren der REINELT-Gruppe - bislang nur einen geringen Teil der sich bietenden Möglichkeiten ausschöpfen. Dabei muß auch der weitergehenden Nutzung spezieller, über die Nachbarschaftsverhältnisse hinausgehender Eigenschaften noch mehr Aufmerksamkeit geschenkt werden. Wie sich an den Beiträgen von RUJÁN/EVERTSZ/LYKLEMA (1988), SEGAL/ZHANG/TSAI (1991), KRASNOGOR/MOSCATO/NORMAN (1995) sowie den in Abschnitt 4.3 nachgewiesenen Eigenschaften der VD-Struktur in Beziehung zu qualitativ guten Rundreisen für das TSP zeigt, bietet sich hier ein erhebliches Potential. Es erweist sich allerdings als erheblich schwerer erschließbar als die Möglichkeiten zur reinen Rechenzeitverkürzung über Nachbarschaftsverhältnisse.

Wie aus Abschnitt 3 ersichtlich wurde, ist für praktische Anwendungen des TSP aufgrund der zumeist vorzufindenden technischen Randbedingungen die Maximumsmetrik von erheblich höherer Bedeutung als die euklidische Metrik. Will man letztere nicht als Approximation der ersteren verwenden, so ergäbe sich für einen realen Einsatz der hier vorgestellten Verfahren die Notwendigkeit, sie für die Maximumsmetrik zu implementieren. Da auch VD-Strukturen unter derselben errechnet und sämtliche hier angewandten Konzepte weitgehend von der euklidischen Metrik gelöst werden können, ergeben sich dabei keine konzeptionellen Probleme.³³⁰ Auch die erforderlichen durchschnittlichen Rechenzeiten sollten weitgehend unberührt bleiben. Es wäre allerdings notwendig, zu überprüfen, ob die realisierten Lösungsqualitäten weiterhin erzielt werden können.

Im Vergleich mit den in der Literatur zu findenden heuristischen Nutzungen der VD-Struktur ist zu konstatieren, daß die hier vorgestellten Konzepte jenen der REINELT-Gruppe am ähnlichsten sind,³³¹ d.h. zumeist die VD-Strukturen im Rahmen der durch sie vorgegebenen Nachbarschaftsverhältnisse zur Rechenzeitverkürzung nutzen. Allenfalls die CHI-TICI-Heuristik könnte mit ihrem Rückgriff auf die Dreiecke der Delaunay-Struktur als Ansatz einer weitergehenden Berücksichtigung qualitativer Eigenschaften von VD-Strukturen angesehen werden. Hinsichtlich der hier realisierten Lösungsqualitäten ist im Vergleich mit REINELT (1994) anzumerken,³³² daß dieser im Rahmen seiner Untersuchungen von Einfügungsverfahren selbst bei Einsatz des Randes der konvexen Hülle als erster Teilrundreise und Verwendung verschiedener Einfügungskriterien durchgängig erheblich schlechtere Ergebnisse ausweist. Dies hat die folgenden Gründe:

Vgl. zu VD-Strukturen unter anderen Metriken Abschnitt 4.2.1.

Vgl. Abschnitt 5.2.1. Gleichfalls ist allerdings auch eine Ähnlichkeit zu der Arbeit von ZWEIG (1995), S. 1049 ff. gegeben.

³³² Vgl. im folgenden REINELT (1994), S. 82 ff.

- Zum ersten ignoriert REINELT (1994) das erfolgreichste aller Einfügungskriterien, das "Greatest Angle Insertion"-Kriterium, vollständig - dasselbe wird nicht einmal erwähnt.
- Zum zweiten nimmt er keine so deutliche Trennung zwischen Vor- und Endauswahl vor, wie sie hier praktiziert wurde. Die von ihm verwendeten Einfügungskriterien werden stets als VAV verwendet; als EAV wird durchgängig das Kriterium "Cheapest Insertion" eingesetzt.³³³ Damit bleibt der Blick auf erfolgreichere Kriterienkombinationen versperrt.

Ähnlichkeiten der hier vorgestellten Konzepte ergeben sich zwangsläufig auch zur Arbeit von ZWEIG (1995). 334 Dessen "Modified Convex Hull Insertion Procedure" nutzt zum ersten einen der in Abschnitt 5.3.1.3 vorgestellten Tripelaktualisierung sehr nahekommenden Mechanismus; zum zweiten greift auch er bei der Auswahl der einzufügenden Städte - ähnlich den Varianten I und II der CHI-Heuristik unter Nutzung von VD-Strukturen - auf Nachbarschaftslisten zurück, die er über die Delaunay-Struktur bildet. Eine deutliche Differenzierung zwischen Vor- und Endauswahlverfahren wird allerdings nicht vorgenommen; als VAV werden die Kriterien "Ratio Insertion" und "Greatest Angle Insertion" eingesetzt, als EAV wird immer "Cheapest Insertion" verwendet. Die erzielten Lösungsqualitäten werden nicht explizit ausgewiesen; sie sollen nach Aussage des Autors durchschnittlich um 10% über der OLN liegen. Die hier vorgestellten vergleichbaren Varianten I und II der CHI-Heuristik unter Nutzung von VD-Strukturen erzielten deutlich bessere Ergebnisse. Die Laufzeitkomplexität seines Verfahrens weist der Autor mit $O(n \ln n)$ aus, was angesichts der hier gesammelten Erfahrungen schwer nachvollziehbar erscheint.

³³³ Vgl. REINELT (1994), S. 83; JÜNGER/REINELT/RINALDI (1994), S. 15.

Vgl. folgend ZWEIG (1995), S. 1052 ff. Es ist allerdings anzumerken, daß ZWEIG (1995) seine Heuristik in Verbindung mit einem speziellen nachgeschalteten Verbesserungsverfahren einsetzt, dem die hauptsächliche Aufmerksamkeit des Beitrages gilt.

6. Kritische Reflexion und Ausblick

Der diese Arbeit beschließende Abschnitt 6 soll entgegen der üblichen Gewohnheit nicht sämtliche bislang vorgetragenen Überlegungen in knapper Form wiederholen. Entsprechende Resümees wurden bereits - soweit es angemessen und notwendig schien - jeweils am Ende der vorstehenden Hauptabschnitte gezogen.¹ Vielmehr sollen im weiteren nur noch die zentralen Ergebnisse dieser Arbeit verdichtet dargestellt, kritisch reflektiert und bewertet werden. Darüber hinaus gilt es, als Konsequenz dieser Reflexion jene Themenfelder aufzuzeigen, in welchen zukünftige Nachforschungen besonders interessant bzw. lohnend scheinen, und deren möglichen Nutzen abzuschätzen. Zuweilen ergeben sich dabei aus den hier gewonnenen Erkenntnissen auch schon denkbare Vorgehensweisen für solche weiterführenden Untersuchungen. In diesem Sinne werden die Ausführungen der Abschnitte 1 und 2 im weiteren nicht mehr berücksichtigt, da sie lediglich einer Einführung in das Thema bzw. der notwendigen Begriffsvereinheitlichung dienten und einen etwas breiter angelegten Überblick über den Gegenstand dieser Arbeit gaben.

Abschnitt 3 motivierte zunächst - im Sinne einer Verdeutlichung der Relevanz des TSP für reale Problemstellungen - die Auseinandersetzung mit dem Thema. Anhand einer Reihe von ausgewählten Anwendungen wurde aufgezeigt, wie TSP hinsichtlich konkreter Praxisfälle formulier- und lösbar sind. Dabei wurde zum einen die erhebliche Heterogenität der diversen Erscheinungsformen des TSP deutlich - in TSP überführbare Optimierungsprobleme lassen sich in einer großen Anzahl verschiedener Kontexte und Situationen identifizieren. Obgleich die Betrachtung sich hier implizit auf ökonomische Aspekte fokussierte, wurden auch etliche Anwendungen vorgestellt, bei denen ein solcher Charakter nicht gegeben ist. Zum zweiten wurde deutlich, daß der Prozeß der Problemformulierung - von der Problemidentifikation über die Problemstrukturierung bis hin zur Repräsentation bzw. Modellierung als TSP - offensichtlich in komplexeren Situationen ein hinreichendes (Erfahrungs-) Wissen verlangt.² Die umfangreichen Erörterungen im Abschnitt 3.5 stellten in diesem Sinne auf spezifische Schwierigkeiten bei der ökonomischen Beurteilung, der Modellierung und schließlich der Auswahl eines Lösungsverfahrens für ein Praxisproblem ab. Dabei ergab sich, daß insbesondere hinsichtlich der Konkretisierung der Zielgrößen bzw. -funktionen sowie Variationen des klassischen TSP - z.B. durch die Einbeziehung dynamischer oder stochastischer Elemente - sowohl der Umfang der bislang vorliegenden Erkenntnisse als auch ihre praktische Tauglichkeit als eher beschränkt zu beurteilen sind. Gleiches gilt, wenn das TSP als interdependentes verknüpftes Subproblem in einem komplexeren Problemkontext erscheint. Insofern besteht hier offensichtlich noch ein erheblicher Forschungs- bzw. Entwicklungsbedarf.

Obgleich es nicht der Folge der Ausführungen entspricht, sei im weiteren zunächst auf *Abschnitt 5* eingegangen. In diesem wurden heuristische Verfahren zur Lösung des zweidimensionalen, euklidischen TSP entworfen, welche nahezu ausschließlich die durch die entsprechenden VD-Strukturen definierten Nachbarschaftsbeziehungen der Städte zur Lösung des TSP nutzen. Dabei bildete die klassische "Convex Hull Insertion"-Heuristik

¹ Vgl. z.B. die Abschnitte 3.5, Teile des Abschnitts 4.3 und Abschnitt 5.4.

Vgl. allgemeiner zu solchen Grundfragen quantitativer Modellierung z.B. BERENS/DELFMANN (1995), S. 30 ff.; vgl. für diese Arbeit z.B. den Abschnitt 3.4.6.

(als ein Konstruktions- bzw. Eröffnungsverfahren) einen ersten Ausgangspunkt für die Überlegungen. Ihre schrittweise Verbesserung bzw. Modifikation wurde über mehrere Varianten bis hin zur CHI-TICI-Heuristik detailliert erläutert und evaluiert. In gleicher Weise war anschließend die "Node Insertion"-Heuristik (als ein Verbesserungsverfahren) Gegenstand des Interesses; Ergebnis ihrer Weiterentwicklung war die NIVD-Heuristik. Letztendlich wurden die CHI-TICI-Heuristik und das verbesserte NIVD-Verfahren (als NIVD-M-Heuristik) miteinander kombiniert.

Die angestellten Überlegungen zur Nutzung der durch VD-Strukturen definierten Nachbarschaftsbeziehungen fokussierten sich hinsichtlich der Modifikation der klassischen "Convex Hull Insertion"-Heuristik zunächst auf eine Reduzierung der Laufzeiten unter Wahrung der erzielten Lösungsqualitäten; später wurde diese Forderung aufgegeben und weitere Senkungen der Rechenzeit auch zu Lasten der Lösungsqualität angestrebt. Bezüglich der "Node Insertion"-Heuristik wurden keinerlei Vorgaben hinsichtlich der zu erzielenden Lösungsqualitäten bei der Laufzeitreduzierung einbezogen.

Weder die "Convex Hull Insertion"- noch die "Node Insertion"-Heuristik sind, so kann nun kritisch eingewandt werden, besonders leistungsfähige Verfahren, deren Weiterentwicklung sonderlich lohnend erscheint. Dies ist korrekt. Das Interesse galt auch mehr der Frage, wie die durch VD-Strukturen definierten Nachbarschaften der Städte für eine spezifische, vorgegebene Heuristik genutzt werden könnten. Obgleich zu diesem Thema schon einige Arbeiten (zu nennen sind insbesondere jene von REINELT) vorliegen,³ haben die Ausführungen gezeigt, daß die Entwicklung differenzierterer, verfeinerter Konzepte noch immer lohnend ist. Dabei erwies es sich - um die obige Kritik aufzugreifen bei der Entwicklung wie Evaluierung der hier vorgestellten Konzepte und Techniken als sinnvoll, zunächst mit eher einfach strukturierten Heuristiken zu beginnen. Die zwei ausgewählten Verfahren sind halbwegs eindeutig und nachvollziehbar in der Literatur dokumentiert; sie weisen eine beschränkte Komplexität auf, existieren - z.B. im Gegensatz zum Verfahren von LIN/KERNIGHAN - nur in einer begrenzten Zahl von Variationen und haben einen relativ hohen Bekanntheitsgrad.

Die Frage, ob das als Ergebnis der angestellten Überlegungen präsentierte CHI-TICI/ NIVD-M-Verfahren im Vergleich mit anderen in der Literatur präsentierten Heuristiken konkurrenzfähig ist, wurde dabei zunächst bewußt ausgeklammert. Ein wesentlicher Grund dafür waren die erheblichen beim Vergleich der Leistungsfähigkeit von heuristischen Verfahren zu konstatierenden Probleme;⁴ als valides Referenzobjekt wurde deshalb stets die eigene Implementierung der klassischen "Convex Hull Insertion"-Heuristik herangezogen. Erst im Abschnitt 5.4 erfolgte unter Vorbehalten ein exemplarischer Vergleich mit einem von RENAUD/BOCTOR/LAPORTE (1996) vorgestellten heuristischen Verfahren. Dieser zeigte im Ergebnis, daß die hier entwickelte Heuristik zwar deutlich - wenn auch nicht erheblich - schlechtere Lösungsqualitäten realisiert, dafür jedoch bedeutend niedrigere Laufzeiten in Abhängigkeit von der Problemgröße aufweist.

Die oben ausgeführten Überlegungen wie auch der Vergleich der CHI-TICI/NIVD-M-Heuristik mit einem publizierten Algorithmus zur heuristischen Lösung des TSP stecken bereits ein Arbeitsfeld für zukünftige Untersuchungen ab: Es wäre zum *ersten* fruchtbar,

³ Vgl. insbesondere REINELT (1989) und REINELT (1994); darüber hinaus die in Abschnitt 5.2 genannten bzw. eingehender dargestellten Arbeiten.

⁴ Vgl. Abschnitt 2.3.4 sowie Abschnitt 5.4.

die hier entwickelten Konzepte und Techniken zur Nutzung von VD-Strukturen auf diverse leistungsfähige Heuristiken zur Lösung des zweidimensionalen, euklidischen TSP zu übertragen. Damit sollte es möglich sein, die von diesen benötigte Rechenzeit unter Wahrung - ggf. sogar Verbesserung - der bislang erzielten Lösungsqualitäten zu senken.⁵ Ein solches Unterfangen ist allerdings keineswegs trivial: Es gilt, die hier entwickelten Ansätze unter sorgfältiger Berücksichtigung der Arbeitsweise der jeweiligen Heuristiken - quasi in einem situativen Kontext - anzupassen. Zum zweiten scheint es gleichfalls lohnend, sich vom euklidischen, zweidimensionalen TSP zu lösen und z.B. zu prüfen, inwieweit sich die vorgestellten Verfahren auf TSP mit anderen Metriken (für welche VD-Strukturen berechenbar sind), so z.B. das TSP mit einer Maximumsmetrik, anwenden lassen.⁶

Es ist allerdings kritisch anzumerken, daß dieses Arbeitsfeld - wie auch der gesamte Abschnitt 5 - nur in geringem Umfang *neue* heuristische Prinzipien bereitzustellen vermag. Über die Nutzung der in der VD-Struktur enthaltenen Nachbarschaftsbeziehungen der Städte können lediglich Effizienz wie Effektivität bereits bekannter Heuristiken erhöht werden. Sicherlich ist auch dies - insbesondere im Kontext realer Anwendungen des TSP - als fruchtbar anzusehen; zweifelsohne erfüllt auch ein solches Arbeiten einen wissenschaftlichen Anspruch - es ist jedoch mehr "Entwicklung" (im Sinne einer Weiterentwicklung und Umsetzung bereits vorliegender Erkenntnisse und Prinzipien) als tatsächliche "Forschung". Damit fehlt diesem Arbeitsgebiet ein wesentlicher intellektueller Anreiz: Es bedeutet keinen Vorstoß in das Unbekannte; die vorzunehmenden Untersuchungen vermögen - etwas prosaischer ausgedrückt - kein *zusätzliches* strukturelles Wissen über das TSP zu erschließen, welches zum Entwurf neuer, innovativer Heuristiken dienen könnte.

Diesen subjektiven Anspruch erfüllen die sich aus Abschnitt 4 ergebenden Implikationen weitaus besser. Im Abschnitt 4 wurde zunächst die "klassische", dem zweidimensionalen, euklidischen TSP zuzuordnende VD-Struktur eingeführt und eingehend erörtert. Sodann wandte sich die Betrachtung möglichen Beziehungen zwischen dem TSP bzw. optimalen Rundreisen für dasselbe und VD-Strukturen zu. Hier wurde zunächst - entsprechend früheren Untersuchungen - festgestellt, daß die Kanten optimaler Rundreisen zumeist der Delaunay-Struktur angehören. Trotz einer eingehenden Analyse gelang es allerdings nicht, festzustellen, warum manche Kanten optimaler Rundreisen *nicht* zugleich Kanten der Delaunay-Struktur sind. Es erwies sich - unter Berücksichtigung der Tatsache, daß eine Delaunay-Struktur nicht einmal hamiltonisch sein muß - als nicht möglich, hinreichende statistische Korrelationen zwischen Merkmalen von VD-Strukturen und dem Auftreten dieser sogenannten "NDE-Kanten" nachzuweisen. Im weiteren wurde anhand empirischer Befunde (bzgl. der Gruppe I) gezeigt, daß es für ein einzelnes TSP durchaus eine Vielzahl an Rundreisen geben kann, welche ausschließlich aus Kanten der Delaunay-Struktur bestehen. Allerdings müssen diese keineswegs zwangsläufig eine gute Lö-

So dürfte es z.B. auch problemlos möglich sein, das in Abschnitt 5.4 knapp skizzierte Verfahren von RENAUD/BOCTOR/LAPORTE (1996), S. 134 ff. durch die Nutzung von VD-Strukturen unter Wahrung der erzielten Lösungsqualitäten stark zu beschleunigen.

⁶ Vgl. auch Abschnitt 5.4.

⁷ Vgl. folgend Abschnitt 4.3.1.

⁸ Vgl. folgend Abschnitt 4.3.2.

sungsqualität aufweisen. Im Rahmen der Klärung der Frage, wie die Nutzung von VD-Strukturen zur heuristischen Lösung des TSP in der Literatur begründet wird,⁹ wurde knapp auf eine weitere Eigenschaft von Rundreisen guter Lösungsqualität - ihre "Glätte" - sowie deren mittelbare Verknüpfung zur Delaunay-Struktur (welche spitze Winkel vermeidet) verwiesen.

Die bislang aufgezeigten Eigenschaften bzw. Verbindungen zwischen dem euklidischen, zweidimensionalen TSP und VD-Strukturen orientierten sich an bereits bekanntem Wissen und erweiterten bzw. variierten dieses nur marginal. Im Abschnitt 4.3.4 hingegen wurde anschließend exemplarisch eine von mehreren derzeit noch unbekannten Beziehungen der VD-Struktur zu optimalen Lösungen des TSP vorgestellt, welche aus den für diese Arbeit angestellten Untersuchungen hervorging. Ausgangspunkt war dabei die Entwicklung der Hypothese, daß jene Kanten der optimalen Rundreise, welche zugleich der Delaunay-Struktur angehören, 10 zumeist längere bzw. die längsten (über einen Rang bezüglich der summierten Kantenlängen eines Voronoi-Polyeders konkretisierte) Voronoi-Kanten als Duale aufweisen. Diese Annahme wurde anschließend sehr differenziert - unter Berücksichtigung der internen strukturellen Heterogenität von VD-Strukturen - überprüft. Die geäußerte Vermutung konnte überraschend konsistent empirisch bestätigt, jedoch nur recht global - und damit unzufriedenstellend - erklärt werden. Allein aus dieser einen eingehend vorgestellten neuen Eigenschaft ergibt sich eine Vielzahl an Fragen und Ansatzpunkten für künftige Untersuchungen, so z.B.:

- Existieren andere Merkmale bzw. aus Elementen der VD-Struktur bzw. deren Beziehungen untereinander ableitbare Hinweise, welche gleich der erläuterten Eigenschaft einen Hinweis auf die Wahrscheinlichkeit geben, daß eine Kante in der optimalen Rundreise enthalten (oder nicht enthalten) ist? Entsprechendes scheint z.B. für die Winkel zu gelten, welche die Kanten der Delaunay- wie der Voronoi-Struktur (letztere als Duale der Kanten einer Rundreise) in potentiellen Folgen zueinander bilden.
- Kann die festgestellte Eigenschaft vielleicht dazu beitragen, die Nutzung von nicht der Delaunay-Struktur angehörenden Kanten in der optimalen Rundreise die in Abschnitt 4.3.1 nicht erklärt werden konnte zu begründen?
- Welche Beziehung besteht zwischen der vorgestellten Eigenschaft und der Lösungsqualität? Existiert eine "scharfe", eindeutige (und operational nachweisbare!) Relationalität in dem Sinne, daß eine Rundreise die erläuterte Eigenschaft stets um so deutlicher aufweist, je günstiger die Lösungsqualität ausfällt? Oder besteht zwischen der Lösungsqualität und der erläuterten Eigenschaft nur eine Korrelation (i.S. einer "unscharfen" Relation), d.h. es existieren auch Rundreisen schlechterer Qualität, welche diese Eigenschaft in höherem Grade aufweisen als solche mit besserer Lösungsqualität? Letzteres ist z.B. hinsichtlich der in Abschnitt 4.3.3 knapp skizzierten "Glätte" von Rundreisen gegeben. Um diese Frage zu klären, wäre die Untersuchung einer großen Zahl von Rundreisen differierender Lösungsqualität für verschiedene TSP notwendig, die zumeist bzw. ausschließlich aus Kanten der Delaunay-Struktur bestehen.

_

⁹ Vgl. Abschnitt 4.3.3.

Dazu ist anzumerken, daß nach den in Abschnitt 4.3.1 gewonnenen Einsichten der größte Teil der Kanten einer optimalen Rundreise gleichzeitig der Delaunay-Struktur angehört.

• Im Sinne eines zweckorientierten Vorgehens ist nicht zuletzt natürlich auch die Umsetzung der gewonnenen Erkenntnisse in leistungsfähige Heuristiken von Interesse: Wie könnten solche unter Nutzung der in Abschnitt 4.3.4 festgestellten Eigenschaft - vorbehaltlich der Verifizierung einer vorzugsweise "scharfen", aber auch "unscharfen" Relation zwischen Lösungsqualität und derselben - ausgestaltet werden? Welche Steuerungsmechanismen sind notwendig, um die Generierung von Rundreisen zu gewährleisten, welche die beschriebene Eigenschaft in möglichst hohem Grade aufweisen? - Eine denkbare Möglichkeit wäre z.B. die Nutzung spannender Bäume der Voronoi-Kanten im Rahmen eines Konstruktionsverfahrens. - Dabei könnten die im Abschnitt 5 entwickelten Konzepte und Techniken zur Beschleunigung solcher Heuristiken unter Nutzung der Nachbarschaftsbeziehungen von Städten in VD-Strukturen zwecks Realisierung geringer Rechenzeiten eingesetzt werden.

Es wird deutlich, daß die mit dem Abschnitt 4.3 wieder aufgenommenen älteren bzw. neu eingeführten Aspekte auf ein umfangreiches Betätigungsfeld für zukünftige Überlegungen hinweisen: Die bislang vorliegenden Erkenntnisse hinsichtlich geometrisch konkretisierbarer Eigenschaften bezüglich der Gestalt von Rundreisen guter bzw. optimaler Lösungsqualität für das zweidimensionale euklidische TSP sind bislang recht beschränkt. So ist die besondere Natur des Randes der konvexen Hülle der Städte bekannt; die auf ihm liegenden Städte erscheinen in der gleichen Reihenfolge in der optimalen Rundreise. Damit ist zugleich das Wissen verbunden, daß Kreuzungen von Kanten in einer Rundreise stets Verkürzungsmöglichkeiten bieten. Allein diese beiden Einsichten haben in der Vergangenheit bereits zahlreiche heuristische Verfahren motiviert. Neben diesen "scharfen" bzw. absoluten Aussagen stehen einige "unscharfe", nur als Tendenzen auffaßbare Erkenntnisse: Wiederholt wurde hier z.B. bereits die "Glätte" von Rundreisen angeführt; auch beobachteten schon LIN/KERNIGHAN (1973), daß Städte in guten bzw. optimalen Rundreisen zumeist mit näheren Nachbarn durch Kanten verbunden sind. 12

Hier bietet die Einbeziehung von VD-Strukturen in die Überlegungen nunmehr die Möglichkeit, das bereits vorhandene Wissen um strukturelle Eigenschaften von Rundreisen guter Lösungsqualität deutlich zu erweitern und anschließend heuristisch zu nutzen. Unter diesem Aspekt - und angesichts der zahlreichen aufgeworfenen Fragen - können die hier im Abschnitt 4.3 vorgetragenen Ausführungen nur als ein flüchtiger Blick in ein innovatives Arbeitsgebiet gewertet werden - eine intensivere Erschließung bleibt zukünftigen Untersuchungen vorbehalten.

¹¹ Vgl. Abschnitt 5.3.1.1.

Vgl. zu ersterem Abschnitt 4.3.3 sowie Abschnitt 5.3.1.1; zu letzterem LIN/KERNIGHAN (1973), S. 515.

Anhang 1: Ergebnisse der Approximation der Laufzeit des hier eingesetzten Verfahrens zur Berechnung von VD-Strukturen durch eine lineare Funktion in Abhängigkeit von der Problemgröße im Rahmen einer Regressionsanalyse (SPSS-Output)

Im Abschnitt 4.2.4.5 dieser Arbeit wurde - in Anlehnung an LUDWIG (1994) - ein Verfahren zur Berechnung von VD-Strukturen vorgestellt. Mit diesem wurden für insgesamt 49 TSP aus den Gruppen II und III (entstammend der TSPLIB REINELTs (1990a, 1991a, 1991d, 1995); vgl. zur Gruppierung der hier verwendeten Probleme sowie ihrer Herkunft Abschnitt 2.4) - allerdings teilweise inkonsistente - VD-Strukturen bestimmt. Eine Visualisierung (vgl. Abb. 74) der resultierenden Rechenzeiten (OZ) legt einen - von Ausreißern abgesehen - grob linearen Verlauf derselben in Abhängigkeit von der Problemgröße nahe. Entsprechend erfolgte im Rahmen einer Regressionsanalyse eine Approximation durch eine lineare Funktion (ohne Konstante). Die nachstehende Abb. 73 gibt den zugehörigen SPSS-Output wieder. Dabei stellt *n* die unabhängige Variable als die Anzahl der Städte des jeweiligen TSP und OZ die abhängige Variable als die benötigte Rechenzeit in Sekunden dar. Abb. 74 präsentiert die Originaldaten samt der angenäherten Ursprungsgerade, Abb. 75 die gegen eine Normalverteilung abgetragene Streuung der zugehörigen Residuen.

```
Dependent variable.. OZ
                                 Method.. LINEAR
Listwise Deletion of Missing Data
                 ,93643
Multiple R
R Square
R Square ,87691
Adjusted R Square ,87434
Standard Error 8,93365
         Analysis of Variance:
            DF Sum of Squares
                                Mean Square
          1
48
                    27290,777
3830,883
Regression
                                  27290,777
Residuals
                                     79,810
     341,94661 Signif F = ,0000
------ Variables in the Equation -----
Variable
                      B SE B Beta T Sig T
                 ,058911 ,003186 ,936433 18,492 ,0000
* Equation was estimated without the constant term; Rsq is redefined.
```

Abb. 73: Ergebnisse einer Approximation der Entwicklung der Rechenzeiten (OZ) des eingesetzten Verfahrens zur Berechnung der VD-Strukturen durch eine lineare Funktion (ohne Konstante) in Abhängigkeit von der Problemgröße (n) im Rahmen einer Regressionsanalyse (SPSS-Output) für 49 TSP der Gruppen II und III aus der TSPLIB.

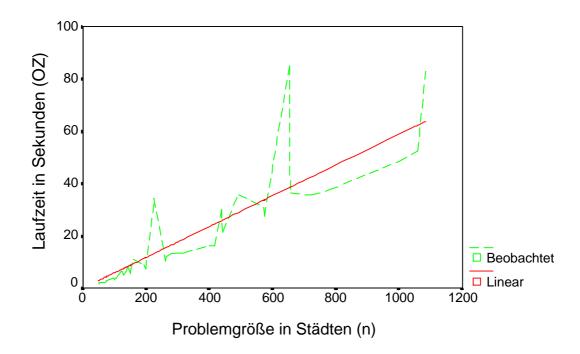


Abb. 74: Laufzeiten (OZ) des hier implementierten Verfahrens (nach LUD-WIG (1994)) zur Bestimmung von VD-Strukturen für 49 TSP der Gruppen II und III aus der TSPLIB sowie im Rahmen einer Regressionsanalyse ermittelte approximierende Gerade.

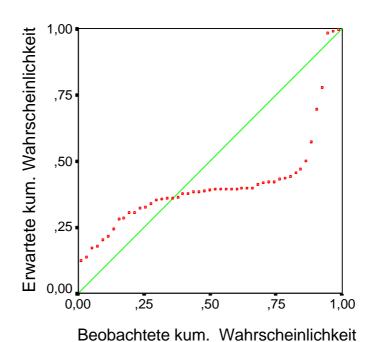


Abb. 75: Verteilung der Residuen einer Approximation der Entwicklung der Rechenzeiten (OZ) des hier implementierten Verfahrens zur Bestimmung von VD-Strukturen (nach LUDWIG (1994)) durch eine lineare Funktion (ohne Konstante) in Abhängigkeit von der Problemgröße (n) im Rahmen einer Regressionsanalyse für 49 TSP der Gruppen II und III aus der TSPLIB.

Anhang 2: Einige statistische Kennzahlen für Merkmale der für die TSP-Gruppen II und (teilweise) III aus der TSPLIB berechneten VD-Strukturen

Im Abschnitt 4.2.4.5 dieser Arbeit wurde im Hinblick auf die für 41 TSP aus den hier gebildeten Gruppen II und (teilweise) III (entstammend der TSPLIB REINELTs (1990a, 1991a, 1991d, 1995); vgl. zur Gruppierung der hier verwendeten Probleme sowie ihrer Herkunft Abschnitt 2.4) konsistent berechneten VD-Strukturen auf die vorgenommene Erhebung einiger wesentlicher Merkmalsausprägungen verwiesen. Dabei galt die Aufmerksamkeit - hinsichtlich der Bestimmung von Mittelwerten, Streuungen und Häufigkeitsverteilungen - insbesondere folgenden Charakteristika:

- der Anzahl der Voronoi- sowie Delaunay-Kanten,
- der Länge der Voronoi- sowie Delaunay-Kanten,
- der Fläche der Voronoi-Polyeder und der Delaunay-Dreiecke sowie
- den von Voronoi- sowie Delaunay-Kanten gebildeten Winkeln.

Die nachstehenden Tab. 54 bis 61 geben ausgewählte Ergebnisse dieser Erhebung (als Minima, Maxima, Mittelwerte und Streuungen) für die zu den 41 TSP gehörigen VD-Strukturen wieder. Dabei wird auf die im Abschnitt 4.3.4 eingeführte Terminologie sowie die entsprechenden Verfahren zum Ausschluß von Städten eines TSP bzw. seiner VD-Struktur aus der Betrachtung zwecks Verminderung des Einflusses von Randeffekten bzw. -verzerrungen (vgl. auch Abschnitt 4.3.4) zurückgegriffen. In diesem Sinne werden insbesondere die Städte auf dem Rand der konvexen Hülle (d.h., für die betrachteten Städte gilt ACH > 0) bzw. die Städte auf dem Rand der konvexen Hülle sowie ihnen direkt benachbarte Städte (d.h., für die betrachteten Städte gilt ACH > 1) folgend vernachlässigt. In solchen Fällen gilt, daß bei der Untersuchung der Größe ALDE (bzw. ALVE) dann jeweils sämtliche Delaunay-Kanten (Voronoi-Kanten) aus der Betrachtung ausgeschlossen werden, die eine nicht berücksichtigte Städte voneinander trennen).

Die Tab. 54 präsentiert zunächst einige grundlegende Informationen zur Anzahl der (ohne Ausschluß von Städten) insgesamt für die VD-Struktur eines TSP aufgefundenen Delaunay- bzw. Voronoi-Kanten sowie bezüglich der Anzahl der pro Stadt existierenden Nachbarschaften zu anderen Städten. Darüber hinaus wird die Anzahl der in Degenerationsfälle verwickelten Städte ausgewiesen (dabei ist zu beachten, daß eine einzelne Stadt durchaus an mehreren "Half-Neighbor"-Problemen teilhaben kann; aus diesem Grund übersteigt der hier angegebene Wert bei hochdegenerierten Problemen sogar teilweise n als die Anzahl der Städte bzw. die Größe des TSP). Dieser letztere Wert wird abschließend in Relation zur Anzahl der Städte des TSP, n, gesetzt (# HNP/n). Die Tab. 55 und 56 geben einige Kennwerte bzgl. der Flächen von Voronoi-Polyedern an (für ACH > 0 bzw. ACH > 1; die Städte auf dem Rand der konvexen Hülle müssen zwangsläufig ausgeschlossen werden, da die Flächen ihrer Voronoi-Polyeder unendlich groß ausfallen, vgl. Abschnitt 4.2.1 bzw. 4.2.2.). Die Tab. 57 bis 59 untersuchen die Länge von Delaunay-Kanten (ALDE) bei verschiedenen ACH-Werten, während die Tab. 60 und 61 entsprechende Charakteristika für die Länge von Voronoi-Kanten (ALVE) ausweisen. Angegeben werden in den Tab. 55 bis 61 jeweils Minima, Maxima, Mittelwerte, Standardabweichungen sowie Variationskoeffizient.

Die TSP aus den Gruppen II und III werden in den Tab. 54 bis 61 jeweils durch einen horizontalen Strich innerhalb der Tabelle getrennt.

TSP	n	# DE	# DE /n	MAX	MIN	MW	STDABW	VC	# HNP	#HNP/n
				NB	NB	NB	NB	NB		
EIL51	51	141	2,76	8	4	5,53	0,96	0,173	4	0,078
BERLIN52	52	145	2,79	8	3	5,58	1,20	0,215	0	0,000
ST70	70	197	2,81	9	3	5,63	1,22	0,217	0	0,000
EIL76	76	217	2,86	8 8	3 3	5,71	1,06	0,186	8	0,105
PR76 RAT99	76	218	2,87	8 9	3	5,74	1,28	0,223	0	0,000
	99	279	2,82		3	5,64	1,31	0,232	0	0,000
KR100A	100	285	2,85	10	4	5,70	1,35	0,237	0	0,000
KR100B	100 100	284 286	2,84	9		5,68	1,30	0,229	0	0,000
KR100C KR100D	100	283	2,86	9	3	5,72	1,36	0,237		0,000
KR100D KR100E	100		2,83	9 9	2	5,66	1,35	0,239	0	
	100	283	2,83	9	3	5,66	1,42	0,250	0	0,000
RD100 EIL101	100	286	2,86	9	3	5,72	1,24	0,217	8	0,000
LIN105	101	292 308	2,89	11	3	5,78	1,12	0,194 0,278		0,079 0,610
PR107	103	283	2,93 2,64	8	3	5,87 5,29	1,63 1,54	0,278	64 0	0,000
PR107 PR124	107	283 327	2,64	8 18	2	5,29	2,21	0,291	36	0,000
BIER127	127	370	2,04	9	3	5,83	1,27	0,419	8	0,290
CH130	130	377	2,91	10	2	5,80	1,27	0,219	0	0,003
PR136	136	456	3,35	12	3	6,71	1,83	0,237	316	2,324
PR144	144	397	2,76	15	3	5,51	2,57	0,273	16	0,111
CH150	150	432	2,76	11	3	5,76	1,41	0,403	0	0,000
KR150A	150	432	2,88	10	3	5,76	1,41	0,245	0	0,000
KR150H KR150B	150	436	2,91	10	3	5,81	1,41	0,243	0	0,000
PR152	152	428	2,82	9	2	5,63	1,67	0,296	0	0,000
U159	159	455	2,86	11	2	5,72	1,77	0,309	94	0,591
RAT195	195	562	2,88	9	3	5,76	1,17	0,204	0	0,000
D198	198	640	3,23	13	3	6,46	1,54	0,238	262	1,323
KR200A	200	586	2,93	9	3	5,86	1,37	0,235	0	0,000
KR200B	200	580	2,90	10	3	5,80	1,33	0,229	0	0,000
PR226	226	618	2,73	28	3	5,47	3,66	0,669	128	0,566
GIL262	262	773	2,95	11	3	5,90	1,40	0,237	0	0,000
PR264	264	946	3,58	18	3	7,17	1,48	0,206	696	2,636
A280	280		3,22	11	3	6,43	1,38	0,214	414	1,484
PR299	299	888	2,97	21	2	5,94	1,74	0,293	64	0,214
LIN318	318	988	3,11	11	3	6,21	1,42	0,229	192	0,604
RD400	400	1183	2,96	11	3	5,92	1,35	0,228	0	0,000
PR439	439	1431	3,26	14	3	6,52	1,43	0,220	528	1,203
PCB442	442	1447	3,27	41	3	6,55	2,31	0,353	628	1,421
D493	493	1472	2,99	13	3	5,97	1,23	0,207	20	0,041
U574	574	1709	2,98	15	2	5,95	1,45	0,244	4	0,007
RAT575	575	1701	2,96	11	3	5,92	1,16	0,197	8	0,014
Minimum			2,64	8	2	5,27	0,96	0,17	0	0,000
Maximum			3,58	41	4	7,17	3,66	0,67	696	2,636
Mittelwert			2,93	12,05	2,88	5,87	1,50	0,26	85,32	0,336
Stdabw.			0,19	6,10	0,46	0,38	0,47	0,09	178,29	0,647

Tab. 54: Untersuchung der für 41 TSP aus den Gruppen II und (teilweise) III bestimmten VD-Strukturen: Problembezeichnung und -größe (*n*), Angabe der Anzahl identifizierter Delaunay- bzw. Voronoi-Kanten (# DE), (# DE/*n*), maximale und minimale Anzahl direkter Nachbarn (MAX NB, MIN NB) sowie Mittelwert, Standardabweichung und Variationskoeffizient (MW NB, STDABW NB, VC NB) für die Anzahl direkter Nachbarschaftsbeziehungen; Anzahl der in HNP verwickelten Städte (Mehrfachteilnahme möglich, # HNP) sowie (# HNP/*n*).

TSP	n	# CH	#NCH	MAX VF	MIN VF	MW VF	STDABW VF	VC VF
EIL51	51	10	41	1559,7	40,4	169,3	269,7	1,593
BERLIN52	52	8	44	4358783,3	1255,6	149882,8	651688,2	4,348
ST70	70	10	60	12511,0	31,7	408,7	1588,8	3,887
EIL76	76	10	66	3218,7	23,3	192,4	560,0	2,911
PR76	76	7	69	214976774,6	1392202,3	16234647,3	39323176,6	2,422
RAT99	99	15	84	66800,6	79,0	1991,2	8057,0	4,046
KR100A	100	12	88	32192355,0	13488,7	609957,0	3469563,3	5,688
KR100B	100	13	87	20807369,5	11683,7	443208,1	2235895,7	5,045
KR100C	100	11	89	6986855,2	12623,5	222847,2	752022,4	3,375
KR100D	100	14	86	24418683,3	8733,8	431280,2	2611178,9	6,054
KR100E	100	14	86	9986190,6	9018,4	426426,0	1274729,2	2,989
RD100	100	11	89	8945870,6	551,2	179200,4	990472,5	5,527
EIL101	101	10	91	4170,3	7,1	167,0	582,2	3,487
LIN105	105	20	85	2375424,8	5526,7	124902,0	329799,3	2,640
PR107	107	35	72	8096633,4	75000,0	815428,0	1271873,1	1,560
PR124	124	51	73	29625233,8	119642,9	2316795,2	4652769,6	2,008
BIER127	127	10	117	1441954989,9	36723,7	15457985,9	133216702,4	8,618
CH130	130	10	120	718652,0	334,9	25725,3	94027,8	3,655
PR136	136	28	108	8242779,6	255371,8	1074799,5	1346479,8	1,253
PR144	144	36	108	11779146,7	68694,6	1291530,9	2271141,6	1,758
CH150	150	15	135	709784,7	521,3	13721,7	68595,6	4,999
KR150A	150	15	135	48735794,6	6481,2	661010,3	4352068,1	6,584
KR150B	150	11	139	102154284,8	5351,8	935225,0	8686210,0	9,288
PR152	152	25	127	52424740,1	32082,8	2185782,3	6020847,2	2,755
U159	159	43	116	10350416,7	15000,0	388928,3	1207814,8	3,105
RAT195	195	20	175	26553,4	140,2	701,1	2349,7	3,351
D198	198	20	178	5522169,8	645,2	89789,9	474803,7	5,288
KR200A	200	11	189	27666230,1	4776,0	579557,0	2921371,9	5,041
KR200B	200	17	183	49818333,7	3943,2	366978,1	3672983,9	10,009
PR226	226	89	137	512016421,5	75125,0	7984817,0	47073012,5	5,895
GIL262	262	10	252	103854,3	31,4	1241,2	7801,5	6,286
PR264	264	17	247	12951175,0	22500,0	536772,6	1765768,3	3,290
A280	280		235	3821,0	64,0	236,1	373,3	1,581
PR299	299		277	38266373,4	11881,5	1720842,7	6047349,6	3,514
LIN318	318		307	2186500,9	5526,7	93418,9	215400,0	2,306
RD400	400	14	386	8490319,1	470,2	44153,2	458479,0	10,384
PR439	439	17	422	15135165,8	20679,7	428388,5	1250193,8	2,918
PCB442	442	37	405	27623348,0	7187,5	157416,8	1382108,7	8,780
D493	493		484	8608050,5	651,0	62767,6	545780,4	8,695
U574	574		563	8485686,6	644,7	44512,0	391357,2	8,792
RAT575	575	23	552	70439,4	68,8	928,4	5551,8	5,980
Minimum								1,253
Maximum								10,384
Mittelwert								4,676
Stdabw.								2,540

Tab. 55: Untersuchung der für 41 TSP aus den Gruppen II und (teilweise) III bestimmten VD-Strukturen bzw. hier der Flächen der resultierenden Voronoi-Polyeder bei ACH > 0: Anzahl der Städte auf dem Rand der konvexen Hülle (# CH), Anzahl der berücksichtigten Voronoi-Polyeder bei ACH > 0 (# NCH), Maxima, Minima, Mittelwerte, Standardabweichung und Variationskoeffizienten (MAX VF, MIN VF, MW VF, STDABW VF, VC VF) der Flächen der Voronoi-Polyeder.

TSP	n	# CH	#NCH	MAX	MIN	MW	STDABW	VC
				VF	VF	VF	VF	VF
EIL51	51	10	18	103,0	47,2	71,4	15,9	0,222
BERLIN52	52	8	28	56035,8	1255,6	16441,8	14883,8	0,905
ST70	70	10	32	293,9	68,1	142,1	54,1	0,381
EIL76	76	10	42	434,4	23,3	58,8	60,0	1,022
PR76	76	7	52	5893542,4	1392202,3	2505462,0	993379,2	0,396
RAT99	99	15	53	2839,4	79,0	250,9	364,2	1,452
KR100A	100	12	53	1798428,1	13488,7	131700,7	245721,3	1,866
KR100B	100	13	62	1474994,3	25317,4	110197,8	180638,9	1,639
KR100C	100 100	11	60 52	397221,9	12623,5	90752,7	64344,5	0,709
KR100D KR100E	100	14 14	57	308479,1	8733,8	83565,7	57078,7	0,683
RD100	100	11	62	373950,6	9018,4	94298,5	69958,4	0,742
EIL101	100	10	67	73251,8 278,5	551,2 7,1	12143,4 42,8	10209,4 34,2	0,841 0,798
LIN105	101	20	62	622518,5	5526,7	49736,5	87817,3	1,766
PR107	103	35	34	3181516,0	80000,0	1184934,1	1046914,4	0,884
PR124	124	51	44	3748568,9	119642,9	909290,9	908218,1	0,884
BIER127	127	10	97	5453750,7	36723,7	811008,1	1002483,9	1,236
CH130	130	10	91	11704,1	334,9	3606,2	2096,7	0,581
PR136	136	28	72	4447599,5	255371,8	874128,9	726642,5	0,831
PR144	144	36	70	2767790,9	68694,6	652393,8	696610,7	1,068
CH150	150	15	98	8310,4	521,3	3184,6	1454,0	0,457
KR150A	150	15	98	861217,3	6481,2	75876,6	98550,7	1,299
KR150B	150	11	99	362863,9	5351,8	62632,5	51499,4	0,822
PR152	152	25	73	3943228,1	32082,8	940074,0	1254344,9	1,334
U159	159	43	75	1107000,1	15000,0	209278,5	219916,4	1,051
RAT195	195	20	128	2139,2	140,2	219,5	184,3	0,840
D198	198	20	145	666503,4	645,2	12874,7	59693,1	4,636
KR200A	200	11	156	1502466,4	4776,0	61394,3	135610,5	2,209
KR200B	200	17	145	592549,8	3943,2	52038,0	67130,3	1,290
PR226	226	89	78	5644965,9	75125,0	741494,2	1222671,4	1,649
GIL262	262	10	211	1181,9	31,4	153,9	118,0	0,766
PR264	264	17	187	6094241,2	22500,0	153333,7	543197,4	3,543
A280	280	44	169	516,9	64,0	168,9	78,6	0,466
PR299	299	22	201	6945348,0	11881,5	94141,5	487790,2	5,181
LIN318	318	11	256	195941,9	5526,7	37873,0	32368,3	0,855
RD400	400	14	330	44763,6	470,2	2736,3	2800,5	1,023
PR439	439	17	354	1819352,4	20679,7	165512,7	266755,0	1,612
PCB442	442	37	321	1217500,0	8450,0	39816,1	108954,6	2,736
D493	493		443	94019,5	651,0	8109,2	11147,0	1,375
U574	574		522	265165,3	1022,0	10063,5	18383,6	1,827
RAT575	575	23	479	1991,3	68,8	209,0	125,9	0,602
Minimum								0,222
Maximum								5,181
Mittelwert								1,332
Stdabw.								1,047

Tab. 56: Untersuchung der für 41 TSP aus den Gruppen II und (teilweise) III bestimmten VD-Strukturen bzw. hier der Flächen der resultierenden Voronoi-Polyeder bei ACH > 1: Anzahl der Städte auf dem Rand der konvexen Hülle (# CH), Anzahl der berücksichtigten Voronoi-Polyeder bei ACH > 1 (# NCH), Maxima, Minima, Mittelwerte, Standardabweichung und Variationskoeffizienten (MAX VF, MIN VF, MW VF, STDABW VF, VC VF) der Flächen der Voronoi-Polyeder.

TCD		#DE	MAX	MIN	MW	STDABW	VC
TSP	n	# D E	ALDE	ALDE	ALDE	ALDE	ALDE
EIL51	51	141	41,195	2,236	11,264	5,714	0,507
BERLIN52	52	145	1515,726	15,000	218,694	200,115	0,915
ST70	70	197	79,057	1,000	15,211	10,364	0,681
EIL76	76	217	56,143	2,236	9,810	6,115	0,623
PR76	76	218	19600,000	300,000	2584,442	2484,586	0,961
RAT99	99	279	94,048	4,123	18,693	10,869	0,581
KR100A	100	285	3462,052	13,038	380,931	324,542	0,852
KR100B	100	284	2747,970	26,000	377,782	314,230	0,832
KR100C	100	286	2269,014	17,720	357,831	258,548	0,723
KR100D	100	283	2992,671	11,662	364,018	292,069	0,802
KR100E	100	283	2674,012	22,136	373,584	308,373	0,825
RD100	100	286	905,352	4,797	130,792	101,494	0,776
EIL101	101	292	50,040	1,414	8,677	5,883	0,678
LIN105	105	308	2362,000	31,000	248,363	227,493	0,916
PR107	107	283	7250,000	200,000	1044,786	1966,761	1,882
PR124	124	327	6922,496	150,000	1171,858	1178,420	1,006
BIER127	127	370	13323,346	116,000	1376,657	1624,605	1,180
CH130	130	377	632,775	0,660	79,996	65,611	0,820
PR136	136	456	5175,000	170,000	1164,696	755,068	0,648
PR144	144	397	6550,000	100,000	1390,933	1217,189	0,875
CH150	150	432	355,787	1,649	70,298	43,418	0,618
KR150A	150	432	3153,162	13,038	309,245	278,299	0,900
KR150B	150	436	3019,004	8,062	300,639	261,465	0,870
PR152	152	428	7150,000	75,240	1165,719	1667,486	1,430
U159	159	455	3900,000	100,000	482,905	424,485	0,879
RAT195	195	562	116,000	6,325	18,155	9,655	0,532
D198	198	640	4153,060	22,937	158,817	399,439	2,515
KR200A	200	586	3611,190	10,296	268,482	270,821	1,009
KR200B	200	580	2882,044	5,000	256,533	223,007	0,869
PR226	226	618	10401,923	100,000	1386,876	1588,953	1,146
GIL262	262	773	181,000	1,000	15,801	14,681	0,929
PR264	264	946	6150,000	100,000	427,898	800,060	1,870
A280	280	897	90,796	8,000	16,479	10,454	0,634
PR299	299	888	3600,000	1,000	332,558	362,499	1,090
LIN318	318	988	1597,869	31,000	248,756	218,928	0,880
RD400	400	1183	689,062	1,174	63,726	52,953	0,831
PR439	439	1431	8564,607	90,139	513,107	664,734	1,296
PCB442	442	1447	3553,168	50,000	231,804	287,753	1,241
D493	493	1472	3519,412	17,961	116,770	220,718	1,890
U574	574	1709	2919,404	2,942	119,693	150,696	1,259
RAT575		1701	140,000	2,000	17,646	10,455	0,592
Minimum			·		·	•	0,507
Maximum							2,515
Mittelwert							0,985
Stdabw.							0,420

Tab. 57: Untersuchung der für 41 TSP aus den Gruppen II und (teilweise) III bestimmten VD-Strukturen bzw. hier der Längen der Delaunay-Kanten (ohne Ausschlüsse): Anzahl der berücksichtigten Delaunay-Kanten (#DE); Maxima, Minima, Mittelwerte, Standardabweichung und Variationskoeffizienten (MAX ALDE, MIN ALDE, MW ALDE, STDABW ALDE, VC ALDE) der Längen der Delaunay-Kanten.

TSP		#DE	MAX	MIN	MW	STDABW	VC
151	n	#DE	ALDE	ALDE	ALDE	ALDE	ALDE
EIL51	51	98	18,000	2,236	9,737	2,924	0,300
BERLIN52	52	113	539,491	15,000	163,192	115,767	0,709
ST70	70	149	31,016	1,000	12,979	6,226	0,480
EIL76	76	173	27,019	2,236	8,258	2,783	0,337
PR76	76	187	4750,000	522,015	1962,916	1073,840	0,547
RAT99	99	218	37,014	4,123	16,562	5,790	0,350
KR100A	100	225	1592,385	23,345	338,179	199,191	0,589
KR100B	100	233	1620,544	26,000	341,387	197,965	0,580
KR100C	100	235	806,975	32,311	320,596	164,921	0,514
KR100D	100	221	1314,955	11,662	319,225	184,964	0,579
KR100E	100	226	956,256	22,136	326,801	183,763	0,562
RD100	100	237	394,315	4,797	115,194	64,376	0,559
EIL101	101	248	25,000	1,414	7,324	2,918	0,398
LIN105	105	244	845,351	31,000	217,768	150,800	0,692
PR107	107	175	7084,667	200,000	1291,455	2253,471	1,745
PR124	124	196	5195,010	150,000	1077,986	840,162	0,779
BIER127	127	330	5367,429	116,000	1022,022	845,302	0,827
CH130	130	328	218,059	0,660	67,788	36,835	0,543
PR136	136	354	3498,032	170,000	1142,075	696,086	0,609
PR144	144	280	3810,266	100,000	1223,189	1088,992	0,890
CH150	150	364	206,660	1,649	64,247	30,009	0,467
KR150A	150	363	1326,217	21,633	279,331	159,888	0,572
KR150B	150	374	956,256	8,062	263,508	152,482	0,579
PR152	152	320	5729,761	75,240	1113,704	1585,743	1,424
U159	159	325	2800,000	100,000	468,531	364,821	0,779
RAT195	195	475	43,000	6,325	16,775	5,371	0,320
D198	198	562	2059,547	22,937	99,657	162,300	1,629
KR200A	200	531	1078,635	10,296	235,945	146,673	0,622
KR200B	200	507	1103,055	9,000	234,508	135,930	0,580
PR226	226	379	5280,152	100,000	1043,789	1390,208	1,332
GIL262	262	712	45,011	1,000	13,749	7,109	0,517
PR264	264		5450,000	100,000	361,656	672,416	1,859
A280	280	720	48,662	8,000	15,658	9,528	0,609
PR299	299	767	1350,231	1,000	270,214	189,297	0,701
LIN318	318	915	845,351	31,000	214,638	134,440	0,626
RD400	400	1098	260,859	1,174	57,261	28,827	0,503
PR439	439	1326	3104,231	90,139	437,478	473,437	1,082
PCB442	442	1280	1201,041	50,000	187,447	110,214	0,588
D493	493	1413	602,807	17,961	92,653	78,855	0,851
U574		1646	1270,000	2,942	104,626	75,798	0,724
RAT575		1582	67,268	2,000	16,418	6,030	0,367
Minimum			·	·	·	•	0,300
Maximum							1,859
Mittelwert							0,715
Stdabw.							0,375

Tab. 58: Untersuchung der für 41 TSP aus den Gruppen II und (teilweise) III bestimmten VD-Strukturen bzw. hier der Längen der Delaunay-Kanten bei ACH > 0: Anzahl der berücksichtigten Delaunay-Kanten (# DE); Maxima, Minima, Mittelwerte, Standardabweichung und Variationskoeffizienten (MAX ALDE, MIN ALDE, MW ALDE, STDABW ALDE, VC ALDE) der Längen der Delaunay-Kanten.

			MAX	MIN	MW	STDABW	VC
TSP	n	# D E	ALDE	ALDE	ALDE	ALDE	ALDE
EIL51	51	36	15,524	2,236	9,011	2,415	0,268
BERLIN52	52	66	505,693	15,000	112,814	94,399	0,837
ST70	70	71	30,083	4,123	13,987	6,399	0,458
EIL76	76	100	15,297	2,236	7,654	2,313	0,302
PR76	76	123	3798,026	522,015	1785,542	1006,183	0,564
RAT99	99	124	28,320	4,123	16,031	5,395	0,337
KR100A	100	123	1090,000	47,074	359,721	186,653	0,519
KR100B	100	157	819,323	26,000	321,440	150,881	0,469
KR100C	100	142	776,149	42,450	313,379	166,036	0,530
KR100D	100	121	706,343	14,000	302,410	159,227	0,527
KR100E	100	131	825,651	44,553	322,280	166,113	0,515
RD100	100	147	249,592	4,797	116,804	58,574	0,501
EIL101	101	170	14,142	1,414	6,669	2,681	0,402
LIN105	105	167	457,280	31,000	176,053	92,759	0,527
PR107	107	62	7084,667	200,000	2340,384	3026,134	1,293
PR124	124	104	3481,559	150,000	935,703	746,591	0,798
BIER127	127	268	2906,952	116,000	786,209	538,381	0,685
CH130	130	224	166,569	0,660	65,715	34,520	0,525
PR136	136	218	3498,032	170,000	1153,135	692,684	0,601
PR144	144	167	3177,460	100,000	1195,725	1108,680	0,927
CH150	150	249	130,138	1,649	63,213	27,516	0,435
KR150A	150	248	770,731	21,633	265,299	130,015	0,490
KR150B	150	245	665,446	17,720	265,307	138,597	0,522
PR152	152	167	5729,761	75,240	865,490	1218,289	1,408
U159	159	202	2601,922	100,000	487,056	358,841	0,737
RAT195	195	328	29,069	6,325	16,337	4,885	0,299
D198	198	441	1468,328	22,937	76,054	88,638	1,165
KR200A	200	409	633,600	10,296	226,181	117,411	0,519
KR200B	200	379	846,001	10,198	230,676	119,393	0,518
PR226	226	159	4680,011	100,000	636,210	929,744	1,461
GIL262	262	566	35,735	1,000	13,160	6,724	0,511
PR264	264	611	4893,107	100,000	347,259	654,151	1,884
A280	280	489	48,662	8,000	16,485	10,443	0,633
PR299	299	537	1104,536	90,139	254,774	166,993	0,655
LIN318	318	738	645,608	31,000	201,757	128,771	0,638
RD400	400	907	153,818	3,738	55,976	26,713	0,477
PR439	439	1095	3104,231	90,139	392,557	392,037	0,999
PCB442	442		608,276	60,000	185,037	99,493	0,538
D493	493	1267	482,767	17,961	82,463	65,432	0,793
U574		1477	584,741	5,530	98,014	55,782	0,569
RAT575		1335	33,121	2,000	16,119	5,543	0,344
Minimum					,		0,268
Maximum							1,884
Mittelwert							0,663
Stdabw.							0,344

Tab. 59: Untersuchung der für 41 TSP aus den Gruppen II und (teilweise) III bestimmten VD-Strukturen bzw. hier der Längen der Delaunay-Kanten bei ACH > 1: Anzahl der berücksichtigten Delaunay-Kanten (# DE); Maxima, Minima, Mittelwerte, Standardabweichung und Variationskoeffizienten (MAX ALDE, MIN ALDE, MW ALDE, STDABW ALDE, VC ALDE) der Längen der Delaunay-Kanten.

TSP	n	#VE	MAX	MIN	MW	STDABW	VC
151	11	# VI Σ	ALVE	ALVE	ALVE	ALVE	ALVE
EIL51	51	41	87,352	0,000	9,185	11,770	1,281
BERLIN52	52	44	2771,749	2,020	144,709	268,035	1,852
ST70	70	60	656,333	0,135	19,071	66,872	3,507
EIL76	76	66	355,583	0,000	13,230	39,008	2,949
PR76	76	69	84803,548	0,050	4087,593	9636,140	2,357
RAT99	99	84	2540,407	0,004	50,519	213,865	4,233
KR100A	100	88	27959,741	1,818	568,537	2097,506	3,689
KR100B	100	87	27635,094	1,580	495,094	1833,694	3,704
KR100C	100	89	12773,660	0,581	386,347	1137,473	2,944
KR100D	100	86	5025,892	1,830	306,250	552,176	1,803
KR100E	100	86	35099,661	2,775	671,739	2836,269	4,222
RD100	100	89	67292,002	0,065	792,786	5959,237	7,517
EIL101	101	91	354,000	0,000	11,569	38,992	3,370
LIN105	105	85	4948,211	0,000	250,784	565,820	2,256
PR107	107	72	4985,103	19,618	627,606	1043,480	1,663
PR124	124	73	24563,868	0,000	1237,059	3177,292	2,568
BIER127	127	117	71998,562	0,000	1187,494	5488,032	4,622
CH130	130	120	7552,742	0,025	125,640	596,973	4,751
PR136	136	108	6772,109	0,000	587,976	732,148	1,245
PR144	144	108	13342,614	0,000	1099,537	2154,085	1,959
CH150	150	135	21959,660	0,002	177,767	1579,344	8,884
KR150A	150	135	82675,492	0,277	656,239	4463,057	6,801
KR150B	150	139	168231,946	1,294	1135,030	11943,103	10,522
PR152	152	127	29044,149	30,211	1069,973	2291,466	2,142
U159	159	116	6390,814	0,000	359,960	695,320	1,932
RAT195	195	175	897,295	0,002	22,369	69,292	3,098
D198	198	178	7793,066	0,000	118,842	498,437	4,194
KR200A	200	189	38828,662	0,166	549,632	2881,745	5,243
KR200B	200	183	8501,298	0,917	262,332	632,950	2,413
PR226	226	137	164641,354	0,000	2752,977	11706,873	4,252
GIL262	262	252	3494,600	0,017	21,592	145,820	6,753
PR264	264	247	43500,000	0,000	476,088	2615,261	5,493
A280	280	235	287,500	0,000	10,324	19,225	1,862
PR299	299	277	396462,366	0,000	4795,734	33231,558	6,929
LIN318	318	307	8723,009	0,000	253,502	709,995	2,801
RD400	400	386	54255,559	0,018	171,088	2107,394	12,318
PR439	439	422	29534,663	0,000	436,353	1664,062	3,814
PCB442	442	405	41516,667	0,000	357,932	1767,992	4,939
D493	493	484	31123,121	0,000	111,791	931,250	8,330
U574	574	563	12162,169	0,000	111,895	437,586	3,911
RAT575	575		3216,720	0,000	21,619	140,156	6,483
Minimum							1,245
Maximum							12,318
Mittelwert							4,283
Stdabw.							2,556

Tab. 60: Untersuchung der für 41 TSP aus den Gruppen II und (teilweise) III bestimmten VD-Strukturen bzw. hier der Längen der Voronoi-Kanten bei ACH > 0: Anzahl der berücksichtigten Voronoi-Kanten (# VE); Maxima, Minima, Mittelwerte, Standardabweichung und Variationskoeffizienten (MAX ALVE, MIN ALVE, MW ALVE, STDABW ALVE, VC ALVE) der Längen der Voronoi-Kanten.

TICID		# X 70	MAX	MIN	MW	STDABW	VC
TSP	n	#VE	ALVE	ALVE	ALVE	ALVE	ALVE
EIL51	51	18	12,985	0,000	5,664	3,159	0,558
BERLIN52	52	28	386,802	2,020	89,598	74,177	0,828
ST70	70	32	23,659	0,135	8,476	5,528	0,652
EIL76	76	42	12,425	0,000	4,806	2,700	0,562
PR76	76	52	5793,962	0,050	1341,349	1244,218	0,928
RAT99	99	53	336,154	0,004	12,032	26,989	2,243
KR100A	100	53	1547,299	4,293	224,052	171,224	0,764
KR100B	100	62	3525,671	3,906	255,169	381,751	1,496
KR100C	100	60	1939,288	0,581	216,688	197,070	0,909
KR100D	100	52	1128,480	1,830	213,246	162,882	0,764
KR100E	100	57	1780,842	16,261	232,063	205,238	0,884
RD100	100	62	741,991	0,065	76,677	68,358	0,892
EIL101	101	67 62	12,423	0,000	4,025	2,559	0,636
LIN105 PR107	105 107	34	2697,518 3625,887	0,000 19,618	136,010	229,008	1,684
PR107 PR124	124	34 44	2734,000	0,000	917,018 667,634	1298,097 624,001	1,416 0,935
BIER127	124	97	3450,658	0,000	565,890	521,820	0,933
CH130	130	91	250,956	0,000	44,588	36,689	0,922
PR136	136	72	2376,731	0,023	522,552	561,283	1,074
PR144	144	70	2880,965	0,000	731,346	845,232	1,074
CH150	150	98	128,611	0,000	39,626	24,840	0,627
KR150A	150	98	3200,823	0,002	190,999	240,105	1,257
KR150A KR150B	150	99	1760,165	1,294	177,175	161,105	0,909
PR152	152	73	3177,634	30,211	675,431	729,622	1,080
U159	159	75	4350,000	0,000	307,556	399,485	1,299
RAT195	195	128	199,645	0,002	10,719	12,541	1,170
D198	198		772,192	0,000	53,409	84,848	1,589
KR200A	200	156	6758,235	0,166	170,980	338,307	1,979
KR200B	200	145	1801,346	0,917	156,048	160,145	1,026
PR226	226	78	2933,000	0,000	695,683	848,330	1,219
GIL262	262	211	103,113	0,017	8,680	7,728	0,890
PR264	264		2732,730	0,000	187,972	386,653	2,057
A280	280		34,867	0,000	8,303	7,995	0,963
PR299		201	19550,000	0,000	195,561	811,076	4,147
LIN318	318	256	908,728	0,000	123,174	106,750	0,867
RD400	400	330	560,338	0,018	35,592	31,187	0,876
PR439	439		1878,472	0,000	233,562	286,944	1,229
PCB442	442	321	11075,000	0,000	148,917	563,806	3,786
D493	493	443	592,080	0,000	53,252	52,579	0,987
U574	574	522	1099,864	0,000	67,603	76,958	1,138
RAT575	575	479	145,676	0,000	9,942	8,046	0,809
Minimum							0,558
Maximum							4,147
Mittelwert							1,220
Stdabw.							0,741

Tab. 61: Untersuchung der für 41 TSP aus den Gruppen II und (teilweise) III bestimmten VD-Strukturen bzw. hier der Längen der Voronoi-Kanten bei ACH > 1: Anzahl der berücksichtigten Voronoi-Kanten (# VE); Maxima, Minima, Mittelwerte, Standardabweichung und Variationskoeffizienten (MAX ALVE, MIN ALVE, MW ALVE, STDABW ALVE, VC ALVE) der Längen der Voronoi-Kanten.

Anhang 3: Untersuchung der Identität von Delaunay-Kanten und Kanten der optimalen Rundreise für 100 TSP der Gruppe I

Im Abschnitt 4.3.1 dieser Arbeit wurde untersucht, in welcher Anzahl die Kanten der optimalen Rundreise eines euklidischen, zweidimensionalen TSP zugleich Kanten der Delaunay-Struktur sind. Die nachstehenden Tabellen 62 bis 65 geben die Ergebnisse der entsprechenden Prüfungen für die einhundert TSP der Gruppe I mit je 15 Städten wieder (vgl. zur Gruppierung und Herkunft der hier verwendeten TSP auch Abschnitt 2.4). Dabei werden in den Tab. 63 bis 65 die Detaildaten dargestellt, während Tab. 62 eine Verdichtung ausgewählter Merkmale präsentiert.

Der Aufbau der Tab. 63 bis 65 ist identisch. Sie weisen die Untersuchungsergebnisse jeweils für die TSP 15_001 bis 15_033 bzw. 15_034 bis 15_066 bzw. 15_067 bis 15_100 der Gruppe I aus. In den Tabellen wird in Spalte 1 zunächst der Name des jeweiligen TSP angegeben; Spalte 2 gibt die Anzahl der Städte n desselben wieder. In Spalte 3 wird anschließend die Länge der optimalen Rundreise nach Maßgabe der exakten euklidischen Distanzen berechnet (OLC). Spalte 4 bestimmt die Anzahl jener Kanten der optimalen Rundreise, die nicht der Delaunay-Struktur angehören (# NDE). Spalte 5 summiert die Länge dieser "NDE-Kanten"; in der Spalte 6 wird ihre Anzahl zur Anzahl der Kanten in der optimalen Rundreise in Relation gesetzt (% # NDE). Spalte 7 präsentiert abschließend die summierte Länge der NDE-Kanten in Relation zur Gesamtlänge der optimalen Rundreise (% Länge NDE).

In Tab. 62 werden ausgewählte Merkmale aus den Tab. 63 bis 65 verdichtet. Für die Anzahl von NDE-Kanten (# NDE), die Relation ihrer Anzahl zur Anzahl der Kanten in der optimalen Rundreise (% # NDE) sowie die Relation ihrer summierten Länge zur Länge der optimalen Rundreise (% Länge NDE) werden jeweils Maximum und Mittelwert über alle einhundert TSP ermittelt. Schließlich wird noch die Summe aller innerhalb der Gruppe I aufgetretenen NDE-Kanten (# NDE) ausgewiesen.

	# NDE	% # NDE	% Länge NDE
Maximum	2	13,33%	18,93%
Mittelwert	0,21	1,40%	2,34%
Summe	21	-	-

Tab. 62: Untersuchung der Identität von Delaunay-Kanten und Kanten der optimalen Rundreise für einhundert 15-Städte-TSP der Gruppe I: Maximum, Mittelwert und Summe über alle einhundert TSP für die Anzahl der Kanten der optimalen Rundreise, welche nicht der Delaunay-Struktur angehören (# NDE); Maximum und Mittelwert für die Relation der Anzahl der NDE-Kanten zur Anzahl der Kanten in der optimalen Rundreise (% # NDE) sowie die Relation der summierten Länge der NDE-Kanten zur Länge der optimalen Rundreise (% Länge NDE).

TSP	n	OLC	# NDE	Summierte Länge NDE	% # NDE	% Länge NDE
15_001	15	346,11	1	31,40	6,67%	9,07%
15_002	15	363,45	1	22,02	6,67%	6,06%
15_003	15	334,95	0	0,00	0,00%	0,00%
15_004	15	349,05	0	0,00	0,00%	0,00%
15_005	15	327,64	1	49,24	6,67%	15,03%
15_006	15	342,77	0	0,00	0,00%	0,00%
15_007	15	280,81	0	0,00	0,00%	0,00%
15_008	15	327,49	0	0,00	0,00%	0,00%
15_009	15	374,85	0	0,00	0,00%	0,00%
15_010	15	361,30	0	0,00	0,00%	0,00%
15_011	15	322,49	1	41,23	6,67%	12,79%
15_012	15	344,49	0	0,00	0,00%	0,00%
15_013	15	378,45	2	71,62	13,33%	18,93%
15_014	15	399,07	0	0,00	0,00%	0,00%
15_015	15	345,96	0	0,00	0,00%	0,00%
15_016	15	313,10	0	0,00	0,00%	0,00%
15_017	15	332,34	1	25,96	6,67%	7,81%
15_018	15	346,44	0	0,00	0,00%	0,00%
15_019	15	311,92	0	0,00	0,00%	0,00%
15_020	15	311,73	0	0,00	0,00%	0,00%
15_021	15	340,44	0	0,00	0,00%	0,00%
15_022	15	306,10	1	31,06	6,67%	10,15%
15_023	15	344,65	0	0,00	0,00%	0,00%
15_024	15	316,97	0	0,00	0,00%	0,00%
15_025	15	368,74	1	40,31	6,67%	10,93%
15_026	15	364,72	0	0,00	0,00%	0,00%
15_027	15	316,57	0	0,00	0,00%	0,00%
15_028	15	337,14	0	0,00	0,00%	0,00%
15_029	15	341,71	0	0,00	0,00%	0,00%
15_030	15	295,65	0	0,00	0,00%	0,00%
15_031	15	378,79	0	0,00	0,00%	0,00%
15_032	15	268,87	0	0,00	0,00%	0,00%
15_033	15	356,02	1	41,79	6,67%	11,74%

Tab. 63: Untersuchung der Identität von Delaunay-Kanten und Kanten der optimalen Rundreise für einhundert 15-Städte-TSP der Gruppe I: TSP 15_001 bis 15_033; Spalte 3: Länge der optimalen Rundreise als Summe ihrer Kantenlängen (OLC); Spalte 4: Anzahl der Kanten der optimalen Rundreise, die keine Delaunay-Kanten sind (# NDE); Spalte 5: Summierte Länge der NDE-Kanten; Spalte 6: Anteil der NDE-Kanten an der Anzahl der Kanten in der optimalen Rundreise (= n) (% # NDE); Spalte 7: Prozentualer Anteil der summierten Länge der NDE-Kanten an der Länge der optimalen Rundreise (% Länge NDE).

TSP	n	OLC	# NDE	Summierte Länge NDE	% # NDE	% Länge NDE
15_034	15	366,08	1	46,24	6,67%	12,63%
15_035	15	349,35	0	0,00	0,00%	0,00%
15_036	15	315,91	0	0,00	0,00%	0,00%
15_037	15	356,63	0	0,00	0,00%	0,00%
15_038	15	349,01	0	0,00	0,00%	0,00%
15_039	15	350,50	0	0,00	0,00%	0,00%
15_040	15	371,21	1	40,31	6,67%	10,86%
15_041	15	324,62	0	0,00	0,00%	0,00%
15_042	15	393,00	0	0,00	0,00%	0,00%
15_043	15	299,09	0	0,00	0,00%	0,00%
15_044	15	387,79	0	0,00	0,00%	0,00%
15_045	15	302,14	0	0,00	0,00%	0,00%
15_046	15	330,20	1	41,05	6,67%	12,43%
15_047	15	379,22	0	0,00	0,00%	0,00%
15_048	15	344,77	0	0,00	0,00%	0,00%
15_049	15	288,47	0	0,00	0,00%	0,00%
15_050	15	323,57	0	0,00	0,00%	0,00%
15_051	15	306,84	0	0,00	0,00%	0,00%
15_052	15	321,36	0	0,00	0,00%	0,00%
15_053	15	334,56	1	32,56	6,67%	9,73%
15_054	15	291,56	0	0,00	0,00%	0,00%
15_055	15	366,14	0	0,00	0,00%	0,00%
15_056	15	293,87	0	0,00	0,00%	0,00%
15_057	15	363,98	0	0,00	0,00%	0,00%
15_058	15	339,81	0	0,00	0,00%	0,00%
15_059	15	326,64	0	0,00	0,00%	0,00%
15_060	15	333,17	0	0,00	0,00%	0,00%
15_061	15	315,84	0	0,00	0,00%	0,00%
15_062	15	346,47	0	0,00	0,00%	0,00%
15_063	15	287,69	0	0,00	0,00%	0,00%
15_064	15	343,70	0	0,00	0,00%	0,00%
15_065	15	358,74	0	0,00	0,00%	0,00%
15_066	15	367,83	0	0,00	0,00%	0,00%

Tab. 64: Untersuchung der Identität von Delaunay-Kanten und Kanten der optimalen Rundreise für einhundert 15-Städte-TSP der Gruppe I: TSP 15_034 bis 15_066; Spalte 3: Länge der optimalen Rundreise als Summe ihrer Kantenlängen (OLC); Spalte 4: Anzahl der Kanten der optimalen Rundreise, die keine Delaunay-Kanten sind (# NDE); Spalte 5: Summierte Länge der NDE-Kanten; Spalte 6: Anteil der NDE-Kanten an der Anzahl der Kanten in der optimalen Rundreise (= n) (% # NDE); Spalte 7: Prozentualer Anteil der summierten Länge der NDE-Kanten an der Länge der optimalen Rundreise (% Länge NDE).

TSP	n	OLC	# NDE	Summierte Länge NDE	% # NDE	% Länge NDE
15_067	15	314,03	0	0,00	0,00%	0,00%
15_068	15	350,07	0	0,00	0,00%	0,00%
15_069	15	315,19	0	0,00	0,00%	0,00%
15_070	15	363,99	0	0,00	0,00%	0,00%
15_071	15	307,08	0	0,00	0,00%	0,00%
15_072	15	345,09	0	0,00	0,00%	0,00%
15_073	15	357,93	1	40,16	6,67%	11,22%
15_074	15	384,36	0	0,00	0,00%	0,00%
15_075	15	341,13	0	0,00	0,00%	0,00%
15_076	15	369,17	0	0,00	0,00%	0,00%
15_077	15	356,47	0	0,00	0,00%	0,00%
15_078	15	367,67	1	63,78	6,67%	17,35%
15_079	15	360,30	1	48,76	6,67%	13,53%
15_080	15	322,15	0	0,00	0,00%	0,00%
15_081	15	317,70	0	0,00	0,00%	0,00%
15_082	15	397,43	0	0,00	0,00%	0,00%
15_083	15	266,15	0	0,00	0,00%	0,00%
15_084	15	325,99	0	0,00	0,00%	0,00%
15_085	15	328,30	1	33,24	6,67%	10,13%
15_086	15	367,75	0	0,00	0,00%	0,00%
15_087	15	308,70	0	0,00	0,00%	0,00%
15_088	15	364,18	0	0,00	0,00%	0,00%
15_089	15	330,13	1	25,32	6,67%	7,67%
15_090	15	372,87	0	0,00	0,00%	0,00%
15_091	15	339,24	1	44,20	6,67%	13,03%
15_092	15	345,22	0	0,00	0,00%	0,00%
15_093	15	255,99	0	0,00	0,00%	0,00%
15_094	15	338,01	0	0,00	0,00%	0,00%
15_095	15	335,77	1	42,72	6,67%	12,72%
15_096	15	351,97	0	0,00	0,00%	0,00%
15_097	15	340,31	0	0,00	0,00%	0,00%
15_098	15	360,21	0	0,00	0,00%	0,00%
15_099	15	334,67	0	0,00	0,00%	0,00%
15_100	15	392,87	0	0,00	0,00%	0,00%

Tab. 65: Untersuchung der Identität von Delaunay-Kanten und Kanten der optimalen Rundreise für einhundert 15-Städte-TSP der Gruppe I: TSP 15_067 bis 15_100; Spalte 3: Länge der optimalen Rundreise als Summe ihrer Kantenlängen (OLC); Spalte 4: Anzahl der Kanten der optimalen Rundreise, die keine Delaunay-Kanten sind (# NDE); Spalte 5: Summierte Länge der NDE-Kanten; Spalte 6: Anteil der NDE-Kanten an der Anzahl der Kanten in der optimalen Rundreise (= n) (% # NDE); Spalte 7: Prozentualer Anteil der summierten Länge der NDE-Kanten an der Länge der optimalen Rundreise (% Länge NDE).

Anhang 4: Untersuchung von Anzahl und Lösungsqualität der auf der Delaunay-Struktur existierenden Rundreisen für einhundert 15-Städte-TSP der Gruppe I

Im Abschnitt 4.3.2 dieser Arbeit wurde am Beispiel der 100 TSP aus der hier gebildeten Gruppe I mit jeweils 15 Städten (vgl. zur Gruppierung und Herkunft der hier verwendeten TSP auch Abschnitt 2.4) untersucht, in welcher Anzahl und Lösungsqualität Rundreisen auf der Delaunay-Struktur existieren. Zu diesem Zweck wurden für jedes TSP mittels einer Enumeration sämtliche möglichen Hamiltonischen Zyklen identifiziert, die ausschließlich aus Delaunay-Kanten bestehen. Die nachstehenden Tab. 66 bis 69 geben die Ergebnisse der entsprechenden Prüfungen wieder. Dabei werden in den Tab. 67 bis 69 die Detaildaten präsentiert, während in der Tab. 66 eine Verdichtung vorgenommen wird.

Der Aufbau der Tab. 67 bis 69 ist identisch. Sie weisen die Untersuchungsergebnisse jeweils für die TSP 15_001 bis 15_033 bzw. 15_034 bis 15_066 bzw. 15_067 bis 15_100 der Gruppe I aus. In den Tabellen wird in Spalte 1 zunächst der Name des jeweiligen TSP, in Spalte 2 anschließend die Anzahl der auf der Delaunay-Struktur identifizierten Rundreisen (# RR auf der VD-Struktur) angegeben. Über die Lösungsqualität (als %>OLC, d.h. die Angabe, um wieviele Prozent die Länge einer ermittelten Rundreise die aus ihren Kantenlängen ermittelte Länge der optimalen Rundreise übersteigt) aller dieser Rundreisen wird in Spalte 3 ein Mittelwert (Mittelwerte LQ (%>OLC)) gebildet. Die zugehörige Standardabweichung als Maß der Streuung der Lösungsqualitäten findet sich in Spalte 4 (Stdabw. LQ (%>OLC)). In den Spalten 5 und 6 werden ergänzend die minimale und die maximale Lösungsqualität (Minimum LQ (%>OLC); Maximum LQ (%>OLC)) aller für das jeweilige TSP identifizierten Rundreisen bestimmt.

Die Tab. 66 verdichtet schließlich die Daten aus den Tab. 67 bis 69 als Minimum, Maximum, Mittelwert und Standardabweichung der jeweiligen Spaltenwerte.

TSP	# RR auf der VD-Struktur	Mittelwerte LQ (%>OLC)	Stdabw. LQ (%>OLC)	Minimum LQ (%>OLC)	Maximum LQ (%>OLC)
Minimum		11,91	5,24	0,00	29,59
Maximum	2.847	52,57	19,18	4,19	104,89
Mittelwert	873,90	28,49	11,14	0,26	58,78
Stdabw.	601,07	8,81	2,84	0,68	17,03

Tab. 66: Untersuchung von Anzahl und Lösungsqualität der auf der Delaunay-Struktur existierenden Rundreisen für einhundert 15-Städte-TSP der Gruppe I: Bestimmung von Minimum, Maximum, Mittelwert und Standardabweichung für die Spalten der Tab. 67 bis 69. Spalte 2: Anzahl der auf der Delaunay-Struktur existierenden Rundreisen (# RR auf der VD-Struktur); Spalte 3: Mittelwert der Lösungsqualitäten aller identifizierten Rundreisen für ein TSP (Mittelwerte LQ (%>OLC)); Spalte 4: Standardabweichung der Lösungsqualitäten aller identifizierten Rundreisen für ein TSP (Stdabw. LQ (%>OLC)); Spalten 5 und 6: Minimum und Maximum der Lösungsqualitäten aller identifizierten Rundreisen für ein TSP (Minimum LQ (%>OLC)), Maximum LQ (%>OLC)).

TSP	# RR auf der	Mittelwerte LQ	Stdabw. LQ	Minimum LQ	Maximum LQ
131	VD-Struktur	(%>OLC)	(%>OLC)	(%>OLC)	(%>OLC)
15_001	1.832	33,50	12,29	2,05	67,24
15_002	1.842	29,00	10,23	0,02	52,15
15_003	2.175	36,46	13,77	0,00	70,90
15_004	1.490	26,05	9,27	0,00	55,38
15_005	545	28,31	14,36	2,29	61,22
15_006	1.939	36,19	12,11	0,00	74,89
15_007	2.179	34,48	12,31	0,00	69,06
15_008	1.563	29,86	12,73	0,00	64,73
15_009	1.633	31,72	11,40	0,00	61,69
15_010	405	30,30	13,36	0,00	60,27
15_011	634	29,77	11,15	4,19	60,24
15_012	697	28,83	15,70	0,00	72,82
15_013	252	16,27	7,00	0,23	37,68
15_014	368	19,56	7,31	0,00	35,97
15_015	183	17,80	8,44	0,00	43,53
15_016	596	41,90	17,80	0,00	93,42
15_017	1.038	28,45	10,51	0,15	52,60
15_018	1.348	35,08	11,68	0,00	63,67
15_019	959	28,26	11,64	0,00	60,21
15_020	501	23,24	9,12	0,00	47,56
15_021	868	51,77	14,88	0,00	97,20
15_022	1.686	48,64	14,18	0,13	83,56
15_023	405	25,52	13,17	0,00	62,61
15_024	116	16,90	9,29	0,00	37,39
15_025	1.901	43,01	13,75	0,01	82,73
15_026	453	13,82	5,24	0,00	31,53
15_027	180	22,87	10,16	0,00	49,76
15_028	103	19,06	10,10	0,00	40,88
15_029	764	19,40	7,21	0,00	38,87
15_030	1.170	24,61	11,43	0,00	54,83
15_031	1.543	27,80	10,36	0,00	63,57
15_032	595	43,81	19,18	0,00	93,89
15_033	114	16,68	7,00	0,38	31,92

Tab. 67: Untersuchung von Anzahl und Lösungsqualität der auf der DelaunayStruktur existierenden Rundreisen für einhundert 15-Städte-TSP der
Gruppe I: TSP 15_001 bis 15_033; Spalte 2: Anzahl der auf der DelaunayStruktur existierenden Rundreisen (# RR auf der VD-Struktur); Spalte 3:
Mittelwert der Lösungsqualitäten aller identifizierten Rundreisen für ein
TSP (Mittelwerte LQ (%>OLC)); Spalte 4: Standardabweichung der
Lösungsqualitäten aller identifizierten Rundreisen für ein TSP (Stdabw.
LQ (%>OLC)); Spalten 5 und 6: Minimum und Maximum der Lösungsqualitäten aller identifizierten Rundreisen für ein TSP (Minimum LQ
(%>OLC), Maximum LQ (%>OLC)).

TSP	# RR auf der	Mittelwerte LQ	Stdabw. LQ	Minimum LQ	Maximum LQ
131	VD-Struktur	(%>OLC)	(%>OLC)	(%>OLC)	(%>OLC)
15_034	429	17,91	6,46	1,24	33,29
15_035	628	30,25	9,01	0,00	53,70
15_036	849	41,40	14,90	0,00	81,57
15_037	960	33,26	14,20	0,00	76,97
15_038	158	20,49	8,35	0,00	38,63
15_039	72	15,98	9,26	0,00	41,46
15_040	1.074	32,41	12,82	0,35	67,42
15_041	602	22,77	8,78	0,00	47,39
15_042	1.039	19,08	8,14	0,00	44,19
15_043	1.652	52,57	17,95	0,00	104,89
15_044	1.161	30,21	13,21	0,00	71,44
15_045	380	22,93	9,46	0,00	43,26
15_046	332	26,27	12,84	0,40	61,84
15_047	1.328	38,42	14,81	0,00	79,17
15_048	231	19,66	9,15	0,00	40,73
15_049	1.296	38,27	13,71	0,00	80,42
15_050	136	16,02	9,44	0,00	37,48
15_051	1.341	29,11	10,22	0,00	59,55
15_052	899	18,18	7,65	0,00	39,43
15_053	1.979	36,29	11,34	1,09	65,95
15_054	86	11,91	9,16	0,00	38,70
15_055	2.847	26,21	10,61	0,00	55,65
15_056	130	14,48	7,82	0,00	35,13
15_057	562	17,58	7,82	0,00	38,65
15_058	475	17,27	8,19	0,00	43,45
15_059	1.239	31,10	10,45	0,00	59,53
15_060	1.022	32,55	10,51	0,00	60,23
15_061	716	32,38	13,61	0,00	74,08
15_062	888	31,43	12,39	0,00	67,22
15_063	948	35,44	12,44	0,00	67,74
15_064	1.079	36,69	13,53	0,00	72,45
15_065	992	23,10	9,16	0,00	50,64
15_066	1.494	31,57	12,88	0,00	69,79

Tab. 68: Untersuchung von Anzahl und Lösungsqualität der auf der DelaunayStruktur existierenden Rundreisen für einhundert 15-Städte-TSP der
Gruppe I: TSP 15_034 bis 15_066; Spalte 2: Anzahl der auf der DelaunayStruktur existierenden Rundreisen (# RR auf der VD-Struktur); Spalte 3:
Mittelwert der Lösungsqualitäten aller identifizierten Rundreisen für ein
TSP (Mittelwerte LQ (%>OLC)); Spalte 4: Standardabweichung der
Lösungsqualitäten aller identifizierten Rundreisen für ein TSP (Stdabw.
LQ (%>OLC)); Spalten 5 und 6: Minimum und Maximum der Lösungsqualitäten aller identifizierten Rundreisen für ein TSP (Minimum LQ
(%>OLC), Maximum LQ (%>OLC)).

TSP	# RR auf der	Mittelwerte LQ	Stdabw. LQ	Minimum LQ	Maximum LQ
131	VD-Struktur	(%>OLC)	(%>OLC)	(%>OLC)	(%>OLC)
15_067	255	29,25	11,17	0,00	52,76
15_068	271	22,71	11,32	0,00	45,45
15_069	195	20,20	7,70	0,00	39,85
15_070	495	27,89	12,80	0,00	66,09
15_071	523	22,00	11,20	0,00	57,18
15_072	598	34,33	14,97	0,00	69,97
15_073	495	19,67	7,88	0,56	39,94
15_074	187	24,73	9,70	0,00	45,88
15_075	552	30,44	11,72	0,00	65,51
15_076	1.894	38,17	11,89	0,00	70,09
15_077	913	25,81	9,42	0,00	51,63
15_078	696	22,81	7,81	2,91	43,15
15_079	1.841	40,01	15,88	1,03	75,63
15_080	574	42,21	16,74	0,00	94,22
15_081	315	27,16	11,52	0,00	55,36
15_082	293	16,09	6,32	0,00	29,59
15_083	345	28,35	8,94	0,00	48,81
15_084	1.118	47,22	14,96	0,00	90,76
15_085	623	20,43	8,99	0,66	42,43
15_086	863	34,01	13,14	0,00	83,84
15_087	651	34,70	14,45	0,00	79,82
15_088	446	28,18	9,85	0,00	49,12
15_089	1.721	30,78	8,66	1,26	54,46
15_090	721	21,18	7,85	0,00	43,34
15_091	706	29,85	9,44	2,86	56,11
15_092	1.059	39,58	13,23	0,00	77,10
15_093	586	34,83	14,15	0,00	69,77
15_094	2.312	35,21	12,87	0,00	76,08
15_095	1.138	38,71	14,24	0,08	77,40
15_096	693	15,98	7,27	0,00	37,78
15_097	320	24,82	9,74	0,00	52,69
15_098	369	24,52	8,48	0,00	44,39
15_099	434	21,60	9,35	0,00	48,11
15_100	916	26,41	9,60	0,00	51,03

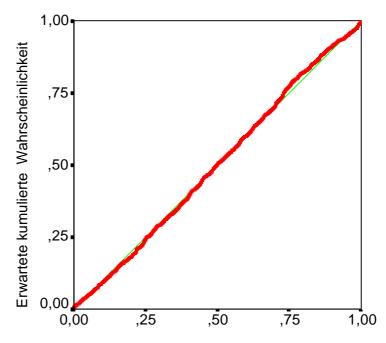
Tab. 69: Untersuchung von Anzahl und Lösungsqualität der auf der Delaunay-Struktur existierenden Rundreisen für einhundert 15-Städte-TSP der Gruppe I: TSP 15_067 bis 15_100; Spalte 2: Anzahl der auf der Delaunay-Struktur existierenden Rundreisen (# RR auf der VD-Struktur); Spalte 3: Mittelwert der Lösungsqualitäten aller identifizierten Rundreisen für ein TSP (Mittelwerte LQ (%>OLC)); Spalte 4: Standardabweichung der Lösungsqualitäten aller identifizierten Rundreisen für ein TSP (Stdabw. LQ (%>OLC)); Spalten 5 und 6: Minimum und Maximum der Lösungsqualitäten aller identifizierten Rundreisen für ein TSP (Minimum LQ (%>OLC), Maximum LQ (%>OLC)).

Anhang 5: Untersuchung der Verteilung der Lösungsqualitäten der auf der Delaunay-Struktur identifizierten Rundreisen für das TSP 15_001 aus Gruppe I

Im Abschnitt 4.3.2 dieser Arbeit wurden für das TSP 15_001 aus der Gruppe I mit 15 Städten (vgl. zur Gruppierung und Herkunft der hier verwendeten TSP auch Abschnitt 2.4) mittels einer Enumeration sämtliche auf der hier definierten Delaunay-Struktur liegenden (d.h. vollständig aus Kanten derselben bestehenden) Rundreisen bestimmt. Deren Lösungsqualitäten (als %>OLC, d.h. der Angabe, um wieviel Prozent die Länge einer vorliegenden Rundreise die Länge der optimalen Rundreise übersteigt, wenn die Länge der optimalen Rundreise als Summe der Kantenlängen derselben berechnet wird) werden im folgenden auf das Vorliegen einer Normalverteilung hin überprüft. In die Untersuchungen gehen dabei *sämtliche* auf der Delaunay-Struktur mittels der Enumeration identifizierte Rundreisen ein. Damit wird eine jede in ihrer Kantenfolge singuläre Rundreise richtungsorientiert zweimal erfaßt. Dies vermag jedoch die Untersuchungsergebnisse gegenüber der Bereinigung der Menge der Rundreisen um in der Kantenfolge identische Rundreisen nicht zu beeinflussen.

In Abb. 76 werden zunächst in einem PP-Normalverteilungsplot (SPSS-Ausgabe) die kumulierten Häufigkeiten der ermittelten Lösungsqualitäten den erwarteten kumulierten Häufigkeiten einer Normalverteilung gegenübergestellt (vgl. folgend BROSIUS/BROSIUS (1995), S. 739 ff.). Dabei sind die theoretischen kumulierten Häufigkeiten einer Normalverteilung im Plot als Diagonale von der linken unteren zur rechten oberen Ecke des Rahmens dargestellt. Da die Beobachtungswerte diese Linie fast völlig überdecken, läßt dies zunächst auf das Vorliegen einer Normalverteilung schließen. Die - wenn auch geringen - Abweichungen von derselben zeigen sich in ihrem Verhalten allerdings nicht als zufällig um die Ideallinie streuend, sondern eher systematisch. Mit Abb. 77 wird dieser Sachverhalt genauer erkundet. Er zeigt als trendbereinigter PP-Normalverteilungsplot die Abweichungen der erwarteten von den beobachteten kumulierten Häufigkeiten detaillierter auf. Läge tatsächlich eine Normalverteilung vor, so dürften diese Abweichungen keinerlei Systematik zeigen. Wie in Abb. 77 deutlich zu erkennen ist, ist dies jedoch der Fall (wenngleich die Abweichungen auch relativ gering ausfallen).

In den Abb. 78 und 79 werden die Ergebnisse eines Lilliefors- und eines Kolmogorov-Smirnov-Tests (vgl. BROSIUS/BROSIUS (1995), S. 334 ff., S. 517 ff.) auf Normalverteilung für die realisierten Lösungsqualitäten wiedergegeben. Beim Lilliefors-Test wird die Nullhypothese überprüft, daß die Beobachtungswerte normalverteilt sind. Als Signifikanz wird eine Wahrscheinlichkeit errechnet, mit der beim Zurückweisen dieser Nullhypothese ein Fehler vorliegt. Je größer die Signifikanz bei diesem Test ausfällt, desto wahrscheinlicher ist es folglich, daß die vorliegenden Lösungsqualitäten der auf der Delaunay-Struktur identifizierten Rundreisen für das TSP 15 001 normalverteilt sind. Da sich die Signifikanz hier zu Null ergibt, kann nicht von einer Normalverteilung ausgegangen werden. Beim Kolmogorov-Smirnov-Test, der sich auf eine Untersuchung der größten realisierten absoluten sowie positiven und negativen Abweichungen der beobachteten Verteilung von der Normalverteilung gründet, lautet die Nullhypothese gleichfalls, daß eine Normalverteilung vorliegt. Aufgrund der sich dabei ergebenden Signifikanz muß diese wie beim Lilliefors-Test zurückgewiesen werden. - Es ist zu schließen, daß keine Normalverteilung der Lösungsqualitäten gegeben ist; die beobachtete Verteilung kann hier nur als näherungsweise normalverteilt bezeichnet werden.



Beobachtete kumulierte Wahrscheinlichkeit

Abb. 76: Untersuchung der Verteilung der Lösungsqualitäten der auf der Delaunay-Struktur identifizierten Rundreisen für das TSP 15_001 aus Gruppe I: PP-Normalverteilungsplot (SPSS-Ausgabe).

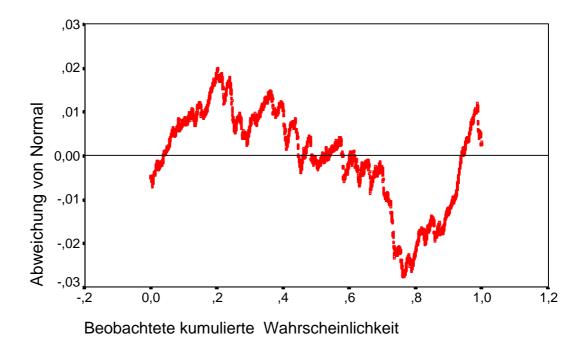


Abb. 77: Untersuchung der Verteilung der Lösungsqualitäten der auf der Delaunay-Struktur identifizierten Rundreisen für das TSP 15_001 aus Gruppe I: Trendbereinigter PP-Normalverteilungsplot (SPSS-Ausgabe).

```
Valid cases: 3664,0 Missing cases: ,0 Percent missing: ,0

Mean ,3350 Std Err ,0020 Min ,0205 Skewness -,0126 Median ,3354 Variance ,0151 Max ,6724 S E Skew ,0405 5% Trim ,3354 Std Dev ,1229 Range ,6519 Kurtosis -,5356 95% CI for Mean (,3310; ,3390) IQR ,1778 S E Kurt ,0809

Statistic df Significance

K-S (Lilliefors) ,0272 3664 ,0000
```

Abb. 78: Untersuchung der Verteilung der Lösungsqualitäten der auf der Delaunay-Struktur identifizierten Rundreisen für das TSP 15_001 aus Gruppe I: Lilliefors-Test auf Normalverteilung (SPSS-Ausgabe).

```
---- Kolmogorov - Smirnov Goodness of Fit Test

Test distribution - Normal Mean: ,3350
Standard Deviation: ,1229
Cases: 3664

Most extreme differences
Absolute Positive Negative K-S Z 2-Tailed P
,02777 ,02025 -,02777 1,6808 ,0070
```

Abb. 79: Untersuchung der Verteilung der Lösungsqualitäten der auf der Delaunay-Struktur identifizierten Rundreisen für das TSP 15_001 aus Gruppe I: Kolmogorov-Smirnov-Test auf Normalverteilung (SPSS-Ausgabe).

