Especificação da linguagem Lang

Construção de Compiladores I

Prof Rodrigo Ribeiro

14-12-2023

1 - Introdução

Neste documento é apresentada a especificação da linguagem de programação que será usada na implementação dos trabalhos da disciplina BCC328 - Construção de Compiladores I, denominada lang. A linguagem lang tem propósito meramente educacional, contendo construções que se assemelham a de várias linguagems conhecidas. No entanto, lang não é um subconjunto de nenhuma delas. A descrição da linguagem é dividida entre os diversos aspectos da linguagem, a saber, léxico, sintático, sistema de tipos e semântico.

É importante ressaltar que este documento serve como **referência** da linguagem e não constitui o enunciado dos trabalhos a serem desenvolvidos. O enunciado dos trabalhos envolverá subtarefas da implementação desta linguagem.

2 - Estrutura sintática

A Gramática 1 apresenta a gramática livre-de-contexto que descreve a sintaxe da linguagem lang. Os meta-símbolos estão entre aspas simples, quando usados como tokens. As palavras reservadas estão em negrito e os demais tokens escritos com letras maiúsculas. A notação [E] denota que E é **opcional**, isto é, ou a gramática derivará o conteúdo entre chaves ou λ . Por sua vez, a notação { E } representa 0 ou mais ocorrências de E.

Em linhas gerais, um programa nesta linguagem é constituído por um conjunto de definições que podem ser tipos de dados ou funções. A estrutura sintática da linguagem é dividida em: tipos de dados e declarações, funções, comandos e expressões. Cada uma dessas estruturas são detalhadas nas subseções subsequentes.

A seguir descrevemos alguns elementos da sintaxe de lang utilizando exemplos.

2.1 - Tipos de dados e declarações

Programas lang podem conter definições de tipos de dados registro, os quais são definidos usando a palavra-chave **data**. Após a palavra-chave **data**, segue o nome do novo tipo, o qual deve começar com uma letra maiúscula, e uma lista de declarações de variáveis delimitadas por chaves. Por exemplo, um tipo para representar um número racional pode ser definido como apresentado na Figura 1:

```
prog
           \rightarrow {def}
def
           \rightarrow data | fun
           → data ID '{' {decl} '}'
data
decl
           \rightarrow ID '::' type ';'
func
           \rightarrow ID '(' [params] ')' [':' type (',' type)*] '{' {cmd} '}'
params
          \rightarrow ID '::' type {',' ID '::' type}
              type '[' ']'
type
                btype
               \operatorname{Int}
btype
                Char
                Bool
                Float
                ID
                '{' {cmd} '}'
\operatorname{cmd}
                if '(' exp ')' cmd
                if '(' exp ')' cmd else cmd
                iterate '(' exp ')' cmd
                read lvalue ';'
                print exp ';'
                return exp {',' exp} ';'
                lvalue = exp ';'
                ID = exp ';'
                ID '(' [exps] ')' ['<' lvalue {',' lvalue} '>'] ';'
                exp && exp
\exp
                \exp < \exp
                \exp == \exp
                \exp != \exp
                \exp + \exp
                exp - exp
                exp * exp
                exp / exp
                \exp \% \exp
                ! exp
                - exp
                true
                false
                null
                INT
                FLOAT
                CHAR
                lvalue
                "(' exp ')'
                new type { '[' exp ']' }
                ID '(' [exps] ')' '[' exp ']'
lvalue
                ID
                lvalue '[' exp ']'
                lvalue . ID
           \rightarrow \exp \{ , \exp \} 
\exps
```

Gramática 1: Sintaxe da linguagem lang

```
data Racional {
   numerador :: Int;
   denominador :: Int;
}
```

Figure 1: Exemplo de tipos de dados em Lang.

Esse tipo é denominado *Racional* e contém dois atributos do tipo inteiro, um nomeado de *numerador* e o outro de *denominador*. A sintaxe para especificar os atributos de um tipo registro é a mesma usada para declarações de variáveis de funções, i.e., nome do atributo ou variável seguido por dois pontos, o tipo do atributo (variável) e finalizado com um ponto e vírgula.

2.2 - Funções

A definição de funções e procedimentos é feita dando-se o nome da função (ou procedimento) e a sua lista de parâmetros, delimitados por parêntesis. Parâmetros são seguidos por dois pontos e os tipos de retorno, em caso de função. Note que uma função pode ter mais de um retorno, os quais são separados por vírgula. Para procedimentos, não há informação sobre retorno, visto que procedimentos não retornam valores. Por fim, segue o bloco de comandos. Um exemplo de programa na linguagem lang é apresentado a seguir, o qual contém a definição de um procedimento denominado main e as funções fat e divmod. A função fat recebe um valor inteiro como parâmetro e tem como retorno o fatorial desse valor. A função divmod é um exemplo de função com mais de um valor de retorno. Esta função recebe dois parâmetros inteiros e retorna o quociente e o resto da divisão do primeiro pelo segundo parâmetro.

```
main(args :: String []) {
   print fat(10)[0];
}

fat(num :: Int) : Int {
   if (num < 1)
      return 1;
   else
      return num * fat(num-1)[0];
}

divmod(num :: Int, div :: Int) : Int, Int {
   q = num / div;
   r = num % div;
   return q, r;
}</pre>
```

2.3 - Comandos

A linguagem lang apresenta apenas 8 comandos básico, classificados em comandos de atribuição, seleção, entrada e saída, retorno, iteração e chamada de funções e procedimentos.

O comando de atribuição tem a mesma sintaxe das linguagens imperativas C/C++ e Java, na qual uma expressão do lado esquerdo especifica o endereço que será armazenado o valor resultante da avaliação da expressão do lado direito. A linguagem apresenta dois comados de seleção: um *if-then*

e *if-then-else*. Leitura e escrita da entrada/saída padrão são realizadas usando os comandos **read** e **print**, respectivamente. O comando *read* é seguido por um endereço no qual será armazenado o valor lido da entrada padrão e o comando *print* é seguido por uma expressão. Os valores de retorno de uma função são definidos por meio do comando *return*, o qual é seguido por uma lista de expressões, separadas por vírgula. A linguagem *lang* apresenta apenas um comando de iteração com a seguinte estrutura:

iterate (expr) cmd

O comando **iterate** especifica um trecho de código que será executado por uma quantidade de vezes determinada pela avaliação da expressão delimitada entre parêntesis. Ressalta-se que a expressão é avaliada uma única vez e o laço só será executado se o valor resultante da avaliação da expressão for maior que zero.

