Besprechung der Übung am 25.04.2023

In der Datei `uebung01-IMU.csv` finden Sie Beschleunigungs- und Drehratenmessungen einer inertialen Messplattform (IMU) mit sechs Freiheitsgraden, die zu einer simulierten, schwerefeldfreien Flugtrajektorie gehören. In der Datei `uebung01-REF.csv` finden Sie die simulierte Trajektorie als Referenz.

Anmerkungen zu den Daten:
Die Datei enthält eine Header-Zeile mit Beschreibung der Daten und Einheiten. Die Messwerte sind im Platform System, welches mit dem Body System übereinstimmt.

Aufgabe 1 *(6 Punkte)*

Führen Sie nun folgende Aufgaben durch:

a) Bestimmen Sie den Geschwindigkeits- und den Positionsverlauf des Sensors, sowie dessen Orientierung durch numerische Integration der Strap-down Gleichungen im e-System. Die Startwerte der Integration entnehmen Sie der Referenztrajektorie zum Zeitpunkt 0. Verwenden Sie als numerischen Integrator das Heun Verfahren.

b) Plotten Sie die Position der Referenz und Ihrer Lösung in einem lokalen Positionsplot (Ost auf der x-Achse, Nord auf der y-Achse) mit Ursprung bei Latitude und Longitude 0 deg.

   Hinweis: Wenn Sie die Erdkrümmung vernachlässigen, lässt sich der lokale Positionsplot direkt mit Ihren integrierten Positionen plotten.

c) Plotten Sie die Höhe und die Geschwindigkeit in Nord, Ost und über der Zeit.

d) Rechnen Sie sich die Flugwinkel Roll, Pitch und Yaw zu jedem Zeitpunkt aus und stellen Sie diese grafisch über der Zeit dar.

Nominal

Aufgabe 2 *(4 Punkte)*

Vergleichen Sie als zweites numerisches Verfahren zur Integration das Runge-Kutta Verfahren erster Ordnung mit den bisherigen Ergebnissen aus Augabe 1 und 2 (alle plots) und erläutern Sie kurz welches Verfahren besser funktioniert und wieso. Fallen Ihnen Unregelmäßigkeiten auf?

RK-阶和Heun相比，在Rotation上会积累错误，导致结果错误

Erdrotation

$$\frac{2\pi}{24\times 60\times 60} = \omega_E \Rightarrow \Omega_{ie}^{e} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_E & 0 \\ \omega_E & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad 5.3$$

$$\omega = \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \Rightarrow \Omega_E = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix} \quad 44.$$

RBF data $\underbrace{Lat \quad Lon}_{deg \to Rad}$ Alti $\underbrace{V_N \quad V_E \quad V_D}$ $\underbrace{R \quad P \quad Y}_{deg \to Rad}$

$V = C_n^e \cdot V_{NED}$

$x_0 = RBF(0)$ start position + pose

IMU data $\underbrace{a_x \quad a_y \quad a_z}_{m/s^2}$ $\underbrace{g_x \quad g_y \quad g_z}_{rad/s}$

a_p $\quad\quad$ ω_{ip}^{p}

~~X_0 von Kugelkoor → Kartesischen~~

~~$(r, \lambda, \varphi) \Rightarrow$~~

~~Alt Lat Lon~~

~~$x = r \cdot \cos\lambda \cos\varphi$~~

~~$y = r \cdot \cos\lambda \sin\varphi$~~

$z = r \cdot \sin\lambda$

InN 1.17

$C_p^e = C_n^e \cdot C_b^n$ wobei $C_n^e = C(3, -\lambda) \cdot C(2, \phi + \frac{\pi}{2})$ InS 5.4

$C_b^n = C(3, -Y) \cdot C(2, -P) \cdot C(1, -R)$ InS 4.17

$\Omega_{ie}^{p} = C_p^e \cdot \Omega_{ie}^{e} \cdot C_p^e$ InS 4.6 或 InV 2.8

$\Downarrow$ 4.4

$$\omega_{ie}^{p} = \begin{bmatrix} (3,2) \\ (1,3) \\ (2,1) \end{bmatrix}$$

Quaternion in e-System InS 3.8

$$q_0 = \frac{1}{2}\sqrt{C(1,1) + C(2,2) + C(3,3) + 1}$$

$$q_1 = \frac{C(2,3) - C(3,2)}{4q_0} \quad q_2 = \frac{C(3,1) - C(1,3)}{4q_0} \quad q_3 = \frac{C(1,2) - C(2,1)}{4q_0}$$

InS 4.12 $\dot{C}_t^s = C_t^s \cdot \Omega_{st}^{t}$

$y = [x_E ; x_0(1, 4:6)' ; q_0 ; q_1 ; q_2 ; q_3]$

$\downarrow$ position $\quad \downarrow$ velocity $\quad \downarrow$ Rotation

$y'(t) = f(t, y(t))$ Startwert $y(t_0) \rightarrow y(t+h)$

$h = 0.1$

$k_{1x} = f(t, y(t))$ 斜率

$\check{y}(t+h) = y(t) + h \cdot k_{1x}$ 预测下一个点

$k_{2x} = f(t+h, \check{y}(t+h))$ 计算预测值的斜率 k_2

$y(t+h) = y(t) + \frac{h}{2}(k_{1x} + k_{2x})$ 计算下一个点的平均斜率并更新

$k_{1x} \Rightarrow$ Velocity $= x_0(1, 4{:}6)$

$k_{1v} \Rightarrow$ Beschleunigung $= C_p^e \cdot a_p - 2\Omega_{ie}^e \cdot V^e$

$- \Omega_{ie}^e \cdot \Omega_{ie}^e \cdot x^e$

1:12

$$k_{1q} \Rightarrow \begin{bmatrix} \dot{q}_{p0}^e \\ \dot{q}_{p1}^e \\ \dot{q}_{p2}^e \\ \dot{q}_{p3}^e \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & \omega_{ip_1}^p - \omega_{ie_1}^p & & \\ & 0 & & \\ & & 0 & \\ & & & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} q_{p0}^e \\ q_{p1}^e \\ q_{p2}^e \\ q_{p3}^e \end{bmatrix}$$

2:18

$q(t+h) = q(t) + h \cdot k_{1q}$

反推 RPY

Normierung $q(t+h) = \dfrac{q(t+h)}{\sqrt{q(t+h)' \times q(t+h)}}$

$\Downarrow$

$C_p^e(t+h)$

$R = \mathrm{atan2}(C_p^e(3,2), C_p^e(3,3))$

$P = \mathrm{asin}(-C_p^e(3,1))$

$Y = \mathrm{atan2}(C_p^e(2,1), C_p^e(1,1))$

$$C_p^e(t+h) = \left[\quad \right]_{INS\ 3.3}$$

$$k_2 q = \qquad 2.18$$

$$q(t+h) = q(t) + \frac{h}{2} \times (k_1 q + k_2 q)$$

Normierung $q(t+h) = \dfrac{q(t+h)}{\sqrt{q(t+h)^2}}$

$$\Downarrow$$

$C_p^e(t+h)$

之前的问题是四元数更新成 C_p^e 没有正交化和公式3.3，导致后续出错

XRef	6378137		3
yRef	50		4
zRef	0	0.1	8