Anhang 6: Korrelationen zwischen den Längen von Voronoi- und Delaunay-Kanten für 15 TSP aus den Gruppen II und III

Im Abschnitt 4.3.4 dieser Arbeit wurde die dort formulierte Hypothese untersucht, daß die von der optimalen Rundreise genutzten Kanten der Delaunay-Struktur tendenziell besonders lange Voronoi-Kanten als Duale aufweisen. Im Rahmen von Vorüberlegungen wurde gefragt, wie sich das Verhältnis der absoluten oder relativen Länge einer Voronoi-Kante zu jener der ihr dualen Delaunay-Kante gestaltet. Zu diesem Zweck wurde im Rahmen einer empirischen Prüfung der Korrelationskoeffizient nach PEARSON (vgl. - auch folgend - z.B. HARTUNG/ELPELT/KLÖSENER (1991), S. 546 ff.; BROSIUS/ BROSIUS (1995), S. 449 ff.) herangezogen und entsprechend für die VD-Strukturen von 15 aus den Gruppen II und III stammenden TSP, für die optimale Rundreisen bekannt sind, gebildet (vgl. zu den hier herangezogenen TSP bzw. ihrer Gruppierung Abschnitt 2.4). Dabei werden die untersuchten Probleme jeweils als Stichprobe aus einer Grundgesamtheit ähnlich bzw. gleich strukturierter TSP angesehen (vgl. Abschnitt 4.3.4). Der Korrelationskoeffizient nach PEARSON wird in den nachstehenden Tab. 70 bis 73 für die im Abschnitt 4.3.4 definierten Merkmale ALVE und ALDE bzw. RLVE und RLDE samt den Ergebnissen eines zweiseitigen Hypothesentests (Signifikanzniveau) ausgewiesen.

In die Berechnungen gehen jeweils die Voronoi- bzw. Delaunay-Kanten all jener Städte ein, die einen bestimmten ACH-Wert (vgl. - auch folgend - zur Definition der verschiedenen Begriffe Abschnitt 4.3.4) überschreiten. Die Tab. 70 bis 73 geben die Korrelationen und ihre Signifikanzniveaus (Spalten 5 bis 8) für die Parametrisierungen ACH > 0 bis ACH > 3 der 15 Probleme an. Des weiteren wird die gesamte Anzahl der Delaunay-Kanten in der VD-Struktur des jeweiligen TSP (Spalte 4) sowie die Anzahl der Kanten, die beim jeweiligen ACH-Wert in die Berechnungen eingeht (Spalte 3), präsentiert. Dabei wird in den Spalten 3 und 4 eine partielle Mehrfacherfassung der Voronoi- und Delaunay-Kanten vorgenommen: Es werden jeweils alle eine Stadt berührenden Delaunay-Kanten bzw. alle Kanten ihres Voronoi-Polygons einmal erfaßt. Entsprechend ist eine jede spezifische Delaunay- bzw. Voronoi-Kante außer jenen am Rande der durch den ACH-Wert begrenzten Struktur zweimal in der für die Berechnungen verwendeten Kantenmenge berücksichtigt. Die dadurch entstehende Beeinträchtigung der Korrelationskoeffizienten gegenüber einer vollständigen Doppelterfassung aller Kanten wurde als vernachlässigbar gering festgestellt.

Der hier herangezogene Korrelationskoeffizient nach PEARSON unterstellt zum ersten einen linearen Zusammenhang der beiden in ihn eingehenden Größen (ALVE und ALDE bzw. RLVE und RLDE). Ein solcher kann mittels eines Streuungsdiagramms für die Beziehung zwischen ALVE und ALDE schwach erkannt werden; hinsichtlich der Beziehung zwischen RLVE und RLDE ist er nicht identifizierbar. Zum zweiten setzt der Korrelationskoeffizient nach PEARSON - als Voraussetzung für die Feststellung eines Signifikanzniveaus - die Normalverteilung der betrachteten Größen voraus. Eine solche ist hier allenfalls näherungsweise gegeben. Aus diesen Gründen können die berechneten Korrelationskoeffizienten nur als beschränkt valide angesehen werden. Bei kleineren TSP und höheren ACH-Werten gehen zudem auch nur sehr wenige (oder keine) Städte bzw. Delaunay-Kanten in die Berechnungen ein, so daß die Korrelation nicht mehr zuverlässig bzw. nicht bestimmt werden kann. In diesem Fall wird auf den Ausweis verzichtet. Dies ist insbesondere in Tab. 73 bei ACH > 3 gegeben.

				Korrel	ationskoeffizi	ent nach PEA	ARSON
				ALVE -	ALDE	RLVE .	RLDE
TSP	n	# Del Kanten ACH > 0	# Del Kanten gesamt	Korrelation	Signifikanz	Korrelation	Signifikanz
EIL51	51	225	258	0,2485	0,000	-0,0969	0,148
BERLIN52	52	250	274	0,4165	0,000	-0,0865	0,173
ST70	70	336	374	0,2388	0,000	-0,1091	0,046
EIL76	76	372	406	0,3661	0,000	-0,1225	0,018
PR76	76	398	422	0,2690	0,000	-0,2303	0,000
KR100A	100	498	546	0,4432	0,000	-0,1173	0,009
KR100C	100	510	550	0,2951	0,000	-0,0364	0,412
KR100D	100	490	538	0,3708	0,000	-0,1090	0,016
RD100	100	512	550	0,2032	0,000	-0,0089	0,840
EIL101	101	522	556	0,4321	0,000	-0,0995	0,023
LIN105	105	468	512	0,2277	0,000	-0,1906	0,000
CH130	130	694	732	0,2574	0,000	-0,0652	0,086
CH150	150	781	834	0,0416	0,245	-0,1277	0,000
A280	279	1.207	1.292	-0,1011	0,000	-0,3201	0,000
PCB442	442	2.082	2.192	0,0903	0,000	-0,2706	0,000

Tab. 70: Korrelationen zwischen den Längen von Voronoi- und Delaunay-Kanten (absolute und relative Längen; ALVE - ALDE; RLVE - RLDE) für sämtliche Städte/Voronoi-Polygone mit ACH > 0 der 15 TSP aus den Gruppen II und III; Spalte 3: Anzahl der Kanten in der jeweiligen Delaunay-Struktur mit ACH > 0 (partielle Mehrfacherfassung); Spalte 4: Anzahl aller Kanten in der jeweiligen Delaunay-Struktur (partielle Mehrfacherfassung); Spalten 5 und 6 bzw. 7 und 8: Korrelationskoeffizienten nach PEARSON und zugehörige Signifikanzniveaus (zweiseitiger Hypothesentest).

				Korrel	ationskoeffizi	ent nach PEA	ARSON
				ALVE -	ALDE	RLVE .	RLDE
TSP	n	# Del Kanten ACH > 1	# Del Kanten gesamt	Korrelation	Signifikanz	Korrelation	Signifikanz
EIL51	51	102	258	-0,5923	0,000	-0,3421	0,000
BERLIN52	52	161	274	0,0305	0,701	-0,1647	0,037
ST70	70	186	374	-0,5109	0,000	-0,2569	0,000
EIL76	76	238	406	-0,0609	0,350	-0,2268	0,000
PR76	76	293	422	-0,5544	0,000	-0,4351	0,000
KR100A	100	308	546	0,0595	0,298	-0,2848	0,000
KR100C	100	344	550	-0,1628	0,002	-0,1628	0,002
KR100D	100	302	538	-0,2315	0,000	-0,2513	0,000
RD100	100	355	550	-0,0663	0,213	-0,1037	0,051
EIL101	101	386	556	-0,0977	0,055	-0,2691	0,000
LIN105	105	326	512	0,1499	0,007	-,0,3069	0,000
CH130	130	521	732	-0,2892	0,000	-0,1882	0,000
CH150	150	571	834	-0,4383	0,000	-0,2747	0,000
A280	279	878	1.292	-0,4621	0,000	-0,3827	0,000
PCB442	442	1.655	2.192	-0,0479	0,051	-0,2402	0,000

Tab. 71: Korrelationen zwischen den Längen von Voronoi- und Delaunay-Kanten (absolute und relative Längen; ALVE - ALDE; RLVE - RLDE) für sämtliche Städte/Voronoi-Polygone mit ACH > 1 der 15 TSP aus den Gruppen II und III; Spalte 3: Anzahl der Kanten in der jeweiligen Delaunay-Struktur mit ACH > 1 (partielle Mehrfacherfassung); Spalte 4: Anzahl aller Kanten in der jeweiligen Delaunay-Struktur (partielle Mehrfacherfassung); Spalten 5 und 6 bzw. 7 und 8: Korrelationskoeffizienten nach PEARSON und zugehörige Signifikanzniveaus (zweiseitiger Hypothesentest).

				Korrel	ationskoeffizi	ent nach PEA	ARSON
				ALVE -	ALDE	RLVE .	RLDE
TSP	n	# Del Kanten ACH > 2	# Del Kanten gesamt	Korrelation	Signifikanz	Korrelation	Signifikanz
EIL51	51	21	258	-	-	-	-
BERLIN52	52	80	274	0,1268	0,262	-0,0740	0,514
ST70	70	62	374	-0,5606	0,000	-0,3309	0,008
EIL76	76	103	406	-0,5699	0,000	-0,2325	0,018
PR76	76	141	422	-0,5657	0,000	-0,4532	0,000
KR100A	100	126	546	-0,4958	0,000	-0,4192	0,000
KR100C	100	147	550	-0,3425	0,000	-0,3059	0,000
KR100D	100	126	538	-0,3352	0,000	-0,2688	0,002
RD100	100	162	550	-0,3218	0,000	-0,2547	0,001
EIL101	101	221	556	-0,2362	0,000	-0,1958	0,003
LIN105	105	156	512	-0,2565	0,001	-0,5466	0,000
CH130	130	273	732	-0,3020	0,000	-0,2482	0,000
CH150	150	338	834	-0,5164	0,000	-0,2755	0,000
A280	279	521	1.292	-0,4455	0,000	-0,4495	0,000
PCB442	442	1.179	2.192	-0,4471	0,000	-0,2641	0,000

Tab. 72: Korrelationen zwischen den Längen von Voronoi- und Delaunay-Kanten (absolute und relative Längen; ALVE - ALDE; RLVE - RLDE) für sämtliche Städte/Voronoi-Polygone mit ACH > 2 der 15 TSP aus den Gruppen II und III; Spalte 3: Anzahl der Kanten in der jeweiligen Delaunay-Struktur mit ACH > 2 (partielle Mehrfacherfassung); Spalte 4: Anzahl aller Kanten in der jeweiligen Delaunay-Struktur (partielle Mehrfacherfassung); Spalten 5 und 6 bzw. 7 und 8: Korrelationskoeffizienten nach PEARSON und zugehörige Signifikanzniveaus (zweiseitiger Hypothesentest).

				Korrel	ationskoeffizi	ent nach PEA	ARSON
				ALVE -	ALDE	RLVE ·	RLDE
TSP	n	# Del Kanten ACH> 3	# Del Kanten gesamt	Korrelation	Signifikanz	Korrelation	Signifikanz
EIL51	51	0	258	-	-	-	-
BERLIN52	52	18	274	-	-	-	-
ST70	70	0	374	-	-	-	-
EIL76	76	30	406	-0,6533	0,000	-0,2973	0,111
PR76	76	28	422	-	-	-	-
KR100A	100	24	546	-	-	-	-
KR100C	100	22	550	-	-	-	-
KR100D	100	19	538	-	-	-	-
RD100	100	38	550	-0,4187	0,009	-0,3208	0,050
EIL101	101	75	556	-0,3317	0,004	-0,2212	0,056
LIN105	105	5	512	-	-	-	-
CH130	130	82	732	-0,4340	0,000	-0,1465	0,189
CH150	150	163	834	-0,5672	0,000	-0,3576	0,000
A280	279	215	1.292	-0,4515	0,000	-0,4854	0,000
PCB442	442	765	2.192	-0,4685	0,000	-0,3137	0,000

Tab. 73: Korrelationen zwischen den Längen von Voronoi- und Delaunay-Kanten (absolute und relative Längen; ALVE - ALDE; RLVE - RLDE) für sämtliche Städte/Voronoi-Polygone mit ACH > 3 der 15 TSP aus den Gruppen II und III; Spalte 3: Anzahl der Kanten in der jeweiligen Delaunay-Struktur mit ACH > 3 (partielle Mehrfacherfassung); Spalte 4: Anzahl aller Kanten in der jeweiligen Delaunay-Struktur (partielle Mehrfacherfassung); Spalten 5 und 6 bzw. 7 und 8: Korrelationskoeffizienten nach PEARSON und zugehörige Signifikanzniveaus (zweiseitiger Hypothesentest).

Anhang 7: Untersuchung des Auftretens von Delaunay-Kanten unterschiedlicher Ränge (RDE) in den optimalen Rundreisen für 15 TSP aus den Gruppen II und III

Im Abschnitt 4.3.4 dieser Arbeit wurde die dort formulierte Hypothese untersucht, daß die von der optimalen Rundreise genutzten Kanten der Delaunay-Struktur tendenziell besonders lange Voronoi-Kanten als Duale aufweisen. Im Rahmen von Vorüberlegungen wurde gefragt, ob eine optimale Rundreise hinsichtlich der von ihr genutzten Delaunay-Kanten zumeist jene mit geringerer Länge (bzw. mit niedrigem Rang (RDE)) bevorzugt. Zur Klärung wurden die VD-Strukturen und optimalen Rundreisen von 15 aus den Gruppen II und III stammenden TSP (vgl. zu den hier herangezogenen TSP bzw. ihrer Gruppierung Abschnitt 2.4) empirisch im Hinblick auf diesen Sachverhalt überprüft. Die nachstehenden Tab. 74 bis 79 geben die Ergebnisse dieser Untersuchung für verschiedene ACH-Werte (ACH > 0, ACH > 1 und ACH > 2; vgl. - auch folgend - zur Definition der verschiedenen Begriffe Abschnitt 4.3.4) wieder.

Dabei wird für sämtliche eine Stadt eines TSP berührenden Delaunay-Kanten zunächst erhoben, welchen Rang (RDE) jene zwei derselben innehaben, die gleichzeitig Kanten der optimalen Rundreise sind (d.h. für die UO = 1 gilt). Die geringe Zahl jener Kanten der optimalen Rundreise, welche keine Delaunay-Kanten sind, wird im weiteren ignoriert (vgl. Abschnitt 4.3.1). Die Anzahl des Auftretens von durch die optimale Rundreise genutzten Delaunay-Kanten unterschiedlicher Ränge wird sodann für verschiedene, die jeweils betrachtete Städtemenge einschränkende ACH-Werte aufsummiert. Dabei wird mit partieller Mehrfacherfassung gearbeitet: Es werden jeweils alle eine Stadt berührenden Delaunay-Kanten einmal erfaßt. Entsprechend ist eine jede spezifische Delaunay-Kante - außer jenen am Rande der durch den ACH-Wert begrenzten Struktur - zweimal in der herangezogenen Kantenmenge berücksichtigt. Dieses Vorgehen fokussiert sich somit auf die Kanteneigenschaften aus Sicht der einzelnen Städte.

Die Tab. 74, 76 und 78 geben zunächst die entsprechenden Häufigkeiten des Auftretens von Delaunay-Kanten verschiedener Ränge mit UO = 1 für ACH > 0, ACH > 1 und ACH > 2 als absolute Zahlen wieder. Dabei wird in Spalte 3 jeweils zuerst ausgewiesen, wieviele Delaunay-Kanten mit UO = 1 (bei der oben beschriebenen partiellen Mehrfacherfassung) in die Untersuchung eingehen. Die nachfolgenden Spalten zeigen, welche Ränge (RDE) diese innehaben. Die Tab. 75, 77 und 79 weisen sodann die Besetzung der einzelnen Kantenränge (RDE) prozentual zur Anzahl der in die Untersuchung eingehenden Anzahl von Kanten aus, um sie zwischen den verschiedenen TSP vergleichbar zu machen. Bezugsgröße ist dabei jeweils die Spalte 3 der Tab. 74, 76 und 78. Des weiteren werden am Fuße der Tab. 75, 77 und 79 ein Mittelwert sowie die Stichproben-Standardabweichung für die relative Besetzung der einzelnen Ränge über alle untersuchten TSP gebildet.

		# DelKanten mit	# D	elK	anten	mit U	$\mathbf{O} = 1$	l bei A	ACH:	> 0 m	it RD	$\mathbf{E} =$
TSP	n	UO = 1 bei $ACH > 0$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	>9
EIL51	51	82	6	8	6	21	23	11	6	1	0	0
BERLIN52	52	88	3	8	17	16	23	11	8	2	0	0
ST70	70	119	6	8	23	24	25	19	8	5	1	0
EIL76	76	132	5	12	18	30	30	26	11	0	0	0
PR76	76	134	5	15	13	22	26	30	16	7	0	0
KR100A	100	174	7	11	25	42	40	31	11	4	2	1
KR100C	100	178	7	19	22	32	40	34	14	9	1	0
KR100D	100	170	5	16	25	39	36	22	16	9	2	0
RD100	100	177	5	14	27	34	46	25	21	4	1	0
EIL101	101	178	7	14	22	37	43	36	16	2	1	0
LIN105	105	166	5	18	25	37	36	27	12	3	1	2
CH130	130	236	10	26	31	39	52	51	18	4	4	1
CH150	150	270	6	17	40	51	70	48	25	10	2	1
A280	279	470	11	47	99	128	98	55	20	8	1	3
PCB442	442	804	47	89	163	223	139	78	23	22	9	11

Tab. 74: Anzahl der Delaunay-Kanten verschiedener Ränge (RDE) mit UO = 1 für die Städte bzw. Voronoi-Polygone der 15 untersuchten TSP aus den Gruppen II und III bei ACH > 0 (partielle Mehrfacherfassung); Spalte 3: Gesamte Anzahl der Delaunay-Kanten mit UO = 1 für die Städte bzw. Voronoi-Polygone bei ACH > 0; Spalten 4 bis 13: Anzahl der Delaunay-Kanten mit UO = 1 für sämtliche Städte bzw. Voronoi-Polygone mit dem im Spaltenkopf angegebenen Rang (RDE) bei ACH > 0.

		DelKanten mit	% I	DelK	anten	mit \	UO =	1 bei	ACH	> 0 n	nit RE	E =
TSP	n	UO = 1 bei $ACH > 0$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	>9
EIL51	51	100%	7%	10%	7%	26%	28%	13%	7%	1%	0%	0%
BERLIN52	52	100%	3%	9%	19%	18%	26%	13%	9%	2%	0%	0%
ST70	70	100%	5%	7%	19%	20%	21%	16%	7%	4%	1%	0%
EIL76	76	100%	4%	9%	14%	23%	23%	20%	8%	0%	0%	0%
PR76	76	100%	4%	11%	10%	16%	19%	22%	12%	5%	0%	0%
KR100A	100	100%	4%	6%	14%	24%	23%	18%	6%	2%	1%	1%
KR100C	100	100%	4%	11%	12%	18%	22%	19%	8%	5%	1%	0%
KR100D	100	100%	3%	9%	15%	23%	21%	13%	9%	5%	1%	0%
RD100	100	100%	3%	8%	15%	19%	26%	14%	12%	2%	1%	0%
EIL101	101	100%	4%	8%	12%	21%	24%	20%	9%	1%	1%	0%
LIN105	105	100%	3%	11%	15%	22%	22%	16%	7%	2%	1%	1%
CH130	130	100%	4%	11%	13%	17%	22%	22%	8%	2%	2%	0%
CH150	150	100%	2%	6%	15%	19%	26%	18%	9%	4%	1%	0%
A280	279	100%	2%	10%	21%	27%	21%	12%	4%	2%	0%	1%
PCB442	442	100%	6%	11%	20%	28%	17%	10%	3%	3%	1%	1%
Mittelwerte	-	-	4%	9%	15%	21%	23%	16%	8%	3%	1%	0%
Stdabw.	-	-	1%	2%	4%	4%	3%	4%	2%	2%	1%	0%

Tab. 75: Anzahl der Delaunay-Kanten verschiedener Ränge (RDE) mit UO = 1 für die Städte bzw. Voronoi-Polygone der 15 untersuchten TSP aus den Gruppen II und III bei ACH > 0 (mit partieller Mehrfacherfassung) als prozentuale Anteile an der Gesamtzahl der entsprechenden Kanten aus Tab. 74, Spalte 3; Spalte 3 hier: Anzahl der Delaunay-Kanten mit UO = 1 für sämtliche Städte bzw. Voronoi-Polygone aus Tab. 74, Spalte 3 = 100%; Spalten 4 bis 13 hier: Prozentualer Anteil der Anzahl der Delaunay-Kanten mit UO = 1 für sämtliche Städte bzw. Voronoi-Polygone bei ACH > 0 mit dem im Spaltenkopf angegebenen Rang an der Gesamtzahl der entsprechenden Kanten aus Tab. 74, Spalte 3. Tabellenfuß: Mittelwerte und Stichproben-Standardabweichungen über die Rangbesetzungen.

		# DelKanten mit	# D	elK	anten	mit U	$\mathbf{O} = 1$	l bei A	ACH:	> 1 m	it RD	$\mathbf{E} =$
TSP	n	UO = 1 bei $ACH > 1$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	>9
EIL51	51	36	3	3	1	7	12	7	2	1	0	0
BERLIN52	52	56	1	3	11	12	13	7	7	2	0	0
ST70	70	64	4	2	11	13	11	12	6	4	1	0
EIL76	76	84	3	5	10	21	20	17	8	0	0	0
PR76	76	100	2	11	11	16	22	24	10	4	0	0
KR100A	100	105	3	5	16	24	26	21	4	3	2	1
KR100C	100	120	3	14	12	22	31	23	8	6	1	0
KR100D	100	102	2	8	14	28	20	13	10	5	2	0
RD100	100	123	3	10	18	22	31	22	15	1	1	0
EIL101	101	131	3	7	14	31	32	29	13	1	1	0
LIN105	105	120	4	12	21	29	26	17	10	1	0	0
CH130	130	179	7	17	26	31	42	38	10	3	4	1
CH150	150	196	4	11	28	34	54	36	20	7	1	1
A280	279	338	9	27	73	86	79	40	15	6	1	2
PCB442	442	636	41	64	121	181	111	66	19	19	8	6

Tab. 76: Anzahl der Delaunay-Kanten verschiedener Ränge (RDE) mit UO = 1 für die Städte bzw. Voronoi-Polygone der 15 untersuchten TSP aus den Gruppen II und III bei ACH > 1 (partielle Mehrfacherfassung); Spalte 3: Gesamte Anzahl der Delaunay-Kanten mit UO = 1 für die Städte bzw. Voronoi-Polygone bei ACH > 1; Spalten 4 bis 13: Anzahl der Delaunay-Kanten mit UO = 1 für sämtliche Städte bzw. Voronoi-Polygone mit dem im Spaltenkopf angegebenen Rang (RDE) bei ACH > 1.

		DelKanten mit	% I	DelK	anten	mit	UO =	1 bei	ACH	> 1 m	it RD	E =
TSP	n	UO = 1 bei $ACH > 1$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	>9
EIL51	51	100%	8%	8%	3%	19%	33%	19%	6%	3%	0%	0%
BERLIN52	52	100%	2%	5%	20%	21%	23%	13%	13%	4%	0%	0%
ST70	70	100%	6%	3%	17%	20%	17%	19%	9%	6%	2%	0%
EIL76	76	100%	4%	6%	12%	25%	24%	20%	10%	0%	0%	0%
PR76	76	100%	2%	11%	11%	16%	22%	24%	10%	4%	0%	0%
KR100A	100	100%	3%	5%	15%	23%	25%	20%	4%	3%	2%	1%
KR100C	100	100%	3%	12%	10%	18%	26%	19%	7%	5%	1%	0%
KR100D	100	100%	2%	8%	14%	27%	20%	13%	10%	5%	2%	0%
RD100	100	100%	2%	8%	15%	18%	25%	18%	12%	1%	1%	0%
EIL101	101	100%	2%	5%	11%	24%	24%	22%	10%	1%	1%	0%
LIN105	105	100%	3%	10%	18%	24%	22%	14%	8%	1%	0%	0%
CH130	130	100%	4%	9%	15%	17%	23%	21%	6%	2%	2%	1%
CH150	150	100%	2%	6%	14%	17%	28%	18%	10%	4%	1%	1%
A280	279	100%	3%	8%	22%	25%	23%	12%	4%	2%	0%	1%
PCB442	442	100%	6%	10%	19%	28%	17%	10%	3%	3%	1%	1%
Mittelwerte	-	-	3%	8%	14%	22%	24%	18%	8%	3%	1%	0%
Stdabw.	-	-	2%	3%	5%	4%	4%	4%	3%	2%	1%	0%

Tab. 77: Anzahl der Delaunay-Kanten verschiedener Ränge (RDE) mit UO = 1 für die Städte bzw. Voronoi-Polygone der 15 untersuchten TSP aus den Gruppen II und III bei ACH > 1 (mit partieller Mehrfacherfassung) als prozentuale Anteile an der Gesamtzahl der entsprechenden Kanten aus Tab. 76, Spalte 3; Spalte 3 hier: Anzahl der Delaunay-Kanten mit UO = 1 für sämtliche Städte bzw. Voronoi-Polygone aus Tab. 76, Spalte 3 = 100%; Spalten 4 bis 13 hier: Prozentualer Anteil der Anzahl der Delaunay-Kanten mit UO = 1 für sämtliche Städte bzw. Voronoi-Polygone bei ACH > 1 mit dem im Spaltenkopf angegebenen Rang an der Gesamtzahl der entsprechenden Kanten aus Tab. 76, Spalte 3. Tabellenfuß: Mittelwerte und Stichproben-Standardabweichungen über die Rangbesetzungen.

		# DelKanten mit	# D	elKa	anten	mit U	$\mathbf{O} = 1$	l bei A	ACH:	> 2 m	it RD	$\mathbf{E} =$
TSP	n	UO = 1 bei $ACH > 2$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	>9
EIL51	51	8	0	0	0	3	4	1	0	0	0	0
BERLIN52	52	28	1	1	5	6	7	3	4	1	0	0
ST70	70	22	0	2	6	3	3	5	2	1	0	0
EIL76	76	36	2	3	1	11	9	7	3	0	0	0
PR76	76	44	0	2	3	7	13	10	5	4	0	0
KR100A	100	41	1	2	7	8	10	9	1	1	2	0
KR100C	100	52	2	4	7	8	16	10	2	3	0	0
KR100D	100	43	0	4	8	12	9	5	3	1	1	0
RD100	100	56	0	3	6	12	16	13	4	1	1	0
EIL101	101	76	2	4	8	17	17	18	8	1	1	0
LIN105	105	61	2	6	13	17	14	6	3	0	0	0
CH130	130	93	1	8	15	14	29	16	4	2	3	1
CH150	150	116	3	6	17	22	28	22	13	4	1	0
A280	279	202	5	14	41	56	53	22	8	3	0	0
PCB442	442	432	22	35	73	117	88	56	14	16	5	6

Tab. 78: Anzahl der Delaunay-Kanten verschiedener Ränge (RDE) mit UO = 1 für die Städte bzw. Voronoi-Polygone der 15 untersuchten TSP aus den Gruppen II und III bei ACH > 2 (partielle Mehrfacherfassung); Spalte 3: Gesamte Anzahl der Delaunay-Kanten mit UO = 1 für die Städte bzw. Voronoi-Polygone bei ACH > 2; Spalten 4 bis 13: Anzahl der Delaunay-Kanten mit UO = 1 für sämtliche Städte bzw. Voronoi-Polygone mit dem im Spaltenkopf angegebenen Rang (RDE) bei ACH > 2.

		DelKanten mit	% DelKanten mit UO = 1 bei ACH > 2 mit RDE =										
TSP	n	UO = 1 bei $ACH > 2$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	>9	
EIL51	51	100%	0%	0%	0%	38%	50%	13%	0%	0%	0%	0%	
BERLIN52	52	100%	4%	4%	18%	21%	25%	11%	14%	4%	0%	0%	
ST70	70	100%	0%	9%	27%	14%	14%	23%	9%	5%	0%	0%	
EIL76	76	100%	6%	8%	3%	31%	25%	19%	8%	0%	0%	0%	
PR76	76	100%	0%	5%	7%	16%	30%	23%	11%	9%	0%	0%	
KR100A	100	100%	2%	5%	17%	20%	24%	22%	2%	2%	5%	0%	
KR100C	100	100%	4%	8%	13%	15%	31%	19%	4%	6%	0%	0%	
KR100D	100	100%	0%	9%	19%	28%	21%	12%	7%	2%	2%	0%	
RD100	100	100%	0%	5%	11%	21%	29%	23%	7%	2%	2%	0%	
EIL101	101	100%	3%	5%	11%	22%	22%	24%	11%	1%	1%	0%	
LIN105	105	100%	3%	10%	21%	28%	23%	10%	5%	0%	0%	0%	
CH130	130	100%	1%	9%	16%	15%	31%	17%	4%	2%	3%	1%	
CH150	150	100%	3%	5%	15%	19%	24%	19%	11%	3%	1%	0%	
A280	279	100%	2%	7%	20%	28%	26%	11%	4%	1%	0%	0%	
PCB442	442	100%	5%	8%	17%	27%	20%	13%	3%	4%	1%	1%	
Mittelwerte	-	-	2%	6%	14%	23%	26%	17%	7%	3%	1%	0%	
Stdabw.	-	-	2%	3%	7%	7%	8%	5%	4%	3%	1%	0%	

Tab. 79: Anzahl der Delaunay-Kanten verschiedener Ränge (RDE) mit UO = 1 für die Städte bzw. Voronoi-Polygone der 15 untersuchten TSP aus den Gruppen II und III bei ACH > 2 (mit partieller Mehrfacherfassung) als prozentuale Anteile an der Gesamtzahl der entsprechenden Kanten aus Tab. 78, Spalte 3; Spalte 3 hier: Anzahl der Delaunay-Kanten mit UO = 1 für sämtliche Städte bzw. Voronoi-Polygone aus Tab. 78, Spalte 3 = 100%; Spalten 4 bis 13 hier: Prozentualer Anteil der Anzahl der Delaunay-Kanten mit UO = 1 für sämtliche Städte bzw. Voronoi-Polygone bei ACH > 2 mit dem im Spaltenkopf angegebenen Rang an der Gesamtzahl der entsprechenden Kanten aus Tab. 78, Spalte 3. Tabellenfuß: Mittelwerte und Stichproben-Standardabweichungen über die Rangbesetzungen.

Anhang 8: Untersuchung des Auftretens von Voronoi-Kanten unterschiedlicher Ränge (RVE) als Duale von in der optimalen Rundreise genutzten Delaunay-Kanten für 15 TSP aus den Gruppen II und III

Im Abschnitt 4.3.4 dieser Arbeit wurde die dort formulierte Hypothese untersucht, daß die von der optimalen Rundreise genutzten Kanten der Delaunay-Struktur tendenziell besonders lange Voronoi-Kanten als Duale aufweisen. Zur Klärung wurden die VD-Strukturen und optimalen Rundreisen von 15 aus den Gruppen II und III stammenden TSP (vgl. zu den hier herangezogenen TSP bzw. ihrer Gruppierung Abschnitt 2.4) empirisch im Hinblick auf diesen Sachverhalt überprüft. Die nachstehenden Tab. 80 bis 85 geben die Ergebnisse dieser Untersuchung für verschiedene ACH-Werte (ACH > 0, ACH > 1 und ACH > 2; vgl. - auch folgend - zur Definition der verschiedenen Begriffe Abschnitt 4.3.4) wieder.

Dabei wird für sämtliche eine Stadt eines TSP berührenden Delaunay-Kanten, die gleichzeitig Kanten der optimalen Rundreise sind (d.h. für die UO = 1 gilt), zunächst erhoben, welchen Rang (RVE) die zwei ihnen dualen Voronoi-Kanten aufweisen. Die geringe Zahl jener Kanten der optimalen Rundreise, welche keine Delaunay-Kanten sind (und für die entsprechend keine dualen Voronoi-Kanten existieren), wird im weiteren ignoriert (vgl. Abschnitt 4.3.1). Die Anzahl des Auftretens entsprechend dualer Voronoi-Kanten unterschiedlicher Ränge wird sodann für verschiedene, die jeweils betrachtete Städtemenge einschränkende ACH-Werte aufsummiert. Dabei wird mit partieller Mehrfacherfassung gearbeitet: Es werden jeweils alle eine Stadt berührenden Delaunay- und Voronoi-Kanten einmal erfaßt. Entsprechend ist eine jede spezifische Delaunay- bzw. Voronoi-Kante - außer jenen am Rande der durch den ACH-Wert begrenzten Struktur - zweimal in der herangezogenen Kantenmenge berücksichtigt. Dieses Vorgehen fokussiert sich somit auf die Kanteneigenschaften aus Sicht der einzelnen Städte bzw. deren Voronoi-Polygonen.

Die Tab. 80, 82 und 84 geben zunächst die entsprechenden Häufigkeiten des Auftretens von zu Delaunay-Kanten mit UO = 1 dualen Voronoi-Kanten verschiedener Ränge für ACH > 0, ACH > 1 und ACH > 2 als absolute Zahlen wieder. Dabei wird in Spalte 3 jeweils zuerst ausgewiesen, wieviele Delaunay-Kanten mit UO = 1 (bei der oben beschriebenen partiellen Mehrfacherfassung) in diese Untersuchung eingehen. Die nachfolgenden Spalten zeigen, welche Ränge (RVE) die Voronoi-Duale innehaben. Die Tab. 81, 83 und 85 weisen sodann die Besetzung der einzelnen Kantenränge (RVE) prozentual zur Anzahl der in die Untersuchung eingehenden Anzahl von Delaunay- bzw. Voronoi-Kanten aus, um verschiedene TSP in dieser Hinsicht vergleichbar zu machen. Bezugsgröße ist dabei jeweils die Spalte 3 der Tab. 80, 82 und 84. Des weiteren werden am Fuße der Tab. 81, 83 und 85 ein Mittelwert sowie die Stichproben-Standardabweichung für die relative Besetzung der einzelnen Ränge über alle untersuchten TSP gebildet.

		# DelKanten mit		# dualer Voronoi-Kanten mit RVE =								
TSP	n	UO = 1 bei $ACH > 0$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	>9
EIL51	51	82	33	19	15	12	2	0	1	0	0	0
BERLIN52	52	88	31	28	10	9	8	2	0	0	0	0
ST70	70	119	40	29	21	15	11	3	0	0	0	0
EIL76	76	132	54	39	26	7	2	3	1	0	0	0
PR76	76	134	54	27	32	12	3	5	1	0	0	0
KR100A	100	174	71	48	24	20	9	2	0	0	0	0
KR100C	100	178	62	44	34	20	12	4	1	1	0	0
KR100D	100	170	53	48	29	25	12	1	2	0	0	0
RD100	100	177	63	43	36	17	10	4	3	1	0	0
EIL101	101	178	65	46	38	19	6	2	2	0	0	0
LIN105	105	166	66	36	29	15	15	2	1	0	1	1
CH130	130	236	88	56	43	21	15	8	5	0	0	0
CH150	150	270	102	77	44	27	12	5	3	0	0	0
A280	279	470	206	167	52	40	1	3	1	0	0	0
PCB442	442	804	294	226	115	132	17	13	5	1	0	1

Tab. 80: Anzahl der Voronoi-Kanten verschiedener Ränge (RVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 1 für die Städte bzw. Voronoi-Polygone der 15 untersuchten TSP aus den Gruppen II und III bei ACH > 0 (partielle Mehrfacherfassung); Spalte 3: Gesamte Anzahl der Delaunay-Kanten mit UO = 1 für die Städte bzw. Voronoi-Polygone bei ACH > 0; Spalten 4 bis 13: Anzahl der zu den in Spalte 3 summierten Delaunay-Kanten dualen Voronoi-Kanten mit dem im Spaltenkopf angegebenen Rang (RVE) bei ACH > 0.

		DelKanten mit		%	dual	er Voi	ronoi-	Kant	en mi	t RVI	Ξ =	
TSP	n	UO = 1 bei $ACH > 0$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	>9
EIL51	51	100%	40%	23%	18%	15%	2%	0%	1%	0%	0%	0%
BERLIN52	52	100%	35%	32%	11%	10%	9%	2%	0%	0%	0%	0%
ST70	70	100%	34%	24%	18%	13%	9%	3%	0%	0%	0%	0%
EIL76	76	100%	41%	30%	20%	5%	2%	2%	1%	0%	0%	0%
PR76	76	100%	40%	20%	24%	9%	2%	4%	1%	0%	0%	0%
KR100A	100	100%	41%	28%	14%	11%	5%	1%	0%	0%	0%	0%
KR100C	100	100%	35%	25%	19%	11%	7%	2%	1%	1%	0%	0%
KR100D	100	100%	31%	28%	17%	15%	7%	1%	1%	0%	0%	0%
RD100	100	100%	36%	24%	20%	10%	6%	2%	2%	1%	0%	0%
EIL101	101	100%	37%	26%	21%	11%	3%	1%	1%	0%	0%	0%
LIN105	105	100%	40%	22%	17%	9%	9%	1%	1%	0%	1%	1%
CH130	130	100%	37%	24%	18%	9%	6%	3%	2%	0%	0%	0%
CH150	150	100%	38%	29%	16%	10%	4%	2%	1%	0%	0%	0%
A280	279	100%	44%	36%	11%	9%	0%	1%	0%	0%	0%	0%
PCB442	442	100%	37%	28%	14%	16%	2%	2%	1%	0%	0%	0%
Mittelwerte	-	-	38%	26%	17%	11%	5%	2%	1%	0%	0%	0%
Stdabw.	-	-	3%	4%	4%	3%	3%	1%	1%	0%	0%	0%

Tab. 81: Anzahl der zu Delaunay-Kanten mit UO = 1 dualen Voronoi-Kanten verschiedener Ränge (RVE) für die Städte bzw. Voronoi-Polygone der 15 untersuchten TSP aus den Gruppen II und III bei ACH > 0 (partielle Mehrfacherfassung) als prozentuale Anteile an der Gesamtzahl der entsprechenden Kanten aus Tab. 80, Spalte 3; Spalte 3 hier: Anzahl der Delaunay-Kanten mit UO = 1 für sämtliche Städte bzw. Voronoi-Polygone aus Tab. 80, Spalte 3 = 100%; Spalten 4 bis 13 hier: Prozentualer Anteil der Anzahl der dualen Voronoi-Kanten für sämtliche Städte bzw. Voronoi-Polygone bei ACH > 0 mit dem im Spaltenkopf angegebenen Rang an der Gesamtzahl der entsprechenden Kanten aus Tab. 80, Spalte 3. Tabellenfuß: Mittelwerte und Stichproben-Standardabweichungen über die Rangbesetzungen.

		# DelKanten mit		# dualer Voronoi-Kanten mit RVE =								
TSP	n	UO = 1 bei $ACH > 1$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	>9
EIL51	51	36	14	11	6	5	0	0	0	0	0	0
BERLIN52	52	56	22	18	6	4	4	2	0	0	0	0
ST70	70	64	23	21	12	5	3	0	0	0	0	0
EIL76	76	84	33	25	20	2	3	1	0	0	0	0
PR76	76	100	43	23	25	7	0	2	0	0	0	0
KR100A	100	105	44	33	15	10	3	0	0	0	0	0
KR100C	100	120	45	34	21	11	6	2	0	1	0	0
KR100D	100	102	29	31	20	16	6	0	0	0	0	0
RD100	100	123	45	32	26	11	5	2	1	1	0	0
EIL101	101	131	51	39	27	9	3	1	1	0	0	0
LIN105	105	120	48	31	21	10	8	1	1	0	0	0
CH130	130	179	70	44	34	13	10	5	3	0	0	0
CH150	150	196	74	66	28	16	9	1	2	0	0	0
A280	279	338	149	122	40	26	1	0	0	0	0	0
PCB442	442	636	223	167	96	120	13	11	5	1	0	0

Tab. 82: Anzahl der Voronoi-Kanten verschiedener Ränge (RVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 1 für die Städte bzw. Voronoi-Polygone der 15 untersuchten TSP aus den Gruppen II und III bei ACH > 1 (partielle Mehrfacherfassung); Spalte 3: Gesamte Anzahl der Delaunay-Kanten mit UO = 1 für die Städte bzw. Voronoi-Polygone bei ACH > 1; Spalten 4 bis 13: Anzahl der zu den in Spalte 3 summierten Delaunay-Kanten dualen Voronoi-Kanten mit dem im Spaltenkopf angegebenen Rang (RVE) bei ACH > 1.

		DelKanten mit		%	dual	er Voi	ronoi-	Kant	en mi	t RVI	E =	
TSP	n	UO = 1 bei $ACH > 1$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	>9
EIL51	51	100%	39%	31%	17%	14%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
BERLIN52	52	100%	39%	32%	11%	7%	7%	4%	0%	0%	0%	0%
ST70	70	100%	36%	33%	19%	8%	5%	0%	0%	0%	0%	0%
EIL76	76	100%	39%	30%	24%	2%	4%	1%	0%	0%	0%	0%
PR76	76	100%	43%	23%	25%	7%	0%	2%	0%	0%	0%	0%
KR100A	100	100%	42%	31%	14%	10%	3%	0%	0%	0%	0%	0%
KR100C	100	100%	38%	28%	18%	9%	5%	2%	0%	1%	0%	0%
KR100D	100	100%	28%	30%	20%	16%	6%	0%	0%	0%	0%	0%
RD100	100	100%	37%	26%	21%	9%	4%	2%	1%	1%	0%	0%
EIL101	101	100%	39%	30%	21%	7%	2%	1%	1%	0%	0%	0%
LIN105	105	100%	40%	26%	18%	8%	7%	1%	1%	0%	0%	0%
CH130	130	100%	39%	25%	19%	7%	6%	3%	2%	0%	0%	0%
CH150	150	100%	38%	34%	14%	8%	5%	1%	1%	0%	0%	0%
A280	279	100%	44%	36%	12%	8%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
PCB442	442	100%	35%	26%	15%	19%	2%	2%	1%	0%	0%	0%
Mittelwerte	-	-	38%	29%	18%	9%	4%	1%	0%	0%	0%	0%
Stdabw.	-	-	4%	4%	4%	4%	2%	1%	1%	0%	0%	0%

Tab. 83: Anzahl der zu Delaunay-Kanten mit UO = 1 dualen Voronoi-Kanten verschiedener Ränge (RVE) für die Städte bzw. Voronoi-Polygone der 15 untersuchten TSP aus den Gruppen II und III bei ACH > 1 (partielle Mehrfacherfassung) als prozentuale Anteile an der Gesamtzahl der entsprechenden Kanten aus Tab. 82, Spalte 3; Spalte 3 hier: Anzahl der Delaunay-Kanten mit UO = 1 für sämtliche Städte bzw. Voronoi-Polygone aus Tab. 82, Spalte 3 = 100%; Spalten 4 bis 13 hier: Prozentualer Anteil der Anzahl der dualen Voronoi-Kanten für sämtliche Städte bzw. Voronoi-Polygone bei ACH > 1 mit dem im Spaltenkopf angegebenen Rang an der Gesamtzahl der entsprechenden Kanten aus Tab. 82, Spalte 3. Tabellenfuß: Mittelwerte und Stichproben-Standardabweichungen über die Rangbesetzungen.

		# DelKanten mit	# dualer Voronoi-Kanten mit RVE =									
TSP	n	UO = 1 bei $ACH > 2$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	>9
EIL51	51	8	4	3	1	0	0	0	0	0	0	0
BERLIN52	52	28	11	9	3	1	3	1	0	0	0	0
ST70	70	22	9	10	1	1	1	0	0	0	0	0
EIL76	76	36	14	9	10	0	0	2	1	0	0	0
PR76	76	44	20	11	7	5	0	1	0	0	0	0
KR100A	100	41	18	12	7	3	1	0	0	0	0	0
KR100C	100	52	23	15	9	3	2	0	0	0	0	0
KR100D	100	43	15	13	8	4	3	0	0	0	0	0
RD100	100	56	19	20	10	5	1	0	0	1	0	0
EIL101	101	76	30	23	15	6	1	1	0	0	0	0
LIN105	105	61	28	17	7	5	4	0	0	0	0	0
CH130	130	93	34	22	22	6	3	3	3	0	0	0
CH150	150	116	40	36	19	13	6	1	1	0	0	0
A280	279	202	87	72	25	17	1	0	0	0	0	0
PCB442	442	432	162	116	63	67	9	9	5	1	0	0

Tab. 84: Anzahl der Voronoi-Kanten verschiedener Ränge (RVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 1 für die Städte bzw. Voronoi-Polygone der 15 untersuchten TSP aus den Gruppen II und III bei ACH > 2 (partielle Mehrfacherfassung); Spalte 3: Gesamte Anzahl der Delaunay-Kanten mit UO = 1 für die Städte bzw. Voronoi-Polygone bei ACH > 2; Spalten 4 bis 13: Anzahl der zu den in Spalte 3 summierten Delaunay-Kanten dualen Voronoi-Kanten mit dem im Spaltenkopf angegebenen Rang (RVE) bei ACH > 2.

		DelKanten mit		%	dual	er Voi	ronoi-	Kant	en mi	t RVI	Ξ =	
TSP	n	UO = 1 bei $ACH > 2$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	>9
EIL51	51	100%	50%	38%	13%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
BERLIN52	52	100%	39%	32%	11%	4%	11%	4%	0%	0%	0%	0%
ST70	70	100%	41%	45%	5%	5%	5%	0%	0%	0%	0%	0%
EIL76	76	100%	39%	25%	28%	0%	0%	6%	3%	0%	0%	0%
PR76	76	100%	45%	25%	16%	11%	0%	2%	0%	0%	0%	0%
KR100A	100	100%	44%	29%	17%	7%	2%	0%	0%	0%	0%	0%
KR100C	100	100%	44%	29%	17%	6%	4%	0%	0%	0%	0%	0%
KR100D	100	100%	35%	30%	19%	9%	7%	0%	0%	0%	0%	0%
RD100	100	100%	34%	36%	18%	9%	2%	0%	0%	2%	0%	0%
EIL101	101	100%	39%	30%	20%	8%	1%	1%	0%	0%	0%	0%
LIN105	105	100%	46%	28%	11%	8%	7%	0%	0%	0%	0%	0%
CH130	130	100%	37%	24%	24%	6%	3%	3%	3%	0%	0%	0%
CH150	150	100%	34%	31%	16%	11%	5%	1%	1%	0%	0%	0%
A280	279	100%	43%	36%	12%	8%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
PCB442	442	100%	38%	27%	15%	16%	2%	2%	1%	0%	0%	0%
Mittelwerte	-	-	41%	31%	16%	7%	3%	1%	1%	0%	0%	0%
Stdabw.	-	-	5%	6%	6%	4%	3%	2%	1%	1%	0%	0%

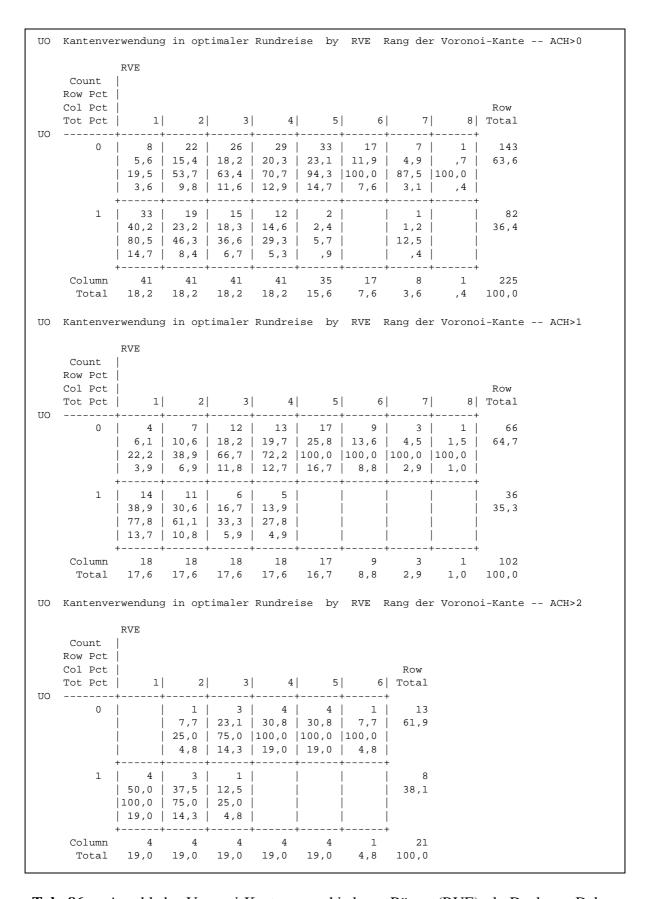
Tab. 85: Anzahl der zu Delaunay-Kanten mit UO = 1 dualen Voronoi-Kanten verschiedener Ränge (RVE) für die Städte bzw. Voronoi-Polygone der 15 untersuchten TSP aus den Gruppen II und III bei ACH > 2 (partielle Mehrfacherfassung) als prozentuale Anteile an der Gesamtzahl der entsprechenden Kanten aus Tab. 84, Spalte 3; Spalte 3 hier: Anzahl der Delaunay-Kanten mit UO = 1 für sämtliche Städte bzw. Voronoi-Polygone aus Tab. 84, Spalte 3 = 100%; Spalten 4 bis 13 hier: Prozentualer Anteil der Anzahl der dualen Voronoi-Kanten für sämtliche Städte bzw. Voronoi-Polygone bei ACH > 2 mit dem im Spaltenkopf angegebenen Rang an der Gesamtzahl der entsprechenden Kanten aus Tab. 84, Spalte 3. Tabellenfuß: Mittelwerte und Stichproben-Standardabweichungen über die Rangbesetzungen.

Anhang 9: Voronoi-Kanten verschiedener Ränge (RVE) als Duale zu von der optimalen Rundreise genutzten und ungenutzten Delaunay-Kanten - Aufbereitung als Kreuztabellen für 15 TSP aus den Gruppen II und III

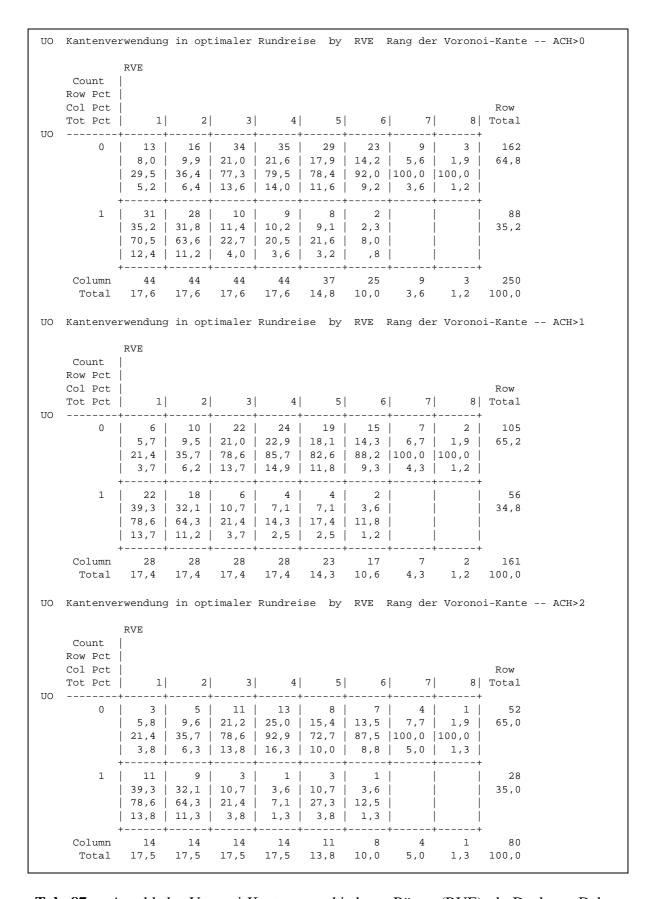
Im Abschnitt 4.3.4 dieser Arbeit wurde die dort formulierte Hypothese untersucht, daß die von der optimalen Rundreise genutzten Kanten der Delaunay-Struktur tendenziell besonders lange Voronoi-Kanten als Duale aufweisen. Zur Klärung wurden die VD-Strukturen und optimalen Rundreisen von 15 aus den Gruppen II und III stammenden TSP (vgl. zu den hier herangezogenen TSP bzw. ihrer Gruppierung Abschnitt 2.4) empirisch im Hinblick auf diesen Sachverhalt überprüft. In den nachstehenden Tab. 86 bis 100 werden die Ränge der Voronoi-Kanten (RVE) durch die optimale Rundreise genutzter und ungenutzter Delaunay-Duale für diese 15 TSP bei verschiedenen ACH-Werten (ACH > 0, ACH > 1 und ACH > 2; vgl. - auch folgend - zur Definition der verschiedenen Begriffe Abschnitt 4.3.4) als Kreuztabellen (SPSS-Ausgabe) dargestellt.

Dabei wird für sämtliche eine Stadt eines TSP berührenden Delaunay-Kanten zunächst erhoben, ob sie in der optimalen Rundreise genutzt oder nicht genutzt werden (UO = 1 bzw. UO = 0) und welchen Rang (RVE) die ihnen dualen Voronoi-Kanten aufweisen. Die geringe Zahl jener Kanten der optimalen Rundreise, welche keine Delaunay-Kanten sind (und für die entsprechend keine dualen Voronoi-Kanten existieren), wird im weiteren ignoriert (vgl. Abschnitt 4.3.1). Die Anzahl des Auftretens entsprechender Voronoi-Kanten unterschiedlicher Ränge als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 oder UO = 1 wird sodann für verschiedene, die jeweils betrachtete Städtemenge einschränkende ACH-Werte aufsummiert. Dabei wird mit partieller Mehrfacherfassung gearbeitet: Es werden jeweils alle eine Stadt berührenden Delaunay- und Voronoi-Kanten einmal erfaßt. Entsprechend ist eine jede spezifische Delaunay- bzw. Voronoi-Kante - außer jenen am Rande der durch den ACH-Wert begrenzten Struktur - zweimal in der herangezogenen Kantenmenge berücksichtigt. Dieses Vorgehen fokussiert sich somit auf die Kanteneigenschaften aus Sicht der einzelnen Städte bzw. deren Voronoi-Polygonen.

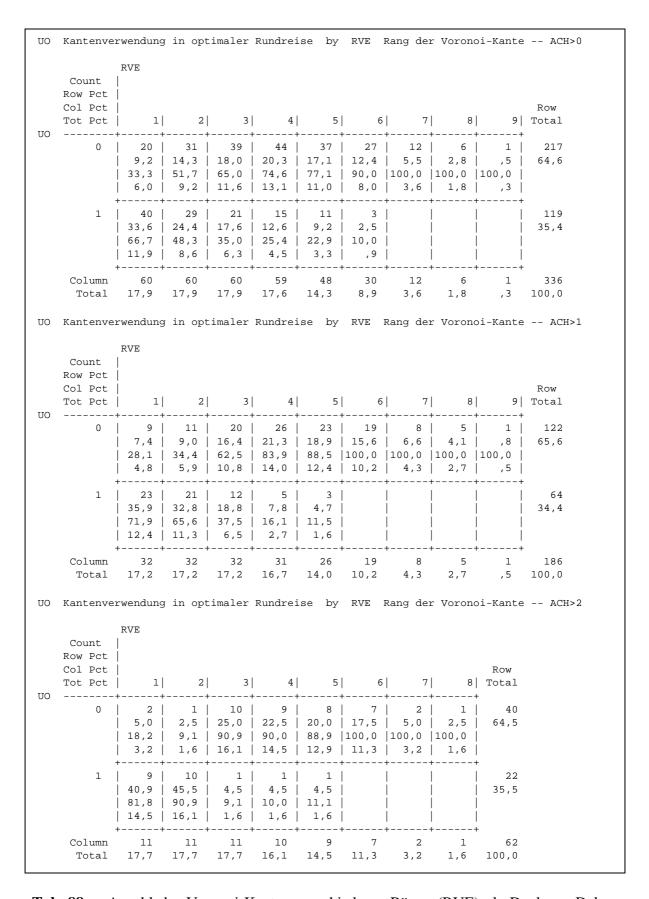
In den Tab. 86 bis 100 finden sich jeweils drei Kreuztabellen (SPSS-Ausgabe) für die ACH-Werte ACH > 0, ACH > 1 und ACH > 2. In jeder Kreuztabelle wird die Variable RVE in den Spalten und die Variable UO in den Zeilen dargestellt. Eine konkrete Zelle enthält jeweils (a) die mit den entsprechenden Merkmalsausprägungen der jeweiligen Spalte und Zeile festgestellte Anzahl an Voronoi-Kanten (als Duale zu den entsprechenden Delaunay-Kanten, "Count"), (b) den Prozentanteil, den diese Anzahl an der Zeilensumme entsprechender Voronoi-Kanten ausmacht ("Row Pct"), (c) den Prozentanteil, den diese Anzahl an der Spaltensumme entsprechender Voronoi-Kanten ausmacht ("Col Pct") und (d) den Prozentanteil, den diese Anzahl an der Zahl aller untersuchten Voronoi-Kanten bildet ("Tot Pct"). Spalten- und zeilenweise werden darüber hinaus noch einmal Summen und Anteilswerte gebildet ("Colum Total", "Row Total"). Über jeder Kreuztabelle wird in einer Kopfzeile der jeweils zugrundeliegende ACH-Wert angegeben.



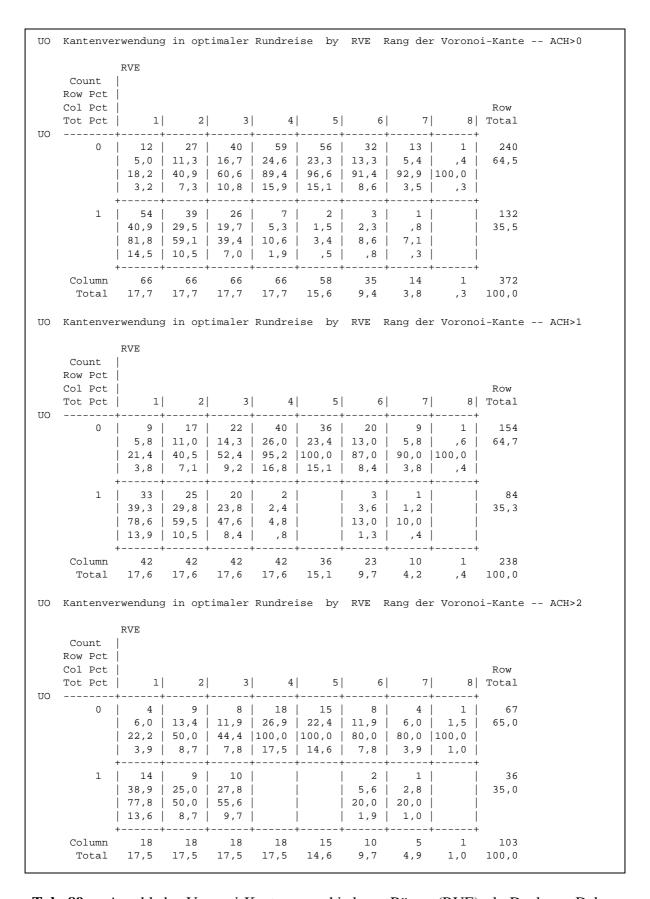
Tab. 86: Anzahl der Voronoi-Kanten verschiedener Ränge (RVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 für die Städte bzw. Voronoi-Polygone des TSP EIL51 aus Gruppe II bei ACH > 0, ACH > 1 und ACH > 2 (partielle Mehrfacherfassung) als Kreuztabelle (SPSS-Ausgabe).



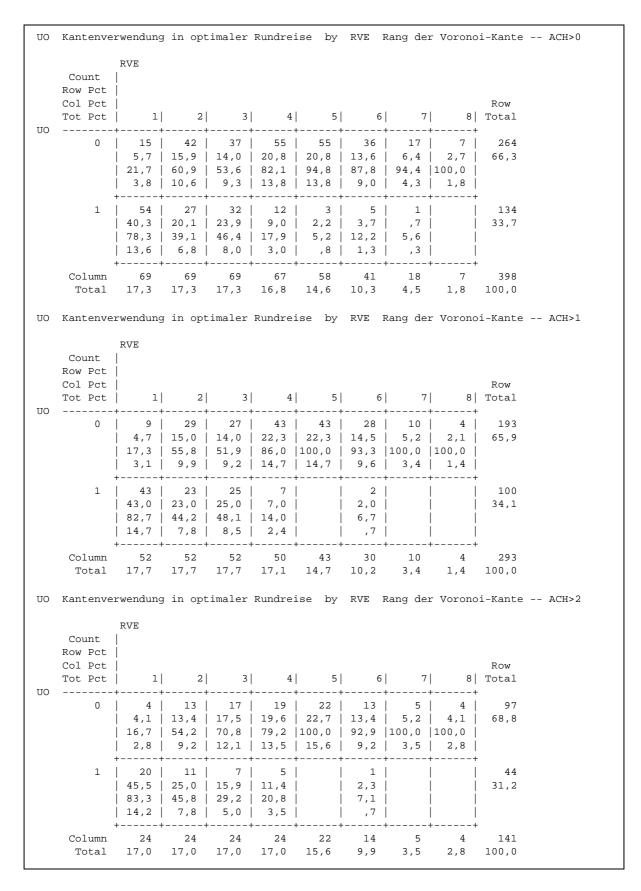
Tab. 87: Anzahl der Voronoi-Kanten verschiedener Ränge (RVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 für die Städte bzw. Voronoi-Polygone des TSP BERLIN52 aus Gruppe II bei ACH > 0, ACH > 1 und ACH > 2 (partielle Mehrfacherfassung) als Kreuztabelle (SPSS-Ausgabe).



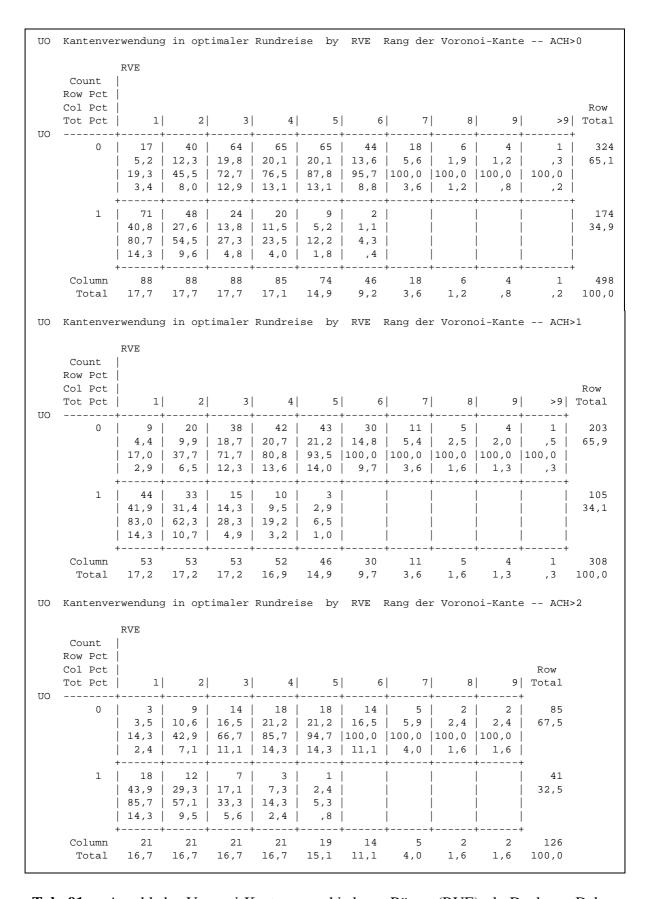
Tab. 88: Anzahl der Voronoi-Kanten verschiedener Ränge (RVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 für die Städte bzw. Voronoi-Polygone des TSP ST70 aus Gruppe II bei ACH > 0, ACH > 1 und ACH > 2 (partielle Mehrfacherfassung) als Kreuztabelle (SPSS-Ausgabe).



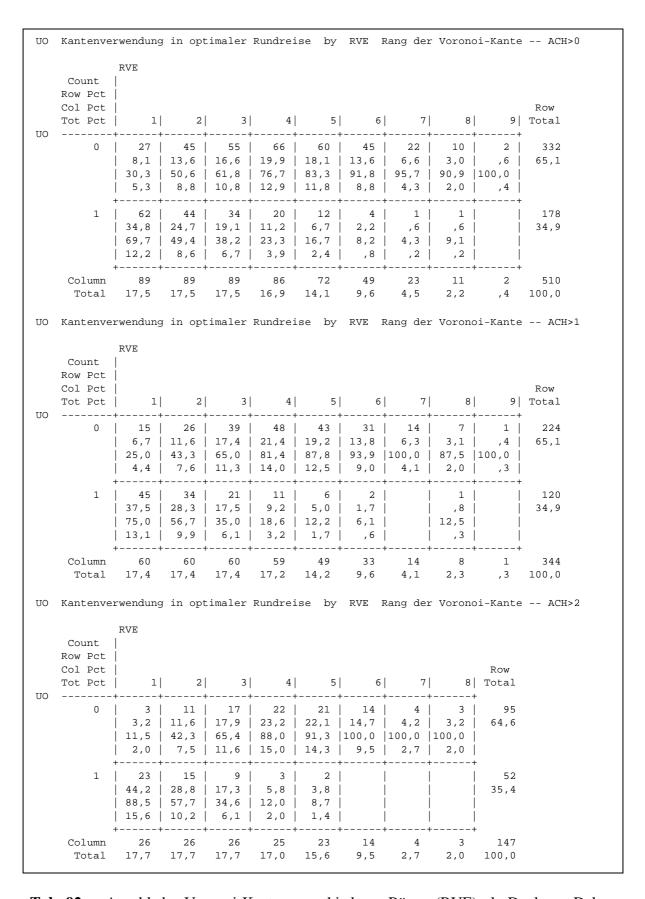
Tab. 89: Anzahl der Voronoi-Kanten verschiedener Ränge (RVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 für die Städte bzw. Voronoi-Polygone des TSP EIL76 aus Gruppe II bei ACH > 0, ACH > 1 und ACH > 2 (partielle Mehrfacherfassung) als Kreuztabelle (SPSS-Ausgabe).



Tab. 90: Anzahl der Voronoi-Kanten verschiedener Ränge (RVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 für die Städte bzw. Voronoi-Polygone des TSP PR76 aus Gruppe II bei ACH > 0, ACH > 1 und ACH > 2 (partielle Mehrfacherfassung) als Kreuztabelle (SPSS-Ausgabe).



Tab. 91: Anzahl der Voronoi-Kanten verschiedener Ränge (RVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 für die Städte bzw. Voronoi-Polygone des TSP KR100A aus Gruppe II bei ACH > 0, ACH > 1 und ACH > 2 (partielle Mehrfacherfassung) als Kreuztabelle (SPSS-Ausgabe).



Tab. 92: Anzahl der Voronoi-Kanten verschiedener Ränge (RVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 für die Städte bzw. Voronoi-Polygone des TSP KR100C aus Gruppe II bei ACH > 0, ACH > 1 und ACH > 2 (partielle Mehrfacherfassung) als Kreuztabelle (SPSS-Ausgabe).

UO	Kantenve	rwendung	g in opt	imaler	Rundrei	ise by	RVE F	Rang der	Voron	oi-Kante	e ACH>0
	Count Row Pct Col Pct	RVE 									Row
110	Tot Pct	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
UO	0		11,9 44,2	17,8 66,3	19,1 70,9	18,8 83,3	11,6	5,9 90,5		,9 100,0	320 65,3
	1	53 31,2 61,6 10,8	48 28,2 55,8 9,8	29 17,1 33,7 5,9		12 7,1 16,7 2,4	,6 2,6	1,2 9,5			170 34,7
	Column Total	86 17,6	86 17,6	86 17,6	86 17,6	72 14,7	38 7,8		12 2,4	3 ,6	490 100,0
UO	Kantenve	rwendung	g in opt	imaler	Rundrei	ise by	RVE F	Rang der	Voron	oi-Kante	e ACH>1
	Count Row Pct Col Pct	RVE 									Row
UO	Tot Pct	1 +	2	3	4	5	6	7	8	9	Total
	0	23 11,5 44,2 7,6	10,5	16,0 61,5	18,0	19,5 86,7	12,0 100,0	7,0	100,0	1,5 100,0	200 66,2
	1	29 28,4 55,8 9,6	31 30,4 59,6 10,3			6 5,9 13,3 2,0				+ 	102 33,8
	Column Total	52 17,2	52 17,2	52 17,2	52 17,2	45 14,9			8 2,6	3 1,0	302 100,0
UO	Kantenve	rwendung	g in opt	imaler	Rundrei	ise by	RVE F	Rang der	Voron	oi-Kante	e ACH>2
	Count Row Pct Col Pct	RVE 									Row
UO	Tot Pct	1 ++	2		4		6	7 +	8	9 ++	Total
	0	8,4 31,8		16,9 63,6	21,7 81,8	18,1 83,3	10,8 100,0	7,2 100,0	3,6 100,0		83 65,9
	1	34,9 68,2	13 30,2 59,1 10,3	18,6 36,4	9,3 18,2	7,0 16,7					43 34,1
	Column Total									++ 2 1,6	

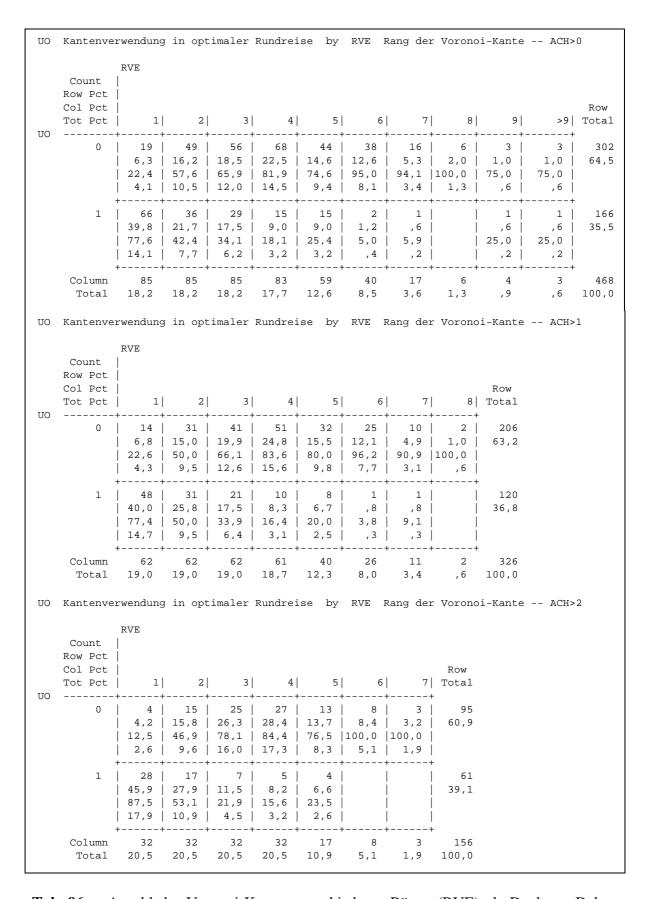
Tab. 93: Anzahl der Voronoi-Kanten verschiedener Ränge (RVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 für die Städte bzw. Voronoi-Polygone des TSP KR100D aus Gruppe II bei ACH > 0, ACH > 1 und ACH > 2 (partielle Mehrfacherfassung) als Kreuztabelle (SPSS-Ausgabe).

UO	Kantenvei	rwendung	g in opt	imaler	Rundrei	se by	RVE F	Rang der	Vorono	oi-Kante	e ACH>0
	Count Row Pct Col Pct Tot Pct	RVE 1	2	3	4	5	6	7	8	9	Row Total
UO		+			+		+	' ++		++	+
	0	26 7,8 29,2 5,1	13,7 51,7	15,8 59,6		86,5	13,4 91,8	7,2 88,9	1,8 85,7	! !	335 65,4
	1		43 24,3 48,3 8,4	20,3 40,4	19,5 3,3	2,0	2,3 8,2	1,7 11,1 ,6	1 ,6 14,3 ,2	i i	177 34,6
	Column Total	89 17,4	89 17,4	89 17,4	87 17,0		49 9,6	27 5,3	7 1,4	1,2	512 100,0
UO	Kantenve	rwendung	g in opt	imaler	Rundrei	se by	RVE F	Rang der	Voron	oi-Kante	e ACH>1
	Count Row Pct Col Pct	RVE 									Row
UO	Tot Pct	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
	0			15,5	21,1 81,7	19,4	15,1 94,6	7,3 94,4	, 9	: :	232 65,4
	1	+ 45 36,6 72,6 12,7	26,0	21,1 41,9	18,3 3,1	10,0 1,4	1,6 5,4	,8 5,6		i i	123 34,6
	Column Total		62 17,5		60 16,9	50	37 10,4		3 ,8	++ 1 ,3	355 100,0
UO	Kantenvei	rwendung	g in opt	imaler	Rundrei	se by	RVE F	Rang der	Voron	oi-Kante	e ACH>2
	Count Row Pct	RVE 									
UO	Col Pct Tot Pct	 1 +	2	3	4	5	6 +	7 ++	8	9	Row Total
-	0	32,1	7,5 28,6	17,0 64,3	23 21,7 82,1 14,2	21,7 95,8	16,0 100,0	5,7 100,0	, 9	,9 100,0	
	1	67,9	35,7 71,4	35,7	5 8,9 17,9 3,1	4,2			1 1,8 50,0	i i	56 34,6
	Column		28 17,3		28	24	17	++ 6	2	++ 1	162

Tab. 94: Anzahl der Voronoi-Kanten verschiedener Ränge (RVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 für die Städte bzw. Voronoi-Polygone des TSP RD100 aus Gruppe II bei ACH > 0, ACH > 1 und ACH > 2 (partielle Mehrfacherfassung) als Kreuztabelle (SPSS-Ausgabe).

UO	Kantenve	rwendung	g in opt	imaler	Rundrei	se by	RVE F	Rang der	Voron	oi-Kante	e ACH>0
	Count Row Pct	RVE									
UO	Col Pct Tot Pct	 1	2	3	4	5	6	7	8	9	Row Total
00	0		13,1 49,5	15,4 58,2	20,9 79,1	22,1 92,7	13,7	4,9 89,5		,6 100,0	344 65,9
	1	65 36,5 71,4 12,5		38 21,3 41,8 7,3	19 10,7 20,9 3,6	6 3,4 7,3 1,1	4,1	1,1 10,5			178 34,1
	Column Total	91 17,4	91 17,4	91 17,4	91 17,4	82 15,7	49 9,4		6 1,1	, 4	522 100,0
UO	Kantenve	rwendung	g in opt	imaler	Rundrei	se by	RVE F	Rang der	Voron	oi-Kante	e ACH>1
	Count Row Pct Col Pct	RVE 									Row
UO	Tot Pct	 1 +	2 +	3	4 +	5	6	7	8	9 ++	Total
	0	16 6,3 23,9 4,1	11,0 41,8	15,7 59,7		22,0 94,9	14,9 97,4	5,1 92,9		,8	255 66,1
	1	51 38,9 76,1 13,2	39 29,8 58,2 10,1	27 20,6 40,3 7,0				,8 7,1			131 33,9
	Column Total	67 17,4	67 17,4	67 17,4	67 17,4	59 15,3	39 10,1	14 3,6	4 1,0	++ 2 ,5	386 100,0
UO	Kantenve	rwendung	g in opt	imaler	Rundrei	se by	RVE F	Rang der	Voron	oi-Kante	e ACH>2
	Count Row Pct Col Pct	RVE				-	-				Row
UO	Tot Pct	+	·		+					9	-
	0	21,1	10,3 39,5	15,9 60,5	32 22,1 84,2 14,5	21,4 96,9	15,9 95,8	5,5 100,0	2,1 100,0		
	1		30,3 60,5	19,7 39,5		1,3 3,1	1,3 4,2	İ			76 34,4
	Column Total									++ 2 ,9	221 100,0

Tab. 95: Anzahl der Voronoi-Kanten verschiedener Ränge (RVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 für die Städte bzw. Voronoi-Polygone des TSP EIL101 aus Gruppe II bei ACH > 0, ACH > 1 und ACH > 2 (partielle Mehrfacherfassung) als Kreuztabelle (SPSS-Ausgabe).



Tab. 96: Anzahl der Voronoi-Kanten verschiedener Ränge (RVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 für die Städte bzw. Voronoi-Polygone des TSP LIN105 aus Gruppe II bei ACH > 0, ACH > 1 und ACH > 2 (partielle Mehrfacherfassung) als Kreuztabelle (SPSS-Ausgabe).

UO	Kantenve	rwendung	g in opt	imaler	Rundrei	se by	RVE F	Rang der	Voron	oi-Kant	e ACH	:>0
	Count Row Pct Col Pct	RVE 										Row
UO	Tot Pct	1	2	3	4	5	6	7	8	9	>9	
00	0	32 7,0 26,7 4,6	64 14,0 53,3 9,2	16,8	95 20,7 81,9 13,7	85 18,6 85,0 12,2	14,4 89,2	5,7 83,9	8 1,7 100,0 1,2		1 ,2 100,0 ,1	458 66,0
	1	88 37,3 73,3 12,7	56 23,7 46,7 8,1	43 18,2 35,8 6,2	21 8,9 18,1 3,0	15 6,4 15,0 2,2	8 3,4 10,8 1,2	5 2,1 16,1 ,7		 	 	236 34,0
	Column Total	120 17,3	120 17,3	120 17,3	116 16,7	100 14,4	74 10,7	31 4,5	8 1,2	, 6	1,1	694 100,0
UO	Kantenve	rwendung	g in opt	imaler	Rundrei	se by	RVE F	Rang der	Voron	oi-Kant	e ACH	>1
	Count Row Pct Col Pct	RVE				_		_				Row
UO	Tot Pct	1 ++	2 	3 ++	4 	5 	6 ++	7	8	9 +	>9 ++	Total
	0	21 6,1 23,1 4,0	4 13, 51, 9,	57 16,7 62,6 10,9	75 21,9 85,2 14,4	64 18,7 86,5 12,3	14,0	18 5,3 85,7 3,5	7 2,0 100,0 1,3	4 1,2 100,0 ,8	1 ,3 100,0 ,2	342 65,6
	1	70 39,1 76,9 13,4	4 24, 48, 8,	34 19,0 37,4 6,5	13 7,3 14,8 2,5	10 5,6 13,5 1,9	5 2,8 9,4 1,0	3 1,7 14,3 ,6		 	++ 	179 34,4
	Column Total	91 17,5	9 17,	91 17,5	88 16,9	74 14,2	53 10,2	21 4,0	7	, 8	++ 1 ,2	521 100,0
UO	Kantenve	rwendung	g in opt	imaler	Rundrei	se by	RVE F	Rang der	Voron	oi-Kant	e ACH	:>2
	Count Row Pct	RVE 										
	Col Pct Tot Pct	 1	2						8	9	>9	Row Total
UO	0		13,9 53,2	25 13,9 53,2	41 22,8 87,2	38 21,1 92,7	22 12,2 88,0 8,1	7 3,9 70,0	2,8 100,0	1,7 100,0	,6 100,0	180 65,9
	1		23,7 46,8	46,8	12,8	7,3		3,2 30,0		+ 	++ 	93 34,1
	Column Total						25 9,2				++ 1 ,4	273 100,0

Tab. 97: Anzahl der Voronoi-Kanten verschiedener Ränge (RVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 für die Städte bzw. Voronoi-Polygone des TSP CH130 aus Gruppe II bei ACH > 0, ACH > 1 und ACH > 2 (partielle Mehrfacherfassung) als Kreuztabelle (SPSS-Ausgabe).

UO	Kantenve	rwendung	g in opt	imaler	Rundrei	se by	RVE R	ang der	Voron	oi-Kant	e ACH	I>0
	Count Row Pct Col Pct	RVE 										Row
UO	Tot Pct	1	2	3	4	5	6	7	8	9	>9	
00	0	33 6,5 24,4 4,2	58 11,4 43,0 7,4		20,5 79,5	100 19,6 89,3 12,8		35 6,8 92,1 4,5	13 2,5 100,0 1,7	,8 100,0	3 ,6 100,0 ,4	511 65,4
	1	102 37,8 75,6 13,1	77 28,5 57,0 9,9	44 16,3 32,6 5,6	27 10,0 20,5 3,5	12 4,4 10,7 1,5	5 1,9 6,8 ,6	3 1,1 7,9 ,4		 		270 34,6
	Column Total	135 17,3	135 17,3	135 17,3	132 16,9	112 14,3	74 9,5	38 4,9	13 1,7	4 ,5	3 ,4	781 100,0
UO	Kantenve	rwendung	g in opt	imaler	Rundrei	ise by	RVE R	ang der	Voron	oi-Kant	e ACH	i>1
	Count Row Pct Col Pct	RVE 					- 1			ı ·		Row
UO	Tot Pct	1 ++	2 	3 ++	4 +	5 	6 +	7 +	8	9 +	>9 ++	Total
	0	24 6,4 24,5 4,2	: :	70 18,7 71,4 12,3	80 21,3 83,3 14,0	74 19,7 89,2 13,0	55 14,7 98,2 9,6	27 7,2 93,1 4,7	9 2,4 100,0 1,6	3 ,8 100,0 ,5	1 ,3 100,0 ,2	375 65,7
	1	74 37,8 75,5 13,0	66 33,7 67,3 11,6	28 14,3 28,6 4,9	16 8,2 16,7 2,8	9 4,6 10,8 1,6	1 ,5 1,8 ,2	2 1,0 6,9 ,4		 		196 34,3
	Column Total	98 17,2	98 17,2	98 17,2	96 16,8	83 14,5	56 9,8	29 5,1	9 1,6	, 5	++ 1 ,2	571 100,0
JO	Kantenve	rwendung	g in opt	imaler	Rundrei	se by	RVE R	ang der	Voron	oi-Kant	e ACH	<pre>> 2</pre>
	Count Row Pct	RVE 										
110	Col Pct Tot Pct	1	2	3	4		6		8	9	Row Total	
ΠO	0	18 8,1 31,0 5,3	9,9 37,9	17,6 67,2	19,8 77,2	42 18,9 87,5	33 14,9 97,1 9,8	18 8,1 94,7	2,3 100,0	, 5	+ 222 65,7 	
	1		31,0 62,1	16,4 32,8	11,2 22,8	5,2 12,5		5,3 ,3		 	+ 116 34,3 	
	Column Total			58 17,2			34				+ 338 100,0	

Tab. 98: Anzahl der Voronoi-Kanten verschiedener Ränge (RVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 für die Städte bzw. Voronoi-Polygone des TSP CH150 aus Gruppe II bei ACH > 0, ACH > 1 und ACH > 2 (partielle Mehrfacherfassung) als Kreuztabelle (SPSS-Ausgabe).

		DITE										
	Count	RVE I										
	Row Pct	! 										
	Col Pct	İ										Row
	Tot Pct	1	2	3	4	5	6	7	8	9	>9	Tota
UO	0	+ 29	++ 68	 183	++ 195	149	+ 67	28	 10	 4	 4	+ 73
	· ·	3,9			26,5		9,1			, 5		61,
		12,3	28,9	77,9	83,0	99,3	95,7	96,6	100,0	100,0	100,0	j
		2,4	5,6	15,2	16,2	12,3	5,6	2,3	, 8	, 3	, 3	
	1	+ 206	+ 167	 52	 40	1	- 3	1	 	 	 	·+ 47
	_	43,8	35,5	11,1	8,5	, 2	,6					38,
		87,7	71,1	22,1	17,0	,7	4,3	3,4		İ		İ
		17,1	13,8	4,3	3,3		,2	,1				
	Column	235	235	235	235	150	70	29	10	4	4	120
	Total	19,5	19,5	19,5	19,5	12,4	5,8	2,4	, 8	, 3	, 3	100,
UO	Kantenve:	rwendung	g in opt	imaler	Rundrei	se by	RVE R	Rang der	r Vorono	oi-Kante	e ACH>	·1
		RVE										
	Count	ļ										
	Row Pct											_
	Col Pct Tot Pct	 1	2	3	4	5	6	7	8	l 9	>9	Row Total
UO		+	2 +	۱	+	+	++	, , , , , , , , , , , , , , , , , , ,	+	·	·+	·
	0	20	47	129	143				l		3	540
		3,7	8,7 27,8	23,9						,6	,6	61,5
		11,8	27,8 5,4	76,3 14,7	84,6 16,3		100,0 5,8	2,5	,9	100,0	100,0 ,3	
		+	+	+			+		+	·	·+	-
	1	149	122	40	26	1						338
		44,1 88,2	36,1 72,2	11,8 23,7	7,7 15,4	,3 ,9						38,5
		00,2	<i>12,2</i> 13,9	4,6	3,0	,9				<u> </u>		
		+	+				·+		' +	, }	· +	-
	Column	169	169	169	169	115	51	22	8	3	3	878
	Total	19,2	19,2	19,2	19,2	13,1	5,8	2,5	, 9	, 3	, 3	100,0
UO	Kantenve:	rwendung	in opt	imaler	Rundrei	se by	RVE R	Rang der	. Vorono	oi-Kante	e ACH>	.2
			, °F '									
		RVE										
	Count Row Pct	 										
	Col Pct	! 									Row	
	Tot Pct	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Total	
UO	0	+	++ 20	+ 76		70	+	11	+	+ 1	+ 210	
	U	14 4,4	29 9,1	,			29 9,1			1	319 61,2	
			28,7								,2	
		2,7			16,1							
	1	+	++ 70	ر+ ا عد	++ 17		++ I	++ 	+ 	⊦ I	+ 202	
	1	87 43.1	72 35,6	25 12,4	17 8,4				 	 	202 38,8	
			33,6								30,0	
			13,8		3,3	, 2	İ			j		
	Column	101	++ 101	101	101	 73	+ 29	11	3	1	521	

Tab. 99: Anzahl der Voronoi-Kanten verschiedener Ränge (RVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 für die Städte bzw. Voronoi-Polygone des TSP A280 aus Gruppe II bei ACH > 0, ACH > 1 und ACH > 2 (partielle Mehrfacherfassung) als Kreuztabelle (SPSS-Ausgabe).

UO	Kantenve	rwendung	g in opt	imaler	Rundrei	se by	RVE F	Rang der	Vorono	oi-Kant	e ACH	>0
	Count Row Pct Col Pct	RVE 										Row
110	Tot Pct	1	2	3	4	5	6	7	8	9	>9	Total
UO	0	111 8,7 27,4 5,3	179 14,0 44,2 8,6	290 22,7 71,6 13,9	271 21,2 67,2 13,0	207 16,2 92,4 9,9	105 8,2 89,0 5,0	50 3,9 90,9 2,4	32 2,5 97,0 1,5	15 1,2 100,0 ,7	18 1,4 94,7 ,7	1278 61,4
	1	294 36,6 72,6 14,1	226 28,1 55,8 10,9	115 14,3 28,4 5,5	132 16,4 32,8 6,3	17 2,1 7,6 ,8	13 1,6 11,0 ,6	5 ,6 9,1 ,2	1 ,1 3,0 ,0	 	1 ,1 5,3 ,0	804 38,6
	Column Total	405 19,5	405 19,5	405 19,5	403 19,4	224 10,8	118 5,7	55 2,6	33 1,6	15 ,7	19 0,9	2082 100,0
UO	Kantenve	rwendung	g in opt	imaler	Rundrei	lse by	RVE F	Rang der	Vorono	oi-Kant	e ACH	>1
	Count Row Pct Col Pct	RVE 										Row
UO	Tot Pct	1 +	2 ++	3	4 ++	5 	6 ++	7 +	8	9 +	>9 ++	Total
	0	98 9,6 30,5 5,9	154 15,1 48,0 9,3	225 22,1 70,1 13,6	200 19,6 62,5 12,1	170 16,7 92,9 10,3	87 8,5 88,8 5,3	40 3,9 88,9 2,4	25 2,5 96,2 1,5	11 1,1 100,0 ,7	9 0,9 100,0 ,6	1019 61,6
	1	+ 223 35,1 69,5 13,5	167 26,3 52,0 10,1	96 15,1 29,9 5,8	120 18,9 37,5 7,3	13 2,0 7,1 ,8	11 1,7 11,2 ,7	5 ,8 11,1 ,3	1 ,2 3,8 ,1	+ 	++ 	636 38,4
	Column Total	321 19,4	321 19,4	321 19,4	320 19,3	183 11,1	98 5,9	45 2,7	26 1,6	11 ,7	++ 9 ,6	1655 100,0
UO	Kantenve	rwendung	g in opt	imaler	Rundrei	se by	RVE F	Rang der	Vorono	oi-Kante	e ACH	>2
	Count Row Pct	RVE 										
UO	Col Pct Tot Pct	 1	2		4		6	7	8	9	>9	Row Total
	0	57 7,6 26,0 4,8		156 20,9 71,2	151 20,2	138 18,5 93,9	9,8 89,0	4,0 85,7	22 2,9 95,7 1,9	1,1	9 1,1 100,0 ,8	747 63,4
	1	! !	116 26,9 53,0 9,8		30,7	6,1	11,0	14,3	1 ,2 4,3 ,1	+ 	++ 	432 36,6
	Column	219	219	219	218	147	82	+ 35	23	+ 8	++ 9	1179

Tab. 100: Anzahl der Voronoi-Kanten verschiedener Ränge (RVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 für die Städte bzw. Voronoi-Polygone des TSP PCB442 aus Gruppe III bei ACH > 0, ACH > 1 und ACH > 2 (partielle Mehrfacherfassung) als Kreuztabelle (SPSS-Ausgabe).

Anhang 10: SPSS-Boxplots der Verteilungen der relativen Längen und Ränge von Voronoi-Kanten (RLVE, RVE), gruppiert nach der Verwendung der Delaunay-Duale in der optimalen Rundreise und nach verschiedenen ACH-Werten für 15 TSP aus den Gruppen II und III

Im Abschnitt 4.3.4 dieser Arbeit wurde die dort formulierte Hypothese untersucht, daß die von der optimalen Rundreise genutzten Kanten der Delaunay-Struktur tendenziell besonders lange Voronoi-Kanten als Duale aufweisen. Zur Klärung wurden die VD-Strukturen und optimalen Rundreisen von 15 aus den Gruppen II und III stammenden TSP (vgl. zu den hier herangezogenen TSP bzw. ihrer Gruppierung Abschnitt 2.4) empirisch im Hinblick auf diesen Sachverhalt überprüft. In den nachstehenden Abb. 80 bis 109 werden die Verteilungen der relativen Längen der Voronoi-Kanten (RLVE) sowie die Verteilungen der Ränge der Voronoi-Kanten (RVE) in Abhängigkeit von der Nutzung der entsprechenden Delaunay-Duale in der optimalen Rundreise für diese 15 TSP bei verschiedenen ACH-Werten (ACH = 0 bis maximal ACH = 8; vgl. - auch folgend - zur Definition der verschiedenen Begriffe Abschnitt 4.3.4) als gruppierte Boxplots (SPSS-Ausgabe) dargestellt.

Dabei wird für sämtliche eine Stadt eines TSP berührenden Delaunay-Kanten zunächst erhoben, ob sie in der optimalen Rundreise genutzt oder nicht genutzt werden (UO = 1 bzw. UO = 0) und welchen Rang (RVE) sowie welche relative Länge (RLVE) die ihnen dualen Voronoi-Kanten aufweisen. Die geringe Zahl jener Kanten der optimalen Rundreise, welche keine Delaunay-Kanten sind (und für die entsprechend keine dualen Voronoi-Kanten existieren), wird im weiteren ignoriert (vgl. Abschnitt 4.3.1). Die entsprechenden Einzelwerte der Variablen RVE und RLVE werden sodann zum ersten nach der Verwendung der entsprechenden Delaunay-Duale in der optimalen Rundreise (UO = 0 oder UO = 1) und zum zweiten nach verschiedenen ACH-Werten gruppiert. Die Verteilungen werden anschließend als entsprechend gruppierte Boxplots (SPSS-Ausgabe) wiedergegeben. Dabei wird entgegen dem in Abschnitt 4.3.4 sonst gewählten Vorgehen die jeweils betrachtete Städtemenge nicht mehr so gebildet, daß der ACH-Wert einbezogener Städte größer als ein Vorgabewert ausfallen muß; vielmehr müssen die jeweiligen Städte exakt den vorgegebenen ACH-Wert aufweisen (vgl. mit einer detaillierteren Erläuterung Abschnitt 4.3.4). - Weiterhin wird allerdings mit partieller Mehrfacherfassung gearbeitet: Es werden jeweils alle eine Stadt berührenden Delaunay- und Voronoi-Kanten einmal erfaßt. Entsprechend ist eine jede spezifische Delaunay- bzw. Voronoi-Kante - außer jenen am Rande der durch den vorgegebenen ACH-Wert begrenzten Struktur zweimal in der herangezogenen Kantenmenge berücksichtigt. Dieses Vorgehen fokussiert sich somit auf die Kanteneigenschaften aus Sicht der einzelnen Städte bzw. deren Voronoi-Polygonen.

Der komplexe Aufbau des Specifiers eines Boxplots, die Gruppierung der Werte der Variablen in demselben wie auch die Beschriftungen von Ordinate und Abszisse wurde im Abschnitt 4.3.4 eingehend an den beiden Boxplots für das TSP KR100A (hier Abb. 90 und 91) erläutert. Auf eine Wiederholung dieser Erklärungen wird hier verzichtet und auf die obigen Ausführungen verwiesen.

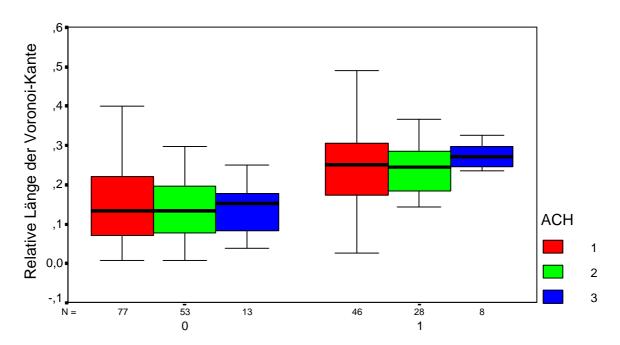


Abb. 80: SPSS-Boxplot für die Verteilung der relativen Länge von Voronoi-Kanten (RLVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 nach verschiedenen ACH-Werten (ACH = 1 bis ACH = 3) für das TSP EIL51 aus Gruppe II (mit partieller Mehrfacherfassung).

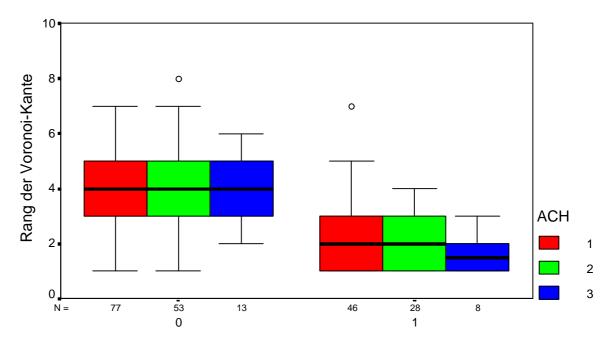


Abb. 81: SPSS-Boxplot für die Verteilung der Ränge von Voronoi-Kanten (RVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 nach verschiedenen ACH-Werten (ACH = 1 bis ACH = 3) für das TSP EIL51 aus Gruppe II (mit partieller Mehrfacherfassung).