Chamadas de funções e procedimentos são comandos. A sintaxe para chamada de procedimento é o nome do procedimento seguido por uma lista de expressões separadas por vírgulas. Por exemplo, a chamada ao procedimento main seria:

```
main(null);
```

A chamada de função é similar, no entanto deve-se especificar uma lista de endereços para armazenar os valores de retorno da função, como a seguinte chamada à função divmod:

```
divmod(5,2) < q, r>;
```

Este comando define que os valores de retorno da função serão atribuídos as variáveis $q \in r$.

Por fim, um bloco de comandos é definido delimitando-se uma sequência de zero ou mais comandos por chaves.

2.4 - Expressões

Expressões são abstrações sobre valores e, em lang, são muito semelhantes as expressões aritméticas de outras linguagens, i.e., possuem os operadores aritméticos usuais (+,-,*,/,%) além de operadores lógicos (&&,!), de comparação (<,==,!=) e valores (inteiros, caracteres, booleanos, floats, registros, vetores e chamadas de funções). Adicionalmente, parêntesis podem ser usados para determinar a **prioridade** de uma sub-expressão.

Observe, no entanto, que o conjunto de operadores é reduzido. Por exemplo, operações com valores lógicos (tipo booleano) são realizadas com os operadores de conjunção (&&) e negação (!). A linguagem não provê operadores para as demais operações lógicas. Como consequência, se queremos realizar uma seleção quando o valor de ao menos uma de duas expressões, p e q, resulta em verdadeira, escrevemos:

As chamadas de funções são expressões. Porém, diferentemente das linguagens convencionais, usase um índice para determinar qual dos valores de retorno da função será usado. Assim, a expressão divmod(5,2)[0] se refere ao primeiro retorno, enquanto a expressão divmod(5,2)[1] ao segundo. Note que a indexação dos retornos da função é feita de maneira análoga ao acesso de vetores, no qual o primeiro retorno é indexado por 0, o segundo por 1 e assim sucessivamente.

A expressão x*x+1 < fat(2*x)[0] contém operadores lógicos aritméticos e chamadas de funções. Porém, em qual ordem as operações devem ser realizadas? Se seguirmos a convenção adotada pela aritmética, primeiramente deve ser resolvidas as **operações mais fortes** ou de **maior precedência**, i.e. a multiplicação e a divisão, seguida das **operações mais fracas** ou de **menor precedência**, i.e. a soma e subtração. Assim certos operadores tem prioridade em relação a outros operadores, i.e., devem ser resolvidos antes de outros. Para a expressão x*x+1 é fácil ver que a expressão x*x deve ser resolvida primeiro e em seguida deve-se somar 1 ao resultado. E quando há operadores de tipos diferentes, como na expressão x*x+1 < fat(2*x)[0]? A situação é semelhante, resolve-se o que tem maior precedência, a qual é determinada pela linguagem. Neste exemplo, a última operação a ser realizada é a operação de comparação, cuja precedência é a menor dentre todos os operadores da expressão. A Tabela 1 apresenta a precedência dos operadores da linguagem lang. O operador que tiver o maior valor da coluna nível tem maior precedência.

Nível	Operador	Descrição	Associatividade
	[]	acesso a vetores	
7		acesso aos registros	esquerda
	()	parêntesis	
6	!	negação lógica	direita
	-	menos unário	
	*	multiplicação	
5	/	divisão	esquerda
	%	resto	
4	+	adição	
	-	subtração	esquerda
3	<	relacional	não é associativo
2	==	igualdade	esquerda
	! =	diferença	
1	&&	conjunção	esquerda

Tabela 1: Tabela de associatividade e precedência dos operadores. Tem a maior precedência o operador de maior nível.

Sabendo a precedência dos operadores podemos determinar em qual ordem as operações devem ser executadas quando há operadores com diferentes níveis de precedência. Entretanto, como determinar a ordem das operações se uma determinada expressão contém diferentes operadores com a mesma precedência, como nas expressões v[3].y[0] e x/3*y?

Em situações como essas, determinamos a ordem de avaliação das operações a partir da associatividade dos operadores, que pode ser à esquerda ou à direita. Quando os operadores são associativos à esquerda, resolvemos a ordem das operações da esquerda para a direita. Caso os operadores sejam associativos à direita, fazemos o inverso. Em ambas as expressões v[3].y[0] e x/3*y, os operadores são associativos à esquerda. Portanto, na primeira expressão, primeiro é realizado o acesso ao vetor v, depois acesso ao membro y e, por fim, acesso ao vetor de y. Na segunda expressão, realiza-se primeiro a divisão de x por 3 e, em seguida, a multiplicação do resultado por y.

2.5 - Estrutura léxica

A linguagem usa o conjunto de caracteres da tabela ASCII. Cada uma das possíveis categorias léxicas da linguagem são descritas a seguir:

- Um identificador é uma sequência de letras, dígitos e sobrescritos (underscore) que, obrigatoriamente, começa com uma letra minúsculas. Exemplos de identificadores: var, var1 e fun10;
- Um **nome de tipo** é semelhante a regra de identificadores, porém a primeira letra é maiúscula; Exemplos de nomes de tipos: *Racional* e *Point*;
- Um literal inteiro é uma sequência de um ou mais dígitos;
- Um literal ponto flutuante é uma sequência de zero ou mais digitos, seguido por um ponto e uma sequência de um ou mais digitos. Exemplos de literais ponto flutuante: 3.141526535, 1.0 e .12345;
- Um literal caractere é um único caractere delimitado por aspas simples. Os caracteres especiais quebra-de-linha, tabulação, *backspace* e *carriage return* são definidos usando os caracteres de escape \n, \t, \b e \r, respectivamente. Para especificar um caractere \, é usado \\e para a aspas simples o \'. Exemplos de literais caractere: 'a', '\n', '\t' e '\\';
- Um literal lógico é um dos valores true ou false;
- O literal nulo é null;
- Os símbolos usados para **operadores** e **separadores** são (,), [,], {, }, >, ;, :, .., ,, =, <, ==, !=, +, -, *, /, %, && e !.

Todos os nomes de tipos, comandos e literais são palavras reservadas pela linguagem. O comentário de uma linha começa com -- e se estende até a quebra de linha. A linguagem não suporta comentários com múltiplas linhas.

