Expressões regulares

Construção de compiladores I

Objetivos

Objetivos

- Apresentar como utilizar expressões regulares para especificar a estrutura léxica de linguagens.

Objetivos

- Mostrar como produzir autômatos não determinísticos a partir de expressões regulares.
- Mostrar como obter um autômato determinístico a partir de um não determinístico.

Expressões regulares

Expressões regulares

- Forma algébrica para especificar linguagens regulares.
- Linguagens regulares: aceitas por AFDs

Expressões regulares

- Sintaxe

$$e \;\rightarrow\; \emptyset \mid \lambda \mid a \mid e\,e \mid e + e \mid e^*$$

Expressões regulares

- Expressões regulares denotam **linguagens**.

Expressões regulares

- Semântica:

$$
\begin{array}{lcl}
[\![\emptyset]\!] & = & \emptyset \\
[\![\lambda]\!] & = & \{\lambda\} \\
[\![a]\!] & = & \{a\} \\
[\![e_1 e_2]\!] & = & [\![e_1]\!]\,[\![e_2]\!] \\
[\![e_1 + e_2]\!] & = & [\![e_1]\!] \cup [\![e_2]\!] \\
[\![e_1^*]\!] & = & [\![e_1]\!]^*
\end{array}
$$

Expressões regulares

- Expressões regulares são equivalentes a **autômatos finitos não determinísticos**.
- Equivalência definida pela **construção de Thompson**.

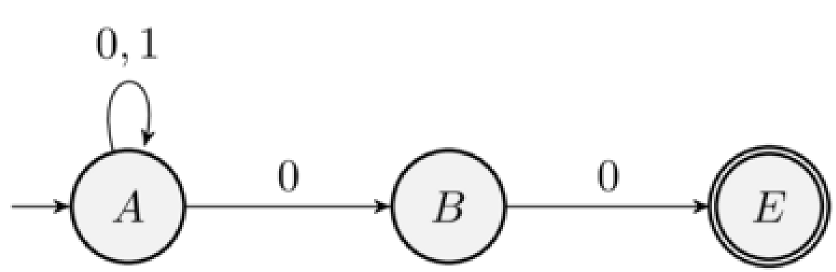
Autômatos não determinísticos

Autômatos não determinísticos

- Um AFN $M = (E, \Sigma, \delta, I, F)$:
  - E : conjunto de estados
  - Σ: alfabeto
  - $\delta : E \times \Sigma \to \mathcal{P}(E)$: função de transição.
  - $I \subseteq E$: conjunto de estados iniciais.
  - $F \subseteq E$: conjunto de estados finais.

Autômatos não determinísticos

- Exemplo: $(0+1)^*00$



Autômatos não determinísticos.

- Seja $M = (E, \Sigma, \delta, I, F)$ um AFN.
- O AFD equivalente é $(\mathcal{P}(E), \Sigma, \delta', I, F')$:
  - $\delta'(X, a) = \bigcup_{e \in X} \delta(e, a)$.
  - $F' = \{X \mid X \cap F = \emptyset\}$.

Autômatos não determinísticos

- Implementação em Haskell

```
data NFA a
  = NFA {
      numberOfStates :: Int
    , nfaStart :: Set a
    , nfaDelta :: a -> Char -> Set a
    , nfaFinals :: Set a
    }
```

Autômato não determinísticos

- Implementação em Haskell

```
subset :: Ord a => NFA a -> DFA (Set a)
subset m
  = DFA {
      start  = nfaStart m
    , delta  = \ es c ->
        Set.unions (map (flip (nfaDelta m) c) (Set.elems es))
    , finals = \ es -> not (disjoint es (nfaFinals m))
    }
```

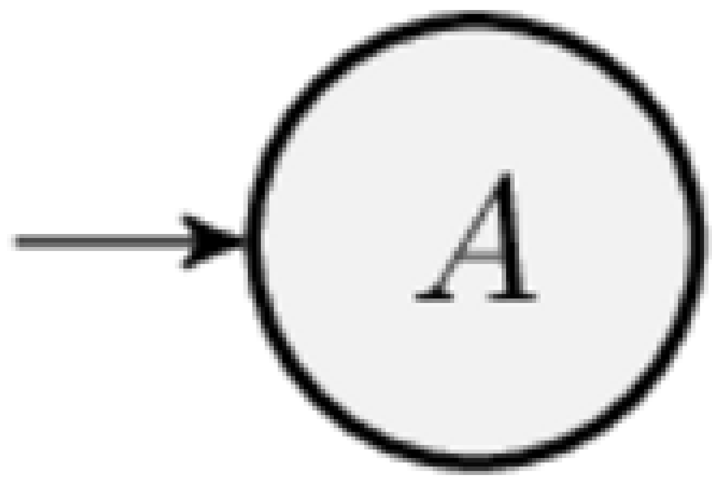
Construção de Thompson

Construção de Thompson

- Mostra como obter um AFN a partir de uma expressão regular.
- Estratégia utilizada por ferramentas de geração de analisadores léxicos.