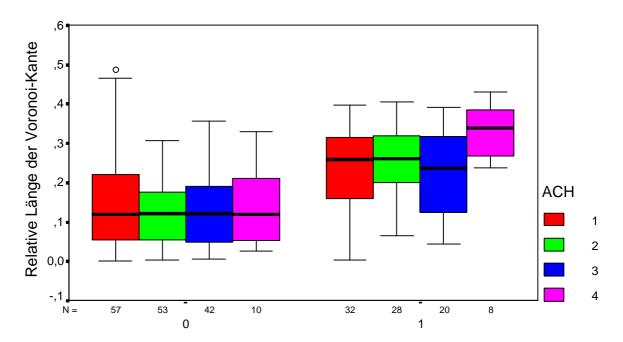


Abb. 82: SPSS-Boxplot für die Verteilung der relativen Länge von Voronoi-Kanten (RLVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 nach verschiedenen ACH-Werten (ACH = 1 bis ACH = 4) für das TSP BER-LIN52 aus Gruppe II (mit partieller Mehrfacherfassung).

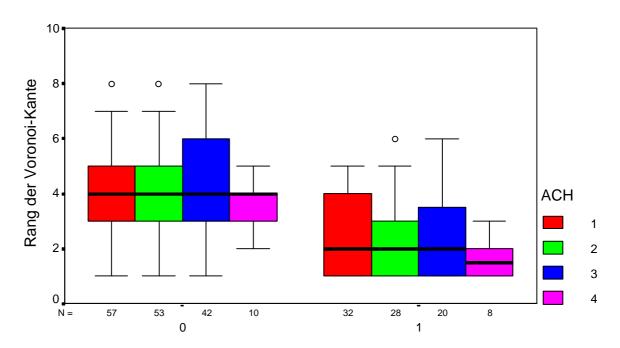


Abb. 83: SPSS-Boxplot für die Verteilung der Ränge von Voronoi-Kanten (RVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 nach verschiedenen ACH-Werten (ACH = 1 bis ACH = 4) für das TSP BERLIN52 aus Gruppe II (mit partieller Mehrfacherfassung).

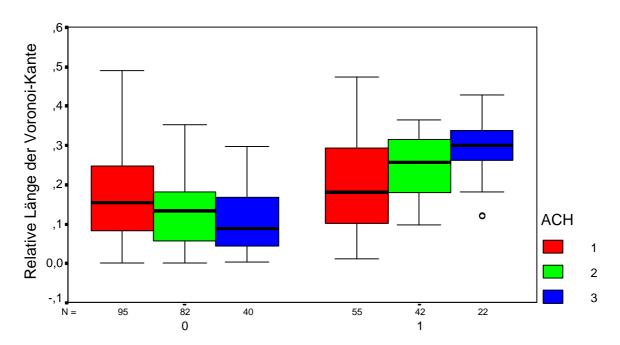


Abb. 84: SPSS-Boxplot für die Verteilung der relativen Länge von Voronoi-Kanten (RLVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 nach verschiedenen ACH-Werten (ACH = 1 bis ACH = 3) für das TSP ST70 aus Gruppe II (mit partieller Mehrfacherfassung).

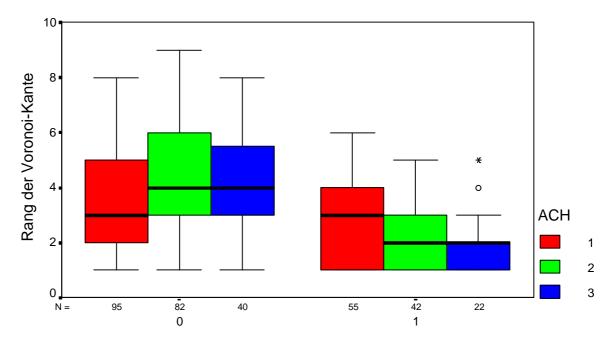


Abb. 85: SPSS-Boxplot für die Verteilung der Ränge von Voronoi-Kanten (RVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 nach verschiedenen ACH-Werten (ACH = 1 bis ACH = 3) für das TSP ST70 aus Gruppe II (mit partieller Mehrfacherfassung).

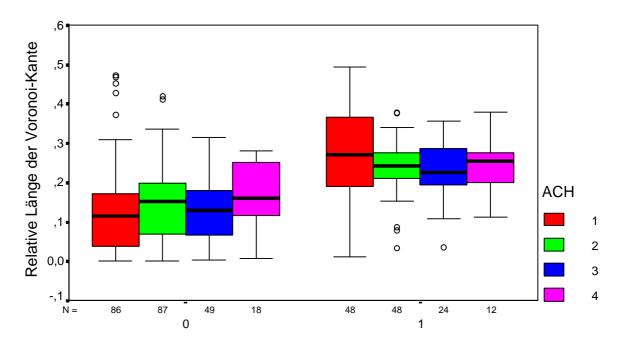


Abb. 86: SPSS-Boxplot für die Verteilung der relativen Länge von Voronoi-Kanten (RLVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 nach verschiedenen ACH-Werten (ACH = 1 bis ACH = 4) für das TSP EIL76 aus Gruppe II (mit partieller Mehrfacherfassung).

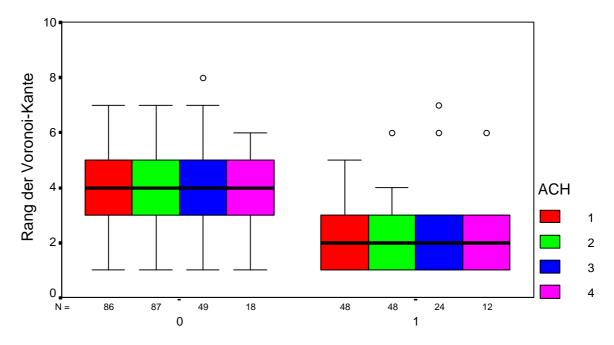


Abb. 87: SPSS-Boxplot für die Verteilung der Ränge von Voronoi-Kanten (RVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 nach verschiedenen ACH-Werten (ACH = 1 bis ACH = 4) für das TSP EIL76 aus Gruppe II (mit partieller Mehrfacherfassung).

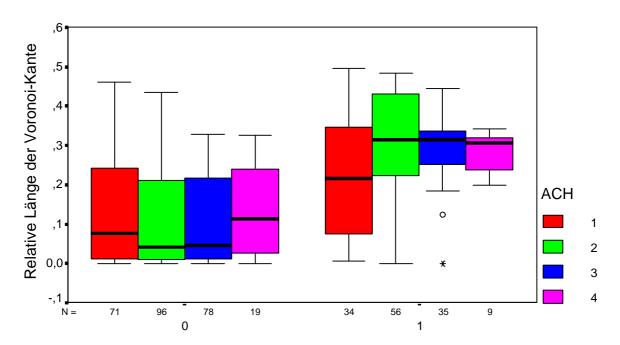


Abb. 88: SPSS-Boxplot für die Verteilung der relativen Länge von Voronoi-Kanten (RLVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 nach verschiedenen ACH-Werten (ACH = 1 bis ACH = 4) für das TSP PR76 aus Gruppe II (mit partieller Mehrfacherfassung).

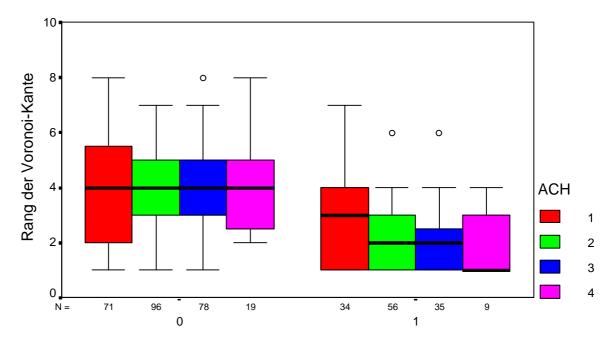


Abb. 89: SPSS-Boxplot für die Verteilung der Ränge von Voronoi-Kanten (RVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 nach verschiedenen ACH-Werten (ACH = 1 bis ACH = 4) für das TSP PR76 aus Gruppe II (mit partieller Mehrfacherfassung).

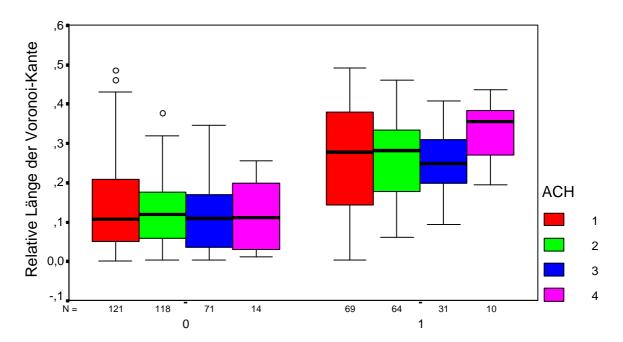


Abb. 90: SPSS-Boxplot für die Verteilung der relativen Länge von Voronoi-Kanten (RLVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 nach verschiedenen ACH-Werten (ACH = 1 bis ACH = 4) für das TSP KR100A aus Gruppe II (mit partieller Mehrfacherfassung).

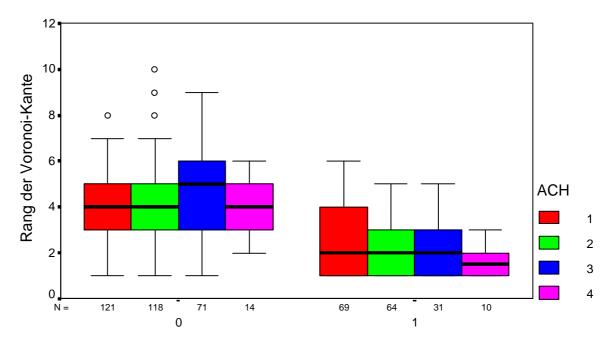


Abb. 91: SPSS-Boxplot für die Verteilung der Ränge von Voronoi-Kanten (RVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 nach verschiedenen ACH-Werten (ACH = 1 bis ACH = 4) für das TSP KR100A aus Gruppe II (mit partieller Mehrfacherfassung).

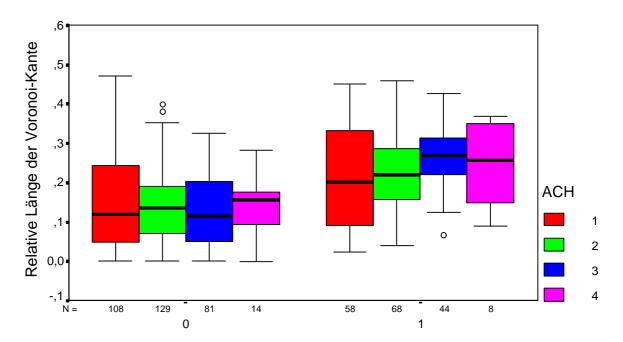


Abb. 92: SPSS-Boxplot für die Verteilung der relativen Länge von Voronoi-Kanten (RLVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 nach verschiedenen ACH-Werten (ACH = 1 bis ACH = 4) für das TSP KR100C aus Gruppe II (mit partieller Mehrfacherfassung).

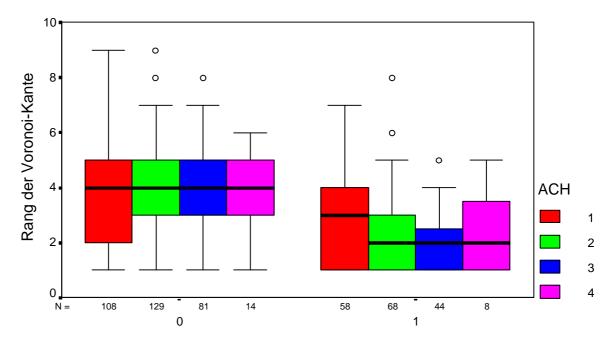


Abb. 93: SPSS-Boxplot für die Verteilung der Ränge von Voronoi-Kanten (RVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 nach verschiedenen ACH-Werten (ACH = 1 bis ACH = 4) für das TSP KR100C aus Gruppe II (mit partieller Mehrfacherfassung).

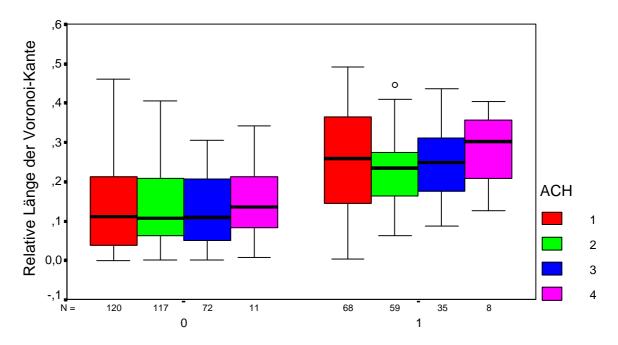


Abb. 94: SPSS-Boxplot für die Verteilung der relativen Länge von Voronoi-Kanten (RLVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 nach verschiedenen ACH-Werten (ACH = 1 bis ACH = 4) für das TSP KR100D aus Gruppe II (mit partieller Mehrfacherfassung).

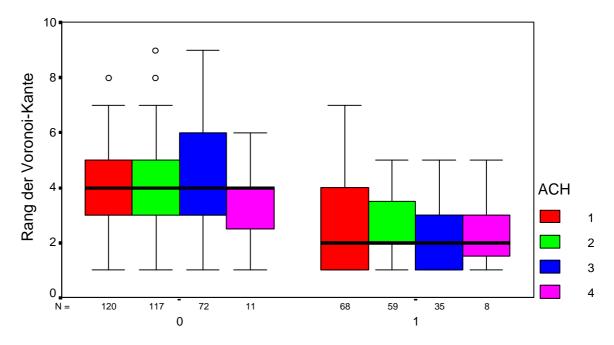


Abb. 95: SPSS-Boxplot für die Verteilung der Ränge von Voronoi-Kanten (RVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 nach verschiedenen ACH-Werten (ACH = 1 bis ACH = 4) für das TSP KR100D aus Gruppe II (mit partieller Mehrfacherfassung).

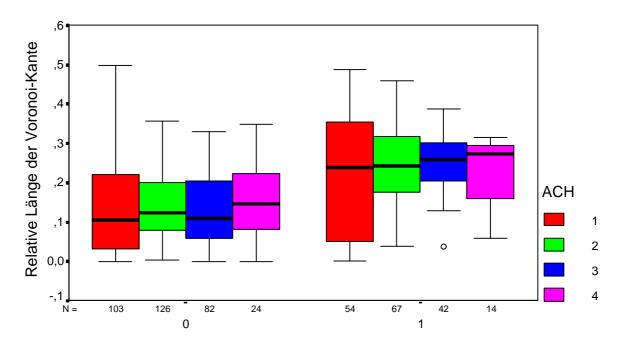


Abb. 96: SPSS-Boxplot für die Verteilung der relativen Länge von Voronoi-Kanten (RLVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 nach verschiedenen ACH-Werten (ACH = 1 bis ACH = 4) für das TSP RD100 aus Gruppe II (mit partieller Mehrfacherfassung).

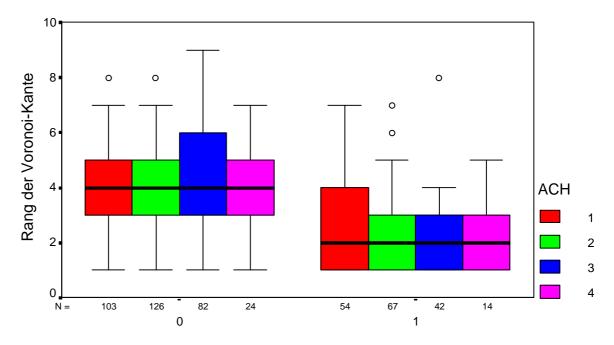


Abb. 97: SPSS-Boxplot für die Verteilung der Ränge von Voronoi-Kanten (RVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 nach verschiedenen ACH-Werten (ACH = 1 bis ACH = 4) für das TSP RD100 aus Gruppe II (mit partieller Mehrfacherfassung).

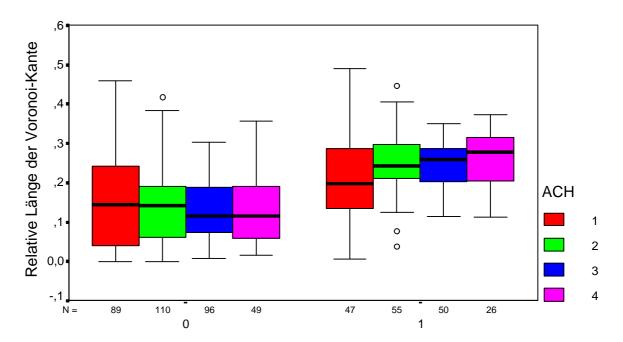


Abb. 98: SPSS-Boxplot für die Verteilung der relativen Länge von Voronoi-Kanten (RLVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 nach verschiedenen ACH-Werten (ACH = 1 bis ACH = 4) für das TSP EIL101 aus Gruppe II (mit partieller Mehrfacherfassung).

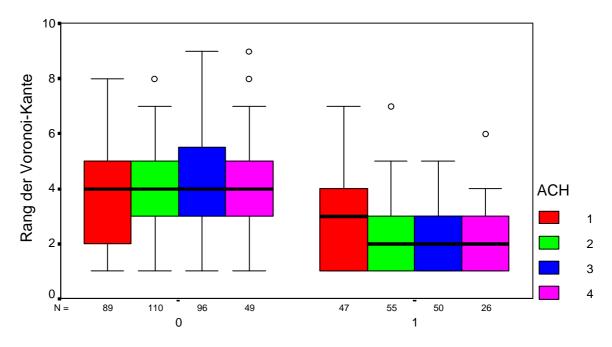


Abb. 99: SPSS-Boxplot für die Verteilung der Ränge von Voronoi-Kanten (RVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 nach verschiedenen ACH-Werten (ACH = 1 bis ACH = 4) für das TSP EIL101 aus Gruppe II (mit partieller Mehrfacherfassung).

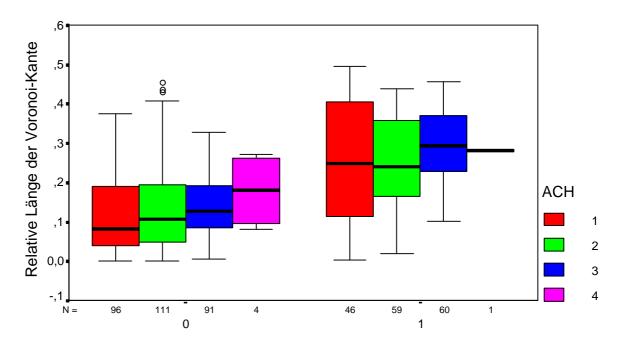


Abb. 100: SPSS-Boxplot für die Verteilung der relativen Länge von Voronoi-Kanten (RLVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 nach verschiedenen ACH-Werten (ACH = 1 bis ACH = 4) für das TSP LIN105 aus Gruppe II (mit partieller Mehrfacherfassung).

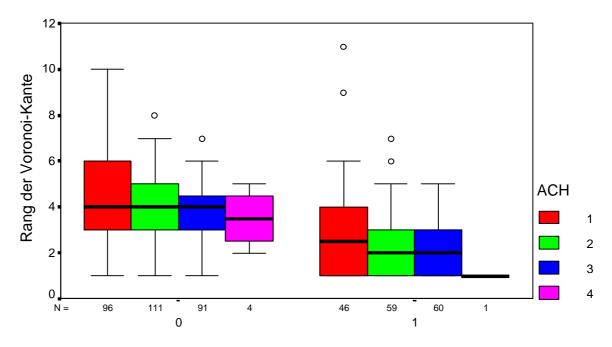


Abb. 101: SPSS-Boxplot für die Verteilung der Ränge von Voronoi-Kanten (RVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 nach verschiedenen ACH-Werten (ACH = 1 bis ACH = 4) für das TSP LIN105 aus Gruppe II (mit partieller Mehrfacherfassung).

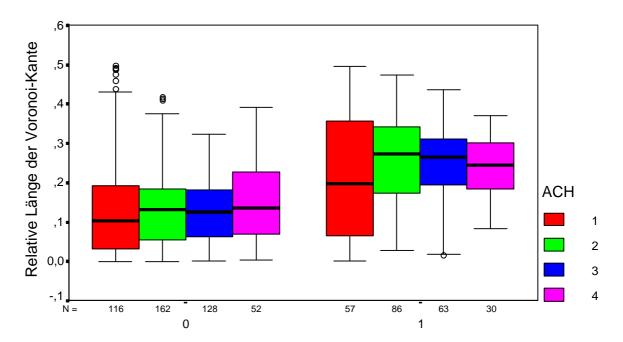


Abb. 102: SPSS-Boxplot für die Verteilung der relativen Länge von Voronoi-Kanten (RLVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 nach verschiedenen ACH-Werten (ACH = 1 bis ACH = 4) für das TSP CH130 aus Gruppe II (mit partieller Mehrfacherfassung).

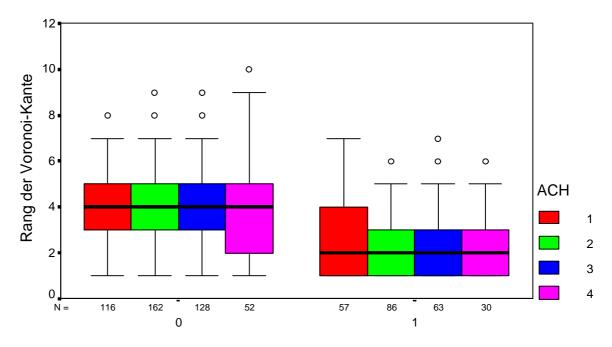


Abb. 103: SPSS-Boxplot für die Verteilung der Ränge von Voronoi-Kanten (RVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 nach verschiedenen ACH-Werten (ACH = 1 bis ACH = 4) für das TSP CH130 aus Gruppe II (mit partieller Mehrfacherfassung).

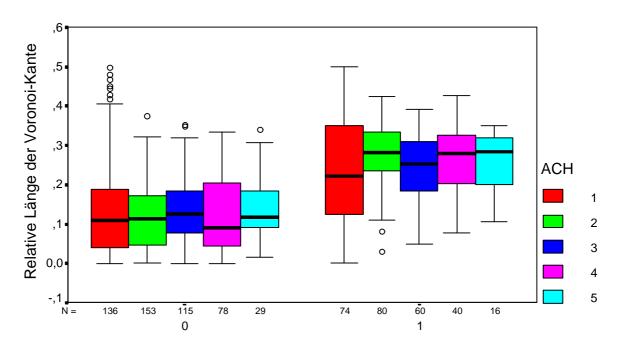


Abb. 104: SPSS-Boxplot für die Verteilung der relativen Länge von Voronoi-Kanten (RLVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 nach verschiedenen ACH-Werten (ACH = 1 bis ACH = 5) für das TSP CH150 aus Gruppe II (mit partieller Mehrfacherfassung).

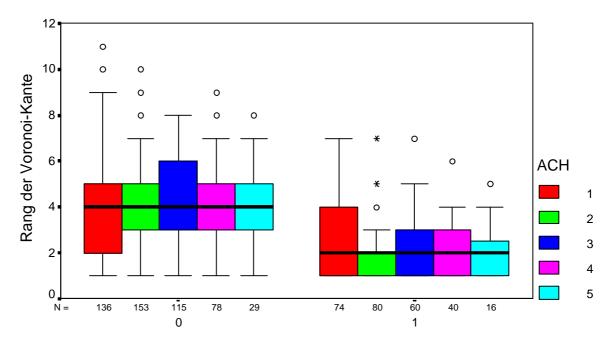


Abb. 105: SPSS-Boxplot für die Verteilung der Ränge von Voronoi-Kanten (RVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 nach verschiedenen ACH-Werten (ACH = 1 bis ACH = 5) für das TSP CH150 aus Gruppe II (mit partieller Mehrfacherfassung).

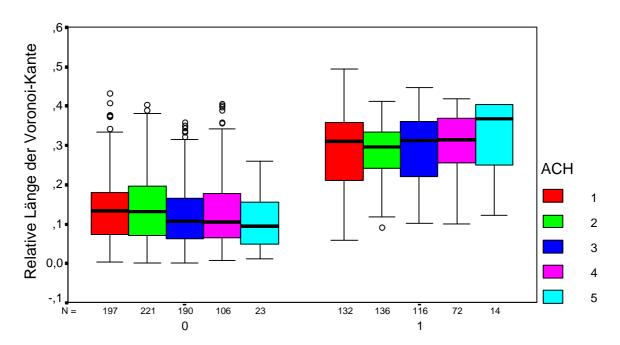


Abb. 106: SPSS-Boxplot für die Verteilung der relativen Länge von Voronoi-Kanten (RLVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 nach verschiedenen ACH-Werten (ACH = 1 bis ACH = 5) für das TSP A280 aus Gruppe II (mit partieller Mehrfacherfassung).

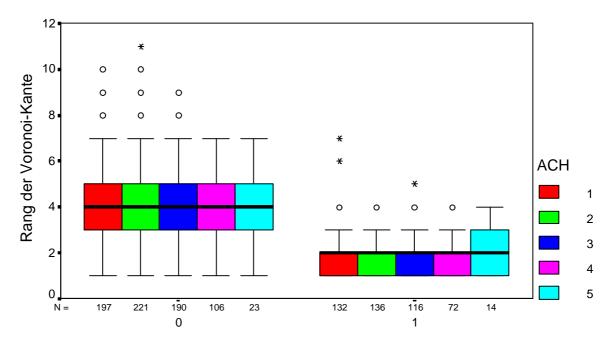
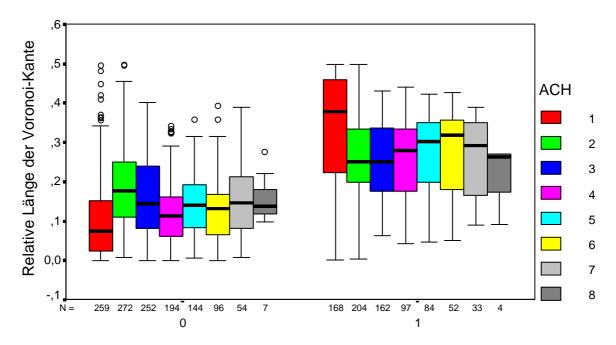
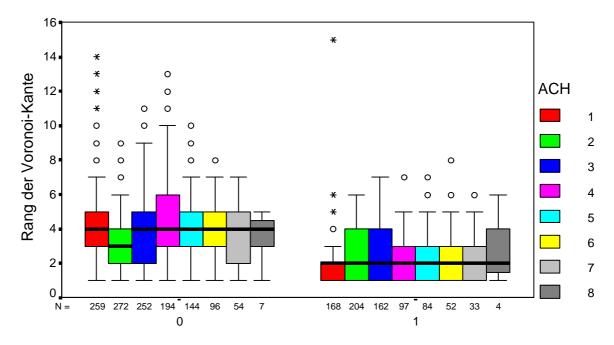


Abb. 107: SPSS-Boxplot für die Verteilung der Ränge von Voronoi-Kanten (RVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 nach verschiedenen ACH-Werten (ACH = 1 bis ACH = 5) für das TSP A280 aus Gruppe II (mit partieller Mehrfacherfassung).



Kantenverwendung in optimaler Rundreise

Abb. 108: SPSS-Boxplot für die Verteilung der relativen Länge von Voronoi-Kanten (RLVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 nach verschiedenen ACH-Werten (ACH = 1 bis ACH = 8) für das TSP PCB442 aus Gruppe III (mit partieller Mehrfacherfassung).



Kantenverwendung in optimaler Rundreise

Abb. 109: SPSS-Boxplot für die Verteilung der Ränge von Voronoi-Kanten (RVE) als Duale zu Delaunay-Kanten mit UO = 0 und UO = 1 nach verschiedenen ACH-Werten (ACH = 1 bis ACH = 8) für das TSP PCB442 aus Gruppe III (mit partieller Mehrfacherfassung).

Anhang 11: Ergebnisse der Anwendung unterschiedlicher Parametrisierungen der klassischen "Convex Hull Insertion"-Heuristik auf 35 Testprobleme der Gruppe II aus der TSPLIB

In den Abschnitten 5.3.1.1 und 5.3.1.2 wurde die im Rahmen dieser Arbeit vorgenommene Implementierung der klassischen "Convex Hull Insertion"-Heuristik (CHI-Heuristik) beschrieben und dieselbe unter Berücksichtigung einer Anzahl von Parametrisierungsmöglichkeiten evaluiert. Die nachstehenden Tabellen 102 bis 117 geben die Lösungsqualitäten i.S. der Länge der unter den verschiedenen Parametrisierungen ermittelten Rundreisen sowie die dafür erforderlichen Rechenzeiten wieder. Unter Verwendung der oben erläuterten Grundparametrisierung nach den Modi A und B und dem Einsatz von vier Kriterien zur Auswahl einer Stadt für die Einfügung in die in einer Iteration vorliegende Teilrundreise (jeweils in Kombination zweier Kriterien im Vor- und im Endauswahlverfahren (VAV und EAV), vgl. Abschnitt 5.3.1.1, insbesondere Tab. 21) ergeben sich insgesamt 32 zu prüfende Parametrisierungen.

In den nachstehenden Tabellen wird jedes der zur Prüfung herangezogenen 35 euklidischen, zweidimensionalen TSP aus der TSPLIB REINELTs (1990a, 1991a, 1991d, 1995) (vgl. auch Abschnitt 2.4; hier werden diese 35 Probleme unter dem Begriff "Gruppe II" gefaßt) zunächst namentlich mit seiner Größe (als Anzahl der Städte n) und der optimalen Rundreiselänge (OLN) nach der TSPLIB benannt. Sofern in der TSPLIB die Folge der Städte in der Rundreise angegeben ist, erfolgt darüber hinaus eine Berechnung der optimalen Rundreiselänge nach Maßgabe der exakten euklidischen Distanzen zwischen den Städten (OLC; Nachkommastellen gerundet). Aufgrund des abweichenden Vorgehens REINELTs (1990a, 1991a, 1991d, 1995) können sich dabei Differenzen zur in der TSPLIB angegebenen optimalen Rundreiselänge ergeben (vgl. auch Abschnitt 2.4). Folgend wird in jeder Tabelle für jeweils zwei Parametrisierungen zunächst die Länge der mittels der Heuristik ermittelten Rundreise (CHIL, Nachkommastellen gerundet) wiedergegeben. Sodann wird prozentual angegeben, um wieviel letztere die in der TSPLIB angegebene optimale Rundreiselänge (%>OLN) sowie die ggf. errechenbare optimale Rundreiselänge, sofern die TSPLIB eine Städtefolge für die optimale Rundreise ausweist, (%>OLC) überschreitet. Abschließend wird die für die Bestimmung der Rundreise aufgewendete Rechenzeit in Sekunden (OZ; soweit aus technischen Gründen nicht verfügbar: "-") präsentiert (vgl. zur eingesetzten Hard- und Software Abschnitt 5.3.1.2).

Im Tabellenfuß werden jeweils Minima und Maxima sowie Mittelwert und Stichproben-Standardabweichung für die ausgewiesenen Lösungsqualitäten berechnet. - Die nachstehende Tab. 101 gibt zur Orientierung noch einmal die verwendeten Kodierungen der Einfügungskriterien als Vorauswahlverfahren (VAV) und Endauswahlverfahren (EAV) unter den Ausführungsmodi A und B wieder:

Einfügungskriterium/-verfahren	Modus A	Modus B
"Cheapest Insertion"	1	7
"Relative Insertion"	2	8
"Ratio Insertion"	3	9
"Greatest Angle Insertion"	4	10

Tab. 101: Kodierung der im Vor- und Endauswahlverfahren (VAV, EAV) der CHI-Heuristik verwendeten Einfügungskriterien unter den Modi A und B.

				VAV-EA	V: 1-1	Md.	A	VAV-EA	V: 1-2	Md.	A
TSP	n	OLN	OLC	CHIL	%> OLN	%> OLC	OZ	CHIL	%> OLN	%> OLC	OZ
EIL51	51	426	430	454	6,64	5,65	9	478	12,27	11,23	9
BERLIN52	52	7542	7544	8106	7,48	7,44	10	7693	2,01	1,97	9
ST70	70	675	678	707	4,80	4,36	25	738	9,38	8,91	25
EIL76	76	538	545	579	7,61	6,15	32	623	15,82	14,25	32
PR76	76	108159	108159	114808	6,15	6,15	33	125051	15,62	15,62	33
RAT99	99	1211		1294	6,86		70	1513	24,91		70
KR100A	100	21282	21285	23050	8,31	8,29	72	21904	2,92	2,91	72
KR100B	100	22141		23247	5,00		72	23994	8,37		72
KR100C	100	20749	20751	21632	4,26	4,25	73	24789	19,47	19,46	73
KR100D	100	21294	21294	21712	1,96	1,96	71	22803	7,09	7,09	71
KR100E	100	22068		22870	3,63		71	24878	12,74		71
RD100	100	7910	7910	8465	7,02	7,01	73	9385	18,64	18,64	73
EIL101	101	629	642	678	7,82	5,59	75	731	16,22	13,81	75
LIN105	105	14379	14383	14913	3,71	3,68	85	17594	22,36	22,32	85
PR107	107	44303		45730	3,22		81	54539	23,10		81
PR124	124	59030		62193	5,36		97	63016	6,75		97
BIER127	127	118282		124831	5,54		150	134665	13,85		150
CH130	130	6110	6111	6676	9,26	9,25	161	6918	13,22	13,20	162
PR136	136	96772		102696	6,12		176	116200	20,08		177
PR144	144	58537		60625	3,57		220	62089	6,07		220
CH150	150	6528	6532	7038	7,82	7,75	244	7707	18,06	17,98	244
KR150A	150	26524		28814	8,63		244	31841	20,05		244
KR150B	150	26130		27476	5,15		247	26984	3,27		247
PR152	152	73682		76952	4,44		257	82318	11,72		257
U159	159	42080		47748	13,47		297	49462	17,54		297
RAT195	195	2323		2568	10,54		539	2786	19,93		538
D198	198	15780		16826	6,63		566	19679	24,71		564
KR200A	200	29368		31792	8,25		584	32328	10,08		584
KR200B	200	29437		32123	9,12		579	34626	17,63		579
PR226	226	80369		83829	4,31		580	88377	9,96		581
GIL262	262	2378		2680	12,72		1318	2724	14,55		1317
PR264	264	49135		53416	8,71		1352	68868	40,16		1356
A280	280	2579	2587	2870	11,26	10,93	1578	3235	25,44	25,07	1578
PR299	299	48191		53067	10,12		1958	60008	24,52		1956
LIN318	318	42029		46904	11,44		2359	51300	21,88		2360
Anzahl					35	14			35	14	
Maximum					13,47	10,93			40,16	25,07	
Minimum					1,96	1,96			2,01	1,97	
Mittelwert					7,06	6,32			15,73	13,75	
Stdabw.					2,81	2,36			7,90	6,85	

Tab. 102: Ergebnisse der Anwendung der klassischen CHI-Heuristik (Modus A) auf die TSP der Gruppe II (35 Probleme aus der TSPLIB), Parametrisierungen (VAV-EAV) 1-1 und 1-2 ("Cheapest Insertion" - "Cheapest Insertion", "Cheapest Insertion" - "Relative Insertion").

				VAV-EA	V: 1-3	Md.	A	VAV-EA	V: 1-4	Md.	A
TSP	n	OLN	OLC	CHIL	%> OLN	%> OLC	OZ	CHIL	%> OLN	%> OLC	OZ
EIL51	51	426	430	466	9,45	8,44	11	460	8,08	7,08	10
BERLIN52	52	7542	7544	8051	6,75	6,72	10	7725	2,43	2,40	10
ST70	70	675	678	708	4,89	4,44	31	746	10,48	10,01	27
EIL76	76	538	545	602	11,91	10,40	39	624	15,91	14,34	34
PR76	76	108159	108159	115719	6,99	6,99	40	128295	18,62	18,62	35
RAT99	99	1211		1268	4,69		85	1297	7,09		75
KR100A	100	21282	21285	22084	3,77	3,75	89	23486	10,36	10,34	77
KR100B	100	22141		22488	1,57		88	24747	11,77		77
KR100C	100	20749	20751	21350	2,90	2,89	89	22474	8,32	8,31	78
KR100D	100	21294	21294	21672	1,78	1,78	88	23924	12,35	12,35	76
KR100E	100	22068		23093	4,65		87	24970	13,15		76
RD100	100	7910	7910	8655	9,42	9,42	90	8884	12,32	12,31	78
EIL101	101	629	642	671	6,70	4,49	92	731	16,24	13,83	81
LIN105	105	14379	14383	15019	4,45	4,42	101	17428	21,21	21,17	90
PR107	107	44303		47229	6,60		95	51664	16,61		87
PR124	124	59030		61651	4,44		114	68610	16,23		104
BIER127	127	118282		126589	7,02		181	143475	21,30		161
CH130	130	6110	6111	6444	5,47	5,46	190	7170	17,35	17,33	169
PR136	136	96772		99047	2,35		208	105920	9,45		188
PR144	144	58537		61973	5,87		259	73803	26,08		235
CH150	150	6528	6532	6925	6,08	6,01	297	7247	11,02	10,95	261
KR150A	150	26524		28523	7,54		296	30528	15,10		260
KR150B	150	26130		27704	6,02		299	29592	13,25		263
PR152	152	73682		79203	7,49		309	85972	16,68		274
U159	159	42080		45049	7,06		349	48912	16,24		317
RAT195	195	2323		2559	10,18		645	2871	23,58		574
D198	198	15780		16633	5,41		667	18160	15,08		601
KR200A	200	29368		32156	9,49		705	37678	28,30		623
KR200B	200	29437		31992	8,68		697	34454	17,04		617
PR226	226	80369		84812	5,53		670	98468	22,52		619
GIL262	262	2378		2549	7,20		1574	2855	20,06		1404
PR264	264	49135		56210	14,40		1569	58479	19,02		1493
A280	280	2579	2587	2852	10,58	10,25	1896	3139	21,71	21,35	1596
PR299	299	48191		51522	6,91		2298	58455	21,30		2084
LIN318	318	42029		46886	11,39		2783	52899	25,68		2596
Anzahl					35	14			35	14	
Maximum					14,40	10,40			28,30	21,35	
Minimum					1,57	1,78			2,43	2,40	
Mittelwert					6,73	6,10			16,06	12,89	
Stdabw.					2,89	6,10			5,88	5,40	

Tab. 103: Ergebnisse der Anwendung der klassischen CHI-Heuristik (Modus A) auf die TSP der Gruppe II (35 Probleme aus der TSPLIB), Parametrisierungen (VAV-EAV) 1-3 und 1-4 ("Cheapest Insertion" - "Ratio Insertion", "Cheapest Insertion" - "Greatest Angle Insertion").

				VAV-EA	V: 2-1	Md.	A	VAV-EA	V: 2-2	Md.	A
TSP	n	OLN	OLC	CHIL	%> OLN	%> OLC	OZ	CHIL	%> OLN	%> OLC	OZ
EIL51	51	426	430	454	6,64	5,65	11	478	12,27	11,23	10
BERLIN52	52	7542	7544	8106	7,48	7,44	11	7693	2,01	1,97	10
ST70	70	675	678	707	4,80	4,36	30	738	9,38	8,91	26
EIL76	76	538	545	579	7,61	6,15	39	623	15,82	14,25	34
PR76	76	108159	108159	114808	6,15	6,15	40	125051	15,62	15,62	35
RAT99	99	1211		1294	6,86		86	1513	24,91		74
KR100A	100	21282	21285	23050	8,31	8,29	90	21904	2,92	2,91	77
KR100B	100	22141		23247	5,00		89	23994	8,37		76
KR100C	100	20749	20751	21632	4,26	4,25	90	24789	19,47	19,46	77
KR100D	100	21294	21294	21712	1,96	1,96	89	22803	7,09	7,09	76
KR100E	100	22068		22870	3,63		89	24878	12,74		76
RD100	100	7910	7910	8465	7,02	7,01	91	9385	18,64	18,64	77
EIL101	101	629	642	678	7,82	5,59	93	731	16,22	13,81	80
LIN105	105	14379	14383	14913	3,71	3,68	103	17594	22,36	22,32	90
PR107	107	44303		45730	3,22		97	54539	23,10		86
PR124	124	59030		62193	5,36		115	63016	6,75		103
BIER127	127	118282		124752	5,47		185	134665	13,85		160
CH130	130	6110	6111	6676	9,26	9,25	193	6918	13,22	13,20	168
PR136	136	96772		102696	6,12		212	116200	20,08		187
PR144	144	58537		60625	3,57		264	62089	6,07		234
CH150	150	6528	6532	7038	7,82	7,75	304	7707	18,06	17,98	260
KR150A	150	26524		28814	8,63		303	31841	20,05		259
KR150B	150	26130		27476	5,15		307	26984	3,27		262
PR152	152	73682		76952	4,44		316	82318	11,72		273
U159	159	42080		47748	13,47		358	49462	17,54		315
RAT195	195	2323		2568	10,54		663	2786	19,93		571
D198	198	15780		16857	6,83		685	19679	24,71		599
KR200A	200	29368		31792	8,25		727	32328	10,08		622
KR200B	200	29437		32123	9,12		718	34626	17,63		614
PR226	226	80369		83829	4,31		688	88377	9,96		617
GIL262	262	2378		2680	12,72		1625	2724	14,55		1400
PR264	264	49135		53416	8,71		1621	68868	40,16		1493
A280	280	2579	2587	2870	11,26	10,93	1856	3235	25,44	25,07	1536
PR299	299	48191		53067	10,12		2375	60008	24,52		2153
LIN318	318	42029		46904	11,44		2881	51300	21,88		2596
Anzahl					35	14			35	14	
Maximum					13,47	10,93			40,16	25,07	
Minimum					1,96	1,96			2,01	1,97	
Mittelwert					7,06	6,32			15,73	13,75	
Stdabw.					2,81	2,36			7,90	6,85	

Tab. 104: Ergebnisse der Anwendung der klassischen CHI-Heuristik (Modus A) auf die TSP der Gruppe II (35 Probleme aus der TSPLIB), Parametrisierungen (VAV-EAV) 2-1 und 2-2 ("Relative Insertion" - "Cheapest Insertion", "Relative Insertion").

				VAV-EA	V: 2-3	Md.	A	VAV-EA	V: 2-4	Md.	A
TSP	n	OLN	OLC	CHIL	%> OLN	%> OLC	OZ	CHIL	%> OLN	%> OLC	OZ
EIL51	51	426	430	466	9,45	8,44	4	460	8,08	7,08	12
BERLIN52	52	7542	7544	8051	6,75	6,72	5	7725	2,43	2,40	11
ST70	70	675	678	708	4,89	4,44	10	746	10,48	10,01	31
EIL76	76	538	545	602	11,91	10,40	13	624	15,91	14,34	40
PR76	76	108159	108159	115719	6,99	6,99	13	128295	18,62	18,62	41
RAT99	99	1211		1268	4,69		29	1297	7,09		87
KR100A	100	21282	21285	22084	3,77	3,75	30	23486	10,36	10,34	91
KR100B	100	22141		22488	1,57		30	24747	11,77		91
KR100C	100	20749	20751	21350	2,90	2,89	30	22474	8,32	8,31	92
KR100D	100	21294	21294	21672	1,78	1,78	29	23924	12,35	12,35	90
KR100E	100	22068		23093	4,65		29	24970	13,15		90
RD100	100	7910	7910	8655	9,42	9,42	30	8884	12,32	12,31	93
EIL101	101	629	642	671	6,70	4,49	31	731	16,24	13,83	95
LIN105	105	14379	14383	15019	4,45	4,42	35	17428	21,21	21,17	104
PR107	107	44303		47229	6,60		34	51848	17,03		98
PR124	124	59030		61651	4,44		41	68610	16,23		117
BIER127	127	118282		126589	7,02		62	143475	21,30		187
CH130	130	6110	6111	6444	5,47	5,46	67	7170	17,35	17,33	194
PR136	136	96772		99047	2,35		73	105920	9,45		215
PR144	144	58537		61973	5,87		91	73803	26,08		267
CH150	150	6528	6532	6925	6,08	6,01	101	7247	11,02	10,95	306
KR150A	150	26524		28523	7,54		101	30528	15,10		305
KR150B	150	26130		27704	6,02		102	29592	13,25		309
PR152	152	73682		79203	7,49		106	85972	16,68		319
U159	159	42080		45049	7,06		123	49000	16,44		360
RAT195	195	2323		2559	10,18		225	2871	23,58		668
D198	198	15780		16633	5,41		234	17907	13,48		690
KR200A	200	29368		32156	9,49		242	37678	28,30		733
KR200B	200	29437		31992	8,68		238	34454	17,04		722
PR226	226	80369		84812	5,53		242	98500	22,56		693
GIL262	262	2378		2549	7,20		543	2855	20,06		1633
PR264	264	49135		56210	14,40		563	58438	18,93		1634
A280	280	2579	2587	2852	10,58	10,25	647	3139	21,71	21,35	1825
PR299	299	48191		51522	6,91		808	58505	21,40		2374
LIN318	318	42029		46886	11,39		979	52899	25,68		_
Anzahl					35	14			35	14	
Maximum					14,40	10,40			28,30	21,35	
Minimum					1,57	1,78			2,43	2,40	
Mittelwert					6,73	6,10			16,03	12,89	
Stdabw.					2,89	2,72			5,90	5,40	

Tab. 105: Ergebnisse der Anwendung der klassischen CHI-Heuristik (Modus A) auf die TSP der Gruppe II (35 Probleme aus der TSPLIB), Parametrisierungen (VAV-EAV) 2-3 und 2-4 ("Relative Insertion" - "Ratio Insertion", "Relative Insertion" - "Greatest Angle Insertion").

				VAV-EA	V: 3-1	Md.	A	VAV-EA	V: 3-2	Md.	A
TSP	n	OLN	OLC	CHIL	%> OLN	%> OLC	OZ	CHIL	%> OLN	%> OLC	OZ
EIL51	51	426	430	454	6,64	5,65	17	478	12,27	11,23	6
BERLIN52	52	7542	7544	8106	7,48	7,44	17	7693	2,01	1,97	7
ST70	70	675	678	707	4,80	4,36	47	738	9,38	8,91	17
EIL76	76	538	545	579	7,61	6,15	60	623	15,82	14,25	22
PR76	76	108159	108159	114808	6,15	6,15	62	125051	15,62	15,62	23
RAT99	99	1211		1294	6,86		132	1513	24,91		49
KR100A	100	21282	21285	23050	8,31	8,29	137	21904	2,92	2,91	51
KR100B	100	22141		23247	5,00		136	23994	8,37		50
KR100C	100	20749	20751	21632	4,26	4,25	138	24789	19,47	19,46	51
KR100D	100	21294	21294	21712	1,96	1,96	135	22803	7,09	7,09	50
KR100E	100	22068		22870	3,63		135	24878	12,74		50
RD100	100	7910	7910	8465	7,02	7,01	138	9385	18,64	18,64	51
EIL101	101	629	642	678	7,82	5,59	143	731	16,22	13,81	53
LIN105	105	14379	14383	14913	3,71	3,68	160	17594	22,36	22,32	60
PR107	107	44303		45730	3,22		153	54539	23,10		57
PR124	124	59030		62193	5,36		183	63016	6,75		68
BIER127	127	118282		124831	5,54		286	134665	13,85		106
CH130	130	6110	6111	6676	9,26	9,25	302	6918	13,22	13,20	117
PR136	136	96772		102696	6,12		335	116200	20,08		125
PR144	144	58537		60625	3,57		419	62089	6,07		156
CH150	150	6528	6532	7038	7,82	7,75	469	7707	18,06	17,98	174
KR150A	150	26524		28814	8,63		466	31841	20,05		173
KR150B	150	26130		27476	5,15		471	26984	3,27		175
PR152	152	73682		76952	4,44		490	82318	11,72		182
U159	159	42080		47748	13,47		567	49462	17,54		211
RAT195	195	2323		2568	10,54		1030	2786	19,93		382
D198	198	15780		16826	6,63		1080	19679	24,71		402
KR200A	200	29368		31792	8,25		1120	32328	10,08		417
KR200B	200	29437		32123	9,12		1107	34626	17,63		412
PR226	226	80369		83829	4,31		1098	88377	9,96		413
GIL262	262	2378		2680	12,72		_	2724	14,55		943
PR264	264	49135		53416	8,71		2703	68868	40,16		971
A280	280	2579	2587	3139	21,71	21,35	2356	2870	11,26	10,93	1186
PR299	299	48191		53067	10,12		3768	60008	24,52		1400
LIN318	318	42029		46904	11,44		4547	51300	21,88		-
Anzahl					35	14			35	14	
Maximum					21,71	21,35			40,16	22,32	
Minimum					1,96	1,96			2,01	1,97	
Mittelwert					7,35	7,06			15,32	12,74	
Stdabw.					3,69	4,55			7,75	6,05	

Tab. 106: Ergebnisse der Anwendung der klassischen CHI-Heuristik (Modus A) auf die TSP der Gruppe II (35 Probleme aus der TSPLIB), Parametrisierungen (VAV-EAV) 3-1 und 3-2 ("Ratio Insertion" - "Cheapest Insertion", "Ratio Insertion" - "Relative Insertion").

				VAV-EA	V: 3-3	Md.	A	VAV-EA	V: 3-4	Md.	A
TSP	n	OLN	OLC	CHIL	%> OLN	%> OLC	OZ	CHIL	%> OLN	%> OLC	OZ
EIL51	51	426	430	466	9,45	8,44	21	460	8,08	7,08	21
BERLIN52	52	7542	7544	8051	6,75	6,72	22	7725	2,43	2,40	22
ST70	70	675	678	708	4,89	4,44	58	746	10,48	10,01	57
EIL76	76	538	545	602	11,91	10,40	74	624	15,91	14,34	73
PR76	76	108159	108159	115719	6,99	6,99	75	128295	18,62	18,62	74
RAT99	99	1211		1268	4,69		161	1297	7,09		160
KR100A	100	21282	21285	22084	3,77	3,75	169	23486	10,36	10,34	168
KR100B	100	22141		22488	1,57		168	24747	11,77		167
KR100C	100	20749	20751	21350	2,90	2,89	170	22474	8,32	8,31	169
KR100D	100	21294	21294	21672	1,78	1,78	167	23924	12,35	12,35	166
KR100E	100	22068		23093	4,65		167	24970	13,15		166
RD100	100	7910	7910	8655	9,42	9,42	172	8884	12,32	12,31	171
EIL101	101	629	642	671	6,70	4,49	175	731	16,24	13,83	175
LIN105	105	14379	14383	15019	4,45	4,42	193	17428	21,21	21,17	193
PR107	107	44303		47229	6,60		181	51848	17,03		180
PR124	124	59030		61651	4,44		216	68610	16,23		215
BIER127	127	118282		126589	7,02		348	143475	21,30		347
CH130	130	6110	6111	6444	5,47	5,46	360	7170	17,35	17,33	362
PR136	136	96772		99047	2,35		399	105920	9,45		398
PR144	144	58537		61973	5,87		496	73803	26,08		495
CH150	150	6528	6532	6925	6,08	6,01	572	7247	11,02	10,95	570
KR150A	150	26524		28523	7,54		570	30528	15,10		569
KR150B	150	26130		27704	6,02		578	29592	13,25		576
PR152	152	73682		79203	7,49		596	85972	16,68		595
U159	159	42080		45049	7,06		673	49000	16,44		670
RAT195	195	2323		2559	10,18		1248	2871	23,58		1247
D198	198	15780		16633	5,41		1287	17907	13,48		1285
KR200A	200	29368		32156	9,49		1368	37678	28,30		1367
KR200B	200	29437		31992	8,68		1352	34454	17,04		1350
PR226	226	80369		84812	5,53		1285	98500	22,56		1282
GIL262	262	2378		2549	7,20		3064	2855	20,06		3058
PR264	264	49135		56210	14,40		3043	58438	18,93		3040
A280	280	2579	2587	3235	25,44	25,07	3456	2852	10,58	10,25	3526
PR299	299	48191		51522	6,91		4464	58505	21,40		4461
LIN318	318	42029		46886	11,39		5425	52899	25,68		-
Anzahl					35	14			35	14	
Maximum					25,44	25,07			28,30	21,17	
Minimum					1,57	1,78			2,43	2,40	
Mittelwert					7,16	7,16			15,71	12,09	
Stdabw.					4,25	5,71			5,88	4,85	

Tab. 107: Ergebnisse der Anwendung der klassischen CHI-Heuristik (Modus A) auf die TSP der Gruppe II (35 Probleme aus der TSPLIB), Parametrisierungen (VAV-EAV) 3-3 und 3-4 ("Ratio Insertion" - "Ratio Insertion", "Ratio Insertion" - "Greatest Angle Insertion").

				VAV-EA	V: 4-1	Md.	A	VAV-EA	V: 4-2	Md.	A
TSP	n	OLN	OLC	CHIL	%> OLN	%> OLC	OZ	CHIL	%> OLN	%> OLC	OZ
EIL51	51	426	430	452	5,99	5,01	19	471	10,45	9,42	19
BERLIN52	52	7542	7544	8099	7,38	7,35	19	7700	2,09	2,06	20
ST70	70	675	678	718	6,34	5,89	51	753	11,63	11,15	51
EIL76	76	538	545	597	10,95	9,44	65	646	20,03	18,40	65
PR76	76	108159	108159	116053	7,30	7,30	66	117091	8,26	8,26	66
RAT99	99	1211		1306	7,82		142	1339	10,53		142
KR100A	100	21282	21285	23057	8,34	8,32	149	22446	5,47	5,45	149
KR100B	100	22141		23641	6,77		148	23951	8,17		148
KR100C	100	20749	20751	22082	6,43	6,42	149	26103	25,80	25,79	150
KR100D	100	21294	21294	23534	10,52	10,52	147	23280	9,33	9,32	147
KR100E	100	22068		22873	3,65		146	22818	3,40		147
RD100	100	7910	7910	8826	11,58	11,58	150	9406	18,91	18,91	150
EIL101	101	629	642	682	8,49	6,24	154	704	11,90	9,58	154
LIN105	105	14379	14383	14913	3,71	3,68	171	16280	13,22	13,19	171
PR107	107	44303		45886	3,57		161	66232	49,50		161
PR124	124	59030		64388	9,08		192	65295	10,61		192
BIER127	127	118282		126139	6,64		308	151350	27,96		309
CH130	130	6110	6111	6798	11,25	11,24	313	7328	19,93	19,91	321
PR136	136	96772		104032	7,50		353	119842	23,84		353
PR144	144	58537		65543	11,97		440	66237	13,15		441
CH150	150	6528	6532	7145	9,46	9,38	505	7469	14,41	14,33	505
KR150A	150	26524		29353	10,67		502	28443	7,24		502
KR150B	150	26130		27796	6,38		509	30150	15,38		509
PR152	152	73682		79321	7,65		526	90258	22,50		526
U159	159	42080		48772	15,90		598	45425	7,95		598
RAT195	195	2323		2603	12,06		1102	2912	25,37		-
D198	198	15780		17393	10,22		1143	22035	39,64		1146
KR200A	200	29368		33249	13,21		1206	35238	19,99		1207
KR200B	200	29437		32628	10,84		1192	33048	12,27		1193
PR226	226	80369		83829	4,31		1148	91872	14,31		1148
GIL262	262	2378		2664	12,01		2707	2761	16,12		2707
PR264	264	49135		54165	10,24		2707	58589	19,24		2718
A280	280	2579	2587	3100	20,19	19,83	3125	3102	20,28	19,92	3215
PR299	299	48191		55118	14,37		3972	57771	19,88		3973
LIN318	318	42029		47846	13,68		4814	52709	25,23		4820
Anzahl					35	14			35	14	
Maximum					20,19	19,83			49,50	25,79	
Minimum					3,57	3,68			2,09	2,06	
Mittelwert					9,33	8,73			16,69	13,26	
Stdabw.					3,65	3,97			9,72	6,59	

Tab. 108: Ergebnisse der Anwendung der klassischen CHI-Heuristik (Modus A) auf die TSP der Gruppe II (35 Probleme aus der TSPLIB), Parametrisierungen (VAV-EAV) 4-1 und 4-2 ("Greatest Angle Insertion" - "Cheapest Insertion", "Greatest Angle Insertion" - "Relative Insertion").

				VAV-EA	V: 4-3	Md.	A	VAV-EA	V: 4-4	Md.	A
TSP	n	OLN	OLC	CHIL	%> OLN	%> OLC	OZ	CHIL	%> OLN	%> OLC	OZ
EIL51	51	426	430	472	10,89	9,86	19	460	8,08	7,08	15
BERLIN52	52	7542	7544	8019	6,33	6,29	19	7725	2,43	2,40	15
ST70	70	675	678	714	5,73	5,28	52	739	9,54	9,07	39
EIL76	76	538	545	597	10,97	9,47	66	606	12,66	11,13	50
PR76	76	108159	108159	116291	7,52	7,52	68	132703	22,69	22,69	52
RAT99	99	1211		1293	6,75		144	1290	6,54		110
KR100A	100	21282	21285	22584	6,12	6,10	151	22524	5,84	5,82	114
KR100B	100	22141		23733	7,19		150	24201	9,30		114
KR100C	100	20749	20751	21815	5,14	5,13	152	22363	7,78	7,77	115
KR100D	100	21294	21294	23384	9,82	9,81	149	23637	11,00	11,00	113
KR100E	100	22068		23084	4,60		149	23523	6,59		113
RD100	100	7910	7910	8874	12,19	12,19	153	8692	9,88	9,88	115
EIL101	101	629	642	682	8,39	6,14	157	692	9,95	7,67	119
LIN105	105	14379	14383	15040	4,60	4,57	174	15288	6,32	6,29	134
PR107	107	44303		45750	3,27		163	50336	13,62		127
PR124	124	59030		62674	6,17		196	63537	7,64		152
BIER127	127	118282		125231	5,87		313	136727	15,59		238
CH130	130	6110	6111	6838	11,91	11,89	321	6862	12,32	12,30	251
PR136	136	96772		100532	3,89		357	103490	6,94		279
PR144	144	58537		65334	11,61		446	72950	24,62		347
CH150	150	6528	6532	7292	11,70	11,63	509	7098	8,74	8,67	390
KR150A	150	26524		28475	7,35		508	28837	8,72		385
KR150B	150	26130		27952	6,97		515	30606	17,13		391
PR152	152	73682		81341	10,40		532	87212	18,36		406
U159	159	42080		47037	11,78		605	48544	15,36		468
RAT195	195	2323		2641	13,70		1111	2535	9,11		852
D198	198	15780		16811	6,53		1153	17147	8,66		889
KR200A	200	29368		33067	12,60		1217	33260	13,25		950
KR200B	200	29437		33054	12,29		1203	32092	9,02		915
PR226	226	80369		84104	4,65		1159	96088	19,56		932
GIL262	262	2378		2636	10,83		2725	2790	17,32		2134
PR264	264	49135		55853	13,67		2725	63666	29,57		2189
A280	280	2579	2587	2945	14,20	13,86	3198	2954	14,54	14,20	2345
PR299	299	48191		52133	8,18		3996	54750	13,61		3166
LIN318	318	42029		47696	13,32		4844	47243	12,24		3817
Anzahl					35	14			35	14	
Maximum					14,20	13,86			29,57	22,69	
Minimum					3,27	4,57			2,43	2,40	
Mittelwert					8,78	8,55			12,13	9,71	
Stdabw.					3,28	3,07			5,80	4,77	

Tab. 109: Ergebnisse der Anwendung der klassischen CHI-Heuristik (Modus A) auf die TSP der Gruppe II (35 Probleme aus der TSPLIB), Parametrisierungen (VAV-EAV) 4-3 und 4-4 ("Greatest Angle Insertion" - "Ratio Insertion", "Greatest Angle Insertion" - "Greatest Angle Insertion").

				VAV-EA	V: 7-7	Md.	В	VAV-EA	V: 7-8	Md.	В
TSP	n	OLN	OLC	CHIL	%> OLN	%> OLC	ΟZ	CHIL	%> OLN	%> OLC	OZ
EIL51	51	426	430	454	6,64	5,65	3	444	4,33	3,36	3
BERLIN52	52	7542	7544	8106	7,48	7,44	3	7625	1,10	1,07	4
ST70	70	675	678	707	4,80	4,36	9	705	4,39	3,95	9
EIL76	76	538	545	579	7,61	6,15	11	577	7,19	5,74	11
PR76	76	108159	108159	114808	6,15	6,15	12	112480	3,99	3,99	12
RAT99	99	1211		1294	6,86		25	1259	3,96		25
KR100A	100	21282	21285	23050	8,31	8,29	26	22056	3,64	3,62	26
KR100B	100	22141		23247	5,00		26	22700	2,53		26
KR100C	100	20749	20751	21632	4,26	4,25	26	21276	2,54	2,53	26
KR100D	100	21294	21294	21712	1,96	1,96	25	21794	2,35	2,35	25
KR100E	100	22068		22870	3,63		26	22830	3,45		26
RD100	100	7910	7910	8465	7,02	7,01	26	8327	5,27	5,26	26
EIL101	101	629	642	678	7,82	5,59	27	679	7,97	5,73	28
LIN105	105	14379	14383	14913	3,71	3,68	30	15207	5,76	5,73	30
PR107	107	44303		45730	3,22	,	29	49295	11,27	·	29
PR124	124	59030		62193	5,36		33	61627	4,40		33
BIER127	127	118282		124831	5,54		54	126651	7,08		54
CH130	130	6110	6111	6676	9,26	9,25	57	6731	10,17	10,15	56
PR136	136	96772		102696	6,12	,	63	102964	6,40		63
PR144	144	58537		60625	3,57		79	60684	3,67		79
CH150	150	6528	6532	7038	7,82	7,75	90	6916	5,94	5,88	89
KR150A	150	26524		28814	8,63		89	28564	7,69		89
KR150B	150	26130		27476	5,15		90	27132	3,83		90
PR152	152	73682		76952	4,44		93	76111	3,30		93
U159	159	42080		47927	13,89		108	44860	6,61		108
RAT195	195	2323		2568	10,54		196	2556	10,04		197
D198	198	15780		16826	6,63		208	16358	3,66		206
KR200A	200	29368		31792	8,25		214	30944	5,37		213
KR200B	200	29437		32123	9,12		211	31486	6,96		211
PR226	226	80369		83415	3,79		206	84182	4,74		208
GIL262	262	2378		2680	12,72		482	2669	12,24		482
PR264	264	49135		53416	8,71		491	54887	11,71		494
A280	280	2579	2587	2839	10,10	9,77	563	2720	5,48	5,16	559
PR299	299	48191		53063	10,11	·	722	50722	5,25		716
LIN318	318	42029		46904	11,44		861	46719	11,00		862
Anzahl					35	14			35	14	
Maximum					13,89	9,77			12,24	10,15	
Minimum					1,96	1,96			1,10	1,07	
Mittelwert					7,02	6,24			5,87	4,61	
Stdabw.					2,81	2,20			2,89	2,19	

Tab. 110: Ergebnisse der Anwendung der klassischen CHI-Heuristik (Modus B) auf die TSP der Gruppe II (35 Probleme aus der TSPLIB), Parametrisierungen (VAV-EAV) 7-7 und 7-8 ("Cheapest Insertion" - "Cheapest Insertion", "Cheapest Insertion" - "Relative Insertion").

				VAV-EA	V: 7-9	Md.	В	VAV-EA	V: 7-10	Md.	В
TSP	n	OLN	OLC	CHIL	%> OLN	%> OLC	OZ	CHIL	%> OLN	%> OLC	OZ
EIL51	51	426	430	452	5,99	5,01	3	453	6,32	5,34	3
BERLIN52	52	7542	7544	8109	7,52	7,48	3	7725	2,43	2,40	3
ST70	70	675	678	705	4,51	4,06	9	711	5,34	4,90	9
EIL76	76	538	545	577	7,34	5,88	11	581	7,90	6,44	11
PR76	76	108159	108159	112113	3,66	3,66	12	110670	2,32	2,32	12
RAT99	99	1211		1297	7,10		25	1276	5,37		25
KR100A	100	21282	21285	22434	5,41	5,40	27	21673	1,84	1,82	26
KR100B	100	22141		23363	5,52		26	22440	1,35		26
KR100C	100	20749	20751	21632	4,26	4,25	27	21225	2,29	2,28	26
KR100D	100	21294	21294	21696	1,89	1,89	26	21939	3,03	3,03	26
KR100E	100	22068		22932	3,92		26	23071	4,54		26
RD100	100	7910	7910	8480	7,21	7,21	27	8257	4,39	4,38	26
EIL101	101	629	642	683	8,51	6,26	28	670	6,54	4,33	27
LIN105	105	14379	14383	14955	4,01	3,98	31	14724	2,40	2,37	30
PR107	107	44303		45814	3,41		29	45387	2,45		29
PR124	124	59030		60849	3,08		34	61406	4,03		34
BIER127	127	118282		123044	4,03		56	124871	5,57		56
CH130	130	6110	6111	6649	8,82	8,80	59	6522	6,74	6,72	58
PR136	136	96772		101616	5,01	·	64	101062	4,43	·	64
PR144	144	58537		60704	3,70		80	61418	4,92		80
CH150	150	6528	6532	7032	7,72	7,65	89	6874	5,30	5,23	90
KR150A	150	26524		28628	7,93	·	90	27628	4,16	·	90
KR150B	150	26130		27334	4,61		91	27208	4,13		91
PR152	152	73682		77697	5,45		94	77600	5,32		95
U159	159	42080		45408	7,91		109	44894	6,69		109
RAT195	195	2323		2548	9,70		199	2494	7,38		198
D198	198	15780		16246	2,95		210	16167	2,45		210
KR200A	200	29368		31771	8,18		219	30576	4,11		216
KR200B	200	29437		32386	10,02		215	30945	5,12		212
PR226	226	80369		83153	3,46		207	83613	4,04		208
GIL262	262	2378		2617	10,03		488	2571	8,13		485
PR264	264	49135		51569	4,95		496	53140	8,15		497
A280	280	2579	2587	2812	9,04	8,71	561	2717	5,34	5,02	563
PR299	299	48191		51960	7,82	,	718	50760	5,33	ŕ	720
LIN318	318	42029		46850	11,31		865	45631	8,57		857
Anzahl					35	14			35	14	
Maximum					11,31	8,80			8,57	6,72	
Minimum					1,89	1,89			1,35	1,82	
Mittelwert					6,17	5,73			4,81	4,04	
Stdabw.					2,44	2,06			1,94	1,65	

Tab. 111: Ergebnisse der Anwendung der klassischen CHI-Heuristik (Modus B) auf die TSP der Gruppe II (35 Probleme aus der TSPLIB), Parametrisierungen (VAV-EAV) 7-9 und 7-10 ("Cheapest Insertion" - "Ratio Insertion", "Cheapest Insertion" - "Greatest Angle Insertion").

				VAV-EA	V: 8-7	Md.	В	VAV-EA	V: 8-8	Md.	В
TSP	n	OLN	OLC	CHIL	%> OLN	%> OLC	OZ	CHIL	%> OLN	%> OLC	OZ
EIL51	51	426	430	468	9,94	8,92	8	478	12,27	11,23	8
BERLIN52	52	7542	7544	7667	1,66	1,62	8	7693	2,01	1,97	9
ST70	70	675	678	740	9,61	9,15	23	738	9,38	8,91	23
EIL76	76	538	545	593	10,18	8,69	30	623	15,82	14,25	30
PR76	76	108159	108159	116337	7,56	7,56	31	125051	15,62	15,62	31
RAT99	99	1211		1277	5,43		65	1513	24,91		65
KR100A	100	21282	21285	21776	2,32	2,31	68	21904	2,92	2,91	68
KR100B	100	22141		23251	5,01		67	23994	8,37		67
KR100C	100	20749	20751	22426	8,08	8,07	69	24789	19,47	19,46	69
KR100D	100	21294	21294	22834	7,23	7,23	67	22803	7,09	7,09	67
KR100E	100	22068		23799	7,84		67	24878	12,74		67
RD100	100	7910	7910	8533	7,88	7,87	69	9385	18,64	18,64	69
EIL101	101	629	642	698	11,03	8,73	71	731	16,22	13,81	71
LIN105	105	14379	14383	15356	6,80	6,77	79	17594	22,36	22,32	79
PR107	107	44303		51180	15,52		75	54539	23,10		75
PR124	124	59030		61711	4,54		88	63016	6,75		88
BIER127	127	118282		131230	10,95		141	134665	13,85		142
CH130	130	6110	6111	6602	8,06	8,04	151	6918	13,22	13,20	153
PR136	136	96772		107013	10,58		165	116200	20,08		165
PR144	144	58537		61327	4,77		207	62089	6,07		207
CH150	150	6528	6532	7357	12,70	12,63	229	7707	18,06	17,98	231
KR150A	150	26524		28869	8,84		230	31841	20,05		230
KR150B	150	26130		27378	4,78		234	26984	3,27		234
PR152	152	73682		83224	12,95		242	82318	11,72		242
U159	159	42080		45990	9,29		280	49462	17,54		280
RAT195	195	2323		2566	10,45		507	2786	19,93		507
D198	198	15780		18241	15,60		530	19679	24,71		530
KR200A	200	29368		31803	8,29		554	32328	10,08		555
KR200B	200	29437		32437	10,19		546	34626	17,63		546
PR226	226	80369		88695	10,36		530	88377	9,96		550
GIL262	262	2378		2654	11,61		1249	2724	14,55		1250
PR264	264	49135		62191	26,57		1326	68868	40,16		1280
A280	280	2579	2587	2753	6,75	6,43	1526	3068	18,94	18,56	1487
PR299	299	48191		53459	10,93		1916	60008	24,52		1852
LIN318	318	42029		47029	11,73		2312	51300	21,88		2234
Anzahl					35	14			35	14	
Maximum					26,57	12,63			40,16	22,32	
Minimum					1,66	1,62			2,01	1,97	
Mittelwert					9,32	7,43			15,54	13,28	
Stdabw.					4,41	2,74			7,74	6,22	

Tab. 112: Ergebnisse der Anwendung der klassischen CHI-Heuristik (Modus B) auf die TSP der Gruppe II (35 Probleme aus der TSPLIB), Parametrisierungen (VAV-EAV) 8-7 und 8-8 ("Relative Insertion" - "Cheapest Insertion", "Relative Insertion").

				VAV-EA	V: 8-9	Md.	В	VAV-EA	V: 8-10	Md.	В
TSP	n	OLN	OLC	CHIL	%> OLN	%> OLC	OZ	CHIL	%> OLN	%> OLC	OZ
EIL51	51	426	430	475	11,46	10,43	9	483	13,48	12,43	9
BERLIN52	52	7542	7544	7667	1,66	1,62	9	7720	2,36	2,33	9
ST70	70	675	678	749	11,00	10,53	24	748	10,80	10,33	24
EIL76	76	538	545	604	12,31	10,78	31	604	12,21	10,69	30
PR76	76	108159	108159	116337	7,56	7,56	32	117216	8,37	8,37	31
RAT99	99	1211		1275	5,25		66	1312	8,33		66
KR100A	100	21282	21285	21776	2,32	2,31	70	21841	2,63	2,61	69
KR100B	100	22141		23653	6,83		69	23393	5,66		68
KR100C	100	20749	20751	22908	10,41	10,40	70	21878	5,44	5,43	70
KR100D	100	21294	21294	22706	6,63	6,63	69	22842	7,27	7,27	68
KR100E	100	22068		23753	7,63		69	22553	2,20		68
RD100	100	7910	7910	8523	7,75	7,75	70	8291	4,81	4,81	69
EIL101	101	629	642	689	9,52	7,25	73	695	10,49	8,20	72
LIN105	105	14379	14383	15356	6,80	6,77	81	15514	7,90	7,87	80
PR107	107	44303		51581	16,43		76	59661	34,67		76
PR124	124	59030		61711	4,54		89	61704	4,53		89
BIER127	127	118282		131230	10,95		144	139386	17,84		143
CH130	130	6110	6111	6842	11,99	11,97	152	6849	12,09	12,08	151
PR136	136	96772		109544	13,20		168	105138	8,64		166
PR144	144	58537		61327	4,77		211	63833	9,05		209
CH150	150	6528	6532	7282	11,55	11,48	231	7122	9,11	9,03	231
KR150A	150	26524		28856	8,79		234	29266	10,34		233
KR150B	150	26130		27083	3,65		238	28320	8,38		236
PR152	152	73682		83224	12,95		246	89780	21,85		244
U159	159	42080		46249	9,91		284	47501	12,88		282
RAT195	195	2323		2562	10,28		514	2674	15,11		510
D198	198	15780		18241	15,60		537	20606	30,58		533
KR200A	200	29368		31839	8,42		562	33458	13,93		559
KR200B	200	29437		32887	11,72		553	32060	8,91		551
PR226	226	80369		88695	10,36		535	91848	14,28		532
GIL262	262	2378		2647	11,29		1263	2642	11,12		1255
PR264	264	49135		62191	26,57		1295	73330	49,24		1331
A280	280	2579	2587	2954	14,54	14,19	1503	2873	11,38	11,05	1576
PR299	299	48191		52636	9,22		_	54603	13,31		1859
LIN318	318	42029		46198	9,76		2252	46892	11,41		2246
Anzahl					35	14			35	14	
Maximum					26,57	14,19			49,24	12,43	
Minimum					1,66	1,62			2,20	2,33	
Mittelwert					9,82	8,55			12,30	8,04	
Stdabw.					4,56	3,56			9,38	3,26	

Tab. 113: Ergebnisse der Anwendung der klassischen CHI-Heuristik (Modus B) auf die TSP der Gruppe II (35 Probleme aus der TSPLIB), Parametrisierungen (VAV-EAV) 8-9 und 8-10 ("Relative Insertion" - "Ratio Insertion", "Relative Insertion" - "Greatest Angle Insertion").

				VAV-EA	V: 9-7	Md.	В	VAV-EA	V: 9-8	Md.	В
TSP	n	OLN	OLC	CHIL	%> OLN	%> OLC	OZ	CHIL	%> OLN	%> OLC	OZ
EIL51	51	426	430	476	11,81	10,78	21	457	7,30	6,30	21
BERLIN52	52	7542	7544	8036	6,55	6,52	22	7625	1,10	1,07	22
ST70	70	675	678	716	6,07	5,62	57	710	5,24	4,79	57
EIL76	76	538	545	594	10,32	8,82	74	600	11,56	10,04	74
PR76	76	108159	108159	116443	7,66	7,66	75	113375	4,82	4,82	75
RAT99	99	1211		1252	3,39		161	1315	8,56		161
KR100A	100	21282	21285	22084	3,77	3,75	170	21739	2,15	2,13	169
KR100B	100	22141		23271	5,10		168	23280	5,14		168
KR100C	100	20749	20751	21350	2,90	2,89	171	20940	0,92	0,91	171
KR100D	100	21294	21294	21672	1,78	1,78	167	21884	2,77	2,77	167
KR100E	100	22068		22898	3,76		167	23001	4,23		167
RD100	100	7910	7910	8551	8,10	8,09	172	8550	8,09	8,08	172
EIL101	101	629	642	681	8,22	5,98	176	705	12,09	9,77	176
LIN105	105	14379	14383	15468	7,58	7,55	193	15711	9,26	9,23	194
PR107	107	44303		46045	3,93		180	50061	13,00		180
PR124	124	59030		61243	3,75		214	60222	2,02		214
BIER127	127	118282		124146	4,96		351	137748	16,46		350
CH130	130	6110	6111	6491	6,24	6,23	362	6620	8,34	8,33	363
PR136	136	96772		102714	6,14		399	104418	7,90		400
PR144	144	58537		61742	5,48		499	61673	5,36		499
CH150	150	6528	6532	6975	6,85	6,78	575	6999	7,21	7,14	574
KR150A	150	26524		29450	11,03		574	29008	9,36		574
KR150B	150	26130		27628	5,73		582	27258	4,32		582
PR152	152	73682		78448	6,47		598	80480	9,23		598
U159	159	42080		48303	14,79		678	43620	3,66		678
RAT195	195	2323		2589	11,46		1257	2566	10,44		1257
D198	198	15780		16590	5,13		1294	17505	10,93		-
KR200A	200	29368		31675	7,86		1382	31719	8,00		1380
KR200B	200	29437		31946	8,52		1363	31623	7,43		1364
PR226	226	80369		85070	5,85		1281	85563	6,46		1280
GIL262	262	2378		2600	9,35		3092	2674	12,44		3093
PR264	264	49135		54746	11,42		3070	58726	19,52		3076
A280	280	2579	2587	2815	9,16	8,84	3462	2883	11,77	11,43	3459
PR299	299	48191		51852	7,60		4512	52571	9,09		4504
LIN318	318	42029		46222	9,82		5473	48080	14,23		5478
Anzahl					35	14			35	14	
Maximum					14,79	10,78			19,52	11,43	
Minimum					1,78	1,78			0,92	0,91	
Mittelwert					7,10	6,52			8,01	6,20	
Stdabw.					2,93	2,45			4,31	3,50	

Tab. 114: Ergebnisse der Anwendung der klassischen CHI-Heuristik (Modus B) auf die TSP der Gruppe II (35 Probleme aus der TSPLIB), Parametrisierungen (VAV-EAV) 9-7 und 9-8 ("Ratio Insertion" - "Cheapest Insertion", "Ratio Insertion" - "Relative Insertion").

				VAV-EA	V: 9-9	Md.	В	VAV-EA	V: 9-10	Md.	В
TSP	n	OLN	OLC	CHIL	%> OLN	%> OLC	OZ	CHIL	%> OLN	%> OLC	OZ
EIL51	51	426	430	466	9,45	8,44	22	454	6,67	5,68	21
BERLIN52	52	7542	7544	8051	6,75	6,72	23	7725	2,43	2,40	22
ST70	70	675	678	708	4,89	4,44	58	714	5,78	5,33	58
EIL76	76	538	545	602	11,91	10,40	75	591	9,93	8,44	74
PR76	76	108159	108159	115719	6,99	6,99	76	110594	2,25	2,25	76
RAT99	99	1211		1268	4,69		163	1282	5,84		162
KR100A	100	21282	21285	22084	3,77	3,75	171	21553	1,27	1,26	171
KR100B	100	22141		22488	1,57		170	22648	2,29		170
KR100C	100	20749	20751	21350	2,90	2,89	173	21133	1,85	1,84	172
KR100D	100	21294	21294	21672	1,78	1,78	169	22392	5,16	5,16	169
KR100E	100	22068		23093	4,65		169	22466	1,80		169
RD100	100	7910	7910	8655	9,42	9,42	174	8356	5,64	5,64	173
EIL101	101	629	642	671	6,70	4,49	178	667	5,99	3,80	177
LIN105	105	14379	14383	15019	4,45	4,42	196	14724	2,40	2,37	195
PR107	107	44303		47229	6,60		182	49658	12,09		181
PR124	124	59030		61651	4,44		215	61860	4,79		215
BIER127	127	118282		126589	7,02		354	131629	11,28		353
CH130	130	6110	6111	6444	5,47	5,46	365	6683	9,38	9,36	364
PR136	136	96772		99047	2,35		403	100204	3,55		402
PR144	144	58537		61973	5,87		504	62459	6,70		502
CH150	150	6528	6532	6925	6,08	6,01	578	6792	4,04	3,97	576
KR150A	150	26524		28523	7,54		579	27572	3,95		577
KR150B	150	26130		27704	6,02		587	26789	2,52		585
PR152	152	73682		79203	7,49		603	78319	6,29		601
U159	159	42080		44877	6,65		683	44793	6,45		680
RAT195	195	2323		2559	10,18		1265	2519	8,46		1263
D198	198	15780		16737	6,07		1304	16585	5,10		1304
KR200A	200	29368		32156	9,49		1389	30967	5,44		1387
KR200B	200	29437		31992	8,68		1372	30794	4,61		1369
PR226	226	80369		84812	5,53		1285	86484	7,61		1281
GIL262	262	2378		2549	7,20		3109	2597	9,20		3102
PR264	264	49135		56210	14,40		3087	53875	9,65		3084
A280	280	2579	2587	2845	10,32	9,99	3468	2717	5,35	5,03	3460
PR299	299	48191		51522	6,91		4528	50288	4,35		4523
LIN318	318	42029		46886	11,39		5498	45497	8,09		5497
Anzahl					35	14			35	14	
Maximum					14,40	10,40			12,09	9,36	
Minimum					1,57	1,78			1,27	1,26	
Mittelwert					6,73	6,09			5,66	4,47	
Stdabw.					2,88	2,69			2,82	2,41	

Tab. 115: Ergebnisse der Anwendung der klassischen CHI-Heuristik (Modus B) auf die TSP der Gruppe II (35 Probleme aus der TSPLIB), Parametrisierungen (VAV-EAV) 9-9 und 9-10 ("Ratio Insertion" - "Ratio Insertion", "Ratio Insertion" - "Greatest Angle Insertion").

				VAV-EA	V: 10-7	Md.	В	VAV-EA	V: 10-8	Md.	В
TSP	n	OLN	OLC	CHIL	%> OLN	%> OLC	OZ	CHIL	%> OLN	%> OLC	OZ
EIL51	51	426	430	469	9,99	8,97	13	470	10,39	9,37	13
BERLIN52	52	7542	7544	7783	3,20	3,17	14	7625	1,10	1,07	14
ST70	70	675	678	743	10,03	9,56	34	740	9,63	9,16	34
EIL76	76	538	545	596	10,86	9,36	44	637	18,31	16,71	44
PR76	76	108159	108159	112828	4,32	4,32	45	118973	10,00	10,00	45
RAT99	99	1211		1283	5,91		96	1323	9,22		96
KR100A	100	21282	21285	23248	9,24	9,22	101	22472	5,59	5,58	101
KR100B	100	22141		23681	6,96		100	24392	10,17		100
KR100C	100	20749	20751	22068	6,36	6,35	102	22027	6,16	6,15	102
KR100D	100	21294	21294	23118	8,56	8,56	99	23030	8,15	8,15	99
KR100E	100	22068		23491	6,45		99	23251	5,36		100
RD100	100	7910	7910	8876	12,21	12,20	102	8647	9,32	9,31	102
EIL101	101	629	642	689	9,57	7,30	105	693	10,15	7,87	105
LIN105	105	14379	14383	15729	9,39	9,36	117	15374	6,92	6,89	117
PR107	107	44303		50771	14,60		111	52354	18,17		111
PR124	124	59030		64565	9,38		131	66889	13,31		131
BIER127	127	118282		132901	12,36		211	147170	24,42		211
CH130	130	6110	6111	6959	13,90	13,88	221	6904	12,99	12,97	221
PR136	136	96772		102582	6,00		246	108739	12,37		246
PR144	144	58537		67438	15,21		307	68089	16,32		307
CH150	150	6528	6532	7455	14,20	14,13	341	7129	9,21	9,14	341
KR150A	150	26524		28832	8,70		342	28580	7,75		342
KR150B	150	26130		29295	12,11		348	27755	6,22		348
PR152	152	73682		86501	17,40		359	87188	18,33		360
U159	159	42080		45678	8,55		415	47040	11,79		415
RAT195	195	2323		2593	11,62		755	2568	10,55		755
D198	198	15780		16581	5,08		787	17360	10,01		787
KR200A	200	29368		32321	10,05		827	32601	11,01		827
KR200B	200	29437		33836	14,94		814	33033	12,22		815
PR226	226	80369		87805	9,25		789	95719	19,10		789
GIL262	262	2378		2793	17,46		1858	2770	16,49		1859
PR264	264	49135		55251	12,45		1945	67725	37,83		1945
A280	280	2579	2587	2752	6,71	6,39	2213	3246	25,85	25,48	2213
PR299	299	48191		53031	10,04		2815	53439	10,89		2819
LIN318	318	42029		48251	14,64		-	49560	17,75		3401
Anzahl					35	14			35	14	
Maximum					17,46	14,13			37,83	25,48	
Minimum					3,20	3,17			1,10	1,07	
Mittelwert					10,22	8,77			12,66	9,85	
Stdabw.					3,64	3,20			6,91	5,73	

Tab. 116: Ergebnisse der Anwendung der klassischen CHI-Heuristik (Modus B) auf die TSP der Gruppe II (35 Probleme aus der TSPLIB), Parametrisierungen (VAV-EAV) 10-7 und 10-8 ("Greatest Angle Insertion" - "Cheapest Insertion", "Greatest Angle Insertion" - "Relative Insertion").

				VAV-EA	V: 10-9	Md	. B	VAV-EA	V: 10-1	0 Md	. B
TSP	n	OLN	OLC	CHIL	%> OLN	%> OLC	OZ	CHIL	%> OLN	%> OLC	OZ
EIL51	51	426	430	469	9,99	8,97	15	460	8,08	7,08	15
BERLIN52	52	7542	7544	7786	3,24	3,21	15	7725	2,43	2,40	15
ST70	70	675	678	743	10,03	9,56	42	739	9,54	9,07	42
EIL76	76	538	545	608	13,08	11,55	54	608	13,10	11,57	53
PR76	76	108159	108159	110891	2,53	2,53	_	132703	22,69	22,69	55
RAT99	99	1211		1291	6,57		117	1290	6,54		116
KR100A	100	21282	21285	22729	6,80	6,78	122	22524	5,84	5,82	122
KR100B	100	22141		23681	6,96		121	24201	9,30		121
KR100C	100	20749	20751	21586	4,03	4,02	123	22363	7,78	7,77	122
KR100D	100	21294	21294	23949	12,47	12,47	120	23637	11,00	11,00	120
KR100E	100	22068		23685	7,33		120	23523	6,59		120
RD100	100	7910	7910	8789	11,12	11,11	123	8692	9,88	9,88	122
EIL101	101	629	642	688	9,34	7,08	128	692	9,95	7,67	127
LIN105	105	14379	14383	15769	9,67	9,64	142	15288	6,32	6,29	141
PR107	107	44303		49319	11,32		134	50282	13,49		134
PR124	124	59030		64303	8,93		158	63537	7,64		157
BIER127	127	118282		132365	11,91		254	136727	15,59		254
CH130	130	6110	6111	7012	14,76	14,75	268	6862	12,32	12,30	267
PR136	136	96772		101570	4,96		295	103490	6,94		294
PR144	144	58537		67438	15,21		369	72950	24,62		368
CH150	150	6528	6532	7212	10,47	10,40	413	7098	8,74	8,67	412
KR150A	150	26524		28282	6,63		412	28837	8,72		411
KR150B	150	26130		28807	10,24		418	30606	17,13		417
PR152	152	73682		91191	23,76		432	87212	18,36		431
U159	159	42080		46447	10,38		499	48544	15,36		498
RAT195	195	2323		2602	12,01		907	2535	9,11		905
D198	198	15780		16836	6,69		946	17147	8,66		943
KR200A	200	29368		34168	16,35		992	33260	13,25		987
KR200B	200	29437		33231	12,89		978	32092	9,02		975
PR226	226	80369		89362	11,19		945	96088	19,56		944
GIL262	262	2378		2784	17,09		2227	2790	17,32		2221
PR264	264	49135		55090	12,12		2277	63666	29,57		2325
A280	280	2579	2587	2865	11,07	10,74	2536	2929	13,59	13,25	2597
PR299	299	48191		51899	7,69		3296	54713	13,53		3290
LIN318	318	42029		47938	13,89		4071	47155	12,03		4062
Anzahl					35	14			35	14	
Maximum					23,76	14,75			29,57	22,69	
Minimum					2,53	2,53			2,43	2,40	
Mittelwert					10,36	8,77			12,10	9,68	
Stdabw.					4,24	3,61			5,79	4,72	

Tab. 117: Ergebnisse der Anwendung der klassischen CHI-Heuristik (Modus B) auf die TSP der Gruppe II (35 Probleme aus der TSPLIB), Parametrisierungen (VAV-EAV) 10-9 und 10-10 ("Greatest Angle Insertion" - "Ratio Insertion", "Greatest Angle Insertion" - "Greatest Angle Insertion").

Anhang 12: Ergebnisse der Approximation der Laufzeit der klassischen "Convex Hull Insertion"-Heuristik durch eine kubische Funktion in Abhängigkeit von der Problemgröße im Rahmen einer Regressionsanalyse (SPSS-Output)

Im Abschnitt 5.3.1.2 dieser Arbeit wurden die von der klassischen "Convex Hull Insertion"-Heuristik in der Parametrisierung Modus B, VAV-EAV: 7-10, benötigten Rechenzeiten (OZ) für die Lösung von 35 TSP der Gruppe II aus der TSPLIB REINELTS (1990a, 1991a, 1991d, 1995) (vgl. mit einem Ausweis der konkreten TSP und den realisierten Rechenzeiten Anhang 11) im Rahmen einer Regressionsanalyse durch eine kubische Funktion (ohne Konstante) approximiert. Die nachstehende Abb. 110 gibt den zugehörigen SPSS-Output wieder. Dabei stellt n die unabhängige Variable als die Anzahl der Städte des jeweiligen TSP und OZ die abhängige Variable als die benötigte Rechenzeit in Sekunden dar.

Dependent var	iable OZ	M	ethod CUBIC	C	
Listwise Dele	tion of Missing	g Data			
Multiple R	,99792				
R Square	,99584				
Adjusted R Sq	uare ,99545				
Standard Erro	r 17,43899				
А	nalysis of Vari	ance:			
	DF Sum of S	Squares 1	Mean Square		
Regression	3 233	31542,2	777180,74		
Residuals		9731,8			
F = 2555,5	2196 Sign	nif F = ,000	0		
	Variabl	es in the Eq	uation		
Variable	В	SE B	Beta	Т	Sig T
N	,157614	,152114	,100046	1,036	,3079
N**2		,001602			
N**3	3,15444012E-05	3,8355E-06	1,196942	8,224	,0000
Notes:					
* Equation w	as estimated wi	thout the co	nstant term;	Rsq is r	edefined

Abb. 110: Ergebnisse einer Approximation der Entwicklung der Rechenzeiten (OZ) der klassischen CHI-Heuristik durch eine kubische Funktion (ohne Konstante) in Abhängigkeit von der Problemgröße (*n*) im Rahmen einer Regressionsanalyse (SPSS-Output) für 35 TSP der Gruppe II aus der TSPLIB (Parametrisierung: Modus B, VAV-EAV: 7-10).

Anhang 13: Rechenzeiten der um die Nutzung von Voronoi-/Delaunay-Strukturen erweiterten "Convex Hull Insertion"-Heuristik mit Tripelaktualisierung, Variante I, bei verschiedenen Parametrisierungen

Im Abschnitt 5.3.1.4 dieser Arbeit wurden Konzept, Implementierung und Evaluation einer um die Nutzung der aus Voronoi-/Delaunay-Strukturen (VD-Strukturen) abgeleiteten Nachbarschaften erweiterten "Convex Hull Insertion"-Heuristik mit Tripelaktualisierung (CHI-TA) in einer ersten Variante (CHI-TA VD1) vorgestellt. Die nachstehenden Tab. 118 bis 120 geben die für diese Heuristik in Anwendung auf 41 euklidische, zweidimensionale TSP aus der TSPLIB REINELTs (1990a, 1991a, 1991d, 1995) im Vergleich zur unmodifizierten CHI-TA-Heuristik realisierten Rechenzeiten in Sekunden (OZ) wieder (vgl. zur dabei eingesetzten Hard- und Software Abschnitt 5.3.1.2). Dabei stammen 35 der untersuchten Probleme aus der hier gebildeten Gruppe II, während 6 Probleme einen Teil der Gruppe III darstellen (vgl. zu den hier gebildeten TSP-Gruppen auch Abschnitt 2.4). Ein horizontal durch die Tabelle geführter Strich trennt dabei die TSP aus den beiden unterschiedlichen Gruppen. Die Berechnungen wurden unter der allgemeinen Parametrisierung Modus B, VAV - EAV: 7-10 (Vorauswahlverfahren "Cheapest Insertion", Endauswahlverfahren "Greatest Angle Insertion") durchgeführt (vgl. entsprechend die Abschnitte 5.3.1.1 und 5.3.1.2). Der für die Nutzung der VD-Strukturen spezifische Parameter "Nachbarschaftsgrad" (g) wurde zwischen eins und drei variiert.

In den beiden linken Spalten einer jeden Tabelle werden zunächst der Name des jeweiligen TSP und seine Größe in Städten (n) wiedergegeben. Sodann werden in den nächsten vier Spalten die Rechenzeiten für die unmodifizierte CHI-TA-Heuristik präsentiert. Dabei gibt die Spalte "Ges." die gesamte benötigte Rechenzeit in Sekunden wieder. Diese wird folgend in ihre Komponenten, die für Vollprüfungen (VP) sowie die für Teilprüfungen (TP) erforderliche Rechenzeit, aufgespalten. Als eine Residualgröße verbleibt die sogenannte Restzeit (RZ), die keinem konkreten Berechnungsvorgang innerhalb des Algorithmus zugeordnet wird.

Die verbleibenden fünf bzw. acht Spalten geben nunmehr die entsprechend mittels der CHI-TA VD1-Heuristik realisierten Rechenzeiten (je nach Tabelle mit unterschiedlichem Nachbarschaftsgrad g) an. Wiederum werden unter "Ges." die gesamte Rechenzeit sowie unter VP, TP und RZ die oben bereits erörterten Komponenten in Sekunden ausgewiesen. Für VP und TP wird darüber hinaus berechnet, wieviel Prozent der von der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik für die jeweilige Komponente benötigten Rechenzeit sie ausmachen. Eine hier neu auftauchende Komponente ist die für die Bestimmung der Nachbarschaftsstrukturen aus den VD-Strukturen verbrauchte Rechenzeit (NBS).

Für sämtliche ausgewiesenen Rechenzeiten der CHI-TA VD1-Heuristik gilt (wie oben im Abschnitt 5.3.1.4), daß sie die für die Berechnung der VD-Strukturen erforderlichen Operationszeiten nicht enthalten.