3 - Estrutura semântica

Nesta seção descreveremos a estrutura semântica de *lang*. Primeiramente, descreveremos a semântica estática da linguagem e em seguida sua semântica operacional.

3.1 - Semântica estática de Lang

A semântica estática de Lang é descrita como um conjunto de julgamentos que determinam se um certo programa Lang é considerado válido ou não. Para isso, descreveremos a estrutura da semântica estática de acordo com os níveis de sintaxe de Lang. A seção 3.1.1 descreve a sintaxe abstrata e os contextos utilizados para definir todas as regras semânticas. A seções 3.1.2, 3.1.3 e 3.1.4 descrevem regras para expressões, comandos e declarações, respectivamente.

3.1.1 - Sintaxe abstrata e contextos

A sintaxe abstrata de expressões é definida pela seguinte gramática, em que \bullet denota uma lista vazia, n denota constantes inteiras, f constantes de ponto flutuante, \circ denota operadores binários, $\sqrt{}$ denota operadores unários e v denota um identificador.

Expressões são formadas por literais, constantes booleanas, o valor **null**, operadores binários, unários, acesso a arranjos, chamadas de funções, alocação de memória, variáveis e acesso a campos de registros.

A seguir, apresentamos a sintaxe abstrata de comandos.

```
\begin{array}{ccccc} c & \rightarrow & lv = e \\ & \mid & \tau & v = e \\ & \mid & \textbf{if } e \textbf{ then } cs \textbf{ else } cs \\ & \mid & \textbf{iterate } e \textbf{ } cs \\ & \mid & \textbf{ read } lv \\ & \mid & \textbf{ print } e \\ & \mid & \textbf{ return } es \\ & \mid & v(es) \ lvs \\ cs & \rightarrow & c \ cs \ | \bullet \\ lvs & \rightarrow & lv \ lvs \ | \bullet \end{array}
```

Comandos podem ser atribuições, declaração de variáveis, condicionais, repetição, leitura de valores, impressão no console, retorno de função e chamada de função.

Tipos podem ser tipos básicos, tipos definidos pelo usuário ou arranjos.

```
\begin{array}{ccc} \tau & \to & \rho \mid \tau \, [\,] \\ \rho & \to & \mathbf{Int} \mid \mathbf{Float} \mid \mathbf{Char} \mid \mathbf{Bool} \mid \mathbf{Void} \mid v \end{array}
```

Programas lang são formados por declarações de tipos ou de funções, cuja sintaxe abstrata é apresentada a seguir.

```
\begin{array}{cccc} prog & \rightarrow & def \ prog \ | \bullet \\ def & \rightarrow & nd \ | \ fun \\ nd & \rightarrow & v \ fds \\ fun & \rightarrow & v \ (fds) \ ts \ cs \\ fd & \rightarrow & v :: \tau \\ fds & \rightarrow & fd \ fds \ | \bullet \\ ts & \rightarrow & \tau \ ts \ | \bullet \end{array}
```

Para verificação da semântica estática de programas lanq utilizaremos três contextos:

- Θ : contexto contendo os tipos de funções definidas pelo usuário. Este contexto é um conjunto de pares $(f, [v_1 : \tau_1, ..., v_n : \tau_n] \to [\tau'_1, ..., \tau'_m])$, em que f é o nome da função e $[v_1 : \tau_1, ..., v_n : \tau_n] \to [\tau'_1, ..., \tau'_m]$ o seu tipo. Note que o tipo dos argumentos é representado por uma sequência de pares de identificadores e seus tipos e o tipo de retorno como uma lista de tipos.
- Δ : contexto contendo informações sobre os campos de registros definidos pelo usuário. O contexto Δ é um conjunto de pares da forma (x,S) em que x é o nome do tipo e S é um conjunto de formado por pares (v,τ) em que $v::\tau$ é um campo do tipo x.
- Γ : contexto contendo definições de variáveis e operadores de lang. Este contexto é formado por pares (x, τ) em que x é um identificador e τ o seu respectivo tipo. Neste contexto armazemos os tipos de todos os operadores binários e unários de lang.

A notação $\Gamma(x) = \tau$ denota que $(x, \tau) \in \Gamma$ e Γ , $x : \tau$ denota $\Gamma \cup \{(x, \tau)\}$. Estas operações aplicam-se também aos contextos Δ e Θ . Finalmente, representamos um contexto vazio por \bullet .

3.1.2 - Semântica estática de expressões

A semântica estática de expressões Lang são definidas como um julgamento de forma Θ ; Δ ; $\Gamma \vdash_e e : \tau$ que representa que a expressão e possui o tipo τ sobre os contextos Θ , Δ e Γ .

Iniciaremos a descrição com regras para constantes, que possuem regras para de tipos imediatas: por exemplo, a primeira regra mostra que constantes inteiras (n) possuem o tipo **Int**. A única pecurialidade é que a constante **null** pode possuir qualquer tipo de arranjo ou de registro, mas não tipos primitivos da linguagem.

$$\begin{array}{ll} \overline{\Theta;\Delta;\Gamma\vdash_{e}n:\mathbf{Int}} & \overline{\Theta;\Delta;\Gamma\vdash_{e}f:\mathbf{Float}} & \overline{\Theta;\Delta;\Gamma\vdash_{e}c:\mathbf{Char}} \\ \\ \overline{\Theta;\Delta;\Gamma\vdash_{e}\mathbf{true}:\mathbf{Bool}} & \overline{\Theta;\Delta;\Gamma\vdash_{e}\mathbf{false}:\mathbf{Bool}} & \frac{\tau\not\in\{\mathbf{Int},\mathbf{Char},\mathbf{Float},\mathbf{Bool}\}}{\Theta;\Delta;\Gamma\vdash_{e}\mathbf{null}:\tau} \end{array}$$

Variáveis possuem o tipo que é atribuído a elas pelo contexto de tipos Γ .

$$\frac{\Gamma(x) = \tau}{\Theta; \Delta; \Gamma \vdash_e x : \tau}$$

A verificação de acesso a campos em valores de registros é verificada da seguinte forma:

- 1. Primeiro, obtemos o tipo da variável $x_1, \Theta; \Delta; \Gamma \vdash_e x_1 : \tau_1;$
- 2. Em seguida, obtemos o conjunto de campos de τ_1 , $\Delta(\tau_1) = S_1$;
- 3. Finalmente, obtemos o tipo de x_2 no conjunto de campos de τ_1 , S_1 .