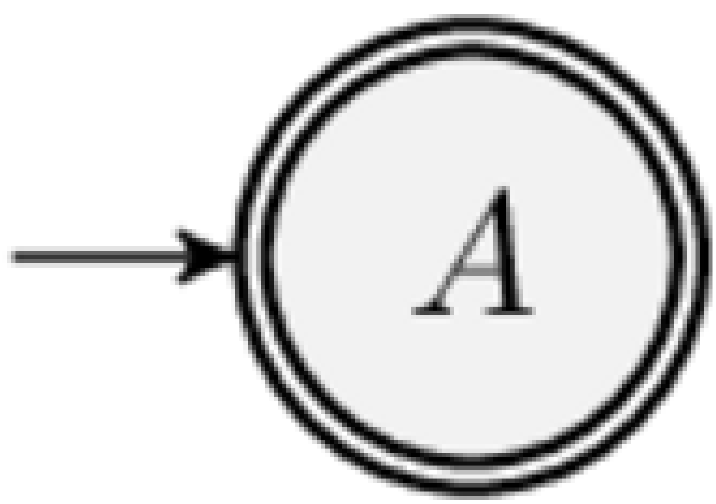
Construção de Thompson

- AFN para $e = \emptyset$.



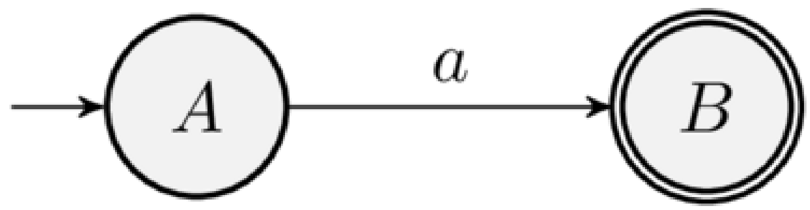
Construção de Thompson

- AFN para $e = \lambda$.



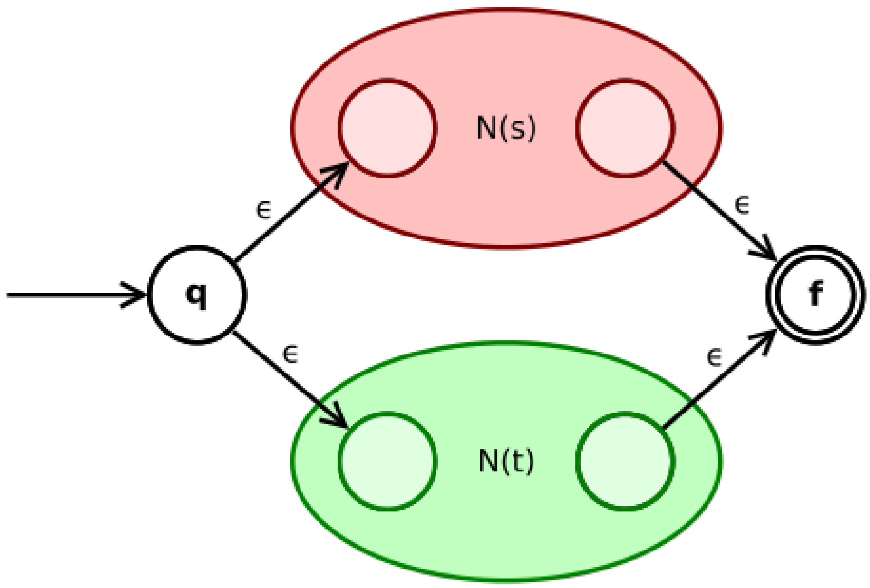
Construção de Thompson

- AFN para $e = a$.



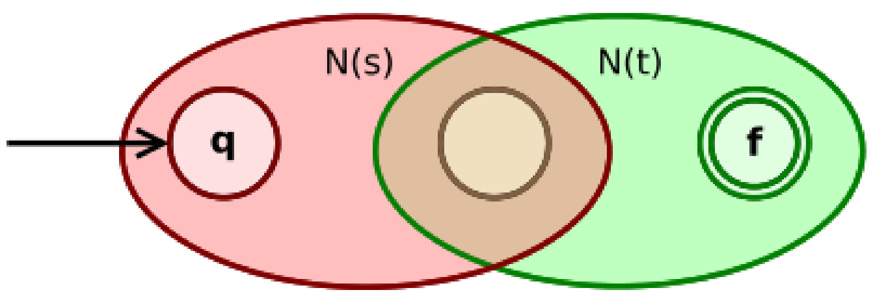
Construção de Thompson

- AFN para $e = e_1 + e_2$.