		CHI-TA, Modus B, Parametrisierung 7-10: Md. B, Parametrisierung 7-10, $g = 1$, Operations-							te I,				
		Paran	netrisie	erung 7	7-10:	Md.	B, Para	ametris	ierung	7-10,	g = 1,	Operat	ions-
		Oper	ationsz	zeit in s	sec.:	zeit i	n sec.	sowie p	oroz. z	u CHI-	-TA un	modifi	ziert:
TSP	n	Ges.	VP	TP	RZ	Ges.	%	VP	%	TP	%	NBS	RZ
EIL51	51	1	0	0	1	0	0,0	0	-	0	-	0	0
BERLIN52	52	1	0	0	1	0	0,0	0	-	0	-	0	0
ST70	70	2	0	1	1	1	50,0	0	-	0	0,0	0	1
EIL76	76	2	1	1	0	1	50,0	0	0,0	0	0,0	0	1
PR76	76	3	1	1	1	1	33,3	0	0,0	0	0,0	0	1
RAT99	99	4	1	2	1	2	50,0	0	0,0	1	50,0	0	1
KR100A	100	5	2	2	1	2	40,0	0	0,0	1	50,0	0	1
KR100B	100	5	2	2	1	2	40,0	0	0,0	1	50,0	0	1
KR100C	100	4	1	2	1	2	50,0	0	0,0	1	50,0	0	1
KR100D	100	5	2	2	1	2	40,0	0	0,0	1	50,0	0	1
KR100E	100	4	2	2	0	2	50,0	0	0,0	1	50,0	0	1
RD100	100	5	2	2	1	2	40,0	0	0,0	1	50,0	0	1
EIL101	101	5	2	2	1	2	40,0	0	0,0	1	50,0	0	1
LIN105	105	6	3	2	1	2	33,3	0	0,0	1	50,0	0	1
PR107	107	3	1	1	1	1	33,3	0	0,0	1	100,0	0	0
PR124	124	7	5	1	1	2	28,6	0	0,0	0	0,0	0	2
BIER127	127	12	7	4	1	4	33,3	0	0,0	2	50,0	0	2
CH130	130	10	4	4	2	4	40,0	0	0,0	2	50,0	0	2
PR136	136	8	4	3	1	4	50,0	0	0,0	2	66,7	0	2
PR144	144	13	9	3	1	4	30,8	1	11,1	2	66,7	0	1
CH150	150	13	6	5	2	5	38,5	0	0,0	3	60,0	0	2
KR150A	150	12	5	5	2	5	41,7	0	0,0	3	60,0	0	2
KR150B	150	12	5	6	1	6	50,0	0	0,0	3	50,0	0	3
PR152	152	14	8	5	1	5	35,7	0	0,0	2	40,0	0	3
U159	159	12	7	4	1	4	33,3	0	0,0	2	50,0	0	2
RAT195	195	22	10	10	2	9	40,9	0	0,0	5	50,0	0	4
D198	198	27	15	10	2	10	37,0	0	0,0	5	50,0	0	5
KR200A	200	25	11	12	2	11	44,0	0	0,0	6	50,0	0	5
KR200B	200	24	11	11	2	10	41,7	0	0,0	6	54,5	0	4
PR226	226	32	25	6	1	7	21,9	2	8,0	3	50,0	0	2
GIL262	262	51	26	21	4	19	37,3	1	3,8	11	52,4	0	7
PR264	264	44	21	20	3	19	43,2	1	4,8	11	55,0	0	7
A280	280	56	35	18	3	17	30,4	1	2,9	10	55,6	0	6
PR299	299	65	36	25	4	24	36,9	2	5,6	14	56,0	0	8
LIN318	318	79	42	32	5	29	36,7	2	4,8	17	53,1	0	10
RD400	400	122	65	51	6	45	36,9	2	3,1	27	52,9	0	16
PR439	439	190	122	60	8	55	28,9	4	3,3	33	55,0	0	18
PCB442	442	167	106	55	6	52	31,1	4	3,8	30	54,5	0	18
D493	493	219	130	80	9	70	32,0	3	2,3	43	53,8	0	24
U574	574	282	161	108	13	97	34,4	5	3,1	59	54,6	0	33
RAT575	575	251	132	106	13	92	36,7	4	3,0	57	53,8	0	31

Tab. 118: Ergebnisse der Anwendung der CHI-TA-Heuristik (Modus B, Parametrisierung 7-10: "Cheapest Insertion - Greatest Angle Insertion") unter Nutzung von VD-Strukturen, Variante I, Nachbarschaftsgrad g=1 auf die TSP der Gruppen II und III (tw.) im Vergleich zur unmodifizierten CHI-TA-Heuristik, Wiedergabe der Komponenten der Rechenzeiten in Sekunden (OZ): Vollprüfungszeit (VP), Teilprüfungszeit (TP), Zeit für die Bestimmung der Nachbarschaftsstrukturen (NBS) sowie Restzeit (RZ).

		CHI-TA, Modus B, CHI-TA-Heuristik mit VD-Nutzung, Variant Parametrisierung 7-10: Md. B, Parametrisierung 7-10, <i>g</i> = 2, Operation								te I,			
		Paran	netrisie	erung 7	7-10:	Md. B	, Paran	netrisie	erung 7	7-10, g	=2,0	peratio	nszeit
		Oper	ationsz	zeit in s	sec.:	in	sec. sov	wie pro	oz. zu (CHI-T.	A unmo	odifizie	ert:
TSP	n	Ges.	VP	TP	RZ	Ges.	%	VP	%	TP	%	NBS	RZ
EIL51	51	1	0	0	1	0	0,0	0	1	0	-	0	0
BERLIN52	52	1	0	0	1	1	100,0	0	-	0	-	0	1
ST70	70	2	0	1	1	1	50,0	0	-	0	0,0	0	1
EIL76	76	2	1	1	0	1	50,0	0	0,0	0	0,0	0	1
PR76	76	3	1	1	1	2	66,7	0	0,0	0	0,0	0	2
RAT99	99	4	1	2	1	3	75,0	0	0,0	1	50,0	0	2
KR100A	100	5	2	2	1	3	60,0	0	0,0	1	50,0	0	2
KR100B	100	5	2	2	1	3	60,0	0	0,0	1	50,0	0	2
KR100C	100	4	1	2	1	3	75,0	0	0,0	1	50,0	0	2
KR100D	100	5	2	2	1	3	60,0	0	0,0	1	50,0	0	2
KR100E	100	4	2	2	0	3	75,0	0	0,0	1	50,0	0	2
RD100	100	5	2	2	1	3	60,0	0	0,0	1	50,0	0	2
EIL101	101	5	2	2	1	3	60,0	0	0,0	1	50,0	0	2
LIN105	105	6	3	2	1	3	50,0	0	0,0	1	50,0	0	2
PR107	107	3	1	1	1	2	66,7	0	0,0	1	100,0	0	1
PR124	124	7	5	1	1	3	42,9	1	20,0	0	0,0	0	2
BIER127	127	12	7	4	1	6	50,0	1	14,3	2	50,0	0	3
CH130	130	10	4	4	2	6	60,0	1	25,0	2	50,0	0	3
PR136	136	8	4	3	1	5	62,5	1	25,0	2	66,7	0	2
PR144	144	13	9	3	1	6	46,2	2	22,2	2	66,7	0	2
CH150	150	13	6	5	2	7	53,8	1	16,7	3	60,0	0	3
KR150A	150	12	5	5	2	7	58,3	1	20,0	3	60,0	0	3
KR150B	150	12	5	6	1	8	66,7	1	20,0	3	50,0	0	4
PR152	152	14	8	5	1	7	50,0	1	12,5	3	60,0	0	3
U159	159	12	7	4	1	6	50,0	1	14,3	2	50,0	0	3
RAT195	195	22	10	10	2	12	54,5	1	10,0	5	50,0	0	6
D198	198	27	15	10	2	13	48,1	2	13,3	6	60,0	0	5
KR200A	200	25	11	12	2	14	56,0	2	18,2	6	50,0	0	6
KR200B	200	24	11	11	2	13	54,2	2	18,2	6	54,5	0	5
PR226	226	32	25	6	1	13	40,6	6	24,0	3	50,0	0	4
GIL262	262	51	26	21	4	25	49,0	3	11,5	12	57,1	0	10
PR264	264	44	21	20	3	26	59,1	4	19,0	12	60,0	0	10
A280	280	56	35	18	3	24	42,9	4	11,4	10	55,6	0	10
PR299	299	65	36	25	4	32	49,2	5	13,9	14	56,0	0	13
LIN318	318	79	42	32	5	39	49,4	5	11,9	18	56,3	0	16
RD400	400	122	65	51	6	58	47,5	7	10,8	28	54,9	1	22
PR439	439	190	122	60 5.5	8	74	38,9	11	9,0	34	56,7	1	28
PCB442	442	167	106	55	6	71	42,5	13	12,3	31	56,4	1	26
D493	493 574	219	130	80	9	91	41,6	10	7,7	45	56,3	1	35
U574	574 575	282	161	108	13	124	44,0	16	9,9	60 50	55,6	1	47
RAT575	575	251	132	106	13	117	46,6	12	9,1	58	54,7	1	46

Tab. 119: Ergebnisse der Anwendung der CHI-TA-Heuristik (Modus B, Parametrisierung 7-10: "Cheapest Insertion - Greatest Angle Insertion") unter Nutzung von VD-Strukturen, Variante I, Nachbarschaftsgrad g=2 auf die TSP der Gruppen II und III (tw.) im Vergleich zur unmodifizierten CHI-TA-Heuristik, Wiedergabe der Komponenten der Rechenzeiten in Sekunden (OZ): Vollprüfungszeit (VP), Teilprüfungszeit (TP), Zeit für die Bestimmung der Nachbarschaftsstrukturen (NBS) sowie Restzeit (RZ).

		CHI-TA, Modus B, Parametrisierung 7-10: Md. B, Parametrisierung 7-10, $g = 3$, Operationszei									e I,		
		Paran	netrisie	erung 7	7-10:	Md.	B, Parai	netrisi	erung 7-	-10, g	= 3, Op	eration	szeit
		Oper	ationsz	zeit in	sec.:	in	sec. so	wie pr	oz. zu C	CHI-T	A unmo	difizie	rt:
TSP	n	Ges.	VP	TP	RZ	Ges.	%	VP	%	TP	%	NBS	RZ
EIL51	51	1	0	0	1	1	100,0	0	1	0	-	0	1
BERLIN52	52	1	0	0	1	1	100,0	0	-	0	-	0	1
ST70	70	2	0	1	1	2	100,0	0	-	0	0,0	0	2
EIL76	76	2	1	1	0	2	100,0	0	0,0	1	100,0	0	1
PR76	76	3	1	1	1	3	100,0	1	100,0	1	100,0	0	1
RAT99	99	4	1	2	1	4	100,0	0	0,0	1	50,0	0	3
KR100A	100	5	2	2	1	4	80,0	1	50,0	1	50,0	0	2
KR100B	100	5	2	2	1	4	80,0	1	50,0	1	50,0	0	2
KR100C	100	4	1	2	1	4	100,0	0	0,0	1	50,0	0	3
KR100D	100	5	2	2	1	4	80,0	1	50,0	1	50,0	0	2
KR100E	100	4	2	2	0	4	100,0	1	50,0	1	50,0	0	2
RD100	100	5	2	2	1	4	80,0	1	50,0	1	50,0	0	2
EIL101	101	5	2	2	1	4	80,0	1	50,0	1	50,0	0	2
LIN105	105	6	3	2	1	5	83,3	1	33,3	1	50,0	0	3
PR107	107	3	1	1	1	3	100,0	0	0,0	1	100,0	0	2
PR124	124	7	5	1	1	4	57,1	1	20,0	1	100,0	0	2
BIER127	127	12	7	4	1	8	66,7	2	28,6	3	75,0	0	3
CH130	130	10	4	4	2	8	80,0	2	50,0	3	75,0	0	3
PR136	136	8	4	3	1	7	87,5	1	25,0	2	66,7	0	4
PR144	144	13	9	3	1	10	76,9	4	44,4	2	66,7	0	4
CH150	150	13	6	5	2	10	76,9	2	33,3	3	60,0	0	5
KR150A	150	12	5	5	2	10	83,3	2	40,0	4	80,0	0	4
KR150B	150	12	5	6	1	11	91,7	2	40,0	4	66,7	0	5
PR152	152	14	8	5	1	10	71,4	3	37,5	3	60,0	0	4
U159	159	12	7	4	1	8	66,7	2	28,6	3	75,0	0	3
RAT195	195	22	10	10	2	16	72,7	3	30,0	6	60,0	0	7
D198	198	27	15	10	2	19	70,4	4	26,7	6	60,0	1	8
KR200A	200	25	11	12	2	19	76,0	3	27,3	7	58,3	1	8
KR200B	200	24	11	11	2	18	75,0	3	27,3	7	63,6	1	7
PR226	226	32	25	6	1	22	68,8	10	40,0	4	66,7	1	7
GIL262	262	51	26	21	4	34	66,7	6	23,1	13	61,9	1	14
PR264	264	44	21	20	3	35	79,5	6	28,6	13	65,0	1	15
A280	280	56	35	18	3	33	58,9	8	22,9	11	61,1	1	13
PR299	299	65	36	25	4	44	67,7	9	25,0	15	60,0	1	19
LIN318	318	79	42	32	5	52	65,8	10	23,8	19	59,4	1	22
RD400	400	122	65	51	6	80	65,6	12	18,5	30	58,8	2	36
PR439	439	190	122	60 55	8	104	54,7	20	16,4	35	58,3	2	47 45
PCB442	442	167	106	55 80	6	102	61,1	21	19,8	33	60,0	3 2	45 57
D493 U574	493 574	219	130		9	124	56,6	18	13,8	47 62	58,8	3	57
U574 RAT575	574 575	282	161	108	13	169	59,9	26	16,1	62	57,4 56.6		78 72
KA13/3	575	251	132	106	13	154	61,4	19	14,4	60	56,6	3	72

Tab. 120: Ergebnisse der Anwendung der CHI-TA-Heuristik (Modus B, Parametrisierung 7-10: "Cheapest Insertion - Greatest Angle Insertion") unter Nutzung von VD-Strukturen, Variante I, Nachbarschaftsgrad g=3 auf die TSP der Gruppen II und III (tw.) im Vergleich zur unmodifizierten CHI-TA-Heuristik, Wiedergabe der Komponenten der Rechenzeiten in Sekunden (OZ): Vollprüfungszeit (VP), Teilprüfungszeit (TP), Zeit für die Bestimmung der Nachbarschaftsstrukturen (NBS) sowie Restzeit (RZ).

Anhang 14: Ergebnisse der Approximation der Laufzeit der CHI-TA VD1-Heuristik durch eine kubische bzw. quadratische Funktion in Abhängigkeit von der Problemgröße im Rahmen einer Regressionsanalyse (SPSS-Output)

Im Abschnitt 5.3.1.4 dieser Arbeit wurden die von der "Convex Hull Insertion"-Heuristik mit Tripelaktualisierung unter Nutzung der Nachbarschaften in der Voronoi-/Delaunay-Struktur in der Variante I (CHI-TA VD1) mit der Parametrisierung Modus B, VAV-EAV: 7-10, Nachbarschaftsgrad g=3 benötigten Rechenzeiten (OZ) für die Lösung von 35 TSP der Gruppe II sowie 6 TSP der Gruppe III (teilweise) aus der TSPLIB REI-NELTs (1990a, 1991a, 1991d, 1995) (vgl. mit einem Ausweis der konkreten TSP und den realisierten Rechenzeiten Anhang 13) im Rahmen einer Regressionsanalyse durch eine kubische sowie eine quadratische Funktion (ohne Konstante) approximiert. Dabei ist zu beachten, daß die für die Berechnung der VD-Strukturen benötigten Rechenzeiten nicht in der OZ enthalten sind. - Die nachstehenden Abb. 111 und 112 geben den zugehörigen SPSS-Output wieder. Dabei stellt n die unabhängige Variable als die Anzahl der Städte des jeweiligen TSP und OZ die abhängige Variable als die benötigte Rechenzeit in Sekunden dar.

```
Dependent variable.. OZ
                               Method.. CUBIC
Listwise Deletion of Missing Data
Multiple R
               ,99875
Adjusted R Square ,99731
Standard France
Standard Error 2,63905
         Analysis of Variance:
            DF Sum of Squares Mean Square
Regression
Residuals
           3
38
                   105863,35 35287,782
264,65 6,965
F = 5066,75699 Signif F = ,0000
------ Variables in the Equation -----
                            SE B Beta T Sig T
Variable
               -,035148     ,009588   -,166952    -3,666  ,0008
          N
N**2
N**3 -2,50639709E-07 8,1828E-08 -,253246 -3,063 ,0040
Notes:
* Equation was estimated without the constant term; Rsq is redefined.
```

Abb. 111: Ergebnisse einer Approximation der Entwicklung der Rechenzeiten (OZ) der CHI-TA VD1-Heuristik durch eine kubische Funktion (ohne Konstante) in Abhängigkeit von der Problemgröße (*n*) im Rahmen einer Regressionsanalyse (SPSS-Output) für 35 TSP der Gruppe II sowie 6 TSP der Gruppe III (tw.) aus der TSPLIB (Parametrisierung: Modus B, VAV-EAV: 7-10, *g* = 3).

Dependent var	riable.	. OZ	1	Method QUAD	RATI	
Listwise Dele	tion c	f Missing D	ata			
Multiple R						
R Square		-				
Adjusted R So	-	-				
Standard Erro	r	2,90885				
Į.	nalysi	s of Varian	ce:			
	DF	Sum of Squ	ares	Mean Square		
Regression	2	10579	8,00	52899,002		
Residuals				8,461		
				·		
F = 6251,7	7880	Signif	F = ,000	00		
		- Variables	in the E	quation		
Variable		В	SE B	Beta	Т	Sig T
N		-,009240	,004976	-,043889	-1,857	,0709
N**2		,000519 1	,1799E-05	1,038944	43,952	,0000
Notes:						
		ما عالم المام عام سال	out the a	onstant term;	D =	

Abb. 112: Ergebnisse einer Approximation der Entwicklung der Rechenzeiten (OZ) der CHI-TA VD1-Heuristik durch eine quadratische Funktion (ohne Konstante) in Abhängigkeit von der Problemgröße (n) im Rahmen einer Regressionsanalyse (SPSS-Output) für 35 TSP der Gruppe II sowie 6 TSP der Gruppe III (tw.) aus der TSPLIB (Parametrisierung: Modus B, VAV-EAV: 7-10, g=3).

Anhang 15: Rechenzeiten und Lösungsqualitäten der um die Nutzung von Voronoi-/Delaunay-Strukturen erweiterten "Convex Hull Insertion"-Heuristik mit Tripelaktualisierung, Variante II, bei verschiedenen Parametrisierungen

Im Abschnitt 5.3.1.5 dieser Arbeit wurden Konzept, Implementierung und Evaluation einer um die Nutzung der aus Voronoi-/Delaunay-Strukturen (VD-Strukturen) abgeleiteten Nachbarschaften erweiterten "Convex Hull Insertion"-Heuristik mit Tripelaktualisierung (CHI-TA) in einer zweiten Variante (CHI-TA VD2) vorgestellt. Die nachstehenden Tab. 121 bis 138 geben die für diese Heuristik in Anwendung auf 41 euklidische, zweidimensionale TSP aus der TSPLIB REINELTs (1990a, 1991a, 1991d, 1995) im Vergleich zur unmodifizierten CHI-TA-Heuristik sowie zur um die Nutzung von aus den VD-Strukturen abgeleiteten Nachbarschaftsverhältnissen modifizierte CHI-TA Heuristik in der Variante I (CHI-TA VD1; vgl. auch Abschnitt 5.3.1.4 bzw. Anhang 13) realisierten Lösungsqualitäten (als %>OLN) sowie Rechenzeiten in Sekunden (OZ) wieder (vgl. zur dabei eingesetzten Hard- und Software Abschnitt 5.3.1.2). Dabei stammen 35 der untersuchten Probleme aus der hier gebildeten Gruppe II (Tab. 121 bis 129), während 6 Probleme einen Teil der Gruppe III darstellen (Tab. 130 bis 138; vgl. zu den hier gebildeten TSP-Gruppen auch Abschnitt 2.4). Die Berechnungen wurden unter der allgemeinen Parametrisierung Modus B, VAV - EAV: 7-10 (Vorauswahlverfahren "Cheapest Insertion", Endauswahlverfahren "Greatest Angle Insertion") durchgeführt (vgl. entsprechend die Abschnitte 5.3.1.1 und 5.3.1.2). Die beiden für die Nutzung der VD-Strukturen spezifischen Nachbarschaftsgrad-Parameter g_A und g_B wurden jeweils zwischen eins und drei variiert, womit sich insgesamt neun mögliche Parametrisierungen ergeben.

In den beiden linken Spalten einer jeden Tabelle werden zunächst der Name des jeweiligen TSP und seine Größe in Städten (n) wiedergegeben. Sodann werden in den nächsten beiden Spalten die realisierten Lösungsqualitäten (als %>OLN) und Rechenzeiten (unter Bezeichnung "OZ Gesamt" bzw. "OZ Ges." in Sekunden) für die unmodifizierte CHI-TA-Heuristik zum Vergleich präsentiert. Die nachfolgende Spalte weist die von CHI-TA VD1-Heuristik benötigten Rechenzeiten - gleichfalls zum Vergleich mit den Werten der folgenden Spalten - aus.

Die verbleibenden sechs bzw. sieben Spalten geben nunmehr die entsprechend mittels der CHI-TA VD2-Heuristik realisierten Lösungsqualitäten (als %>OLN) und Rechenzeiten (je nach Tabelle mit unterschiedlichen Nachbarschaftsgraden g_A und g_B) an. Für die gesamte Rechenzeit wird dabei auch das Verhältnis zur mit der CHI-TA VD1-Heuristik realisierten Rechenzeit prozentual angegeben. Die Rechenzeit wird in ihre Komponenten, die für Vollprüfungen (VP) sowie die für Teilprüfungen (TP) erforderliche Rechenzeit, aufgespalten. Weiterhin wird die für die Bestimmung der Nachbarschaftsstrukturen aus den VD-Strukturen verbrauchte Operationszeit (OZ NBS) als eine weitere Komponente präsentiert. Als eine Residualgröße verbleibt die sogenannte Restzeit (RZ), die keinem konkreten Berechnungsvorgang innerhalb des Algorithmus zugeordnet wird.

Für sämtliche ausgewiesenen Rechenzeiten der CHI-TA VD2-Heuristik gilt (wie oben im Abschnitt 5.3.1.5), daß sie die für die Berechnung der VD-Strukturen erforderlichen Operationszeiten nicht enthalten.

		CHI-TA	Md.	CHI-TA VD1,	CHI-TA-l	Heuris	tik mit V	D-Nu	tzung,	Variar	nte II,
		B, Par.		Md. B, Par. 7-			trisierung		_		
		(OZ in s	ec.):	10, g = 3 (OZ			Z gesamt	-	- 11	- D	
		`	ŕ	in sec.):	(D1 ausge				
			ΟZ	OZ			8	OZ			
TSP	n	%>OLN	Ges.	Gesamt	%>OLN	Ges.	%	VP	TP	NBS	RZ
EIL51	51	6,32	1	1	6,32	0	0,0%	0	0	0	0
BERLIN52	52	2,43	1	1	4,94	0	0,0%	0	0	0	0
ST70	70	5,34	2	2	5,34	0	0,0%	0	0	0	0
EIL76	76	7,90	2	2	7,90	1	50,0%	0	0	0	1
PR76	76	2,32	3	3	2,59	1	33,3%	0	0	0	1
RAT99	99	5,37	4	4	5,37	1	25,0%	0	0	0	1
KR100A	100	1,84	5	4	1,84	1	25,0%	0	0	0	1
KR100B	100	1,35	5	4	1,35	1	25,0%	0	0	0	1
KR100C	100	2,29	4	4	2,29	2	50,0%	0	0	0	2
KR100D	100	3,03	5	4	3,03	1	25,0%	0	0	0	1
KR100E	100	4,54	4	4	4,54	1	25,0%	0	0	0	1
RD100	100	4,39	5	4	4,48	1	25,0%	0	0	0	1
EIL101	101	6,54	5	4	6,54	1	25,0%	0	0	0	1
LIN105	105	2,40	6	5	3,87	1	20,0%	0	0	0	1
PR107	107	2,45	3	3	12,43	1	33,3%	0	0	0	1
PR124	124	4,03	7	4	4,03	1	25,0%	0	0	0	1
BIER127	127	5,57	12	8	6,56	2	25,0%	0	1	0	1
CH130	130	6,74	10	8	6,74	2	25,0%	0	1	0	1
PR136	136	4,43	8	7	5,60	2	28,6%	0	1	0	1
PR144	144	4,92	13	10	9,40	3	30,0%	1	1	0	1
CH150	150	5,30	13	10	5,30	3	30,0%	0	1	0	2
KR150A	150	4,16	12	10	4,16	4	40,0%	0	1	0	3
KR150B	150	4,13	12	11	4,13	4	36,4%	0	2	0	2
PR152	152	5,32	14	10	5,77	3	30,0%	0	1	0	2
U159	159	6,71	12	8	6,71	3	37,5%	0	1	0	2
RAT195	195	7,38	22	16	7,38	6	37,5%	1	2	0	3
D198	198	2,59	27	19	4,65	6	31,6%	1	3	0	2
KR200A	200	4,11	25	19	4,28	7	36,8%	1	3	0	3
KR200B	200		24	18	4,16	6	33,3%	1	3	0	2
PR226	226		32	22	7,54	6	27,3%	2	2	0	2
GIL262	262		51	34	4,79	10	29,4%	2	4	0	4
PR264	264	8,15	44	35	8,15	12	34,3%	2	5	0	5
A280	280	5,60	56	33	5,71	11	33,3%	2	5	0	4
PR299	299	5,33	65	44	5,24	14	31,8%	3	5	0	6
LIN318	318	8,57	79	52	8,28	15	28,8%	3	6	0	6
Mittelwert		4,83			5,47						
Stdabw.		1,95			2,22						
Maximum		8,57			12,43						
Minimum		1,35			1,35						

Tab. 121: Ergebnisse der Anwendung der CHI-TA-Heuristik (Modus B, Parametrisierung 7-10: "Cheapest Insertion - Greatest Angle Insertion") unter Nutzung von VD-Strukturen, Variante II, Nachbarschaftsgrade $g_A = 1$, $g_B = 1$ auf die TSP der Gruppe II im Vergleich zur unmodifizierten CHI-TA-Heuristik sowie zur CHI-TA VD1-Heuristik; Wiedergabe der Komponenten der Rechenzeiten in Sekunden (OZ): Vollprüfungszeit (VP), Teilprüfungszeit (TP), Zeit für die Bestimmung der Nachbarschaftsstrukturen (NBS) sowie Restzeit (RZ); außerdem Lösungsqualitäten als %>OLN.

		CHI-TA	, Md.	CHI-TA VD1,	CHI-TA-l	Heuris	tik mit V	D-Nu	tzung,	Variar	nte II,
		B, Par.		Md. B, Par. 7-			trisierung		<u> </u>		
		(OZ in s		10, g = 3 (OZ			Z gesamt	-	- 11	- D	
		`	,	in sec.):	(OZ III S		D1 ausge				111
			OZ	OZ		•	21 4438	OZ			
TSP	n	%>OLN	Ges.	Gesamt	%>OLN	Ges.	%	VP	TP	NBS	RZ
EIL51	51	6,32	1	1	6,32	0	0,0%	0	0	0	0
BERLIN52	52	2,43	1	1	2,43	0	0,0%	0	0	0	0
ST70	70	5,34	2	2	5,34	1	50,0%	0	0	0	1
EIL76	76	7,90	2	2	7,90	1	50,0%	0	0	0	1
PR76	76	2,32	3	3	2,32	1	33,3%	0	0	0	1
RAT99	99	5,37	4	4	5,37	2	50,0%	0	0	0	2
KR100A	100	1,84	5	4	1,84	2	50,0%	0	1	0	1
KR100B	100	1,35	5	4	1,35	2	50,0%	0	0	0	2
KR100C	100	2,29	4	4	2,29	2	50,0%	0	1	0	1
KR100D	100	3,03	5	4	3,03	2	50,0%	0	1	0	1
KR100E	100	4,54	4	4	4,54	2	50,0%	0	1	0	1
RD100	100	4,39	5	4	4,39	2	50,0%	0	1	0	1
EIL101	101	6,54	5	4	6,54	2	50,0%	0	0	0	2
LIN105	105	2,40	6	5	2,40	2	40,0%	0	0	0	2
PR107	107	2,45	3	3	2,45	1	33,3%	0	0	0	1
PR124	124	4,03	7	4	4,03	2	50,0%	0	0	0	2
BIER127	127	5,57	12	8	5,57	3	37,5%	0	1	0	2
CH130	130	6,74	10	8	6,74	3	37,5%	0	1	0	2
PR136	136	4,43	8	7	5,85	3	42,9%	0	1	0	2
PR144	144	4,92	13	10	4,92	5	50,0%	2	1	0	2
CH150	150	5,30	13	10	5,30	4	40,0%	1	1	0	2
KR150A	150	4,16	12	10	4,16	5	50,0%	1	2	0	2
KR150B	150	4,13	12	11	4,13	5	45,5%	1	2	0	2
PR152	152	5,32	14	10	5,32	4	40,0%	1	1	0	2
U159	159	6,71	12	8	6,71	4	50,0%	1	1	0	2
RAT195	195	7,38	22	16	7,38	7	43,8%	1	3	0	3
D198	198	2,59	27	19	2,59	8	42,1%	2	3	0	3
KR200A	200	4,11	25	19	4,11	8	42,1%	1	3	0	4
KR200B	200		24	18	5,12	8	44,4%	1	3	0	4
PR226	226		32	22	4,34	9	40,9%	4	2	0	3
GIL262	262		51	34	8,13	13	38,2%	2	4	0	7
PR264	264	8,15	44	35	8,15	15	42,9%	3	5	0	7
A280	280	5,60	56	33	5,60	15	45,5%	3	5	0	7
PR299	299	5,33	65	44	5,33	17	38,6%	4	6	0	7
LIN318	318	8,57	79	52	8,57	19	36,5%	4	6	0	9
Mittelwert		4,83			4,87						
Stdabw.		1,95			1,95						
Maximum		8,57			8,57						
Minimum		1,35			1,35						

Tab. 122: Ergebnisse der Anwendung der CHI-TA-Heuristik (Modus B, Parametrisierung 7-10: "Cheapest Insertion - Greatest Angle Insertion") unter Nutzung von VD-Strukturen, Variante II, Nachbarschaftsgrade $g_A = 1$, $g_B = 2$ auf die TSP der Gruppe II im Vergleich zur unmodifizierten CHI-TA-Heuristik sowie zur CHI-TA VD1-Heuristik; Wiedergabe der Komponenten der Rechenzeiten in Sekunden (OZ): Vollprüfungszeit (VP), Teilprüfungszeit (TP), Zeit für die Bestimmung der Nachbarschaftsstrukturen (NBS) sowie Restzeit (RZ); außerdem Lösungsqualitäten als %>OLN.

		СНІ-ТА	, Md.	CHI-TA VD1,	CHI-TA-	Heuris	tik mit V	D-Nu	tzung,	Variar	nte II,
		B, Par.	7-10	Md. B, Par. 7-	Md. B, F	Parame	etrisierung	g 7-10	$g_A =$	$=1, g_B$	= 3
		(OZ in s	sec.):	10, g = 3 (OZ)			Z gesamt				
				in sec.):	`		D1 ausge	•			
			ΟZ	OZ				OZ			
TSP	n	%>OLN	Ges.	Gesamt	%>OLN	Ges.	%	VP	TP	NBS	RZ
EIL51	51	6,32	1	1	6,32	0	0,0%	0	0	0	0
BERLIN52	52	2,43	1	1	2,43	1	100,0%	0	0	0	1
ST70	70	5,34	2	2	5,34	1	50,0%	0	0	0	1
EIL76	76	7,90	2	2	7,90	1	50,0%	0	0	0	1
PR76	76	2,32	3	3	2,32	2	66,7%	0	0	0	2
RAT99	99	5,37	4	4	5,37	2	50,0%	0	1	0	1
KR100A	100	1,84	5	4	1,84	3	75,0%	0	1	0	2
KR100B	100	1,35	5	4	1,35	3	75,0%	0	1	0	2
KR100C	100	2,29	4	4	2,29	3	75,0%	0	1	0	2
KR100D	100	3,03	5	4	3,03	3	75,0%	0	1	0	2
KR100E	100	4,54	4	4	4,54	3	75,0%	0	1	0	2
RD100	100	4,39	5	4	4,39	3	75,0%	0	1	0	2
EIL101	101	6,54	5	4	6,54	3	75,0%	0	1	0	2
LIN105	105	2,40	6	5	2,40	3	60,0%	1	1	0	1
PR107	107	2,45	3	3	2,45	2	66,7%	0	1	0	1
PR124	124	4,03	7	4	4,03	3	75,0%	1	0	0	2
BIER127	127	5,57	12	8	5,57	4	50,0%	1	1	0	2
CH130	130	6,74	10	8	6,74	4	50,0%	1	1	0	2
PR136	136	4,43	8	7	5,85	4	57,1%	1	1	0	2
PR144	144	4,92	13	10	4,92	7	70,0%	3	1	0	3
CH150	150	5,30	13	10	5,30	5	50,0%	1	1	0	3
KR150A	150	4,16	12	10	4,16	6	60,0%	1	2	0	3
KR150B	150	4,13	12	11	4,13	6	54,5%	1	2	0	3
PR152	152	5,32	14	10	5,32	6	60,0%	2	1	0	3
U159	159	6,71	12	8	6,71	5	62,5%	1	1	0	3
RAT195	195	7,38	22	16	7,38	9	56,3%	2	3	0	4
D198	198	2,59	27	19	2,59	10	52,6%	2	3	1	4
KR200A	200	4,11	25	19	4,11	11	57,9%	2	3	1	5
	200		24	18	5,12	10	55,6%	2	3	1	4
PR226	226		32	22	4,34	15	68,2%	7	2	1	5
GIL262	262	8,13	51	34	8,13	16	47,1%	3	5	1	7
PR264	264	8,15	44	35	8,15	19	54,3%	4	6	1	8
A280	280	5,60	56	33	5,60	18	54,5%	4	6	1	7
PR299	299	5,33	65	44	5,33	22	50,0%	5	6	1	10
LIN318	318		79	52	8,57	24	46,2%	6	7	1	10
Mittelwert		4,83			4,87						
Stdabw.		1,95			1,95						
Maximum		8,57			8,57						
Minimum		1,35			1,35						

Tab. 123: Ergebnisse der Anwendung der CHI-TA-Heuristik (Modus B, Parametrisierung 7-10: "Cheapest Insertion - Greatest Angle Insertion") unter Nutzung von VD-Strukturen, Variante II, Nachbarschaftsgrade $g_A = 1$, $g_B = 3$ auf die TSP der Gruppe II im Vergleich zur unmodifizierten CHI-TA-Heuristik sowie zur CHI-TA VD1-Heuristik; Wiedergabe der Komponenten der Rechenzeiten in Sekunden (OZ): Vollprüfungszeit (VP), Teilprüfungszeit (TP), Zeit für die Bestimmung der Nachbarschaftsstrukturen (NBS) sowie Restzeit (RZ); außerdem Lösungsqualitäten als %>OLN.

		CHI-TA	Md.	CHI-TA VD1,	CHI-TA-l	Heuris	tik mit V	D-Nu	zung,	Variar	ite II,
		B, Par.		Md. B, Par. 7-			trisierung				
		(OZ in s	ec.):	10, g = 3 (OZ			Z gesamt				
		,	ŕ	in sec.):	(D1 ausge				
			ΟZ	OZ			8	OZ			
TSP	n	%>OLN	Ges.	Gesamt	%>OLN	Ges.	%	VP	TP	NBS	RZ
EIL51	51	6,32	1	1	6,32	0	0,0%	0	0	0	0
BERLIN52	52	2,43	1	1	4,94	0	0,0%	0	0	0	0
ST70	70	5,34	2	2	5,34	1	50,0%	0	0	0	1
EIL76	76	7,90	2	2	7,90	1	50,0%	0	0	0	1
PR76	76	2,32	3	3	2,59	1	33,3%	0	0	0	1
RAT99	99	5,37	4	4	5,37	2	50,0%	0	1	0	1
KR100A	100	1,84	5	4	1,84	2	50,0%	0	1	0	1
KR100B	100	1,35	5	4	1,35	2	50,0%	0	1	0	1
KR100C	100	2,29	4	4	2,29	2	50,0%	0	1	0	1
KR100D	100	3,03	5	4	3,03	2	50,0%	0	1	0	1
KR100E	100	4,54	4	4	4,54	2	50,0%	0	1	0	1
RD100	100	4,39	5	4	4,48	2	50,0%	0	1	0	1
EIL101	101	6,54	5	4	6,54	2	50,0%	0	1	0	1
LIN105	105	2,40	6	5	3,87	2	40,0%	0	1	0	1
PR107	107	2,45	3	3	12,43	1	33,3%	0	1	0	0
PR124	124	4,03	7	4	4,03	2	50,0%	0	0	0	2
BIER127	127	5,57	12	8	6,56	3	37,5%	0	1	0	2
CH130	130	6,74	10	8	6,74	4	50,0%	0	2	0	2
PR136	136	4,43	8	7	5,60	3	42,9%	0	2	0	1
PR144	144	4,92	13	10	9,40	4	40,0%	1	2	0	1
CH150	150	5,30	13	10	5,30	5	50,0%	0	2	0	3
KR150A	150	4,16	12	10	4,16	5	50,0%	0	3	0	2
KR150B	150	4,13	12	11	4,13	5	45,5%	0	3	0	2
PR152	152	5,32	14	10	5,77	4	40,0%	0	2	0	2
U159	159	6,71	12	8	6,71	4	50,0%	0	2	0	2
RAT195	195	7,38	22	16	7,38	8	50,0%	0	4	0	4
D198	198	2,59	27	19	4,65	9	47,4%	1	4	0	4
KR200A	200	4,11	25	19	4,28	10	52,6%	1	5	0	4
KR200B	200		24	18	4,16	9	50,0%	0	5	0	4
PR226	226		32	22	7,54	8	36,4%	2	3	0	3
GIL262	262		51	34	4,79	15	44,1%	1	7	0	7
PR264	264	8,15	44	35	8,15	16	45,7%	2	8	0	6
A280	280	5,60	56	33	5,71	16	48,5%	1	8	0	7
PR299	299	5,33	65	44	5,24	20	45,5%	2	10	0	8
LIN318	318	8,57	79	52	8,28	22	42,3%	2	11	0	9
Mittelwert		4,83			5,47						
Stdabw.		1,95			2,22						
Maximum		8,57			12,43						
Minimum		1,35			1,35						

Tab. 124: Ergebnisse der Anwendung der CHI-TA-Heuristik (Modus B, Parametrisierung 7-10: "Cheapest Insertion - Greatest Angle Insertion") unter Nutzung von VD-Strukturen, Variante II, Nachbarschaftsgrade $g_A = 2$, $g_B = 1$ auf die TSP der Gruppe II im Vergleich zur unmodifizierten CHI-TA-Heuristik sowie zur CHI-TA VD1-Heuristik; Wiedergabe der Komponenten der Rechenzeiten in Sekunden (OZ): Vollprüfungszeit (VP), Teilprüfungszeit (TP), Zeit für die Bestimmung der Nachbarschaftsstrukturen (NBS) sowie Restzeit (RZ); außerdem Lösungsqualitäten als %>OLN.

					CHI-TA-	Heuris	tik mit V	D-Nu	tzung,	Variar	ite II,
		B, Par.	7-10	Md. B, Par. 7-	Md. B, F	arame	etrisierung	g 7-10	$g_A =$	$=2, g_B$	= 2
		(OZ in s	ec.):	10, g = 3 (OZ)			Z gesamt				
				in sec.):	,		D1 ausge				
			ΟZ	OZ				OZ			
TSP	n	%>OLN	Ges.	Gesamt	%>OLN	Ges.	%	VP	TP	NBS	RZ
EIL51	51	6,32	1	1	6,32	0	0,0%	0	0	0	0
BERLIN52	52	2,43	1	1	2,43	1	100,0%	0	0	0	1
ST70	70	5,34	2	2	5,34	1	50,0%	0	0	0	1
EIL76	76	7,90	2	2	7,90	1	50,0%	0	0	0	1
PR76	76	2,32	3	3	2,32	2	66,7%	0	0	0	2
RAT99	99	5,37	4	4	5,37	3	75,0%	0	1	0	2
KR100A	100	1,84	5	4	1,84	3	75,0%	0	1	0	2
KR100B	100	1,35	5	4	1,35	3	75,0%	0	1	0	2
KR100C	100	2,29	4	4	2,29	3	75,0%	0	1	0	2
KR100D	100	3,03	5	4	3,03	3	75,0%	0	1	0	2
KR100E	100	4,54	4	4	4,54	3	75,0%	0	1	0	2
RD100	100	4,39	5	4	4,39	3	75,0%	0	1	0	2
EIL101	101	6,54	5	4	6,54	3	75,0%	0	1	0	2
LIN105	105	2,40	6	5	2,40	3	60,0%	0	1	0	2
PR107	107	2,45	3	3	2,45	2	66,7%	0	1	0	1
PR124	124	4,03	7	4	4,03	3	75,0%	1	1	0	1
BIER127	127	5,57	12	8	5,57	5	62,5%	1	1	0	3
CH130	130	-	10	8	6,74	5	62,5%	1	2	0	2
PR136	136	4,43	8	7	4,43	5	71,4%	1	2	0	2
PR144	144	4,92	13	10	4,92	6	60,0%	2	2	0	2
CH150	150	5,30	13	10	5,30	6	60,0%	1	2	0	3
KR150A	150	4,16	12	10	4,16	7	70,0%	1	3	0	3
KR150B	150	4,13	12	11	4,13	7	63,6%	1	3	0	3
PR152	152	5,32	14	10	5,32	6	60,0%	1	2	0	3
U159	159	6,71	12	8	6,71	6	75,0%	1	2	0	3
RAT195	195	7,38	22	16	7,38	10	62,5%	2	4	0	4
D198	198	2,59	27	19	4,65	12	63,2%	2	5	0	5
KR200A	200	4,11	25	19	4,11	13	68,4%	2	5	0	6
KR200B	200	- 9	24	18	5,12	12	66,7%	2	5	0	5
PR226	226		32	22	4,34	14	63,6%	6	3	0	5
GIL262	262	-	51	34	8,13	20	58,8%	4	8	0	8
PR264	264		44	35	8,15	22	62,9%	4	9	0	9
A280	280	-	56	33	5,60	22	66,7%	5	8	0	9
PR299	299	5,33	65	44	5,33	27	61,4%	6	11	0	10
LIN318	318		79	52	8,57	31	59,6%	6	12	0	13
Mittelwert		4,83			4,89						
Stdabw.		1,95			1,91						
Maximum		8,57			8,57						
Minimum		1,35			1,35						

Tab. 125: Ergebnisse der Anwendung der CHI-TA-Heuristik (Modus B, Parametrisierung 7-10: "Cheapest Insertion - Greatest Angle Insertion") unter Nutzung von VD-Strukturen, Variante II, Nachbarschaftsgrade $g_A = 2$, $g_B = 2$ auf die TSP der Gruppe II im Vergleich zur unmodifizierten CHI-TA-Heuristik sowie zur CHI-TA VD1-Heuristik; Wiedergabe der Komponenten der Rechenzeiten in Sekunden (OZ): Vollprüfungszeit (VP), Teilprüfungszeit (TP), Zeit für die Bestimmung der Nachbarschaftsstrukturen (NBS) sowie Restzeit (RZ); außerdem Lösungsqualitäten als %>OLN.

		CHI-TA	Md.	CHI-TA VD1,	CHI-TA-l	Heuris	tik mit V	D-Nu	tzung.	Variar	nte II,
		B, Par.		Md. B, Par. 7-			etrisierung				
		(OZ in s		10, g = 3 (OZ			Z gesamt			_	
		`	,	in sec.):	(OZ III S		/D1 ausge	•			111
			OZ	OZ			21 4438	OZ			
TSP	n	%>OLN	Ges.	Gesamt	%>OLN	Ges.	%	VP	TP	NBS	RZ
EIL51	51	6,32	1	1	6,32	1	100,0%	0	0	0	1
BERLIN52	52	2,43	1	1	2,43	1	100,0%	0	0	0	1
ST70	70	5,34	2	2	5,34	2	100,0%	0	0	0	2
EIL76	76	7,90	2	2	7,90	2	100,0%	0	0	0	2
PR76	76	2,32	3	3	2,32	3	100,0%	1	1	0	1
RAT99	99	5,37	4	4	5,37	4	100,0%	0	1	0	3
KR100A	100	1,84	5	4	1,84	4	100,0%	1	1	0	2
KR100B	100	1,35	5	4	1,35	4	100,0%	1	1	0	2
KR100C	100	2,29	4	4	2,29	4	100,0%	0	1	0	3
KR100D	100	3,03	5	4	3,03	4	100,0%	1	1	0	2
KR100E	100	4,54	4	4	4,54	4	100,0%	1	1	0	2
RD100	100	4,39	5	4	4,39	4	100,0%	0	1	0	3
EIL101	101	6,54	5	4	6,54	4	100,0%	1	1	0	2
LIN105	105	2,40	6	5	2,40	5	100,0%	1	1	0	3
PR107	107	2,45	3	3	2,45	3	100,0%	0	1	0	2
PR124	124	4,03	7	4	4,03	4	100,0%	1	1	0	2
BIER127	127	5,57	12	8	5,57	6	75,0%	2	2	0	2
CH130	130	6,74	10	8	6,74	7	87,5%	1	2	0	4
PR136	136	4,43	8	7	4,43	7	100,0%	1	2	0	4
PR144	144	4,92	13	10	4,92	10	100,0%	4	2	0	4
CH150	150	5,30	13	10	5,30	9	90,0%	2	3	0	4
KR150A	150	4,16	12	10	4,16	9	90,0%	2	3	0	4
KR150B	150	4,13	12	11	4,13	10	90,9%	2	3	0	5
PR152	152	5,32	14	10	5,32	9	90,0%	2	3	0	4
U159	159	6,71	12	8	6,71	8	100,0%	2	2	0	4
RAT195	195	7,38	22	16	7,38	13	81,3%	2	5	0	6
D198	198	2,59	27	19	2,59	17	89,5%	4	5	1	7
KR200A	200	4,11	25	19	4,11	17	89,5%	3	6	1	7
KR200B	200		24	18	5,12	16	88,9%	3	5	1	7
PR226	226		32	22	4,34	23	104,5%	10	4	1	8
GIL262	262		51	34	8,13	26	76,5%	5	9	1	11
PR264	264	8,15	44	35	8,15	29	82,9%	6	10	1	12
A280	280	5,60	56	33	5,60	29	87,9%	7	9	1	12
PR299	299	5,33	65	44	5,33	37	84,1%	9	12	1	15
LIN318	318	8,57	79	52	8,57	39	75,0%	9	13	1	16
Mittelwert 4.83			4,83								
Stdabw. 1,95				1,95							
Maximum		8,57			8,57						
Minimum		1,35			1,35						

Tab. 126: Ergebnisse der Anwendung der CHI-TA-Heuristik (Modus B, Parametrisierung 7-10: "Cheapest Insertion - Greatest Angle Insertion") unter Nutzung von VD-Strukturen, Variante II, Nachbarschaftsgrade $g_A = 2$, $g_B = 3$ auf die TSP der Gruppe II im Vergleich zur unmodifizierten CHI-TA-Heuristik sowie zur CHI-TA VD1-Heuristik; Wiedergabe der Komponenten der Rechenzeiten in Sekunden (OZ): Vollprüfungszeit (VP), Teilprüfungszeit (TP), Zeit für die Bestimmung der Nachbarschaftsstrukturen (NBS) sowie Restzeit (RZ); außerdem Lösungsqualitäten als %>OLN.

		CHI-TA	Md.	CHI-TA VD1,	CHI-TA-l	Heuris	tik mit V	D-Nu	tzung,	Variar	ite II,
		B, Par.		Md. B, Par. 7-			trisierung				
		(OZ in s	ec.):	10, g = 3 (OZ			Z gesamt				
		,	ŕ	in sec.):	(D1 ausge				
			ΟZ	OZ			8	OZ			
TSP	n	%>OLN	Ges.	Gesamt	%>OLN	Ges.	%	VP	TP	NBS	RZ
EIL51	51	6,32	1	1	6,32	0	0,0%	0	0	0	0
BERLIN52	52	2,43	1	1	4,94	0	0,0%	0	0	0	0
ST70	70	5,34	2	2	5,34	1	50,0%	0	0	0	1
EIL76	76	7,90	2	2	7,90	1	50,0%	0	0	0	1
PR76	76	2,32	3	3	2,59	1	33,3%	0	0	0	1
RAT99	99	5,37	4	4	5,37	2	50,0%	0	1	0	1
KR100A	100	1,84	5	4	1,84	2	50,0%	0	1	0	1
KR100B	100	1,35	5	4	1,35	2	50,0%	0	1	0	1
KR100C	100	2,29	4	4	2,29	2	50,0%	0	1	0	1
KR100D	100	3,03	5	4	3,03	2	50,0%	0	1	0	1
KR100E	100	4,54	4	4	4,54	2	50,0%	0	1	0	1
RD100	100	4,39	5	4	4,48	2	50,0%	0	1	0	1
EIL101	101	6,54	5	4	6,54	2	50,0%	0	1	0	1
LIN105	105	2,40	6	5	3,87	2	40,0%	0	1	0	1
PR107	107	2,45							0	0	
PR124	124	4,03	7	4	4,03	2	50,0%	0	1	0	1
BIER127	127	5,57	12	8	6,56	4	50,0%	0	2	0	2
CH130	130	6,74	10	8	6,74	4	50,0%	0	2	0	2
PR136	136	4,43	8	7	5,60	4	57,1%	0	2	0	2
PR144	144	4,92	13	10	9,40	4	40,0%	1	2	0	1
CH150	150	5,30	13	10	5,30	5	50,0%	0	3	0	2
KR150A	150	4,16	12	10	4,16	6	60,0%	0	3	0	3
KR150B	150	4,13	12	11	4,13	6	54,5%	0	3	0	3
PR152	152	5,32	14	10	5,77	5	50,0%	0	2	0	3
U159	159	6,71	12	8	6,71	4	50,0%	0	2	0	2
RAT195	195	7,38	22	16	7,38	9	56,3%	0	5	0	4
D198	198	2,59	27	19	4,65	10	52,6%	1	5	1	3
KR200A	200	4,11	25	19	4,28	11	57,9%	0	6	1	4
KR200B	200		24	18	4,16	10	55,6%	0	6	1	3
PR226	226		32	22	7,54	8	36,4%	2	3	1	2
GIL262	262		51	34	4,79	18	52,9%	1	10	1	6
PR264	264	8,15	44	35	8,15	19	54,3%	1	10	1	7
A280	280	5,60	56	33	5,71	18	54,5%	1	9	1	7
PR299	299	5,33	65	44	5,24	24	54,5%	2	13	1	8
LIN318	318	8,57	79	52	8,28	27	51,9%	2	15	1	9
Mittelwert 4,83				5,47							
Stdabw. 1,95				2,22							
Maximum	8,57			12,43							
Minimum		1,35			1,35						

Tab. 127: Ergebnisse der Anwendung der CHI-TA-Heuristik (Modus B, Parametrisierung 7-10: "Cheapest Insertion - Greatest Angle Insertion") unter Nutzung von VD-Strukturen, Variante II, Nachbarschaftsgrade $g_A = 3$, $g_B = 1$ auf die TSP der Gruppe II im Vergleich zur unmodifizierten CHI-TA-Heuristik sowie zur CHI-TA VD1-Heuristik; Wiedergabe der Komponenten der Rechenzeiten in Sekunden (OZ): Vollprüfungszeit (VP), Teilprüfungszeit (TP), Zeit für die Bestimmung der Nachbarschaftsstrukturen (NBS) sowie Restzeit (RZ); außerdem Lösungsqualitäten als %>OLN.

		CHI-TA	Md.	CHI-TA VD1,	CHI-TA-I	Heuris	tik mit V	D-Nu	tzung.	Variar	nte II.
		B, Par.		Md. B, Par. 7-			etrisierung				
		(OZ in s		10, g = 3 (OZ)			Z gesamt				
		(02 111 5		in sec.):	(OZ III st		/D1 ausge			Zu CIII	-111
			OZ	OZ		<u>'</u>	DI ausge	OZ			
TSP	n	%>OLN	Ges.	Gesamt	%>OLN	Ges.	%	VP	TP	NBS	RZ
EIL51	51	6,32	1	1	6,32	0	0,0%	0	0	0	0
BERLIN52	52	2,43	1	1	2,43	1	100,0%	0	0	0	1
ST70	70	5,34	2	2	5,34	1	50,0%	0	0	0	1
EIL76	76	7,90	2	2	7,90	2	100,0%	0	0	0	2
PR76	76	2,32	3	3	2,32	2	66,7%	0	1	0	1
RAT99	99	5,37	4	4	5,37	3	75,0%	0	1	0	2
KR100A	100	1,84	5	4	1,84	3	75,0%	0	1	0	2
KR100B	100	1,35	5	4	1,35	3	75,0%	0	1	0	2
KR100C	100	2,29	4	4	2,29	3	75,0%	0	1	0	2
KR100D	100	3,03	5	4	3,03	3	75,0%	0	1	0	2
KR100E	100	4,54	4	4	4,54	3	75,0%	0	1	0	2
RD100	100	4,39	5	4	4,39	3	75,0%	0	1	0	2
EIL101	101	6,54	5	4	6,54	3	75,0%	0	1	0	2
LIN105	105	2,40	6	5	2,40	3	60,0%	0	1	0	2
PR107	107	2,45	3	3	2,45	2	66,7%	0	1	0	1
PR124	124	4,03	7	4	4,03	3	75,0%	1	1	0	1
BIER127	127	5,57	12	8	5,57	5	62,5%	1	2	0	2
CH130	130	6,74	10	8	6,74	6	75,0%	1	2	0	3
PR136	136	4,43	8	7	4,43	5	71,4%	1	2	0	2
PR144	144	4,92	13	10	4,92	7	70,0%	2	2	0	3
CH150	150	5,30	13	10	5,30	7	70,0%	1	3	0	3
KR150A	150	4,16	12	10	4,16	8	80,0%	1	3	0	4
KR150B	150	4,13	12	11	4,13	8	72,7%	1	3	0	4
PR152	152	5,32	14	10	5,32	7	70,0%	1	3	0	3
U159	159	6,71	12	8	6,71	6	75,0%	1	2	0	3
RAT195	195	7,38	22	16	7,38	12	75,0%	1	5	0	6
D198	198	2,59	27	19	4,65	14	73,7%	2	6	1	5
KR200A	200	4,11	25	19	4,11	14	73,7%	2	6	1	5
KR200B	200	5,12	24	18	5,12	14	77,8%	2	6	1	5
PR226	226	4,34	32	22	4,34	14	63,6%	6	3	1	4
GIL262	262	8,13	51	34	8,13	23	67,6%	3	10	1	9
PR264	264	8,15	44	35	8,15	25	71,4%	4	11	1	9
A280	280	5,60	56	33	5,60	24	72,7%	4	10	1	9
PR299	299	5,33	65	44	5,33	32	72,7%	5	13	1	13
LIN318			52	8,57	36	69,2%	6	16	1	13	
Mittelwert 4,83				4,89							
Stdabw.		1,95			1,91						
Maximum		8,57			8,57						
Minimum		1,35			1,35						

Tab. 128: Ergebnisse der Anwendung der CHI-TA-Heuristik (Modus B, Parametrisierung 7-10: "Cheapest Insertion - Greatest Angle Insertion") unter Nutzung von VD-Strukturen, Variante II, Nachbarschaftsgrade $g_A = 3$, $g_B = 2$ auf die TSP der Gruppe II im Vergleich zur unmodifizierten CHI-TA-Heuristik sowie zur CHI-TA VD1-Heuristik; Wiedergabe der Komponenten der Rechenzeiten in Sekunden (OZ): Vollprüfungszeit (VP), Teilprüfungszeit (TP), Zeit für die Bestimmung der Nachbarschaftsstrukturen (NBS) sowie Restzeit (RZ); außerdem Lösungsqualitäten als %>OLN.

		CHI-TA	, Md.	CHI-TA VD1,	CHI-TA-	Heuris	tik mit V	D-Nu	tzung,	Variar	nte II,
		B, Par.	7-10	Md. B, Par. 7-	Md. B, F	Parame	etrisierung	g 7-10), g_A	$=3, g_R$	= 3
		(OZ in s	sec.):	10, g = 3 (OZ)			Z gesamt			_	
				in sec.):	`		/D1 ausge	•			
			ΟZ	OZ				OZ	_		
TSP	n	%>OLN	Ges.	Gesamt	%>OLN	Ges.	%	VP	TP	NBS	RZ
EIL51	51	6,32	1	1	6,32	1	100,0%	0	0	0	1
BERLIN52	52	2,43	1	1	2,43	1	100,0%	0	0	0	1
ST70	70	5,34	2	2	5,34	2	100,0%	0	0	0	2
EIL76	76	7,90	2	2	7,90	2	100,0%	0	1	0	1
PR76	76	2,32	3	3	2,32	3	100,0%	1	1	0	1
RAT99	99	5,37	4	4	5,37	4	100,0%	1	1	0	2
KR100A	100	1,84	5	4	1,84	4	100,0%	1	1	0	2
KR100B	100	1,35	5	4	1,35	4	100,0%	1	1	0	2
KR100C	100	2,29	4	4	2,29	4	100,0%	1	1	0	2
KR100D	100	3,03	5	4	3,03	4	100,0%	1	1	0	2
KR100E	100	4,54	4	4	4,54	4	100,0%	1	1	0	2
RD100	100	4,39	5	4	4,39	4	100,0%	1	1	0	2
EIL101	101	6,54	5	4	6,54	5	125,0%	1	1	0	3
LIN105	105	2,40	6	5	2,40	5	100,0%	1	1	0	3
PR107	107	2,45	3	3	2,45	3	100,0%	0	1	0	2
PR124	124	4,03	7	4	4,03	4	100,0%	2	1	0	1
BIER127	127	5,57	12	8	5,57	8	100,0%	2	2	0	4
CH130	130	6,74	10	8	6,74	8	100,0%	2	3	0	3
PR136	136	4,43	8	7	4,43	7	100,0%	1	2	0	4
PR144	144	4,92	13	10	4,92	11	110,0%	4	2	0	5
CH150	150	5,30	13	10	5,30	10	100,0%	2	3	0	5
KR150A	150	4,16	12	10	4,16	10	100,0%	2	4	0	4
KR150B	150	4,13	12	11	4,13	11	100,0%	2	4	0	5
PR152	152	5,32	14	10	5,32	10	100,0%	3	3	0	4
U159	159	6,71	12	8	6,71	8	100,0%	2	2	0	4
RAT195	195	7,38	22	16	7,38	16	100,0%	3	6	0	7
D198	198	2,59	27	19	2,59	19	100,0%	4	6	1	8
KR200A	200	4,11	25	19	4,11	20	105,3%	3	7	1	9
KR200B	200		24	18	5,12	18	100,0%	3	7	1	7
PR226	226		32	22	4,34	23	104,5%	11	4	1	7
GIL262	262	8,13	51	34	8,13	32	94,1%	6	11	1	14
PR264	264	8,15	44	35	8,15	35	100,0%	7	12	1	15
A280	280	5,60	56	33	5,60	33	100,0%	8	11	1	13
PR299	299	5,33	65	44	5,33	43	97,7%	10	14	1	18
LIN318	318 8,57 79		52	8,57	48	92,3%	10	17	1	20	
Mittelwert 4,83				4,83							
Stdabw. 1,95			1,95								
Maximum		8,57			8,57						
Minimum		1,35	<u> </u>		1,35						

Tab. 129: Ergebnisse der Anwendung der CHI-TA-Heuristik (Modus B, Parametrisierung 7-10: "Cheapest Insertion - Greatest Angle Insertion") unter Nutzung von VD-Strukturen, Variante II, Nachbarschaftsgrade $g_A = 3$, $g_B = 3$ auf die TSP der Gruppe II im Vergleich zur unmodifizierten CHI-TA-Heuristik sowie zur CHI-TA VD1-Heuristik; Wiedergabe der Komponenten der Rechenzeiten in Sekunden (OZ): Vollprüfungszeit (VP), Teilprüfungszeit (TP), Zeit für die Bestimmung der Nachbarschaftsstrukturen (NBS) sowie Restzeit (RZ); außerdem Lösungsqualitäten als %>OLN.

		CHI-TA	, Md.	CHI-TA VD1,	CHI-TA-	Heuris	tik mit V	D-Nu	tzung,	Variar	nte II,
		B, Par.	7-10	Md. B, Par. 7-	Md. B, I	Parame	etrisierung	g 7-10	$g_A =$	$=1, g_B$	= 1
		(OZ in s	sec.):	10, $g = 3$ (OZ	(OZ in s	ec.; Oz	Z gesamt	proze	ntual	zu CHI	-TA
				in sec.):		V	D1 ausge	ewiese	en):		
			ΟZ	OZ				ΟZ			
TSP	n	%>OLN	Ges.	Gesamt	%>OLN	Ges.	%	VP	TP	NBS	RZ
RD400	400	8,10	122	80	8,10	22	27,5%	4	9	0	9
PR439	439	7,03	190	104	7,18	28	26,9%	6	11	0	11
PCB442	442	11,70	167	102	9,63	28	27,5%	6	11	0	11
D493	493	7,66	219	124	7,58	33	26,6%	6	13	0	14
U574	574	8,16	282	169	7,66	46	27,2%	10	18	0	18
RAT575	575	10,05	251	154	10,01	45	29,2%	8	19	0	18
Mittelwert					8,36						
Stdabw.	Stdabw. 1,75				1,18						
Maximum 11,70				10,01							
Minimum	•				7,18						

Tab. 130: Ergebnisse der Anwendung der CHI-TA-Heuristik (Modus B, Parametrisierung 7-10: "Cheapest Insertion - Greatest Angle Insertion") unter Nutzung von VD-Strukturen, Variante II, Nachbarschaftsgrade $g_A = 1$, $g_B = 1$ auf die TSP der Gruppe III (tw.) im Vergleich zur unmodifizierten CHI-TA-Heuristik sowie zur CHI-TA VD1-Heuristik; Wiedergabe der Komponenten der Rechenzeiten in Sekunden (OZ): Vollprüfungszeit (VP), Teilprüfungszeit (TP), Zeit für die Bestimmung der Nachbarschaftsstrukturen (NBS) sowie Restzeit (RZ); außerdem Lösungsqualitäten als %>OLN.

		CHI-TA	, Md.	CHI-TA VD1,	CHI-TA-	Heuris	tik mit V	D-Nut	tzung,	Variar	nte II,
		B, Par.	7-10	Md. B, Par. 7-	Md. B, I	Parame	etrisierung	g 7-10	$g_A =$	$=1, g_B$	= 2
		(OZ in s	sec.):	10, g = 3 (OZ)	(OZ in s	ec.; Oz	Z gesamt	proze	ntual	zu CHI	-TA
				in sec.):		V	D1 ausge	ewiese	en):		
			ΟZ	OZ				ΟZ			
TSP	n	%>OLN	Ges.	Gesamt	%>OLN	Ges.	%	VP	TP	NBS	RZ
RD400	400	8,10	122	80	8,10	27	33,8%	5	10	1	11
PR439	439	7,03	190	104	7,95	35	33,7%	8	12	1	14
PCB442	442	11,70	167	102	9,63	36	35,3%	10	12	1	13
D493	493	7,66	219	124	7,66	39	31,5%	8	14	1	16
U574	574	8,16	282	169	8,53	54	32,0%	12	18	1	23
RAT575	575	10,05	251	154	10,05	52	33,8%	9	19	1	23
Mittelwert					8,65						
Stdabw.	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·				0,97						
Maximum	m 11,70			10,05							
Minimum		7,03			7,66						

Tab. 131: Ergebnisse der Anwendung der CHI-TA-Heuristik (Modus B, Parametrisierung 7-10: "Cheapest Insertion - Greatest Angle Insertion") unter Nutzung von VD-Strukturen, Variante II, Nachbarschaftsgrade $g_A = 1$, $g_B = 2$ auf die TSP der Gruppe III (tw.) im Vergleich zur unmodifizierten CHI-TA-Heuristik sowie zur CHI-TA VD1-Heuristik; Wiedergabe der Komponenten der Rechenzeiten in Sekunden (OZ): Vollprüfungszeit (VP), Teilprüfungszeit (TP), Zeit für die Bestimmung der Nachbarschaftsstrukturen (NBS) sowie Restzeit (RZ); außerdem Lösungsqualitäten als %>OLN.

		CHI-TA	, Md.	CHI-TA VD1,	CHI-TA-	Heuris	tik mit V	D-Nu	tzung,	Variar	nte II,
		B, Par.	7-10	Md. B, Par. 7-	Md. B, I	Parame	etrisierung	g 7-10	$g_A =$	$=1, g_B$	= 3
		(OZ in s	sec.):	10, $g = 3$ (OZ	(OZ in s	ec.; Oz	Z gesamt	proze	ntual	zu CHI	-TA
				in sec.):		V	D1 ausge	ewiese	en):		
			ΟZ	OZ				ΟZ			
TSP	n	%>OLN	Ges.	Gesamt	%>OLN	Ges.	%	VP	TP	NBS	RZ
RD400	400	8,10	122	80	8,10	34	42,5%	7	10	2	15
PR439	439	7,03	190	104	7,03	45	43,3%	11	13	2	19
PCB442	442	11,70	167	102	9,63	49	48,0%	13	13	3	20
D493	493	7,66	219	124	7,66	49	39,5%	10	15	2	22
U574	574	8,16	282	169	8,53	68	40,2%	15	20	3	30
RAT575	575	10,05	251	154	10,05	65	42,2%	11	20	3	31
Mittelwert					8,50						
Stdabw. 1,75					1,16						
Maximum	Maximum 11,70				10,05						
Minimum	I '				7,03						

Tab. 132: Ergebnisse der Anwendung der CHI-TA-Heuristik (Modus B, Parametrisierung 7-10: "Cheapest Insertion - Greatest Angle Insertion") unter Nutzung von VD-Strukturen, Variante II, Nachbarschaftsgrade $g_A = 1$, $g_B = 3$ auf die TSP der Gruppe III (tw.) im Vergleich zur unmodifizierten CHI-TA-Heuristik sowie zur CHI-TA VD1-Heuristik; Wiedergabe der Komponenten der Rechenzeiten in Sekunden (OZ): Vollprüfungszeit (VP), Teilprüfungszeit (TP), Zeit für die Bestimmung der Nachbarschaftsstrukturen (NBS) sowie Restzeit (RZ); außerdem Lösungsqualitäten als %>OLN.

		CHI-TA	, Md.	CHI-TA VD1,	CHI-TA-	Heuris	tik mit V	D-Nu	tzung,						
		B, Par.	7-10	Md. B, Par. 7-	Md. B, F	Parame	etrisierung	g 7-10	$g_A =$	$=2, g_B$	= 1				
		(OZ in s	sec.):	10, g = 3 (OZ)	(OZ in so	ec.; O	Z gesamt	proze	ntual	zu CHI	-TA				
				in sec.):		V	D1 ausge	ewiese	en):						
			ΟZ	OZ				OZ		1					
TSP	n	%>OLN	Ges.	Gesamt	%>OLN	Ges.	%	VP	TP	NBS	RZ				
RD400	400	8,10	122	80	8,10	32	40,0%	3	16	1	12				
PR439	439	7,03	190	104	7,18	40	38,5%	5	20	1	14				
PCB442	442	11,70	167	102	9,63	41	40,2%	5	20	1	15				
D493	493	7,66	219	124	7,58	46	37,1%	5	23	1	17				
U574	574	8,16	282	169	7,66	66	39,1%	8	33	1	24				
RAT575	575	10,05	251	154	10,01	64	41,6%	7	33	1	23				
Mittelwert		8,78			8,36										
Stdabw.	abw. 1,75				1,18										
Maximum	mum 11,70				10,01										
Minimum		7,03			7,18										

Tab. 133: Ergebnisse der Anwendung der CHI-TA-Heuristik (Modus B, Parametrisierung 7-10: "Cheapest Insertion - Greatest Angle Insertion") unter Nutzung von VD-Strukturen, Variante II, Nachbarschaftsgrade $g_A = 2$, $g_B = 1$ auf die TSP der Gruppe III (tw.) im Vergleich zur unmodifizierten CHI-TA-Heuristik sowie zur CHI-TA VD1-Heuristik; Wiedergabe der Komponenten der Rechenzeiten in Sekunden (OZ): Vollprüfungszeit (VP), Teilprüfungszeit (TP), Zeit für die Bestimmung der Nachbarschaftsstrukturen (NBS) sowie Restzeit (RZ); außerdem Lösungsqualitäten als %>OLN.

		CHI-TA	, Md.	CHI-TA VD1,	CHI-TA-	Heuris	tik mit V	D-Nu	tzung,	Variar	nte II,
		B, Par.	7-10	Md. B, Par. 7-	Md. B, I	Parame	etrisierung	g 7-10	$g_A =$	$=2, g_B$	= 2
		(OZ in s	sec.):	10, $g = 3$ (OZ	(OZ in s	ec.; Oz	Z gesamt	proze	ntual	zu CHI	-TA
				in sec.):		V	D1 ausge	ewiese	en):		
			ΟZ	OZ				ΟZ			
TSP	n	%>OLN	Ges.	Gesamt	%>OLN	Ges.	%	VP	TP	NBS	RZ
RD400	400	8,10	122	80	8,10	43	53,8%	8	17	1	17
PR439	439	7,03	190	104	7,95	55	52,9%	12	21	1	21
PCB442	442	11,70	167	102	11,70	58	56,9%	14	22	1	21
D493	493	7,66	219	124	7,66	62	50,0%	12	24	1	25
U574	574	8,16	282	169	8,16	87	51,5%	18	34	1	34
RAT575	575	10,05	251	154	10,05	83	53,9%	15	34	1	33
Mittelwert					8,94						
Stdabw.	Stdabw. 1,75				1,60						
Maximum 11,70				11,70							
Minimum	I				7,66						

Tab. 134: Ergebnisse der Anwendung der CHI-TA-Heuristik (Modus B, Parametrisierung 7-10: "Cheapest Insertion - Greatest Angle Insertion") unter Nutzung von VD-Strukturen, Variante II, Nachbarschaftsgrade $g_A = 2$, $g_B = 2$ auf die TSP der Gruppe III (tw.) im Vergleich zur unmodifizierten CHI-TA-Heuristik sowie zur CHI-TA VD1-Heuristik; Wiedergabe der Komponenten der Rechenzeiten in Sekunden (OZ): Vollprüfungszeit (VP), Teilprüfungszeit (TP), Zeit für die Bestimmung der Nachbarschaftsstrukturen (NBS) sowie Restzeit (RZ); außerdem Lösungsqualitäten als %>OLN.

		CHI-TA	, Md.	CHI-TA VD1,	CHI-TA-	Heuris	tik mit V	D-Nu	tzung,						
		B, Par.	7-10	Md. B, Par. 7-	Md. B, F	Parame	trisierung	g 7-10	$g_A =$	$=2, g_B$	= 3				
		(OZ in s	sec.):	10, g = 3 (OZ)	(OZ in so	ec.; Oz	Z gesamt	proze	ntual	zu CHI	-TA				
				in sec.):		V	D1 ausge	ewiese	en):						
			ΟZ	OZ				ΟZ							
TSP	n	%>OLN	Ges.	Gesamt	%>OLN	Ges.	%	VP	TP	NBS	RZ				
RD400	400	8,10	122	80	8,10	55	68,8%	11	18	2	24				
PR439	439	7,03	190	104	7,03	73	70,2%	18	22	2	31				
PCB442	442	11,70	167	102	11,70	79	77,5%	19	24	3	33				
D493	493	7,66	219	124	7,66	80	64,5%	16	26	2	36				
U574	574	8,16	282	169	8,16	112	66,3%	24	36	3	49				
RAT575	575	10,05	251	154	10,05	104	67,5%	18	36	3	47				
Mittelwert					8,78										
Stdabw.	*				1,75										
Maximum	num 11,70			11,70											
Minimum		7,03			7,03										

Tab. 135: Ergebnisse der Anwendung der CHI-TA-Heuristik (Modus B, Parametrisierung 7-10: "Cheapest Insertion - Greatest Angle Insertion") unter Nutzung von VD-Strukturen, Variante II, Nachbarschaftsgrade $g_A = 2$, $g_B = 3$ auf die TSP der Gruppe III (tw.) im Vergleich zur unmodifizierten CHI-TA-Heuristik sowie zur CHI-TA VD1-Heuristik; Wiedergabe der Komponenten der Rechenzeiten in Sekunden (OZ): Vollprüfungszeit (VP), Teilprüfungszeit (TP), Zeit für die Bestimmung der Nachbarschaftsstrukturen (NBS) sowie Restzeit (RZ); außerdem Lösungsqualitäten als %>OLN.

		CHI-TA	, Md.	CHI-TA VD1,	CHI-TA-	Heuris	tik mit V	D-Nu	tzung,	Variar	nte II,
		B, Par.	7-10	Md. B, Par. 7-	Md. B, I	Parame	etrisierung	g 7-10	$g_A =$	$=3, g_B$	= 1
		(OZ in s	sec.):	10, $g = 3$ (OZ	(OZ in s	ec.; Oz	Z gesamt	proze	ntual	zu CHI	-TA
				in sec.):		V	D1 ausge	ewiese	en):		
			ΟZ	OZ				ΟZ			
TSP	n	%>OLN	Ges.	Gesamt	%>OLN	Ges.	%	VP	TP	NBS	RZ
RD400	400	8,10	122	80	8,10	39	48,8%	3	22	2	12
PR439	439	7,03	190	104	7,18	48	46,2%	4	26	2	16
PCB442	442	11,70	167	102	9,63	48	47,1%	5	25	3	15
D493	493	7,66	219	124	7,58	57	46,0%	4	31	2	20
U574	574	8,16	282	169	7,66	81	47,9%	6	45	3	27
RAT575	575	10,05	251	154	10,01	77	50,0%	6	42	3	26
Mittelwert					8,36						
Stdabw. 1,75					1,18						
Maximum 11,70				10,01							
Minimum	•				7,18						

Tab. 136: Ergebnisse der Anwendung der CHI-TA-Heuristik (Modus B, Parametrisierung 7-10: "Cheapest Insertion - Greatest Angle Insertion") unter Nutzung von VD-Strukturen, Variante II, Nachbarschaftsgrade $g_A = 3$, $g_B = 1$ auf die TSP der Gruppe III (tw.) im Vergleich zur unmodifizierten CHI-TA-Heuristik sowie zur CHI-TA VD1-Heuristik; Wiedergabe der Komponenten der Rechenzeiten in Sekunden (OZ): Vollprüfungszeit (VP), Teilprüfungszeit (TP), Zeit für die Bestimmung der Nachbarschaftsstrukturen (NBS) sowie Restzeit (RZ); außerdem Lösungsqualitäten als %>OLN.

		CHI-TA	, Md.	CHI-TA VD1,	CHI-TA-	Heuris	tik mit V	D-Nu	tzung,	Variar	nte II,
		B, Par.	7-10	Md. B, Par. 7-	Md. B, F	Parame	etrisierung	g 7-10	$g_A =$	$=3, g_B$	= 2
		(OZ in s	sec.):	10, g = 3 (OZ)	(OZ in so	ec.; Oz	Z gesamt	proze	ntual	zu CHI	-TA
				in sec.):		V	D1 ausge	ewiese	en):		
			ΟZ	OZ				OZ			
TSP	n	%>OLN	Ges.	Gesamt	%>OLN	Ges.	%	VP	TP	NBS	RZ
RD400	400	8,10	122	80	8,10	51	63,8%	8	22	2	19
PR439	439	7,03	190	104	7,95	67	64,4%	12	27	2	26
PCB442	442	11,70	167	102	11,70	67	65,7%	13	27	3	24
D493	493	7,66	219	124	7,66	75	60,5%	12	32	2	29
U574	574	8,16	282	169	8,16	108	63,9%	18	46	3	41
RAT575	575	10,05	251	154	10,05	98	63,6%	13	43	3	39
Mittelwert		8,78			8,94						
Stdabw.	*				1,60						
Maximum	ximum 11,70			11,70							
Minimum		7,03			7,66						

Tab. 137: Ergebnisse der Anwendung der CHI-TA-Heuristik (Modus B, Parametrisierung 7-10: "Cheapest Insertion - Greatest Angle Insertion") unter Nutzung von VD-Strukturen, Variante II, Nachbarschaftsgrade $g_A = 3$, $g_B = 2$ auf die TSP der Gruppe III (tw.) im Vergleich zur unmodifizierten CHI-TA-Heuristik sowie zur CHI-TA VD1-Heuristik; Wiedergabe der Komponenten der Rechenzeiten in Sekunden (OZ): Vollprüfungszeit (VP), Teilprüfungszeit (TP), Zeit für die Bestimmung der Nachbarschaftsstrukturen (NBS) sowie Restzeit (RZ); außerdem Lösungsqualitäten als %>OLN.

		CHI-TA, Md.		CHI-TA VD1,	VD1, CHI-TA-Heuristik mit VD-Nutzung, Variante II,							
		B, Par. 7-10		Md. B, Par. 7-	Md. B, Parametrisierung 7-10, $g_A = 3$, $g_B = 3$							
		(OZ in sec.):		10, $g = 3$ (OZ	(OZ in sec.; OZ gesamt prozentual zu CHI-TA							
				in sec.):	VD1 ausgewiesen):							
			ΟZ	OZ	OZ							
TSP	n	%>OLN	Ges.	Gesamt	%>OLN	Ges.	%	VP	TP	NBS	RZ	
RD400	400	8,10	122	80	8,10	68	85,0%	12	24	2	30	
PR439	439	7,03	190	104	7,03	90	86,5%	20	28	2	40	
PCB442	442	11,70	167	102	11,70	93	91,2%	22	29	3	39	
D493	493	7,66	219	124	7,66	100	80,6%	20	33	2	45	
U574	574	8,16	282	169	8,16	142	84,0%	28	48	3	63	
RAT575	575	10,05	251	154	10,05	129	83,8%	22	46	3	58	
Mittelwert		8,78			8,78							
Stdabw.		1,75			1,75							
Maximum		11,70			11,70							
Minimum		7,03			7,03							

Tab. 138: Ergebnisse der Anwendung der CHI-TA-Heuristik (Modus B, Parametrisierung 7-10: "Cheapest Insertion - Greatest Angle Insertion") unter Nutzung von VD-Strukturen, Variante II, Nachbarschaftsgrade $g_A = 3$, $g_B = 3$ auf die TSP der Gruppe III (tw.) im Vergleich zur unmodifizierten CHI-TA-Heuristik sowie zur CHI-TA VD1-Heuristik; Wiedergabe der Komponenten der Rechenzeiten in Sekunden (OZ): Vollprüfungszeit (VP), Teilprüfungszeit (TP), Zeit für die Bestimmung der Nachbarschaftsstrukturen (NBS) sowie Restzeit (RZ); außerdem Lösungsqualitäten als %>OLN.

Anhang 16: Aus der Anwendung der um die Nutzung von Voronoi-/Delaunay-Strukturen erweiterten "Convex Hull Insertion"-Heuristik mit Tripelaktualisierung, Variante II, auf 41 TSP aus der TSPLIB bei verschiedenen Parametrisierungen resultierende Vollprüfungsquoten

Im Abschnitt 5.3.1.5 dieser Arbeit wurden Konzept, Implementierung und Evaluation einer um die Nutzung der aus Voronoi-/Delaunay-Strukturen (VD-Strukturen) abgeleiteten Nachbarschaften erweiterten "Convex Hull Insertion"-Heuristik mit Tripelaktualisierung (CHI-TA) in einer zweiten Variante (CHI-TA VD2) vorgestellt. Die nachstehenden Tab. 139 bis 141 geben die für diese Heuristik in Anwendung auf 41 euklidische, zweidimensionale TSP aus der TSPLIB REINELTs (1990a, 1991a, 1991d, 1995) im Vergleich zur unmodifizierten CHI-TA- sowie zur CHI-TA VD1-Heuristik realisierten Vollprüfungsquoten (VPQ) wieder (vgl. zum Begriff der Vollprüfungsquote Abschnitt 5.3.1.3). Dabei stammen 35 der untersuchten Probleme aus der hier gebildeten Gruppe II, während 6 Probleme einen Teil der Gruppe III darstellen (vgl. zu den hier gebildeten TSP-Gruppen auch Abschnitt 2.4). Ein horizontal durch die Tabelle geführter Strich trennt dabei die TSP aus den beiden unterschiedlichen Gruppen. Die Berechnungen wurden unter der allgemeinen Parametrisierung Modus B, VAV - EAV: 7-10 (Vorauswahlverfahren "Cheapest Insertion", Endauswahlverfahren "Greatest Angle Insertion") durchgeführt (vgl. entsprechend die Abschnitte 5.3.1.1 und 5.3.1.2). Die bei der CHI-TA VD2-Heuristik für die Nutzung der VD-Strukturen spezifischen Nachbarschaftsgradparameter g_A und g_B wurden hier jeweils zwischen den Werten eins und drei variiert, so daß sich neun zu untersuchende Parametrisierungen ergeben. - Die sich anschließenden Abb. 113 bis 118 visualisieren die Daten aus den Tab. 139 bis 141 und verdeutlichen die Auswirkungen einer Variation der Parameter g_A und g_B in ihrer Interdependenz auf die resultierenden VPQ entsprechend den Darlegungen in Abschnitt 5.3.1.5.

In den beiden linken Spalten einer jeden der Tab. 139 bis 141 werden zunächst der Name des untersuchten TSP und seine Größe in Städten (n) wiedergegeben. Sodann wird die mit der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik realisierte VPQ präsentiert. Ihr folgt die aus der CHI-TA VD1-Heuristik (mit der Parametrisierung Modus B, VAV - EAV: 7-10 und g=3) resultierende VPQ. Für diese wird in der nächsten Spalte angegeben, wieviel Prozent der VPQ der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik sie ausmacht. Die sich anschließenden sechs Spalten enthalten jeweils paarweise für eine Realisation der spezifischen Nachbarschaftsgradparameter g_A und g_B der CHI-TA VD2-Heuristik die sich ergebende VPQ sowie deren prozentuale Relation zur VPQ der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik.

		VPO für (CHI-TA- un	d CHI-	CHI-T	A-Heuri	stik mit V	D-Nutzu	ıng, Variaı	nte II.
		_	l-Heuristik,						Variation (
			ing Modus I						PQ CHI-T	
			CHI-TA		$g_A - g_B$		g_A - g_B		g_A - g_B	, ,
TSP	n	CHI-TA	VD1, <i>g</i> =3	%	1-1	%	1-2	%	1-3	%
EIL51	51	0,413%	0,413%	100%	0,259%	63%	0,274%	66%	0,274%	66%
BERLIN52	52	0,859%	0,728%	85%	0,398%	46%	0,439%	51%	0,443%	52%
ST70	70	0,269%	0,263%	98%	0,160%	60%	0,166%	62%	0,166%	62%
EIL76	76	0,280%	0,246%	88%	0,141%	51%	0,144%	52%	0,144%	52%
PR76	76	0,466%	0,449%	96%	0,215%	46%	0,247%	53%	0,261%	56%
RAT99	99	0,175%	0,173%	99%	0,100%	57%	0,102%	58%	0,102%	58%
KR100A	100	0,186%	0,176%	94%	0,100%	54%	0,103%	55%	0,103%	55%
KR100B	100	0,203%	0,193%	95%	0,107%	53%	0,111%	55%	0,111%	55%
KR100C	100	0,173%	0,167%	96%	0,105%	61%	0,110%	63%	0,110%	63%
KR100D	100	0,193%	0,184%	95%	0,106%	55%	0,116%	60%	0,116%	60%
KR100E	100	0,179%	0,178%	99%	0,105%	59%	0,111%	62%	0,111%	62%
RD100	100	0,196%	0,185%	94%	0,104%	53%	0,110%	56%	0,110%	56%
EIL101	101	0,213%	0,198%	93%	0,099%	46%	0,100%	47%	0,100%	47%
LIN105	105	0,243%	0,226%	93%	0,102%	42%	0,117%	48%	0,125%	52%
PR107	107	0,049%	0,049%	100%	0,054%	109%	0,053%	108%	0,053%	108%
PR124	124	0,198%	0,181%	91%	0,090%	46%	0,101%	51%	0,101%	51%
BIER127	127	0,273%	0,171%	63%	0,068%	25%	0,077%	28%	0,077%	28%
CH130	130	0,151%	0,135%	89%	0,067%	44%	0,071%	47%	0,071%	47%
PR136	136	0,090%	0,094%	104%	0,058%	64%	0,057%	64%	0,057%	64%
PR144	144	0,156%	0,155%	100%	0,088%	57%	0,107%	69%	0,107%	69%
CH150	150	0,116%	0,099%	85%	0,047%	40%	0,051%	44%	0,051%	44%
KR150A	150	0,109%	0,100%	92%	0,049%	45%	0,054%	50%	0,054%	50%
KR150B	150	0,108%	0,100%	92%	0,050%	47%	0,055%	51%	0,056%	52%
PR152	152	0,106%	0,095%	90%	0,048%	45%	0,054%	51%	0,056%	53%
U159	159	0,089%	0,079%	89%	0,039%	44%	0,044%	49%	0,044%	50%
RAT195	195	0,065%	0,055%	86%	0,027%	41%	0,028%	44%	0,028%	44%
D198	198	0,102%	0,087%	86%	0,035%	35%	0,038%	37%	0,038%	37%
KR200A	200	0,081%	0,070%	86%	0,032%	39%	0,034%	42%	0,034%	42%
KR200B	200	0,073%	0,061%	84%	0,029%	40%	0,032%	43%	0,032%	43%
PR226	226		0,072%	98%	0,037%	50%	0,044%	60%	0,045%	61%
GIL262	262	0,059%	0,041%	70%	0,018%	31%	0,019%	32%	0,019%	33%
PR264	264	0,054%	0,048%	90%	0,021%	40%	0,023%	43%	0,023%	43%
A280	280	0,046%	0,035%	76%	0,015%	31%	0,017%	37%	0,018%	38%
PR299	299	0,052%	0,044%	85%	0,018%	35%	0,020%	38%	0,020%	39%
LIN318	318	0,044%	0,035%	79%	0,013%	31%	0,015%	35%	0,016%	36%
RD400	400	0,028%	0,018%	64%	0,008%	28%	0,008%	29%	0,008%	30%
PR439	439	0,035%	0,020%	58%	0,007%	21%	0,008%	24%	0,009%	25%
PCB442	442	0,033%	0,022%	68%	0,009%	28%	0,010%	31%	0,010%	31%
D493	493	0,025%	0,013%	51%	0,005%	20%	0,006%	22%	0,006%	22%
U574	574		0,010%	57%	0,004%	23%	0,005%	25%	0,005%	25%
RAT575	575	0,013%	0,008%	57%	0,003%	26%	0,004%	27%	0,004%	27%

Tab. 139: Vollprüfungsquoten (VPQ) bei der Anwendung der CHI-TA-Heuristik (Modus B, Parametrisierung 7-10: "Cheapest Insertion - Greatest Angle Insertion") unter Nutzung von VD-Strukturen, Variante II, bei Variation der Nachbarschaftsparameter $g_A - g_B$ (1-1 bis 1-3) auf die TSP der Gruppen II und III (tw.) im Vergleich zur unmodifizierten CHI-TA- und zur CHI-TA VD1-Heuristik (g = 3) mit gleicher Grundparametrisierung (Modus B, 7-10). Ausweis der Relation zwischen sich ergebender VPQ und VPQ CHI-TA unmodifiziert in %.

		VPO für (CHI-TA- un	d CHI-	CHI-T	A-Heuri	- und CHI- CHI-TA-Heuristik mit VD-Nutzung, Va						
		_	l-Heuristik,				netrisierung						
			ıng Modus İ				in Relation						
			CHI-TA		g_A - g_B		g_A - g_B		g_A - g_B				
TSP	n	CHI-TA	VD1, <i>g</i> =3	%	2-1	%	2-2	%	2-3	%			
EIL51	51	0,413%	0,413%	100%	0,189%	46%	0,373%	90%	0,393%	95%			
BERLIN52	52	0,859%	0,728%	85%	0,335%	39%	0,629%	73%	0,692%	81%			
ST70	70	0,269%	0,263%	98%	0,122%	45%	0,245%	91%	0,241%	90%			
EIL76	76	0,280%	0,246%	88%	0,107%	38%	0,217%	78%	0,226%	81%			
PR76	76	0,466%	0,449%	96%	0,176%	38%	0,380%	81%	0,429%	92%			
RAT99	99	0,175%	0,173%	99%	0,079%	45%	0,158%	90%	0,161%	92%			
KR100A	100	0,186%	0,176%	94%	0,080%	43%	0,154%	83%	0,158%	85%			
KR100B	100	0,203%	0,193%	95%	0,091%	45%	0,171%	85%	0,174%	86%			
KR100C	100	0,173%	0,167%	96%	0,084%	48%	0,158%	91%	0,161%	93%			
KR100D	100	0,193%	0,184%	95%	0,087%	45%	0,165%	85%	0,170%	88%			
KR100E	100	0,179%	0,178%	99%	0,082%	46%	0,167%	93%	0,172%	96%			
RD100	100	0,196%	0,185%	94%	0,083%	42%	0,157%	80%	0,167%	85%			
EIL101	101	0,213%	0,198%	93%	0,082%	38%	0,170%	80%	0,174%	82%			
LIN105	105	0,243%	0,226%	93%	0,085%	35%	0,182%	75%	0,203%	84%			
PR107	107	0,049%	0,049%	100%	0,036%	72%	0,049%	99%	0,050%	101%			
PR124	124	0,198%	0,181%	91%	0,077%	39%	0,154%	78%	0,163%	83%			
BIER127	127	0,273%	0,171%	63%	0,062%	23%	0,135%	49%	0,146%	54%			
CH130	130	0,151%	0,135%	89%	0,055%	36%	0,113%	74%	0,118%	78%			
PR136	136	0,090%	0,094%	104%	0,049%	54%	0,088%	98%	0,093%	103%			
PR144	144	0,156%	0,155%	100%	0,078%	50%	0,144%	93%	0,150%	96%			
CH150	150	0,116%	0,099%	85%	0,040%	34%	0,083%	72%	0,086%	74%			
KR150A	150	0,109%	0,100%	92%	0,041%	38%	0,084%	77%	0,087%	80%			
KR150B	150	0,108%	0,100%	92%	0,042%	39%	0,087%	80%	0,089%	83%			
PR152	152	0,106%	0,095%	90%	0,042%	39%	0,077%	73%	0,085%	80%			
U159	159	0,089%	0,079%	89%	0,033%	37%	0,068%	76%	0,071%	80%			
RAT195	195	0,065%	0,055%	86%	0,022%	35%	0,047%	73%	0,048%	74%			
D198	198	0,102%	0,087%	86%	0,032%	31%	0,066%	65%	0,072%	71%			
KR200A	200	0,081%	0,070%	86%	0,028%	34%	0,057%	70%	0,059%	72%			
KR200B	200	0,073%	0,061%	84%	0,025%	35%	0,053%	72%	0,054%	74%			
PR226	226	0,073%	0,072%	98%	0,031%	42%	0,064%	87%	0,072%	98%			
GIL262	262	0,059%	0,041%	70%	0,016%	28%	0,032%	55%	0,034%	57%			
PR264	264	0,054%	0,048%	90%	0,019%	36%	0,040%	75%	0,039%	72%			
A280	280	0,046%	0,035%	76%	0,013%	27%	0,027%	59%	0,031%	66%			
PR299	299	0,052%	0,044%	85%	0,016%	32%	0,033%	65%	0,035%	68%			
LIN318	318	0,044%	0,035%	79%	0,012%	27%	0,027%	62%	0,029%	65%			
RD400	400	0,028%	0,018%	64%	0,007%	25%	0,015%	52%	0,015%	54%			
PR439	439	0,035%	0,020%	58%	0,007%	19%	0,015%	42%	0,017%	48%			
PCB442	442	0,033%	0,022%	68%	0,009%	26%	0,017%	53%	0,018%	55%			
D493	493	0,025%	0,013%	51%	0,005%	19%	0,010%	39%	0,011%	42%			
U574	574	0,018%	0,010%	57%	0,004%	21%	0,008%	45%	0,009%	48%			
RAT575	575	0,013%	0,008%	57%	0,003%	24%	0,006%	47%	0,006%	49%			

Tab. 140: Vollprüfungsquoten (VPQ) bei der Anwendung der CHI-TA-Heuristik (Modus B, Parametrisierung 7-10: "Cheapest Insertion - Greatest Angle Insertion") unter Nutzung von VD-Strukturen, Variante II, bei Variation der Nachbarschaftsparameter $g_A - g_B$ (2-1 bis 2-3) auf die TSP der Gruppen II und III (tw.) im Vergleich zur unmodifizierten CHI-TA- und zur CHI-TA VD1-Heuristik (g = 3) mit gleicher Grundparametrisierung (Modus B, 7-10). Ausweis der Relation zwischen sich ergebender VPQ und VPQ CHI-TA unmodifiziert in %.

		VPO für (CHI-TA- un	d CHI-	D-Nutzu	Nutzung, Variante II,				
		_	l-Heuristik,				netrisierung			
			ıng Modus İ				in Relation			
			CHI-TA		g_A - g_B		g_A - g_B		g_A - g_B	
TSP	n	CHI-TA	VD1, <i>g</i> =3	%	3-1	%	3-2	%	3-3	%
EIL51	51	0,413%	0,413%	100%	0,169%	41%	0,353%	86%	0,413%	100%
BERLIN52	52	0,859%	0,728%	85%	0,289%	34%	0,583%	68%	0,746%	87%
ST70	70	0,269%	0,263%	98%	0,101%	38%	0,225%	84%	0,263%	98%
EIL76	76	0,280%	0,246%	88%	0,090%	32%	0,200%	71%	0,254%	91%
PR76	76	0,466%	0,449%	96%	0,149%	32%	0,353%	76%	0,456%	98%
RAT99	99	0,175%	0,173%	99%	0,066%	38%	0,144%	82%	0,174%	99%
KR100A	100	0,186%	0,176%	94%	0,070%	37%	0,144%	78%	0,179%	96%
KR100B	100	0,203%	0,193%	95%	0,074%	37%	0,154%	76%	0,199%	98%
KR100C	100	0,173%	0,167%	96%	0,070%	41%	0,144%	84%	0,169%	98%
KR100D	100	0,193%	0,184%	95%	0,076%	39%	0,153%	79%	0,186%	96%
KR100E	100	0,179%	0,178%	99%	0,070%	39%	0,155%	86%	0,179%	100%
RD100	100	0,196%	0,185%	94%	0,070%	36%	0,144%	74%	0,189%	97%
EIL101	101	0,213%	0,198%	93%	0,067%	31%	0,155%	73%	0,205%	96%
LIN105	105	0,243%	0,226%	93%	0,067%	28%	0,165%	68%	0,226%	93%
PR107	107	0,049%	0,049%	100%	0,032%	64%	0,045%	91%	0,049%	100%
PR124	124	0,198%	0,181%	91%	0,071%	36%	0,148%	75%	0,183%	92%
BIER127	127	0,273%	0,171%	63%	0,054%	20%	0,127%	47%	0,185%	68%
CH130	130	0,151%	0,135%	89%	0,046%	30%	0,104%	69%	0,139%	92%
PR136	136	0,090%	0,094%	104%	0,040%	44%	0,080%	88%	0,095%	106%
PR144	144	0,156%	0,155%	100%	0,073%	47%	0,138%	89%	0,156%	100%
CH150	150	0,116%	0,099%	85%	0,034%	29%	0,078%	67%	0,104%	90%
KR150A	150	0,109%	0,100%	92%	0,034%	31%	0,077%	71%	0,103%	95%
KR150B	150	0,108%	0,100%	92%	0,035%	33%	0,080%	74%	0,103%	95%
PR152	152	0,106%	0,095%	90%	0,037%	35%	0,073%	69%	0,099%	93%
U159	159	0,089%	0,079%	89%	0,030%	34%	0,064%	73%	0,083%	93%
RAT195	195	0,065%	0,055%	86%	0,019%	29%	0,044%	68%	0,058%	90%
D198	198	0,102%	0,087%	86%	0,027%	27%	0,062%	61%	0,091%	89%
KR200A	200	0,081%	0,070%	86%	0,024%	29%	0,052%	65%	0,074%	91%
KR200B	200	0,073%	0,061%	84%	0,022%	30%	0,049%	68%	0,065%	90%
PR226	226	0,073%	0,072%	98%	0,030%	41%	0,064%	86%	0,072%	98%
GIL262	262	0,059%	0,041%	70%	0,014%	25%	0,031%	52%	0,044%	75%
PR264	264	0,054%	0,048%	90%	0,017%	32%	0,038%	72%	0,051%	94%
A280	280	0,046%	0,035%	76%	0,011%	23%	0,026%	55%	0,036%	78%
PR299	299	0,052%	0,044%	85%	0,015%	29%	0,032%	61%	0,045%	88%
LIN318	318	0,044%	0,035%	79%	0,011%	24%	0,026%	59%	0,036%	83%
RD400	400	0,028%	0,018%	64%	0,006%	23%	0,014%	49%	0,020%	70%
PR439	439	0,035%	0,020%	58%	0,006%	17%	0,014%	40%	0,022%	62%
PCB442	442	0,033%	0,022%	68%	0,008%	24%	0,017%	51%	0,023%	71%
D493	493	0,025%	0,013%	51%	0,004%	17%	0,010%	38%	0,014%	57%
U574	574	0,018%	0,010%	57%	0,004%	19%	0,008%	43%	0,012%	63%
RAT575	575	0,013%	0,008%	57%	0,003%	21%	0,006%	45%	0,008%	64%

Tab. 141: Vollprüfungsquoten (VPQ) bei der Anwendung der CHI-TA-Heuristik (Modus B, Parametrisierung 7-10: "Cheapest Insertion - Greatest Angle Insertion") unter Nutzung von VD-Strukturen, Variante II, bei Variation der Nachbarschaftsparameter $g_A - g_B$ (3-1 bis 3-3) auf die TSP der Gruppen II und III (tw.) im Vergleich zur unmodifizierten CHI-TA- und zur CHI-TA VD1-Heuristik (g = 3) mit gleicher Grundparametrisierung (Modus B, 7-10). Ausweis der Relation zwischen sich ergebender VPQ und VPQ CHI-TA unmodifiziert in %.