$$\frac{\Theta; \Delta; \Gamma \vdash_e x_1 : \tau_1 \quad \Delta(\tau_1) = S_1 \quad (x_2, \tau) \in S_1}{\Theta; \Delta; \Gamma \vdash_e x_1 . x_2 : \tau}$$

A verificação de operadores binários e unários são como se segue:

$$\frac{\Theta; \Delta; \Gamma \vdash_{e} e_{1} : \tau_{1} \quad \Theta; \Delta; \Gamma \vdash_{e} e_{2} : \tau_{2} \quad \Theta; \Delta; \Gamma(\circ) = [\tau_{1}, \tau_{2}] \to \tau}{\Theta; \Delta; \Gamma \vdash_{e} e_{1} \circ e_{2} : \tau}$$

$$\frac{\Theta; \Delta; \Gamma \vdash_{e} e_{1} : \tau_{1} \quad \Theta; \Delta; \Gamma(\sqrt{}) = \tau_{1} \to \tau}{\Theta; \Delta; \Gamma \vdash_{e} \sqrt{}e_{1} : \tau}$$

Uma expressão $e_1 \circ e_2$ possui o tipo τ se:

- 1. O operador \circ possui o tipo $[\tau_1, \tau_2] \to \tau$;
- 2. a expressão e_1 possui tipo τ_1 , isto é, Θ ; Δ ; $\Gamma \vdash_e e_1 : \tau_1$;
- 3. a expressão e_2 possui o tipo τ_2 , isto é, Θ ; Δ ; $\Gamma \vdash_e e_2 : \tau_2$.

A verificação dos operadores unários é similar.

Evidentemente, que o tipo dos operadores deve estar presente no contexto Γ . A tabela a seguir, descreve o tipo de cada um dos operadores disponível em lang.

Operador	Tipo
+,-,*,/,	$[a,a] \to a$, em que $a \in \{\text{Int}, \text{Float}\}$
%	$[\mathbf{Int},\mathbf{Int}] o \mathbf{Int}$
==,!=,<	$[a,a] \to \mathbf{Bool}$, em que $a \in \{\mathbf{Int}, \mathbf{Float}, \mathbf{Char}\}$
&&	$[Bool,\!Bool]\toBool$
!	$\mathbf{Bool} \to \mathbf{Bool}$
-	$a \to a$, em que $a \in \{ \mathbf{Int}, \mathbf{Float} \}$
print	$a \rightarrow \mathbf{Void}$, em que $a \in \{\mathbf{Int}, \mathbf{Char}, \mathbf{Bool}, \mathbf{Float}\}$

O contexto inicial formado pelas definições da tabela anterior será chamado de Θ_0 .

Além de tipos básicos, lang permite a definição de arranjos. A verificação de accesso a arranjos é feita conforme a seguinte regra:

$$\frac{\Theta; \Delta; \Gamma \vdash_e e_1 : \tau[] \quad \Theta; \Delta; \Gamma \vdash_e e_2 : \mathbf{Int}}{\Theta; \Delta; \Gamma \vdash_e e_1[e_2] : \tau}$$

A regra de verificação de chamadas de funções é feita da seguinte forma:

- 1. Primeiro obtemos o tipo da função utilizando o contexto Θ e seu identificador: $\Theta(v) = [x_1 : \tau_1, ..., x_m : \tau_m] \to \tau$.
- 2. Na sequência verificamos os tipos de cada argumento da chamada de função com o seu respectivo tipo: Θ ; Δ ; $\Gamma \vdash_e e_i : \tau_i$, em que m é o número de argumentos da função, $1 \le i \le m$.
- 3. Verificar que os indicadores de acesso a valores de retorno estão dentro do limite do número de valores de retorno, p.

$$\frac{\Theta(v) = [x_1:\tau_1,...,x_m:\tau_m] \rightarrow [\tau_1,...,\tau_p] \quad \Theta; \Delta; \Gamma \vdash_e e_i:\tau_i \quad 1 \leq n_j \leq p \quad 1 \leq i \leq m \quad 1 \leq j \leq p}{\Theta; \Delta; \Gamma \vdash_e v(e_1,...,e_m)[n_1,...,n_p]:\tau}$$

A expressão para alocação dinâmica pode ser utilizada sobre tipos de arranjos ou tipos de registros. A regra seguinte mostra como verificar a alocação de arranjos, em que $\mathbf{dom}(\Delta)$ representa o domínio do contexto Δ , isto é $\mathbf{dom}(\Delta) = \{x \mid \exists S.\Delta(x) = S\}$.

$$\frac{\forall e.e \in es \rightarrow \Theta; \Delta; \Gamma \vdash_e e : \mathbf{Int} \quad \tau \not\in \{\mathbf{Int}, \mathbf{Float}, \mathbf{Char}, \mathbf{Bool}\} \cup \mathbf{dom}(\Delta)}{\Theta; \Delta; \Gamma \vdash_e \mathbf{new} \ \tau \ es : \tau}$$

A regra funciona da seguinte forma:

- 1. Todas as expressões $e \in es$ devem ter tipo Int, para definição de limites de arranjos.
- 2. O tipo τ deve ser um tipo de arranjo, isto é, não deve ser um tipo primitivo nem um tipo definido pelo usuário.

A próxima regra mostra como verificar a alocação de tipos definidos pelo usuário.

$$\frac{\tau \in \mathbf{dom}(\Delta)}{\Theta; \Delta; \Gamma \vdash_e \mathbf{new} \ \tau \ : \tau}$$

Note que a única restrição é que o tipo a ser alocado faz parte do domínio do ambiente Δ .

3.1.3 - Semântica estática de comandos

A semântica estática de comandos é dada por um julgamento Θ ; Δ ; Γ ; $V \vdash_c c \leadsto V'$; Γ' que denota que o comando c é bem formado nos contextos Θ , Δ e Γ . Note que o comando c pode modificar o contexto Γ por incluir uma nova variável. Por isso, este julgamento produz, como resultado, um novo contexto Γ' e conjuntos de variáveis incluídas V e V'. Usaremos este conjunto para controlar o escopo de visibilidade de identificadores. Adicionalmente, o julgamento Θ ; Δ ; Γ ; $V \vdash_{cs} c \leadsto V' \times \Gamma'$ lida com a verificação de blocos.

