Besprechung der Übung am 14.06.2023

Aufgabe 1 *(10 Punkte)*

Integrieren Sie nun die Daten im e-System mithilfe der Verfahren aus der 3. und 4. Vorlesung.

a) Vergleichen Sie das Ergebnis mit einem normalen Runge-Kutta Verfahren 3. Ordnung. Plotten Sie die Referenz und die beiden integrierten Lösungen:

- Horizontale Position in [m] in einem 2D Plot mit Y-ECEF als x-Achse und Z-ECEF als y-Achse
- Höhe in [m] über dem Ellipsoid
- Lagewinkel Roll, Pitch, Yaw in [deg] in jeweils einem Plot
- Geschwindigkeiten in Nord, Ost und Herab Richtung in $[\mathrm{m\,s^{-1}}]$

b) Bringen Sie bei beiden Lösungen im 5. Iterationsschritt einmalig einen Geschwindigkeitsfehler in v_e von $[0, 2, 0]^T$ an. Wie verändern sich die Verläufe? Erklären Sie.

Erdrotation

IMU data

REF

Ω_{ie}^e + $\overset{1:3}{ax\ ay\ az}$ $\overset{4:6}{gx\ gy\ gz}$ $X\ Y\ Z$ $V_x\ V_y\ V_z$ RPY

Startwert 选择前两个时刻

$C_n^e\ t_0$ $\qquad q_{t_0}\ \begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ \vdots \end{bmatrix}$

$C_n^e\ t_1$ $\qquad q_{t_1}\ \begin{bmatrix} \vdots \end{bmatrix}$

$V_n^e\ t_0 = C_n^e\ t_0 \cdot V_{NED}\ t_0$

我的C_p^e似乎与别不同

$V_n^e\ t_1 = C_n^e\ t_1 \cdot V_{NED}\ t_1$

之前速度直接 × C_n^e 就完了，但是这次需要实时更新

那么为了得到 DCM C_p^e 我们使用 VD3 P_{10} 的流程

$C_e^p = (C_p^e)^T$

先是 3.9 $\Delta\beta^p(t_{k-1}) = \Delta\alpha(t_{k-1}) - C_e^p(t_{k-2})\cdot\omega_{ie}^e\cdot\Delta t$

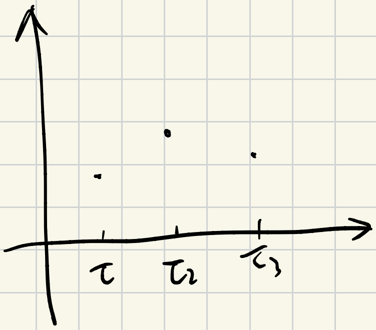
$$\Delta\beta^p(t_k) = \Delta\alpha(t_k) - C_e^p(t_{k-1})\,\omega_{ie}^e\,\Delta t$$

这里不是 Ω_{ie}^e

where $\Delta\alpha = \int_{t_{k-1}}^{t_k} \omega_{ip}^p(t)\,dt$ ω_{ip}^p 就是 IMU 测得的角速度 gx gy gz

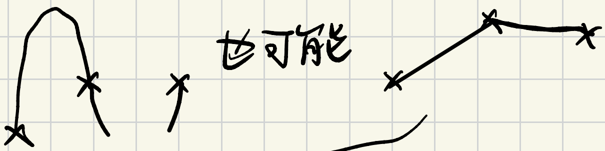
$$\omega_{ie}^e = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{2\pi}{24\times60\times60} \end{bmatrix}$$

但是我们测得数据是离散的 diskrete，如图



我们不清楚它们之间加速度变化究竟如何

有可能



也可能

因此我们只能假设其间为匀加速，使用最简单的积分 $\Delta\alpha = \frac{dt\,(\omega_{ip}^p(t_k) + \omega_{ip}^p(t_{k-1}))}{2}$

接下来 3.15

$$\hat{\omega}^p(t_{k-2}) = \frac{3\Delta\beta(t_{k-1}) - \Delta\beta(t_k)}{\delta t}$$

$$\delta t = 2dt$$

$$\hat{\omega}^p(t_{k-1}) = \frac{\Delta\beta(t_{k-1}) + \Delta\beta(t_k)}{\delta t}$$

$$\hat{\omega}^p(t_k) = \frac{3\Delta\beta(t_k) - \Delta\beta(t_{k-1})}{\delta t}$$

再 3.2 RK3

其中 f 函数使用 A 矩阵来表示

现在有了各个时间的 DCM C_p^e

那么使用 4.12 和 4.13 公式就可以确定 V 和 X

$$
\begin{aligned}
V^e(t_k) = {} & \hat{V}^e(t_{k-2}) \rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \\
& + \Big[\hat{C}_p^e(t_{k-2})\big(3\Delta V^p(t_{k-1}) - \Delta V^p(t_k)\big) \\
& + 4\,\hat{C}_p^e(t_{k-1})\big(\Delta V^p(t_{k-1}) + \Delta V^p(t_k)\big) \\
& + \hat{C}_p^e(t_k)\big(3\Delta V^p(t_k) - \Delta V^p(t_{k-1})\big)\Big]/6 \\
& - \Big[2\Omega_{ie}^e \hat{V}^e(t_{k-2}) + \Omega_{ie}^e \Omega_{ie}^e \hat{x}^e(t_{k-2}) - g^e\Big]\cdot \delta t
\end{aligned}
$$

$$\Delta V^p(t_{k-1}) = \frac{[a(t_{k-1}) + a(t_{k-2})]}{2}\cdot \Delta t$$

$$\Delta V^p(t_k) = \frac{[a(t) + a(t_{k-1})]}{2}\cdot \Delta t \rightarrow \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix}$$

X

$$\hat{x}^e(t_k) = \hat{x}^e(t_{k-1}) + \hat{V}^e(t_{k-1})\,\Delta t$$

以上为 V03 V04 的算法

另外还需要 RK3 的结果，注意这里RK3是直接使用RK3估计位置，而V03 V04仅使用RK3计算q.

→ 这里与上面不同，上面使 δt 为 $2\Delta t$

$$y(t) = y(t-2) + \frac{\Delta t}{6}(k_1 + 4k_2 + k_3)$$

$$k_1 = f(t-2,\ y(t-2))$$

$$k_2 = f\left(t-1,\ y(t-2) + k_1\cdot\frac{\Delta t}{2}\right)$$

$$k_3 = f(t,\ y(t-2) - k_1\cdot\Delta t + k_2\cdot 2\Delta t)$$

$$\omega_{ep}^p = \omega_{ip}^p - C_e^p\cdot\omega_e$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & \omega_{ep}^p(1) & \text{---} \\ & \text{---} & \\ & \text{---} & \end{bmatrix}$$

$$\dot{y} = \begin{bmatrix} V_e \\ C_p^e\cdot a_{ip}^p - 2\Omega_{ie}^e\cdot V_e - \Omega_{ie}^e\cdot\Omega_{ie}^e\cdot pos_e \\ 0.5\,A\cdot q \end{bmatrix}$$