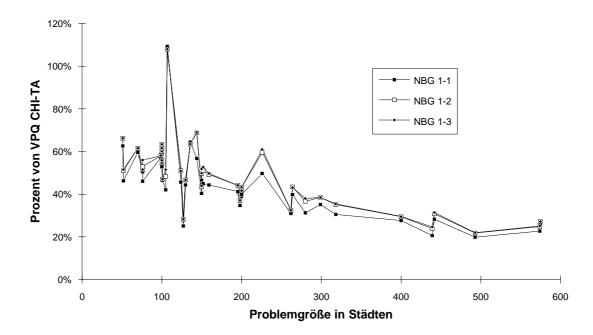


Abb. 113: Vollprüfungsquoten (VPQ) bei der Anwendung der CHI-TA VD2-Heuristik (Modus B, Parametrisierung 7-10) unter Fixierung von g_A = 1 sowie bei Variation von g_B zwischen 1 und 3 auf die TSP der Gruppen II und III (tw.) in Relation zur VPQ der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik (prozentual; vgl. auch Tab. 139 bis 141).

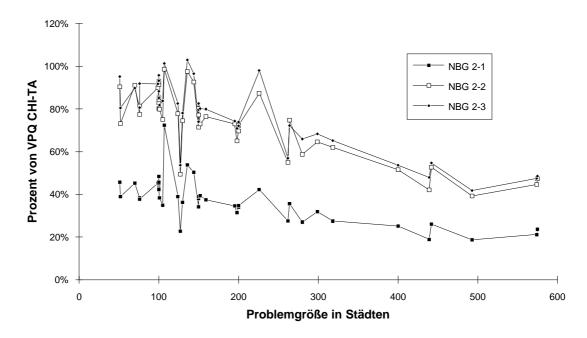


Abb. 114: Vollprüfungsquoten (VPQ) bei der Anwendung der CHI-TA VD2-Heuristik (Modus B, Parametrisierung 7-10) unter Fixierung von g_A = 2 sowie bei Variation von g_B zwischen 1 und 3 auf die TSP der Gruppen II und III (tw.) in Relation zur VPQ der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik (prozentual; vgl. auch Tab. 139 bis 141).

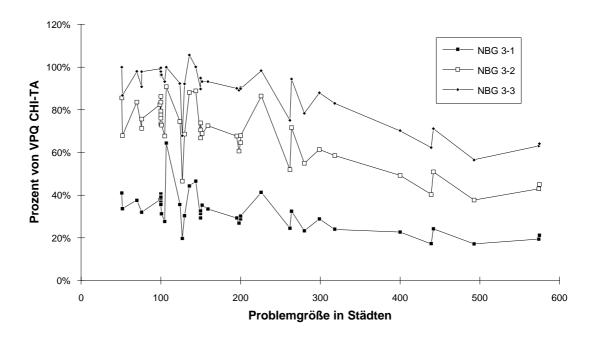


Abb. 115: Vollprüfungsquoten (VPQ) bei der Anwendung der CHI-TA VD2-Heuristik (Modus B, Parametrisierung 7-10) unter Fixierung von g_A = 3 sowie bei Variation von g_B zwischen 1 und 3 auf die TSP der Gruppen II und III (tw.) in Relation zur VPQ der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik (prozentual; vgl. auch Tab. 139 bis 141).

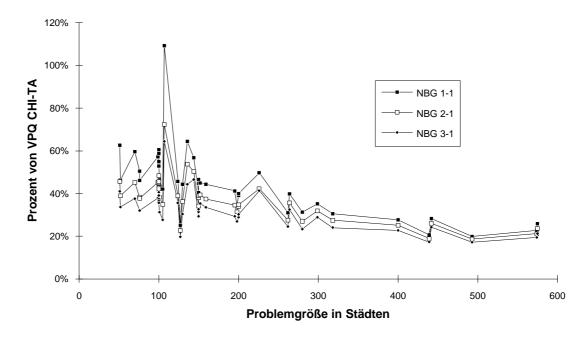


Abb. 116: Vollprüfungsquoten (VPQ) bei der Anwendung der CHI-TA VD2-Heuristik (Modus B, Parametrisierung 7-10) unter Fixierung von g_B = 1 sowie bei Variation von g_A zwischen 1 und 3 auf die TSP der Gruppen II und III (tw.) in Relation zur VPQ der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik (prozentual; vgl. auch Tab. 139 bis 141).

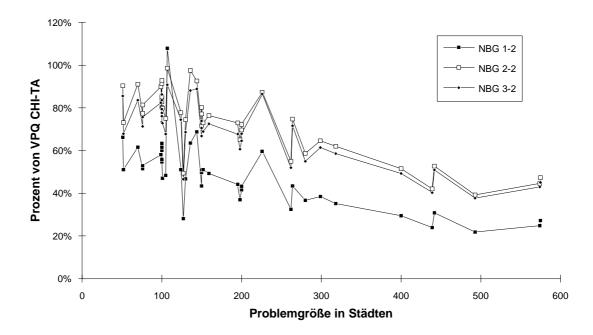


Abb. 117: Vollprüfungsquoten (VPQ) bei der Anwendung der CHI-TA VD2-Heuristik (Modus B, Parametrisierung 7-10) unter Fixierung von g_B = 2 sowie bei Variation von g_A zwischen 1 und 3 auf die TSP der Gruppen II und III (tw.) in Relation zur VPQ der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik (prozentual; vgl. auch Tab. 139 bis 141).

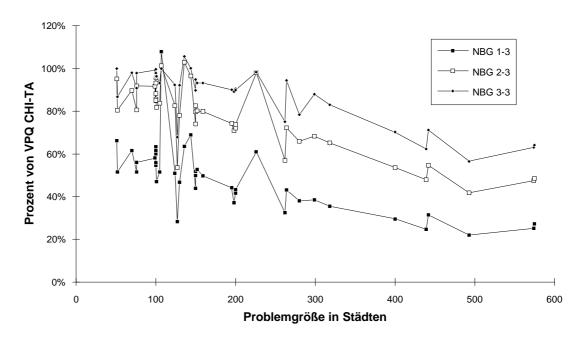


Abb. 118: Vollprüfungsquoten (VPQ) bei der Anwendung der CHI-TA VD2-Heuristik (Modus B, Parametrisierung 7-10) unter Fixierung von g_B = 3 sowie bei Variation von g_A zwischen 1 und 3 auf die TSP der Gruppen II und III (tw.) in Relation zur VPQ der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik (prozentual; vgl. auch Tab. 139 bis 141).

Anhang 17: Ergebnisse der Approximation der Laufzeit der CHI-TA VD2-Heuristik durch eine kubische bzw. quadratische Funktion in Abhängigkeit von der Problemgröße im Rahmen einer Regressionsanalyse (SPSS-Output)

Im Abschnitt 5.3.1.5 dieser Arbeit wurde die "Convex Hull Insertion"-Heuristik mit Tripelaktualisierung unter Nutzung der Nachbarschaftsverhältnisse der Voronoi-/Delaunay-Struktur in der Variante II (CHI-TA VD2) vorgestellt. Die von ihr bei der Parametrisierung Modus B, VAV-EAV: 7-10, Nachbarschaftsgrade $g_A = 2$, $g_B = 3$ benötigten Rechenzeiten für die Lösung von 35 TSP der Gruppe II sowie 6 TSP der Gruppe III (tw.) aus der TSPLIB REINELTs (1990a, 1991a, 1991d, 1995) (vgl. auch Anhang 13 und Abschnitt 2.4) wurden im Rahmen einer Regressionsanalyse durch eine kubische sowie eine quadratische Funktion (ohne Konstante) approximiert. - Dabei ist zu beachten, daß die für die Berechnung der VD-Strukturen benötigten Rechenzeiten nicht in der OZ enthalten sind. - Die folgenden Abb. 119 und 120 geben den zugehörigen SPSS-Output wieder. Dabei stellt n die unabhängige Variable als die Anzahl der Städte des jeweiligen TSP und OZ die abhängige Variable als die benötigte Rechenzeit in Sekunden dar.

```
Dependent variable.. OZ
                              Method.. CUBIC
Listwise Deletion of Missing Data
Multiple R
R Square
                 ,99810
                 ,99620
Adjusted R Square ,99590
Standard Error 2,27844
          Analysis of Variance:
             DF Sum of Squares Mean Square
Regression 3
Residuals 38
                    51775,730
197,270
                                    17258,577
                                      5,191
    3324,51254 Signif F = ,0000
----- Variables in the Equation
                              SE B Beta T Sig T
Variable
         -,013986 ,008278 -,094930 -1,690 ,0993
,000545 5,1713E-05 1,559830 10,536 ,0000
N**2
N
N**3
        -3,37346115E-07 7,0647E-08 -,487073 -4,775 ,0000
Notes:
* Equation was estimated without the constant term; Rsq is redefined.
```

Abb. 119: Ergebnisse einer Approximation der Entwicklung der Rechenzeiten (OZ) der CHI-TA VD2-Heuristik durch eine kubische Funktion (ohne Konstante) in Abhängigkeit von der Problemgröße (n) im Rahmen einer Regressionsanalyse (SPSS-Output) für 35 TSP der Gruppe II sowie 6 TSP der Gruppe III (tw.) aus der TSPLIB (Parametrisierung: Modus B, VAV-EAV: 7-10, $g_A = 2$; $g_B = 3$).

Listwise Dele	cion d	of Missing	Data			
Multiple R		99696				
R Square		•				
Adjusted R Sq		•				
Standard Erro		•				
Δι	nalvsi	s of Vari	ance:			
	101701	.b or vari	arrec			
	DF	Sum of S	quares	Mean Square		
Regression	2	516	57,359	25828,680		
Residuals	39	3	15,641	8,093		
F = 3191,34	1405	Sign	if F = ,00	00		
		- Variabl	es in the E	quation		
Variable		В	SE B	Beta	Т	Sig T
N		,020885	,004867	,141761	4,291	,0001
N**2				,864262		

Abb. 120: Ergebnisse einer Approximation der Entwicklung der Rechenzeiten (OZ) der CHI-TA VD2-Heuristik durch eine quadratische Funktion (ohne Konstante) in Abhängigkeit von der Problemgröße (n) im Rahmen einer Regressionsanalyse (SPSS-Output) für 35 TSP der Gruppe II sowie 6 TSP der Gruppe III (tw.) aus der TSPLIB (Parametrisierung: Modus B, VAV-EAV: 7-10, $g_A = 2$; $g_B = 3$).

Anhang 18: Ergebnisse der Approximation der Laufzeit der CHI-TA VD2-Heuristik durch eine quadratische Funktion in Abhängigkeit von der Problemgröße im Rahmen einer Regressionsanalyse (SPSS-Output) bei verschiedenen Parametrisierungen

Im Abschnitt 5.3.1.5 dieser Arbeit wurde die "Convex Hull Insertion"-Heuristik mit Tripelaktualisierung unter Nutzung der Nachbarschaftsverhältnisse der Voronoi-/Delaunay-Struktur in der Variante II (CHI-TA VD2) vorgestellt. Die von ihr bei der Parametrisierung Modus B, VAV-EAV: 7-10, Nachbarschaftsgrade $g_A = 1$, $g_B = 1$ bzw. $g_A = 1$, $g_B = 3$ benötigten Rechenzeiten für die Lösung von 35 TSP der Gruppe II sowie 6 TSP der Gruppe III (tw.) aus der TSPLIB REINELTs (1990a, 1991a, 1991d, 1995) (vgl. auch Anhang 15 sowie Abschnitt 2.4) wurden im Rahmen einer Regressionsanalyse durch eine quadratische Funktion (ohne Konstante) approximiert. - Dabei ist zu beachten, daß die für die Berechnung der VD-Strukturen benötigten Rechenzeiten nicht in der OZ enthalten sind. - Die folgenden Abb. 121 und 122 geben den zugehörigen SPSS-Output wieder. Dabei stellt n die unabhängige Variable als die Anzahl der Städte des jeweiligen TSP und OZ die abhängige Variable als die benötigte Rechenzeit in Sekunden dar. Die Abb. 123 und 124 zeigen die entsprechenden Streuungen der Residuen um die Normalverteilung.

```
Dependent variable.. OZ
                             Method.. QUADRATI
Listwise Deletion of Missing Data
                ,99866
Multiple R
                 ,99732
R Square
Adjusted R Square ,99718
Standard Error
                 ,75769
          Analysis of Variance:
            DF Sum of Squares
                                Mean Square
                    8334,6105
            2
                                 4167,30526
Regression
                                     ,57409
Residuals
           39
                     22,3895
    7258,98665
                  Signif F = ,0000
  ------ Variables in the Equation ------
Variable
                             SE B
                                                 T Sig T
               ,001594 ,001296 ,026975 1,229 ,2263
N
N**2
                ,000136 3,0733E-06 ,973631 44,373 ,0000
Notes:
* Equation was estimated without the constant term; Rsq is redefined.
```

Abb. 121: Ergebnisse einer Approximation der Entwicklung der Rechenzeiten (OZ) der CHI-TA VD2-Heuristik durch eine quadratische Funktion (ohne Konstante) in Abhängigkeit von der Problemgröße (n) im Rahmen einer Regressionsanalyse (SPSS-Output) für 35 TSP der Gruppe II sowie 6 TSP der Gruppe III (tw.) aus der TSPLIB (Parametrisierung: Modus B, VAV-EAV: 7-10, $g_A = 1$; $g_B = 1$).

Dependent variabl			od QUADRATI		
Listwise Deletion	n of Missing	Data			
Multiple R	,99700				
R Square	,99401				
Adjusted R Square	,99370				
Standard Error	1,74432				
Analy	sis of Varia	nce:			
DE	Sum of Sq	_{[uares}	Mean Square		
Regression 2	1969	2,337	9846,1683		
Residuals 39) 11	8,663	3,0427		
F = 3236,04758	Signi	f F = ,00	00		
	Variable	s in the E	quation		
Variable	В	SE B	Beta	Т	Sig T
N	,014842	,002984	,163170	4,973	,0000
N**2	,000182	7,0752E-06	,844012	25,726	,0000
Notes:					

Abb. 122: Ergebnisse einer Approximation der Entwicklung der Rechenzeiten (OZ) der CHI-TA VD2-Heuristik durch eine quadratische Funktion (ohne Konstante) in Abhängigkeit von der Problemgröße (n) im Rahmen einer Regressionsanalyse (SPSS-Output) für 35 TSP der Gruppe II sowie 6 TSP der Gruppe III (tw.) aus der TSPLIB (Parametrisierung: Modus B, VAV-EAV: 7-10, $g_A = 1$; $g_B = 3$).

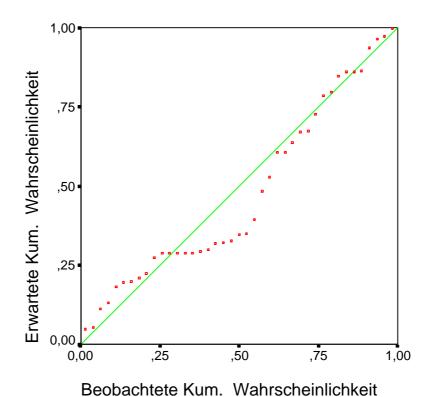


Abb. 123: Verteilung der Residuen einer Approximation der Entwicklung der Rechenzeiten (OZ) der CHI-TA VD2-Heuristik durch eine quadratische Funktion (ohne Konstante) in Abhängigkeit von der Problemgröße (n) im Rahmen einer Regressionsanalyse für 35 TSP der Gruppe II sowie 6 TSP der Gruppe III (tw.) aus der TSPLIB (Parametrisierung: Modus B, VAV-EAV: 7-10, $g_A = 1$; $g_B = 1$) als PP-Normalverteilungsplot.

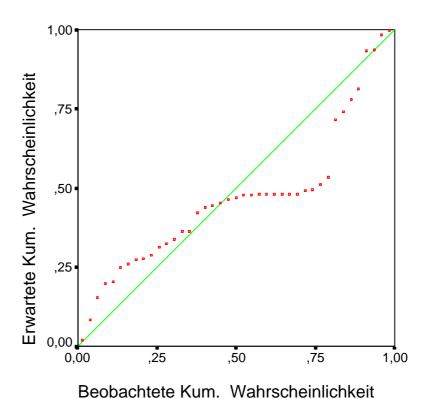


Abb. 124: Verteilung der Residuen einer Approximation der Entwicklung der Rechenzeiten (OZ) der CHI-TA VD2-Heuristik durch eine quadratische Funktion (ohne Konstante) in Abhängigkeit von der Problemgröße (n) im Rahmen einer Regressionsanalyse für 35 TSP der Gruppe II sowie 6 TSP der Gruppe III (tw.) aus der TSPLIB (Parametrisierung: Modus B, VAV-EAV: 7-10, $g_A = 1$; $g_B = 3$) als PP-Normalverteilungsplot.

Anhang 19: Ergebnisse der Anwendung unterschiedlicher Parametrisierungen der "Convex Hull Insertion - Triangle Insertion, Cheapest Insertion"-Heuristik auf 41 TSP der Gruppen II und III (tw.)

Im Abschnitt 5.3.1.6 dieser Arbeit wurden Konzept, Implementierung und Evaluation einer die aus Voronoi-/Delaunay-Strukturen (VD-Strukturen) abgeleiteten Nachbarschaften nutzenden Modifikation der "Convex Hull Insertion"-Heuristik unter der Bezeichnung CHI-TICI-Heuristik ("Convex Hull Insertion - Triangle Insertion, Cheapest Insertion"-Heuristik) präsentiert. Die nachstehenden Tab. 142 bis 155 geben die für diese Heuristik in Anwendung auf 41 euklidische, zweidimensionale TSP aus der TSPLIB REINELTs (1990a, 1991a, 1991d, 1995) im Vergleich zur unmodifizierten CHI-TA- sowie zur CHI-TA VD2-Heuristik realisierten Lösungsqualitäten und Rechenzeiten wieder (vgl. zur dabei eingesetzten Hard- und Software Abschnitt 5.3.1.2). Dabei stammen 35 der untersuchten Probleme aus der hier gebildeten Gruppe II (Tab. 142 bis 148), während 6 Probleme einen Teil der Gruppe III darstellen (Tab. 149 bis 155; vgl. zu den hier gebildeten TSP-Gruppen auch Abschnitt 2.4). Der für die CHI-TICI-Heuristik spezifische Parameter Abbruchquote (ABQ) wird zwischen 0% und 20% variiert.

In den beiden linken Spalten einer jeden der Tab. 142 bis 155 werden zunächst der Name des untersuchten TSP und seine Größe in Städten (n) wiedergegeben. Sodann wird zu Vergleichszwecken die mit der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik (mit der Parametrisierung Modus B, VAV - EAV: 7-10 (Vorauswahlverfahren "Cheapest Insertion", Endauswahlverfahren "Greatest Angle Insertion"); vgl. entsprechend die Abschnitte 5.3.1.1 und 5.3.1.2) realisierte Lösungsqualität als Prozent über OLN (%>OLN) dokumentiert. Die nächste Spalte weist die von der CHI-TA-Heuristik benötigte Rechenzeit in Sekunden (OZ) aus. Ihr folgt - gleichfalls zu Vergleichszwecken - die von der CHI-TA VD2-Heuristik (mit der Parametrisierung Modus B, VAV - EAV: 7-10 sowie $g_A = 2$; $g_B = 3$) in Anspruch genommene Rechenzeit. Die Lösungsqualität für diese Parametrisierung der CHI-TA VD2-Heuristik wird nicht angegeben, da sie mit jener der CHI-TA-Heuristik identisch ist. - Im weiteren werden in jeweils drei Spalten Ergebnisse für einen konkreten Lauf der CHI-TICI-Heuristik mit dem variierten Parameter ABQ präsentiert: Die erste Spalte gibt jeweils die resultierende Lösungsqualität (%>OLN) wieder, die zweite die Anzahl der nachträglich in die Rundreise eingefügten Städte (NIF, vgl. mit detaillierterer Erörterung Abschnitt 5.3.1.6) und die dritte die erforderliche Rechenzeit in Sekunden (OZ). Über den drei Spalten wird jeweils die verwendete ABQ ausgewiesen.

Am Fuße einer jeden Tabelle werden für die sich ergebenden Lösungsqualitäten der mit den unterschiedlichen Heuristiken bzw. ihren Parametrisierungen untersuchten TSP mit dem Mittelwert, der Stichproben-Standardabweichung (Stdabw.) sowie Minimum und Maximum jeweils noch einige verdichtende Kennzahlen gebildet.

Für sämtliche ausgewiesenen Rechenzeiten der CHI-TICI- wie auch der CHI-TA VD2-Heuristik gilt, daß sie die für die Berechnung der VD-Strukturen erforderlichen Operationszeiten nicht enthalten.

		CHI-	ТА	CHI-TA VD2	CHI	-TIC	I,	CHI	-TIC	I,	CHI	-TIC	I,
		Спі-	IA	$g_A = 2; g_B = 3$	AB	Q 0%)	AB	Q 1%)	AB	Q 2%)
		% >			%>			% >			% >	<u> </u>	
TSP	n	OLN	ΟZ	OZ	OLN	NIF	ΟZ	OLN	NIF	ΟZ	OLN	NIF	ΟZ
EIL51	51	6,32	1	1	8,96	0	0,13	8,96	0	0,13	8,96	1	0,13
BERLIN52	52	2,43	1	1	13,14	Ŏ	0,14	13,14	ŏ	0,14	13,14	1	0,14
ST70	70	5,34	2	2	5,29	0	0,22	5,29	0	0,21	5,29	1	0,22
EIL76	76	7,90	2	2	7,70	0	0,26	7,70	0	0,26	7,70	1	0,26
PR76	76	2,32	3	3	9,94	1	0,25	9,94	1	0,26	9,94	1	0,25
RAT99	99	5,37	4	4	5,51	0	0,39	5,51	0	0,37	5,51	1	0,37
KR100A	100	1,84	5	4	3,41	0	0,40	3,41	0	0,39	3,38	1	0,38
KR100B	100	1,35	5	4	6,58	0	0,39	6,58	0	0,40	5,69	1	0,38
KR100C	100	2,29	4	4	5,83	0	0,39	5,83	0	0,39	5,83	1	0,39
KR100D	100	3,03	5	4	9,29	0	0,39	9,29	0	0,38	9,29	1	0,38
KR100E	100	4,54	4	4	5,03	0	0,40	5,03	0	0,39	4,70	1	0,38
RD100	100	4,39	5	4	8,01	0	0,40	8,01	0	0,40	6,29	1	0,41
EIL101	101	6,54	5	4	11,09	0	0,41	10,92	1	0,40	10,39	2	0,40
LIN105	105	2,40	6	5	6,50	1	0,44	6,50	1	0,43		2	0,43
PR107	107	2,45	3	3	12,21	0	0,37	12,21	1	0,39		2	0,36
PR124	124	4,03	7	4	10,65	1	0,43	10,65	1	0,43	10,19	2	0,43
BIER127	127	5,57	12	6	12,25	2	0,61	12,25	2	0,63	12,25	2	0,60
CH130	130	6,74	10	7	11,36	0	0,64	10,87	1	0,61	10,87	2	0,62
PR136	136	4,43	8	7	6,01	0	0,68	6,01	1	0,67	6,01	2	0,67
PR144	144	4,92	13	10	13,59	2	0,67	13,59	2	0,66	13,59	2	0,66
CH150	150	5,30	13	9	9,20	0	0,82	8,00	1	0,77	7,88	2	0,77
KR150A	150	4,16	12	9	6,64	0	0,78	6,64	1	0,77	6,64	2	0,76
KR150B	150	4,13	12	10	11,21	1	0,83	11,21	1	0,79	10,23	2	0,78
PR152	152	5,32	14	9	9,50	2	0,77	9,50	2	0,77	7,69	3	0,75
U159	159	6,71	12	8	9,57	1	0,79	9,57	1	0,78	9,57	3	0,76
RAT195	195	7,38	22	13	6,56	0	1,29	6,45	1	1,26	5,89	3	1,23
D198	198	2,59	27	17	5,63	0	1,31	5,63	1	1,29	5,82	3	1,27
KR200A	200	4,11	25	17	8,01	1	1,38	8,01	1	1,33	8,01	3	1,30
KR200B	200	5,12	24	16	9,30	1	1,35	9,30	1	1,35	9,16	3	1,28
PR226	226	4,34	32	23	12,73	0	1,28	12,39	2	1,28		4	1,27
GIL262	262	8,13	51	26	9,75	2	2,26		2	2,24		5	2,19
PR264	264	8,15	44	29	13,25	0	2,31	12,96	2	2,25		5	2,20
A280	280	5,60	56	29	12,29	0	2,31	7,95	2	2,24		5	2,26
PR299	299	5,33	65	37	8,30	3	2,76	8,30	3	2,76		5	2,68
LIN318	318	8,57	79	39	16,57	5	3,25		5	3,33		6	3,11
Mittelwert		4,83			9,17			8,97			8,62		
Stdabw.		1,95			3,02			2,94			2,99		
Maximum		8,57			16,57			16,57			16,11		
Minimum		1,35			3,41			3,41			3,38		

Tab. 142: Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik auf die 35 TSP der Gruppe II bei verschiedenen Abbruchquoten (ABQ: 0%, 1%, 2%): Realisierte Lösungsqualitäten als % über OLN (%>OLN), Rechenzeiten in Sekunden (OZ) und Angabe der Anzahl nachträglich in die Rundreise eingefügter Städte (NIF) im Vergleich mit den Lösungsqualitäten und Rechenzeiten der unmodifizierten CHI-TA- sowie der CHI-TA VD2-Heuristik (mit der Grundparametrisierung Modus B, VAV-EAV: 7-10, "Cheapest Insertion - Greatest Angle Insertion"; bei CHI-TA VD2 $g_A = 2$; $g_B = 3$; für CHI-TA VD2 keine Angabe von Lösungsqualitäten, da identisch zur CHI-TA-Heuristik).

		CHI-	ΤΛ	CHI-TA VD2	CHI	-TIC	I,	CHI	-TIC	I,	CHI	-TIC	I,
		Спі-	IA	$g_A = 2; g_B = 3$	AB	Q 3%)	AB	Q 4%)	AB	Q 5%))
		% >			% >			% >			% >		
TSP	n	OLN	ΟZ	OZ	OLN	NIF	ΟZ	OLN	NIF	ΟZ	OLN	NIF	ΟZ
EIL51	51	6,32	1	1	8,96	1	0,13	8,96	2	0,12	8,96	2	0,12
BERLIN52	52	2,43	1	1	13,14	1	0,14	9,56	2	0,13	9,56	2	0,13
ST70	70	5,34	2	2	5,29	2	0,21	5,29	2	0,21	5,29	3	0,20
EIL76	76	7,90	2	2	7,70	2	0,26	8,53	3	0,25	8,53	3	0,24
PR76	76	2,32	3	3	5,74	2	0,25	3,60	3	0,25	3,60	3	0,25
RAT99	99	5,37	4	4	5,51	2	0,37	5,51	3	0,37	6,13	4	0,36
KR100A	100	1,84	5	4	3,02	2	0,38	3,02	3	0,37	4,82	4	0,36
KR100B	100	1,35	5	4	4,23	2	0,38	4,23	3	0,38	4,23	4	0,36
KR100C	100	2,29	4	4	6,95	2	0,38	6,95	3	0,38	6,95	4	0,37
KR100D	100	3,03	5	4	9,10	2	0,37	7,56	3	0,37	7,56	4	0,36
KR100E	100	4,54	4	4	3,65	2	0,38	3,65	3	0,38	2,85	4	0,37
RD100	100	4,39	5	4	5,60	2	0,38	5,60	3	0,38	5,60	4	0,38
EIL101	101	6,54	5	4	10,39	3	0,39	10,37	4	0,40	10,37	5	0,39
LIN105	105	2,40	6	5	6,48	3	0,42	6,24	4	0,41	6,24	5	0,41
PR107	107	2,45	3	3	12,21	3	0,36	12,21	4	0,37	12,21	5	0,35
PR124	124	4,03	7	4	10,19	3	0,42	10,39	4	0,41	12,74	6	0,40
BIER127	127	5,57	12	6	11,61	3	0,60	11,71	5	0,59	11,71	6	0,58
CH130	130	6,74	10	7	10,87	3	0,61	10,17	5	0,60	10,08	6	0,59
PR136	136	4,43	8	7	6,01	4	0,66	6,01	5	0,65	6,49	6	0,64
PR144	144	4,92	13	10	13,59	4	0,64	13,59	5	0,67	14,20	7	0,62
CH150	150	5,30	13	9	6,41	4	0,78	6,41	5	0,76	6,16	7	0,73
KR150A	150	4,16	12	9	6,45	4	0,75	6,45	5	0,76	6,44	7	0,73
KR150B	150	4,13	12	10	7,93	4	0,76	7,93	5	0,78	7,93	7	0,75
PR152	152	5,32	14	9	7,69	4	0,74	7,86	6	0,72	8,70	7	0,75
U159	159	6,71	12	8	8,42	4	0,76	8,42	6	0,74	8,42	7	0,73
RAT195	195	7,38	22	13	5,41	5	1,20	5,45	7	1,18	4,90	9	1,19
D198	198	2,59	27	17	5,69	5	1,30	5,70	7	1,27	5,67	9	1,22
KR200A	200	4,11	25	17	8,01	5	1,28	8,87	7	1,30	8,65	9	1,30
KR200B	200	5,12	24	16	8,85	5	1,26	7,53	7	1,26	7,74	9	1,30
PR226	226	4,34	32	23	12,39	6	1,21	12,19	9	1,18	12,19	11	1,17
GIL262	262	8,13	51	26	8,59	7	2,17	8,57	10	2,13	8,62	13	2,08
PR264	264	8,15	44	29	12,61	7	2,18	12,27	10	2,17	12,03	13	2,13
A280	280	5,60	56	29	6,40	8	2,19	6,40	11	2,12	6,40	13	2,10
PR299	299	5,33	65	37	6,59	8	2,69	6,62		2,57	6,62	14	2,59
LIN318	318	8,57	79	39	15,56	9	3,07	15,61	12	3,20	15,45	15	2,98
Mittelwert		4,83			8,21			7,98			8,12		
Stdabw.		1,95			3,06			2,99			3,05		
Maximum		8,57			15,56			15,61			15,45		
Minimum		1,35			3,02			3,02			2,85		

Tab. 143: Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik auf die 35 TSP der Gruppe II bei verschiedenen Abbruchquoten (ABQ: 3%, 4%, 5%): Realisierte Lösungsqualitäten als % über OLN (%>OLN), Rechenzeiten in Sekunden (OZ) und Angabe der Anzahl nachträglich in die Rundreise eingefügter Städte (NIF) im Vergleich mit den Lösungsqualitäten und Rechenzeiten der unmodifizierten CHI-TA- sowie der CHI-TA VD2-Heuristik (mit der Grundparametrisierung Modus B, VAV-EAV: 7-10, "Cheapest Insertion - Greatest Angle Insertion"; bei CHI-TA VD2 $g_A = 2$; $g_B = 3$; für CHI-TA VD2 keine Angabe von Lösungsqualitäten, da identisch zur CHI-TA-Heuristik).

		CHI-	ΤΛ	CHI-TA VD2	CHI	-TIC	I,	CHI	-TIC	I,	CHI	-TIC	I,
		Спі-	IA	$g_A = 2; g_B = 3$	AB	Q 6%	,)	AB	Q 7%)	AB	Q 8%)
		%>			%>			% >			% >		
TSP	n	OLN	ΟZ	OZ	OLN	NIF	ΟZ	OLN	NIF	ΟZ	OLN	NIF	ΟZ
EIL51	51	6,32	1	1	9,00	3	0,12	9,00	3	0,12	8,60	4	0,11
BERLIN52	52	2,43	1	1	9,56	3	0,13	9,56	3	0,13	9,56	4	0,13
ST70	70	5,34	2	2	5,29	4	0,20	5,29	4	0,20	8,05	5	0,20
EIL76	76	7,90	2	2	8,28	4	0,24	8,28	5	0,24	7,96	6	0,24
PR76	76	2,32	3	3	3,04	4	0,25	3,04	5	0,24	3,04	6	0,24
RAT99	99	5,37	4	4	6,13	5	0,35	6,45	6	0,35	6,45	7	0,34
KR100A	100	1,84	5	4	3,07	5	0,36	2,14	7	0,36	2,14	8	0,36
KR100B	100	1,35	5	4	4,40	5	0,36	3,70	7	0,36	3,62	8	0,35
KR100C	100	2,29	4	4	6,95	5	0,37	8,32	7	0,36	8,32	8	0,36
KR100D	100	3,03	5	4	7,56	5	0,36	7,63	7	0,35	7,63	8	0,35
KR100E	100	4,54	4	4	2,85	5	0,37	1,62	7	0,36	1,62	8	0,36
RD100	100	4,39	5	4	6,46	5	0,37	5,60	7	0,37	7,80	8	0,36
EIL101	101	6,54	5	4	10,14	6	0,38	10,14	7	0,39	10,14	8	0,38
LIN105	105	2,40	6	5	5,96	6	0,41	5,96	7	0,41	5,96	8	0,41
PR107	107	2,45	3	3	12,21	6	0,35	12,21	7	0,35	12,21	8	0,34
PR124	124	4,03	7	4	12,74	7	0,39	12,48	8	0,39	10,40	9	0,40
BIER127	127	5,57	12	6	12,02	7	0,56	12,02	8	0,58	12,02	10	0,55
CH130	130	6,74	10	7	10,08	7	0,58	11,51	9	0,57	11,03	10	0,57
PR136	136	4,43	8	7	6,54	8	0,62	6,54	9	0,64	6,54	10	0,63
PR144	144	4,92	13	10	14,20	8	0,64	14,20	10	0,60	14,20	11	0,59
CH150	150	5,30	13	9	6,16	8	0,73	5,76	10	0,73	6,39	12	0,70
KR150A	150	4,16	12	9	6,44	8	0,71	6,64	10	0,72	7,21	12	0,69
KR150B	150	4,13	12	10	7,49	8	0,75	6,13	10	0,73	6,51	12	0,73
PR152	152	5,32	14	9	7,89	9	0,72	7,89	10	0,72	8,38	12	0,68
U159	159	6,71	12	8	10,10	9	0,74	7,98	11	0,70	8,09	12	0,69
RAT195	195	7,38	22	13	4,86	11	1,15	4,80	13	1,13	4,80	15	1,11
D198	198	2,59	27	17	5,67	11	1,20	5,67	13	1,19	5,53	15	1,17
KR200A	200	4,11	25	17	8,13	11	1,27	8,13	14	1,20	8,64	16	1,19
KR200B	200	5,12	24	16	7,74	11	1,28	6,67	14	1,23	6,67	16	1,18
PR226	226	4,34	32	23	12,08	13	1,15	12,08	15	1,18	12,08	18	1,10
GIL262	262	8,13	51	26	8,62	15	2,10	9,33	18	2,02	8,54	20	2,02
PR264	264	8,15	44	29	12,11		2,13		18	2,10	12,11	21	2,07
A280	280	5,60	56	29	6,48		2,06		19	2,08	7,30	22	1,99
PR299	299	5,33	65	37	7,67	17	2,52	7,10	20	2,48	8,31	23	2,42
LIN318	318	8,57	79	39	14,16	19	2,96	13,90	22	2,85	14,14	25	2,92
Mittelwert		4,83			8,06			7,91			8,06		
Stdabw.		1,95			3,05			3,22			3,06		
Maximum		8,57			14,20			14,20			14,20		
Minimum		1,35			2,85			1,62			1,62		

Tab. 144: Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik auf die 35 TSP der Gruppe II bei verschiedenen Abbruchquoten (ABQ: 6%, 7%, 8%): Realisierte Lösungsqualitäten als % über OLN (%>OLN), Rechenzeiten in Sekunden (OZ) und Angabe der Anzahl nachträglich in die Rundreise eingefügter Städte (NIF) im Vergleich mit den Lösungsqualitäten und Rechenzeiten der unmodifizierten CHITA- sowie der CHI-TA VD2-Heuristik (mit der Grundparametrisierung Modus B, VAV-EAV: 7-10, "Cheapest Insertion - Greatest Angle Insertion"; bei CHITA VD2 $g_A = 2$; $g_B = 3$; für CHI-TA VD2 keine Angabe von Lösungsqualitäten, da identisch zur CHI-TA-Heuristik).

	Ī	CIII	тл	CHI-TA VD2	CHI	-TIC	I,	CHI	-TIC	I,	CHI	-TIC	I,
		CHI-	IA	$g_A = 2; g_B = 3$		Q 9%		ABO	Q 109	6		Q 119	
		% >			%>			% >	Ì		% >	Ì	
TSP	n	OLN	ΟZ	OZ	OLN	NIF	ΟZ	OLN	NIF	ΟZ	OLN	NIF	ΟZ
EIL51	51	6,32	1	1	8,60	4	0,11	8,60	5	0,11	8,60	5	0,11
BERLIN52	52	2,43	1	1	9,56	4	0,13	9,76	5	0,13	9,76	5	0,13
ST70	70	5,34	2	2	4,99	6	0,19	4,99	7	0,20	4,99	7	0,19
EIL76	76	7,90	2	2	7,96	6	0,23	7,96	7	0,24	7,96	8	0,23
PR76	76	2,32	3	3	3,04	6	0,23	3,23	7	0,23	3,04	8	0,23
RAT99	99	5,37	4	4	6,40	8	0,34	7,84	9	0,34	9,11	10	0,33
KR100A	100	1,84	5	4	2,99	9	0,35	2,60	10	0,33	2,60	11	0,33
KR100B	100	1,35	5	4	3,62	9	0,35	2,41	10	0,34	2,36	11	0,34
KR100C	100	2,29	4	4	8,32	9	0,36	8,32	10	0,34	10,21	11	0,33
KR100D	100	3,03	5	4	7,54	9	0,34	7,54	10	0,33	7,54	11	0,33
KR100E	100	4,54	4	4	1,62	9	0,35	1,62	10	0,34	2,28	11	0,33
RD100	100	4,39	5	4	7,80	9	0,35	7,80	10	0,36	7,80	11	0,34
EIL101	101	6,54	5	4	10,14	9	0,37	11,06	10	0,36	11,06	11	0,37
LIN105	105	2,40	6	5	5,85	9	0,39	4,71	10	0,38	4,71	11	0,38
PR107	107	2,45	3	3	12,21	9	0,35	12,21	10	0,33	11,95	11	0,33
PR124	124	4,03	7	4	10,40	11	0,39	9,71	12	0,38	10,19	13	0,37
BIER127	127	5,57	12	6	12,02	11	0,54	12,02	12	0,54	12,02	13	0,55
CH130	130	6,74	10	7	11,03	11	0,55	11,03	13	0,55	9,75	14	0,54
PR136	136	4,43	8	7	6,54	12	0,59	8,49	13	0,61	8,49	14	0,58
PR144	144	4,92	13	10	9,88	12	0,59	9,74	14	0,58	9,74	15	0,58
CH150	150	5,30	13	9	6,72	13	0,72	7,00	15	0,69	7,00	16	0,67
KR150A	150	4,16	12	9	9,81	13	0,71	10,78	15	0,67	10,94	16	0,66
KR150B	150	4,13	12	10	6,61	13	0,70	8,76	15	0,69	8,25	16	0,68
PR152	152	5,32	14	9	9,22	13	0,67	8,41	15	0,66	8,41	16	0,65
U159	159	6,71	12	8	8,66	14	0,68	7,50	15	0,69	7,50	17	0,68
RAT195	195	7,38	22	13	5,65	17	1,14	6,50	19	1,09	8,07	21	1,05
D198	198	2,59	27	17	5,53	17	1,16	5,53	19	1,13	5,36	21	1,11
KR200A	200	4,11	25	17	9,42	18	1,16	9,39	20	1,13	9,76	22	1,12
KR200B	200	5,12	24	16	6,47	18	1,14	6,47	20	1,12	7,11	22	1,12
PR226	226	4,34	32	23	12,01	20	1,08	12,16	22	1,08	12,16	24	1,06
GIL262	262	8,13	51	26	8,76	23	1,97	9,05	26	1,92	9,21	28	1,89
PR264	264	8,15	44	29	12,11	23	2,03	14,15	26	1,98	14,15	29	1,94
A280	280	5,60	56	29	6,99	25	2,03	6,99	27	1,92	7,45	30	1,86
PR299	299	5,33	65	37	7,56	26	2,41	8,59	29	2,36	7,46	32	2,32
LIN318	318	8,57	79	39	14,05	28	2,92	14,14	31	2,73	13,91	34	2,80
Mittelwert		4,83			8,00			8,20			8,31		
Stdabw.		1,95			2,89			3,08			3,02		
Maximum		8,57			14,05			14,15			14,15		
Minimum		1,35			1,62			1,62			2,28		

Tab. 145: Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik auf die 35 TSP der Gruppe II bei verschiedenen Abbruchquoten (ABQ: 9%, 10%, 11%): Realisierte Lösungsqualitäten als % über OLN (%>OLN), Rechenzeiten in Sekunden (OZ) und Angabe der Anzahl nachträglich in die Rundreise eingefügter Städte (NIF) im Vergleich mit den Lösungsqualitäten und Rechenzeiten der unmodifizierten CHI-TA- sowie der CHI-TA VD2-Heuristik (mit der Grundparametrisierung Modus B, VAV-EAV: 7-10, "Cheapest Insertion - Greatest Angle Insertion"; bei CHI-TA VD2 $g_A = 2$; $g_B = 3$; für CHI-TA VD2 keine Angabe von Lösungsqualitäten, da identisch zur CHI-TA-Heuristik).

		CHI-	ΤΛ	CHI-TA VD2	CHI	-TIC	I,	CHI	-TIC	I,	CHI	-TIC	I,
		Спі-	IA	$g_A = 2; g_B = 3$	AB	Q 129	%	ABO	Q 139	6	ABO	Q 149	6
		%>			%>			% >			% >		
TSP	n	OLN	ΟZ	OZ	OLN	NIF	ΟZ	OLN	NIF	ΟZ	OLN	NIF	ΟZ
EIL51	51	6,32	1	1	9,67	6	0,11	9,67	6	0,11	9,67	7	0,11
BERLIN52	52	2,43	1	1	13,63	6	0,13	13,63	6	0,12	13,63	7	0,12
ST70	70	5,34	2	2	4,94	8	0,19	4,94	9	0,18	4,94	9	0,18
EIL76	76	7,90	2	2	7,96	9	0,23	7,96	9	0,22	7,05	10	0,22
PR76	76	2,32	3	3	8,40	9	0,22	8,40	9	0,22	6,99	10	0,22
RAT99	99	5,37	4	4	8,96	11	0,33	9,08	12	0,32	9,99	13	0,31
KR100A	100	1,84	5	4	2,60	12	0,34	4,26	13	0,33	4,26	14	0,32
KR100B	100	1,35	5	4	2,36	12	0,34	4,13	13	0,34	4,13	14	0,32
KR100C	100	2,29	4	4	9,44	12	0,34	9,21	13	0,33	9,21	14	0,32
KR100D	100	3,03	5	4	9,02	12	0,34	9,02	13	0,33	10,59	14	0,31
KR100E	100	4,54	4	4	2,28	12	0,34	2,28	13	0,34	2,28	14	0,32
RD100	100	4,39	5	4	7,80	12	0,35	9,48	13	0,33	10,40	14	0,32
EIL101	101	6,54	5	4	11,62	12	0,35	11,14	13	0,35	11,09	14	0,34
LIN105	105	2,40	6	5	3,37	12	0,37	3,37	13	0,36	3,37	14	0,36
PR107	107	2,45	3	3	11,95	12	0,33	11,95	13	0,32	11,95	14	0,31
PR124	124	4,03	7	4	7,14	14	0,36	2,82	16	0,35	2,82	17	0,34
BIER127	127	5,57	12	6	12,56	15	0,52	12,56	16	0,52	12,56	17	0,51
CH130	130	6,74	10	7	9,23	15	0,53	9,23	16	0,53	9,24	18	0,51
PR136	136	4,43	8	7	8,50	16	0,58	8,50	17	0,57	9,02	19	0,56
PR144	144	4,92	13	10	9,72	17	0,55	9,72	18	0,57	9,72	20	0,55
CH150	150	5,30	13	9	5,57	18	0,68	5,57	19	0,67	5,77	21	0,64
KR150A	150	4,16	12	9	12,00	18	0,67	12,00	19	0,66	12,30	21	0,63
KR150B	150	4,13	12	10	8,25	18	0,68	8,42	19	0,68	11,14	21	0,64
PR152	152	5,32	14	9	9,12	18	0,65	9,37	19	0,63	9,37	21	0,63
U159	159	6,71	12	8	8,11	19	0,67	8,03	20	0,64	8,03	22	0,62
RAT195	195	7,38	22	13	8,07	23	1,08	8,07	25	1,05	9,43	27	1,00
D198	198	2,59	27	17	5,31	23	1,09	5,31	25	1,06	5,29	27	1,06
KR200A	200	4,11	25	17	9,76	24	1,10	11,36	26	1,07	12,30	28	1,11
KR200B	200	5,12	24	16	7,86	24	1,10	7,51	26	1,07	8,18	28	1,10
PR226	226	4,34	32	23	6,58	27	1,02	6,69	29	1,02	6,85	31	0,98
GIL262	262	8,13	51	26	9,33	31	1,86	9,74	34	1,82	9,73	36	1,79
PR264	264	8,15	44	29	14,15		1,92			1,90			1,86
A280	280	5,60	56	29	7,45		1,88			1,80		39	1,77
PR299	299	5,33	65	37	7,42		2,26			2,21	7,99	41	2,19
LIN318	318	8,57	79	39	13,91	38	2,66			2,62		44	2,52
Mittelwert		4,83			8,40			8,51			8,71		
Stdabw.		1,95			3,08			3,09			3,20		
Maximum		8,57			14,15			14,15			14,15		
Minimum		1,35			2,28			2,28			2,28		

Tab. 146: Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik auf die 35 TSP der Gruppe II bei verschiedenen Abbruchquoten (ABQ: 12%, 13%, 14%): Realisierte Lösungsqualitäten als % über OLN (%>OLN), Rechenzeiten in Sekunden (OZ) und Angabe der Anzahl nachträglich in die Rundreise eingefügter Städte (NIF) im Vergleich mit den Lösungsqualitäten und Rechenzeiten der unmodifizierten CHI-TA- sowie der CHI-TA VD2-Heuristik (mit der Grundparametrisierung Modus B, VAV-EAV: 7-10, "Cheapest Insertion - Greatest Angle Insertion"; bei CHI-TA VD2 $g_A = 2$; $g_B = 3$; für CHI-TA VD2 keine Angabe von Lösungsqualitäten, da identisch zur CHI-TA-Heuristik).

EIL51			CIII	тл	CHI-TA VD2	CHI	-TIC	I,	CHI	-TIC	I,	CHI	-TIC	I,
TSP			CHI-	IA	$g_A = 2; g_B = 3$	AB	Q 159	6	ABO	Q 169	6	ABO	Q 179	6
TSP			% >			% >			% >			% >		
BERLIN52 52 2,43 1 1 13,63 7 0,12 14,33 8 0,12 14,33 8 0,12 14,33 8 0,15 14,33 14,04 11 0,16 14,34 12 0,25 14,34 12 0,25 14,34 14 14 14,34 14 14,34 14 14,34 14 14,34 14 14,34 14 15 14,35 14 14,35 14,3	TSP	n		ΟZ	OZ		NIF	ΟZ	OLN	NIF	ΟZ		NIF	ΟZ
ST70			6,32	1	1	9,67		0,11	9,67	8		9,67	8	0,11
EIL76	BERLIN52	52	2,43	1		13,63			14,33	8	-	14,33	8	0,12
PR76 76 2,32 3 3 7,13 11 0,21 6,66 12 0,21 6,66 12 0,21 6,66 12 0,21 6,66 12 0,22 0,23 RAT799 99 5,37 4 4 10,50 14 0,31 10,72 15 0,30 10,72 16 0,3 KR100D 100 1,35 5 4 4,26 14 0,32 4,26 15 0,32 4,48 16 0,3 KR100C 100 2,29 4 4 9,21 14 0,32 10,14 15 0,32 10,14 16 0,3 KR100E 100 4,54 4 4 2,28 14 0,34 2,28 15 0,31 10,95 16 0,3 EIL101 101 6,54 5 4 10,40 14 0,33 10,40 15 0,32 8,00 16 0,3 EIL101	ST70	70	5,34			4,94	10	0,18	4,94	11	0,18	4,94	11	0,18
RAT99 99 5.37 4 4 4 10,50 14 0,31 10,72 15 0,30 10,72 16 0,3 KR100A 100 1,84 5 4 4,26 14 0,32 4,26 15 0,32 4,38 16 0,3 KR100B 100 1,35 5 4 4,13 14 0,32 4,13 15 0,32 4,44 16 0,3 KR100C 100 2,29 4 4 4 9,21 14 0,32 11,90 15 0,31 10,95 16 0,3 KR100D 100 3,03 5 4 10,59 14 0,32 10,14 15 0,32 10,14 16 0,3 KR100E 100 4,54 4 4 2,28 14 0,34 2,28 15 0,33 2,28 16 0,3 RD100 100 4,39 5 4 10,49 15 0,34 10,94 15 0,32 2,80 16 0,3 EIL101 101 6,54 5 4 10,40 14 0,33 10,40 15 0,32 8,00 16 0,3 LIN105 105 2,40 6 5 3,37 15 0,35 3,37 16 0,36 3,37 17 0,3 PR107 107 2,45 3 3 11,95 16 0,30 12,07 17 0,30 11,41 18 0,3 PR124 124 4,03 7 4 2,82 18 0,33 2,82 19 0,34 3,28 21 0,3 BIER127 127 5,57 12 6 14,07 19 0,51 14,18 20 0,49 14,38 21 0,4 CH130 130 6,74 10 7 10,70 19 0,51 14,18 20 0,49 14,38 21 0,4 CH130 130 6,74 10 7 10,70 19 0,51 14,18 20 0,49 14,38 21 0,4 CH130 130 6,74 10 7 10,70 19 0,51 10,70 20 0,55 10,02 20 0,5 PR144 144 4,92 13 10 9,72 21 0,55 10,38 23 0,52 10,38 24 0,5 CH150 150 5,30 13 9 6,43 22 0,63 6,18 23 0,62 14,08 25 0,6 KR150A 150 4,16 12 9 14,08 22 0,65 14,08 23 0,62 14,08 25 0,6 KR150A 150 4,16 12 9 14,08 22 0,65 14,08 23 0,62 14,08 25 0,6 KR150B 150 4,13 12 10 11,14 22 0,63 11,50 23 0,64 6,18 25 0,6 KR150B 150 4,13 12 10 11,14 22 0,63 11,50 23 0,64 6,18 25 0,6 KR150B 150 4,13 12 10 11,14 22 0,63 11,50 23 0,64 6,18 25 0,6 KR150B 150 4,13 12 10 11,14 22 0,63 11,50 23 0,64 11,15 25 0,6 RAT195 195 7,38 22 13 9,43 29 0,98 9,43 31 1,00 10,11 33 0,9 D198 198 2,59 27 17 5,55 29 1,03 5,55 31 1,03 5,55 33 1,0 KR200B 200 5,12 24 16 7,58 29 1,04 7,27 31 1,03 7,36 33 1,0 KR200B 200 5,12 24 16 7,58 29 1,04 7,27 31 1,03 7,36 33 1,0 KR200B 200 5,12 24 16 7,58 29 1,04 7,27 31 1,03 7,36 33 1,0 KR200B 200 5,12 24 16 7,58 29 1,04 7,27 31 1,03 7,36 33 1,0 KR200B 200 5,12 24 16 7,58 29 1,04 7,27 31 1,03 7,36 33 1,0 KR200B 200 5,12 24 16 7,58 29 1,04 7,27 31 1,03 7,36 33 1,0 KR200B 200 5,12 24 16 7,58 29 1,04 7,27 31 1,03 7,36 33 1,0 KR200B 200 5,12 24 16 7,58 29 1,04 7,27 31 1,03 7,36 33 1,0 KR200B 200 5,12 24 16 7,58 29 1,04 7,27 31 1,03 7,36 33		76	7,90			7,45	11	0,22	7,44	12	0,21	7,44	12	0,22
KR100A 100 1,84 5	PR76	76	2,32	3	3	7,13	11	0,21	6,66	12	0,21	6,66	12	0,21
KR100B	RAT99	99	5,37	4	4	10,50	14	0,31	10,72	15	0,30	10,72	16	0,31
KR100C 100 2,29 4 4 9,21 14 0,32 11,90 15 0,31 10,95 16 0,3 KR100D 100 3,03 5 4 10,59 14 0,32 10,14 15 0,32 10,14 16 0,3 KR100E 100 4,54 4 4 2,28 14 0,34 2,28 15 0,33 2,28 16 0,3 EIL101 101 6,54 5 4 10,40 15 0,34 10,94 16 0,34 10,94 17 0,3 LIN105 105 2,40 6 5 3,37 15 0,35 3,37 16 0,36 3,37 17 0,3 RR107 107 2,45 3 3 11,95 16 0,30 12,07 17 0,30 11,41 18 0,3 RR124 124 4,03 7 4 2,82 18 0,33 2,82 19 0,34 3,28 21 0,3 RR124 124 4,03 7 4 2,82 18 0,33 2,82 19 0,34 3,28 21 0,3 RR136 136 4,43 8 7 9,02 20 0,56 9,02 21 0,55 10,02 23 0,5 RR150 150 5,30 13 9 6,43 22 0,63 6,18 23 0,64 6,18 25 0,6 KR150B 150 4,16 12 9 14,08 22 0,63 6,18 23 0,64 6,18 25 0,6 KR150B 150 4,13 12 10 11,14 22 0,63 11,50 23 0,64 11,15 25 0,6 RR150B 150 4,13 12 10 11,14 22 0,63 11,50 23 0,64 11,15 25 0,6 RR150B 159 6,71 12 8 8,32 23 0,61 8,32 25 0,62 8,32 27 0,5 RAT195 195 7,38 22 13 9,43 29 0,98 9,43 31 1,00 10,11 33 0,9 0,14 1,75 10,75 44 1,6 RR200B 200 5,12 24 16 7,58 29 1,04 7,27 31 1,03 7,36 33 1,0 RR206 264 8,15 44 29 15,51 39 1,81 10,04 41 1,75 10,75 44 1,6 RR264 264 8,15 44 29 15,51 39 1,81 10,04 41 1,75 10,75 44 1,6 RR264 264 8,15 44 29 15,51 39 1,81 10,04 41 1,75 10,75 44 1,6 RR264 264 8,15 44 29 15,51 39 1,81 10,04 41 1,75 10,75 44 1,6 RR264 264 8,15 44 29 7,45 41 1,79 7,73 44 1,69 7,73 44 1,6 7,75 42 1,8 7,77 50 2,0	KR100A	100	1,84	5	4	4,26	14	0,32	4,26	15	0,32	4,38	16	0,32
KR100D 100 3,03 5 4 10,59 14 0,32 10,14 15 0,32 10,14 16 0,3 KR100E 100 4,54 4 4 2,28 14 0,34 2,28 15 0,33 2,28 16 0,3 RD100 100 4,39 5 4 10,40 14 0,33 10,40 15 0,32 8,00 16 0,3 LIN105 105 2,40 6 5 3,37 15 0,35 3,37 16 0,36 3,37 17 0,3 PR107 107 2,45 3 3 11,95 16 0,30 12,07 17 0,30 11,41 18 0,3 PR124 124 4,03 7 4 2,82 18 0,33 2,82 19 0,34 3,28 21 0,3 BIER127 127 5,57 12 6 14,07 19 0,51 14,18 20 0,49 14,38 21 0,4 CH130 130 6,74 10 7 10,70 19 0,51 14,18 20 0,49 14,38 21 0,4 PR136 136 4,43 8 7 9,02 20 0,56 9,02 21 0,55 10,02 23 0,5 PR144 144 4,92 13 10 9,72 21 0,55 10,38 23 0,62 10,38 24 0,5 CH150 150 5,30 13 9 6,43 22 0,65 14,08 23 0,64 6,18 25 0,6 KR150A 150 4,16 12 9 14,08 22 0,65 14,08 23 0,64 11,15 25 0,6 RR150B 150 4,16 12 9 14,08 22 0,65 14,08 23 0,64 11,15 25 0,6 RR150B 150 4,16 12 9 14,08 22 0,65 14,08 23 0,64 11,15 25 0,6 RR150B 150 4,16 12 9 14,08 22 0,65 14,08 23 0,64 11,15 25 0,6 RR150B 150 4,16 12 9 14,08 22 0,65 14,08 23 0,64 11,15 25 0,6 RR150B 150 4,16 12 9 14,08 22 0,65 14,08 23 0,64 11,15 25 0,6 RR150B 250 4,13 12 10 11,14 22 0,63 11,50 23 0,64 11,15 25 0,6 RR150B 250 4,13 12 10 11,14 22 0,63 11,50 23 0,64 11,15 25 0,6 RR150B 250 4,13 12 10 11,14 22 0,63 11,50 23 0,64 11,15 25 0,6 RR150B 250 4,13 12 10 11,14 22 0,63 11,50 23 0,64 11,15 25 0,6 RR150B 250 4,13 12 10 11,14 22 0,63 11,50 23 0,64 11,15 25 0,6 RR150B 250 4,13 12 10 11,14 22 0,63 11,50 23 0,64 11,15 25 0,6 RR150B 200 4,11 25 17 13,00 29 1,04 13,48 31 1,03 13,48 33 1,0 KR200B 200 5,12 24 16 7,58 29 1,04 7,27 31 1,03 7,36 33 1,0 RR200B 200 5,12 24 16 7,58 29 1,04 7,27 31 1,03 7,36 33 1,0 RR200B 200 5,12 24 16 7,58 29 1,04 7,27 31 1,03 7,36 33 1,0 RR200B 200 5,12 24 16 7,58 29 1,04 7,27 31 1,03 7,36 33 1,0 RR200B 200 5,12 24 16 7,58 29 1,04 7,27 31 1,03 13,48 33 1,0 RR20B 200 5,12 24 16 7,58 29 1,04 7,27 31 1,03 7,36 33 1,0 RR200B 200 5,12 24 16 7,58 29 1,04 7,27 31 1,03 7,36 33 1,0 RR200B 200 5,12 24 16 7,58 29 1,04 7,27 31 1,03 7,36 33 1,0 RR200B 200 5,12 24 16 7,58 29 1,04 7,27 31 1,03 7,36 33 1,0 RR200B 200 5,12 24 16 7,58 29 1,04 7,2	KR100B	100	1,35	5	4	4,13	14	0,32	4,13	15	0,32	4,44	16	0,32
KR100E 100 4,54 4 4 2,28 14 0,34 2,28 15 0,33 2,28 16 0,3 RD100 100 4,39 5 4 10,40 14 0,33 10,40 15 0,32 8,00 16 0,3 LIN105 105 2,40 6 5 3,37 15 0,35 3,37 16 0,36 3,37 17 0,3 RP107 107 2,45 3 3 11,95 16 0,30 12,07 17 0,30 11,41 18 0,3 RP124 124 4,03 7 4 2,82 18 0,33 2,82 19 0,34 3,28 21 0,3 RER127 127 5,57 12 6 14,07 19 0,51 14,18 20 0,49 14,38 21 0,4 CH130 130 6,74 10 7 10,70 19 0,51 14,18 20 0,49 14,38 21 0,4 RP136 136 4,43 8 7 9,02 20 0,56 9,02 21 0,55 10,02 23 0,5 RP144 144 4,92 13 10 9,72 21 0,55 10,38 23 0,52 10,38 24 0,5 CH150 150 5,30 13 9 6,43 22 0,63 6,18 23 0,64 6,18 25 0,6 KR150A 150 4,16 12 9 14,08 22 0,65 14,08 23 0,64 11,15 25 0,6 KR150B 150 4,13 12 10 11,14 22 0,63 11,50 23 0,64 11,15 25 0,6 RAT195 159 6,71 12 8 8,32 23 0,61 8,32 25 0,62 8,32 27 0,5 RAT195 195 7,38 22 13 9,43 29 0,98 9,43 31 1,00 10,11 33 0,9 0,98 2,43 31 1,00 10,11 33 0,9 0,98 2,43 31 1,00 10,11 33 0,9 0,98 2,43 31 1,00 10,11 33 3,9 0,98 2,43 31 1,00 10,11 33 3,9 0,98 2,43 31 1,00 10,11 33 3,9 0,98 2,43 31 1,00 10,11 33 3,48 33 1,0 1,03 1,03 1,03 1,03 1,04 1,75 1,75 44 1,42 1,24 1,25 1,24 1,25 1,2	KR100C	100	2,29	4	4	9,21	14	0,32	11,90	15	0,31	10,95	16	0,32
RD100	KR100D	100	3,03	5	4	10,59	14	0,32	10,14	15	0,32	10,14	16	0,31
EIL101	KR100E	100	4,54	4	4	2,28	14	0,34	2,28	15	0,33	2,28	16	0,32
LIN105	RD100	100	4,39	5	4	10,40	14	0,33	10,40	15	0,32	8,00	16	0,32
PR107	EIL101	101	6,54	5	4	10,94	15	0,34	10,94	16	0,34	10,94	17	0,33
PR107	LIN105	105	2,40	6	5	3,37	15	0,35	3,37	16	0,36	3,37	17	0,34
PR124	PR107	107	2,45	3		11,95	16	0,30	12,07			11,41	18	0,30
CH130	PR124	124	4,03	7		2,82	18	0,33	2,82	19	0,34	3,28	21	0,31
PR136	BIER127	127	5,57	12	6	14,07	19	0,51	14,18	20	0,49	14,38	21	0,48
PR144	CH130	130	6,74	10	7	10,70	19	0,51	10,70	20	0,50	10,70	22	0,48
CH150 150 5,30 13 9 6,43 22 0,63 6,18 23 0,64 6,18 25 0,6 KR150A 150 4,16 12 9 14,08 22 0,65 14,08 23 0,62 14,08 25 0,6 KR150B 150 4,13 12 10 11,14 22 0,63 11,50 23 0,64 11,15 25 0,6 PR152 152 5,32 14 9 9,37 22 0,63 9,37 24 0,60 9,37 25 0,5 U159 159 6,71 12 8 8,32 23 0,61 8,32 25 0,62 8,32 27 0,5 RAT195 195 7,38 22 13 9,43 29 0,98 9,43 31 1,00 10,11 33 0,9 D198 198 2,59 27 17 5,55	PR136	136	4,43	8	7	9,02	20	0,56	9,02	21	0,55	10,02	23	0,52
KR150A 150 4,16 12 9 14,08 22 0,65 14,08 23 0,62 14,08 25 0,6 KR150B 150 4,13 12 10 11,14 22 0,63 11,50 23 0,64 11,15 25 0,6 PR152 152 5,32 14 9 9,37 22 0,63 9,37 24 0,60 9,37 25 0,5 U159 159 6,71 12 8 8,32 23 0,61 8,32 25 0,62 8,32 27 0,5 RAT195 195 7,38 22 13 9,43 29 0,98 9,43 31 1,00 10,11 33 0,9 D198 198 2,59 27 17 5,55 29 1,03 5,55 31 1,00 10,11 33 0,9 KR200A 200 4,11 25 17 13,00 29 1,04 13,48 31 1,03 13,48 33 1,0	PR144	144	4,92	13	10	9,72	21	0,55	10,38	23	0,52	10,38	24	0,51
KR150B 150 4,13 12 10 11,14 22 0,63 11,50 23 0,64 11,15 25 0,6 PR152 152 5,32 14 9 9,37 22 0,63 9,37 24 0,60 9,37 25 0,5 U159 159 6,71 12 8 8,32 23 0,61 8,32 25 0,62 8,32 27 0,5 RAT195 195 7,38 22 13 9,43 29 0,98 9,43 31 1,00 10,11 33 0,9 D198 198 2,59 27 17 5,55 29 1,03 5,55 31 1,03 5,55 33 1,0 KR200A 200 4,11 25 17 13,00 29 1,04 13,48 31 1,03 13,48 33 1,0 KR200B 200 5,12 24 16 7,58 29 1,04 7,27 31 1,03 7,36 33 1,0	CH150	150	5,30	13	9	6,43	22	0,63	6,18	23	0,64	6,18	25	0,63
PR152 152 5,32 14 9 9,37 22 0,63 9,37 24 0,60 9,37 25 0,55 U159 159 6,71 12 8 8,32 23 0,61 8,32 25 0,62 8,32 27 0,5 RAT195 195 7,38 22 13 9,43 29 0,98 9,43 31 1,00 10,11 33 0,9 D198 198 2,59 27 17 5,55 29 1,03 5,55 31 1,03 5,55 33 1,0 KR200A 200 4,11 25 17 13,00 29 1,04 13,48 31 1,03 13,48 33 1,0 KR200B 200 5,12 24 16 7,58 29 1,04 7,27 31 1,03 7,36 33 1,0 PR226 226 4,34 32 23 5,74 33 0,94 5,74 36 0,92 5,74 38 0,94 GIL262 262 8,13 51 26 9,80 39 1,81 10,04 41 1,75 10,75 44 1,6 PR264 264 8,15 44 29 15,51 39 1,81 15,51 42 1,83 15,51 44 1,7 PR299 299 5,33 65 37 7,90 44 2,20 7,99 47 2,18 7,77 50 2,0 LIN318 318 8,57 79 39 14,00 47 2,51 14,00 50 2,52 15,08 54 2,4 Mittelwert 4,83 8,92 9,04 9,05	KR150A	150	4,16	12	9	14,08	22	0,65	14,08	23	0,62	14,08	25	0,61
U159 159 6,71 12 8 8,32 23 0,61 8,32 25 0,62 8,32 27 0,5 RAT195 195 7,38 22 13 9,43 29 0,98 9,43 31 1,00 10,11 33 0,9 D198 198 2,59 27 17 5,55 29 1,03 5,55 31 1,03 5,55 33 1,0 KR200A 200 4,11 25 17 13,00 29 1,04 13,48 31 1,03 13,48 33 1,0 KR200B 200 5,12 24 16 7,58 29 1,04 7,27 31 1,03 7,36 33 1,0 PR226 226 4,34 32 23 5,74 33 0,94 5,74 36 0,92 5,74 38 0,9 GIL262 262 8,13 51 26 9,80 39 1,81 10,04 41 1,75 10,75 44 1,6	KR150B	150	4,13	12	10	11,14	22	0,63	11,50	23	0,64	11,15	25	0,62
U159 159 6,71 12 8 8,32 23 0,61 8,32 25 0,62 8,32 27 0,5 RAT195 195 7,38 22 13 9,43 29 0,98 9,43 31 1,00 10,11 33 0,9 D198 198 2,59 27 17 5,55 29 1,03 5,55 31 1,03 5,55 33 1,0 KR200A 200 4,11 25 17 13,00 29 1,04 13,48 31 1,03 13,48 33 1,0 KR200B 200 5,12 24 16 7,58 29 1,04 7,27 31 1,03 7,36 33 1,0 RR206 226 4,34 32 23 5,74 33 0,94 5,74 36 0,92 5,74 38 0,9 GIL262 262 8,13 51 26 9,80 39 1,81 10,04 41 1,75 10,75 44 1,6	PR152	152	5,32	14	9	9,37	22	0,63	9,37	24	0,60	9,37	25	0,59
D198 198 2,59 27 17 5,55 29 1,03 5,55 31 1,03 5,55 33 1,00 KR200A 200 4,11 25 17 13,00 29 1,04 13,48 31 1,03 13,48 33 1,0 KR200B 200 5,12 24 16 7,58 29 1,04 7,27 31 1,03 7,36 33 1,0 PR226 226 4,34 32 23 5,74 33 0,94 5,74 36 0,92 5,74 38 0,99 GIL262 262 8,13 51 26 9,80 39 1,81 10,04 41 1,75 10,75 44 1,6 PR264 264 8,15 44 29 15,51 39 1,81 15,51 42 1,83 15,51 44 1,7 A280 280 5,60 56 29 7,45	U159	159	6,71	12	8	8,32	23	0,61		25	0,62	8,32	27	0,59
KR200A 200 4,11 25 17 13,00 29 1,04 13,48 31 1,03 13,48 33 1,0 KR200B 200 5,12 24 16 7,58 29 1,04 7,27 31 1,03 7,36 33 1,0 PR226 226 4,34 32 23 5,74 33 0,94 5,74 36 0,92 5,74 38 0,99 GIL262 262 8,13 51 26 9,80 39 1,81 10,04 41 1,75 10,75 44 1,6 PR264 264 8,15 44 29 15,51 39 1,81 15,51 42 1,83 15,51 44 1,7 A280 280 5,60 56 29 7,45 41 1,79 7,73 44 1,69 7,73 47 1,7 PR299 299 5,33 65 37 7,90 44 2,20 7,99 47 2,18 7,77 50 2,0 <tr< td=""><td>RAT195</td><td>195</td><td>7,38</td><td>22</td><td>13</td><td>9,43</td><td>29</td><td>0,98</td><td>9,43</td><td>31</td><td>1,00</td><td>10,11</td><td>33</td><td>0,98</td></tr<>	RAT195	195	7,38	22	13	9,43	29	0,98	9,43	31	1,00	10,11	33	0,98
KR200B 200 5,12 24 16 7,58 29 1,04 7,27 31 1,03 7,36 33 1,09 PR226 226 4,34 32 23 5,74 33 0,94 5,74 36 0,92 5,74 38 0,99 GIL262 262 8,13 51 26 9,80 39 1,81 10,04 41 1,75 10,75 44 1,6 PR264 264 8,15 44 29 15,51 39 1,81 15,51 42 1,83 15,51 44 1,7 A280 280 5,60 56 29 7,45 41 1,79 7,73 44 1,69 7,73 47 1,7 PR299 299 5,33 65 37 7,90 44 2,20 7,99 47 2,18 7,77 50 2,0 LIN318 318 8,57 79 39 14,00 47 2,51 14,00 50 2,52 15,08 54 2,4 <t< td=""><td>D198</td><td>198</td><td>2,59</td><td>27</td><td>17</td><td>5,55</td><td>29</td><td>1,03</td><td>5,55</td><td>31</td><td>1,03</td><td>5,55</td><td>33</td><td>1,00</td></t<>	D198	198	2,59	27	17	5,55	29	1,03	5,55	31	1,03	5,55	33	1,00
PR226 226 4,34 32 23 5,74 33 0,94 5,74 36 0,92 5,74 38 0,99 GIL262 262 8,13 51 26 9,80 39 1,81 10,04 41 1,75 10,75 44 1,6 PR264 264 8,15 44 29 15,51 39 1,81 15,51 42 1,83 15,51 44 1,7 A280 280 5,60 56 29 7,45 41 1,79 7,73 44 1,69 7,73 47 1,7 PR299 299 5,33 65 37 7,90 44 2,20 7,99 47 2,18 7,77 50 2,0 LIN318 318 8,57 79 39 14,00 47 2,51 14,00 50 2,52 15,08 54 2,4 Mittelwert 4,83 8,92 9,04 9,05 9,05 9	KR200A	200	4,11	25	17	13,00	29	1,04	13,48	31	1,03	13,48	33	1,02
GIL262 262 8,13 51 26 9,80 39 1,81 10,04 41 1,75 10,75 44 1,66 PR264 264 8,15 44 29 15,51 39 1,81 15,51 42 1,83 15,51 44 1,7 A280 280 5,60 56 29 7,45 41 1,79 7,73 44 1,69 7,73 47 1,7 PR299 299 5,33 65 37 7,90 44 2,20 7,99 47 2,18 7,77 50 2,0 LIN318 318 8,57 79 39 14,00 47 2,51 14,00 50 2,52 15,08 54 2,4 Mittelwert 4,83 8,92 9,04 9,05 9,05 9	KR200B	200	5,12	24	16	7,58	29	1,04	7,27	31	1,03	7,36	33	1,02
PR264 264 8,15 44 29 15,51 39 1,81 15,51 42 1,83 15,51 44 1,72 A280 280 5,60 56 29 7,45 41 1,79 7,73 44 1,69 7,73 47 1,7 PR299 299 5,33 65 37 7,90 44 2,20 7,99 47 2,18 7,77 50 2,0 LIN318 318 8,57 79 39 14,00 47 2,51 14,00 50 2,52 15,08 54 2,4 Mittelwert 4,83 8,92 9,04 9,05 9,05	PR226	226	4,34	32	23	5,74	33	0,94	5,74	36	0,92	5,74	38	0,90
PR264 264 8,15 44 29 15,51 39 1,81 15,51 42 1,83 15,51 44 1,72 A280 280 5,60 56 29 7,45 41 1,79 7,73 44 1,69 7,73 47 1,7 PR299 299 5,33 65 37 7,90 44 2,20 7,99 47 2,18 7,77 50 2,0 LIN318 318 8,57 79 39 14,00 47 2,51 14,00 50 2,52 15,08 54 2,4 Mittelwert 4,83 8,92 9,04 9,05 9,05	GIL262	262	8,13	51	26	9,80	39	1,81	10,04			10,75	44	1,69
A280 280 5,60 56 29 7,45 41 1,79 7,73 44 1,69 7,73 47 1,7 PR299 299 5,33 65 37 7,90 44 2,20 7,99 47 2,18 7,77 50 2,0 LIN318 318 8,57 79 39 14,00 47 2,51 14,00 50 2,52 15,08 54 2,4 Mittelwert 4,83 8,92 9,04 9,05 9,05				44	29									1,75
PR299 299 5,33 65 37 7,90 44 2,20 7,99 47 2,18 7,77 50 2,0 LIN318 318 8,57 79 39 14,00 47 2,51 14,00 50 2,52 15,08 54 2,4 Mittelwert 4,83 8,92 9,04 9,05	A280	280		56	29									1,75
LIN318 318 8,57 79 39 14,00 47 2,51 14,00 50 2,52 15,08 54 2,44 Mittelwert 4,83 8,92 9,04 9,05				65					-	47			50	2,05
Mittelwert 4,83 8,92 9,04 9,05		318		79					-				54	2,49
						8,92								
	Stdabw.		1,95			3,44			3,56			3,55		
Maximum 8,57 15,51 15,51 15,51														
Minimum 1,35 2,28 2,28 2,28														

Tab. 147: Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik auf die 35 TSP der Gruppe II bei verschiedenen Abbruchquoten (ABQ: 15%, 16%, 17%): Realisierte Lösungsqualitäten als % über OLN (%>OLN), Rechenzeiten in Sekunden (OZ) und Angabe der Anzahl nachträglich in die Rundreise eingefügter Städte (NIF) im Vergleich mit den Lösungsqualitäten und Rechenzeiten der unmodifizierten CHI-TA- sowie der CHI-TA VD2-Heuristik (mit der Grundparametrisierung Modus B, VAV-EAV: 7-10, "Cheapest Insertion - Greatest Angle Insertion"; bei CHI-TA VD2 $g_A = 2$; $g_B = 3$; für CHI-TA VD2 keine Angabe von Lösungsqualitäten, da identisch zur CHI-TA-Heuristik).

		CHI-	ΤΛ	CHI-TA VD2	CHI	-TIC	I,	CHI	-TIC	I,	CHI	-TIC	I,
		Спі-	IA	$g_A = 2; g_B = 3$	ABO	Q 189	%	ABO	Q 199	%	ABO	Q 209	6
		%>			% >			% >			% >		
TSP	n	OLN	ΟZ	OZ	OLN	NIF	ΟZ	OLN	NIF	ΟZ	OLN	NIF	ΟZ
EIL51	51	6,32	1	1	10,08	9	0,10	10,08	9	0,10	10,08	10	0,10
BERLIN52	52	2,43	1	1	13,91	9	0,12	13,91	9	0,11	13,91	10	0,11
ST70	70	5,34	2	2	4,79	12	0,17	4,79	13	0,17	4,79	14	0,17
EIL76	76	7,90	2	2	7,44	13	0,21	8,05	14	0,20	8,27	15	0,20
PR76	76	2,32	3	3	6,66	13	0,20	6,66	14	0,20	6,66	15	0,20
RAT99	99	5,37	4	4	10,64	17	0,30	8,26	18	0,29	8,26	19	0,28
KR100A	100	1,84	5	4	4,38	17	0,30	4,20	19	0,31	4,20	20	0,29
KR100B	100	1,35	5	4	4,44	17	0,31	4,35	19	0,30	4,35	20	0,29
KR100C	100	2,29	4	4	10,95	17	0,31	11,77	19	0,31	11,77	20	0,29
KR100D	100	3,03	5	4	10,14	17	0,30	8,56	19	0,30	8,56	20	0,29
KR100E	100	4,54	4	4	2,28	17	0,31	4,75	19	0,31	4,75	20	0,29
RD100	100	4,39	5	4	9,15	17	0,32	9,15	19	0,30	9,15	20	0,30
EIL101	101	6,54	5	4	10,74	18	0,32	10,74	19	0,32	11,63	20	0,31
LIN105	105	2,40	6	5	4,21	18	0,34	4,21	19	0,33	4,21	21	0,32
PR107	107	2,45	3	3	11,41	19	0,28	11,41	20	0,28	11,41	21	0,27
PR124	124	4,03	7	4	2,23	22	0,31	9,60	23	0,30	9,19	24	0,30
BIER127	127	5,57	12	6	14,38	22	0,47	14,38	24	0,46	14,38	25	0,45
CH130	130	6,74	10	7	12,71	23	0,48	12,71	24	0,48	14,35	26	0,46
PR136	136	4,43	8	7	10,02	24	0,52	10,02	25	0,51	10,02	27	0,50
PR144	144	4,92	13	10	10,38	25	0,51	15,01	27	0,50	15,00	28	0,47
CH150	150	5,30	13	9	6,60	26	0,60	6,60	28	0,59	11,79	30	0,58
KR150A	150	4,16	12	9	15,06	26	0,61	16,04	28	0,58	15,28	30	0,57
KR150B	150	4,13	12	10	11,15	26	0,62	10,99	28	0,61	10,99	30	0,58
PR152	152	5,32	14	9	9,37	27	0,58	9,57	28	0,58	8,52	30	0,56
U159	159	6,71	12	8	8,32	28	0,60	8,32	30	0,58	8,60	31	0,57
RAT195	195	7,38	22	13	10,24	35	0,93	10,24	37	0,95	12,29	39	0,93
D198	198	2,59	27	17	5,41	35	0,97	5,17	37	0,95	4,57	39	0,96
KR200A	200	4,11	25	17	12,77	35	1,00	13,39	38	0,99	13,49	40	0,94
KR200B	200	5,12	24	16	7,92	35	1,00	9,56	38	0,99	9,73	40	0,94
PR226	226	4,34	32	23	5,74	40	0,88	6,36	42	0,85	4,67	45	0,83
GIL262	262	8,13	51	26	11,09	47	1,64	11,09	49	1,62	11,09	52	1,59
PR264	264	8,15	44	29	15,51	47	1,72	15,51	50	1,67	15,51		1,66
A280	280	5,60	56	29	8,31	50	1,62	9,34	53	1,64	9,00	55	1,59
PR299	299	5,33	65	37	7,77	53	2,05	8,88	56	1,95	8,47	59	1,94
LIN318	318	8,57	79	39	15,08	57	2,32	14,46	60	2,37	16,46	63	2,26
Mittelwert		4,83			9,18			9,66			9,87		
Stdabw.		1,95			3,61			3,42			3,63		
Maximum		8,57			15,51			16,04			16,46		
Minimum		1,35			2,23			4,20			4,20		

Tab. 148: Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik auf die 35 TSP der Gruppe II bei verschiedenen Abbruchquoten (ABQ: 18%, 19%, 20%): Realisierte Lösungsqualitäten als % über OLN (%>OLN), Rechenzeiten in Sekunden (OZ) und Angabe der Anzahl nachträglich in die Rundreise eingefügter Städte (NIF) im Vergleich mit den Lösungsqualitäten und Rechenzeiten der unmodifizierten CHI-TA- sowie der CHI-TA VD2-Heuristik (mit der Grundparametrisierung Modus B, VAV-EAV: 7-10, "Cheapest Insertion - Greatest Angle Insertion"; bei CHI-TA VD2 $g_A = 2$; $g_B = 3$; für CHI-TA VD2 keine Angabe von Lösungsqualitäten, da identisch zur CHI-TA-Heuristik).

		CHI-	ΤΛ	CHI-TA VD2	CHI	-TIC	I,	CHI	-TIC	I,	CHI	-TIC	I,
		CIII-	IA	$g_A = 2; g_B = 3$	AB	Q 0%)	AB	Q 1%)	AB	Q 2%)
		%>			%>			% >			% >		
TSP	n	OLN	ΟZ	OZ	OLN	NIF	OZ	OLN	NIF	OZ	OLN	NIF	ΟZ
RD400	400	8,10	122	55	10,31	2	4,81	10,15	3	4,79	9,44	7	4,82
PR439	439	7,03	190	73	13,41	0	5,81	11,95	4	5,92	11,60	8	5,90
PCB442	442	11,70	167	79	13,24	1	5,73	11,28	4	5,54	11,76	8	5,71
D493	493	7,66	219	80	8,46	4	7,33	8,46	4	7,12	7,72	9	7,26
U574	574	8,16	282	112	12,57	6	9,60	12,57	6	9,82	10,85	11	9,12
RAT575	575	10,05	251	104	10,50	11	9,68	10,50	11	9,73	10,50	11	9,52
Mittelwert		8,78			11,41			10,82			10,31		
Stdabw.		1,75			1,97			1,46			1,52		
Maximum		11,70			13,41			12,57			11,76		
Minimum		7,03			8,46			8,46			7,72		

Tab. 149: Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik auf die 6 TSP der Gruppe III (tw.) bei verschiedenen Abbruchquoten (ABQ: 0%, 1%, 2%): Realisierte Lösungsqualitäten als % über OLN (%>OLN), Rechenzeiten in Sekunden (OZ) und Anzahl der nachträglich in die Rundreise eingefügten Städte (NIF) im Vergleich mit den Lösungsqualitäten und Rechenzeiten der unmodifizierten CHI-TA- sowie der CHI-TA VD2-Heuristik (mit der Grundparametrisierung Modus B, VAV-EAV: 7-10, "Cheapest Insertion - Greatest Angle Insertion"; bei CHI-TA VD2 $g_A = 2$; $g_B = 3$; für CHI-TA VD2 keine Angabe von Lösungsqualitäten, da identisch zur CHI-TA-Heuristik).

		CHI-	ΤΛ	CHI-TA VD2	CHI	-TIC	I,	CHI	-TIC	I,	CHI	-TIC	I,
		CIII-	IA	$g_A = 2; g_B = 3$	AB	Q 3%)	AB	Q 4%)	AB	Q 5%)
		%>			%>			% >			% >		
TSP	n	OLN	OZ	OZ	OLN	NIF	OZ	OLN	NIF	OZ	OLN	NIF	OZ
RD400	400	8,10	122	55	8,94	11	4,64	8,68	15	4,71	9,25	19	4,60
PR439	439	7,03	190	73	11,78	13	5,57	11,12	17	5,74	10,84	21	5,46
PCB442	442	11,70	167	79	11,70	13	5,48	11,50	17	5,58	11,93	22	5,32
D493	493	7,66	219	80	7,66	14	6,93	7,88	19	7,15	7,90	24	6,68
U574	574	8,16	282	112	11,38	17	9,48	11,32	22	8,79	10,98	28	8,61
RAT575	575	10,05	251	104	10,29	17	9,05	9,87	22	9,08	9,61	28	9,22
Mittelwert		8,78			10,29			10,06			10,09		
Stdabw.		1,75			1,68			1,52			1,45		
Maximum		11,70			11,78			11,50			11,93		
Minimum		7,03			7,66			7,88			7,90		

Tab. 150: Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik auf die 6 TSP der Gruppe III (tw.) bei verschiedenen Abbruchquoten (ABQ: 3%, 4%, 5%): Realisierte Lösungsqualitäten als % über OLN (%>OLN), Rechenzeiten in Sekunden (OZ) und Anzahl der nachträglich in die Rundreise eingefügten Städte (NIF) im Vergleich mit den Lösungsqualitäten und Rechenzeiten der unmodifizierten CHI-TA- sowie der CHI-TA VD2-Heuristik (mit der Grundparametrisierung Modus B, VAV-EAV: 7-10, "Cheapest Insertion - Greatest Angle Insertion"; bei CHI-TA VD2 $g_A = 2$; $g_B = 3$; für CHI-TA VD2 keine Angabe von Lösungsqualitäten, da identisch zur CHI-TA-Heuristik).

		CHI-	ΤΛ	CHI-TA VD2	CHI	-TIC	I,	CHI	-TIC	I,	CHI	-TIC	I,
		CIII-	IA	$g_A = 2; g_B = 3$	AB	Q 6%)	AB	Q 7%)	AB	Q 8%)
		%>			%>			% >			% >		
TSP	n	OLN	ΟZ	OZ	OLN	NIF	OZ	OLN	NIF	OZ	OLN	NIF	OZ
RD400	400	8,10	122	55	9,42	23	4,42	8,93	28	4,33	8,95	32	4,22
PR439	439	7,03	190	73	10,32	26	5,26	11,18	30	5,17	9,72	35	5,24
PCB442	442	11,70	167	79	12,07	26	5,12	12,09	30	5,05	12,01	35	5,12
D493	493	7,66	219	80	8,60	29	6,55	8,48	34	6,42	8,62	39	6,55
U574	574	8,16	282	112	11,19	34	8,52	11,88	40	8,48	12,12	45	8,34
RAT575	575	10,05	251	104	9,86	34	8,95	9,40	40	8,73	9,62	46	8,32
Mittelwert		8,78			10,24			10,33			10,17		
Stdabw.		1,75			1,25			1,58			1,52		
Maximum		11,70			12,07			12,09			12,12		
Minimum		7,03			8,60			8,48			8,62		

Tab. 151: Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik auf die 6 TSP der Gruppe III (tw.) bei verschiedenen Abbruchquoten (ABQ: 6%, 7%, 8%): Realisierte Lösungsqualitäten als % über OLN (%>OLN), Rechenzeiten in Sekunden (OZ) und Anzahl der nachträglich in die Rundreise eingefügten Städte (NIF) im Vergleich mit den Lösungsqualitäten und Rechenzeiten der unmodifizierten CHI-TA- sowie der CHI-TA VD2-Heuristik (mit der Grundparametrisierung Modus B, VAV-EAV: 7-10, "Cheapest Insertion - Greatest Angle Insertion"; bei CHI-TA VD2 $g_A = 2$; $g_B = 3$; für CHI-TA VD2 keine Angabe von Lösungsqualitäten, da identisch zur CHI-TA-Heuristik).

		CHI-	ΤΛ	CHI-TA VD2	CHI	-TIC	I,	CHI	-TIC	I,	CHI	-TIC	I,
		CIII-	IA	$g_A = 2; g_B = 3$	AB	Q 9%)	ABO	Q 109	6	ABO	Q 119	6
		%>			%>			% >			% >		
TSP	n	OLN	OZ	OZ	OLN	NIF	OZ	OLN	NIF	OZ	OLN	NIF	OZ
RD400	400	8,10	122	55	9,51	36	4,16	9,44	40	4,09	9,18	44	4,02
PR439	439	7,03	190	73	9,72	39	5,19	10,50	43	5,14	11,21	48	4,77
PCB442	442	11,70	167	79	12,38	39	5,05	12,22	44	4,92	12,12	48	4,83
D493	493	7,66	219	80	8,62	44	6,40	8,02	49	6,05	8,18	54	5,94
U574	574	8,16	282	112	11,84	51	8,08	11,85	57	8,00	11,58	63	8,01
RAT575	575	10,05	251	104	9,80	51	8,48	9,74	57	8,29	9,46	63	8,00
Mittelwert		8,78			10,31			10,29			10,29		
Stdabw.		1,75			1,47			1,57			1,57		
Maximum		11,70			12,38			12,22			12,12		
Minimum		7,03			8,62			8,02			8,18		

Tab. 152: Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik auf die 6 TSP der Gruppe III (tw.) bei verschiedenen Abbruchquoten (ABQ: 9%, 10%, 11%): Realisierte Lösungsqualitäten als % über OLN (%>OLN), Rechenzeiten in Sekunden (OZ) und Anzahl der nachträglich in die Rundreise eingefügten Städte (NIF) im Vergleich mit den Lösungsqualitäten und Rechenzeiten der unmodifizierten CHI-TA- sowie der CHI-TA VD2-Heuristik (mit der Grundparametrisierung Modus B, VAV-EAV: 7-10, "Cheapest Insertion - Greatest Angle Insertion"; bei CHI-TA VD2 $g_A = 2$; $g_B = 3$; für CHI-TA VD2 keine Angabe von Lösungsqualitäten, da identisch zur CHI-TA-Heuristik).

		CHI-	ΤΛ	CHI-TA VD2	CHI	-TIC	I,	CHI	-TIC	I,	CHI	-TIC	I,
		CIII-	IA	$g_A = 2; g_B = 3$	ABO	Q 129	6	ABO	Q 139	6	ABO	Q 149	6
		%>			%>			% >			% >		
TSP	n	OLN	ΟZ	OZ	OLN	NIF	OZ	OLN	NIF	OZ	OLN	NIF	OZ
RD400	400	8,10	122	55	9,64	48	4,04	10,11	52	3,80	9,61	56	3,72
PR439	439	7,03	190	73	11,24	52	4,81	10,64	57	4,70	8,94	61	4,52
PCB442	442	11,70	167	79	12,12	53	4,66	13,12	57	4,61	13,29	61	4,42
D493	493	7,66	219	80	9,09	59	6,00	9,32	64	5,77	8,98	69	5,57
U574	574	8,16	282	112	11,55	68	7,72	11,03	74	7,42	11,31	80	7,25
RAT575	575	10,05	251	104	10,04	69	8,03	10,94	74	7,56	11,09	80	7,77
Mittelwert		8,78			10,61			10,86			10,54		
Stdabw.		1,75			1,19			1,28			1,70		
Maximum		11,70			12,12			13,12			13,29		
Minimum		7,03			9,09			9,32			8,94		

Tab. 153: Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik auf die 6 TSP der Gruppe III (tw.) bei verschiedenen Abbruchquoten (ABQ: 12%, 13%, 14%): Realisierte Lösungsqualitäten als % über OLN (%>OLN), Rechenzeiten in Sekunden (OZ) und Anzahl der nachträglich in die Rundreise eingefügten Städte (NIF) im Vergleich mit den Lösungsqualitäten und Rechenzeiten der unmodifizierten CHI-TA- sowie der CHI-TA VD2-Heuristik (mit der Grundparametrisierung Modus B, VAV-EAV: 7-10, "Cheapest Insertion - Greatest Angle Insertion"; bei CHI-TA VD2 $g_A = 2$; $g_B = 3$; für CHI-TA VD2 keine Angabe von Lösungsqualitäten, da identisch zur CHI-TA-Heuristik).

		CHI-	ΤΛ	CHI-TA VD2	CHI	-TIC	I,	CHI	-TIC	I,	CHI	-TIC	I,
		CIII-	IA	$g_A = 2; g_B = 3$	ABO	Q 159	6	ABO	Q 169	6	ABO	Q 179	6
		%>			%>			% >			% >		
TSP	n	OLN	OZ	OZ	OLN	NIF	OZ	OLN	NIF	OZ	OLN	NIF	OZ
RD400	400	8,10	122	55	9,43	59	3,75	10,55	63	3,61	10,76	67	3,56
PR439	439	7,03	190	73	8,85	65	4,48	9,60	70	4,41	9,66	74	4,31
PCB442	442	11,70	167	79	13,28	66	4,37	13,91	70	4,32	13,70	75	4,21
D493	493	7,66	219	80	9,73	73	5,59	9,64	78	5,48	9,68	83	5,22
U574	574	8,16	282	112	11,20	86	7,20	11,79	91	7,21	12,21	97	6,87
RAT575	575	10,05	251	104	11,27	86	7,52	11,89	91	7,32	11,80	97	6,94
Mittelwert		8,78			10,63			11,23			11,30		
Stdabw.		1,75			1,62			1,65			1,58		
Maximum		11,70			13,28			13,91			13,70		
Minimum		7,03			8,85			9,60			9,66		

Tab. 154: Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik auf die 6 TSP der Gruppe III (tw.) bei verschiedenen Abbruchquoten (ABQ: 15%, 16%, 17%): Realisierte Lösungsqualitäten als % über OLN (%>OLN), Rechenzeiten in Sekunden (OZ) und Anzahl der nachträglich in die Rundreise eingefügten Städte (NIF) im Vergleich mit den Lösungsqualitäten und Rechenzeiten der unmodifizierten CHI-TA- sowie der CHI-TA VD2-Heuristik (mit der Grundparametrisierung Modus B, VAV-EAV: 7-10, "Cheapest Insertion - Greatest Angle Insertion"; bei CHI-TA VD2 $g_A = 2$; $g_B = 3$; für CHI-TA VD2 keine Angabe von Lösungsqualitäten, da identisch zur CHI-TA-Heuristik).

		CHI-	ΤΛ	CHI-TA VD2	CHI	-TIC	I,	CHI	-TIC	I,	CHI	-TIC	I,
		CIII-	IA	$g_A = 2; g_B = 3$	ABO	Q 189	6	ABO	Q 199	6	ABO	Q 20%	6
		% >			%>			% >			% >		
TSP	n	OLN	ΟZ	OZ	OLN	NIF	OZ	OLN	NIF	OZ	OLN	NIF	ΟZ
RD400	400	8,10	122	55	11,99	71	3,57	12,19	76	3,37	12,37	80	3,37
PR439	439	7,03	190	73	10,53	79	4,37	10,71	83	4,12	11,05	87	4,13
PCB442	442	11,70	167	79	14,81	79	4,24	14,47	83	4,05	14,47	88	3,96
D493	493	7,66	219	80	9,68	88	5,43	9,77	93	5,21	9,95	98	5,08
U574	574	8,16	282	112	12,33	103	6,72	12,33	109	6,66	12,33	114	6,44
RAT575	575	10,05	251	104	11,50	103	6,86	11,73	109	6,71	12,49	115	6,51
Mittelwert		8,78			11,81			11,87			12,11		
Stdabw.		1,75			1,77			1,60			1,53		
Maximum		11,70			14,81			14,47			14,47		
Minimum		7,03			9,68			9,77			9,95		

Tab. 155: Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik auf die 6 TSP der Gruppe III (tw.) bei verschiedenen Abbruchquoten (ABQ: 18%, 19%, 20%): Realisierte Lösungsqualitäten als % über OLN (%>OLN), Rechenzeiten in Sekunden (OZ) und Anzahl der nachträglich in die Rundreise eingefügten Städte (NIF) im Vergleich mit den Lösungsqualitäten und Rechenzeiten der unmodifizierten CHI-TA- sowie der CHI-TA VD2-Heuristik (mit der Grundparametrisierung Modus B, VAV-EAV: 7-10, "Cheapest Insertion - Greatest Angle Insertion"; bei CHI-TA VD2 $g_A = 2$; $g_B = 3$; für CHI-TA VD2 keine Angabe von Lösungsqualitäten, da identisch zur CHI-TA-Heuristik).