A primeira regra para blocos lida com a marcação de final de um bloco, \bullet . Esta regra simplesmente remove do contexto de tipos de resultado, Γ' , todos os identificadores que foram introduzidos no bloco atual e que estão armazenados no conjunto de variáveis V.

$$\frac{\Gamma' = \{(x,\tau) \mid x \notin V \land \Gamma(x) = \tau\}}{\Theta; \Delta; \Gamma; V \vdash_{\mathcal{C}s} \bullet \leadsto \emptyset; \Gamma'}$$

A próxima regra lida com blocos não vazios e basicamente é responsável por processar o primeiro comando do bloco e repassar os resultados deste processamento para o restante dos comandos deste bloco.

$$\frac{\Theta; \Delta; \Gamma; V \vdash_{c} c \leadsto V_{1}; \Gamma_{1} \quad \Theta; \Delta; \Gamma_{1}; V_{1} \vdash_{cs} cs \leadsto V'; \Gamma'}{\Theta; \Delta; \Gamma; V \vdash_{cs} c \ cs \leadsto V'; \Gamma'}$$

A primeira regra para comandos lida com a atribuição. Esta regra é formada pelos seguintes passos:

- 1. Verificamos o tipo do lado esquerdo da atribuição;
- 2. Verificamos o tipo do lado direito da atribuição;

$$\frac{\Theta; \Delta; \Gamma \vdash_{e} lvs : \tau \quad \Theta; \Delta; \Gamma \vdash_{e} e : \tau}{\Theta; \Delta; \Gamma; V \vdash_{c} lvs = e : V; \Gamma}$$

É importante notar que esta regra não modifica o conjunto de variáveis introduzidas e nem o contexto de tipos, pois não há inclusão de novas variáveis no contexto.

A verificação de declaração de variáveis locais é feita de acordo com os seguintes passos:

- 1. Iniciamos verificando que a expressão de inicialização da variável v possui o mesmo tipo τ de sua declaração.
- 2. A regra retorna o contexto modificado contendo o tipo da nova variável e a inclui no conjunto de variáveis definidas no bloco atual.

$$\frac{\Theta; \Delta; \Gamma \vdash_{e} e : \tau \quad V' = \{v\} \cup V \quad \Gamma' = \Gamma, v : \tau}{\Theta; \Delta; \Gamma; V \vdash_{c} \tau \quad v = e \leadsto V'; \Gamma'}$$

Na sequência, apresentamos a regra para validação de comandos condicionais. Primeiro, verificamos que o tipo da expressão e deve ser **Bool** e, na sequência, validamos os blocos de comandos cs_1 e cs_2 ignorando as eventuais declarações introduzidas nestes blocos.

$$\frac{\Theta; \Delta; \Gamma \vdash_{e} e : \mathbf{Bool} \quad \Theta; \Delta; \Gamma; V \vdash_{c} cs_{1} \leadsto V_{1}; \Gamma_{1} \quad \Theta; \Delta; \Gamma; V \vdash_{c} cs_{2} \leadsto V_{2}; \Gamma_{2}}{\Theta; \Delta; \Gamma; V \vdash_{c} \mathbf{if} \ e \ \mathbf{then} \ cs_{1} \ \mathbf{else} \ cs_{2} \leadsto V; \Gamma}$$

A seguir, apresentamos a regra para verificar comandos de repetição. Iniciamos a verificação por demandar que a expressão e possua tipo **Int** e na sequência verificamos o bloco de comandos do comando **iterate**, descartando modificações no contexto de tipos.

$$\frac{\Theta; \Delta; \Gamma \vdash_{e} e : \mathbf{Int} \quad \Theta; \Delta; \Gamma; V \vdash_{c} cs \leadsto V'; \Gamma'}{\Theta; \Delta; \Gamma; V \vdash_{c} \mathbf{iterate} \ e \ cs \leadsto V; \Gamma}$$

A verificação de comandos read e print é bastante direta e realizada pelas regras a seguir.

$$\begin{array}{ll} \Theta; \Delta; \Gamma \vdash_e lvs : \tau & \Theta; \Delta; \Gamma \vdash_e e : \tau \\ \hline \tau \in \{\mathbf{Int}, \mathbf{Float}, \mathbf{Char}, \mathbf{Float}\} & \tau \in \{\mathbf{Int}, \mathbf{Float}, \mathbf{Char}, \mathbf{Float}\} \\ \hline \Theta; \Delta; \Gamma; V \vdash_c \mathbf{read} \ lvs \leadsto V; \Gamma & \Theta; \Delta; \Gamma; V \vdash_c \mathbf{print} \ e \leadsto V; \Gamma \end{array}$$

Para verificarmos o comando **return**, precisamos determinar se a lista de valores retornados possui o mesmo tipo que o retorno anotado no cabeçalho da função. Denotamos por $\Theta_{\tau} = [\tau_1, ..., \tau_m]$ a tupla de tipos do retorno da função. A regra seguinte mostra como validar o comando **return**.

$$\frac{\Theta_{\tau} = [\tau_1, ..., \tau_m] \quad \Theta; \Delta; \Gamma \vdash_e e_i : \tau_i \quad 1 \leq i \leq m}{\Theta; \Delta; \Gamma; V \vdash_c \mathbf{return} \ e_1 ... e_m \leadsto V; \Gamma}$$

Chamadas de funções podem ser feitas a nível de comandos. A verificação de chamadas de função se dá pelos seguintes passos:

- 1. Primeiro obtemos o tipo da função $v, \Theta(v) = [x_1:\tau_1,...,x_m:\tau_m] \to [\tau_1,...,\tau_p]$
- 2. Na sequência, verificamos que os argumentos possuem o tipo exigido pela definição de função, Θ ; Δ ; $\Gamma \vdash_e e_i : \tau_i$
- 3. Finalmente, verificamos que as expressões passadas para os componentes da tupla de retorno devem possui o mesmo tipo dos retornos da função.

$$\frac{\Theta(v) = [x_1:\tau_1,...,x_m:\tau_m] \rightarrow [\tau_1,...,\tau_p] \quad \Theta; \Delta; \Gamma \vdash_e e_i:\tau_i \quad \Theta; \Delta; \Gamma \vdash_e lv_j:\tau_j \quad 1 \leq j \leq p \quad 1 \leq i \leq m}{\Theta; \Delta; \Gamma; V \vdash_c v(e_1,...,e_m) \ lv_1...lv_p \leadsto V; \Gamma}$$

3.1.4 - Semântica de declarações

A semântica estática de declarações é dada por um julgamento Θ ; $\Delta \vdash_p prog \leadsto \Theta'$; Δ' que denota que a sequência de declarações prog produz os contextos Θ' , Δ' a partir de contextos Θ e Δ .