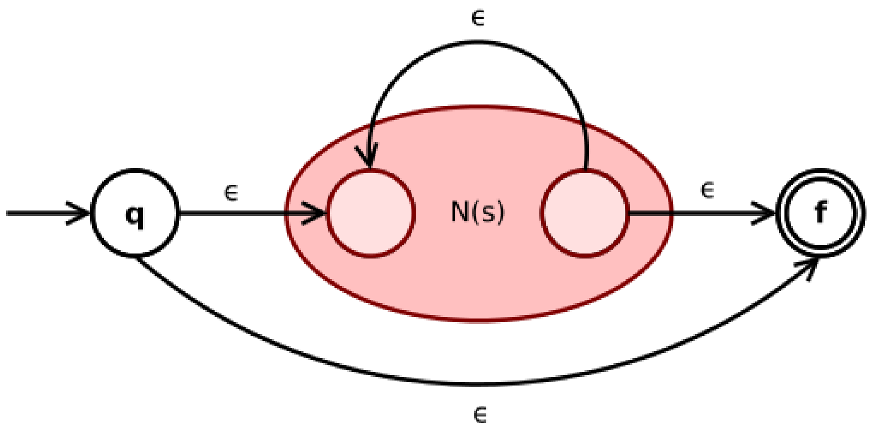
Construção de Thompson

- AFN para $e = e_1\, e_2$.



Construção de Thompson

- AFN para $e = e_1^*$.



Construção de Thompson

- Como implementar?
  - AFNs para casos bases.
  - Funções para combinar AFNs.

Construção de Thompson

- AFN para $\emptyset$.

```
emptyNFA :: NFA Int
emptyNFA
  = NFA 0 Set.empty
          (\ _ _ -> Set.empty)
          Set.empty
```

Construção de Thompson

- AFN para $\{\lambda\}$.

```
lambdaNFA :: NFA Int
lambdaNFA
  = NFA 1 one
          (\ _ _ -> Set.empty)
```

```
        one
    where
      one = Set.singleton 1
```

Construção de Thompson

- AFN para $\{a\}$.

```
chrNFA :: Char -> NFA Int
chrNFA c
  = NFA 2 zero f one
    where
      zero = Set.singleton 0
      one = Set.singleton 1
      err = Set.singleton 2
      f 0 x = if c == x then one
              else err
      f _ _ = err
```

Construção de Thompson

- Antes de definir funções para combinar AFNs, precisamos garantir que estes não possuam estados em comum.

Construção de Thompson

- Para isso, vamos "renomear" estados de um AFN.

```
shift :: Int -> Set Int -> Set Int
shift n = Set.fromAscList . map (+ n) . Set.toAscList
```

Construção de Thompson

- AFN para $e_1 + e_2$.

```
unionNFA :: NFA Int -> NFA Int -> NFA Int
unionNFA m1 m2
  = NFA {
      numberOfStates = n1 + n2
    , nfaStart = Set.union (nfaStart m1) (shift n1 (nfaStart m2))
    , nfaDelta = f
    , nfaFinals = Set.union (nfaFinals m2) (shift n1 (nfaFinals m2))
```

```
    }
    where
      n1 = numberOfStates m1
      n2 = numberOfStates m2
      f s c = if s < n1 then nfaDelta m1 s c
              else shift n1 (nfaDelta m2 (s - n1) c)
```

Construção de Thompson

- AFN para $e_1\, e_2$.

```
concatNFA :: NFA Int -> NFA Int -> NFA Int
concatNFA m1 m2
    = NFA {
        numberOfStates = n1 + n2
      , nfaStart = newStart
      , nfaDelta = newDelta
      , nfaFinals = newFinals
      }
      where
        n1 = numberOfStates m1
        n2 = numberOfStates m2
```

Construção de Thompson

- AFN para $e_1\, e_2$ (continuação).

```
start1 = nfaStart m1
final1 = nfaFinals m1
newStart = if disjoint start1 final1
           then start1
            else Set.union start1 (shift n1 final1)
newFinals = shift n1 final1
newDelta e c = if e < n1 then
                 if disjoint (nfaDelta m1 e c) final1
                 then nfaDelta m1 e c
                 else Set.union (nfaDelta m1 e c) start1
               else shift n1 (nfaDelta m2 (e - n1) c)
```

Construção de Thompson

- AFN para $e = e_1^*$.

```
starNFA :: NFA Int -> NFA Int
starNFA m1
  = NFA {
      numberOfStates = numberOfStates m1
    , nfaStart = nfaStart m1
    , nfaDelta = newDelta
    , nfaFinals = nfaStart m1
    }
    where
      newDelta e c
        = let r = nfaDelta m1 e c
          in if disjoint r (nfaFinals m1)
             then r
             else Set.union r (nfaStart m1)
```

Construção de Thompson

- Convertendo uma ER em um DFA:

```
toDFA :: Regex -> DFA (Set Int)
toDFA = subset . thompson
```

Construção de Thompson

- Construindo o AFD para um conjunto de REs.

```
lexer :: [Regex] -> DFA (Set Int)
lexer = subset . foldr unionNFA emptyNFA . map thompson
```

Concluindo

Concluindo

- Revisamos REs, AFNs e sua relação com AFDs.

- Apresentamos como construir AFDs a partir de expressões regulares.

Concluindo

- Próxima aula: Derivadas de expressões regulares e geradores de analisadores léxicos.

Exercícios

Exercícios

- Construa um analisador léxico para a linguagem IMP utilizando o arcabouço baseado em expressões regulares e AFDs.