Anhang 20: Ergebnisse der Approximation der Laufzeit der CHI-TICI-Heuristik durch eine quadratische Funktion in Abhängigkeit von der Problemgröße im Rahmen einer Regressionsanalyse (SPSS-Output) bei verschiedenen Parametrisierungen

Im Abschnitt 5.3.1.6 dieser Arbeit wurde die die Dreiecke der Delaunay-Struktur nutzende "Convex Hull Insertion - Triangle Insertion, Cheapest Insertion"-Heuristik (CHI-TICI) vorgestellt. Die von ihr bei der Grundparametrisierung Modus B, VAV-EAV: 7-10 sowie einer Variation des spezifischen Parameters Abbruchquote (ABQ) benötigten Rechenzeiten für die Lösung von 35 TSP der Gruppe II sowie 6 TSP der Gruppe III (tw.) aus der TSPLIB REINELTs (1990a, 1991a, 1991d, 1995) (vgl. auch Anhang 19 sowie Abschnitt 2.4) wurden im Rahmen einer Regressionsanalyse durch eine quadratische Funktion (ohne Konstante) approximiert. - Dabei ist zu beachten, daß die für die Berechnung der VD-Strukturen benötigten Rechenzeiten nicht in der OZ enthalten sind. Die folgenden Abb. 125 bis 127 geben den zugehörigen SPSS-Output wieder. Dabei stellt n die unabhängige Variable als die Anzahl der Städte des jeweiligen TSP und OZ die abhängige Variable als die benötigte Rechenzeit in Sekunden für eine spezifische Parametrisierung dar. Abb. 128 bis 130 zeigen die Streuung der Residuen der Approximation um die Normalverteilung für diese Parametrisierungen.

```
Dependent variable.. OZ
                               Method.. QUADRATI
Listwise Deletion of Missing Data
Multiple R
                ,99947
                ,99894
Adjusted R Square ,99888
Standard Error
                 ,10172
          Analysis of Variance:
            DF Sum of Squares
                                Mean Square
Regression 2 379,12209
Residuals 39 ,40356
                                  189,56104
                                    ,01035
   18319,01818
                   Signif F = ,0000
----- Variables in the Equation
                            SE B
                                     Beta
                                               T Sig T
Variable
                ,000868 ,000174 ,068962 4,989 ,0000
N**2
         2,79168649E-05 4,1261E-07 ,935276 67,659 ,0000
* Equation was estimated without the constant term; Rsq is redefined.
```

Abb. 125: Ergebnisse einer Approximation der Entwicklung der Rechenzeiten (OZ) der CHI-TICI-Heuristik durch eine quadratische Funktion (ohne Konstante) in Abhängigkeit von der Problemgröße (*n*) im Rahmen einer Regressionsanalyse (SPSS-Output) für 35 TSP der Gruppe II sowie 6 TSP der Gruppe III (tw.) aus der TSPLIB (Parametrisierung: Modus B, VAV-EAV: 7-10, ABQ = 0%).

Dependent variable.	. 02	Me	thod QUADRA	4TT	
Listwise Deletion of	Missing	Data			
Multiple R	,99906				
R Square	,99813				
Adjusted R Square	•				
Standard Error	,12813				
Analysis	s of Varia	nce:			
DF	Sum of Sq	uares l	Mean Square		
Regression 2					
Residuals 39	,	64027	,01642		
F = 10381,73646	Signi	f F = ,000	0		
	- Variable	s in the Eq	uation		
Variable	В	SE B	Beta	Т	Sig T
N	,001185	,000219	,099251	5,407	,0000
N**2 2,56663	3244E-05	5,1972E-07	,906461	49,385	,0000
Notes:					

Abb. 126: Ergebnisse einer Approximation der Entwicklung der Rechenzeiten (OZ) der CHI-TICI-Heuristik durch eine quadratische Funktion (ohne Konstante) in Abhängigkeit von der Problemgröße (*n*) im Rahmen einer Regressionsanalyse (SPSS-Output) für 35 TSP der Gruppe II sowie 6 TSP der Gruppe III (tw.) aus der TSPLIB (Parametrisierung: Modus B, VAV-EAV: 7-10, ABQ = 4%).

Dependent variable.	. 02	Met	chod QUADRA	J.T.	
Listwise Deletion o	f Missing	Data			
Multiple R	,99963				
R Square	,99926				
Adjusted R Square	•				
Standard Error	,07542				
Analysi	s of Varia	ance:			
DF	Sum of So	quares 1	Mean Square		
Regression 2	299	,88243	149,94122		
Residuals 39	,	,22183	,00569		
F = 26361,45766	Sign	if F = ,0000)		
	- Variable	es in the Equ	ation		
Variable	В	SE B	Beta	Т	Sig T
N	,001058	,000129	,094488	8,198	,0000
N**2 2,4193					
Notes:					

Abb. 127: Ergebnisse einer Approximation der Entwicklung der Rechenzeiten (OZ) der CHI-TICI-Heuristik durch eine quadratische Funktion (ohne Konstante) in Abhängigkeit von der Problemgröße (*n*) im Rahmen einer Regressionsanalyse (SPSS-Output) für 35 TSP der Gruppe II sowie 6 TSP der Gruppe III (tw.) aus der TSPLIB (Parametrisierung: Modus B, VAV-EAV: 7-10, ABQ = 7%).

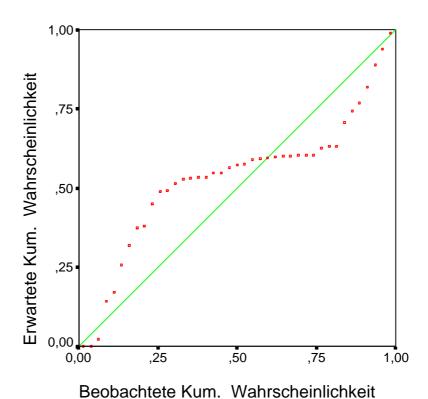


Abb. 128: Verteilung der Residuen einer Approximation der Entwicklung der Rechenzeiten (OZ) der CHI-TICI-Heuristik durch eine quadratische Funktion (ohne Konstante) in Abhängigkeit von der Problemgröße (n) im Rahmen einer Regressionsanalyse für 35 TSP der Gruppe II sowie 6 TSP der Gruppe III (tw.) aus der TSPLIB (Parametrisierung: Modus B, VAV-EAV: 7-10, ABQ = 0%) als PP-Normalverteilungsplot.

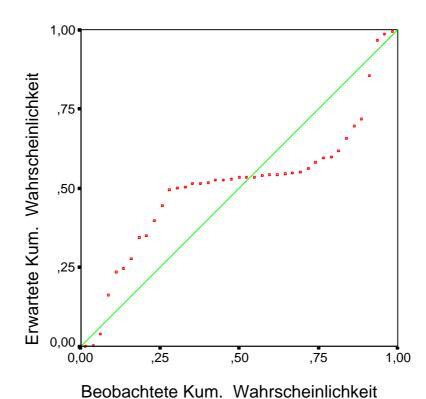


Abb. 129: Verteilung der Residuen einer Approximation der Entwicklung der Rechenzeiten (OZ) der CHI-TICI-Heuristik durch eine quadratische Funktion (ohne Konstante) in Abhängigkeit von der Problemgröße (n) im Rahmen einer Regressionsanalyse für 35 TSP der Gruppe II sowie 6 TSP der Gruppe III (tw.) aus der TSPLIB (Parametrisierung: Modus B, VAV-EAV: 7-10, ABQ = 4%) als PP-Normalverteilungsplot.

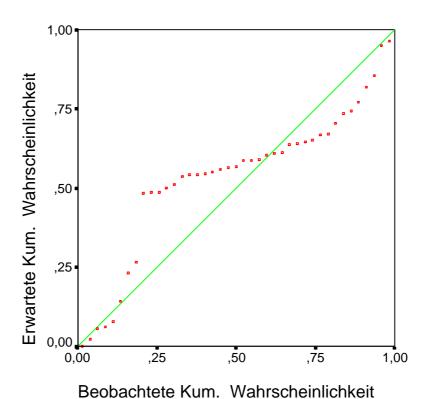


Abb. 130: Verteilung der Residuen einer Approximation der Entwicklung der Rechenzeiten (OZ) der CHI-TICI-Heuristik durch eine quadratische Funktion (ohne Konstante) in Abhängigkeit von der Problemgröße (n) im Rahmen einer Regressionsanalyse für 35 TSP der Gruppe II sowie 6 TSP der Gruppe III (tw.) aus der TSPLIB (Parametrisierung: Modus B, VAV-EAV: 7-10, ABQ = 7%) als PP-Normalverteilungsplot.

Anhang 21: Ergebnisse der Approximation der Laufzeit der NIVD-Heuristik für zufällig erzeugte Rundreisen durch eine lineare Funktion in Abhängigkeit von der Problemgröße im Rahmen einer Regressionsanalyse (SPSS-Output) bei verschiedenen Parametrisierungen

Im Abschnitt 5.3.2.1 dieser Arbeit wurde die "Node Insertion"-Heuristik unter Nutzung der Nachbarschaftsverhältnisse der Voronoi-/Delaunay-Struktur (NIVD-Heuristik) vorgestellt. Die von ihr bei der heuristikspezifischen Parametrisierung g=1 bzw. g=2 in Anwendung auf zufällig erzeugte Rundreisen (vgl. Abschnitt 5.3.2.2) benötigten Rechenzeiten für die Lösung von 35 TSP der Gruppe II aus der TSPLIB REINELTs (1990a, 1991a, 1991d, 1995) (vgl. zur TSPLIB sowie den hier gebildeten TSP-Gruppen auch Abschnitt 2.4) wurden im Rahmen einer Regressionsanalyse durch eine lineare Funktion (ohne Konstante) approximiert. Die Ergebnisse dieser Approximationen sowie die Verteilungen der resultierenden Residuen werden hier wiedergegeben.

Anzumerken ist, daß - wie in Abschnitt 5.3.2.2 erläutert - für ein jedes TSP 300 Rundreisen zufällig gebildet und mit der jeweiligen Parametrisierung der NIVD-Heuristik gelöst wurden. In die vorgenommene Regressionsanalyse geht für ein TSP jeweils nur der Mittelwert der realisierten Rechenzeiten ein. Da das TSP PR226 insofern einen "Ausreißer" darstellt, als daß die Anzahl der notwendigen Läufe für seine Lösung durch die NIVD-Heuristik überdurchschnittlich hoch ausfällt, wird die Approximation hier unter Ein- und Ausschluß dieses TSP durchgeführt (vgl. detaillierter Abschnitt 5.3.2.2).

Die folgenden Abb. 131 bis 134 geben zunächst den zu den Regressionsanalysen zugehörigen SPSS-Output wieder. Dabei stellt n die unabhängige Variable als die Anzahl der Städte des TSP und OZ die abhängige Variable als die benötigte Rechenzeit für die jeweilige Parametrisierung in Sekunden dar. Die Abb. 135 und 136 weisen anschließend die Streuung der Residuen der Approximationen um die Normalverteilung aus. Es werden jeweils unter Ein- und Ausschluß des TSP PR226 die Parametrisierungen g = 1 und g = 2 untersucht (Abbildungsteile (a) und (b)).

Abschließend ist zu beachten, daß - wie im obigen Abschnitt 5.3.2.2 - die für die Berechnung der VD-Strukturen sowie für die Bildung der zufälligen Ausgangsrundreisen benötigten Rechenzeiten nicht in die hier untersuchte OZ eingegangen sind.

Listwise Dele	etion o	of Missing D	ata			
Multiple R						
R Square		,92019				
Adjusted R So	quare	,91784				
Standard Erro	or	1,92803				
i	Analys:	s of Varian	ce:			
	DF	Sum of Squ	ares l	Mean Square		
Regression	1	1457,	1756	1457,1756		
Residuals	34	126,	3883	3,7173		
F = 391,	99814	Signif	F = ,000	0		
		Variables	in the Eq	uation		
Variable		В	SE B	Beta	Т	Sig T
N		,039303	,001985	,959264	19,799	,0000

Abb. 131: Ergebnisse einer Approximation der Entwicklung der Mittelwerte der Rechenzeiten (OZ) der NIVD-Heuristik in Anwendung auf zufällig erzeugte Rundreisen (je TSP 300 Rundreisen) durch eine lineare Funktion (ohne Konstante) in Abhängigkeit von der Problemgröße (n) im Rahmen einer Regressionsanalyse (SPSS-Output) für 35 TSP der Gruppe II aus der TSPLIB (unter Einschluß des TSP PR226; Parametrisierung: g = 1).

Listwise Dele	etion o	of Missing D	ata			
Multiple R						
R Square						
Adjusted R So						
Standard Erro	or	12,54038				
1	Analysi	s of Varian	ce:			
	DF	Sum of Squ	ares	Mean Square		
Regression	1	23306	,619	23306,619		
Residuals	34	5346	,879	157,261		
F = 148,	20328	Signif	F = ,000	0		
		Variables	in the Eq	uation		
Variable		В	SE B	Beta	Т	Sig T
N		,157184	,012912	,901884	12,174	,0000

Abb. 132: Ergebnisse einer Approximation der Entwicklung der Mittelwerte der Rechenzeiten (OZ) der NIVD-Heuristik in Anwendung auf zufällig erzeugte Rundreisen (je TSP 300 Rundreisen) durch eine lineare Funktion (ohne Konstante) in Abhängigkeit von der Problemgröße (n) im Rahmen einer Regressionsanalyse (SPSS-Output) für 35 TSP der Gruppe II aus der TSPLIB (unter Einschluß des TSP PR226; Parametrisierung: g = 2).

Listwise Dele	etion o	of Missing Da	ata			
Multiple R		,96875				
R Square		,93848				
Adjusted R So	quare	,93662				
Standard Erro	or	1,58631				
Ī	Analys	is of Varian	ce:			
	DF	Sum of Squa	ares 1	Mean Square		
Regression	1	1266,	8729	1266,8729		
Residuals	33	83,	0410	2,5164		
F = 503,	44777	Signif	F = ,0000)		
		Variables	in the Equ	uation		
Variable		В	SE B	Beta	Т	Sig T
N		,037681	,001679	,968754	22,438	,0000

Abb. 133: Ergebnisse einer Approximation der Entwicklung der Mittelwerte der Rechenzeiten (OZ) der NIVD-Heuristik in Anwendung auf zufällig erzeugte Rundreisen (je TSP 300 Rundreisen) durch eine lineare Funktion (ohne Konstante) in Abhängigkeit von der Problemgröße (n) im Rahmen einer Regressionsanalyse (SPSS-Output) für 34 TSP der Gruppe II aus der TSPLIB (unter Ausschluß des TSP PR226; Parametrisierung: g=1).

Listwise Dele	etion o	of Missing D	ata			
Multiple R		96838				
R Square						
Adjusted R So						
Standard Erro	or	5,98544				
i i	Analys	is of Varian	.ce:			
	DF	Sum of Squ	ares 1	Mean Square		
Regression	1	17811	,070	17811,070		
Residuals	33	1182	,241	35,825		
F = 497,	16218	Signif	F = ,000	0		
		Variables	in the Eq	uation		
Variable		В	SE B	Beta	Т	Sig T
N		,141287	,006337	,968377	22,297	,0000

Abb. 134: Ergebnisse einer Approximation der Entwicklung der Mittelwerte der Rechenzeiten (OZ) der NIVD-Heuristik in Anwendung auf zufällig erzeugte Rundreisen (je TSP 300 Rundreisen) durch eine lineare Funktion (ohne Konstante) in Abhängigkeit von der Problemgröße (n) im Rahmen einer Regressionsanalyse (SPSS-Output) für 34 TSP der Gruppe II aus der TSPLIB (unter Ausschluß des TSP PR226; Parametrisierung: g = 2).

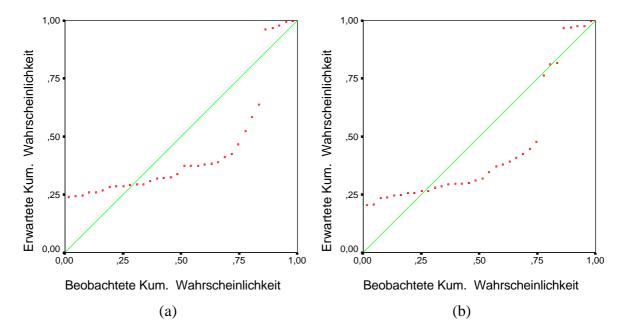


Abb. 135: Verteilung der Residuen einer Approximation der Entwicklung der Mittelwerte der Rechenzeiten (OZ) der NIVD-Heuristik in Anwendung auf zufällig erzeugte Rundreisen (je TSP 300 Rundreisen) durch eine lineare Funktion (ohne Konstante) in Abhängigkeit von der Problemgröße (*n*) im Rahmen einer Regressionsanalyse für 35 TSP der Gruppe II aus der TSP-LIB (Parametrisierung: Einschluß des TSP PR226; (a): *g* = 1; (b): *g* = 2) als PP-Normalverteilungsplot.

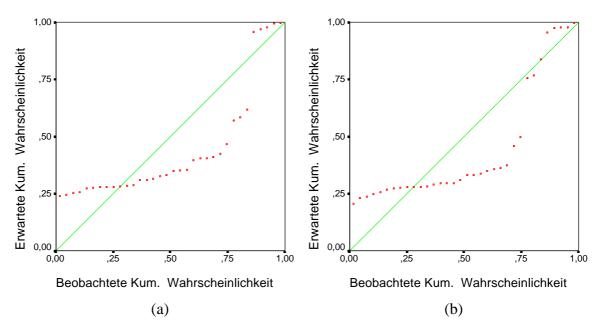


Abb. 136: Verteilung der Residuen einer Approximation der Entwicklung der Mittelwerte der Rechenzeiten (OZ) der NIVD-Heuristik in Anwendung auf zufällig erzeugte Rundreisen (je TSP 300 Rundreisen) durch eine lineare Funktion (ohne Konstante) in Abhängigkeit von der Problemgröße (n) im Rahmen einer Regressionsanalyse für 34 TSP der Gruppe II aus der TSP-LIB (Parametrisierung: Ausschluß des TSP PR226; (a): g = 1; (b): g = 2) als PP-Normalverteilungsplot.

Anhang 22: Anwendung der NIVD-Heuristik auf mittels der ANN-Heuristik erzeugte Rundreisen: Korrelationen zwischen Problemgröße und Lösungsqualitäten sowie Lösungsqualitäten bei verschiedenen Parametrisierungen

Im Abschnitt 5.3.2.1 dieser Arbeit wurde die "Node Insertion"-Heuristik unter Nutzung der aus der Voronoi-/Delaunay-Struktur abgeleiteten Nachbarschaftsverhältnisse (NIVD-Heuristik) vorgestellt. Dieselbe wurde im Abschnitt 5.3.2.3 mit der heuristikspezifischen Parametrisierung g=1 bzw. g=2 und g=3 auf für 41 TSP der Gruppen II und III (tw.) aus der TSPLIB REINELTs (1990a, 1991a, 1991d, 1995) (vgl. mit einem Ausweis der konkreten TSP und den realisierten Lösungsqualitäten Tab. 47 und 48 im Abschnitt 5.3.2.3; vgl. zur TSPLIB Abschnitt 2.4) mittels der "All Nearest Neighbor"-Heuristik (ANN-Heuristik, vgl. detaillierter Abschnitt 5.3.2.3) erzeugte Rundreisen zwecks Verbesserung derselben angewandt.

Im folgenden werden zum ersten die Korrelationen zwischen der Größe der untersuchten TSP (n) und den realisierten Lösungsqualitäten (LQ; ausgewiesen bzw. in die Berechnungen eingegangen als %>OLN) beider Heuristiken bzw. Parametrisierungen der NIVD-Heuristik in Anwendung auf mittels der ANN-Heuristik ermittelte Rundreisen und zum zweiten die Korrelationen der Lösungsqualitäten untereinander als SPSS-Output präsentiert.

Abb. 137 gibt zunächst einige statistische Kennzahlen (Fallzahlen, Mittelwerte, Standardabweichungen) zu den untersuchten Größen wieder. Dabei wird - wie auch folgend - die Lösungsqualität der isolierten ANN-Heuristik als "LQ ANN normal" bezeichnet. Lösungsqualitäten, welche sich beim kombinierten Einsatz der ANN- und der NIVD-Heuristik ergeben, erscheinen als "LQ ANN-NIVD" mit Angabe des jeweiligen Parameterwertes für g. "N" schließlich steht hier für die Problemgröße der TSP (n). Abb. 138 weist nunmehr die Korrelationskoeffizienten der untersuchten Größen nach PEARSON, Abb. 139 jene nach KENDALL und Abb. 140 letztlich jene nach SPEARMAN aus (SPSS-Outputs; vgl. detaillierter im Kontext von Abschnitt 5.3.2.3).

Variable	Cases	Mean	Std Dev
N	41	198,1463	140,0731
LQ ANN normal	41	15,6571	4,3177
LQ ANN-NIVD g=1	41	8,5887	3,2694
LQ ANN-NIVD g=2	41	8,3764	3,1408
LQ ANN-NIVD g=3	41	8,3967	3,1754

Abb. 137: Anwendung der NIVD-Heuristik mit verschiedenen Parametrisierungen (g = 1,2,3) auf mittels der ANN-Heuristik erzeugte Rundreisen für 41 TSP der Gruppen II und III (tw.) aus der TSPLIB: Statistische Kennzahlen (SPSS-Output) der untersuchten Lösungsqualitäten (Fallzahlen, Mittelwerte, Standardabweichungen).

	N	~	LQ ANN	~	~
		normal	NIVD g=1	NIVD g=2	NIVD g=3
Ŋ	1,0000	,3513	,2292	,2289	,2362
	(41)	(41)	(41)	(41)	(41)
	P= ,	P= ,024	P= ,149	P= ,150	P= ,137
LQ ANN normal	,3513	1,0000	,7845	,7802	,7796
	(41)	(41)	(41)	(41)	(41)
	P= ,024	P= ,	P= ,000	P= ,000	P= ,000
LQ ANN NIVD g=1	,2292	,7845	1,0000	,9788	,9782
	(41)	(41)	(41)	(41)	(41)
	P= ,149	P= ,000	P= ,	P= ,000	P= ,000
LQ ANN NIVD g=2	,2289	,7802	,9788	1,0000	,9987
	(41)	(41)	(41)	(41)	(41)
	P= ,150	P= ,000	P= ,000	P= ,	P= ,000
LQ ANN NIVD g=3	,2362	,7796	,9782	,9987	1,0000
	(41)	(41)	(41)	(41)	(41)
	P= ,137	P= ,000	P= ,000	P= ,000	P= ,

Abb. 138: Anwendung der NIVD-Heuristik mit verschiedenen Parametrisierungen ($g=1,\,2,\,3$) auf mittels der ANN-Heuristik erzeugte Rundreisen für 41 TSP der Gruppen II und III (tw.) aus der TSPLIB: Korrelationen (Korrelationskoeffizient nach KENDALL) zwischen Problemgröße und Lösungsqualitäten (als %>OLN) sowie der Lösungsqualitäten untereinander (SPSS-Output).

```
----KENDALL CORRELATION COEFFICIENTS ---
                 ,2222
LQ ANN normal
              N( 41)
Sig ,043
                           ,5512
                 ,1408
LQ ANN NIVD g=1
              N( 41)
                       N( 41)
               Sig ,199 Sig ,000
              ,1309
N( 41)
Sig ,233
                          ,5805
                                    ,8732
LQ ANN NIVD g=2
                       N( 41)
                                  N( 41)
                        Sig ,000
                                 Sig ,000
                                    ,8780
                ,1358
                         ,5854
                                              ,9902
LQ ANN NIVD g=3
              N( 41) N( 41) N( 41) N( 41)
              Sig ,216 Sig ,000
                                 Sig ,000
                                           Sig ,000
                                   LQ ANN
                                             LQ ANN
                     N
                          LQ ANN
                                  NIVD g=1
                                            NIVD g=2
                          normal
(Coefficient / (Cases) / 2-tailed Significance)
" . " is printed if a coefficient cannot be computed
```

Abb. 139: Anwendung der NIVD-Heuristik mit verschiedenen Parametrisierungen (g=1, 2, 3) auf mittels der ANN-Heuristik erzeugte Rundreisen für 41 TSP der Gruppen II und III (tw.) aus der TSPLIB: Korrelationen (Korrelationskoeffizient nach KENDALL) zwischen Problemgröße und Lösungsqualitäten (als %>OLN) sowie der Lösungsqualitäten untereinander (SPSS-Output).

```
--- SPEARMAN CORRELATION COEFFICIENTS ---
LQ ANN normal
                 ,3124
              N( 41)
Sig ,047
                 ,1982
LQ ANN NIVD g=1
                          ,7401
              N( 41)
                       N( 41)
              Sig ,214 Sig ,000
                 ,1713
                       ,7561
N( 41)
                                 ,9674
N( 41)
LQ ANN NIVD g=2
              N( 41)
                       Sig ,000
              Sig ,284
                                 Sig ,000
                                  ,9686
                ,1784
                          ,7594
LQ ANN NIVD g=3
                                              ,9988
              N( 41) N( 41) N( 41) N( 41)
              Sig ,265 Sig ,000
                                 Sig ,000
                                          Sig ,000
                                  LQ ANN
                                            LQ ANN
                    N
                          LQ ANN
                                          NIVD g=2
                                 NIVD g=1
                          normal
(Coefficient / (Cases) / 2-tailed Significance)
" . " is printed if a coefficient cannot be computed
```

Abb. 140: Anwendung der NIVD-Heuristik mit verschiedenen Parametrisierungen (*g* = 1,2,3) auf mittels der ANN-Heuristik erzeugte Rundreisen für 41 TSP der Gruppen II und III (tw.) aus der TSPLIB: Korrelationen (Korrelationskoeffizient nach SPEARMAN) zwischen Problemgröße und Lösungsqualitäten (als %>OLN) sowie der Lösungsqualitäten untereinander (SPSS-Output).

Anhang 23: Ergebnisse der Approximation der Laufzeit der NIVD-Heuristik für mittels der ANN-Heuristik erzeugte Rundreisen durch eine lineare Funktion in Abhängigkeit von der Problemgröße im Rahmen einer Regressionsanalyse (SPSS-Output) bei verschiedenen Parametrisierungen

Im Abschnitt 5.3.2.1 dieser Arbeit wurde die "Node Insertion"-Heuristik unter Nutzung der aus Voronoi-/Delaunay-Strukturen abgeleiteten Nachbarschaftsverhältnisse (NIVD-Heuristik) vorgestellt. Die von ihr bei der heuristikspezifischen Parametrisierung g=1 bzw. g=2, 3 und 4 in Anwendung auf mittels der "All Nearest Neighbors"-Heuristik erzeugte Rundreisen (ANN-Heuristik, vgl. Abschnitt 5.3.2.3) benötigten Rechenzeiten für die Lösung von 41 TSP der Gruppen II und III (tw.) (bzw. bei g=4 lediglich 35 TSP der Gruppe II) aus der TSPLIB REINELTs (1990a, 1991a, 1991d, 1995) (vgl. zur TSPLIB sowie den hier gebildeten TSP-Gruppen auch Abschnitt 2.4) wurden im Rahmen einer Regressionsanalyse durch eine lineare Funktion (ohne Konstante) approximiert.

Die folgenden Abb. 141 bis 144 geben zunächst den zu den Regressionsanalysen zugehörigen SPSS-Output wieder. Dabei stellt n die unabhängige Variable als die Anzahl der Städte des TSP und OZ die abhängige Variable als die benötigte Rechenzeit für die jeweilige Parametrisierung in Sekunden dar. Die Abb. 145 und 146 weisen anschließend die Streuung der Residuen der Approximationen um die Normalverteilung als PP-Normalverteilungsplot (SPSS-Output) aus.

Abschließend ist zu beachten, daß - wie im obigen Abschnitt 5.3.2.3 - die für die Berechnung der VD-Strukturen sowie für die Bildung der Ausgangsrundreisen mittels der "All Nearest Neighbor"-Heuristik benötigten Rechenzeiten nicht in die hier untersuchte OZ eingegangen sind.

```
* * * * MULTIPLE REGRESSION THROUGH THE ORIGIN * * * *
Listwise Deletion of Missing Data
Equation Number 1 Dependent Variable..
>Note # 10572
>For regression through the origin (the no-intercept model), R-square
>measures the proportion of variability in the y's about the origin
>explained by regression. This CANNOT be compared to R-square for models
>which include an intercept.
Block Number 1. Method: Enter
                                N
Variable(s) Entered on Step Number
  1..
Multiple R
                 ,97614
                 ,95285
R Square
Adjusted R Square
                 ,95167
Standard Error
                 ,80977
Analysis of Variance
           DF
                      Sum of Squares
                                       Mean Square
                        530,03250
Regression
                1
                                         530,03250
Residual
               40
                            26,22910
                                             ,65573
     808,31209 Signif F = ,0000
 ------ Variables in the Equation
Variable
                          SE B
                                  Beta T Sig T
             ,014878 5,2330E-04
                                ,976139 28,431 ,0000
End Block Number 1 All requested variables entered.
```

Abb. 141: Ergebnisse einer Approximation der Entwicklung der Rechenzeiten (OZ) der NIVD-Heuristik mit der Parametrisierung g=1 in Anwendung auf mittels der ANN-Heuristik erzeugte Rundreisen durch eine lineare Funktion (ohne Konstante) in Abhängigkeit von der Problemgröße (n) im Rahmen einer Regressionsanalyse (SPSS-Output) für 41 TSP der Gruppen II und III (tw.) aus der TSPLIB.

```
* * * * MULTIPLE REGRESSION THROUGH THE ORIGIN * * * *
Listwise Deletion of Missing Data
Equation Number 1 Dependent Variable..
>Note # 10572
>For regression through the origin (the no-intercept model), R-square
>measures the proportion of variability in the y's about the origin
>explained by regression. This CANNOT be compared to R-square for models
>which include an intercept.
Block Number 1. Method: Enter
                                N
Variable(s) Entered on Step Number
  1..
Multiple R
                 ,97924
                 ,95890
,95788
R Square
Adjusted R Square
Standard Error
                2,75567
Analysis of Variance
               DF
                       Sum of Squares
                                        Mean Square
Regression
                 1
                         7087,39600
                                         7087,39600
Residual
                40
                            303,74826
                                             7,59371
     933,32500 Signif F = ,0000
 ------ Variables in the Equation
Variable
                         SE B
                                   Beta
                                              T Sig T
             ,054404
                       ,001781
                                 ,979236 30,550 ,0000
End Block Number 1
                  All requested variables entered.
```

Abb. 142: Ergebnisse einer Approximation der Entwicklung der Rechenzeiten (OZ) der NIVD-Heuristik mit der Parametrisierung g=2 in Anwendung auf mittels der ANN-Heuristik erzeugte Rundreisen durch eine lineare Funktion (ohne Konstante) in Abhängigkeit von der Problemgröße (n) im Rahmen einer Regressionsanalyse (SPSS-Output) für 41 TSP der Gruppen II und III (tw.) aus der TSPLIB.

```
* * * * MULTIPLE REGRESSION THROUGH THE ORIGIN * * * *
Listwise Deletion of Missing Data
Equation Number 1 Dependent Variable..
>Note # 10572
>For regression through the origin (the no-intercept model), R-square
>measures the proportion of variability in the y's about the origin
>explained by regression. This CANNOT be compared to R-square for models
>which include an intercept.
Block Number 1. Method: Enter
                                N
Variable(s) Entered on Step Number
  1..
Multiple R
                 ,96793
                 ,93690
,93532
R Square
Adjusted R Square
Standard Error
                7,66053
Analysis of Variance
                      Sum of Squares Mean Square 34850,96547 34850,96547
               DF
Regression
                1
Residual
                40
                           2347,34887
                                            58,68372
     593,87790 Signif F = ,0000
 Variable
                         SE B
                                  Beta
                                              T Sig T
             ,120641
                      ,004950 ,967934 24,370 ,0000
End Block Number 1
                  All requested variables entered.
```

Abb. 143: Ergebnisse einer Approximation der Entwicklung der Rechenzeiten (OZ) der NIVD-Heuristik mit der Parametrisierung g=3 in Anwendung auf mittels der ANN-Heuristik erzeugte Rundreisen durch eine lineare Funktion (ohne Konstante) in Abhängigkeit von der Problemgröße (n) im Rahmen einer Regressionsanalyse (SPSS-Output) für 41 TSP der Gruppen II und III (tw.) aus der TSPLIB.

```
* * * * MULTIPLE REGRESSION THROUGH THE ORIGIN * * * *
Listwise Deletion of Missing Data
Equation Number 1 Dependent Variable..
>Note # 10572
>For regression through the origin (the no-intercept model), R-square
>measures the proportion of variability in the y's about the origin
>explained by regression. This CANNOT be compared to R-square for models
>which include an intercept.
Block Number 1. Method: Enter
                                 N
Variable(s) Entered on Step Number
  1..
Multiple R
                  ,96832
                  ,93765
,93582
R Square
Adjusted R Square
Standard Error
                 7,57654
Analysis of Variance
                       Sum of Squares Mean Square 29351,89456 29351,89456
            DF
Regression
                 1
Residual
                34
                            1951,73234
                                             57,40389
F = 511,32237 Signif F = ,0000
 ----- Variables in the Equation -----
Variable
                          SE B
                                    Beta T Sig T
             ,176395 ,007801
                                  ,968324 22,612 ,0000
End Block Number 1 All requested variables entered.
```

Abb. 144: Ergebnisse einer Approximation der Entwicklung der Rechenzeiten (OZ) der NIVD-Heuristik mit der Parametrisierung g=4 in Anwendung auf mittels der ANN-Heuristik erzeugte Rundreisen durch eine lineare Funktion (ohne Konstante) in Abhängigkeit von der Problemgröße (n) im Rahmen einer Regressionsanalyse (SPSS-Output) für 35 TSP der Gruppe II aus der TSPLIB.

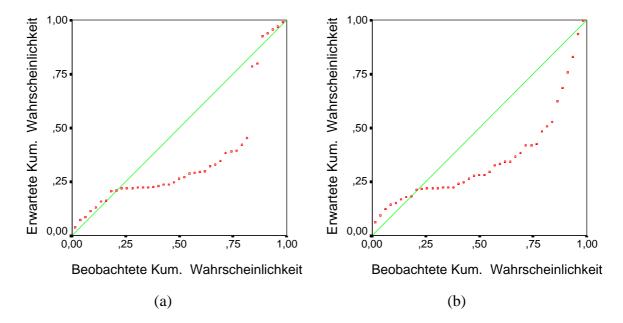


Abb. 145: Verteilung der Residuen einer Approximation der Entwicklung der Rechenzeiten (OZ) der NIVD-Heuristik mit der Parametrisierung (a) g=1 sowie (b) g=2 in Anwendung auf mittels der ANN-Heuristik erzeugte Rundreisen durch eine lineare Funktion (ohne Konstante) in Abhängigkeit von der Problemgröße (n) im Rahmen einer Regressionsanalyse für 41 TSP der Gruppen II und III (tw.) aus der TSPLIB als PP-Normalverteilungsplots.

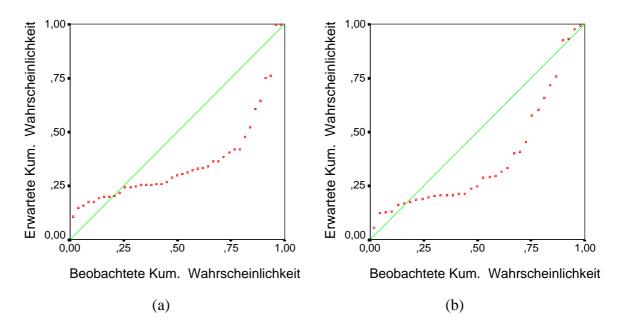


Abb. 146: Verteilung der Residuen einer Approximation der Entwicklung der Rechenzeiten (OZ) der NIVD-Heuristik mit der Parametrisierung (a) g = 3 sowie (b) g = 4 in Anwendung auf mittels der ANN-Heuristik erzeugte Rundreisen durch eine lineare Funktion (ohne Konstante) in Abhängigkeit von der Problemgröße (n) im Rahmen einer Regressionsanalyse für (a) 41 TSP der Gruppen II und III (tw.) sowie (b) 35 TSP der Gruppe II aus der TSPLIB als PP-Normalverteilungsplots.

Anhang 24: Ergebnisse der Anwendung unterschiedlicher Parametrisierungen der CHI-TICI-Heuristik in Kombination mit der NIVD-Heuristik (mit g = 1) auf 41 TSP der Gruppen II und III (tw.)

Im Abschnitt 5.3.2.1 dieser Arbeit wurde die "Node Insertion"-Heuristik unter Nutzung der aus Voronoi-/Delaunay-Strukturen abgeleiteten Nachbarschaftsverhältnisse (NIVD-Heuristik) vorgestellt. Diese wurde im Abschnitt 5.3.2.4 auf mittels der CHI-TICI-Heuristik (vgl. detailliert Abschnitt 5.3.1.6) erzeugte Rundreisen angewandt. Die nachstehenden Tab. 156 bis 181 geben die für diese Kombination der beiden Heuristiken (bei Variation des Parameters ABQ zwischen 0% und 25% für die CHI-TICI-Heuristik und g=1 für die NIVD-Heuristik) in Anwendung auf 41 euklidische zweidimensionale TSP aus der TSPLIB REINELTs (1990a, 1991a, 1991d, 1995) im Vergleich zur unmodifizierten CHI-TA-Heuristik realisierten Lösungsqualitäten, Rechenzeiten und einige ergänzende Daten wieder (vgl. zur dabei eingesetzten Hard- und Software Abschnitt 5.3.1.2). Dabei stammen 35 der untersuchten Probleme aus der hier gebildeten Gruppe II (Tab. 156 bis 168), während 6 Probleme einen Teil der Gruppe III darstellen (Tab. 169 bis 181; vgl. zu den hier gebildeten TSP-Gruppen auch Abschnitt 2.4). - Tab. 182 weist schließlich die Mittelwerte der Lösungsqualitäten (als %>OLN) für sämtliche Abbruchquoten nach den TSP-Gruppen sowie für sämtliche untersuchten TSP aus.

In den beiden linken Spalten einer jeden der Tab. 156 bis 181 werden zunächst der Name des untersuchten TSP und seine Größe in Städten (n) wiedergegeben. Sodann wird zu Vergleichszwecken die mit der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik (mit der Parametrisierung Modus B, VAV - EAV: 7-10) realisierte Lösungsqualität als Prozent über OLN (%>OLN) dokumentiert. Die nächste Spalte weist die von der CHI-TA-Heuristik benötigte Rechenzeit in Sekunden (OZ) aus. - Im weiteren werden in jeweils fünf Spalten Ergebnisse für einen konkreten Lauf der Kombination der CHI-TICI-Heuristik mit dem variierten Parameter ABQ und der NIVD-Heuristik präsentiert: Die erste Spalte gibt jeweils die resultierende Lösungsqualität (%>OLN) wieder, die zweite die Anzahl der nachträglich in die Rundreise eingefügten Städte (NIF, vgl. mit detaillierterer Erörterung Abschnitt 5.3.1.6) und die dritte die für die Kombination der Heuristiken erforderliche Rechenzeit in Sekunden (OZ ges.). Folgend wird die isolierte Rechenzeit der NIVD-Heuristik (OZ NIVD) ausgewiesen. In der jeweils fünften Spalte findet sich die benötigte Anzahl an Läufen der NIVD-Heuristik (#VL, vgl. mit detaillierterer Erörterung Abschnitt 5.3.2.1). Über den fünf Spalten wird jeweils die verwendete ABQ angegeben.

Am Fuße einer jeden Tabelle werden für die sich ergebenden Lösungsqualitäten der mit den unterschiedlichen Heuristiken bzw. ihren Parametrisierungen untersuchten TSP mit dem Mittelwert, der Stichproben-Standardabweichung (Stdabw.) sowie Minimum und Maximum jeweils noch einige verdichtende Kennzahlen gebildet.

Für sämtliche ausgewiesenen Rechenzeiten der CHI-TICI-Heuristik in Kombination mit der NIVD-Heuristik gilt, daß sie die für die Berechnung der VD-Strukturen erforderlichen Operationszeiten nicht enthalten.

		CHI-TA	(Par.					CHI-	ΓΙCΙ N	IVD			
		Md. B,				; ABQ				g = 1	; ABQ	1%	
		% >		%>	Ĭ	OZ	ΟZ		% >	Ĭ	OZ	ΟZ	
TSP	n	OLN	ΟZ	OLN	NIF	ges.	NIVD	#VL	OLN	NIF	ges.	NIVD	#VL
EIL51	51	6,32	1	3,99	0	0,490	0,367	4	3,99	0	0,492	0,368	4
BERLIN52	52	2,43	1	4,94	0	0,520	0,382	4	4,94	0	0,518	0,380	4
ST70	70	5,34	2	5,04	0	0,606	0,393	3	5,04	0	0,606	0,392	3
EIL76	76	7,90	2	6,33	0	0,691	0,435	3	6,33	0	0,688	0,434	3
PR76	76	2,32	3	2,82	1	0,982	0,727	5	2,82	1	0,984	0,730	5
RAT99	99	5,37	4	3,36	0	1,107	0,733	4	3,36	0	1,113	0,736	4
KR100A	100	1,84	5	0,06	0	1,140	0,755	4	0,06	0	1,136	0,756	
KR100B	100	1,35	5	2,00	0	0,951	0,565	3	2,00	0	0,947	0,565	3
KR100C	100	2,29	4	2,53	0	0,961	0,569	3	2,53	0	0,957	0,569	3
KR100D	100	3,03	5	3,78	0	1,321	0,944	5	3,78	0	1,324	0,946	5
KR100E	100	4,54	4	1,90	0	1,140	0,755	4	1,90	0	1,143	0,756	4
RD100	100	4,39	5	5,54	0	0,964	0,570	3	5,54	0	0,964	0,570	3
EIL101	101	6,54	5	7,22	0	1,381	0,976	5	7,22	1	1,380	0,977	5
LIN105	105	2,40	6	2,10	1	1,265	0,836	4	2,10	1	1,263	0,837	4
PR107	107	2,45	3	11,61	0	0,920	0,546	3	11,61	1	0,913	0,546	3
PR124	124	4,03	7	3,77	1	1,278	0,842	4	3,77	1	1,269	0,839	4
BIER127	127	5,57	12	7,69	2	1,607	0,995	4	7,69	2	1,598	0,994	4
CH130	130	6,74	10	7,00	0	1,393	0,765	3	5,67	1	1,895	1,276	5
PR136	136	4,43	8	3,18	0	1,652	0,980	3	3,18	1	1,647	0,981	3
PR144	144	4,92	13	11,79	2	2,526	1,855	7	11,79	2	2,509	1,847	7
CH150	150	5,30	13	3,00	0	2,233	1,450	5	2,50	1	1,641	0,869	3
KR150A	150	4,16	12	3,14	0	1,943	1,162	4	3,14	1	1,930	1,162	4
KR150B	150	4,13	12	2,61	1	1,982	1,186	4	2,61	1	1,965	1,179	4
PR152	152	5,32	14	5,16	2	1,930	1,158	4	5,16	2	1,920	1,156	4
U159	159	6,71	12	3,98	1	2,315	1,526	5	3,98	1	2,306	1,524	5
RAT195	195	7,38	22	4,09	0	2,763	1,512	4	4,09	1	2,750	1,511	4
D198	198	2,59	27	4,02	0	3,120	1,815	4	4,02	1	3,111	1,811	4
KR200A	200	4,11	25	4,56	1	2,925	1,595	4	4,56	1	2,917	1,594	4
KR200B	200	5,12	24	4,61	1	2,505	1,179	3	4,61	1	2,495	1,178	3
PR226	226	4,34	32	11,23	0	2,510	1,220	3	10,89	2	2,507	1,224	3
GIL262	262	8,13	51	5,31	2	4,932	2,655	5	5,31	2	4,881	2,648	5
PR264	264	8,15	44	9,48	0	6,502	4,214	6	9,20	2		4,209	
A280	280	5,60	56	5,09	0	6,117	3,822	6	2,69	2	6,717	4,469	7
PR299	299	5,33	65	5,98	3	5,225	2,448	4	5,98	3	5,153	2,443	4
LIN318	318		79	8,54	5		4,214	6	8,54	5	7,376	4,211	6
Mittelwert		4,83		5,07					4,93				
Stdabw.		1,95		2,81					2,80				
Maximum		8,57		11,79					11,79				
Minimum		1,35		0,06					0,06				

Tab. 156: Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik bei Variation der Abbruchquote (ABQ 0%, 1%) in Kombination mit der NIVD-Heuristik (mit *g* = 1) auf die 35 TSP der Gruppe II: Realisierte Lösungsqualitäten als % über OLN (%>OLN), Rechenzeiten in Sekunden für die Kombination der beiden Heuristiken (OZ ges.) sowie der isolierten NIVD-Heuristik (OZ NIVD); Angabe der Anzahl nachträglich in die Rundreise eingefügter Städte (NIF) und notwendige Anzahl an Läufen der NIVD-Heuristik (#VL) im Vergleich zu den Lösungsqualitäten und Rechenzeiten der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik (Parametrisierung: Modus B, VAV-EAV: 7-10).

		CHI-TA	(Par.				(CHI-	ΓΙCΙ N	IVD			
		Md. B,	7-10)		g = 1	; ABQ	2%			g = 1	; ABQ	3%	
		%>		%>		ΟZ	OZ		% >		ΟZ	OZ	
TSP	n	OLN	OZ	OLN	NIF	ges.	NIVD	#VL	OLN	NIF	ges.	NIVD	#VL
EIL51	51	6,32	1	3,99	1	0,491	0,369	4	3,99	1	0,489	0,366	4
BERLIN52	52	2,43	1	4,94	1	0,519	0,383	4	4,94	1	0,516	0,381	4
ST70	70	5,34	2	5,04	1		0,391	3	5,04	2	0,599		3
EIL76	76	7,90	2	6,33	1	0,686	0,434	3	6,33	2	0,681	0,434	3
PR76	76	2,32	3	2,82	1		0,730	5	2,82	2	0,830	0,582	4
RAT99	99	5,37	4	3,36	1	1,107	0,735	4	3,36	2	1,102	0,734	4
KR100A	100	1,84	5	0,06	1		0,756	4	0,06	2	1,127	0,755	4
KR100B	100	1,35	5	2,00	1		0,566	3	0,97	2	1,129	0,755	4
KR100C	100	2,29	4	2,53	1		0,570	3	3,21	2	1,137	0,758	4
KR100D	100	3,03	5	3,78	1	1,319	0,946	5	3,78	2	1,312	0,944	5
KR100E	100	4,54	4	1,90	1	1,137	0,756	4	1,90	2	1,130	0,753	4
RD100	100	4,39	5	5,54	1		0,570	3	5,54	2	0,953	0,568	3
EIL101	101	6,54	5	7,22	2	-	0,781	4	7,22	3	1,175	0,781	4
LIN105	105	2,40	6	2,10	2	1,257	0,838	4	2,10	3	1,253	0,838	4
PR107	107	2,45	3	11,61	2		0,547	3	11,61	3	0,904		3
PR124	124	4,03	7	3,77	2	1,264	0,840	4	3,77	3	1,260	0,840	4
BIER127	127	5,57	12	7,69	2	1,593	0,995	4	7,25	3	1,593	1,000	4
CH130	130	6,74	10	5,67	2	1,893	1,279	5	5,67	3	1,889	1,281	5
PR136	136	4,43	8	3,18	2	-	0,980	3	3,18	4	1,629		3
PR144	144	4,92	13	11,79	2	2,499	1,844	7	11,79	4	2,490	1,847	7
CH150	150	5,30	13	2,50	2	1,642	0,869	3	3,04	4	1,624	0,869	3
KR150A	150	4,16	12	3,14	2	1,922	1,162	4	3,55	4	1,621	0,870	3
KR150B	150	4,13	12	2,08	2		1,171	4	2,08	4	1,939	1,172	4
PR152	152	5,32	14	4,82	3	1,906	1,156	4	4,82	4	1,892	1,155	4
U159	159	6,71	12	3,98	3	2,286	1,522	5	4,40	4	2,289	1,528	5
RAT195	195	7,38	22	4,09	3	2,742	1,515	4	3,62	5	2,723	1,517	4
D198	198	2,59	27	4,02	3		1,815	4	4,02	5	3,070	1,816	4
KR200A	200	4,11	25	4,56	3	-	1,594	4	4,56	5	2,869	1,595	4
KR200B	200	5,12	24	4,61	3	2,473	1,180	3	4,61	5	2,451	1,180	3
PR226	226	4,34	32	10,89	4		1,222	3	10,89	6	2,454		3
GIL262	262	8,13	51	5,39	5	4,303	2,118	4	5,33	7	4,295	2,118	4
PR264	264	8,15	44	9,16	5	6,422	4,203	6	8,89	7	6,426	4,212	6
A280	280	5,60	56	2,91	5		2,557	4	2,91	8		2,545	4
PR299	299	5,33	65	5,19	5	-	1,840	3	4,16	8	,	2,450	4
LIN318	318	8,57	79	8,54	6	7,356	4,214	6	8,54	9	7,295	4,204	6
Mittelwert		4,83		4,89					4,86				
Stdabw.		1,95		2,80					2,79				
Maximum		8,57		11,79					11,79				
Minimum		1,35		0,06					0,06				

Tab. 157: Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik bei Variation der Abbruchquote (ABQ 2%, 3%) in Kombination mit der NIVD-Heuristik (mit *g* = 1) auf die 35 TSP der Gruppe II: Realisierte Lösungsqualitäten als % über OLN (%>OLN), Rechenzeiten in Sekunden für die Kombination der beiden Heuristiken (OZ ges.) sowie der isolierten NIVD-Heuristik (OZ NIVD); Angabe der Anzahl nachträglich in die Rundreise eingefügter Städte (NIF) und notwendige Anzahl an Läufen der NIVD-Heuristik (#VL) im Vergleich zu den Lösungsqualitäten und Rechenzeiten der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik (Parametrisierung: Modus B, VAV-EAV: 7-10).

		CHI-TA	(Par.				IVD,			CHI-	ΓΙCΙ N	IVD	
		Md. B,								g=1	; ABQ	5%	
		%>		%>		OZ	OZ		% >		ΟZ	OZ	
TSP	n	OLN	ΟZ	OLN	NIF	ges.	NIVD	#VL	OLN	NIF	ges.	NIVD	#VL
EIL51	51	6,32	1	3,99	2	0,489	0,368	4	3,99	2	0,486	0,366	4
BERLIN52	52	2,43	1	5,96	2	0,512	0,379	4	5,96	2	0,513	0,380	4
ST70	70	5,34	2	5,04	2	0,599	0,392	3	5,04	3	0,596	0,392	3
EIL76	76	7,90	2	7,16	3	0,681	0,437	3	7,16	3	0,683	0,438	3
PR76	76	2,32	3	2,82	3	0,975	0,730	5	2,82	3	0,976	0,731	5
RAT99	99	5,37	4	3,36	3	1,099	0,736	4	4,27	4	1,105	0,743	4
KR100A	100	1,84	5	0,06	3	1,123	0,755	4	0,06	4	1,121	0,756	4
KR100B	100	1,35	5	0,97	3	1,125	0,755	4	0,97	4	1,122	0,755	4
KR100C	100	2,29	4	3,21	3	1,139	0,761	4	3,21	4	1,131	0,759	4
KR100D	100	3,03	5	1,74	3	1,310	0,942	5	1,74	4	1,303	0,941	5
KR100E	100	4,54	4	1,90	3	1,128	0,753	4	1,09	4	1,127	0,757	4
RD100	100	4,39	5	5,54	3	0,953	0,571	3	5,54	4	0,945	0,571	3
EIL101	101	6,54	5	6,33	4	1,170	0,782	4	6,33	5	1,172	0,785	4
LIN105	105	2,40	6	2,10	4	1,252	0,839	4	2,10	5	1,246	0,840	4
PR107	107	2,45	3	11,61	4	0,898	0,545	3	11,61	5	0,897	0,547	3
PR124	124	4,03	7	3,77	4	1,253	0,841	4	5,93	6	1,250	0,848	4
BIER127	127	5,57	12	7,70	5	1,585	1,003	4	7,70	6	1,576	1,001	4
CH130	130	6,74	10	6,96	5	1,366	0,767	3	6,96	6	1,359	0,766	3
PR136	136	4,43	8	3,18	5	1,622	0,979	3	3,66	6	1,616	0,980	3
PR144	144	4,92	13	11,79	5	2,479	1,846	7	11,79	7	2,464	1,844	7
CH150	150	5,30	13	3,04	5	1,622	0,871	3	2,83	7	1,604	0,874	3
KR150A	150	4,16	12	3,55	5	1,609	0,870	3	3,55	7	1,597	0,871	3
KR150B	150	4,13	12	2,08	5	1,929	1,171	4	2,08	7	1,919	1,175	4
PR152	152	5,32	14	4,82	6	1,876	1,154	4	5,53	7	1,872	1,158	4
U159	159	6,71	12	4,40	6	2,269	1,527	5	4,40	7	2,268	1,534	5
RAT195	195	7,38	22	3,66	7	2,702	1,523	4	3,12	9	2,692	1,525	4
D198	198	2,59	27	4,02	7	3,048	1,814	4	4,03	9	2,579	1,360	3
KR200A	200	4,11	25	4,56	7	2,859	1,593	4	4,56	9	2,832	1,594	4
KR200B	200	5,12	24	4,42	7	2,437	1,183	3	4,42	9	2,427	1,183	3
PR226	226	4,34	32	10,94	9	2,417	1,224	3	10,88	11		1,222	3
GIL262	262	8,13	51	5,33	10	4,246	2,117	4	5,33	13	4,230	2,123	4
PR264	264	8,15	44	8,58	10	6,362	4,215	6	8,30	13	6,348	4,221	6
A280	280	5,60	56	2,91	11		2,545	4	2,91	13		2,564	4
PR299	299	5,33	65	4,22	11	5,043	2,439	4	4,28	14	4,992	2,442	4
LIN318	318	8,57	79	8,60	12	7,262	4,220	6	8,85	15	5,800	2,811	4
Mittelwert		4,83		4,87					4,94				
Stdabw.		1,95		2,86					2,88				
Maximum		8,57		11,79					11,79				
Minimum		1,35		0,06					0,06				

Tab. 158: Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik bei Variation der Abbruchquote (ABQ 4%, 5%) in Kombination mit der NIVD-Heuristik (mit *g* = 1) auf die 35 TSP der Gruppe II: Realisierte Lösungsqualitäten als % über OLN (%>OLN), Rechenzeiten in Sekunden für die Kombination der beiden Heuristiken (OZ ges.) sowie der isolierten NIVD-Heuristik (OZ NIVD); Angabe der Anzahl nachträglich in die Rundreise eingefügter Städte (NIF) und notwendige Anzahl an Läufen der NIVD-Heuristik (#VL) im Vergleich zu den Lösungsqualitäten und Rechenzeiten der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik (Parametrisierung: Modus B, VAV-EAV: 7-10).

		CHI-TA	(Par.					CHI-	ΓΙCΙ N	IVD			
		Md. B,				; ABQ				g = 1	; ABQ	7%	
		% >		%>	Ĭ	OZ	ΟZ		% >	Ĭ	OZ	ΟZ	
TSP	n	OLN	ΟZ	OLN	NIF	ges.	NIVD	#VL	OLN	NIF	ges.	NIVD	#VL
EIL51	51	6,32	1	3,99	3	0,484	0,367	4	3,99	3	0,484	0,367	4
BERLIN52	52	2,43	1	5,96	3	0,510	0,380	4	5,96	3	0,510	0,379	4
ST70	70	5,34	2	5,04	4	0,590	0,389	3	5,04	4	0,592	0,391	3
EIL76	76	7,90	2	7,16	4	0,824	0,584	4	7,16	5	0,820	0,583	4
PR76	76	2,32	3	2,51	4		0,584	4	2,51	5	0,821	0,585	4
RAT99	99	5,37	4	4,27	5	1,089	0,738	4	4,27	6	1,089	0,739	4
KR100A	100	1,84	5	0,19	5	1,117	0,760	4	0,02	7	1,109	0,759	4
KR100B	100	1,35	5	1,14	5	1,115	0,754	4	1,14	7	1,107	0,755	4
KR100C	100	2,29	4	3,21	5	1,122	0,757	4	3,21	7	1,118	0,762	4
KR100D	100	3,03	5	1,74	5	1,293	0,938	5	1,74	7	1,289	0,942	5
KR100E	100	4,54	4	1,09	5	1,119	0,755	4	1,09	7	0,924	0,566	3
RD100	100	4,39	5	5,11	5	0,944	0,574	3	5,54	7	0,934	0,571	3
EIL101	101	6,54	5	6,33	6	1,164	0,781	4	6,33	7	1,157	0,781	4
LIN105	105	2,40	6	2,46	6	1,238	0,838	4	2,46	7	1,230	0,837	4
PR107	107	2,45	3	11,50	6	0,893	0,547	3	11,39	7	0,886	0,545	3
PR124	124	4,03	7	5,93	7	1,242	0,848	4	6,16	8	1,243	0,852	4
BIER127	127	5,57	12	7,70	7	1,573	1,004	4	7,70	8	1,567	1,005	4
CH130	130	6,74	10	6,96	7	1,348	0,768	3	6,96	9	1,338	0,768	3
PR136	136	4,43	8	3,32	8	1,602	0,981	3	3,32	9	1,594	0,978	3
PR144	144	4,92	13	11,79	8	2,465	1,850	7	11,79	10	2,448	1,848	7
CH150	150	5,30	13	2,83	8	1,606	0,874	3	2,83	10	1,583	0,870	3
KR150A	150	4,16	12	3,55	8	1,587	0,870	3	3,55	10	1,867	1,159	4
KR150B	150	4,13	12	2,08	8	1,904	1,170	4	1,27	10	1,890	1,170	4
PR152	152	5,32	14	4,97	9	1,860	1,156	4	4,97	10	1,847	1,156	4
U159	159	6,71	12	4,40	9	2,249	1,530	5	1,78	11	2,231	1,529	5
RAT195	195	7,38	22	3,05	11	2,676	1,526	4	3,05	13	2,656	1,527	4
D198	198	2,59	27	4,03	11	2,559	1,362	3	4,03	13	2,536	1,360	3
KR200A	200	4,11	25	4,94	11	2,419	1,195	3	4,94	14	2,382	1,193	3
KR200B	200	5,12	24	4,42	11	2,397	1,184	3	4,42	14	2,374	1,183	3
PR226	226	4,34	32	10,94	13	2,379	1,222	3	10,94	15	2,350	1,222	3
GIL262	262	8,13	51	5,33	15	4,204	2,134	4	5,68	18	4,160	2,134	4
PR264	264	8,15	44	8,30			4,240	6	8,30		6,277		6
A280	280	5,60	56	2,91	16	4,622	2,556	4	3,15	19	5,863	3,837	6
PR299	299	5,33	65	4,28	17	4,969	2,457	4	4,39	20	4,923	2,456	4
LIN318	318		79	8,54	19		2,821	4	8,54	22	5,703	2,820	4
Mittelwert		4,83		4,91					4,85				
Stdabw.		1,95		2,85					2,93				
Maximum		8,57		11,79					11,79				
Minimum		1,35		0,19					0,02				

Tab. 159: Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik bei Variation der Abbruchquote (ABQ 6%, 7%) in Kombination mit der NIVD-Heuristik (mit *g* = 1) auf die 35 TSP der Gruppe II: Realisierte Lösungsqualitäten als % über OLN (%>OLN), Rechenzeiten in Sekunden für die Kombination der beiden Heuristiken (OZ ges.) sowie der isolierten NIVD-Heuristik (OZ NIVD); Angabe der Anzahl nachträglich in die Rundreise eingefügter Städte (NIF) und notwendige Anzahl an Läufen der NIVD-Heuristik (#VL) im Vergleich zu den Lösungsqualitäten und Rechenzeiten der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik (Parametrisierung: Modus B, VAV-EAV: 7-10).

		CHI-TA					(CHI-	ΓΙCΙ N	IVD			
		Md. B,	7-10)		g = 1	; ABQ	8%			g = 1	; ABQ	9%	
		%>		%>		OZ	ΟZ		% >		OZ	ΟZ	
TSP	n	OLN	ΟZ	OLN	NIF	ges.	NIVD	#VL	OLN	NIF	ges.	NIVD	#VL
EIL51	51	6,32	1	5,09	4	0,486	0,372	4	5,09	4	0,487	0,372	4
BERLIN52	52	2,43	1	5,96	4	0,509	0,380	4	5,96	4	0,510	0,381	4
ST70	70	5,34	2	5,04	5	0,589	0,392	3	4,40	6	0,592	0,399	3
EIL76	76	7,90	2	7,16	6	0,817	0,584	4	7,16	6	0,815	0,581	4
PR76	76	2,32	3	2,51	6	0,819	0,586	4	2,51	6	0,817	0,584	4
RAT99	99	5,37	4	4,27	7	1,083	0,741	4	4,27	8	1,072	0,737	4
KR100A	100	1,84	5	0,02	8	1,107	0,758	4	0,02	9	1,099	0,760	4
KR100B	100	1,35	5	1,14	8	1,100	0,755	4	1,14	9	1,097	0,755	4
KR100C	100	2,29	4	3,21	8	1,109	0,760	4	3,21	9	1,105	0,761	4
KR100D	100	3,03	5	1,74	8	1,289	0,945	5	1,74	9	1,280	0,945	5
KR100E	100	4,54	4	1,09	8	0,920	0,568	3	1,09	9	0,910	0,566	3
RD100	100	4,39	5	3,01	8	1,316	0,958	5	3,01	9	1,308	0,957	5
EIL101	101	6,54	5	6,33	8	1,155	0,782	4	6,33	9	1,150	0,782	4
LIN105	105	2,40	6	2,46	8	1,231	0,843	4	0,73	9	1,221	0,840	4
PR107	107	2,45	3	11,39	8	0,881	0,545	3	11,39	9	0,877	0,546	3
PR124	124	4,03	7	6,16	9	1,237	0,853	4	6,16	11	1,226	0,855	4
BIER127	127	5,57	12	7,70	10	1,553	1,002	4	7,70	11	1,551	1,004	4
CH130	130	6,74	10	6,87	10	1,328	0,768	3	6,87	11	1,326	0,767	3
PR136	136	4,43	8	3,32	10	1,591	0,981	3	3,32	12	1,574	0,981	3
PR144	144	4,92	13	11,79	11	2,440	1,844	7	5,96	12	2,433	1,843	7
CH150	150	5,30	13	2,83	12	1,857	1,162	4	3,11	13	1,856	1,167	4
KR150A	150	4,16	12	4,31	12	1,564	0,874	3	4,96	13	2,132	1,450	5
KR150B	150	4,13	12	1,27	12	1,881	1,175	4	1,27	13	1,875	1,175	4
PR152	152	5,32	14	4,97	12	1,833	1,155	4	5,68	13	1,826	1,158	4
U159	159	6,71	12	2,72	12	2,228	1,531	5	3,34	14	2,214	1,534	5
RAT195	195	7,38	22	3,05	15	2,641	1,534	4	3,05	17	2,622	1,529	4
D198	198	2,59	27	4,03	15	2,518	1,360	3	4,03	17	2,499	1,362	3
KR200A	200	4,11	25	4,94	16	2,363	1,194	3	5,90	18	2,355	1,198	3
KR200B	200	5,12	24	4,42	16	2,350	1,184	3	4,46	18	2,339	1,183	3
PR226	226	4,34	32	10,94	18	2,326	1,225	3	10,87	20	2,299	1,221	3
GIL262	262	8,13	51	5,73	20	4,098	2,126	4	6,00	23	4,073	2,121	4
PR264	264	8,15	44	8,30	21	6,265	4,220	6	8,30	23	6,224	4,223	6
A280	280	5,60	56	2,84	22	5,823	3,838	6	2,84	25	5,811	3,850	6
PR299	299	5,33	65	4,84	23	4,866	2,453	4	4,84	26	4,846	2,456	4
LIN318	318	8,57	79	8,79	25	5,655	2,826	4	8,56	28	5,608	2,812	4
Mittelwert		4,83		4,86					4,72				
Stdabw.		1,95		2,92					2,71				
Maximum		8,57		11,79					11,39				
Minimum		1,35		0,02					0,02				

Tab. 160: Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik bei Variation der Abbruchquote (ABQ 8%, 9%) in Kombination mit der NIVD-Heuristik (mit *g* = 1) auf die 35 TSP der Gruppe II: Realisierte Lösungsqualitäten als % über OLN (%>OLN), Rechenzeiten in Sekunden für die Kombination der beiden Heuristiken (OZ ges.) sowie der isolierten NIVD-Heuristik (OZ NIVD); Angabe der Anzahl nachträglich in die Rundreise eingefügter Städte (NIF) und notwendige Anzahl an Läufen der NIVD-Heuristik (#VL) im Vergleich zu den Lösungsqualitäten und Rechenzeiten der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik (Parametrisierung: Modus B, VAV-EAV: 7-10).

		CHI-TA	(Par.				(CHI-	ΓΙCΙ N	IVD			
		Md. B,	7-10)	į	g=1;	ABQ	10%			g=1;	ABQ	11%	
		%>		%>		ΟZ	OZ		% >		ΟZ	OZ	
TSP	n	OLN	OZ	OLN	NIF	ges.	NIVD	#VL	OLN	NIF	ges.	NIVD	#VL
EIL51	51	6,32	1	5,09	5	0,484	0,372	4	5,09	5	0,484	0,372	4
BERLIN52	52	2,43	1	5,71	5	0,510		4	5,71	5		0,386	4
ST70	70	5,34	2	4,40	7	-	0,399	3	4,40	7	0,588		3
EIL76	76	7,90	2	7,16	7	-	0,583	4	7,16	8	0,809		4
PR76	76	2,32	3	2,51	7	-	0,586	4	2,51	8	0,811		4
RAT99	99	5,37	4	3,90	9	-	0,559	3	3,33	10	1,065		4
KR100A	100	1,84	5	0,48	10	-	0,763	4	0,48	11	1,093		4
KR100B	100	1,35	5	1,14	10	-	0,755	4	1,14	11	1,088	0,755	4
KR100C	100	2,29	4	3,21	10	-	0,761	4	3,21	11	1,094	0,761	4
KR100D	100	3,03	5	1,74	10	-	0,946	5	1,74	11	1,273		5
KR100E	100	4,54	4	1,09	10	-	0,568	3	1,77	11	0,898		3
RD100	100	4,39	5	3,01	10	-	0,957	5	3,01	11	1,297		5
EIL101	101	6,54	5	7,22	10		0,782	4	7,22	11	1,139		4
LIN105	105	2,40	6	0,73	10	-	0,838	4	0,73	11	1,211	0,840	4
PR107	107	2,45	3	11,39	10		0,546	3	11,39	11	0,868		3
PR124	124	4,03	7	6,16	12		0,851	4	6,16	13	1,214		4
BIER127	127	5,57	12	7,70	12	-	1,003	4	7,70	13	1,533		4
CH130	130	6,74	10	6,87	13	-	0,766	3	6,79	14		0,771	3
PR136	136	4,43	8	5,07	13	-	1,308	4	5,07	14	1,889		4
PR144	144	4,92	13	5,96	14	-	1,842	7	5,96	15	2,406		7
CH150	150	5,30	13	2,97	15	-	1,168	4	2,97	16	1,838	1,169	4
KR150A	150	4,16	12	2,81	15	2,986	2,320	8	6,68	16	2,106	1,449	5
KR150B	150	4,13	12	3,13	15	-	1,474	5	3,13	16	2,151	1,474	5
PR152	152	5,32	14	5,12	15	-	1,157	4	5,12	16	1,807	1,157	4
U159	159	6,71	12	3,34	15		1,533	5	3,34	17	2,189		5
RAT195	195	7,38	22	3,05	19		1,528	4	3,05	21	2,585		4
D198	198	2,59	27	4,03	19	-	1,359	3	3,38	21	3,365		5
KR200A	200	4,11	25	4,87	20		1,195	3	4,51	22	2,712		4
KR200B	200	5,12	24	4,46	20	-	1,184	3	4,46	22	2,686		4
PR226	226	4,34	32	10,87	22	2,303		3	10,87	24	2,259	1,222	3
GIL262	262	8,13	51	6,00	26	4,038		4	6,28		4,003		4
PR264	264	8,15	44	8,30	26		4,216	6	8,30		6,134		6
A280	280	5,60	56	2,84	27		3,839	6	3,57	30	5,092		5
PR299	299	5,33	65	6,49	29		1,835	3	5,36	32		1,845	3
LIN318	318	8,57	79	8,87	31	5,540	2,814	4	7,89	34	6,220	3,520	5
Mittelwert		4,83		4,79					4,84				
Stdabw.		1,95		2,69					2,61				
Maximum		8,57		11,39					11,39				
Minimum		1,35		0,48					0,48				

Tab. 161: Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik bei Variation der Abbruchquote (ABQ 10%, 11%) in Kombination mit der NIVD-Heuristik (mit g=1) auf die 35 TSP der Gruppe II: Realisierte Lösungsqualitäten als % über OLN (%>OLN), Rechenzeiten in Sekunden für die Kombination der beiden Heuristiken (OZ ges.) sowie der isolierten NIVD-Heuristik (OZ NIVD); Angabe der Anzahl nachträglich in die Rundreise eingefügter Städte (NIF) und notwendige Anzahl an Läufen der NIVD-Heuristik (#VL) im Vergleich zu den Lösungsqualitäten und Rechenzeiten der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik (Parametrisierung: Modus B, VAV-EAV: 7-10).

		CHI-TA	(Par.					CHI-	ΓΙCΙ N	IVD			
		Md. B,				ABQ			,	g=1	ABQ	13%	
		% >		%>	ĺ	OZ	ΟZ		% >	ĺ	OZ	ΟZ	
TSP	n	OLN	OZ	OLN	NIF	ges.	NIVD	#VL	OLN	NIF	ges.	NIVD	#VL
EIL51	51	6,32	1	3,99	6	0,478	0,368	4	3,99	6	0,480	0,370	4
BERLIN52	52	2,43	1	4,94	6	0,503	0,380	4	4,94	6	0,503	0,379	4
ST70	70	5,34	2	4,40	8	0,585	0,398	3	4,40	9	0,580	0,397	3
EIL76	76	7,90	2	7,16	9	0,802	0,581	4	7,16	9	0,803	0,581	4
PR76	76	2,32	3	6,28	9	0,809	0,588	4	6,28	9	0,811	0,590	4
RAT99	99	5,37	4	4,00	11	1,060	0,740	4	4,00	12	1,057	0,742	4
KR100A	100	1,84	5	0,48	12	1,088	0,763	4	0,02	13	1,081	0,761	4
KR100B	100	1,35	5	1,14	12	1,084	0,756	4	2,92	13	1,082	0,759	4
KR100C	100	2,29	4	3,46	12	1,091	0,763	4	5,04	13	1,091	0,764	4
KR100D	100	3,03	5	1,74	12	1,266	0,945	5	1,74	13	1,266	0,947	5
KR100E	100	4,54	4	1,77	12	0,891	0,563	3	1,77	13	0,890	0,563	3
RD100	100	4,39	5	3,01	12	1,289	0,954	5	3,01	13	1,290	0,959	5
EIL101	101	6,54	5	6,60	12	1,131	0,781	4	7,23	13	1,127	0,782	4
LIN105	105	2,40	6	0,73	12	1,204	0,839	4	0,73	13	1,204	0,842	4
PR107	107	2,45	3	11,39	12	0,866	0,547	3	11,39	13	0,859	0,545	3
PR124	124	4,03	7	3,93	14	1,419	1,063	5	1,41	16	1,404	1,063	5
BIER127	127	5,57	12	7,70	15	1,521	1,004	4	7,70	16	1,514	1,004	4
CH130	130	6,74	10	6,79	15	1,303	0,772	3	6,79	16	1,300	0,771	3
PR136	136	4,43	8	5,08	16	1,871	1,306	4	5,08	17	1,864	1,306	4
PR144	144	4,92	13	3,17	17	2,407	1,849	7	3,17	18	2,397	1,849	7
CH150	150	5,30	13	2,43	18	1,823	1,167	4	2,43	19	1,819	1,168	4
KR150A	150	4,16	12	6,68	18	2,096	1,450	5	6,68	19	2,084	1,450	5
KR150B	150	4,13	12	3,13	18	2,137	1,475	5	3,13	19	2,128	1,474	5
PR152	152	5,32	14	5,12	18	1,788	1,156	4	5,12	19	1,780	1,156	4
U159	159	6,71	12	3,34	19	2,179	1,534	5	3,24	20	2,168	1,533	5
RAT195	195	7,38	22	3,05	23	2,561	1,529	4	3,05	25	2,538	1,529	4
D198	198	2,59	27	3,38	23	3,352	2,270	5	3,38	25	3,330	2,268	5
KR200A	200	4,11	25	4,51	24	2,682	1,596	4	5,82	26	2,671	1,595	4
KR200B	200	5,12	24	5,68	24	2,271	1,184	3	3,99	26	3,040	1,968	5
PR226	226	4,34	32	5,36	27	2,232	1,221	3	5,36	29	3,026	2,039	5
GIL262	262	8,13	51	6,28	31	3,978	2,122	4	6,55	34	3,934	2,125	4
PR264	264		44	8,30			4,214	6	8,30			4,217	6
A280	280	5,60	56	3,57	33	-	3,191	5	3,57		5,018		5
PR299	299	5,33	65	5,36	35		1,846	3	5,66	38	4,052		3
LIN318	318		79	7,89	38	6,148	3,513	5	7,89	41	6,107	3,522	5
Mittelwert		4,83		4,62					4,66				
Stdabw.		1,95		2,36					2,41				
Maximum		8,57		11,39					11,39				
Minimum		1,35		0,48					0,02				

Tab. 162: Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik bei Variation der Abbruchquote (ABQ 12%, 13%) in Kombination mit der NIVD-Heuristik (mit g=1) auf die 35 TSP der Gruppe II: Realisierte Lösungsqualitäten als % über OLN (%>OLN), Rechenzeiten in Sekunden für die Kombination der beiden Heuristiken (OZ ges.) sowie der isolierten NIVD-Heuristik (OZ NIVD); Angabe der Anzahl nachträglich in die Rundreise eingefügter Städte (NIF) und notwendige Anzahl an Läufen der NIVD-Heuristik (#VL) im Vergleich zu den Lösungsqualitäten und Rechenzeiten der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik (Parametrisierung: Modus B, VAV-EAV: 7-10).

		CHI-TA	(Par.				CHI-	ΓΙCΙ N	IVD				
		Md. B,				ABQ				g=1;	ABQ	15%	
		% >		%>	ĺ	OZ	ΟZ		% >	ĺ	OZ	OZ	
TSP	n	OLN	OZ	OLN	NIF	ges.	NIVD	#VL	OLN	NIF	ges.	NIVD	#VL
EIL51	51	6,32	1	3,99	7	0,475	0,368	4	3,99	7	0,476		4
BERLIN52	52	2,43	1	4,94	7	0,500	0,380	4	4,94	7	0,499	0,380	4
ST70	70	5,34	2	4,40	9	0,581	0,398	3	4,40	10	0,576	0,396	3
EIL76	76	7,90	2	5,40	10	0,799	0,580	4	6,64	11	0,793	0,581	4
PR76	76	2,32	3	6,53	10		0,442	3	4,41	11	0,796		4
RAT99	99	5,37	4	4,31	13	1,061	0,748	4	4,69	14	1,047	0,743	4
KR100A	100	1,84	5	0,02	14	1,078	0,761	4	0,02	14	1,077	0,760	4
KR100B	100	1,35	5	2,92	14	1,080	0,760	4	2,92	14	1,077	0,758	4
KR100C	100	2,29	4	5,04	14	1,083	0,763	4	5,04	14	1,079	0,761	4
KR100D	100	3,03	5	1,67	14	1,446	1,133	6	1,67	14	1,441	1,129	6
KR100E	100	4,54	4	1,77	14	0,885	0,563	3	1,77	14	0,883	0,561	3
RD100	100	4,39	5	1,26	14	1,283	0,959	5	1,26	14	1,284	0,960	5
EIL101	101	6,54	5	7,06	14	1,128	0,785	4	7,06	15	1,121	0,782	4
LIN105	105	2,40	6	0,73	14	1,198	0,841	4	0,73	15	1,191	0,839	4
PR107	107	2,45	3	11,39	14	0,858	0,548	3	11,39	16	0,847	0,547	3
PR124	124	4,03	7	1,41	17	1,400	1,063	5	1,41	18	1,393	1,063	5
BIER127	127	5,57	12	7,70	17	1,506	1,002	4	7,88	19	1,497	1,006	4
CH130	130	6,74	10	6,79	18	1,281	0,770	3	7,93	19	1,275	0,772	3
PR136	136	4,43	8	5,21	19	1,853	1,308	4	5,21	20	1,843	1,306	4
PR144	144	4,92	13	3,17	20	2,379	1,845	7	3,17	21	2,379	1,850	7
CH150	150	5,30	13	2,43	21	2,097	1,465	5	2,43	22	2,097	1,464	5
KR150A	150	4,16	12	7,34	21	2,078	1,457	5	5,66	22	2,066	1,453	5
KR150B	150	4,13	12	5,30	21	2,130	1,489	5	5,30	22	2,113	1,482	5
PR152	152	5,32	14	5,12	21	1,769	1,157	4	5,12	22	1,765	1,156	4
U159	159	6,71	12	3,24	22	2,163	1,541	5	3,24	23	2,150	1,535	5
RAT195	195	7,38	22	3,43	27	2,907	1,912	5	3,43	29	2,887	1,907	5
D198	198	2,59	27	3,38	27	3,312	2,266	5	3,72	29	2,849	1,820	4
KR200A	200	4,11	25	5,82	28	2,653	1,597	4	5,04	29	3,442	2,400	6
KR200B	200	5,12	24	3,95	28	2,631	1,574	4	3,95	29	2,616	1,574	4
PR226	226	4,34	32	5,36	31	3,812	2,851	7	4,66	33	2,171	1,225	3
GIL262	262	8,13	51	6,55	36	3,929	2,133	4	6,52	39	3,887	2,138	4
PR264	264	8,15	44	8,30			4,223	6	8,30		6,050		6
A280	280	5,60	56	3,57	39	5,010	3,214	5	3,57	41	4,947	3,204	5
PR299	299	5,33	65	4,70	41	3,995	1,843	3	4,46	44	3,975	1,854	3
LIN318	318		79	7,89	44	6,051	3,521	5	7,89	47	5,998	3,526	5
Mittelwert		4,83		4,63					4,57				
Stdabw.		1,95		2,43					2,42				
Maximum		8,57		11,39					11,39				
Minimum		1,35		0,02					0,02				

Tab. 163: Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik bei Variation der Abbruchquote (ABQ 14%, 15%) in Kombination mit der NIVD-Heuristik (mit g=1) auf die 35 TSP der Gruppe II: Realisierte Lösungsqualitäten als % über OLN (%>OLN), Rechenzeiten in Sekunden für die Kombination der beiden Heuristiken (OZ ges.) sowie der isolierten NIVD-Heuristik (OZ NIVD); Angabe der Anzahl nachträglich in die Rundreise eingefügter Städte (NIF) und notwendige Anzahl an Läufen der NIVD-Heuristik (#VL) im Vergleich zu den Lösungsqualitäten und Rechenzeiten der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik (Parametrisierung: Modus B, VAV-EAV: 7-10).

		CHI-TA	(Par.						CHI-	ΓΙCΙ N	IVD		
		Md. B,							į	g=1	ABQ	17%	
		%>		%>		OZ	ΟZ		% >		OZ	ΟZ	
TSP	n	OLN	OZ	OLN	NIF	ges.	NIVD	#VL	OLN	NIF	ges.	NIVD	#VL
EIL51	51	6,32	1	3,99	8	0,472	0,368	4	3,99	8	0,473	0,369	4
BERLIN52	52	2,43	1	4,94	8	0,496	0,380	4	4,94	8	0,496	0,380	4
ST70	70	5,34	2	4,40	11	0,572	0,396	3	4,40	11	0,573	0,397	3
EIL76	76	7,90	2	6,76	12	0,789	0,580	4	6,76	12	0,786	0,577	4
PR76	76	2,32	3	3,94	12	0,796	0,587	4	3,94	12	0,795	0,588	4
RAT99	99	5,37	4	4,71	15	1,046	0,744	4	4,71	16	1,042	0,746	4
KR100A	100	1,84	5	0,02	15	1,072	0,759	4	0,02	16	1,067	0,760	4
KR100B	100	1,35	5	2,92	15	1,073	0,759	4	3,46	16	0,877	0,570	3
KR100C	100	2,29	4	2,72	15	1,078	0,764	4	2,72	16	1,070	0,762	4
KR100D	100	3,03	5	1,74	15	1,252	0,945	5	1,74	16	1,245	0,944	5
KR100E	100	4,54	4	1,77	15	0,881	0,563	3	1,77	16	0,873	0,562	3
RD100	100	4,39	5	1,26	15	1,279	0,959	5	1,26	16	1,274	0,957	5
EIL101	101	6,54	5	7,06	16	1,115	0,782	4	7,06	17	1,111	0,783	4
LIN105	105	2,40	6	0,73	16	1,184	0,838	4	0,73	17	1,181	0,841	4
PR107	107	2,45	3	10,57	17	1,024	0,730	4	9,64	18	1,017	0,728	4
PR124	124	4,03	7	1,41	19	1,387	1,062	5	1,56	21	1,377	1,065	5
BIER127	127	5,57	12	7,88	20	1,493	1,008	4	9,51	21	1,493	1,013	4
CH130	130	6,74	10	7,93	20	1,273	0,771	3	7,93	22	1,255	0,770	3
PR136	136	4,43	8	5,21	21	1,839	1,306	4	6,55	23	1,826	1,309	4
PR144	144	4,92	13	3,17	23	2,362	1,849	7	3,17	24	2,355	1,849	7
CH150	150	5,30	13	2,43	23	2,082	1,458	5	2,43	25	2,067	1,461	5
KR150A	150	4,16	12	5,66	23	2,063	1,451	5	5,66	25	2,050	1,454	5
KR150B	150	4,13	12	5,30	23	2,110	1,483	5	3,99	25	2,091	1,479	5
PR152	152	5,32	14	5,12	24	1,751	1,156	4	5,12	25	1,746	1,156	4
U159	159	6,71	12	3,67	25	2,133	1,534	5	3,67	27	2,120	1,534	5
RAT195	195	7,38	22	3,43	31	2,871	1,909	5	3,48	33	3,234	2,294	6
D198	198	2,59	27	3,72	31	2,828	1,816	4	3,72	33	2,820	1,819	4
KR200A	200	4,11	25	4,45	31	3,417	2,397	6	4,45	33	3,405	2,396	6
KR200B	200	5,12	24	3,64	31		1,572	4	3,64	33	2,587	1,575	4
PR226	226	4,34	32	4,66	36	2,133	1,224	3	4,66	38		1,229	3
GIL262	262	8,13	51	5,60	41	3,859	2,133	4	7,66	44	3,815	2,134	4
PR264	264	8,15	44	8,30	42	5,981	4,229	6	8,30	44	5,965	4,228	6
A280	280	5,60	56	3,57	44	4,908	3,203	5	3,57	47		3,193	5
PR299	299	5,33	65	4,64	47		2,468	4	4,25	50	4,507	2,473	4
LIN318	318	8,57	79	7,89	50	5,958	3,522	5	7,56	54	8,031	5,651	8
Mittelwert		4,83		4,44					4,52				
Stdabw.		1,95		2,35					2,42				
Maximum		8,57		10,57					9,64				
Minimum		1,35		0,02					0,02				

Tab. 164: Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik bei Variation der Abbruchquote (ABQ 16%, 17%) in Kombination mit der NIVD-Heuristik (mit g=1) auf die 35 TSP der Gruppe II: Realisierte Lösungsqualitäten als % über OLN (%>OLN), Rechenzeiten in Sekunden für die Kombination der beiden Heuristiken (OZ ges.) sowie der isolierten NIVD-Heuristik (OZ NIVD); Angabe der Anzahl nachträglich in die Rundreise eingefügter Städte (NIF) und notwendige Anzahl an Läufen der NIVD-Heuristik (#VL) im Vergleich zu den Lösungsqualitäten und Rechenzeiten der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik (Parametrisierung: Modus B, VAV-EAV: 7-10).

		CHI-TA	(Par.					CHI-	ΓΙCΙ N	IVD			
		Md. B,				ABQ			į	g=1;	ABQ	19%	
		% >		%>		OZ	ΟZ		% >	ĺ	OZ	\mathbf{OZ}	
TSP	n	OLN	OZ	OLN	NIF	ges.	NIVD	#VL	OLN	NIF	ges.	NIVD	#VL
EIL51	51	6,32	1	3,99	9	0,470	0,368	4	3,99	9	0,469	0,368	4
BERLIN52	52	2,43	1	4,94	9	0,494	0,381	4	4,94	9	0,493	0,380	4
ST70	70	5,34	2	4,42	12	0,572	0,398	3	4,42	13	0,569	0,398	3
EIL76	76	7,90	2	6,76	13	0,785	0,580	4	6,20	14	0,782	0,581	4
PR76	76	2,32	3	3,94	13	0,791	0,588	4	3,94	14	0,787	0,586	4
RAT99	99	5,37	4	4,71	17	1,038	0,744	4	4,71	18	1,030	0,742	4
KR100A	100	1,84	5	0,02	17	1,063	0,761	4	0,02	19	1,055	0,760	4
KR100B	100	1,35	5	3,46	17	0,875	0,570	3	3,28	19	0,863	0,570	3
KR100C	100	2,29	4	2,72	17		0,764	4	2,72	19	1,060	0,766	4
KR100D	100	3,03	5	1,74	17	1,244	0,944	5	1,74	19	1,238	0,946	5
KR100E	100	4,54	4	1,77	17	0,868	0,562	3	2,99	19	0,865	0,568	3
RD100	100	4,39	5	1,44	17	1,268	0,959	5	1,44	19	1,260	0,958	5
EIL101	101	6,54	5	7,21	18	1,106	0,784	4	7,21	19	1,102	0,785	4
LIN105	105	2,40	6	0,73	18	1,177	0,841	4	0,73	19	1,171	0,840	4
PR107	107	2,45	3	9,64	19	1,013	0,730	4	9,64	20	1,008	0,729	4
PR124	124	4,03	7	1,20	22	1,367	1,060	5	8,78	23	1,363	1,061	5
BIER127	127	5,57	12	9,51	22	1,489	1,014	4	9,51	24	1,475	1,015	4
CH130	130	6,74	10	8,23	23	1,252	0,771	3	8,23	24	1,249	0,774	3
PR136	136	4,43	8	6,55	24	1,821	1,307	4	6,55	25	1,815	1,309	4
PR144	144	4,92	13	3,17	25	2,349	1,851	7	9,20	27	3,164	2,678	10
CH150	150	5,30	13	2,43	26	2,061	1,460	5	2,43	28	2,044	1,459	5
KR150A	150	4,16	12	4,94	26	2,043	1,452	5	6,40	28	2,037	1,460	5
KR150B	150	4,13	12	3,99	26	2,089	1,482	5	4,55	28	2,083	1,489	5
PR152	152	5,32	14	5,12	27	1,733	1,159	4	6,27	28	1,725	1,157	4
U159	159	6,71	12	3,67	28	2,112	1,533	5	3,67	30	2,108	1,542	5
RAT195	195	7,38	22	4,58	35	2,834	1,912	5	4,58	37	2,827	1,923	5
D198	198	2,59	27	3,72	35	2,795	1,819	4	3,72	37	2,775	1,818	4
KR200A	200	4,11	25	3,83	35	2,989	2,000	5	3,83	38	2,960	2,002	5
KR200B	200	5,12	24	3,64	35	2,563	1,573	4	4,44	38	2,948	1,988	5
PR226	226	4,34	32	4,66	40	2,096	1,225	3	3,49	42	2,081	1,228	3
GIL262	262	8,13	51	7,58	47	3,792	2,145	4	7,58	49	3,746	2,129	4
PR264	264		44	8,30			4,231	6	8,30			4,236	
A280	280	5,60	56	3,57	50	5,483	3,836	6	4,66	53	4,800	3,207	5
PR299	299	5,33	65	4,25	53	4,479	2,472	4	4,44	56	5,051	3,090	5
LIN318	318		79	7,56	57		5,639	8	7,54	60	7,953	5,653	8
Mittelwert		4,83		4,51					5,03				
Stdabw.		1,95		2,43					2,52				
Maximum		8,57		9,64					9,64				
Minimum		1,35		0,02					0,02				

Tab. 165: Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik bei Variation der Abbruchquote (ABQ 18%, 19%) in Kombination mit der NIVD-Heuristik (mit g=1) auf die 35 TSP der Gruppe II: Realisierte Lösungsqualitäten als % über OLN (%>OLN), Rechenzeiten in Sekunden für die Kombination der beiden Heuristiken (OZ ges.) sowie der isolierten NIVD-Heuristik (OZ NIVD); Angabe der Anzahl nachträglich in die Rundreise eingefügter Städte (NIF) und notwendige Anzahl an Läufen der NIVD-Heuristik (#VL) im Vergleich zu den Lösungsqualitäten und Rechenzeiten der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik (Parametrisierung: Modus B, VAV-EAV: 7-10).

		CHI-TA	(Par.	(CHI-T	ΓICI N	IVD,			CHI-	ΓΙCΙ N	IVD	
		Md. B,			g=1;	ABQ	20%		į	g=1	ABQ	21%	
		%>		%>		\mathbf{OZ}	ΟZ		% >		\mathbf{OZ}	ΟZ	
TSP	n	OLN	OZ	OLN	NIF	ges.	NIVD	#VL	OLN	NIF	ges.	NIVD	#VL
EIL51	51	6,32	1	3,99	10	0,466	0,368	4	3,99	10	0,466	0,367	4
BERLIN52	52	2,43	1	4,94	10	0,493	0,382	4	4,94	10	0,492	0,382	4
ST70	70	5,34	2	4,42	14		0,398	3	4,42	14	0,565	0,398	3
EIL76	76	7,90	2	6,02	15	0,779		4	6,02	15		0,581	4
PR76	76	2,32	3	3,94	15	-	0,589	4	3,94	15	0,784	0,585	4
RAT99	99	5,37	4	4,71	19	,	0,744	4	4,71	20		0,741	4
KR100A	100	1,84	5	0,02	20		0,767	4	0,02	21	· ·	0,761	4
KR100B	100	1,35	5	3,28	20	0,863	0,574	3	3,28	21	0,856	0,571	3
KR100C	100	2,29	4	2,72	20	1,054	0,764	4	3,66	21	1,055	0,767	4
KR100D	100	3,03	5	1,74	20	1,231	0,945	5	1,74	21	1,227	0,945	5
KR100E	100	4,54	4	2,99	20	0,859	0,567	3	2,57	21	0,857	0,569	3
RD100	100	4,39	5	1,44	20	1,255	0,958	5	1,44	21	1,438	1,149	6
EIL101	101	6,54	5	6,76	20	1,092	0,781	4	6,96	21	1,091	0,787	4
LIN105	105	2,40	6	0,73	21	1,159	0,839	4	0,73	22	1,151	0,837	4
PR107	107	2,45	3	9,64	21	1,002	0,730	4	10,08	22		0,549	3
PR124	124	4,03	7	8,78	24	1,357	1,062	5	8,78	26	1,348	1,062	5
BIER127	127	5,57	12	9,51	25	1,469	1,014	4	9,51	26	1,463	1,013	4
CH130	130	6,74	10	9,00	26	1,234	0,774	3	9,00	27	1,227	0,772	3
PR136	136	4,43	8	6,55	27	1,803	1,307	4	6,55	28	1,795	1,307	4
PR144	144	4,92	13	9,20	28	3,138	2,661	10	9,20	30	3,140	2,675	10
CH150	150	5,30	13	2,43	30	2,033	1,461	5	2,43	31	2,027	1,461	5
KR150A	150	4,16	12	6,40	30	2,024	1,462	5	6,30	31	1,731	1,173	4
KR150B	150	4,13	12	4,55	30	2,066	1,488	5	4,98	31	2,076	1,502	5
PR152	152	5,32	14	5,12	30	1,715	1,158	4	5,12	31	1,711	1,159	4
U159	159	6,71	12	3,67	31	2,094	1,537	5	3,67	33	2,080	1,537	5
RAT195	195	7,38	22	4,03	39	2,799	1,909	5	4,03	40	2,798	1,912	5
D198	198	2,59	27	3,07	39	2,761	1,821	4	3,07	41	2,746	1,820	4
KR200A	200	4,11	25	3,83	40	2,946	2,003	5	5,38	42	2,929	2,007	5
KR200B	200	5,12	24	4,53	40	2,918	1,977	5	4,53	42	2,899	1,976	5
PR226	226	4,34	32	3,49	45	2,052	1,227	3	3,49	47	2,032	1,227	3
GIL262	262	8,13	51	7,58	52	3,700	2,131	4	6,80	55	3,698	2,142	4
PR264	264	8,15	44	8,30		5,866		6	8,30	55	5,829	4,230	6
A280	280	5,60	56	4,94	55	4,755	3,190	5	4,74	58	4,722	3,189	5
PR299	299	5,33	65	4,81	59	4,390	2,467	4	4,88	62	4,352	2,463	4
LIN318	318	8,57	79	9,38	63	7,917	5,676	8	9,38	66	7,872	5,652	8
Mittelwert		4,83		5,04					5,10				
Stdabw.		1,95		2,62					2,61				
Maximum		8,57		9,64					10,08				
Minimum		1,35		0,02					0,02				

Tab. 166: Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik bei Variation der Abbruchquote (ABQ 20%, 21%) in Kombination mit der NIVD-Heuristik (mit g=1) auf die 35 TSP der Gruppe II: Realisierte Lösungsqualitäten als % über OLN (%>OLN), Rechenzeiten in Sekunden für die Kombination der beiden Heuristiken (OZ ges.) sowie der isolierten NIVD-Heuristik (OZ NIVD); Angabe der Anzahl nachträglich in die Rundreise eingefügter Städte (NIF) und notwendige Anzahl an Läufen der NIVD-Heuristik (#VL) im Vergleich zu den Lösungsqualitäten und Rechenzeiten der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik (Parametrisierung: Modus B, VAV-EAV: 7-10).