A primeira regra, mostra que um conjunto vazio de declarações não modifica os contextos.

$$\overline{\Theta; \Delta \vdash_p \bullet \leadsto \Theta; \Delta}$$

A próxima regra mostra como verificar conjuntos de declarações. A cada passo, verificamos cada uma das declarações produzindo novos contextos.

$$\frac{\Theta; \Delta \vdash_{def} def \leadsto \Theta_1; \Delta_1 \quad \Theta_1; \Delta_1 \vdash_p prog \leadsto \Theta'; \Delta'}{\Theta; \Delta \vdash_p def \ prog \leadsto \Theta'; \Delta'}$$

A validação de definição de novos tipos de dados se dá pelos seguintes passos:

- 1. Verificar que não há nomes de campos repetidos no tipo de dados definido;
- 2. Verificar que não há tipo com o mesmo nome definido previamente;

$$\frac{v \not\in \mathbf{dom}(\Delta) \quad \exists ! x. \exists \tau. x :: \tau \in fds}{\Theta; \Delta \vdash_d v \ fds \leadsto \Theta; \Delta'}$$

A última regra da semântica mostra como uma função é verificada em um programa. A validação de uma declaração de função segue os seguintes passos:

- 1. Verifica-se se não há declaração de outra função de mesmo nome;
- 2. Inicializamos o contexto Γ com os parâmetros formais da função definida, junto com o tipo desta função, para permitir chamadas recursivas.
- 3. Inicializamos Θ_{τ} com o tipo de retorno desta função.
- 4. Verificamos o corpo da função e validamos se todos os caminhos de execução terminam com um comando **return** com o tipo apropriado.

$$\begin{array}{c|c} v \not\in \mathbf{dom}(\Theta) & \Gamma = \{(x_i,\tau_i) \,|\, 1 \leq i \leq m\} & \Theta'; \Delta; \Gamma \vdash_{cs} cs \leadsto \Gamma'; V' \\ \mathbf{Seja} \ \Theta_\tau = (\tau_1,...,\tau_n) & \Theta' = \Theta, v : (\tau_1,...\tau_m) \to (\tau_1,...,\tau_n) & (\tau_1,...,\tau_n) \vdash_{ret} cs \\ \hline \Theta; \Delta \vdash_d v \ (x_1 \ \tau_1,...,x_m \ \tau_m) \ (\tau_1,...,\tau_n) \ cs \leadsto \Theta'; \Delta \end{array}$$

As regras $(\tau_1, ..., \tau_n) \vdash_{ret} cs$ validam que todos os caminhos do bloco cs terminam com um **return** apropriado. A primeira regra verifica que em um bloco contendo apenas um comando, este deve ser um return.

$$\frac{\Theta; \Delta; \Gamma \vdash_e e_i : \tau_i \quad 1 \leq i \leq n}{(\tau_1, ..., \tau_n) \vdash_{ret} \mathbf{return} e_1, ..., e_n \ \bullet}$$

Outra possibilidade válida para término de uma função é chamando outra que possua o mesmo tipo de retorno.

$$\frac{\Theta(v) = (\tau_1, ..., \tau_m) \rightarrow (\tau_1, ..., \tau_n)}{(\tau_1, ..., \tau_n) \vdash_{ret} v(e_1, ..., e_m) \bullet}$$

Em seguida, caso o último comando de um bloco seja um **if**, devemos garantir que ambos os blocos do if devem possuir um return.

$$\frac{(\tau_1,...,\tau_n) \vdash_{ret} cs_1 \quad (\tau_1,...,\tau_n) \vdash_{ret} cs_2}{(\tau_1,...,\tau_n) \vdash_{ret} cs \text{ if } e \text{ then } cs_1 \text{ then } cs_2}$$

Na situação do último comando de um bloco ser um **iterate**, devemos garantir que o último comando de seu bloco seja um **return**.

$$\frac{(\tau_1, ..., \tau_n) \vdash_{ret} cs}{(\tau_1, ..., \tau_n) \vdash_{ret} cs \mathbf{iterate} e cs}$$

Caso o bloco seja formado por uma sequência de dois ou mais comandos, devemos ignorar o primeiro comando e verificar a cauda do bloco.

$$\frac{(\tau_1, ..., \tau_n) \vdash_{ret} cs}{(\tau_1, ..., \tau_n) \vdash_{ret} c cs}$$

3.1.5 - Semântica de programas completos

Programas Lang são formados por uma ou mais declarações. Dizemos que um programa Lang é bem formado se este possui pelo menos uma função de nome **main** de tipo $String[] \to Void$, em que o arranjo de strings representa possíveis argumentos de linha de comando fornecidos ao programa. A regra a seguir faz essa validação, inicializando o contexto Θ com as definições iniciais presentes em Θ_0 :

$$\frac{\Theta_0; \bullet \vdash_p prog \leadsto \Theta; \Delta \quad \Theta(\mathbf{main}) = \mathbf{String[]} \to \mathbf{Void}}{\vdash_{wf} prog}$$

Com isso, finalizamos a especificação da semântica estática de Lang. Na próxima seção apresentaremos a semântica dinâmica de programas Lang.

3.2 - Semântica dinâmica

Assim como na semântica estática, a semântica dinâmica de Lang também será dividida em diferentes níveis: expressões, comandos e funções.

3.2.1 - Semântica de expressões

Antes de apresentarmos a semântica de expressões, devemos introduzir o conceito de valor. De maneira simples, um **valor** representa o resultado final da computação de uma expressão. Valores são definidos pela seguinte gramática livre de contexto:

$$val \rightarrow n | c | f |$$
true | false | null | $A | D$

Os não terminais A e D representam valores de arranjos e tipos de dados definidos pelo usuário (registros). Usando o conceito de valor, especificaremos a semântica de expressões como um conjunto de regras da forma:

$$\Delta; \theta; \sigma; e \Rightarrow_e val$$

em que θ é o ambiente de funções, que consiste de uma associação entre nomes de funções e sua respectiva definição. Por sua vez, σ é o ambiente de execução, que consiste de uma associação entre nomes de variáveis e seu respectivo valor, e é a expressão a ser executada e val o valor retornado. Observe que a semântica utiliza o ambiente Δ para permitir a correta criação de valores de registros. De maneira simples, o ambiente σ consiste de uma abstração da memória utilizada por um programa. A notação $\sigma(x) = val$ denota que o valor val está associado ao nome x em σ . Por sua vez, representamos por $\sigma[x \mapsto val]$ o ambiente σ' tal que $\sigma'(i) = \sigma(i)$, para todo $i \neq x$ e $\sigma'(x) = val$.

As primeiras regras lidam com a avaliação de valores e de variáveis.

$$\overline{\Delta;\theta;\sigma;val} \Rightarrow_e val \quad \overline{\Delta;\theta;\sigma;x \Rightarrow_e \sigma(x)}$$

A execução de valores é imediata e a de variáveis apenas obtem o valor associado a ela no ambiente σ . A execução de acesso a elementos de arranjos e a campos de registros são definidas pelas regras a seguir.

$$\frac{\Delta; \theta; \sigma; e_1 \Rightarrow_e A_1 \quad \Delta; \theta; \sigma; e_2 \Rightarrow_e n_1 \quad A_1[n] = val}{\Delta; \theta; \sigma; e_1[e_2] \Rightarrow_e val} \quad \frac{\Delta; \theta; \sigma; e_1 \Rightarrow_e D_1 \quad D_1(v) = val}{\Delta; \theta; \sigma; e_1.v \Rightarrow_e val}$$

Para o acesso a arranjos, primeiro avaliamos a expressão e_1 que retorna um valor de arranjo, A_1 . Em seguida, avaliamos a expressão do índice da posição acessada, e_2 , resultando uma constante n_1 . Finalmente, o valor val é obtido pelo valor presente na posição n_1 do arranjo A_1 . A avaliação do acesso a campo de registros é similar. Primeiro, executamos a expressão e_1 e obtemos um valor D_1 de registro. Em seguida, obtemos o valor val usando como chave o nome do campo acessado, v. Observe que registros são representados como tabelas formadas por pares chave/valor.

Em seguida, temos as regras para execução de expressões com operadores binários.

$$\frac{\Delta; \theta; \sigma; e_1 \Rightarrow_e val_1 \quad \Delta; \theta; \sigma; e_2 \Rightarrow_e val_2}{\Delta; \theta; \sigma; e_1 \circ e_2 \Rightarrow_e val_1 \oplus val_2}$$

O operador \oplus denota uma função correspondente a \circ sobre valores. A execução de operadores unários é similar, em que \angle é o operador equivalente a $\sqrt{}$ que opera sobre valores.

$$\frac{\Delta; \theta; \sigma; e_1 \Rightarrow_e val_1}{\Delta; \theta; \sigma; \sqrt{e_1} \Rightarrow_e \angle val_1}$$

Para realizarmos a execução de funções, devemos definir como realizar a execução de sua lista de argumentos. Faremos isso definindo regras para avaliar sequências de expressões.

$$\frac{\Delta;\theta;\sigma;e\Rightarrow_{e}val\quad \Delta;\theta;\sigma;es\Rightarrow_{es}vals}{\Delta;\theta;\sigma;e\,es\Rightarrow_{es}val\,vals}$$

A primeira das regras anteriores mostra que uma sequência vazia de expressões reduz para uma sequência vazia de valores. A segunda regra mostra que sequências não vazias de expressões são reduzidas por executarmos o primeiro elemento da lista e, em seguida, executamos a lista contendo o restante das expressões da lista original.

Utilizando as regras para avaliação de listas de expressões, podemos definir a execução de funções como a seguir:

- 1. Primeiro, executamos os argumentos es_1 da chamada retornando os valores $vals_1$.
- 2. Na sequência, executamos os argumentos da posição dos retornos, es_2 . Note que essa sequência deve retornar um único valor, val_2 .
- 3. Obtemos a definição da função v no ambiente θ .
- 4. Em seguida, criamos o ambiente σ' que estende σ com os valores obtidos pela avaliação dos argumentos.
- 5. O próximo passo envolve executar o corpo da função v, cs, usando o ambiente σ' retornando os valores como um arranjo A.
- 6. Finalmente, o valor é obtido a partir da posição val_2 no arranjo de valores de retorno, A.

$$\Delta; \theta; \sigma; es_1 \Rightarrow_{es} vals_1 \qquad \Delta; \theta; \sigma; es_2 \Rightarrow_{es} val_2 \bullet$$

$$\theta(v) = v(x :: \tau) ts cs \qquad \sigma' = \sigma \cup \{(x_i, vals_{1i}) \mid 1 \le i \le |vals_1|\}$$

$$\Delta; \theta; \sigma'; cs \Rightarrow_{cs} \sigma''; A \qquad A[val_2] = val$$

$$\Theta; \theta; \sigma; v(es_1) [es_2] \Rightarrow_{e} val$$

A próxima regra mostra como avaliar a alocação de arranjos. Primeiro, avaliamos as expressões que formam as dimensões do arranjo e as utilizamos para inicializar o valor de um arranjo usando um conjunto de regras auxiliares.

$$\frac{\Delta; \theta; \sigma; es \Rightarrow_{es} vals \quad \rho; vals \leadsto_A A}{\Delta; \theta; \sigma; \mathbf{new} \ \rho \ es \Rightarrow_e A}$$

Arranjos de dimensão $n \times m$ podem ser entendidos como sequências (listas) em que cada uma das n posições é formada por arranjos de dimensão m. Utilizando este fato, as regras para criação de arranjos são apresentadas a seguir.

$$\frac{\forall i.1 \leq i \leq val \rightarrow \rho; vals \leadsto_A A_i}{\rho; val \ vals \leadsto_A \{A_1 \dots A_{val}\}} \quad \frac{}{\rho; val \bullet \leadsto_A \{\varphi(\rho)_1, \dots, \varphi(\rho)_{val}\}}$$

A notação $\varphi(\rho)$ denota o valor **padrão** para o tipo ρ .

Alocação de registros é feita pela regra a seguir que inicializa cada um dos seus campos com o valor padrão para o tipo do campo.

$$\frac{\Delta(\rho) = \{v_1 : \tau_1, ..., v_n : \tau_n\} \quad D = [v_1 : \varphi(\tau_1), ..., v_n : \varphi(\tau_n)]}{\Delta; \theta; \sigma; \mathbf{new} \ \rho \Rightarrow_e D}$$

Com isso terminamos a semântica dinâmica de expressões para lang.