		CHI-TA	(Par.	(CHI-7	TICI N	IVD,			CHI-	ΓΙCΙ N	IVD	
		Md. B,	7-10)	į	g=1;	ABQ	22%		į	g=1;	ABQ	23%	
		%>		%>		ΟZ	OZ		% >		ΟZ	OZ	
TSP	n	OLN	OZ	OLN	NIF	ges.	NIVD	#VL	OLN	NIF	ges.	NIVD	#VL
EIL51	51	6,32	1	4,72	11	0,465		4	4,72	11	0,466		4
BERLIN52	52	2,43	1	4,94	11	0,491	-	4	4,94	11		0,386	4
ST70	70	5,34	2	4,42	15	0,560	-	3	4,42	16	0,558		3
EIL76	76	7,90	2	6,02	16	0,773		4	4,66	17	0,768		4
PR76	76	2,32	3	3,94	16	0,782		4	3,94	17	0,927		5
RAT99	99	5,37	4	4,71	21	-	0,744	4	4,71	22	1,014		4
KR100A	100	1,84	5	0,02	22	-	0,760	4	0,02	23	1,037	-	4
KR100B	100	1,35	5	2,74	22	-	0,761	4	2,74	23	1,033	0,761	4
KR100C	100	2,29	4	3,66	22	-	0,766	4	3,66	23	1,043	0,767	4
KR100D	100	3,03	5	1,74	22	1,220	0,943	5	3,03	23	1,217	0,944	5
KR100E	100	4,54	4	2,57	22		0,569	3	2,57	23	0,848	0,569	3
RD100	100	4,39	5	1,44	22	-	1,149	6	1,44	23	1,431	1,148	6
EIL101	101	6,54	5	5,86	22	1,276	0,976	5	5,86	23	1,077	0,780	4
LIN105	105	2,40	6	0,73	23	1,150	0,839	4	0,73	24	1,141	0,839	4
PR107	107	2,45	3	9,13	23	1,179	0,917	5	9,13	24	1,172	0,915	5
PR124	124	4,03	7	8,78	27	1,339	1,060	5	8,13	28	1,329	1,056	5
BIER127	127	5,57	12	8,40	27	1,446	1,005	4	6,41	29	1,435	1,004	4
CH130	130	6,74	10	9,00	28	2,254	1,807	7	9,00	29	2,252	1,809	7
PR136	136	4,43	8	7,60	29	1,790	1,308	4	8,65	31	1,777	1,306	4
PR144	144	4,92	13	9,20	31	3,120	2,662	10	9,20	33	3,102	2,658	10
CH150	150	5,30	13	2,43	33	2,016	1,463	5	2,83	34	2,004	1,457	5
KR150A	150	4,16	12	5,06	33	1,709	1,168	4	5,06	34	1,701	1,167	4
KR150B	150	4,13	12	4,81	33	2,050	1,490	5	4,81	34	2,041	1,489	5
PR152	152	5,32	14	4,77	33	1,688	1,152	4	4,77	34	1,680	1,151	4
U159	159	6,71	12	3,67	34	2,072	1,535	5	3,67	36	2,056	1,534	5
RAT195	195	7,38	22	4,03	42	2,772	1,908	5	4,59	44	2,763	1,912	5
D198	198	2,59	27	3,58	43	2,725	1,819	4	3,58	45	2,704	1,820	4
KR200A	200	4,11	25	3,83	44	2,910	2,003	5	4,61	46	2,890	1,999	5
KR200B	200	5,12	24	4,53	44	2,884	1,977	5	4,53	46	2,863	1,978	5
PR226	226	4,34	32	2,21	49		1,632	4	2,21	51	2,399		4
GIL262	262	8,13	51	7,35	57	3,656	2,136	4	7,20	60	3,618	2,135	4
PR264	264	8,15	44	8,30	58	5,783	4,220	6	8,30	60	5,777		6
A280	280	5,60	56	4,73	61		3,204	5	4,73	64	4,664	3,203	5
PR299	299	5,33	65	4,88	65		2,461	4	4,88	68	4,283		4
LIN318	318	8,57	79	10,23	69	7,793	5,645	8	8,64	73	7,737	5,637	8
Mittelwert		4,83		4,97					4,93				
Stdabw.		1,95		2,60					2,40				
Maximum		8,57		10,23					9,20				
Minimum		1,35		0,02					0,02				

Tab. 167: Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik bei Variation der Abbruchquote (ABQ 22%, 23%) in Kombination mit der NIVD-Heuristik (mit g=1) auf die 35 TSP der Gruppe II: Realisierte Lösungsqualitäten als % über OLN (%>OLN), Rechenzeiten in Sekunden für die Kombination der beiden Heuristiken (OZ ges.) sowie der isolierten NIVD-Heuristik (OZ NIVD); Angabe der Anzahl nachträglich in die Rundreise eingefügter Städte (NIF) und notwendige Anzahl an Läufen der NIVD-Heuristik (#VL) im Vergleich zu den Lösungsqualitäten und Rechenzeiten der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik (Parametrisierung: Modus B, VAV-EAV: 7-10).

		CHI-TA	(Par.	(CHI-7	ΓICI N	IVD,		(CHI-	ΓΙCΙ N	IVD	
		Md. B,			g=1;	ABQ	24%		į	g=1	ABQ	25%	
		%>		%>		\mathbf{OZ}	ΟZ		% >		\mathbf{OZ}	ΟZ	
TSP	n	OLN	OZ	OLN	NIF	ges.	NIVD	#VL	OLN	NIF	ges.	NIVD	#VL
EIL51	51	6,32	1	5,43	12	0,463	0,369	4	5,43	12	0,463	0,369	4
BERLIN52	52	2,43	1	4,94	12	0,491	0,386	4	5,16	13	0,678	0,577	6
ST70	70	5,34	2	4,42	16		0,398	3	4,42	17	0,554	0,397	3
EIL76	76	7,90	2	4,66	18	0,765		4	4,66	19		0,584	4
PR76	76	2,32	3	3,94	18		0,737	5	3,94	19	0,922		5
RAT99	99	5,37	4	4,71	23		0,749	4	4,71	24		0,742	4
KR100A	100	1,84	5	0,02	24		0,761	4	0,02	25		0,760	4
KR100B	100	1,35	5	5,01	24	1,033	0,763	4	5,01	25	1,028	0,764	4
KR100C	100	2,29	4	3,66	24	1,039	0,767	4	3,66	25	1,035	0,766	4
KR100D	100	3,03	5	3,03	24	1,211	0,943	5	3,03	25	1,208	0,943	5
KR100E	100	4,54	4	2,57	24		0,569	3	2,57	25	0,840	0,567	3
RD100	100	4,39	5	1,44	24	1,426	1,148	6	1,44	25	1,421	1,149	6
EIL101	101	6,54	5	5,86	24	1,076	0,783	4	5,57	25	1,066	0,782	4
LIN105	105	2,40	6	0,73	25	1,138	0,840	4	0,73	26	1,135	0,843	4
PR107	107	2,45	3	9,13	25	1,169	0,917	5	9,13	26	1,165	0,917	5
PR124	124	4,03	7	8,13	29	1,328	1,058	5	8,13	31	1,314	1,056	5
BIER127	127	5,57	12	6,41	30	1,431	1,005	4	6,21	31	1,432	1,010	4
CH130	130	6,74	10	9,00	31	2,243	1,810	7	8,96	32	2,238	1,812	7
PR136	136	4,43	8	8,65	32	1,775	1,310	4	9,01	34	1,758	1,305	4
PR144	144	4,92	13	9,20	34	3,109	2,669	10	9,20	36	3,355	2,931	11
CH150	150	5,30	13	8,08	36	1,991	1,459	5	8,08	37	1,982	1,458	5
KR150A	150	4,16	12	4,64	36	1,692	1,174	4	6,05	37	1,690	1,177	4
KR150B	150	4,13	12	4,81	36	2,032	1,494	5	4,81	37	2,024	1,494	5
PR152	152	5,32	14	4,77	36	1,664	1,155	4	5,48	38	1,650	1,152	4
U159	159	6,71	12	3,67	38	2,050	1,541	5	4,68	39	2,046	1,541	5
RAT195	195	7,38	22	4,59	46	2,747	1,915	5	4,59	48	2,731	1,914	5
D198	198	2,59	27	3,58	47	2,692	1,817	4	3,58	49	2,679	1,820	4
KR200A	200	4,11	25	4,61	48	2,868	1,999	5	4,47	50	2,844	1,993	5
KR200B	200	5,12	24	4,53	48	2,844	1,976	5	6,29	50	2,829	1,981	5
PR226	226	4,34	32	2,21	54	1,967	1,223	3	2,21	56	1,950	1,224	3
GIL262	262	8,13	51	7,36	62	3,616	2,142	4	7,99	65	3,552	2,134	4
PR264	264	8,15	44	8,30	63		4,222	6	8,30	66		4,222	6
A280	280	5,60	56	4,66	66	4,620	3,188	5	4,74	69	4,592	3,196	5
PR299	299	5,33	65	5,09	71	4,226	2,460	4	5,37	74	4,195	2,461	4
LIN318	318	8,57	79	8,64	76		5,642	8	8,94	79	7,624	5,605	8
Mittelwert		4,83		5,16					5,33				
Stdabw.		1,95		2,40					2,44				
Maximum		8,57		9,20					9,20				
Minimum		1,35		0,02					0,02				

Tab. 168: Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik bei Variation der Abbruchquote (ABQ 24%, 25%) in Kombination mit der NIVD-Heuristik (mit g=1) auf die 35 TSP der Gruppe II: Realisierte Lösungsqualitäten als % über OLN (%>OLN), Rechenzeiten in Sekunden für die Kombination der beiden Heuristiken (OZ ges.) sowie der isolierten NIVD-Heuristik (OZ NIVD); Angabe der Anzahl nachträglich in die Rundreise eingefügter Städte (NIF) und notwendige Anzahl an Läufen der NIVD-Heuristik (#VL) im Vergleich zu den Lösungsqualitäten und Rechenzeiten der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik (Parametrisierung: Modus B, VAV-EAV: 7-10).

		CHI-TA	(Par.	(CHI-	ΓΙCΙ NΙ	VD,			CHI-	TICI N	IVD	
		Md. B,	7-10)		g = 1	; ABQ	0%	_		g = 1	; ABQ	1%	
		%>		%>		\mathbf{OZ}	OZ		% >		\mathbf{OZ}	\mathbf{OZ}	
TSP	n	OLN	ΟZ	OLN	NIF	ges.	NIVD	#VL	OLN	NIF	ges.	NIVD	#VL
RD400	400	8,10	122	5,77	2	8,107	3,263	4	5,77	3	8,101	3,259	4
PR439	439	7,03	190	7,89	0	11,981	6,132	6	7,95	4	11,883	6,143	6
PCB442	442	11,70	167	6,51	1	10,866	5,179	5	5,67	4	10,835	5,186	5
D493	493	7,66	219	4,24	4	13,362	6,096	6	4,24	4	13,263	6,078	6
U574	574	8,16	282	4,95	6	14,236	4,734	4	4,95	6	14,168	4,717	4
RAT575	575	10,05	251	6,44	11	14,380	4,679	4	6,44	11	14,257	4,675	4
Mittelwert		8,78		5,97					5,84				
Stdabw.		1,75		1,29					1,28				
Maximum		11,70		7,89					7,95				
Minimum		7,03		4,24					4,24				

Tab. 169: Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik bei Variation der Abbruchquote (ABQ 0%, 1%) in Kombination mit der NIVD-Heuristik (mit *g* = 1) auf die 6 TSP der Gruppe III (tw.): Realisierte Lösungsqualitäten als % über OLN (%>OLN), Rechenzeiten in Sekunden für die Kombination der beiden Heuristiken (OZ ges.) sowie der isolierten NIVD-Heuristik (OZ NIVD); Angabe der Anzahl nachträglich in die Rundreise eingefügter Städte (NIF) und notwendige Anzahl an Läufen der NIVD-Heuristik (#VL) im Vergleich zu den Lösungsqualitäten und Rechenzeiten der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik (Parametrisierung: Modus B, VAV-EAV: 7-10).

		CHI-TA	(Par.	(CHI-	ΓΙCΙ NΙ	VD,			CHI-	TICI N	IVD	
		Md. B,	7-10)		g = 1	; ABQ	2%	_		g = 1	; ABQ	3%	
		%>		%>		\mathbf{OZ}	ΟZ		% >		ΟZ	\mathbf{OZ}	
TSP	n	OLN	OZ	OLN	NIF	ges.	NIVD	#VL	OLN	NIF	ges.	NIVD	#VL
RD400	400	8,10	122	5,52	7	8,035	3,282	4	5,52	11	7,911	3,262	4
PR439	439	7,03	190	7,60	8	11,831	6,157	6	7,26	13	11,699	6,143	6
PCB442	442	11,70	167	6,09	8	10,746	5,199	5	6,09	13	10,592	5,182	5
D493	493	7,66	219	4,01	9	13,118	6,085	6	4,38	14	12,991	6,081	6
U574	574	8,16	282	4,95	11	13,962	4,730	4	5,67	17	13,825	4,725	4
RAT575	575	10,05	251	6,44	11	14,014	4,679	4	6,66	17	13,818	4,674	4
Mittelwert		8,78		5,77					5,93				
Stdabw.		1,75		1,24					1,00				
Maximum		11,70		7,60					7,26				
Minimum		7,03		4,01					4,38				

Tab. 170: Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik bei Variation der Abbruchquote (ABQ 2%, 3%) in Kombination mit der NIVD-Heuristik (mit *g* = 1) auf die 6 TSP der Gruppe III (tw.): Realisierte Lösungsqualitäten als % über OLN (%>OLN), Rechenzeiten in Sekunden für die Kombination der beiden Heuristiken (OZ ges.) sowie der isolierten NIVD-Heuristik (OZ NIVD); Angabe der Anzahl nachträglich in die Rundreise eingefügter Städte (NIF) und notwendige Anzahl an Läufen der NIVD-Heuristik (#VL) im Vergleich zu den Lösungsqualitäten und Rechenzeiten der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik (Parametrisierung: Modus B, VAV-EAV: 7-10).

		CHI-TA	(Par.	(CHI-T	ΓICI NI	VD,			CHI-	TICI NI	IVD	
		Md. B,	7-10)		g = 1	; ABQ	4%	_		g = 1	; ABQ	5%	
		%>		%>		\mathbf{OZ}	\mathbf{OZ}		% >		\mathbf{OZ}	\mathbf{OZ}	
TSP	n	OLN	OZ	OLN	NIF	ges.	NIVD	#VL	OLN	NIF	ges.	NIVD	#VL
RD400	400	8,10	122	5,52	15	7,853	3,266	4	5,70	19	7,760	3,263	4
PR439	439	7,03	190	6,67	17	11,575	6,154	6	7,15	21	11,548	6,162	6
PCB442	442	11,70	167	5,75	17	10,474	5,200	5	5,93	22	10,411	5,191	5
D493	493	7,66	219	4,66	19	12,907	6,099	6	4,79	24	12,787	6,092	6
U574	574	8,16	282	5,42	22	13,697	4,752	4	4,97	28	13,522	4,724	4
RAT575	575	10,05	251	6,98	22	13,735	4,677	4	6,66	28	13,586	4,676	4
Mittelwert		8,78		5,83					5,87				
Stdabw.		1,75		0,86					0,93				
Maximum		11,70		6,98					7,15				
Minimum		7,03		4,66					4,79				

Tab. 171: Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik bei Variation der Abbruchquote (ABQ 4%, 5%) in Kombination mit der NIVD-Heuristik (mit *g* = 1) auf die 6 TSP der Gruppe III (tw.): Realisierte Lösungsqualitäten als % über OLN (%>OLN), Rechenzeiten in Sekunden für die Kombination der beiden Heuristiken (OZ ges.) sowie der isolierten NIVD-Heuristik (OZ NIVD); Angabe der Anzahl nachträglich in die Rundreise eingefügter Städte (NIF) und notwendige Anzahl an Läufen der NIVD-Heuristik (#VL) im Vergleich zu den Lösungsqualitäten und Rechenzeiten der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik (Parametrisierung: Modus B, VAV-EAV: 7-10).

		CHI-TA	(Par.		CHI-7	ΓΙCΙ NI	VD,			CHI-	TICI N	IVD	
		Md. B,	7-10)		g=1	; ABQ	6%			g = 1	; ABQ	7%	
		%>		%>		\mathbf{OZ}	\mathbf{OZ}		% >		ΟZ	\mathbf{OZ}	
TSP	n	OLN	OZ	OLN	NIF	ges.	NIVD	#VL	OLN	NIF	ges.	NIVD	#VL
RD400	400	8,10	122	5,70	23	7,689	3,266	4	5,65	28	7,608	3,266	4
PR439	439	7,03	190	6,49	26	11,413	6,146	6	6,56	30	12,387	7,191	7
PCB442	442	11,70	167	5,93	26	10,304	5,189	5	5,24	30	11,289	6,238	6
D493	493	7,66	219	4,96	29	12,621	6,108	6	5,00	34	12,568	6,088	6
U574	574	8,16	282	4,97	34	13,294	4,723	4	5,46	40	13,164	4,725	4
RAT575	575	10,05	251	6,85	34	13,348	4,675	4	6,40	40	14,401	5,843	5
Mittelwert		8,78		5,82					5,72				
Stdabw.		1,75		0,77					0,63				
Maximum		11,70		6,85					6,56				
Minimum		7,03		4,96					5,00				

Tab. 172: Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik bei Variation der Abbruchquote (ABQ 6%, 7%) in Kombination mit der NIVD-Heuristik (mit *g* = 1) auf die 6 TSP der Gruppe III (tw.): Realisierte Lösungsqualitäten als % über OLN (%>OLN), Rechenzeiten in Sekunden für die Kombination der beiden Heuristiken (OZ ges.) sowie der isolierten NIVD-Heuristik (OZ NIVD); Angabe der Anzahl nachträglich in die Rundreise eingefügter Städte (NIF) und notwendige Anzahl an Läufen der NIVD-Heuristik (#VL) im Vergleich zu den Lösungsqualitäten und Rechenzeiten der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik (Parametrisierung: Modus B, VAV-EAV: 7-10).

		CHI-TA	(Par.	(CHI-T	ΓICI NI	VD,			CHI-	TICI N	IVD	
		Md. B,	7-10)		g = 1	; ABQ	8%			g = 1	; ABQ	9%	
		%>		%>		\mathbf{OZ}	ΟZ		% >		\mathbf{OZ}	\mathbf{OZ}	
TSP	n	OLN	OZ	OLN	NIF	ges.	NIVD	#VL	OLN	NIF	ges.	NIVD	#VL
RD400	400	8,10	122	5,65	32	7,517	3,272	4	5,53	36	8,217	4,086	5
PR439	439	7,03	190	6,10	35	11,254	6,155	6	6,10	39	11,148	6,144	6
PCB442	442	11,70	167	5,24	35	11,184	6,235	6	5,16	39	12,125	7,275	7
D493	493	7,66	219	5,00	39	12,451	6,093	6	5,00	44	12,300	6,110	6
U574	574	8,16	282	6,19	45	12,999	4,731	4	6,20	51	12,821	4,753	4
RAT575	575	10,05	251	6,31	46	15,411	7,088	6	6,28	51	15,266	7,028	6
Mittelwert		8,78		5,75					5,71				
Stdabw.		1,75		0,54					0,56				
Maximum		11,70		6,31					6,28				
Minimum		7,03		5,00					5,00				

Tab. 173: Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik bei Variation der Abbruchquote (ABQ 8%, 9%) in Kombination mit der NIVD-Heuristik (mit *g* = 1) auf die 6 TSP der Gruppe III (tw.): Realisierte Lösungsqualitäten als % über OLN (%>OLN), Rechenzeiten in Sekunden für die Kombination der beiden Heuristiken (OZ ges.) sowie der isolierten NIVD-Heuristik (OZ NIVD); Angabe der Anzahl nachträglich in die Rundreise eingefügter Städte (NIF) und notwendige Anzahl an Läufen der NIVD-Heuristik (#VL) im Vergleich zu den Lösungsqualitäten und Rechenzeiten der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik (Parametrisierung: Modus B, VAV-EAV: 7-10).

		CHI-TA	(Par.	(CHI-	ΓΙCΙ ΝΙ	VD,			CHI-	TICI N	IVD	
		Md. B,	7-10)		g = 1	; ABQ	10%			g=1	ABQ	11%	
		%>		%>		ΟZ	OZ		% >		ΟZ	\mathbf{OZ}	
TSP	n	OLN	OZ	OLN	NIF	ges.	NIVD	#VL	OLN	NIF	ges.	NIVD	#VL
RD400	400	8,10	122	5,53	40	8,182	4,083	5	5,23	44	8,118	4,104	5
PR439	439	7,03	190	6,18	43	11,054	6,152	6	6,18	48	13,025	8,210	8
PCB442	442	11,70	167	5,64	44	11,033	6,245	6	6,08	48	8,842	4,168	4
D493	493	7,66	219	4,44	49	11,176	5,077	5	4,60	54	11,038	5,084	5
U574	574	8,16	282	6,43	57	13,894	5,915	5	6,40	63	13,715	5,935	5
RAT575	575	10,05	251	6,44	57	15,119	7,027	6	6,85	63	14,901	7,031	6
Mittelwert		8,78		5,77					5,89				
Stdabw.		1,75		0,76					0,83				
Maximum		11,70		6,44					6,85				
Minimum		7,03		4,44					4,60				

Tab. 174: Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik bei Variation der Abbruchquote (ABQ 10%, 11%) in Kombination mit der NIVD-Heuristik (mit g=1) auf die 6 TSP der Gruppe III (tw.): Realisierte Lösungsqualitäten als % über OLN (%>OLN), Rechenzeiten in Sekunden für die Kombination der beiden Heuristiken (OZ ges.) sowie der isolierten NIVD-Heuristik (OZ NIVD); Angabe der Anzahl nachträglich in die Rundreise eingefügter Städte (NIF) und notwendige Anzahl an Läufen der NIVD-Heuristik (#VL) im Vergleich zu den Lösungsqualitäten und Rechenzeiten der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik (Parametrisierung: Modus B, VAV-EAV: 7-10).

		CHI-TA	(Par.	(CHI-	ΓICI NI	VD,			CHI-	TICI NI	IVD	
		Md. B,	7-10)		g=1	; ABQ	12%			g = 1	; ABQ	13%	
		%>		%>		ΟZ	OZ		% >		ΟZ	OZ	
TSP	n	OLN	OZ	OLN	NIF	ges.	NIVD	#VL	OLN	NIF	ges.	NIVD	#VL
RD400	400	8,10	122	5,23	48	7,994	4,080	5	5,07	52	7,938	4,083	5
PR439	439	7,03	190	6,45	52	10,877	6,155	6	6,01	57	10,753	6,167	6
PCB442	442	11,70	167	6,08	53	8,710	4,158	4	5,60	57	8,609	4,173	4
D493	493	7,66	219	5,06	59	10,917	5,083	5	5,31	64	10,833	5,099	5
U574	574	8,16	282	6,28	68	13,611	5,928	5	5,66	74	13,468	5,954	5
RAT575	575	10,05	251	6,83	69	14,700	7,016	6	6,77	74	14,613	7,021	6
Mittelwert		8,78		5,99					5,74				
Stdabw.		1,75		0,70					0,60				
Maximum		11,70		6,83					6,77				
Minimum		7,03		5,06					5,07				

Tab. 175: Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik bei Variation der Abbruchquote (ABQ 12%, 13%) in Kombination mit der NIVD-Heuristik (mit g = 1) auf die 6 TSP der Gruppe III (tw.): Realisierte Lösungsqualitäten als % über OLN (%>OLN), Rechenzeiten in Sekunden für die Kombination der beiden Heuristiken (OZ ges.) sowie der isolierten NIVD-Heuristik (OZ NIVD); Angabe der Anzahl nachträglich in die Rundreise eingefügter Städte (NIF) und notwendige Anzahl an Läufen der NIVD-Heuristik (#VL) im Vergleich zu den Lösungsqualitäten und Rechenzeiten der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik (Parametrisierung: Modus B, VAV-EAV: 7-10).

		CHI-TA	(Par.		CHI-7	ΓICI NI	VD,			CHI-	TICI N	IVD	
		Md. B,	7-10)		g=1	; ABQ	14%			g=1	; ABQ	15%	
		%>		%>		ΟZ	ΟZ		% >		ΟZ	ΟZ	
TSP	n	OLN	OZ	OLN	NIF	ges.	NIVD	#VL	OLN	NIF	ges.	NIVD	#VL
RD400	400	8,10	122	5,07	56	7,835	4,074	5	4,91	59	7,779	4,072	5
PR439	439	7,03	190	5,55	61	10,704	6,157	6	5,47	65	10,610	6,161	6
PCB442	442	11,70	167	5,60	61	8,561	4,163	4	5,60	66	8,430	4,160	4
D493	493	7,66	219	5,84	69	10,720	5,096	5	4,77	73	10,574	5,097	5
U574	574	8,16	282	5,87	80	13,305	5,933	5	5,87	86	13,100	5,935	5
RAT575	575	10,05	251	6,72	80	14,470	7,021	6	6,72	86	14,250	7,020	6
Mittelwert		8,78		5,77					5,56				
Stdabw.		1,75		0,55					0,71				
Maximum		11,70		6,72					6,72				
Minimum		7,03		5,07					4,77				

Tab. 176: Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik bei Variation der Abbruchquote (ABQ 14%, 15%) in Kombination mit der NIVD-Heuristik (mit g=1) auf die 6 TSP der Gruppe III (tw.): Realisierte Lösungsqualitäten als % über OLN (%>OLN), Rechenzeiten in Sekunden für die Kombination der beiden Heuristiken (OZ ges.) sowie der isolierten NIVD-Heuristik (OZ NIVD); Angabe der Anzahl nachträglich in die Rundreise eingefügter Städte (NIF) und notwendige Anzahl an Läufen der NIVD-Heuristik (#VL) im Vergleich zu den Lösungsqualitäten und Rechenzeiten der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik (Parametrisierung: Modus B, VAV-EAV: 7-10).

		CHI-TA	(Par.		CHI-7	ΓΙCΙ NI	VD,			CHI-	TICI N	IVD	
		Md. B,	7-10)		g=1	; ABQ	16%			g=1	ABQ	17%	
		%>		%>		ΟZ	\mathbf{OZ}		% >		\mathbf{OZ}	\mathbf{OZ}	
TSP	n	OLN	OZ	OLN	NIF	ges.	NIVD	#VL	OLN	NIF	ges.	NIVD	#VL
RD400	400	8,10	122	5,82	63	7,679	4,076	5	6,10	67	7,657	4,084	5
PR439	439	7,03	190	5,47	70	10,540	6,174	6	6,08	74	10,411	6,169	6
PCB442	442	11,70	167	5,64	70	9,435	5,215	5	5,64	75	9,303	5,202	5
D493	493	7,66	219	4,55	78	10,473	5,091	5	4,32	83	10,418	5,080	5
U574	574	8,16	282	6,15	91	12,971	5,951	5	6,32	97	12,848	5,941	5
RAT575	575	10,05	251	6,82	91	14,183	7,047	6	6,40	97	13,992	7,018	6
Mittelwert		8,78		5,74					5,81				
Stdabw.		1,75		0,76					0,78				
Maximum		11,70		6,82					6,40				
Minimum		7,03		4,55					4,32				

Tab. 177: Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik bei Variation der Abbruchquote (ABQ 16%, 17%) in Kombination mit der NIVD-Heuristik (mit g=1) auf die 6 TSP der Gruppe III (tw.): Realisierte Lösungsqualitäten als % über OLN (%>OLN), Rechenzeiten in Sekunden für die Kombination der beiden Heuristiken (OZ ges.) sowie der isolierten NIVD-Heuristik (OZ NIVD); Angabe der Anzahl nachträglich in die Rundreise eingefügter Städte (NIF) und notwendige Anzahl an Läufen der NIVD-Heuristik (#VL) im Vergleich zu den Lösungsqualitäten und Rechenzeiten der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik (Parametrisierung: Modus B, VAV-EAV: 7-10).

CHI-TA (Par.			ΓICI NI	VD,	CHI-TICI NIVD								
		Md. B, 7-10)		g = 1; ABQ 18%				g = 1; ABQ 19%					
		%>		%>		\mathbf{OZ}	\mathbf{OZ}		% >		\mathbf{OZ}	OZ	
TSP	n	OLN	OZ	OLN	NIF	ges.	NIVD	#VL	OLN	NIF	ges.	NIVD	#VL
RD400	400	8,10	122	6,34	71	7,662	4,155	5	7,19	76	6,676	3,265	4
PR439	439	7,03	190	6,11	79	11,361	7,184	7	6,32	83	10,278	6,166	6
PCB442	442	11,70	167	6,75	79	9,247	5,202	5	6,75	83	9,194	5,207	5
D493	493	7,66	219	4,32	88	10,263	5,077	5	3,88	93	10,168	5,074	5
U574	574	8,16	282	6,32	103	12,693	5,936	5	6,32	109	12,555	5,946	5
RAT575	575	10,05	251	6,68	103	12,656	5,857	5	6,78	109	12,574	5,851	5
Mittelwert		8,78		6,09					6,21				
Stdabw.		1,75		0,90					1,19				
Maximum		11,70		6,75					7,19				
Minimum		7,03		4,32					3,88				

Tab. 178: Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik bei Variation der Abbruchquote (ABQ 18%, 19%) in Kombination mit der NIVD-Heuristik (mit g = 1) auf die 6 TSP der Gruppe III (tw.): Realisierte Lösungsqualitäten als % über OLN (%>OLN), Rechenzeiten in Sekunden für die Kombination der beiden Heuristiken (OZ ges.) sowie der isolierten NIVD-Heuristik (OZ NIVD); Angabe der Anzahl nachträglich in die Rundreise eingefügter Städte (NIF) und notwendige Anzahl an Läufen der NIVD-Heuristik (#VL) im Vergleich zu den Lösungsqualitäten und Rechenzeiten der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik (Parametrisierung: Modus B, VAV-EAV: 7-10).

		CHI-TA (Par.		CHI-TICI NIVD,					CHI-TICI NIVD				
		Md. B,	7-10)	g = 1; ABQ 20%				g = 1; ABQ 21%					
		%>		%>		ΟZ	ΟZ		% >		\mathbf{OZ}	ΟZ	
TSP	n	OLN	OZ	OLN	NIF	ges.	NIVD	#VL	OLN	NIF	ges.	NIVD	#VL
RD400	400	8,10	122	6,83	80	7,409	4,086	5	6,83	84	7,322	4,095	5
PR439	439	7,03	190	6,32	87	10,196	6,180	6	6,86	92	10,093	6,172	6
PCB442	442	11,70	167	6,75	88	9,099	5,219	5	6,75	92	8,992	5,206	5
D493	493	7,66	219	4,56	98	10,039	5,101	5	4,41	103	9,962	5,103	5
U574	574	8,16	282	6,32	114	12,406	5,927	5	6,95	120	12,259	5,964	5
RAT575	575	10,05	251	7,38	115	12,365	5,874	5	7,38	120	12,251	5,862	5
Mittelwert		8,78		6,36					6,53				
Stdabw.		1,75		0,96					1,06				
Maximum		11,70		7,38					7,38				
Minimum		7,03		4,56					4,41				

Tab. 179: Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik bei Variation der Abbruchquote (ABQ 20%, 21%) in Kombination mit der NIVD-Heuristik (mit g=1) auf die 6 TSP der Gruppe III (tw.): Realisierte Lösungsqualitäten als % über OLN (%>OLN), Rechenzeiten in Sekunden für die Kombination der beiden Heuristiken (OZ ges.) sowie der isolierten NIVD-Heuristik (OZ NIVD); Angabe der Anzahl nachträglich in die Rundreise eingefügter Städte (NIF) und notwendige Anzahl an Läufen der NIVD-Heuristik (#VL) im Vergleich zu den Lösungsqualitäten und Rechenzeiten der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik (Parametrisierung: Modus B, VAV-EAV: 7-10).

		CHI-TA (Par.		•	ΓΙCΙ NΙ	VD,	CHI-TICI NIVD						
		Md. B,	7-10)	g = 1; ABQ 22%					g = 1; ABQ 23%				
		%>		%>		\mathbf{OZ}	ΟZ		% >		ΟZ	ΟZ	
TSP	n	OLN	OZ	OLN	NIF	ges.	NIVD	#VL	OLN	NIF	ges.	NIVD	#VL
RD400	400	8,10	122	7,84	88	8,119	4,930	6	8,08	92	7,217	4,134	5
PR439	439	7,03	190	6,85	96	10,001	6,167	6	6,85	100	9,943	6,169	6
PCB442	442	11,70	167	6,75	97	8,928	5,212	5	7,08	101	8,866	5,221	5
D493	493	7,66	219	4,37	108	9,850	5,088	5	4,58	113	9,735	5,098	5
U574	574	8,16	282	7,07	126	12,150	5,943	5	7,46	132	11,981	5,972	5
RAT575	575	10,05	251	7,50	126	12,108	5,856	5	7,42	132	11,988	5,878	5
Mittelwert		8,78		6,73					6,91				
Stdabw.		1,75		1,23					1,22				
Maximum		11,70		7,84					8,08				
Minimum		7,03		4,37					4,58				

Tab. 180: Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik bei Variation der Abbruchquote (ABQ 22%, 23%) in Kombination mit der NIVD-Heuristik (mit g = 1) auf die 6 TSP der Gruppe III (tw.): Realisierte Lösungsqualitäten als % über OLN (%>OLN), Rechenzeiten in Sekunden für die Kombination der beiden Heuristiken (OZ ges.) sowie der isolierten NIVD-Heuristik (OZ NIVD); Angabe der Anzahl nachträglich in die Rundreise eingefügter Städte (NIF) und notwendige Anzahl an Läufen der NIVD-Heuristik (#VL) im Vergleich zu den Lösungsqualitäten und Rechenzeiten der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik (Parametrisierung: Modus B, VAV-EAV: 7-10).

	CHI-TA (Par.		(ΓΙCΙ NΙ	VD,	CHI-TICI NIVD							
		Md. B,	7-10)	g = 1; ABQ 24%					g = 1; ABQ 25%				
		%>		%>		\mathbf{OZ}	\mathbf{OZ}		% >		\mathbf{OZ}	OZ	
TSP	n	OLN	OZ	OLN	NIF	ges.	NIVD	#VL	OLN	NIF	ges.	NIVD	#VL
RD400	400	8,10	122	7,18	96	7,173	4,134	5	7,18	100	7,068	4,100	5
PR439	439	7,03	190	6,31	105	9,832	6,166	6	6,60	109	9,795	6,195	6
PCB442	442	11,70	167	7,08	106	8,771	5,223	5	7,33	110	8,689	5,234	5
D493	493	7,66	219	4,58	118	9,666	5,094	5	4,83	123	9,535	5,106	5
U574	574	8,16	282	7,46	137	11,862	5,972	5	8,42	143	11,700	5,953	5
RAT575	575	10,05	251	7,64	138	11,797	5,858	5	7,64	143	11,642	5,858	5
Mittelwert		8,78		6,71					7,00				
Stdabw.		1,75		1,14					1,22				
Maximum		11,70		7,64					8,42				
Minimum		7,03		4,58					4,83				

Tab. 181: Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik bei Variation der Abbruchquote (ABQ 24%, 25%) in Kombination mit der NIVD-Heuristik (mit g = 1) auf die 6 TSP der Gruppe III (tw.): Realisierte Lösungsqualitäten als % über OLN (%>OLN), Rechenzeiten in Sekunden für die Kombination der beiden Heuristiken (OZ ges.) sowie der isolierten NIVD-Heuristik (OZ NIVD); Angabe der Anzahl nachträglich in die Rundreise eingefügter Städte (NIF) und notwendige Anzahl an Läufen der NIVD-Heuristik (#VL) im Vergleich zu den Lösungsqualitäten und Rechenzeiten der unmodifizierten CHI-TA-Heuristik (Parametrisierung: Modus B, VAV-EAV: 7-10).

Abbruch-	Mittelwert Lösungs-	Mittelwert Lösungs-	Mittelwert Lösungs-
quote %	qualität (%>OLN) TSP-	qualität (%>OLN) TSP-	qualität (%>OLN) TSP-
	Gruppe II	Gruppe III (tw.)	Gruppen II und III (tw.)
0	5,07	5,97	5,20
1	4,93	5,84	5,06
2 3	4,89	5,77	5,02
	4,86	5,93	5,01
4	4,87	5,83	5,01
5	4,94	5,87	5,08
6	4,91	5,82	5,05
7	4,85	5,72	4,97
8	4,86	5,75	4,99
9	4,72	5,71	4,87
10	4,79	5,77	4,94
11	4,84	5,89	5,00
12	4,62	5,99	4,82
13	4,66	5,74	4,81
14	4,63	5,77	4,80
15	4,57	5,56	4,71
16	4,44	5,74	4,63
17	4,52	5,81	4,71
18	4,51	6,09	4,75
19	5,03	6,21	5,20
20	5,04	6,36	5,24
21	5,10	6,53	5,31
22	4,97	6,73	5,23
23	4,93	6,91	5,22
24	5,16	6,71	5,38
25	5,33	7,00	5,57

Tab. 182: Ergebnisse der Anwendung der CHI-TICI-Heuristik in Kombination mit der NIVD-Heuristik (mit g=1) auf die 35 TSP der Gruppe II, die 6 TSP der Gruppe III (tw.), sämtliche 41 TSP beider Gruppen: Mittelwerte der Lösungsqualitäten (%>OLN) bei Variation des Parameters Abbruchquote (ABQ) zwischen 0% und 25%.

Anhang 25: Ergebnisse der Approximation der Laufzeit der CHI-TICI NIVD-Heuristik durch eine quadratische Funktion in Abhängigkeit von der Problemgröße im Rahmen einer Regressionsanalyse (SPSS-Output) bei verschiedenen Parametrisierungen

Im Abschnitt 5.3.2.4 dieser Arbeit wurde die im Abschnitt 5.3.1.6 entwickelte CHI-TICI-Heuristik mit dem im Abschnitt 5.3.2.1 vorgestellten Verbesserungsverfahren, der NIVD-Heuristik, kombiniert. Die von dieser Kombination der beiden Heuristiken mit der Parametrisierung ABQ = 15% bzw. 16% und g = 1 benötigten Rechenzeiten für die Lösung von 35 TSP der Gruppe II sowie 6 TSP der Gruppe III (tw.) aus der TSPLIB REINELTs (1990a, 1991a, 1991d, 1995) (vgl. zu den Rechenzeiten auch Anhang 24; zur TSPLIB Abschnitt 2.4) wurden im Rahmen einer Regressionsanalyse durch eine quadratische Funktion (ohne Konstante) approximiert. - Dabei ist zu beachten, daß die für die Berechnung der VD-Strukturen benötigten Rechenzeiten nicht in der OZ enthalten sind. Die folgenden Abb. 147 und 148 geben den zugehörigen SPSS-Output wieder. Dabei stellt n die unabhängige Variable als die Anzahl der Städte des jeweiligen TSP und OZ die abhängige Variable als die benötigte Rechenzeit in Sekunden dar. Abb. 149 und 150 zeigen die entsprechenden Streuungen der Residuen um die Normalverteilung.

Dependent variab	le OZ	Metho	d QUADRAT	'I	
Listwise Deletion	n of Missing Da	ta			
Multiple R R Square Adjusted R Square Standard Error	,98785 e ,98723				
Anal	ysis of Varianc	e:			
וֹם	F Sum of Squa	res Me	an Square		
Regression 2 Residuals 39					
F = 1585,23193	Signif	F = ,0000			
	Variables	in the Equa	tion		
Variable	В	SE B	Beta	Т	Sig T
	,009328 5774389E-05 2,				
Notes: * Equation was	estimated witho	ut the cons	tant term;	Rsq is r	edefined.

Abb. 147: Ergebnisse einer Approximation der Entwicklung der Rechenzeiten (OZ) der Kombination der CHI-TICI- mit der NIVD-Heuristik (Parametrisierung: ABQ 15%, *g* =1) durch eine quadratische Funktion (ohne Konstante) in Abhängigkeit von der Problemgröße (*n*) im Rahmen einer Regressionsanalyse (SPSS-Output) für 35 TSP der Gruppe II sowie 6 TSP der Gruppe III (tw.) aus der TSPLIB.

Dependent variable	02	Meth	iod Qoribidi	11	
Listwise Deletion	of Missing	Data			
Multiple R	,99489				
R Square	,98980				
Adjusted R Square	•				
Standard Error	,50056				
Analys	is of Varia	ance:			
DF	Sum of So	quares M	lean Square		
Regression 2	948,	15790	474,07895		
Residuals 39	9,	77201	, 25056		
F = 1892,04454	Signi	lf F = ,0000)		
	Variable	es in the Equ	ation		
Variable	В	SE B	Beta	Т	Sig T
N	,009489	,000856	,474430	11,081	,0000
N**2 2,557					
Notes:					

Abb. 148: Ergebnisse einer Approximation der Entwicklung der Rechenzeiten (OZ) der Kombination der CHI-TICI- mit der NIVD-Heuristik (Parametrisierung: ABQ 16%, g=1) durch eine quadratische Funktion (ohne Konstante) in Abhängigkeit von der Problemgröße (n) im Rahmen einer Regressionsanalyse (SPSS-Output) für 35 TSP der Gruppe II sowie 6 TSP der Gruppe III (tw.) aus der TSPLIB.

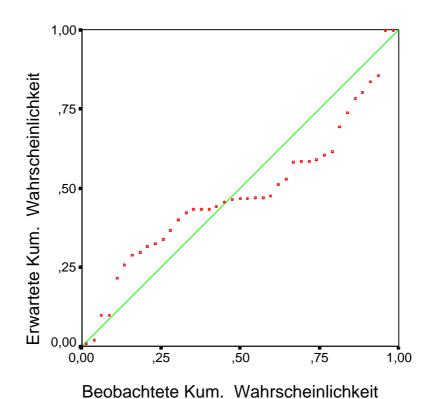


Abb. 149: Verteilung der Residuen einer Approximation der Entwicklung der Rechenzeiten (OZ) der Kombination der CHI-TICI- mit der NIVD-Heuristik (Parametrisierung: ABQ 15%, g=1) durch eine quadratische Funktion (ohne Konstante) in Abhängigkeit von der Problemgröße (n) im Rahmen einer Regressionsanalyse für 35 TSP der Gruppe II sowie 6 TSP der Gruppe III (tw.) aus der TSPLIB als PP-Normalverteilungsplot.

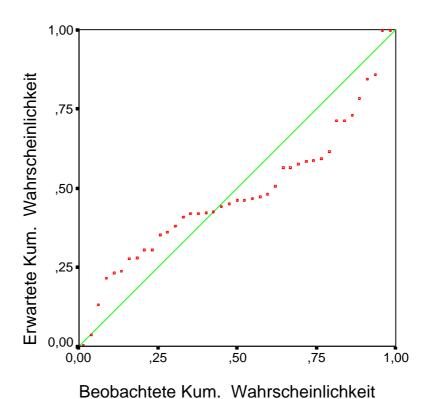


Abb. 150: Verteilung der Residuen einer Approximation der Entwicklung der Rechenzeiten (OZ) der Kombination der CHI-TICI- mit der NIVD-Heuristik (Parametrisierung: ABQ 16%, g=1) durch eine quadratische Funktion (ohne Konstante) in Abhängigkeit von der Problemgröße (n) im Rahmen einer Regressionsanalyse für 35 TSP der Gruppe II sowie 6 TSP der Gruppe III (tw.) aus der TSPLIB als PP-Normalverteilungsplot.

Anhang 26: Ergebnisse einer Approximation der Laufzeit der NIVD-Heuristik für mittels der CHI-TICI-Heuristik erzeugte Rundreisen durch eine lineare Funktion in Abhängigkeit von der Problemgröße im Rahmen einer Regressionsanalyse (SPSS-Output) bei verschiedenen Parametrisierungen der CHI-TICI-Heuristik

Im Abschnitt 5.3.2.1 dieser Arbeit wurde die "Node Insertion"-Heuristik unter Nutzung der Nachbarschaftsverhältnisse der Voronoi-/Delaunay-Struktur (NIVD-Heuristik) vorgestellt. Dieses Verbesserungsverfahren wurde im Abschnitt 5.3.2.4 auf mittels der CHI-TICI-Heuristik (entwickelt im Abschnitt 5.3.1.6) erzeugte Ausgangsrundreisen angewandt. Dabei wurde der für die NIVD-Heuristik spezifische Nachbarschaftsgradparameter mit g=1 fixiert; der für die CHI-TICI-Heuristik spezifische Parameter Abbruchquote (ABQ) wurde zwischen 0% und 25% variiert. In dieser Parametrisierung wurde die Kombination der beiden Heuristiken auf 41 aus der TSPLIB REINELTs (1990a, 1991a, 1991d, 1995) (vgl. zur TSPLIB sowie den hier gebildeten TSP-Gruppen auch Abschnitt 2.4) stammende TSP der Gruppen II und III (tw.) angewandt. Die resultierenden Rechenzeiten für die isolierte NIVD-Heuristik wurden im Rahmen einer Regressionsanalyse durch eine lineare Funktion (ohne Konstante) approximiert. Die Ergebnisse dieser Approximationen werden hier in Kurzform wiedergegeben (die zugehörigen Daten sind in den Tabellen des Anhangs 24 dokumentiert).

Die folgende Abb. 151 gibt den zu den Regressionsanalysen zugehörigen SPSS-Output wieder. Dabei stellt n die unabhängige Variable als die Anzahl der Städte des TSP und OZ die abhängige Variable als die benötigte Rechenzeit für die jeweilige Parametrisierung in Sekunden dar. In der ersten Spalte der abgebildeten Tabelle wird die der jeweiligen Approximation zugrundeliegende ABQ stets mit einem Unterstrich nach der Abkürzung "OZ" angegeben (so z.B. "OZ_00": Abbruchquote 0%; "OZ_07": Abbruchquote 7%; "OZ_15": Abbruchquote 15% usw.). In den folgenden Spalten der Abbildung werden die Regressionsfunktionswahl (stets linear), das quadrierte Bestimmtheitsmaß, die Anzahl der Freiheitsgrade, der realisierte F-Wert, das Signifikanzniveau und die Steigung der Approximationsfunktion angegeben.

Abschließend ist zu beachten, daß - wie in den obigen Abschnitten 5.3.2.2 bis 5.3.2.4 - die für die Berechnung der VD-Strukturen benötigten Rechenzeiten nicht in die hier untersuchte OZ eingegangen sind.

		*					
Dependent	Mth	Rsq	d.f.	F	Sigf	b1	
OZ_00	LIN	,932	40	548,09	,000	,0099	
OZ_01	LIN	,926	40	499,17	,000	,0100	
OZ_02	LIN	,927	40	511,38	,000	,0096	
OZ_03	LIN	,932	40	545,45	,000	,0097	
OZ_04	LIN	,930	40	534,61	,000	,0097	
OZ_05	LIN	,931	40	543,24	,000	,0094	
OZ_06	LIN	,929	40	527,32	,000	,0094	
OZ_07	LIN	,913	40	420,62	,000	,0102	
OZ_08	LIN	,926	40	501,79	,000	,0104	
OZ_09	LIN	,922	40	471,18	,000	,0107	
OZ_10	LIN	,937	40	592,24	,000	,0106	
OZ_11	LIN	,923	40	478,54	,000	,0107	
OZ_12	LIN	,952	40	790,51	,000	,0103	
OZ_13	LIN	,960	40	958,79	,000	,0105	
OZ_14	LIN	,960	40	972,12	,000	,0106	
OZ_15	LIN	,956	40	875,74	,000	,0104	
OZ_16	LIN	,963	40	1040,84	,000	,0107	
OZ_17	LIN	,950	40	753,49	,000	,0110	
OZ_18	LIN	,937	40	590,92	,000	,0109	
OZ_19	LIN	,944	40	670,90	,000	,0107	
OZ_20	LIN	,946	40	696,92	,000	,0108	
OZ_21	LIN	,945	40	685,47	,000	,0108	
OZ_22	LIN	,952	40	787,29	,000	,0110	
OZ_23	LIN	,951	40	782,70	,000	,0109	
OZ_24	LIN	,948	40	734,33	,000	,0108	
OZ_25	LIN	,947	40	709,42	,000	,0109	

Abb. 151: Ergebnisse einer Approximation der Entwicklung der isolierten Rechenzeiten (OZ) der NIVD-Heuristik in Anwendung auf mittels der CHI-TICI-Heuristik erzeugte Rundreisen durch eine lineare Funktion (ohne Konstante) in Abhängigkeit von der Problemgröße (*n*) im Rahmen einer Regressionsanalyse (SPSS-Output) für 41 TSP der Gruppen II und III (tw.) aus der TSPLIB bei Variation des Parameters ABQ der CHI-TICI-Heuristik zwischen 0% und 25% und *g* = 1 für die NIVD-Heuristik.

Anhang 27: Vergleich der Laufzeiten der Kombination der CHI-TICI-Heuristik (bei verschiedenen Parametrisierungen) mit der NIVD- bzw. NIVD-M-Heuristik für 41 TSP der Gruppen II und III (tw.)

Im Abschnitt 5.3.2.5 dieser Arbeit wurde das in Abschnitt 5.3.2.1 vorgestellte Konzept der "Node Insertion"-Heuristik unter Nutzung der aus Voronoi-/Delaunay-Strukturen (VD-Strukturen) abgeleiteten Nachbarschaftsverhältnisse um eine iterationsübergreifende Speicherung und Nutzung von Prüfungsergebnissen zwecks Senkung der Rechenzeit erweitert (NIVD-M-Heuristik). Die von letzterem Verbesserungsverfahren in Kombination mit der CHI-TICI-Heuristik realisierten Rechenzeiten bei der Anwendung auf 41 euklidische, zweidimensionale TSP aus der TSPLIB REINELTs (1990a, 1991a, 1991d, 1995) werden in der nachstehenden Tab. 183 wiedergegeben. Dabei stammen 35 der untersuchten Probleme aus der hier gebildeten TSP-Gruppe II, während 6 Probleme einen Teil der Gruppe III darstellen (vgl. zu den hier gebildeten TSP-Gruppen sowie zur TSPLIB auch Abschnitt 2.4).

In den beiden linken Spalten der Tab. 183 werden zunächst der Name des untersuchten TSP und seine Größe in Städten (n) wiedergegeben. Sodann folgen blockweise die Daten (Rechenzeiten in Sekunden (OZ) sowie Verhältnisangaben) für die Abbruchquoten (ABQ) 15% und 16% der CHI-TICI-Heuristik in Kombination mit der NIVD- bzw. NIVD-M-Heuristik. Der Parameter g der NIVD- bzw. NIVD-M-Heuristik wird dabei stets auf g = 1 gesetzt. In jedem einer ABQ der CHI-TICI-Heuristik zugeordneten Block aus sechs Spalten werden in den ersten beiden Spalten zunächst die aus der Kombination der CHI-TICI- mit der NIVD-Heuristik resultierenden Rechenzeiten aufgeführt; zum einen die gesamte Rechenzeit der Kombination der Heuristiken, zum zweiten die Laufzeit der isolierten NIVD-Heuristik. Die nächsten beiden Spalten des Blockes präsentieren die gleichen Daten für die Kombination der CHI-TICI- mit der NIVD-M-Heuristik. Schließlich werden in den letzten beiden Spalten eines jeden Blockes die Rechenzeiten für die Kombination der CHI-TICI-Heuristik mit der NIVD- bzw. NIVD-M-Heuristik zueinander ins Verhältnis gesetzt; zum einen geschieht dies für die gesamte Rechenzeit der Kombination der beiden Heuristiken, zum anderen für die isolierte NIVD- und NIVD-M-Heuristik. - Ein horizontal durch die Tabelle geführter Strich trennt die TSP aus den beiden hier gebildeten unterschiedlichen Gruppen II und III (tw.).

Abschließend ist zu beachten, daß die für die Berechnung der VD-Strukturen benötigten Rechenzeiten nicht in die hier wiedergegebenen OZ eingegangen sind.

		ABQ 15%, $g = 1$						ABQ 16%, $g = 1$						
		CHI-TICI CHI-TICI			_	Ersp	arnis	CHI-	TICI	CHI-TICI		Ersparnis		
NIVD		NIVD-M		prozentual				NIVD-M		prozentual				
	oz oz		oz oz		OZOZ		oz oz		oz oz		OZ	ΟZ		
TSP	n	ges.	NIVD	ges.	NIVD	ges.	NIVD	ges.	NIVD	ges.	NIVD	ges.	NIVD	
EIL51	51	0,476	0,368	0,321	0,215	67%	58%	0,472	0,368	0,317	0,214	67%	58%	
BERLIN52	52	0,499	0,380	0,315	0,197	63%	52%	0,496	0,380	0,312	0,198	63%	52%	
ST70	70	0,576	0,396	0,336	0,158	58%	40%	0,572	0,396	0,331	0,157	58%	40%	
EIL76	76	0,793	0,581	0,426	0,215	54%	37%	0,789	0,580	0,403	0,197	51%	34%	
PR76	76	0,796	0,585	0,448	0,240	56%	41%	0,796	0,587	0,447	0,240	56%	41%	
RAT99	99	1,047	0,743	0,614	0,312	59%	42%	1,046	0,744	0,616	0,318	59%	43%	
KR100A	100	1,077	0,760	0,657	0,344	61%	45%	1,072	0,759	0,653	0,344	61%	45%	
KR100B	100	1,077	0,758	0,590	0,274	55%	36%	1,073	0,759	0,586	0,275	55%	36%	
KR100C	100	1,079	0,761	0,631	0,316	58%	42%	1,078	0,764	0,638	0,327	59%	43%	
KR100D	100	1,441	1,129	0,772	0,463	54%	41%	1,252	0,945	0,747	0,443	60%	47%	
KR100E	100	0,883	0,561	0,528	0,209	60%	37%	0,881	0,563	0,523	0,209	59%	37%	
RD100	100	1,284	0,960	0,708	0,385	55%	40%	1,279	0,959	0,703	0,385	55%	40%	
EIL101	101	1,121	0,782	0,751	0,418	67%	53%	1,115	0,782	0,752	0,422	67%	54%	
LIN105	105	1,191	0,839	0,700	0,352	59%	42%	1,184	0,838	0,694	0,351	59%	42%	
PR107	107	0,847	0,547	0,527	0,230	62%	42%	1,024	0,730	0,597	0,306	58%	42%	
PR124	124	1,393	1,063	0,714	0,386	51%	36%	1,387	1,062	0,708	0,386	51%	36%	
BIER127	127	1,497	1,006	0,943	0,456	63%	45%	1,493	1,008	1,005	0,524	67%	52%	
CH130	130	1,275	0,772	0,887	0,388	70%	50%	1,273	0,771	0,882	0,389	69%	50%	
PR136	136	1,843	1,306	1,115	0,583	60%	45%	1,839	1,306	1,101	0,576	60%	44%	
PR144	144	2,379	1,850	1,176	0,655	49%	35%	2,362	1,849	1,160	0,653	49%	35%	
CH150	150	2,097	1,464	1,140	0,519	54%	35%	2,082	1,458	1,127	0,512	54%	35%	
KR150A	150	2,066	1,453	1,170	0,561	57%	39%	2,063	1,451	1,162	0,561	56%	39%	
KR150B	150	2,113	1,482	1,235	0,611	58%	41%	2,110	1,483	1,239	0,622	59%	42%	
PR152	152	1,765	1,156	1,169	0,571	66%	49%	1,751	1,156	1,157	0,570	66%	49%	
U159	159	2,150	1,535	1,171	0,563	54%	37%	2,133	1,534	1,153	0,559	54%	36%	
RAT195	195	2,887	1,907	1,693	0,726	59%	38%	2,871	1,909	1,682	0,733	59%	38%	
D198	198	2,849	1,820	1,763	0,745	62%	41%	2,828	1,816	1,739	0,738	61%	41%	
KR200A	200	3,442	2,400	1,872	0,844	54%	35%	3,417	2,397	1,879	0,870	55%	36%	
KR200B	200	2,616	1,574	1,619	0,586	62%	37%	2,602	1,572	1,595	0,580	61%	37%	
PR226	226		1,225	1,463	0,530				1,224	1,443	0,532	68%		
GIL262	262	3,887	2,138	2,663				3,859	2,133	2,682	0,977		46%	
PR264	264	6,050	4,247	3,346	1,564	55%	37%	*	4,229	3,351	1,582		37%	
A280	280	4,947	3,204	2,812	1,069	57%	33%	*	3,203	2,810	1,118		35%	
PR299	299	3,975	1,854	2,989	0,893	75%	48%		2,468	2,991	0,923		37%	
LIN318		5,998		3,890	1,447			5,958	3,522	3,853	1,448	65%		
RD400	400	7,779		5,125	1,447	66%	36%	7,679	4,076	4,994	1,416		35%	
PR439		10,610		6,304	1,432	59%		10,540	6,174	6,227	1,410		31%	
PCB442	442	8,430		6,060	1,837	72%		9,435	5,215	5,993	1,840		35%	
D493		10,574		7,206	1,773			10,473	5,091	7,119	1,793	68%		
U574		13,100			2,191	71%		12,971	5,951	9,240	2,278		38%	
RAT575		14,250		9,275 9,123				14,183		-	2,278		29%	
KA13/3	3/3	14,230	7,020	9,123	1,900	04%	<i>4</i> 0%	14,183	7,047	9,002	2,03/	05%	<i>2</i> 9%	

Tab. 183: Vergleich der Laufzeiten der CHI-TICI-Heuristik (Parametrisierung: ABQ 15% sowie ABQ 16%) in Kombination mit der NIVD- bzw. der NIVD-M-Heuristik (Parametrisierung: g=1): Anwendung der Kombination der Heuristiken auf 41 TSP der Gruppen II und III (tw.) aus der TSPLIB; Ausweis der Laufzeit in Sekunden (OZ) jeweils für die Kombination der beiden Heuristiken sowie die isolierte NIVD- bzw. NIVD-M-Heuristik; prozentualer Vergleich der realisierten Laufzeiten jeweils für die Kombination der beiden Heuristiken sowie die isolierte NIVD- bzw. NIVD-M-Heuristik.

Anhang 28: Ergebnisse einer Approximation der Laufzeit der CHI-TICI NIVD-M-Heuristik durch eine quadratische Funktion in Abhängigkeit von der Problemgröße im Rahmen einer Regressionsanalyse (SPSS-Output) bei ausgewählten Parametrisierungen

Im Abschnitt 5.3.2.5 dieser Arbeit wurde die im Abschnitt 5.3.1.6 entwickelte CHI-TICI-Heuristik mit der um die Nutzung von iterationsübergreifenden Speicherungen von Prüfungsergebnissen ergänzten NIVD-Heuristik (eingeführt im Abschnitt 5.3.2.1; NIVD-M-Heuristik), kombiniert. Die von dieser Kombination der beiden Heuristiken mit der Parametrisierung ABQ = 15% bzw. 16% und *g* = 1 benötigten Rechenzeiten für die Lösung von 35 TSP der Gruppe II sowie 6 TSP der Gruppe III (tw.) aus der TSPLIB REINELTs (1990a, 1991a, 1991d, 1995) (vgl. zu den Rechenzeiten auch Anhang 27; zur TSPLIB Abschnitt 2.4) wurden im Rahmen einer Regressionsanalyse durch eine quadratische Funktion (ohne Konstante) approximiert. - Dabei ist zu beachten, daß die für die Berechnung der VD-Strukturen benötigten Rechenzeiten nicht in der OZ enthalten sind. Die folgenden Abb. 152 und 153 geben den zugehörigen SPSS-Output wieder. Dabei stellt *n* die unabhängige Variable als die Anzahl der Städte des jeweiligen TSP und OZ die abhängige Variable als die benötigte Rechenzeit in Sekunden dar. Abb. 154 und 155 zeigen die entsprechenden Streuungen der Residuen um die Normalverteilung.

```
Dependent variable.. OZ
                                 Method.. QUADRATI
Listwise Deletion of Missing Data
Multiple R ,99819
R Square ,99638
                  ,99638
Adjusted R Square ,99620
Standard Error ,19380
          Analysis of Variance:
             DF Sum of Squares
                                   Mean Square
Regression 2
Residuals 39
                     403,65075
1,46482
                                    201,82537
                                       ,03756
     5373,49775
                  Signif F = ,0000
 SE B Beta T Sig T
Variable
          ,004796 ,000332 ,368727 14,465 ,0000
1,99531334E-05 7,8609E-07 ,647017 25,383 ,0000
N
N**2
* Equation was estimated without the constant term; Rsq is redefined.
```

Abb. 152: Ergebnisse einer Approximation der Entwicklung der Rechenzeiten (OZ) der Kombination der CHI-TICI- mit der NIVD-M-Heuristik (Parametrisierung: ABQ = 15%, g=1) durch eine quadratische Funktion (ohne Konstante) in Abhängigkeit von der Problemgröße (n) im Rahmen einer Regressionsanalyse (SPSS-Output) für 35 TSP der Gruppe II sowie 6 TSP der Gruppe III (tw.) aus der TSPLIB.

Dependent var	ıabıe	02		Metr	od QUAI	RATI		
Listwise Dele	tion	of Missing	Data					
Multiple R		,99814						
R Square		,99628						
Adjusted R Sq	uare	,99609						
Standard Erro	r	,19475						
A	nalys	is of Vari	ance:					
	DF	Sum of S	quares	N	lean Squar	re e		
Regression	2	395	,99219		197,9961	.0		
Residuals	39	1	,47924		,0379	3		
F = 5220,1	5057	Sign	if F =	,0000)			
		Variabl	es in t	he Equ	ation			
Variable		В		SE B	Beta	ı	Т	Sig T
N		,004817	,00	0333	,373852	2 14,4	56	,0000
N**2	1,960	90099E-05	7,8995	E-07	,641943	24,8	23	,0000
Notes:								

Abb. 153: Ergebnisse einer Approximation der Entwicklung der Rechenzeiten (OZ) der Kombination der CHI-TICI- mit der NIVD-M-Heuristik (Parametrisierung: ABQ = 16%, g=1) durch eine quadratische Funktion (ohne Konstante) in Abhängigkeit von der Problemgröße (n) im Rahmen einer Regressionsanalyse (SPSS-Output) für 35 TSP der Gruppe II sowie 6 TSP der Gruppe III (tw.) aus der TSPLIB.

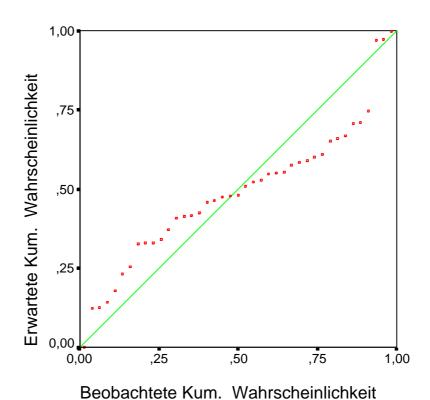


Abb. 154: Verteilung der Residuen einer Approximation der Entwicklung der Rechenzeiten (OZ) der Kombination der CHI-TICI- mit der NIVD-M-Heuristik (Parametrisierung: ABQ = 15%, *g* = 1) durch eine quadratische Funktion (ohne Konstante) in Abhängigkeit von der Problemgröße (*n*) im Rahmen einer Regressionsanalyse für 35 TSP der Gruppe II sowie 6 TSP der Gruppe III (tw.) aus der TSPLIB als PP-Normalverteilungsplot.

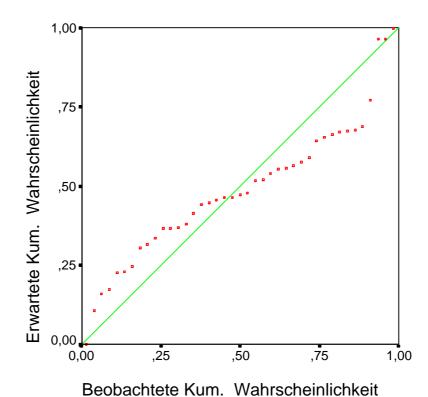


Abb. 155: Verteilung der Residuen einer Approximation der Entwicklung der Rechenzeiten (OZ) der Kombination der CHI-TICI- mit der NIVD-M-Heuristik (Parametrisierung: ABQ = 16%, g = 1) durch eine quadratische Funktion (ohne Konstante) in Abhängigkeit von der Problemgröße (n) im Rahmen einer Regressionsanalyse für 35 TSP der Gruppe II sowie 6 TSP der Gruppe III (tw.) aus der TSPLIB als PP-Normalverteilungsplot.

Literaturverzeichnis

Aarts, E.H.L.; Korst, J.H.M. (1989):

Boltzmann machines for travelling salesman problems, in: European Journal of Operational Research, Vol. 39 (1989), No. 1, S. 79-95.

Aarts, E.H.L.; van Laarhoven, P.J.M. (1989):

Simulated annealing: An introduction, in: Statistica Neerlandica, Vol. 43 (1989), No. 1, S. 31-52.

Ablay, P. (1979):

Optimieren mit Evolutionsstrategien: Reihenfolgeprobleme, nichtlineare und ganzzahlige Optimierung, Dissertation, Universität Heidelberg, Heidelberg 1979.

Ablay, P. (1987):

Optimieren mit Evolutionsstrategien, in: Spektrum der Wissenschaft, o.Jg. (1987), Heft 7, S. 104-115.

Adam, D. (1969):

Produktionsplanung bei Sortenfertigung, Wiesbaden 1969.

Adam, D. (1980a):

Planungsüberlegungen in bewertungs- und zielsetzungsdefekten Problemsituationen (I), in: WISU, 9. Jg. (1980), Heft 3, S. 127-130.

Adam, D. (1980b):

Planungsüberlegungen in wirkungsdefekten Problemsituationen, in: WISU, 9. Jg. (1980), Heft 8, S. 382-386.

Adam, D. (1990):

Produktionsdurchführungsplanung, in: Jacob, H. (Hrsg.): Industriebetriebslehre, 4. Auflage, Wiesbaden 1990, S. 673-918.

Adam, D. (1993):

Planung und Entscheidung: Modelle - Ziele - Methoden, 3. Auflage, Wiesbaden 1993.

Adam, D.; Hering, T.; Welker, M. (1995a):

Künstliche Intelligenz durch neuronale Netze (I), in: WISU, 24. Jg. (1995), Heft 6, S. 507-514.

Adam, D.; Hering, T.; Welker, M. (1995b):

Künstliche Intelligenz durch neuronale Netze (II), in: WISU, 24. Jg. (1995), Heft 7, S. 587-592.

Adam, D.; Witte, T. (1979):

Merkmale der Planung in gut- und schlechtstrukturierten Planungssituationen, in: WISU, 8. Jg. (1979), Heft 8, S. 380-386.

Adleman, L.M. (1994):

Molecular Computation of Solutions to Combinatorial Problems, in: Science, Vol. 266 (1994), S. 1021-1024.

Adrabinski, A.; Syslo, M.M. (1983):

Computational experiments with some approximation algorithms for the traveling salesman problem, in: Zastosowania matematyki - applicationes mathematicae, Vol. 18 (1983), S. 91-95.

Ahn, H.; Dyckhoff, H. (1997):

Organisatorische Effektivität und Effizienz, in: WiSt, 26. Jg. (1997), Heft 1, S. 2-6.

Akl, S. (1980):

The minimal directed spanning subgraph for combinatorial optimization, in: Australian Computer Journal, Vol. 12 (1980), No. 4, S. 132-136.

Alkon, D.L. (1989):

Gedächtnisspuren in Nervensystemen und künstliche neuronale Netze, in: Spektrum der Wissenschaft, o.Jg. (1989), Heft 9, S. 66-75.

Allison, D.C.S.; Noga, M.T. (1984):

The Rectilinear Traveling Salesman Problem, in: Information Processing Letters, Vol. 18 (1984), No. 4, S. 195-199.

Amin, S.; Fernández-Villacañas, J.-L.; Cochrane, P. (1994):

A Natural Solution to the Travelling Salesman Problem, in: British Telecommunications Engineering, Vol. 13 (1994), No. 2, S. 117-122.

Angéniol, B.; Croix Vaubois, G. de la; Texier, J.-Y. le (1988):

Self-Organizing Feature Maps and the Travelling Salesman Problem, in: Neural Networks, Vol. 1 (1988), S. 289-293.

Angermann, A. (1963):

Entscheidungsmodelle, Frankfurt 1963.

Arabeyre, J.P.; Feanley, J.; Steiger, F.C.; Teather, W. (1969):

The Airline Scheduling Problem: A Survey, in: Transportation Science, Vol. 3 (1969), S. 140-163.

Arthur, J.L.; Frendewey, J.O. (1988):

Generating Travelling-Salesman Problems with Known Optimal Tours, in: Journal of the Operational Research Society, Vol. 39 (1988), No. 2, S. 153-159.

Aurenhammer, F. (1988):

Voronoi Diagrams -: A Survey, Report 263, Institut für Informationsverarbeitung, Technische Universität Graz und Österreichische Computer Gesellschaft, Graz 1988.

Aurenhammer, F. (1991):

Voronoi Diagrams - A Survey of a Fundamental Geometric Data Structure, in: ACM Computing Surveys, Vol. 23 (1991), No. 3, S. 345-405.

Bachem, A.; Steckemetz, B.; Wottawa, M. (1994):

An efficient parallel cluster-heuristic for large Traveling Salesman Problems, Report No. 94.150, Zentrum für Paralleles Rechnen/Mathematisches Institut, Universität zu Köln, Köln 1994 [Internet: ftp://ftp.zpr.uni-koeln.de/pub/paper/pc/zpr94-150.zip, verifiziert 28.09.98].

Bachem, A.; Wottawa, M. (1992):

Parallelisierung von Heuristiken für große Traveling-Salesman-Probleme, Report No. 92.119, Mathematisches Institut, Universität zu Köln, Köln 1994 [Internet: ftp://ftp. zpr.uni-koeln.de/pub/paper/pc/zpr92-119.zip, verifiziert 28.09.98].

Backhaus, K.; Erichson, B.; Plinke, W.; Weiber, R. (1990):

Multivariate Analysemethoden - Eine anwendungsorientierte Einführung, 6. Auflage, Berlin u.a. 1990.

Balas, E.; Christofides, N. (1981):

A restricted Lagrangian approach to the traveling salesman problem, in: Mathematical Programming, Vol. 21 (1981), S. 19-46.

Balas, E.; Toth, P. (1985):

Branch and bound methods, in: Lawler, E.L.; Lenstra, J.K.; Rinnooy Kan, A.H.G.; Shmoys, D.B. (Hrsg.): The Traveling Salesman - A Guided Tour of Combinatorial Optimization, Chichester u.a. 1985, S. 361-402.

Banzhaf, W. (1990):

The "molecular" traveling salesman, in: Biological Cybernetics, Vol. 64 (1990), No. 1, S. 7-14.

Barachet, L.L. (1957):

Graphic Solution of the Traveling Salesman Problem, in: Operations Research, Vol. 5 (1957), S. 841-845.

Barber, C.B.; Dobkin, D.P.; Huhdanpaa, H.T. (1996):

The Quickhull algorithm for convex hulls, in: ACM Transactions on Mathematical Software, Vol. 22 (1996), No. 4, S. 469-483 [Internet: ftp://ftp.geom.umn.edu/pub/software/qhull.tar.Z, verifiziert 07.11.1997].

Bartels, H.G. (1988):

Glanz und Elend konvexer Polyeder, in: WiSt, 17. Jg. (1988), Heft 9, S. 433-437.

Bartholdi III, J.J. (1996):

A Routing System Based on Spacefilling Curves, Manuskript, o.O. 1996 [Internet: http://homer.isye.gatech.edu/people/faculty/John_Bartholdi/mow/mow.pdf, verifiziert 15.10.1998].

Bartholdi III, J.J.; Platzman, L.K. (1982):

An O(*N* log *N*) planar Travelling Salesman Heuristic based on Spacefilling Curves, in: Operations Research Letters, Vol. 1 (1982), No. 4, S. 121-125.

Bartholdi III, J.J.; Platzman, L.K. (1984):

Heuristics based on Spacefilling Curves for Combinatorial Problems in the Plane, PDRC Report Series 84-08, Georgia Institute of Technology, School of Industrial and Systems Engineering, Atlanta (Georgia) 1984.

Bartholdi III, J.J.; Platzman, L.K.; Collins, R.L.; Warden III, W.H. (1983):

A Minimal Technology Routing System for Meals on Wheels, in: Interfaces, Vol. 13 (1983), No. 3, S. 1-8.

Bartholdi III, J.J.; Platzman, L.K.; Collins, R.L.; Warden III, W.H. (o.J.):

How to implement a simple Routing System, Arbeitspapier, Georgia Institute of Technology, School of Industrial and Systems Engineering, Atlanta (Georgia) o.J.

Battiti, R.; Tecchiolli, G. (1995):

Local search with memory: benchmarking RTS, in: Operations Research Spektrum, Vol. 17 (1995), S. 67-86.

Beardwood, J.; Halton, J.H.; Hammersley, J.M. (1959):

The Shortest Path through many points, in: Proceedings of the Cambridge Philosophic Society, Vol. 55 (1959), S. 299-327.

Beasley, J.E. (1990):

OR-Library: Distributing test problems by Electronic Mail, Working Paper, The Management School, Imperial College, London 1990.

Belletti, L.; Davini, P.; Carraresi, P.; Gallo, G. (1985):

BDROP: a package for the bus drivers' rostering problem, in: Rousseau, J.-M. (Hrsg.): Computer Scheduling of Public Transport 2, Amsterdam 1985, S. 319-324.

Bellman, R.E. (1957):

Dynamic Programming, Princeton (New York) 1957.

Bellman, R.E. (1962):

Dynamic programming treatment of the travelling salesman problem, in: Journal of the ACM, Vol. 9 (1962), S. 61-63.

Bellmore, M.; Hong, S. (1974):

Transformation of Multisalesmen Problem to the Standard Traveling Salesman Problem, in: Journal of the ACM, Vol. 21 (1974), No. 3, S. 500-504.

Bellmore, M.; Malone, J.C. (1971):

Pathology of Traveling-Salesman Subtour-Elimination Algorithms, in: Operations Research, Vol. 19 (1971), S. 278-307.

Bellmore, M.; Nemhauser, G.C. (1968):

The Travelling Salesman Problem: A Survey, in: Operations Research, Vol. 16 (1968), S. 538-558.

Benito, F.; Gröflin, H. (1978):

Optimierungsprobleme mit nicht polynomial begrenzten Algorithmen, in: Liebling, T.; Rössler, M. (Hrsg.): Kombinatorische Entscheidungsprobleme: Methoden und Anwendungen, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, Vol. 153, Berlin u.a. 1978, S. 81-121.

Bentley, J.L. (1984):

A case study in applied algorithm design, in: Computer, Vol. 17 (1984), No. 2, S. 75-87.

Bentley, J.L. (1992):

Fast Algorithms for Geometric Traveling Salesman Problems, in: ORSA Journal on Computing, Vol. 4 (1992), No. 4, S. 387-411.

Bentley, J.L.; Weide, B.W.; Yao, A.C. (1980):

Optimal Expected-Time Algorithms for Closest Point Problems, in: ACM Transactions on Mathematical Software, Vol. 6 (1980), No. 4, S. 563-580.

Berens, W. (1988):

The suitability of the weighted l_p -norm in estimating actual road distances, in: European Journal of Operational Research, Vol. 34 (1988), S. 39-43.

Berens, W. (1992):

Die Beurteilung von Heuristiken, Wiesbaden 1992.

Berens, W.; Delfmann, W. (1995):

Quantitative Planung - Konzeption, Methoden und Anwendungen, 2. Auflage, Stuttgart 1995.

Berens, W.; Körling, F.-J. (1985):

Estimating road distances by mathematical functions, in: European Journal of Operations Research, Vol. 21 (1985), S. 54-56.

Bertsimas, D.J.; VanRyzin, G. (1991):

A stochastic and dynamic vehicle routing problem in the Euclidean plane, in: Operations Research, Vol. 39 (1991), No. 4, S. 601-615.

Beutel, P. (1981):

Das asymmetrische traveling salesman Problem, Beiträge zur Datenverarbeitung und Unternehmensforschung, Bd. 25, Königstein/Taunus 1981.

Bianco, L.; Bielli, M.; Mingozzi, A.; Ricciardelli, S.; Spadoni, M. (1992):

A heuristic procedure for the crew rostering problem, in: European Journal of Operational Research, Vol. 58 (1992), No. 2, S. 272-283.

Bierwirth, C. (1995):

A generalized permutation approach to job scheduling with genetic algorithms, in: Operations Research Spektrum, Vol. 17 (1995), S. 87-92.

Bland, R.G.; Shallcross, D.F. (1989):

Large Traveling Salesman Problems arising from experiments in X-Ray Cristallography: A preliminary report on computation, in: Operation Research Letters, Vol. 8 (1989), S. 125-128.

Bleymüller, J. (1989):

Multivariate Analyse für Wirtschaftswissenschaftler, als Manuskript vom Institut für Ökonometrie und Wirtschaftsstatistik der Universität Münster vervielfältigt, Münster 1989.

Bleymüller, J.; Gehlert, G; Gülicher, H. (1985):

Statistik für Wirtschaftswissenschaftler, 4. Auflage, München 1985.

Bodin, L.; Golden, B.; Assad, A.; Ball, M. (1983):

Routing and Scheduling of Vehicles and Crews. The State of the Art, in: Computers & Operations Research, Vol. 10 (1983), No. 2, S. 63-211.

Boldyreff, A.W. (1955):

The approximation technique, Rand Corporation, RM 1521, o.O. 1955.

Bonomi, E.; Lutton, J.L. (1984):

The *N*-city Travelling Salesman Problem: Statistical Mechanics and the Metropolis Algorithm, in: SIAM Review, Vol. 26 (1984), No. 4, S. 551-568.

Boots, B.N. (1986):

Voronoi (Thiessen) Polygons, CATMOG - Concepts and Techniques in Modern Geography, No. 45, Norwich 1986.

Boots, B.N.; Murdoch, D.J. (1983):

The spatial arrangement of random Voronoi polygons, in: Computers & Geosciences, Vol. 9 (1983), S. 351-365.

Bose, P.; Lenhart, W.; Liotta, G. (1996):

Characterizing Proximity Trees, in: Algorithmica, Vol. 16 (1996), S. 83-110.

Bowyer, A. (1981):

Computing Dirichlet tessellations, in: The Computer Journal, Vol. 24 (1981), No. 2, S. 162-166.

Boyd, S.C.; Pulleyblank, W.R.; Cornuéjols, G. (1987):

Travel - an interactive travelling salesman problem package for the IBM-personal computer, in: Operations Research Letters, Vol. 6 (1987), No. 3, S. 141-143.

Boye, Y. (1965):

Routing Methods - Principles for handling Multiple Traveling Salesman Problems, Lund Studies in Geography, Serial C, General and Mathematical Geography, No. 5, Royal University, Lund/Sweden 1965.

Bozer, Y.A.; Schorn, E.C.; Sharp, G.P. (1990):

Geometric Approaches to Solve the Chebyshev Traveling Salesman Problem, in: IIE Transactions, Vol. 22 (1990), No. 3, S. 238-254.

Bozer, Y.A.; White, J.A. (1984):

Travel-Time Models for Automated Storage/Retrieval Systems, in: IIE Transactions, Vol. 16 (1984), No. 4, S. 329-338.

Brainerd, G.W. (1951):

The place of chronological ordering in archaeological analysis, in: American Antiquity, Vol. 16 (1951), S. 301-313.

Brassard, G.; Bratley, P. (1993):

Algorithmik - Theorie und Praxis, Attenkirchen 1993.

Brassel, K.E.; Reif, D. (1979):

A Procedure to Generate Thiessen Polygons, in: Geographical Analysis, Vol. 11 (1979), No. 3, S. 289-303.

Braun, H.; Malaka, R. (1990):

Entwurf und Implementierung neuronaler Netze zur Lösung des Traveling-Salesman-Problems, Interner Bericht Nr. 90,11, Fakultät für Informatik, Universität Karlsruhe, Karlsruhe 1990.

Brenner, R. (1991):

Die Mathematiker, die Computer und das Optimum: Kooperationsprojekt "Mathematische Optimierung", in: IBM Nachrichten, 41. Jg. (1991), Heft 305, S. 66-68.

Brosius, G.; Brosius, F. (1995):

SPSS - Base System und Professional Statistics, Bonn, Albany u.a. 1995.

Brostow, W.; Dussault, J.-P.; Fox, B.L. (1978):

Construction of Voronoi Polyhedra, in: Journal of Computational Physics, Vol. 29 (1978), S. 81-92.

Brown, K.Q. (1979):

Voronoi diagrams from convex hulls, in: Information Processing Letters, Vol. 9 (1979), S. 223-228.

Brucker, P. (1979):

NP-Complete Operations Research Problems and Approximation Algorithms, in: Zeitschrift für Operations Research, Bd. 23 (1979), S. 73-94.

Bures, J.; Buresova, O.; Nerad, L. (1992):

Can rats solve a simple version of the traveling salesman problem?, in: Behavioural Brain Research, Vol. 52 (1992), No. 2, S. 133-142.

Burkard, R.E. (1979):

Travelling Salesman and Assignment Problems: A Survey, in: Hammer, P.L.; Johnson, E.L.; Korte, B.H. (Hrsg.): Discrete Optimization I, Annals of Discrete Mathematics Vol. 4, Amsterdam 1979, S. 193-215.

Burkard, R.E.; Deineko, V.G.; van Dal, R.; van der Veen, J.A.A.; Woeginger, G.J. (1995):

Well-Solvable Special Cases of the TSP: A Survey, SFB-Report 52, Spezialforschungsbereich F 003: Optimierung und Kontrolle, Projektbereich Diskrete Optimierung, Karl-Franzens-Universität Graz & Technische Universität Graz, Graz December 1995 [Internet: ftp://ftp.tu-graz.ac.at/pub/papers/math/sfb52.ps.gz, verifiziert 01.06.1997].

Burkard, R.E.; van der Veen, J.A.A. (1991):

Universal Conditions for Algebraic Travelling Salesman Problems to be Efficiently Solvable, in: Optimization, A journal of mathematical programming and operations research, Vol. 22 (1991), No. 5, S. 787-814.

Burke, L.I. (1994):

Neural Methods for the Traveling Salesman Problem: Insights From Operations Research, in: Neural Networks, Vol. 7 (1994), No. 4, S. 681-690.

Burke, L.I. (1996):

"Conscientious" Neural Nets for Tour Construction in the Traveling Salesman Problem: The Vigilant Net, in: Computers & Operations Research, Vol. 23 (1996), No. 2, S. 121-129.

Burke, L.I.; Damany, P. (1992):

The guilty net for the traveling salesman problem, in: Computers & Operations Research, Vol. 19 (1992), No. 3/4, S. 255-265.

Buscher, W.; Ostrowski, F. (1990):

Referenzhandbuch GFA BASIC PC, 2. Auflage, o.O. 1990.

Caër, G. le; Ho, J.S. (1990):

The Voronoi tessellation generated from eigenvalues of complex random matrices, in: Journal of Physics A (Math. Gen.), Vol. 23 (1990), S. 3279-3295.

Cao, B.; Glover, F. (1997):

Tabu Search and Ejection Chains - Application to a Node Weighted Version of the Cardinality-Constrained TSP, in: Management Science, Vol. 43 (1997), No. 7, S. 908-921.

Carl, G.; Voß, S. (1990):

Optimierungsmöglichkeiten innerbetrieblicher Transportvorgänge - Anwendungsbeispiel bei einer Luftfahrtgesellschaft, Operations Research-Spektrum, Bd. 12 (1990), Nr. 4, S. 227-237.

Carlton, W.B.; Barnes, J.W. (1996):

Solving the traveling salesman problem with time windows using tabu search, in: IIE Transactions, Vol. 28 (1996), No. 8, S. 617-629.

Carpaneto, G.; Toth, P. (1980):

Some new branching and bounding criteria for the asymmetric travelling salesman problem, in: Management Science, Vol. 26 (1980), S. 736-743.

Cesari, G. (1996):

Divide and Conquer Strategies for parallel TSP Heuristics, in: Computers & Operations Research, Vol. 23 (1996), No. 7, S. 681-694.

Chan, D. (1993):

Precedence constrained TSP applied to circuit board assembly and no wait flowshop, in: International Journal of Production Research, Vol. 31 (1993), No. 9, S. 2171-2177.

Chan, D.; Mercier, D. (1989):

IC insertion: an application of the travelling salesman problem, in: International Journal of Production Research, Vol. 27 (1989), No. 10, S. 1837-1841.

Chang, M.S.; Tang, C.Y.; Lee, R.C.T. (1991):

20-Relative Neighborhood Graphs Are Hamiltonian, in: Journal of Graph Theory, Vol. 15 (1991), No. 5, S. 543-557.

Chatterjee, S.; Carrera, C.; Lynch, L.A. (1996):

Genetic algorithms and traveling salesman problems, in: European Journal of Operational Research, Vol. 93 (1996), No. 3, S. 490-510.

Chauny, F.; Haurie, A.; Wagneur, E.; Loulou, R. (1987):

Sequencing Punch Operations in an Flexible Manufacturing Cell: A Three-Dimensional Space-Filling Curve Approach, in: Information Systems & Operational Research, Vol. 25 (1987), No. 1, S. 26-45.

Chentsov, A.G.; Korotayeva, L.N. (1997):

The Dynamic Programming Method in the Generalized Traveling Salesman Problem, in: Mathematical and Computer Modelling, Vol. 25 (1997), No. 1, S. 93-105.

Chisman, J.A. (1975):

The clustered traveling salesman problem, in: Computers & Operations Research, Vol. 2 (1975), S. 115-119.

Chisman, J.A. (1977):

Optimizing the shipping function, in: Industrial Engineering, Vol. 9 (1977), No. 3, S. 38-41.

Christofides, N. (1970):

The shortest Hamiltonian Chain of a Graph, in: SIAM Journal on Applied Mathematics, Vol. 19 (1970), S. 689-696.

Christofides, N. (1972):

Bounds for the Travelling-Salesman-Problem, in: Operations Research, Vol. 20 (1972), S. 1044-1056.

Christofides, N. (1976a):

Worst-Case Analysis of a New Heuristic for the Travelling Salesman Problem, Management Sciences Research Report No. 388, Graduate School of Industrial Administration, Carnegie-Mellon University, Pittsburgh (Pennsylvania) 1976.

Christofides, N. (1976b):

The Vehicle Routing Problem, in: Revue Française d'Informatique et de Recherche Opérationnelle, Vol. 10 (1976), No. 2, S. 55-70.

Christofides, N. (1979):

The traveling salesman problem, in: Christofides, N.; Mingozzi, A.; Toth, P.; Sandi, C. (Hrsg.): Combinatorial Optimization, Chichester u.a. 1979, S. 131-149.

Christofides, N. (1985):

Vehicle routing, in: Lawler, E.L.; Lenstra, J.K.; Rinnooy Kan, A.H.G.; Shmoys, D.B. (Hrsg.): The Traveling Salesman - A Guided Tour of Combinatorial Optimization, Chichester u.a. 1985, S. 431-447.

Christofides, N.; Eilon, S. (1972):

Algorithms for large-scale Travelling Salesman Problems, in: Operational Research Quarterly, Vol. 23 (1972), No. 4, S. 511-518.

Chvátal, V. (1985):

Hamiltonian cycles, in: Lawler, E.L.; Lenstra, J.K.; Rinnooy Kan, A.H.G.; Shmoys, D.B. (Hrsg.): The Traveling Salesman - A Guided Tour of Combinatorial Optimization, Chichester u.a. 1985, S. 403-430.

Clarke, G.; Wright, J.W. (1964):

Scheduling of Vehicles from a Central Depot to a Number of Delivery Points, in: Operations Research, Vol. 12 (1964), S. 568-581.

Clarke, R.J. (1988):

Improving the performance of a KAPPA X-ray diffractometer using travelling salesperson heuristics, in: Proceedings of the 1988 Conference of the Operations Research Society of New Zealand, Vol. 7 (1988), No. 3, S. 45-49.

Clarkson, K.L. (1991):

Approximation Algorithms for Planar Traveling Salesman Tours and Minimum-Length Triangulations, Arbeitspapier, Murray Hill/New Jersey, 1991 [zgl. in: Proceedings of the Second Annual ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms (28.-30.01.1991), S. 17-23; Internet: http://netlib.att.com/netlib/att/cs/home/clarkson/tsp.html; 2-TSP.PS, verifiziert 14.01.1996].

Clarkson, K.L. (o.J.):

A program for convex hulls, WWW, Bell Laboratories, Murray Hill (New York) o.J. [Internet: http://netlib.bell-labs.com/netlib/voronoi/hull.html, verifiziert 07.11.1997].

Codenotti, B.; Manzini, G.; Margara, L.; Resta, G. (1993a):

Perturbation: An Efficient Technique for the Solution of Very Large Instances of the Euclidean TSP, Technical Report No. TR-93-035, International Computer Science Institute, Berkeley 1993.

Codenotti, B.; Manzini, G.; Margara, L.; Resta, G. (1993b):

Global Strategies for Augmenting the Efficiency of TSP Heuristics, in: Dehne, F.; Sack, J.R.; Santoro, N.; Whitesides, S. (Hrsg.): Algorithms and Data Structures: Proceedings, Lecture Notes in Computer Science, Vol. 709 (1993), S. 253-264.

Codenotti, B.; Margara, L. (1992a):

Local Properties of Some NP-Complete Problems, Technical Report No. TR-92-021, International Computer Science Institute, Berkeley 1992.

Codenotti, B.; Margara, L. (1992b):

Efficient Clustering Techniques for the Geometric Traveling Salesman Problem, Technical Report No. TR-92-036, International Computer Science Institute, Berkeley 1992.

Collings, N.; Sumi, R.; Weible, K.J.; Acklin, B.; Xue, W. (1992):

The use of optical hardware to find good solutions to the Traveling Salesman Problem (TSP), in: SPIE Proceedings - The International Society for Optical Engineering: Optical Computing, Vol. 1806 (1992), S. 637-641.

Cook, S.A. (1971):

The Complexity of Theorem-Proving Procedures, in: Proceedings of the 3rd Annual ACM Symposium on the Theory of Computing, New York 1971, S. 151-158.

Cornuéjols, G. (1981):

Critical graphs, matchings and tours on a hierarchy of relaxations for the travelling salesman problem, Report No. 81,198:OR, Cornuéjols, G.; Pulleyblank, W.R. (Hrsg.), Institut für Ökonometrie und Operations Research, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn, Bonn 1981.

Cornuéjols, G.; Naddef, D.; Pulleyblank, W.R. (1983):

Halin Graphs and the Travelling Salesman Problem, in: Mathematical Programming, Vol. 26 (1983), S. 287-294.

Corsten, H. (1995):

Produktionswirtschaft: Einführung in das industrielle Produktionsmanagement, 5. Auflage, München, Wien 1995.

Corsten, H.; May, C. (1996):

Künstliche Neuronale Netze - Aufbau, Funktionsweise und Anwendungsfelder, in: WISU, 25. Jg. (1996), Nr. 3, S. 217-222.

Crapo, H.; Laumond, J.P. (1989):

Hamiltonian cycles in Delaunay complexes, in: Boissonnat, J.-D.; Laumond, J.-P. (Hrsg.): Proceedings of the Workshop on Geometry and Robotics (Toulouse, France, 26.-28. Mai 1988), Lecture Notes in Computer Science, Vol. 391 (1989), S. 292-305.

Croes, G.A. (1958):

A method for solving traveling-salesman problems, in: Operations Research, Vol. 6 (1958), S. 791-812.

Cronin, T.M. (1990):

The Voronoi Diagram for The Euclidean Traveling Salesman Problem is Piecemeal Quartic and Hyperbolic, Report No. 92-TRF-0043, U.S. Army CECOM Center for Signals Warfare, Warrenton 1990.

Crowder, H.; Padberg, M.W. (1980):

Solving large-scale Symmetric Travelling Salesman Problems to Optimality, in: Management Science, Vol. 26 (1980), No. 5, S. 495-509.

Crowder, H.P.; Dembo, R.S.; Mulvey, J.M. (1978):

Reporting computational experiments in mathematical programming, in: Mathematical Programming, Vol. 15 (1978), S. 316-329.

Cvetkovic, D.; Cangalovic, M.; Dimitrijevic, V. et al. (1990):

TSP-Solver - A Programming Package for the Traveling Salesman Problem, in: Univ. Beograd Publikacije Elektrotehnickog fakulteta, Serija Mat., Vol. 1 (1990), S. 41-47.

Dacey, M.F. (1960):

Selection of An Initial Solution for the Traveling Salesman Problem, in: Operations Research, Vol. 8 (1960), S. 133-134.

Dal, R. van (1992):

Special Cases of the Traveling Salesman Problem, Groningen 1992.

Dal, R. van der; van der Veen, J.A.A.; Sierksma, G. (1993):

Small and large TSP: Two polynomially solvable cases of the traveling salesman problem, in: European Journal of Operational Research, Vol. 69 (1993), No. 1, S. 107-120.

Dantzig, G.; Fulkerson, R.; Johnson, S. (1954):

Solution of a Large-Scale Traveling-Salesman Problem, in: Operations Research, Vol. 2 (1954), S. 393-410.

Dantzig, G.B.; Ramser, J.H. (1959):

The Truck Dispatching Problem, in: Management Science, Vol. 6 (1959), S. 80-91.

Deineko, V.G.; van Dal, R.; Rote, G. (1994):

The convex-hull-and-line Traveling Salesman Problem: A solvable case, in: Information Processing Letters, Vol. 51 (1994), No. 3, S. 141-148.

Delaunay, B.N. (1932):

Neue Darstellung der geometrischen Kristallographie, in: Zeitschrift für Kristallographie, Bd. 84 (1932), S. 109-149.

Delaunay, B.N. (1934):

Sur la sphère vide, in: Bulletin of the Academy of Sciences of the USSR, Series 7: Classe des Sciences Mathématiques et Naturelles, Vol. 6 (1934), S. 793-800.

Delfmann, W. (1985):

Das Traveling-Salesman-Problem, in: WISU, 14. Jg. (1985), Nr. 8/9, S. 395-397.

Dell, R.F.; Batta, R.; Karwan, M.H. (1996):

The Multiple Vehicle TSP with time windows and equity constraints over a multiple day horizon, in: Transportation Science, Vol. 30 (1996), No. 2, S. 120-133.

Dillencourt, M.B. (1987a):

Traveling salesman cycles are not always subgraphs of Delaunay Triangulations or of Minimum Weight Triangulations, in: Information Processing Letters, Vol. 24 (1987), S. 339-342.

Dillencourt, M.B. (1987b):

A Non-Hamiltonian, Nondegenerate Delaunay Triangulation, in: Information Processing Letters, Vol. 25 (1987), S. 149-151.

Dillencourt, M.B. (1987c):

Toughness and Delaunay Triangulations, in: Proceedings of the 3rd Annual ACM Symposium on Computer Geometry, o.O. 1987, S. 186-194.

Dillencourt, M.B. (1996):

Finding Hamiltonian cycles in Delaunay triangulations is NP-complete, in: Discrete Applied Mathematics, Vol. 64 (1996), S. 207-217.

Dinkel, J.J.; Kleindorfer, G.B.; Kochenberger, G.A.; Wong, S.-N. (1976):

Environmental inspection routes and the constrained travelling salesman problem, in: Computer & Operations Research, Vol. 3 (1976), S. 269-282.

Dirichlet, G.L. (1850):

Über die Reduction der positiven quadratischen Formen mit drei unbestimmten ganzen Zahlen, in: Journal für die Reine und Angewandte Mathematik, Bd. 40 (1850), S. 209-227.

Dobkin, D.P. (1992):

Computational Geometry and Computer Graphics, in: Proceedings of the IEEE, Vol. 80 (1992), No. 9, S. 1400-1411.

Domschke, W. (1990):

Logistik: Rundreisen und Touren, 3. Auflage, München, Wien 1990.

Domschke, W.; Klein, R.; Scholl, A. (1996):

Tabu Search: Eine intelligente Lösungsstrategie für komplexe Optimierungsprobleme, in: WiSt, 25. Jg. (1996), Heft 12, S. 606-610.

Doran, J.E. (1971):

Computer analysis of data from the La Tène cemetery at Münsingen-Rain, in: Hodson, F.R.; Kendall, D.G.; Tautu, P. (Hrsg.): Mathematics in the Archaeological and Historical Sciences, Edinburgh 1971, S. 422-431.

Dorigo, M.; Gambardella, L.M. (1997):

Ant Colony System: A Cooperative Learning Approach to the Traveling Salesman Problem, in: IEEE Transactions on Evolutionary Computation, Vol. 1 (1997), No. 1, S. 53-66.

Dorigo, M.; Maniezzo, V.; Colorni, A. (1996):

Ant System: Optimization by a colony of cooperating agents, in: IEEE Transactions on Systems, Man an Cybernetics, Part B: Cybernetics, Vol. B-26 (1996), No. 1, S. 29-41.

Dost, H.-U. (1989):

Zusammenhänge zwischen average case und worst case Komplexität beim Rundreiseproblem sowie Reihenfolgeoptimierung auf parallelen Produktionslinien, Dissertation A., Technische Universität Dresden, Dresden 1989.

Drouffe, J.M.; Itzykson, C. (1984):

Random geometry and the statistics of two-dimensional cells, in: Nuclear Physics B: Field Theory and Statistical Systems, Vol. 235 (1984), S. 45-53.

Dueck, G. (1993):

New Optimization Heuristics - The Great Deluge Algorithm and the Record-to-Record Travel, in: Journal of Computational Physics, Vol. 104 (1993), No. 1, S. 86-92.