3.2.2 - Semântica de comandos

Ao contrário da semântica de expressões que produz um valor como resultado, a execução de comandos apenas modifica o ambiente de execução σ . O comando **return** pode retornar um arranjo de resultados. Para evitar poluir a notação, vamos utilizar o arranjo de resultados apenas para o comando **return**.

Primeiro mostraremos as regras que lidam com a execução de sequências de comandos. A execução de uma sequência não vazia de comandos se dá pela execução do primeiro comando, c, que produz um novo ambiente σ_1 que é utilizado como entrada para a execução do restante do bloco de comandos que produz o ambiente final, σ' . Finalmente, observe que um bloco vazio produz como resultado um ambiente não modificado.

$$\frac{\Delta; \theta; \sigma; c \Rightarrow_{c} \sigma_{1} \quad \Delta; \theta; \sigma_{1}; cs \Rightarrow_{cs} \sigma'}{\Delta; \theta; \sigma; c cs \Rightarrow_{cs} \sigma'} \quad \frac{\Delta; \theta; \sigma; \bullet \Rightarrow_{cs} \sigma}{\Delta; \theta; \sigma; \bullet \Rightarrow_{cs} \sigma}$$

A semântica de atribuições v=e se dá pela avaliação da expressão e e a respectiva atualização do valor de v no ambiente σ . Para declarações de variáveis e sua respectiva inicialização, o processo é similar e também apresentado a seguir.

$$\frac{\Delta; \theta; \sigma; e \Rightarrow_e val}{\Delta; \theta; \sigma; v = e \Rightarrow_c \sigma[v \mapsto val]} \quad \frac{\Delta; \theta; \sigma; e \Rightarrow_e val}{\Delta; \theta; \sigma; \tau v = e \Rightarrow_c \sigma[v \mapsto val]}$$

A avaliação de comandos condicionais se dá por executar a expressão e e, em seguida, executa-se o bloco correspondente ao **then** ou **else**, dependendo do resultado da avaliação.

$$\frac{\Delta; \theta; \sigma; \ e \Rightarrow_e \mathbf{true} \quad \Delta; \theta; \sigma; \ cs_1 \Rightarrow_{cs} \sigma'}{\Delta; \theta; \sigma; \ \mathbf{if} \ e \ \mathbf{then} \ cs_1 \ \mathbf{else} \ cs_2 \ \Rightarrow_c \sigma'} \quad \frac{\Delta; \theta; \sigma; \ e \Rightarrow_e \mathbf{false} \quad \Delta; \theta; \sigma; \ cs_2 \Rightarrow_{cs} \sigma'}{\Delta; \theta; \sigma; \ \mathbf{if} \ e \ \mathbf{then} \ cs_1 \ \mathbf{else} \ cs_2 \ \Rightarrow_c \sigma'}$$

Comandos **iterate** são executados da seguinte forma:

- 1. Primeiro executamos a expressão e de forma a obter um valor inteiro n.
- 2. Em seguida, realizamos n iterações do bloco de comandos cs.

$$\frac{\Delta; \theta; \sigma; e \Rightarrow_e n \quad \Delta; \theta; \sigma; cs \Rightarrow_n \sigma'}{\Delta; \theta; \sigma; \text{ iterate } e \ cs \Rightarrow_c \sigma'}$$

A iteração de blocos de comandos é realizada pelas seguintes regras, cujo significado é imediato.

$$\frac{\Delta;\theta;\sigma;cs\Rightarrow_{cs}\sigma_1\quad \Delta;\theta;\sigma_1;cs\Rightarrow_n\sigma'}{\Delta;\theta;\sigma;cs\Rightarrow_{n+1}\sigma'}\quad \frac{\Delta;\theta;\sigma;cs\Rightarrow_0\sigma}{\Delta;\theta;\sigma;cs\Rightarrow_0\sigma}$$

Para a semântica de comandos que realizam entrada e saída, vamos considerar funções **primitivas** para realizar a leitura e escrita utilizando a entrada / saída padrão. A função **print** é a função primitiva que realiza a impressão de valores no console e **read** realiza a leitura de valores.

$$\frac{\Delta; \theta; \sigma; e \Rightarrow_e val \quad \text{print } val}{\Delta; \theta; \sigma; \ \text{print } e \ cs \Rightarrow_c \sigma} \quad \frac{val = \text{read} \quad \Delta; \theta; \sigma lv = val \Rightarrow_c \sigma'}{\Delta; \theta; \sigma; \ \text{read } lv \ cs \Rightarrow_c \sigma'}$$

A semântica do comando **return** avalia as expressões e as retorna em forma de um arranjo.

$$\frac{\Delta; \theta; \sigma; es \Rightarrow_{es} val_1...val_n \bullet \quad A = \{val_1, ..., val_n\}}{\Delta; \theta; \sigma; \mathbf{return} \ es \Rightarrow_c \sigma; A}$$

Finalmente, chamadas de funções permitem utilizar acesso a campos ou variáveis para receber o valor produzido pela chamada da função em questão. A única diferença de chamadas de funções a nível de expressões é que enquanto comandos, funções podem realizar atribuições para receber o valor retornado.

$$\Delta; \theta; \sigma; es_1 \Rightarrow_{es} vals_1 \qquad \Delta; \theta; \sigma; es_2 \Rightarrow_{es} lv_1...lv_n$$

$$\theta(v) = v(x :: \tau) ts cs \qquad \sigma_1 = \sigma \cup \{(x_i, vals_{1i}) \mid 1 \le i \le |vals_1|\}$$

$$\Delta; \theta; \sigma_1; cs \Rightarrow_{cs} \sigma''; \{val_1, ..., val_n\} \qquad cs_2 = \{lv_i = val_i \mid 1 \le i \le n\}$$

$$\Delta; \theta; \sigma''; cs_2 \Rightarrow_{cs} \sigma'$$

$$\Theta; \theta; \sigma; v(es_1) [es_2] \Rightarrow_{c} \sigma'$$

3.2.3 - Semântica de programas

A execução de programas completos se dá pela avalição de sua função **main** com os argumentos fornecidos por linha de comando como um valor de tipo **String**[]. Caso nenhum argumento de linha de comando seja fornecido, considera-se que a função **main** é chamada com o argumento **null**.

Com isso, terminamos a especificação da linguagem Lang.