Dueck, G.; Scheuer, T. (1990):

Threshold Accepting: A General Purpose Optimization Algorithm Appearing Superior to Simulated Annealing, in: Journal of Computational Physics, Vol. 90 (1990), No. 1, S. 161-175.

Dueck, G.; Scheuer, T.; Wallmeier, H.-M. (1993):

Toleranzschwelle und Sintflut: Neue Ideen zur Optimierung, in: Spektrum der Wissenschaft, o. Jg. (1993), Heft 3, S. 42-51.

Dumas, Y.; Desrosiers, J.; Gelinas, E.; Solomon, M.M. (1995):

An Optimal Algorithm for the Traveling Salesman Problem with Time Windows, in: Operations Research, Vol. 43 (1995), No. 2, S. 367-371.

Durbin, R.; Szeliski, R.; Yuille, A. (1989):

An Analysis of the Elastic Net Approach to the Traveling Salesman Problem, in: Neural Computation, Vol. 1 (1989), No. 3, S. 348-358.

Dyson, R.G. (1969):

Computable models for planning and controlling warehousing operations in the glass industry, Ph.D. Thesis, University of Lancaster, Lancaster 1969.

Dyson, R.G.; **Gregory, A.S.** (1974):

The cutting stock problem in the flat glass industry, in: Operational Research Quarterly, Vol. 25 (1974), S. 41-54.

Dzubera, J.; Whitley, D. (1994):

Advanced Correlation Analysis of Operators for the Traveling Salesman Problem, in: Davidor, Y; Schwefel, H.P.; Manner, R. (Hrsg.): Parallel Problem Solving from Nature - PPSN III, Lecture Notes in Computer Science, Vol. 68 (1994), No. 866, S. 68-77.

Edelsbrunner, H. (1987):

Algorithms in Combinatorial Geometry, Brauer, W., Rozenberg, G., Salomaa, A. (Hrsg.): EATCS Monographs on Theoretical Computer Science, Vol. 10 (1987), Berlin u.a. 1987.

Edmonds, J. (1965):

Maximum Matching and a Polyhedron with 0,1-Vertices, in: Journal of Research of the National Bureau of Standards, Vol. 69 B (1965), S. 125-130.

Edmonds, J.; Johnson, E.L. (1973):

Matching, Euler Tours and the Chinese Postman, in: Mathematical Programming, Vol. 5 (1973), S. 88-124.

Eglese, R.W. (1990):

Simulated annealing: A tool for operational research, in: European Journal of Operational Research, Vol. 46 (1990), No. 3, S. 271-281.

Eikelder, H.M.M. ten; Verhoeven, M.G.A.; Vossen, T.W.M.; Aarts, E.H.L. (1996): A Probabilistic Analysis of Local Search, in: Osman, I.H.; Kelly, J.P. (Hrsg.): Metaheuristics. Theory and Applications, Boston 1996, S. 605-618.

Eiselt, H.A.; Laporte, G. (1991):

A Combinatorial Optimization Problem Arising in Dartboard Design, in: Journal of the Operational Research Society, Vol. 42 (1991), S. 113-118.

Escher, G. (1968):

Das Handlungsreisenden-Problem, in: Weinberg, F. (Hrsg.): Einführung in die Methode Branch and Bound, Lecture Notes in Operations Research and Mathematical Economics, Vol. 4, Beckmann, M.; Künzi, H.P. (Hrsg.), Berlin, Heidelberg, New York 1968, S. 17-23.

Favata, F.; Walker, R. (1991):

A study of the application of Kohonen-type neural networks to the Travelling Salesman Problem, in: Biological Cybernetics, Vol. 64 (1991), No. 6, S. 463-468.

Ferreira, J.V.; Guimaraes, R.C. (1995):

A Travelling Salesman Model for the Sequencing of Duties in Bus Crew Rotas, in: Journal of the Operational Research Society, Vol. 46 (1995), No. 4, S. 415-426.

Fiechter, C.N.; Rogger, A.; De Werra, D. (1992):

Basic ideas of Tabu Search with an application to Traveling Salesman and Quadratic Assignment, in: Ricerca Operativa, Vol. 43 (1992), No. 62, S. 5-28.

Filanovskii, V.Y.; Khachaturov, V.R. (1974):

Problems and methods of dynamic integrated design of development and procurement for oil deposits, in: Neftyanaya promyshlennost, Stroit., No. 1, S. 21-25 [zitiert nach: Melamed, I.I.; Sergeev, S.I.; Sigal, I.K., The Traveling Salesman Problem: 1. Theoretical Issues, in: Automation and Remote Control USSR, Vol. 50 (1989), No. 9, S. 1155].

Finney, J.L. (1979):

A Procedure for the Construction of Voronoi Polyhedra, in: Journal of Computational Physics, Vol. 32 (1979), S. 137-143.

Fischer, J.; Kruschwitz, L. (1980):

Methodische Probleme bei der Evaluation heuristischer Lösungsverfahren, in: Die Unternehmung, 34. Jg. (1980), S. 173-188.

Fischetti, M.; Toth, P. (1997):

A Polyhedral Approach to the Asymmetric Traveling Salesman Problem, in: Management Science, Vol. 43 (1997), No. 11, S. 1520-1536.

Flood, M. (1956):

The traveling salesman problem, in: Operations Research, Vol. 4 (1956), S. 61-75.

Foerster, H.; Wäscher, G. (1996):

Simulated Annealing for the Order Spread Minimization Problem in Sequencing Cutting Patterns, Betriebswirtschaftliche Diskussionsbeiträge, Nr. 96/03, Wirtschaftswissenschaftliche Fakultät, Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg, Halle-Wittenberg, 1996.

Fogel, D.B. (1993):

Applying Evolutionary Programming to Selected Traveling Salesman Problems, in: Cybernetics and Systems, Vol. 24 (1993), No. 1, S. 27-36.

Fonlupt, J.; Nachef, A. (1993):

Dynamic Programming and the Graphical Traveling Salesman Problem, in: Journal of the ACM, Vol. 40 (1993), No. 5, S. 1165-1187.

Fort, J.C. (1988):

Solving a Combinatorial Problem via Self-Organizing Process: An Application of the Kohonen Algorithm to the Traveling Salesman Problem, in: Biological Cybernetics, Vol. 59 (1988), S. 33-40.

Fortune, S. (1987):

A Sweepline Algorithm for Voronoi Diagrams, in: Algorithmica, Vol. 2 (1987), S. 153-174.

Fortune, S.; Van Wyk, C.J. (1993):

Efficient Exact Arithmetic for Computational Geometry, in: ACM Proceedings of the 9th Annual Symposium on Computational Geometry (SCG '93), S. 163-172.

Fredman, M.L.; Johnson, D.S.; McGeoch, L.A.; Ostheimer, G. (1995):

Data Structures for Traveling Salesmen, in: Journal of Algorithms, Vol. 18 (1995), No. 3, S. 432-479 [Internet: http://www.research.att.com/~dsj/papers/DTSP.PS, verifiziert 09.08.1997].

French, S. (1982):

Sequencing and scheduling - an introduction to the mathematics of the job-shop, New York 1982.

Frenkel, K.A. (1986):

Complexity and parallel processing: an interview with Richard Karp, in: Communications of the ACM, Vol. 29 (1986), No. 2, S. 112-117.

Fulkerson, D.R.; Cross, O.A. (1965):

Incidence matrices and interval graphs, in: Pacific Journal of Mathematics, Vol. 15 (1965), No. 3, S. 835-855.

Gao, J.; Steele, M.J. (1994a):

Sums of Squares of Edge Lengths and Spacefilling Curve - Heuristics for the Traveling Salesman Problem, in: SIAM Journal on Discrete Mathematics, Vol. 7 (1994), No. 2, S. 314-324.

Gao, J.; Steele, M.J. (1994b):

General Spacefilling Curve Heuristics and Limit Theory for the Traveling Salesman Problem, in: Journal of Complexity, Vol. 10 (1994), No. 2, S. 230-245.

Garey, M.R.; Johnson, D.S. (1979):

Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-Completeness, San Francisco 1979.

Garfinkel, **R.S.** (1977):

Minimizing Wallpaper Waste, Part 1: A Class of Traveling Salesman Problems, in: Operations Research, Vol. 25 (1977), No. 5, S. 741-751.

Garfinkel, R.S. (1985):

Motivation and modeling, in: Lawler, E.L.; Lenstra, J.K.; Rinnooy Kan, A.H.G.; Shmoys, D.B. (Hrsg.): The Traveling Salesman - A Guided Tour of Combinatorial Optimization, Chichester u.a. 1985, S. 17-36.

Gaunt, S. (1968):

A Non-Computer Method Using Search for Resolving the Traveling-Salesman-Problem, in: Journal of the Canadian Operational Research Society, Ottawa, Vol. 6 (1968), No. 1, S. 45-54.

Gee, A.H.; Prager, R.W. (1995):

Limitations of Neural Networks for Solving Traveling Salesman Problems, in: IEEE Transactions on Neural Networks, Vol. 6 (1995), No. 1, S. 280-282.

Gendreau, M.; Hertz, A.; Laporte, G. (1992):

New Insertion and Postoptimization Procedures for the Traveling Salesman Problem, in: Operations Research, Vol. 40 (1992), No. 6, S. 1086-1094.

Gendreau, M.; Hertz, A.; Laporte, G. (1994):

A Tabu Search Heuristic for the Vehicle Routing Problem, in: Management Science, Vol. 40 (1994), No. 10, S. 1276-1290.

Gendreau, M.; Hertz, A.; Laporte, G. (1996):

The traveling salesman problem with backhauls, in: Computers & Operations Research, Vol. 23 (1996), No. 5, S. 501-508.

Gendreau, M.; Laporte, G.; Seguin, R. (1995):

The vehicle routing problem with stochastic customers and demands, in: Transportation Science, Vol. 29 (1995), S. 143-155.

Gendreau, M.; Laporte, G.; Seguin, R. (1996):

A Tabu Search Heuristic for the Vehicle Routing Problem with stochastic demands and customers, in: Operations Research, Vol. 44 (1996), No. 3, S. 469-477.

Gershuni, D.S.; Sherstyuk, A.V. (1990):

Experimental Comparision of Two Heuristic Algorithms for One Generalization of the Large-Scale Planar Travelling-Salesman Problem, in: Programming and Computer Software, Vol. 16 (1990), No. 4, S. 171-173.

Giannessi, F.; Nicoletti, B. (1979):

The Crew Scheduling Problem: A Travelling Salesman Approach, in: Christofides, N.; Mingozzi, A.; Toth, P.; Sandi, C. (Hrsg.): Combinatorial Optimization, Chichester u.a. 1979, S. 389-408.

Giffler, B.; Thompson, G.L. (1960):

Algorithm for Solving Production-Scheduling Problems, in: Operations Research, Vol. 8 (1960), No. 4, S. 487-503.

Gillett, B.E.; Miller, L.R. (1974):

A Heuristic Algorithm for the Vehicle Dispatch Problem, in: Operations Research, Vol. 22 (1974), No. 2, S. 340-349.

Gilmore, P.C.; Gomory, R.E. (1964):

Sequencing a one state-variable machine: A solvable case of the traveling salesman problem, in: Operations Research, Vol. 12 (1964), S. 655-679.

Gilmore, P.C.; Gomory, R.E. (1966):

The theory and computation of knapsack functions, in: Operations Research, Vol. 14 (1966), S. 1045-1074.

Gilmore, P.C.; Lawler, E.L.; Shmoys, D.B. (1984):

Well solved special cases of the traveling salesman problem, Report UCB/CSD 208, Computer Science Division, University of California, Berkeley 1984.

Gilmore, P.C.; Lawler, E.L.; Shmoys, D.B. (1985):

Well-solved special cases, in: Lawler, E.L.; Lenstra, J.K.; Rinnooy Kan, A.H.G.; Shmoys, D.B. (Hrsg.): The Traveling Salesman - A Guided Tour of Combinatorial Optimization, Chichester u.a. 1985, S. 87-144.

Glover, F. (1986):

Future paths for integer programming and links to artificial intelligence, in: Computers & Operations Research, Vol. 13 (1986), S. 533-549.

Glover, F. (1989):

Tabu Search - Part I, in: ORSA Journal on Computing, Vol. 1 (1989), No. 3, S. 190-206.

Glover, F. (1990):

Tabu Search - Part II, in: ORSA Journal on Computing, Vol. 2 (1990), No. 1, S. 4-32.

Glover, F. (1995):

Scatter search and star-paths: beyond the genetic metaphor, in: Operations Research Spektrum, Vol. 17 (1995), S. 125-137.

Glover, F. (1996a):

Ejection chains, reference structures and alternating path methods for traveling salesman problems, in: Discrete Applied Mathematics, Vol. 65 (1996), No. 1, S. 223-253.

Glover, F. (1996b):

Finding a Best Traveling Salesman 4-Opt Move in the Same Time as a Best 2-Opt Move, in: Journal of Heuristics, Vol. 2 (1996), No. 2, S. 169-179.

Goetschalckx, M.P. (1983):

Storage and Retrieval Policies for Efficient Order Picking, Ph.D. dissertation, Georgia Institute of Technology, Atlanta (Georgia) 1983.

Goldberg, D.E. (1989):

Messy genetic algorithms: Motivation, Analysis, and First results, in: Complex Systems, Vol. 3 (1989), S. 493-530.

Golden, B.; Bodin, L.; Doyle, T.; Stewart jr., W. (1980):

Approximate Traveling Salesman Algorithms, in: Operations Research, Vol. 28 (1980), S. 694-711.

Golden, B.L.; Stewart, W.R. (1985):

Empirical analysis of heuristics, in: Lawler, E.L.; Lenstra, J.K.; Rinnooy Kan, A.H.G.; Shmoys, D.B. (Hrsg.): The Traveling Salesman - A Guided Tour of Combinatorial Optimization, Chichester u.a. 1985, S. 207-250.

Gonzales, R.H. (1962):

Solution to the Traveling Salesman Problem by Dynamic Programming on the Hypercube, Operations Research Center Technical Report No. 18, Massachussets Institute of Technology, Cambridge (Mass.) 1962 [zitiert nach: Hellmann, A., Theorie und Praxis von Routing-Problemen: Lösungsverfahren zur Tourenplanung im Eindepot- und Mehrdepot-Fall, SNV Studiengesellschaft Nahverkehr mbH (Hrsg.), Berlin, Hamburg 1984, S. 63].

Gouveia, L.; Voss, S. (1995):

A classification of formulations for the (time-dependent) traveling salesman problem, in: European Journal of Operational Research, Vol. 83 (1995), No. 1, S. 69-82.

Green, D. (1992):

The Travelling Salesman, in: Micromath, Vol. 8 (1992), No. 2, S. 14-16.

Green, P.J.; Sibson, R. (1978):

Computing Dirichlet tessellations in the plane, in: The Computer Journal, Vol. 21 (1978), No. 2, S. 168-173.

Grosser, R. et al. (1986):

Mathematik für Wirtschaftswissenschaften - Fachschullehrbuch, 3. Auflage, Berlin 1986.

Grötschel, M. (1977):

Polyedrische Charakterisierungen kombinatorischer Optimierungsprobleme, Afriat, S.N. u.a. (Hrsg.): Mathematical Systems in Economics 36, Meisenheim am Glan 1977.

Grötschel, M. (1980):

On the symmetric Travelling Salesman Problem: Solution of a 120-City-Problem, in: Padberg, M.W. (Hrsg.): Combinatorial Optimization, Mathematical Programming Study 12, Amsterdam, New York, Oxford 1980, S. 61-77.

Grötschel, M.; Holland, O.A. (1988):

Solution of large-scale symmetric travelling salesman problems, Report No. 88,506: OR, Sonderforschungsbereich 303, Information und die Koordination wirtschaftlicher Aktivitäten, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn, Bonn 1988.

Grötschel, M.; Jünger, M.; Reinelt, G. (1991):

Optimal Control of Plotting and Drilling Machines: A Case Study, in: Zeitschrift für Operations Research - Methods and Models of Operations Research, 35. Jg. (1991), S. 61-84.

Grötschel, M.; Lovász, L.; Schrijver, A. (1988):

Geometric Algorithms and Combinatorial Optimization, Graham, R.L.; Korte, B.; Lovsáz, L. (Hrsg.): Algorithms and Combinatorics 2, Berlin u.a. 1988.

Grötschel, M.; Padberg, M.W. (1977):

Lineare Charakterisierungen von Travelling Salesman Problemen, in: Zeitschrift für Operations Research, 21. Jg. (1977), S. 33-64.

Grötschel, M.; Padberg, M.W. (1985):

Polyhedral theory, in: Lawler, E.L.; Lenstra, J.K.; Rinnooy Kan, A.H.G.; Shmoys, D.B. (Hrsg.): The Traveling Salesman - A Guided Tour of Combinatorial Optimization, Chichester u.a. 1985, S. 251-306.

Grötschel, M.; Padberg, M.W. (1993):

Ulysses 2000: In Search of Optimal Solutions to Hard Combinatorial Problems, Preprint SC93-34, Konrad-Zuse Zentrum für Informationstechnik und Technische Universität Berlin, Berlin 1993 [Internet: ftp://ftp.zip.de/pub/zib-publications/reports/SC-93-34.ps, verifiziert 01.06.1997].

Grötschel, M.; Pulleyblank, W.R. (1986):

Clique Tree Inequalities and the Symmetric Travelling Salesman problem, in: Mathematics of Operations Research, Vol. 11 (1986), No. 4, S. 537-569.

Gu, J.; Huang, X. (1994):

Efficient Local Search With Search Space Smoothing: A Case Study of the Traveling Salesman Problem (TSP), in: IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Vol. 24 (1994), No. 5, S. 728-735.

Gumm, H.-P.; Sommer, M. (1995):

Einführung in die Informatik, 2. Auflage, Bonn u.a. 1995.

Gupta, J.N.D. (1978):

A search algorithm for the traveling salesman problem, in: Computers & Operations Research, Vol. 5 (1978), S. 243-250.

Gzyl, H.; Jimenez, R. (1989):

The physicist's approach to the travelling salesman problem, in: Mathematical and Computer Modelling, Vol. 12 (1989), No. 6, S. 667-670.

Hämmerlin, G.; Hoffmann, K.-H. (1994):

Numerische Mathematik, 4. Auflage, Berlin u.a. 1994.

Hässig, K. (1979):

Graphentheoretische Methoden des Operations Research, Görtler, H. (Hrsg.): Leitfäden der angewandten Mathematik und Mechanik, Bd. 42, Stuttgart 1979.

Hagberg, B. (1985):

An assignment approach to the rostering problem: an application to taxi vehicles, in: Rousseau, J.-M. (Hrsg.): Computer Scheduling of Public Transport 2, Amsterdam 1985, S. 313-318.

Hansmann, K.-W. (1972):

Das Branch and Bound-Verfahren, in: WISU, 1. Jg. (1972), Nr. 7, S. 305-310.

Hansmann, K.-W. (1979):

Heuristische Prognoseverfahren, in: WISU, 8. Jg. (1979), Nr. 5, S. 229-233.

Hansmann, K.-W. (1987):

Industriebetriebslehre, 2. Auflage, München, Wien 1987.

Hartung, J.; Elpelt, B. (1984):

Multivariate Statistik: Lehr- und Handbuch der angewandten Statistik, München, Wien 1984.

Hartung, J.; Elpelt, B.; Klösener, K.-H. (1991):

Statistik: Lehr- und Handbuch der angewandten Statistik, 8. Auflage, München, Wien 1991.

Helbig Hansen, K.; Krarup, J. (1974):

Improvements of the Held-Karp Algorithm for the Symmetric Traveling-Salesman Problem, in: Mathematical Programming, Vol. 7 (1974), S. 87-96.

Held, M.; Karp, R.M. (1962):

A Dynamic Programming Approach to Sequencing Problems, in: SIAM Journal on Applied Mathematics, Vol. 10 (1962), S. 196-210.

Held, M.; Karp, R.M. (1970):

The Traveling-Salesman Problem and Minimum Spanning Trees, in: Operations Research, Vol. 18 (1970), S. 1138-1162.

Held, M.; Karp, R.M. (1971):

The Traveling Salesman Problem and Minimum Spanning Trees: Part II, in: Mathematical Programming, Vol. 1 (1971), S. 6-25.

Hellmann, A. (1984):

Theorie und Praxis von Routing-Problemen: Lösungsverfahren zur Tourenplanung im Eindepot- und Mehrdepot-Fall, SNV Studiengesellschaft Nahverkehr mbH (Hrsg.), Berlin, Hamburg 1984.

Henriques, N.; Safayeni, F.; Fuller, D. (1987):

Human Heuristics for the Traveling Salesman Problem, Research Report, University of Waterloo, o.O. 1987.

Hill, W.; Fehlbaum, R.; Ulrich, P. (1981):

Organisationslehre 1, 3. Auflage, Bern und Stuttgart 1981.

Hinde, A.L.; Miles, R.E. (1980):

Monte Carlo Estimates for the Distributions of the Random Polygons of the Voronoi Tessellation with Respect to a Poisson Process, in: Journal of Statistical Computing and Simulation, Vol. 10 (1980), S. 205-223.

Hinrichsen, J. (1975):

Branch- and Bound-Verfahren zur Lösung des Rundreiseproblems, Jürgensen, H.; Diederich, H.; Seelbach, H. (Hrsg.): Verkehrswissenschaftliche Studien, Bd. 28, Göttingen 1975.

Hinton, G.E. (1992):

Wie neuronale Netze aus Erfahrung lernen, in: Spektrum der Wissenschaft, o.Jg. (1992), Heft 11, S. 134-143.

Hochstädter, D.; Kaiser, U. (1989):

Clusteranalyse, in: WISU, 18. Jg. (1989), Nr. 3, S. 157-162.

Höpfl, F. (1989):

Kombinatorische Suchverfahren und ihre Parallelisierung auf Multiprozessorsystemen, Arbeitsberichte des Institutes für Mathematische Maschinen und Datenverarbeitung (Informatik), Nr. 18, Bd. 22, Dissertation, Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg, Erlangen, Nürnberg 1989.

Hoffman, A.J.; Wolfe, P. (1985):

History, in: Lawler, E.L.; Lenstra, J.K.; Rinnooy Kan, A.H.G.; Shmoys, D.B. (Hrsg.): The Traveling Salesman - A Guided Tour of Combinatorial Optimization, Chichester u.a. 1985, S. 1-16.

Holland, J.H. (1992):

Genetische Algorithmen, in: Spektrum der Wissenschaft, o.Jg. (1992), Heft September, S. 44-51.

Holland, O.A. (1987):

Schnittebenenverfahren für Travelling-Salesman- und verwandte Probleme, Dissertation, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn, Bonn 1987.

Hopfield, J.-J.; Tank, D.-W. (1985):

'Neural' computation of decisions in optimization problems, in: Biological Cybernetics, Vol. 52 (1985), S. 141-152.

Horton, R.E. (1917):

Rational study of rainfall data makes possible better estimates of water yield, in: Engineering News-Record, Vol. 79 (1917), S. 211-213.

Huang, N.-F. (1990):

A Divide-and-Conquer Algorithm for Constructing Relative Neighborhood Graph, in: BIT, Vol. 30 (1990), S. 196-206.

Hurrion, R.D. (1980):

Visual Interactive (Computer) Solutions for the Travelling Salesman Problem, in: The Journal of the Operational Research Society, Vol. 31 (1980), S. 537-539.

Hwang, H.; Lee, M.-K. (1988):

Order batching algorithms for a man-on-board-automated storage and retrieval system, in: Engineering Costs and Production Economics, Vol. 13 (1988), No. 4, S. 285-294.

Ihde, G.B. (1991):

Transport, Verkehr, Logistik: Gesamtwirtschaftliche Aspekte und einzelwirtschaftliche Handhabung, 2. Auflage, München 1991.

Isaac, A.M.; Turban, E. (1969):

Some comments on the Traveling Salesman Problem, in: Operations Research, Vol. 17 (1969), S. 543-546.

Jaillet, P. (1988):

A Priori Solution of a Traveling Salesman Problem in Which a Random Subset of the Customers Are Visited, in: Operations Research, Vol. 36 (1988), No. 6, S. 929-936.

Jaromczyk, J.W.; Toussaint, G.T. (1992):

Relative Neighborhood Graphs and Their Relatives, in: Proceedings of the IEEE, Vol. 80 (1992), No. 9, S. 1502-1517.

Jeronim, B. (1988):

Untersuchungen zur Anwendbarkeit von heuristischen Verfahren beim traveling salesman problem und zur Verschärfung der Verhaltensschranken, in: Wissenschaftliche Zeitschrift der TU Dresden, Vol. 37 (1988), Heft 3, S. 167-169.

Jeronim, B. (1990):

Beiträge zum Traveling Salesman Problem, Dissertation, Technische Universität Dresden, Dresden 1990.

Jeronim, B.; Körner, F. (1982a):

Untersuchungen über Veränderungen der dualen Variablen beim Assignment-Problem, in: Wissenschaftliche Zeitschrift der TU Dresden, Vol. 31 (1982), Heft 1, S. 199-201.

Jeronim, B.; Körner, F. (1982b):

Zu Verschärfungen der CHRISTOFIDES-Schranke für den Wert einer optimalen Tour des Rundreiseproblems, in: Math. Operationsforsch. Statist., Ser. Optimization, Vol. 13 (1982), No. 3, S. 359-371.

Jeronim, B.; Körner, F. (1985):

On the Refinement of Bounds of Heuristic Algorithms for the Traveling Salesman Problem, in: Mathematical Programming, Vol. 32 (1985), S. 114-117.

Jeronim, B.; Körner, F. (1986):

Sharp Bounds for KARP's "patching"-Algorithm for the Approximate Solution of the Traveling Salesman Problem, in: Optimization, Vol. 17 (1986), No. 1, S. 85-92.

Jeronim, B.; Körner, F. (1989):

Triangle inequality and symmetry in connection with the assignment and the traveling salesman problem, in: European Journal of Operational Research, Vol. 38 (1989), No. 1, S. 70-75.

Joe, B.; Wang, C.A. (1993):

Duality of Constrained Voronoi Diagrams and Delaunay Triangulations, in: Algorithmica, Vol. 9 (1993), No. 2, S. 142-155.

Johnson, D.S. (1987):

More approaches to the travelling salesman guide, in: Nature, Vol. 330 (1987), S. 525.

Johnson, D.S. (1990):

Local optimization and the traveling salesman problem, in: Proceedings of the 17th Colloquium on Automata, Languages, and Programming, Lecture Notes in Computer Science, Vol. 443, Berlin u.a. 1990, S. 446-461.

Johnson, D.S. (1994):

The Traveling Salesman Problem: A Report on the State of the Art, in: Pehrson, B.; Simon, I. (Hrsg.): Proceedings of the IFIP 13th World Computer Congress '94, Vol. 1: Technology and Foundations, Amsterdam 1994, S. 221-222.

Johnson, D.S.; McGeoch, L.A. (1995):

The Traveling Salesman Problem: A Case Study in Local Optimization, Preprint to appear as a chapter in: Aarts, E.H.L.; Lenstra, J.K. (Hrsg.): Local Search in Combinatorial Optimization, New York, Murray Hill/Amherst 1995 [Internet: ftp://dimacs.rutgers.edu/pub/dsj/temp/chap.ps, verifiziert 01.06.1997].

Johnson, D.S.; Papadimitriou, C.H. (1985a):

Computational complexity, in: Lawler, E.L.; Lenstra, J.K.; Rinnooy Kan, A.H.G.; Shmoys, D.B. (Hrsg.): The Traveling Salesman - A Guided Tour of Combinatorial Optimization, Chichester u.a. 1985, S. 37-86.

Johnson, D.S.; Papadimitriou, C.H. (1985b):

Performance guarantees for heuristics, in: Lawler, E.L.; Lenstra, J.K.; Rinnooy Kan, A.H.G.; Shmoys, D.B. (Hrsg.): The Traveling Salesman - A Guided Tour of Combinatorial Optimization, Chichester u.a. 1985, S. 145-180.

Johnsson, M.; Leipala, T.; Nevalainen, O. (1996):

Determining the manual setting order of components on PC-boards, in: Journal of Manufacturing Systems, Vol. 15 (1996), No. 3, S. 155-163.

Jongens, K.; Volgenant, T. (1985):

The symmetric clustered Taveling Salesman Problem, in: European Journal of Operational Research, Vol. 19 (1985), No. 1, S. 68-75.

Jonker, R. (1986):

Traveling Salesman and Assignment Algorithms: design and implementation, Dissertation, Amsterdam 1986.

Jonker, R.; Kaas, R.; Volgenant, A. (1980):

Data-dependent Bounds for Heuristics to find a Minimum Weight Hamiltonian Circuit, in: Operations Research, Vol. 28 (1980), No. 5, S. 1219-1222.

Jonker, R.; Leve, G. de; Velde, J.A. van der; Volgenant, A. (1980):

Rounding Symmetric Traveling Salesman Problems with an Asymmetric Assignment Problem, in: Operations Research, Vol. 28 (1980), S. 623-627.

Jonker, R.; Volgenant, T. (1983):

Transforming Asymmetric into Symmetric Traveling Salesman Problems, in: Operations Research Letters, Vol. 2 (1983), No. 4, S. 161-163.

Jonker, R.; Volgenant, T. (1988):

An Improved Transformation of the Symmetric Multiple Traveling Salesman Problem, in: Operations Research, Vol. 36 (1988), No. 1, S. 163-167.

Jünemann, R.; Wölker, M. (1992):

Heuristik-Ansatz für TSP, in: Bonny, C. (Hrsg.): Jahrbuch der Logistik 1992 (6. Jg.), o.O. 1992, S. 164-167.

Jünger, M.; Kaibel, V.; Thienel, S. (1994a):

A Practical Method for Computing Delaunay triangulations in the Euclidean metric, Technical Report No. 94.158, Zentrum für Paralleles Rechnen (ZPR), Institut für Informatik, Universität zu Köln, Köln 1994 [zgl. in: Cook, W.; Lovasz, L.; Seymour, P. (Hrsg.): DIMACS Series in Discrete Mathematics and Theoretical Computer Science, Vol. 20 (1995), S. 111-152; Internet: ftp://ftp.ZPR.uni-koeln.de/pub/paper/zpr94-158. ps.gz, verifiziert 01.06.1997].

Jünger, M.; Kaibel, V.; Thienel, S. (1994b):

Computing Delaunay-Triangulations in Manhattan and Maximum Metric, Technical Report No. 94.174, Zentrum für Paralleles Rechnen (ZPR), Institut für Informatik, Universität zu Köln, Köln 1994 [Internet: ftp://ftp.ZPR.uni-koeln.de/pub/paper/zpr94-174.ps.gz, verifiziert 01.06.1997].

Jünger, M.; Reinelt, G. (1992):

Schnittebenenverfahren in der Kombinatorischen Optimierung, in: GAMM-Mitteilungen, Vol. 2 (1992), S. 120-134 [zgl. Technical Report No. 92.108, Zentrum für Paralleles Rechnen (ZPR), Institut für Informatik, Universität zu Köln, Köln 1992; Internet: ftp://ftp.ZPR.uni-koeln.de/pub/paper/zpr92-108.ps.gz, verifiziert 01.06.1997].

Jünger, M.; Reinelt, G.; Rinaldi, G. (1994):

The Traveling Salesman Problem, Preprint No. 94-12, Interdisziplinäres Zentrum für Wissenschaftliches Rechnen der Universität Heidelberg, Heidelberg 1994 [zgl. Technical Report No. 92.113, Zentrum für Paralleles Rechnen (ZPR), Institut für Informatik, Universität zu Köln, Köln 1994].

Jünger, M.; Reinelt, G.; Thienel, S. (1993):

Provably good solutions for the traveling salesman problem, Technical Report No. 92.114, revised version of June 1993, Zentrum für Paralleles Rechnen (ZPR), Institut für Informatik, Universität zu Köln, Köln 1993 [zgl. in: Zeitschrift für Operations Research, Vol. 40 (1994), No. 2, S. 183-217; Internet: http://www.iwr.uni-heidelberg. de/iwr/comopt/publications/p94-31.ps.gz; ftp://ftp.ZPR.uni-koeln.de/pub/paper/zpr92-114. ps.gz, verifiziert 01.06.1997].

Jünger, M.; Reinelt, G.; Thienel, S. (1994):

Practical Problem Solving with Cutting Plane Algorithms in Combinatorial Optimization, Preprint 94-24, Interdisziplinäres Zentrum für Wissenschaftliches Rechnen, Universität Heidelberg, Heidelberg 1994 [zgl. in: Cook, W.; Lovasz, L.;, Seymour, P. (Hrsg.): DIMACS Series in Discrete Mathematics and Theoretical Computer Science, Vol. 20 (1995), S. 111-152, Internet: http://www.iwr.uni-heidelberg.de/iwr/comopt/publications/p94-24.ps.gz, verifiziert 01.06.1997].

Jünger, M.; Reinelt, G.; Zepf, D. (1991):

Computing Correct Delaunay Triangulations, in: Computing, Vol. 47 (1991), S. 43-49 [zgl. Technical Report 90.96, Zentrum für Paralleles Rechnen (ZPR), Institut für Informatik, Universität zu Köln, Köln 1990].

Jünger, M.; Störmer, P. (1995):

Solving large-scale traveling salesman problems with Branch-and-Cut, Report No. 95.191, Zentrum für Paralleles Rechnen (ZPR), Institut für Informatik, Universität zu Köln, Köln 1995 [Internet: ftp://ftp.ZPR.uni-koeln.de/pub/paper/zpr95-191.ps.gz, verifiziert 01.06.1997].

Jünger, M.; Thienel, S. (1994):

Provably good solutions for the traveling salesman problem, in: Zeitschrift für Operations Research, Vol. 40 (1994), No. 2, S. 183-217.

Kaergaard, K.E. (1981):

Minimizing the order spread in thermopane production, Report from IMSOR (Institute of Mathematical Statistics and Operations Research), Technical University of Denmark, o.O. 1981.

Kantabutra, V. (1983):

Traveling salesman cycles are not always subgraphs of Voronoi duals, in: Information Processing Letters, Vol. 16 (1983), S. 11-12.

Karg, R.L.; Thompson, G.L. (1964):

A Heuristic Approach to Solving Travelling Salesman Problems, in: Management Science, Vol. 10 (1964), No. 2, S. 225-248.

Karmarkar, N. (1984):

A New Polynomial-time Algorithm for Linear Programming, in: Combinatorica, Vol. 4 (1984), S. 373-395.

Karp, R.M. (1972):

Reducibility among Combinatorial Problems, in: Miller, R.E.; Thatcher, J.W. (Hrsg.): Complexity of Computer Computations, New York 1972, S. 85-103.

Karp, R.M. (1976):

The probabilistic analysis of some combinatorial search algorithms, in: Traub, J.F. (Hrsg.): Algorithms and Complexity - new directions and recent results, New York 1976, S. 1-19.

Karp, R.M. (1977):

Probabilistic Analysis of Partitioning Algorithms for the Traveling-Salesman Problem in the Plane, in: Mathematics of Operations Research, Vol. 2 (1977), No. 3, S. 209-224.

Karp, R.M.; Steele, J.M. (1985):

Probabilistic analysis of heuristics, in: Lawler, E.L.; Lenstra, J.K.; Rinnooy Kan, A.H.G.; Shmoys, D.B. (Hrsg.): The Traveling Salesman - A Guided Tour of Combinatorial Optimization, Chichester u.a. 1985, S. 181-206.

Kearns, S. (1995):

[Computers at work] Finding the shortest routes for monkeys and salesman, in: ION Science, 08.12.1995 [Internet: http://www.injersey.com/Media/IonSci/features/tspprob/tsprob.html, verifiziert 13.01.1996].

Khachian, L.G. (1979):

A Polynomial Algorithm in Linear Programming, in: Soviet Mathematics Doklady, Vol. 20 (1979), S. 191-194.

Kiener, S.; Maier-Scheubeck, N.; Weiss, M. (1993):

Produktions-Management: Grundlagen der Produktionsplanung und -steuerung, 4. Auflage, München, Wien 1993.

Kinzel, W. (1988):

Optimieren durch simuliertes Ausglühen, in: Spektrum der Wissenschaft, o. Jg. (1988), Nr. 4, S. 19-23.

Kirkpatrick, S.; Gelatt, C.D. jr.; Vecchi, M.P. (1983):

Optimization by simulated annealing, in: Science, Vol. 220 (1983), No. 4598, S. 671-680.

Kistner, K.-P. (1988):

Optimierungsmethoden: Einführung in die Unternehmensforschung für Wirtschaftswissenschaftler, Heidelberg 1988.

Kleindorfer, G.B.; Kochenberger, G.A.; Reutzel, E.T. (1981):

Computing inter-site distances for routing and scheduling problems, in: Operations Research Letters, Vol. 1 (1981), S. 31-33.

Knox, J. (1994):

Tabu search performance on the symmetric traveling salesman problem, in: Computers & Operations Research, Vol. 21 (1994), No. 8, S. 867-876.

Kohler, D. (1982):

Optimal strategies for the game of darts, in: The Journal of the Operational Research Society, Vol. 33 (1982), S. 871-884.

Kohonen, T. (1982):

Self-Organized Formation of Topologically Correct Feature Maps, in: Biological Cybernetics, Vol. 43 (1982), S. 59-69.

Kopec, R.J. (1963):

An alternative method for the construction of Thiessen polygons, in: The Professional Geographer, Vol. 15 (1963), No. 5, S. 24-26.

Kopfer, H.; Pankratz, G.; Erkens, E. (1994):

Entwicklung eines hybriden Genetischen Algorithmus zur Tourenplanung, in: Operations Research Spektrum, 16. Jg. (1994), S. 21-31.

Korte, B. (1979):

Ganzzahlige Programmierung, in: Jürgensen, H.; Diederich, H.; Seelbach, H. (Hrsg.): Handwörterbuch der Mathematischen Wirtschaftswissenschaften, Beckmann, M.J. (Hrsg.): Bd. III: Unternehmensforschung, Wiesbaden 1979, S. 45-61.

Korte, B. (1985):

Was ist kombinatorische Optimierung?, Report No. 85,370, Institut für Ökonometrie und Operations Research, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn, Bonn 1985.

Krämer, A. (1987):

Dekompositionsmethoden zur Lösung umfangreicher Traveling-Salesman-Probleme, Diplomarbeit, Universität Trier, Trier 1987.

Krasnogor, N.; Moscato, P.; Norman, M.G. (1995):

A new hybrid heuristic for large geometric Traveling Salesman Problems based on the Delaunay Triangulation, in: Annales del XXVII Simposio Brasileiro de Pesquisa Operacional (Vittoria 6.-8. Nov. 1995), Vittoria 1995 [Internet: ftp://ftp.ing.unlp.edu.ar/pub/papers/memetic/nat95br3.ps.z, verifiziert 03.01.1997].

Krolak, P.; Felts, W.; Marble, G. (1971):

A Man-Machine Approach Toward Solving the Traveling Salesman Problem, in: Communications of the ACM, Vol. 14 (1971), No. 5, S. 327-334.

Kruschwitz, L.; Fischer, J. (1981):

Heuristische Lösungsverfahren, in: WiSt, 10. Jg. (1981), Nr. 10, S. 449-458.

Kumar, S.; Kurtz, S.K.; Weaire, D. (1994):

Average number of sides for the neighbours in a Poisson-Voronoi tesselation, in: Philosophical Magazine B, Vol. 69 (1994), No. 3, S. 431-435.

Kurbel, K.; Rohmann, T. (1995):

Ein Vergleich von Verfahren zur Maschinenbelegungsplanung: Simulated Annealing, Genetische Algorithmen und mathematische Optimierung, in: Wirtschaftsinformatik, 37. Jg. (1995), Nr. 6, S. 581-593.

Langevin, A.; Soumis, F.; Desrosiers, J. (1990):

Classification of Travelling Salesman Problem Formulations, in: Operations Research Letters, Vol. 9 (1990), No. 2, S. 127-132.

Laporte, G. (1975):

Permutation Programming: Problems, Methods and Applications, Publication No. 197, Département d'informatique et de recherche opérationnelle, Université de Montréal, Montréal 1975.

Laporte, G. (1976):

A comparison of two norms in archaeological seriation, in: Journal of Archaeological Science, Vol. 3 (1976), S. 249-255.

Laporte, G. (1992a):

The Traveling Salesman Problem: An overview of exact and approximate algorithms, in: European Journal of Operational Research, Vol. 59 (1992), No. 2, S. 231-247.

Laporte, G. (1992b):

The Vehicle Routing Problem: An overview of exact and approximate algorithms, in: European Journal of Operational Research, Vol. 59 (1992), No. 3, S. 345-358.

Laporte, G.; Asefvaziri, A.; Sriskandarajah, C. (1996):

Some applications of the generalized travelling salesman problem, in: Journal of the Operational Research Society, Vol. 47 (1996), No. 12, S. 1461-1467.

Laporte, G.; Nobert, Y. (1980):

Rotating Schedules, in: European Journal of Operational Research, Vol. 4 (1980), S. 24-30.

Larkin, B.J. (1991):

An ANSI C program to determine in expected linear time the vertices of the convex hull of a set of planar points, in: Computers & Geosciences, Vol. 17 (1991), No. 3, S. 431-443.

Larson, R.; Odoni, A. (1981):

Urban Operations Research, Englewood Cliffs, New Jersey 1981.

Lauruschkat, K. (1995):

Stichworte "Leiterplattenbestückung", "Leiterplattenfertigung", in: Hiersig, Heinz M. (Hrsg.): Lexikon Maschinenbau, Düsseldorf 1995, S. 735-739.

Lawler, E.L. (1971):

A solvable case of the Traveling Salesman Problem, in: Mathematical Programming, Vol. 1 (1971), S. 267-269.

Lawler, E.L.; Lenstra, J.K.; Rinnooy Kan, A.H.G.; Shmoys, D.B. (1985):

The Traveling Salesman Problem - A guided tour of combinatorial optimization, Chichester u.a. 1985.

Lawson, C.L. (1972):

Generation of a Triangular Grid with Applications to Contour Plotting, Technical Memorandum No. 299, Cal. Tech, Jet Propulsion Laboratory, Pasadena (California) 1972.

Lawson, C.L. (1977):

Software for C¹ surface interpolation, in: Rice, J. (Hrsg.): Mathematical Software III, New York 1977, S. 161-194.

Leclerc, M.; Rendl, F. (1989):

Constrained spanning trees and the traveling salesman problem, in: European Journal of Operational Research, Vol. 39 (1989), No. 1, S. 96-102.

Lee, D.T. (1980):

Two-Dimensional Voronoi Diagrams in the L_p -metric, in: Journal of the ACM, Vol. 27 (1980), No. 4, S. 604-618.

Lee, D.T.; Drysdale III, R.L. (1981):

Generalization of Voronoi diagrams in the plane, in: SIAM Journal on Computing, Vol. 10 (1981), No. 1, S. 73-87.

Lee, D.T.; Schachter, B.J. (1980):

Two Algorithms for Constructing a Delaunay Triangulation, in: International Journal of Computer and Information Sciences, Vol. 9 (1980), No. 3, S. 219-242.

Lee, D.T.; Wong, C.K. (1980):

Voronoi Diagrams in the L_1 (L_{∞}) metrics with 2-dimensional storage applications, in: SIAM Journal on Computing, Vol. 9 (1980), S. 200-211.

Lee, J.; Choi, M.Y. (1994):

Optimization by multicanonical annealing and the traveling salesman problem, in: Physical review E, Vol. 50 (1994), No. 2, S. R651-R654.

Lee, L.K. (1984):

Eintrag "Printed circuit", in: Parker, Sybil P. u.a. (Hrsg.): McGraw-Hill Encyclopedia of Electronics and Computers, 5. Auflage, o.O. 1984, S. 636-645.

Lenstra, J.K. (1974):

Clustering a Data Array and the Traveling-Salesman Problem, in: Operations Research, Vol. 22 (1974), S. 413-414.

Lenstra, J.K.; Rinnooy Kan, A.H.G. (1975):

Some Simple Applications of the Travelling Salesman Problem, in: Operational Research Quarterly, Vol. 26 (1975), Nr. 4, S. 717-733.

Leon, V.J.; Peters, B.A. (1996):

Replanning and Analysis of Partial Setup Strategies in Printed Circuit Board Assembly Systems, in: International Journal of Flexible Manufacturing Systems, Vol. 8 (1996), No. 4, S. 389-411.

Lin, S. (1965):

Computer Solutions of the Traveling Salesman Problem, in: Bell System Technical Journal, Vol. 44 (1965), S. 2245-2269.

Lin, S.; Kernighan, B.W. (1973):

An Effective Heuristic Algorithm for the Traveling-Salesman Problem, in: Operations Research, Vol. 21 (1973), S. 498-516.

Lingas, A. (1989):

Voronoi Diagrams with Barriers and the Shortest Diagonal Problem, in: Information Processing Letters, Vol. 32 (1989), S. 191-198.

Litke, J.D. (1984):

An Improved Solution to the Traveling Salesman Problem with Thousands of Nodes, in: Communications of the ACM, Vol. 27 (1984), No. 12, S. 1227-1236.

Little, J.D.C.; Murty, K.G.; Sweeney, D.W.; Karel, C. (1963):

An Algorithm for the Traveling Salesman Problem, in: Operations Research, Vol. 11 (1963), S. 972-989.

Lloyd, E.L. (1977):

On Triangulations of a Set of Points in the Plane, Technical Report MIT/LCS/TM-88, Laboratory for Computer Science, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge (Massachusetts) 1977.

Love, R.F.; Morris, J.G. (1979):

Mathematical models of road travel distances, in: Management Science, Vol. 25 (1979), S. 130-139.

Lucena, A. (1990):

Time-Dependent Traveling Salesman Problem - The Deliveryman Case, in: Networks, Vol. 20 (1990), No. 6, S. 753-763.

Lucertini, M.; Paletta, G. (1986):

Optimal distribution strategies with cyclic demands, in: European Journal of Operational Research, Vol. 27 (1986), S. 324-331.

Ludwig, R. (1994):

Dreiecksgeschichten - Wie man mit dem Voronoj-Diagramm das Vier-Farben-Problem löst, in: c't, o. Jg. (1994), Nr. 4, S. 220-227.

MacGregor, J.N.; Ormerod, T. (1996):

Human performance on the traveling salesman problem, in: Perception & Psychophysics, Vol. 58 (1996), No. 4, S. 527-539.

Madsen, O.B.G. (1988):

An Application of Travelling-Salesman Routines to Solve Pattern-Allocation Problems in the Glass Industry, in: Journal of the Operational Research Society, Vol. 39 (1988), No. 3, S. 249-256.

Maffioli, F. (1975):

The Traveling Salesman Problem and its implications, in: Rinaldi, S. (Hrsg.): Topics in Combinatorial Optimization, Wien, New York 1975, S. 69-85.

Magirou, V.F. (1986):

The Efficient Drilling of Printed Circuit Boards, in: Interfaces, Vol. 16 (1986), No. 4, S. 13-23.

Mak, K.-T.; Morton, A.J. (1993):

A modified Lin-Kernighan traveling-salesman heuristic, in: Operations Research Letters, Vol. 13 (1993), No. 3, S. 127-132.

Margot, F. (1992):

Quick updates for *p*-opt TSP heuristics, in: Operations Research Letters, Vol. 11 (1992), No. 1, S. 45-46.

Martin, O.; Otto, S.W.; Felten, W. (1992):

Large-step Markov chains for the TSP incorporating local search heuristics, in: Operations Research Letters, Vol. 11 (1992), S. 219-224.

Martin, O.C.; Otto, S.W. (1993):

Combining Simulated Annealing with Local Search Heuristics, Report CSE-94-016, Oregon Graduate Institute of Science and Technology, Department of Computer Science and Engineering, Portland (Oregon) 1993 [Internet: ftp://cse.ogi.edu/pub/ogipvm/papers/CLO.ps.gz, verifiziert 12.10.1998].

Matsuyama, Y. (1991):

Self-Organizing Neural Networks and Various Euclidean Traveling Salesman Problems, in: The Transactions of The Institute of Electronics, Information and Communication Engineers, Vol. J74-D-II (1991), No. 3, S. 416-425.

McCormick, W.T. Jr.; Schweitzer, P.J.; White, T.W. (1972):

Problem Decomposition and Data Reorganization by a Clustering Technique, in: Operations Research, Vol. 20 (1972), S. 993-1009.

McCormick; W.T.; Deutsch, S.B.; Martin, J.J.; Schweitzer, P.J. (1969):

Identification of Data Structures and Relationships by Matrix Reordering Techniques, Research Paper P-512, Institute for Defense Analyses, Arlington 1969.

Mehlhorn, K. (1984):

Data Structures and Algorithms 2: Graph Algorithms and NP-Completeness, Brauer, W., Rozenberg, G., Salomaa, A. (Hrsg.): EATCS Monographs on Theoretical Computer Science, Vol. 2 (1984), Berlin u.a. 1984.

Melamed, I.I.; Sergeev, S.I.; Sigal, I.K. (1989a):

The Traveling Salesman Problem: 1. Theoretical Issues, in: Automation and Remote Control USSR, Vol. 50 (1989), No. 9, S. 1147-1173 [Übersetzung aus: Avtomatika i Telemekhanika, No. 9/1989, S. 3-33].

Melamed, I.I.; Sergeev, S.I.; Sigal, I.K. (1989b):

The Traveling Salesman Problem: II. Exact Methods, in: Automation and Remote Control USSR, Vol. 50 (1989), No. 10, S. 1303-1324 [Übersetzung aus: Avtomatika i Telemekhanika, No. 10/1989, S. 3-29].

Melamed, I.I.; Sergeev, S.I.; Sigal, I.K. (1989c):

The Traveling Salesman Problem - Approximate Algorithms, in: Automation and Remote Control USSR, Vol. 50 (1989), No. 11, S. 1459-1479 [Übersetzung aus: Avtomatika i Telemekhanika, No. 11/1989, S. 3-26].

Menger, K. (1932):

Botenproblem, in: Menger, K. (Hrsg.): Ergebnisse eines mathematischen Kolloquiums (9. Kolloquium, gehalten in Wien am 5. Februar 1930), Heft II, Leipzig und Berlin 1932, S. 11-12.

Meschkowski, H. (1974):

Grundlagen der euklidischen Geometrie, 2. Auflage, Zürich 1974.

Mever, M. (1979):

Operations Research, Systemforschung, Systemtheorie, in: WISU, 8. Jg. (1979), Heft 10, S. 461-468.

Michalewicz, **Z**. (1992):

Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs, Berlin u.a. 1992.

Michalski, M. (1987):

On a class of polynomially solvable travelling salesman problems, in: Zastosowania matematyki - applicationes mathematicae, Vol. 19 (1987), S. 531-539.

Miller, D.L.; Pekny, J.F. (1991):

Exact Solution of Large Asymmetric Traveling Salesman Problems, in: Science, Vol. 251 (1991), S. 754-761.

Møller, J. (1994):

Lectures on random Voronoi tessellations, Lecture Notes in Statistics, Vol. 87, New York u.a. 1994.

Moore, G.S.M.; Moore, R.E.M. (1993):

The side-lengths of Voronoi polygons for random nucleiin: Physica, Series A, Vol. 196 (1993), No. 1, S. 6-11.

Moore, R.E.M.; Angell, I.O. (1993):

Voronoi Polygons and Polyhedra, in: Journal of Computational Physics, Vol. 105 (1993), S. 301-305.

Mühlenbein, H. (1995):

Genetische Algorithmen und Evolutionstheorien - Auf der Suche nach verschollenen Schätzen, in: Der GMD-Spiegel, Nr 2/1995, o.S. [Internet: http://set.gmd.de/AS/gmdsp/muehlen.html, verifiziert 02.09.96].

Müller, G. (1980):

Untersuchungen zu Verfahren zur Lösung des symmetrischen Traveling-Salesman-Problems, Dissertation, Technische Universität Berlin, Berlin 1980.

Müller-Merbach, H. (1970):

Optimale Reihenfolgen, Ökonometrie und Unternehmensforschung, Bd. 15, Berlin u.a. 1970.

Müller-Merbach, H. (1973):

Operations Research: Methoden und Modelle der Optimalplanung, 3. Auflage, München 1973.

Müller-Merbach, H. (1975a):

Kombinatorische Probleme I: Entscheidungsbaumverfahren, in: WiSt, 4. Jg. (1975), Nr. 4, S. 178-185.

Müller-Merbach, H. (1975b):

Kombinatorische Probleme II: Heuristische Verfahren, in: WiSt, 4. Jg. (1975), Nr. 5, S. 236-243.

Müller-Merbach, H. (1976):

Morphologie heuristischer Verfahren, in: Zeitschrift für Operations Research, Bd. 20 (1976), S. 69-87.

Müller-Merbach, H. (1979):

Heuristische Verfahren, in: Beckmann, M.J. u.a. (Hrsg.): Handwörterbuch der Mathematischen Wirtschaftswissenschaften, Beckmann, M.J. (Hrsg.): Bd. III: Unternehmensforschung, Wiesbaden 1979, S. 63-69.

Mulheran, P.A. (1992):

On the statistical properties of the two-dimensional random Voronoi network, in: Philosophical Magazine Letters, Vol. 66 (1992), No. 5, S. 219-224.

Newell, A. (1969):

Heuristic Programming: Ill-structured Problems, in: Aronowsky, J. (Hrsg.): Progress in Operations Research, Vol. 3, New York 1969, S. 363-414.

Nicholson, T.A.J. (1967):

A Sequential Method for Discrete Optimization Problems and its Application to the Assignment, Travelling Salesman, and Three Machine Scheduling Problems, in: Journal of the Institute for Mathematics and Applications, Vol. 3 (1967), S. 362-375.

Nicholson, T.A.J. (1968):

A boundary method for planar travelling salesman problems, in: Operational Research Quarterly, Vol. 19 (1968), S. 445-452.

Niggli, R. (1927):

Die topologische Strukturanalyse, in: Zeitschrift für Kristallographie, Bd. 65 (1927), S. 391-415.

Norback, J.P.; Love, R.F. (1977):

Geometric approaches to solving the Traveling Salesman Problem, in: Management Science, Vol. 23 (1977), No. 11, S. 1208-1223.

Norback, J.P.; Love, R.F. (1979):

Heuristic for the Hamiltonian path problem in Euclidian two space, in: The Journal of the Operational Research Society, Vol. 30 (1979), S. 363-368.

Nowicki, E.; Smutnicki, C. (1996):

A Fast Taboo Search Algorithm for the Job Shop Problem, in: Management Science, Vol. 42 (1996), No. 6, S. 797-813.

Nurmi, K. (1991):

Travelling salesman problem tools for microcomputers, in: Computers & Operations Research, Vol. 18 (1991), No. 8, S. 741-749.

O'Rourke, J.; Booth, H.; Washington, R. (1987):

Connect-The-Dots: A New Heuristic, in: Computer Vision, Graphics, and Image Processing, Vol. 39 (1987), No. 2, S. 258-266.

o.V. (1832):

Der Handlungsreisende, wie er sein soll und was er zu thun hat, um Aufträge zu erhalten und eines glücklichen Erfolgs in seinen Geschäften gewiß zu sein. Von einem alten Commis-Voyageur, B.Fr. Voigt (Hrsg.), Ilmenau 1832.

o.V. (1987):

Auf schnellstem Wege um die Welt, in: Geo, o. Jg. (1987), Nr. 9, S. 168-170.

o.V. (1995):

Home page for Qhull, WWW, The Geometry Center, Center for the Computation and Visualization of Geometric Structures, University of Minnesota, Minneapolis 1995 [Internet: http://www.geom.umn.edu/software/qhull/, verifiziert 07.11.1997].

Okabe, A.; Boots, B.; Sugihara, K. (1992):

Spatial Tessellations: Concepts and Applications of Voronoi Diagrams, Chichester u.a. 1992.

Okabe, A.; Boots, B.; Sugihara, K. (1994):

Nearest neighbourhood operations with generalized Voronoi diagrams: a review, in: International Journal of Geographical Information Systems, Vol. 8 (1994), No. 1, S. 43-71.

Opitz, O. (1976):

Das Bellmansche Optimalitätsprinzip, in: WiSt, 5. Jg. (1976), Heft 3, S. 123-125.

Or, I. (1976):

Traveling Salesman-Type Combinatorial Problems and their Relation to the Logistics of Regional Blood Banking, Dissertation, Department of Industrial Engineering and Management Sciences, Northwestern University, Evanston (Illinois) 1976.

Orloff, C.S. (1974):

Routing a Fleet of M-vehicles to/from a Central Facility, in: Networks, Vol. 4 (1974), S. 147-162 [zitiert nach Hellmann, A., Theorie und Praxis von Routing-Problemen: Lösungsverfahren zur Tourenplanung im Eindepot- und Mehrdepot-Fall, SNV Studiengesellschaft Nahverkehr mbH (Hrsg.), Berlin, Hamburg 1984].

Osman, I.H.; Kelly, J.P. (1996b):

Metaheuristics. An overview, in: Osman, I.H.; Kelly, J.P. (Hrsg.): Metaheuristics. Theory and Applications, Boston 1996, S. 1-22.

Osman, I.H.; Kelly, J.P. (Hrsg.) (1996a):

Metaheuristics. Theory and Applications, Boston 1996.

Osman, I.H.; Laporte, G. (1996):

Metaheuristics: A bibliography, in: Annals of Operations Research, Vol. 63 (1996), S. 513-623 [Internet: http://www.baltzer.nl/anor/metah/513-623.pdf; http://www.baltzer.nl/anor/metah/625-629.pdf, verifiziert 06.07.1998].

Otten, R.H.J.M.; Ginneken, L.P.P.P. van (1989):

The Annealing Algorithm, Boston, Dordrecht, London 1989.

Ottmann, T.; Widmayer, P. (1993):

Algorithmen und Datenstrukturen, 2. Auflage, Mannheim u.a. 1993.

Otto, T. (1994):

Reiselust: Travelling Salesman - eine neue Strategie für eine alte Aufgabe, in: c't, o. Jg. (1994), Heft 1, S. 188-194.

Ozgur, C.O.; Brown, J.R. (1995):

A Two-Stage Traveling Salesman Procedure for the Single Machine Sequence-Dependent Scheduling Problem, in: Omega - International Journal on Management Science, Vol. 23 (1995), No. 2, S. 205-219.

Pack, L. (1991):

Das Traveling-Salesman-Problem und seine heuristische Lösung durch paarweisen Ortstausch, Universität Konstanz, Fakultät für Wirtschaftswissenschaften und Statistik, Serie 1, Report No. 258, Diskussionsbeiträge, Konstanz 1991.

Padberg, M.W.; Grötschel, M. (1985):

Polyhedral computations, in: Lawler, E.L.; Lenstra, J.K.; Rinnooy Kan, A.H.G.; Shmoys, D.B. (Hrsg.): The Traveling Salesman - A Guided Tour of Combinatorial Optimization, Chichester u.a. 1985, S. 307-360.

Padberg, M.W.; Hong, S. (1980):

On the Symmetric Travelling Salesman Problem: A Computational Study, in: Padberg, M.W. (Hrsg.): Combinatorial Optimization, Mathematical Programming Study 12, Amsterdam, New York, Oxford 1980, S. 78-107.

Padberg, M.W.; Rinaldi, G. (1987):

Optimization of a 532-city Symmetric Travelling Salesman Problem by Branch and Cut, in: Operations Research Letters, Vol. 6 (1987), No. 1, S. 1-7.

Padberg, M.W.; Rinaldi, G. (1989):

A Branch-and-Cut Approach to a Traveling Salesman Problem with Side Constraints, in: Management Science, Vol. 35 (1989), No. 11, S. 1393-1412.

Padberg, M.W.; Rinaldi, G. (1991):

A Branch & Cut Algorithm for the Resolution of Large-scale Symmetric Traveling Salesman Problems, in: SIAM Review, Vol. 33 (1991), S. 60-100.

Padberg, M.W.; Sung, T.Y. (1991):

An analytical comparision of different formulations of the travelling salesman problem, in: Mathematical Programming, Series B, Vol. 52 (1991), No. 2, S. 315-357.

Paletta, G. (1992):

A multiperiod traveling salesman problem: Heuristic algorithms, in: Computers & Operations Research, Vol. 19 (1992), No. 8, S. 789-795.

Panny, W. (1978):

Verfahren zur Lösung des Travelling-Salesman-Problems unter besonderer Berücksichtigung der Methode "Branch-and-Bound", Wien 1978.

Papadimitriou, C.H. (1977):

The Euclidean Traveling Salesman Problem is NP-complete, in: Theoretical Computer Science, Vol. 4 (1977), S. 237-244.

Papadimitriou, C.H. (1992):

The Complexity of the Lin-Kernighan Heuristic for the Traveling Salesman Problem, in: SIAM Journal on Computing, Vol. 21 (1992), No. 3, S. 450-465.

Papadimitriou, C.H.; Steiglitz, K. (1976):

Some Complexity Results for the Traveling Salesman Problem, in: Conference Record of the Eighth Annual ACM Symposium on Theory of Computing, Vol. 8, New York 1976, S. 1-9.

Papadimitriou, C.H.; Steiglitz, K. (1977):

On the complexity of local search for the traveling salesman problem, in: SIAM Journal on Computing, Vol. 6 (1977), No. 1, S. 76-83.

Papadimitriou, C.H.; Steiglitz, K. (1982):

Combinatorial Optimization: Algorithms and Complexity, Englewood Cliffs (New York) 1982.

Peemöller, J. (1984):

Hamiltonsche Graphen: Notwendige Bedingungen und Algorithmen, Dissertation, Hochschule der Bundeswehr, Hamburg 1984.

Penna, T.J.P. (1995):

Traveling salesman problem and Tsallis statistics, in: Physical review E, Vol. 51 (1995), No. 1, S. R1-R3.

Pensini, M.P.; Mauri, G.; Gardin, F. (1991):

Flowshop and Travelling Salesman Problem, in: Becker, J.D.; Eisele, I.; Muendemann, F.W. (Hrsg.): Parallelism, Learning, Evolution. Proceedings, Lecture Notes in Computer Science, Vol. 565, Berlin u.a. 1991, S. 157-182.

Perttunen, J. (1994):

On the Significance of the Initial Solution in Travelling Salesman Heuristics, in: Journal of the Operational Research Society, Vol. 45 (1994), No. 10, S. 1131-1140.

Pesch, E.; Voß, S. (1995):

Strategies with memories: local search in an application oriented environment - Applied local search - a prologue, in: Operations Research Spektrum, Vol. 17 (1995), S. 55-66.

Petrie, W.M.F. (1899):

Sequences in prehistoric remains, in: Journal of the Anthropological Institute, N.S., Vol. 29 (1899), S. 295-301.

Pfluger, P. (1968):

Diskussion der Modellwahl am Beispiel des Traveling-Salesman Problems, in: Weinberg, F. (Hrsg.): Einführung in die Methode Branch and Bound, Beckmann, M.; Künzi, H.P. (Hrsg.): Lecture Notes in Operations Research and Mathematical Economics, Berlin, Heidelberg, New York 1968, S. 88-106.

Pfohl, H.C.; Hebel, R. (1982):

Bewertung heuristischer Methoden, in: Zeitschrift für Operations Research, 26. Jg. (1982), S. B123-B139.

Plante, R.D. (1982):

United States Patent No. 4,327,495 (May 1982). Assignee: The L.S. Starrett Company, Athol, Massachussets.

Plante, R.D. (1988):

The nozzle guide vane problem, in: Operations Research, Vol. 36 (1988), S. 18-33.

Plante, R.D.; Lowe, T.J.; Chandrasekaran, R. (1987):

The Product Matrix Traveling Salesman Problem: An Application and Solution Heuristic, in: Operations Research, Vol. 35 (1987), No. 5, S. 772-783.

Potvin, J.-Y. (1993):

The Traveling Salesman Problem: An Neural Network Perspective, in: ORSA Journal on Computing, Vol. 5 (1993), No. 4, S. 328-348.

Potvin, J.-Y.; Guertin, F. (1996):

The Clustered Traveling Salesman Problem: A Genetic Approach, in: Osman, I.H.; Kelly, J.P. (Hrsg.): Metaheuristics. Theory and Applications, Boston 1996, S. 619-632.

Potvin, J.-Y.; Rousseau, J.M. (1990):

Computational experiments with exchange procedures for the multiple traveling salesman problem with time windows, Publication 695, Centre de Recherche sur les Transports, Montreal 1990.

Punnen, A.P. (1992):

Traveling salesman problem under categorization, in: Operations Research Letters, Vol. 12 (1992), No. 2, S. 89-95.

Rajan, V.T. (1994):

Optimality of the Delaunay Triangulation in \mathbb{R}^d , in: Discrete and Computational Geometry, Vol. 12 (1994), No. 2, S. 189-202.

Randow, T.v. (1991):

[Theorie der Komplexität]: Eine schwierige Rundreise - Ein fast gelöstes Rätsel erfreut Industrielle und Mathematiker, in: Die Zeit, Nr. 12, 15.03.1991, [Wissenschaft], S. 100.

Ratliff, H.D.; Rosenthal, A.S. (1983):

Order-Picking in a Rectangular Warehouse: a Solvable Case of the Traveling Salesman Problem, in:Operations Research, Vol. 31 (1981), No. 3, S. 507-521.

Reddi, S.S.; Ramamoorthy, C.V. (1972):

On the flow-shop sequencing problem with no wait in process, in: Operational Research Quarterly, Vol. 23 (1972), S. 323-331.

Reese, J. (1980):

Standort- und Belegungsplanung für Maschinen in mehrstufigen Produktionsprozessen, Berlin, Heidelberg, New York 1980.

Reichardt, E. (1980):

Modelle und Verfahren der Unternehmensforschung zur Lösung von Tourenplanungsproblemen, Dissertation, Universität Regensburg, Regensburg 1980.

Reinelt, G. (1989):

Fast Heuristics for Large Geometric Traveling Salesman Problems, Report No. 185, Schwerpunktprogramm der Deutschen Forschungsgemeinschaft, Anwendungsbezogene Optimierung und Steuerung, Institut für Mathematik, Universität Augsburg, Augsburg 1989 [zgl. in: ORSA Journal on Computing, Vol. 4 (1992), S. 206-217].

Reinelt, G. (1990a):

TSPLIB - A Traveling Salesman Problem Library, Report No. 250, Schwerpunktprogramm der Deutschen Forschungsgemeinschaft, Anwendungsbezogene Optimierung und Steuerung, Institut für Mathematik, Universität Augsburg, Augsburg 1990.

Reinelt, G. (1990b):

Polyedrische Methoden zur Lösung großer kombinatorischer Optimierungsprobleme, Beitrag zum Fachgespräch "Ohne Theorie keine Anwendungen", Proceedings 20. GI-Jahrestagung 1990, Heidelberg 1990 [Internet: http://www.iwr.uni-heidelberg.de/iwr/comopt/publications/gi90.PS.gz, verifiziert 01.06.1997].

Reinelt, G. (1991a):

TSPLIB - Version 1.2, Report No. 330, Schwerpunktprogramm der Deutschen Forschungsgemeinschaft, Anwendungsbezogene Optimierung und Steuerung, Institut für Mathematik, Universität Augsburg, Augsburg 1991.

Reinelt, G. (1991b):

TSPX - A Software Package for Traveling Salesman Problem Solving - User's guide, Report No. 346, Schwerpunktprogramm der Deutschen Forschungsgemeinschaft, Anwendungsbezogene Optimierung und Steuerung, Institut für Mathematik, Universität Augsburg, Augsburg 1991.

Reinelt, G. (1991c):

TSPX 2.0 - User's and Programmer's Guide, Universität Augsburg, Augsburg 1991.

Reinelt, G. (1991d):

TSPLIB - A traveling salesman problem library, in: ORSA Journal on Computing, Vol. 3 (1991), No. 4, S. 376-384.

Reinelt, G. (1994):

The Traveling Salesman: Computational Solutions for TSP Applications, Lecture Notes in Computer Science, Vol. 840, Berlin u.a. 1994.

Reinelt, G. (1995):

TSPLIB 95, Arbeitspapier, Interdisziplinäres Zentrum für Wissenschaftliches Rechnen der Universität Heidelberg, Universität Heidelberg, Heidelberg 1995 [Internet: http://www.iwr.uni-heidelberg.de/iwr/comopt/soft/TSPLIB95/DOC.PS.gz, verifiziert 01.06.1997].

Reinelt, G.; Jünger, M. (1994):

Verfahrwegoptimierung bei Maskenerstellung und Produktion von Leiterplatten, DGOR, Praxis des Operations Research - Kurzbericht, Heidelberg/Köln 1994 [Internet: http://www.iwr.uni-heidelberg.de/iwr/comopt/publications/dgor.PS.gz, verifiziert 01.06.1997].

Reinholz, A. (1995):

Genetische Algorithmen: Transport-Optimierung und Tourenplanung für ein zentrales Auslieferungsdepot, in: Der GMD-Spiegel, Nr. 2/1995, o.S. [Internet: http://borneo.gmd.de/AS/gmdsp/reinholz.html, verifiziert 02.09.96].

Renaud, J.; Boctor, F. F. (1998):

An efficient composite heuristic for the symmetric generalized traveling salesman problem, in: European Journal of Operational Research, Vol. 108 (1998), No. 3, S. 571-584.

Renaud, J.; Boctor, F.F.; Laporte, G. (1996):

A Fast Composite Heuristic for the Symmetric Traveling Salesman Problem, in: Institute for Operations Research and the Managements Sciences Journal on Computing, Vol. 8 (1996), No. 2, S. 134-143.

Retzko, R.; Schumann, M. (1994):

Einsatzmöglichkeiten von Künstlichen Neuronalen Netzen für Rundreiseprobleme im Vergleich mit alternativen Verfahren, Arbeitspapier, Georg-August-Universität Göttingen, Abteilung Wirtschaftsinformatik II, Göttingen 1994.

Righini, G.; Trubian, M. (1995):

A worst-case analysis of two approximate algorithms for the asymmetric travelling salesman problem, in: European Journal of Operational Research, Vol. 81 (1995), No. 3, S. 553-556.

Robinson, W.S. (1951):

A method for chronologically ordering archaeological deposits, in: American Antiquity, Vol. 16 (1951), S. 293-301.

Röck, H. (1984):

The three-machine no-wait flow shop is *NP*-complete, in: Journal of the ACM, Vol. 31 (1984), No. 2, S. 336-345.

Rohe, A. (1997):

Parallele Heuristiken für sehr große Traveling Salesman Probleme, Diplomarbeit am Forschungsinstitut für Diskrete Mathematik, Universität Bonn, Bonn 1997 [Internet: http://www.or.uni-bonn.de/home/rohe/diplom.ps.gz, verifiziert 06.12.1997].

Rosenkrantz, D.J.; Stearns, R.E.; Lewis II, P.M. (1977):

An Analysis of Several Heuristics for the Traveling Salesman Problem, in: SIAM Journal on Computing, Vol. 3 (1977), No. 6, S. 563-581.

Rossier, Y.; Troyon, M.; Liebling, T.M. (1986):

Probabilistic Exchange Algorithms and Euclidean Traveling Salesman Problems, in: Operations Research-Spektrum, 8. Jg. (1986), Nr. 3, S. 151-164.

Rothkopf, M. (1966):

The Traveling Salesman Problem: On the Reduction of Certain Large Problems to smaller ones, in: Operations Research, Vol. 14 (1966), S. 532-533.

Roychoudhury, B.; Muth, J.F. (1995):

The Solution of Travelling Salesman Problems Based on Industrial Data, in: Journal of the Operational Research Society, Vol. 46 (1995), No. 3, S. 347-353.

Rudolph, G.; Schwefel, H.-P. (1994):

Evolutionäre Algorithmen - ein robustes Optimierkonzept, in: Physikalische Blätter, 50. Jg. (1994), Nr. 3, S. 236-238.

Ruján, P.; Evertsz, C.; Lyklema, J.W. (1988):

A Laplacian Walk for the Travelling Salesman, in: Europhysic Letters, Vol. 7 (1988), No. 3, S. 191-195.

Salvador, M.S. (1978):

Scheduling and Sequencing, in: Moder, J.J.; Elmaghraby, S.E. (Hrsg.): Handbook of Operations Research - Models and Applications, New York u.a. 1978, S. 268-300.

Savage, S.; Weiner, P.; Bagchi, A. (1976):

Neighborhood Search Algorithms for Guaranteeing Optimal Traveling Salesman Tours Must Be Inefficient, in: Journal of Computer and System Sciences, Vol. 12 (1976), S. 25-35.

Savelsbergh, M.W.P. (1986):

Local Search for Routing Problems with Time Windows, in: Annals of Operations Research, Vol. 4 (1986), S. 285-305.

Schlageter, W. (1978):

Über einige Problemverwandtschaften im Umkreis des Handlungsreisendenproblems, Dissertation, Universität Regensburg, Regensburg 1978.

Schmitt, L.J.; Amini, M.M. (1995):

An Empirical Study of Genetic Algorithmic Approaches for solving the Traveling Salesman Problem, Working Paper, TN 38104, Department of Information Technology Management, Christian Brothers University, Memphis 1995.

Schnabl, H. (1995):

Neuronale Netze in der Ökonomie, in: WiSt, 24. Jg. (1995), Heft 6, S. 317-319.

Schön, M. (1989):

Simulated-annealing und das Traveling Salesman Problem, o.O. 1989.

Schönlein, A. (1974):

Ein effizientes Branch und Bound Verfahren zur Lösung des asymmetrischen Problems des Handlungsreisenden, Dissertation, Universität Köln, Köln 1974.

Scholl, A.; Domschke, W.; Klein, R. (1998a):

Logistik: Aufgaben der Tourenplanung, in: WISU, 27. Jg. (1998), Nr. 1, S. 62-67.

Scholl, A.; Domschke, W.; Klein, R. (1998b):

Logistik: Methoden der Tourenplanung (II), in: WISU, 27. Jg. (1998), Nr. 3, S. 251-256.

Schutten, J.M.J.; van de Velde, S.L.; Zijm, W.H.M. (1996):

Single-machine Scheduling with Release Dates, Due Dates and Family Setup Times, in: Management Science, Vol. 42 (1996), No. 8, S. 1165-1174.

Schwefel, H.-P.; Hammel, U.; Bäck, T. (1994):

Evolutionäre Algorithmen: Optimieren nach dem Vorbild der biologischen Evolution, in: Der GMD-Spiegel, o.Jg. (1994), Nr. 1/2, S. 49-58.

Sedgewick, R. (1992):

Algorithmen, 1. Nachdruck, Bonn, München, Reading u.a. 1992.

Segal, A.; Zhang, R.; Tsai, J. (1991):

A New Heuristic Method for Traveling Salesman Problem, Department of Electrical Engineering and Computer Science, University of Illinois, Chicago 1991.

Selen, W.J.; Heuts, R.M.J. (1990):

Operational production planning in a chemical manufacturing environment, in: European Journal of Operational Research, Vol. 45 (1990), No. 1, S. 38-46.

Shamos, M.I. (1978):

Computational Geometry, Ph.D. Thesis, Yale University, Computer Science Department, New Haven (Connecticut) 1978.

Shamos, M.I. (1996):

Re: Traveling Salesman Problem and Delaunay Graphs, Posting in der Newsgroup "comp.theory" vom 24. November 1996 [Referenzadresse: shamos@ix.netcom.com].

Shamos, M.I.; Hoey, D. (1975):

Closest-point problems, in: Proceedings of the 16th Annual IEEE Symposium on the Foundations of Computer Science, o.O. 1975, S. 151-162.

Sharda, R. (1994):

Neural Networks for the MS/OR Analyst: An Application Bibliography, in: Interfaces, Vol. 24 (1994), No. 2, S. 116-130.

Shewchuk, J.R. (1996):

Triangle: Engineering a 2D Quality Mesh Generator and Delaunay Triangulator, in: Proceedings of the First Workshop on Applied Computational Geometry, Philadelphia (Pennsylvania) 1996, S. 124-133, [Internet: http://www.cs.cmu.edu/afs/cs/project/quake/public/papers/triangle.ps, verifiziert 07.11.1997; zgl. in: Lin, M.C.; Manocha, D. (Hrsg.): Applied Computational Geometry. Towards Geometric Engineering. Selected Papers, Lecture Notes in Computer Science, Vol. 1148, Berlin u.a. 1996, S. 203-222].

Shewchuk, J.R. (o.J.):

Triangle - A Two-Dimensional Quality Mesh Generator and Delaunay Triangulator, WWW, School of Computer Science, Carnegie Mellon University, Pittsburgh o.J. [Internet: http://www.cs.cmu.edu/~quake/triangle.html, Quellcode auch unter http://netlib.bell-labs.com/netlib/voronoi/triangle.shar.gz, verifiziert 07.11.1997].

Shuchat, A. (1984):

Matrix and Network Models in Archaeology, in: Mathematics Magazine, Vol. 57 (1984), No. 1, S. 3-14.

Sibson, R. (1978):

Locally equiangular triangulations, in: The Computer Journal, Vol. 21 (1978), No. 3, S. 243-245.

Sibson, R. (1980):

The Dirichlet tessellation as an aid in data analysis, in: Scandinavian Journal of Statistics, Vol. 7 (1980), S. 14-20.

Sigal, I.K. (1991):

A Decomposition Approach to Solving the Travelling Salesman Problem of Large Dimensionality and Some Applications, in: Soviet Journal of Computer and Systems Sciences, Vol. 29 (1991), No. 6, S. 48-58 [Englische Übersetzung; Original publiziert in Tekhnicheskaya Kibernetika, No. 6, 1990, S. 143-155].

Sillaber, A.H. (1986):

A Continuous Linear Optimization Model for the Exact Solution of Travelling-Salesman-Problems in Connexion with Expansion Planning of Ring Networks, in: Zeitschrift für Operations Research, Serie B: Praxis, Bd. 30 (1986), Nr. 4, S. B77-B89.

Simchi-Levi, D. (1992):

Hierarchical Planning for probabilistic Distribution Systems in Euclidean Spaces, in: Management Science, Vol. 38 (1992), No. 2, S. 198-211.

Simchi-Levi, D.; Berman, O. (1987):

Heuristics and Bounds for the Traveling Salesman Location Problem on the Plane, in: Operations Research Letters, Vol. 5 (1987), No. 6, S. 243-248.

Smieja, F.; Mühlenbein, H. (1991):

Von und mit der Evolution lernen, in: Der GMD-Spiegel, o.Jg. (1991), Nr. 2, S. 32-35.

Smith, T.H.C.; Thompson, G.L. (1977):

A LIFO Implicit Enumeration Search Algorithm for the Symmetric Traveling Salesman Problem Using Held and Karp's 1-Tree Relaxation, in: Annals of Discrete Mathematics, Vol. 1 (1977), S. 479-493.

Sniedovich, M. (1993):

A Dynamic Programming Algorithm for the Travelling Salesman Problem, in: APL Quote Quad, Vol. 23 (1993), No. 4, S. 1-2.

Solomon, M.; Desrosiers, J. (1988):

Time window constrained routing and scheduling problems, in: Transportation Science, Vol. 22 (1988), No. 1, S. 1-13.

Sondergeld, L.; Voß, S. (1997):

Optimierung mit dem Ameisen-System, in: WiSt, 26. Jg. (1997), Heft 11, S. 568-573.

Späth, H.; Gutgesell, W. (1972):

Zur optimalen Darstellung von Profilen, in: Angewandte Informatik, 12. Jg. (1972), S. 575-577.

Spresser, D.M. (1989):

The travelling salesman problem: selected algorithms and heuristics, in: International Journal of Mathematical Education Technology, Vol. 20 (1989), No. 6, S. 827-839.

Stadler, P.F.; Schnabl, W. (1991):

The landscape of the traveling salesman problem, Preprint 91.47, Sonderforschungsbereich 343: Diskrete Strukturen in der Mathematik, Universität Bielefeld, Bielefeld 1991.

Steckhan, H.; Thome, R. (1971):

Vereinfachungen der Eastmanschen Branch-bound-Lösung für symmetrische Reihenfolgeprobleme, Diskussionsschrift Nr. 11, Alfred-Weber-Institut, Fachgruppe Wirtschaftswissenschaften, Universität Heidelberg, Heidelberg 1971.

Stewart, W.R. (1977):

A Computationally Efficient Heuristic for the Traveling Salesman Problem, in: Proceedings of the 13th Annual Meeting of S.E. The Institute of Management Science, o.O. 1977, S. 75-85 [zitiert nach: Golden, B.L.; Stewart, W.R., Empirical analysis of heuristics, in: Lawler, E.L.; Lenstra, J.K.; Rinnooy Kan, A.H.G.; Shmoys, D.B. (Hrsg.): The Traveling Salesman - A Guided Tour of Combinatorial Optimization, Chichester u.a. 1985, S. 207-250].

Stewart, W.R. jr. (1981):

New Algorithms for Deterministic and Stochastic Vehicle Routing Problems, Ph.D. thesis, University of Maryland, College Park 1981.

Stewart, W.R. jr. (1992):

Euclidean traveling salesman problems and Voronoi diagrams, Manuscript, College of William and Mary, o.O. 1992 [zitiert nach: Dillencourt, M.B., Finding Hamiltonian cycles in Delaunay triangulations is NP-complete, in: Discrete Applied Mathematics, Vol. 64 (1996), S. 207-217].

Stoer, J. (1994):

Numerische Mathematik 1, 7. Auflage, Berlin u.a. 1994.

Stoyan, D.; Lippmann, G. (1993):

Models of Stochastic Geometry - A Survey, in: ZOR - Methods and Models of Operations Research, Vol. 38 (1993), S. 235-260.

Strebel, H. (1984):

Industriebetriebslehre, Stuttgart u.a. 1984.

Streim, H. (1975):

Heuristische Lösungsverfahren - Versuch einer Begriffsklärung, in: Zeitschrift für Operations Research, Bd. 19 (1975), S. 143-162.

Su, T.-H.; Chang, R.-C. (1991):

Computing the constrained relative neighborhood graphs and constrained Gabriel graphs in Euclidean plane, in: Pattern Recognition, Vol. 24 (1991), No. 3, S. 221-230.

Sugihara, K. (1988):

A Simple Method for Avoiding Numerical Errors and Degeneracy in Voronoi Diagram Construction, Research Memorandum RMI 88-14, Faculty of Engineering, University of Tokyo, Tokyo 1988 [zgl. in: The Institute of Electronics, Information and Communication Engineers Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences, Vol. E75-A (1992), No. 4, S. 468-477].

Sun, T.; Meakin, P.; Jøssang, T. (1993):

A fast optimization method based on a hierarchical strategy for the travelling salesman problem, in: Physica A., Vol. 199 (1993), No. 2, S. 232-242.

Svestka, J.A.; Huckfeldt, V.E. (1973):

Computational Experience with m-salesman Traveling Salesman Algorithm, in: Management Science, Vol. 19 (1973), S. 790-799.

Syswerda, G. (1991):

Schedule optimization using genetic algorithms, in: Davis, L. (Hrsg.): Handbook of Genetic Algorithms, New York 1991, S. 332-349.

Tanemura, M.; Ogawa, T.; Ogita, N. (1983):

A New Algorithm for Three-Dimensional Voronoi Tessellation, in: Journal of Computational Physics, Vol 51 (1983), S. 191-207.

Tang, A.Y.-C.; Leung, K.-S. (1994):

A Modified Edge Recombination Operator for the Travelling Salesman Problem, in: Davidor, Y.; Schwefel, H.P.; Maenner, R. (Hrsg.): Parallel Problem Solving from Nature - PPSN III. Proceedings. Lecture Notes in Computer Science, Vol. 68 (1994), No. 866, S. 180-188.

Tassiulas, L. (1997):

Worst Case Length of Nearest Neighbor Tours for the Euclidean Traveling Salesman Problem, in: SIAM Journal on Discrete Mathematics, Vol. 10 (1997), No. 2, S. 171-179.

Tate, D.M.; Tunasar, C.; Smith, A.E. (1994):

Genetically Improved Presequences for Euclidean Traveling Salesman Problems, in: Mathematical and Computer Modelling, Vol. 20 (1994), No. 2, S. 135-143.

Thiessen, A.H.; Alter, J.C. (1911):

Precipitation Averages for large Areas, in: Monthly Weather Review, Vol. 39 (1911), S. 1082-1084.

Thornton, J.; Sattar, A. (1996):

An Integer Programming-Based Nurse Rostering System, in: Lecture Notes in Computer Science, Vol. 1179 (1996), S. 357-385.

Thüring, B. (1959):

Die exakte Ermittlung des kürzesten Rundreiseweges, in: BTA Sonderheft 1959, S. 3-15.

Thüring, B. (1961):

Zum Problem der exakten Ermittlung des kürzesten Rundreiseweges, in: Elektronische Datenverarbeitung, Bd. 3 (1961), S. 147-156.

Tinhofer, G. (1976):

Methoden der angewandten Graphentheorie, Wien, New York 1976.

Tipper, J.C. (1995):

Assessing geometric algorithms: some comments arising from the paper "Fast topological construction of Delaunay triangulations and Voronoi diagrams" by Victor J.D. Tsai, in: Computers & Geosciences, Vol. 21 (1995), No. 3, S. 433-436.

Toussaint, G.T. (1980):

The Relative Neighborhood Graph of a finite planar set, in: Pattern Recognition, Vol. 12 (1980), S. 261-268.

Townsend, P. (1986):

An application of the assignment model to bus crew rostering, in: The Institute of Mathematics and its Applications Journal of Mathematics in Management, Vol. 1 (1986), S. 45-52.

Tsai, V.J.D. (1993):

Fast topological construction of Delaunay triangulations and Voronoi diagrams, in: Computers & Geosciences, Vol. 19 (1993), No. 10, S. 1463-1474.

Tsai, V.J.D.; Vonderohe, A.P. (1991):

A generalized algorithm for the construction of Delaunay triangulations in Euclidean *n*-space, in: Annual Conference on Geographic Information Systems/Land Information Systems '91 Proceedings, Vol. 2 (1991), Atlanta (Georgia), S. 562-571.

Tsitsiklis, J.N. (1992):

Special Cases of Traveling Salesman and Repairman Problems with Time Windows, in: Networks, Vol. 22 (1992), No. 3, S. 263-282.

Tsubakitani, S.; Evans, J.R. (1993):

A Two-Dimensional Mapping for the Traveling Salesman Problem, in: Computers & Mathematics with Applications, Vol. 26 (1993), No. 12, S. 65-73.

Ulrich, W. (1976a):

Einführung in die heuristischen Methoden des Problemlösens, in: WISU, 5. Jg. (1976), Heft 6, S. 251-256.

Ulrich, W. (1976b):

Einführung in die heuristischen Methoden des Problemlösens (II): Diskursive Heuristik als Systemmethode und Systemanalyse, in: WISU, 5. Jg. (1976), Heft 9, S. 401-406.

Ulrich, W. (1977a):

Einführung in die heuristischen Methoden des Problemlösens (III): Intuitive Heuristik: Einführung in die gruppendynamischen Methoden des Problemlösens; das Brainstorming, in: WISU, 6. Jg. (1977), Heft 2, S. 51-56.

Ulrich, W. (1977b):

Einführung in die heuristischen Methoden des Problemlösens (IV): Intuitive Heuristik: Die Synektik (I), in: WISU, 6. Jg. (1977), Nr. 5, S. 199-204.

Ulrich, W. (1977c):

Einführung in die heuristischen Methoden des Problemlösens (V): Intuitive Heuristik: Die Synektik (II), in: WISU, 6. Jg. (1977), Nr. 6, S. 247-253.

Ulrich, W. (1977d):

Einführung in die heuristischen Methoden des Problemlösens (VI): Intuitive Heuristik, Schöpferische Entwicklung, in: WISU, 6. Jg. (1977), Nr. 9, S. 395-401.

Vajna, S.; Schlingensiepen, J. (1990):

Wörterbuch der C-Technologien, Heidelberg 1990.

Vazsonyi, A. (1993):

Where We Ought to Be Going: The Potential of Spreadsheets, in: Interfaces, Vol. 23 (1993), Nr. 5, S. 26-39.

Veen, J.A.A. van der; Sierksma, G.; van Dal, R. (1991):

Pyramidal tours and the traveling salesman problem, in: European Journal of Operational Research, Vol. 52 (1991), No. 1, S. 90-102.

Venkataraman, G.; Athithan, G. (1991):

Spin glass, the travelling salesman problem, neural networks and all that, in: Pramãna - Journal of Physics, Vol. 36 (1991), No. 1, S. 1-77.

Virtel, M. (1992):

Genetische Software - Kampf ums Dasein, in: CHIP, o.Jg. (1992), Nr. 12, S. 56-59.

Voigt, H.-M. (1987):

Evolution und Optimierung: ein populationsgenetischer Zugang zu kombinatorischen Optimierungsproblemen, Dissertation, Akademie der Wissenschaften der DDR, Berlin 1987.

Volgenant, A. (1990):

Symmetric traveling salesman problems, in: European Journal of Operational Research, Vol. 49 (1990), S. 153-154.

Volgenant, T.; Jonker, R. (1987):

On Some Generalizations of the Travelling-Salesman Problem, in: Journal of the Operational Research Society (UK), Vol. 38 (1987), No. 11, S. 1073-1079.

Voronoi, G.F. (1908):

Nouvelles applications des paramètres continus à la théorie des formes quadratiques, Deuxième Memoire, Recherches sur les parallelloèdres primitifs, in: Journal für die Reine und Angewandte Mathematik, Bd. 134 (1908), S. 198-287 [vollständig: Bd. 133 (1908), S. 97-178; Bd. 136 (1909), S. 67-181].

Voudouris, C.; Tsang, E. (1995):

Guided Local Search, Technical Report CSM-247, Department of Computer Science, University of Essex, Colchester 1995 [Internet: http://cswww.essex.ac.uk/CSP/papers/CSM-247.ps.z, verifiziert 21.06.1997].

Wäscher, G. (1996):

Mit uns die Sintflut? - Local Search-Verfahren für ein Traveling Salesman-Problem in der Produktionswirtschaft, in: Werners, B.; Gabriel, R. (Hrsg.): Aktuelle Methoden und Anwendungen des Operations Research - Beiträge zu einem Workshop, Arbeitsbericht Nr. 64 des Institutes für Unternehmensführung und Unternehmensforschung, Ruhr-Universität Bochum, Bochum 1996, S. 19-31.

Warburton, A.R. (1993):

Worst-case analysis of some convex hull heuristics for the Euclidean travelling salesman problem, in: Operations Research Letters, Vol. 13 (1993), No. 1, S. 37-42.

Warren, R.H. (1991):

Polynomially solvable traveling salesman problems, in: Zastosowania matematyki - applicationes mathematicae, Vol. 21 (1991), No. 2, S. 283-287.

Warren, R.H. (1994):

Special Cases of the Traveling Salesman Problem, in: Applied mathematics and computation, Vol. 60 (1994), No. 2/3, S. 171-177.

Waters, C.D.J.; Brodie, G.P (1987):

Realistic sizes for routing problems, in: Journal of the Operational Research Society, Vol. 38 (1987), No. 6, S. 565-566.

Watson, D.F. (1981):

Computing the *n*-dimensional Delaunay tessellation with application to Voronoi polytopes, in: The Computer Journal, Vol. 24 (1981), No. 2, S. 167-172.

Webb, M.H.J. (1971):

Some Methods of Producing Approximate Solutions to Travelling Salesman Problems with Hundreds or Thousands of Cities, in: Operational Research Quarterly, Vol. 22 (1971), No. 1, S. 49-66.

Weber, H.H. (1972):

Einführung in Operations Research, Frankfurt am Main 1972.

Weiser, C. (1995):

Verfahren der dynamischen Optimierung, in: WiSt, 24. Jg. (1995), Heft 2, S. 71-75.

Wendt, O. (1995):

Tourenplanung durch Einsatz naturanaloger Verfahren: Integration von genetischen Algorithmen und simulated annealing, Wiesbaden 1995.

White, C.H.; Wilson, R.C. (1977):

Sequence dependent setup times and job sequencing, in: International Journal of Production Research, Vol. 15 (1977), S. 191-202.

Whitley, D.; Starkweather, T.; Fuquay, D'A. (1989):

Scheduling Problems and Traveling Salesman: The Genetic Edge Recombination Operator, in: Schaffer, D.J. (Hrsg.): Proceedings of the Third International Conference on Genetic Algorithms, San Mateo (California) 1989, S. 133-140.

Wiel, R.J. van der; Sahinidis, N.V. (1996):

An Exact Solution Approach for the Time-Dependent Traveling-Salesman Problem, in: Naval Research Logistics, Vol. 43 (1996), No. 6, S. 797-820.

Wigner, E.; Seitz, F. (1933):

On the constitution of metallic sodium, in: Physical Review, Vol. 43 (1933), S. 804-810.

Wilkinson, E.M. (1974):

Techniques of Data Analysis: Seriation Theory, in: Archaeo-Physica: Technische und Naturwissenschaftliche Beiträge zur Feldarchäologie, Vol. 5 (1974), S. 1-142.

Wiorkowski, J.J.; McElvain, K. (1975):

A rapid heuristic algorithm for the approximate solution of the traveling salesman problem, in: Transportation Research, Vol. 9 (1975), S. 181-185.

Witte, T. (1979a):

Planungsüberlegungen in lösungsdefekten Problemsituationen (I), in: WISU, 8. Jg. (1979), Nr. 9, S. 437-440.

Witte, T. (1979b):

Planungsüberlegungen in lösungsdefekten Problemsituationen (II), in: WISU, 8. Jg. (1979), Nr. 10, S. 490-492.

Witte, T. (1981):

Grundelemente heuristischen Planens in schlechtstrukturierten Problemsituationen, in: WISU, 10. Jg. (1981), Nr. 7, S. 328-332.

Wölker, M. (1992):

Künstliche neuronale Netze zur Optimierung der Tourenplanung in der Kommissionierung, in: Zeitschrift für Logistik, o.Jg. (1992), Nr. 5, S. 40-44.

Woitschach, M.; Elsässer, P. (1959):

Fahrtroutenermittlung mit der IBM 305, in: IBM-Nachrichten, 9. Jg. (1959), Heft 140, S. 928-931.

Wong, C.K. (1980):

Minimizing Expected Head Movement in One-Dimensional and Two-Dimensional Mass Storage Systems, in: Computing Surveys, Vol. 12 (1980), No. 2, S. 167-178.

Wren, A. (1971):

Computers in Transport, Planning and Operation, London 1971 [Zitiert nach: Laporte, G., The Vehicle Routing Problem: An overview of exact and approximate algorithms, in: European Journal of Operational Research, Vol. 59 (1992), No. 3, S. 345-358].

Wren, A.; Holliday, A. (1972):

Computer scheduling of vehicles from one or more depots to a number of delivery points, in: Operations Research Quarterly, Vol. 23 (1972), S. 333-344 [Zitiert nach: Laporte, G., The Vehicle Routing Problem: An overview of exact and approximate algorithms, in: European Journal of Operational Research, Vol. 59 (1992), No. 3, S. 345-358].

Xing, Y.G. (1995):

Transformation of multidepot multisalesmen problem to the standard travelling salesman problem, in: European Journal of Operational Research, Vol. 81 (1995), S. 557-560.

Xu, X.; Tsai, W.T. (1991):

Effective Neural Algorithms for the Traveling Salesman Problem, in: Neural Networks, Vol. 4 (1991), No. 2, S. 193-205.

Yang, C. (1988):

The worst case analysis of the largest angle method for the travelling salesman problem - a note, in: Asia-Pacific Journal of Operational Research, Vol. 5 (1988), S. 1-9.

Zachariasen, M.; Dam, M. (o.J.):

Tabu Search on the Geometric Traveling Salesman Problem, Manuskript, Kopenhagen (Dänemark), o.J. [zgl. in: Osman, I.H.; Kelly, J.P. (Hrsg.): Metaheuristics. Theory and Applications, Boston 1996, S. 571-587].

Zweig, G. (1995):

An effective tour construction and improvement procedure for the traveling salesman problem, in: Operations Research, Vol. 43 (1995), No. 6, S. 1049-1057.