

**FINAL MECANIQUE (2H)**

(Dr A. EYA'A MVONGBOTE)

**Partie I : Dynamique**

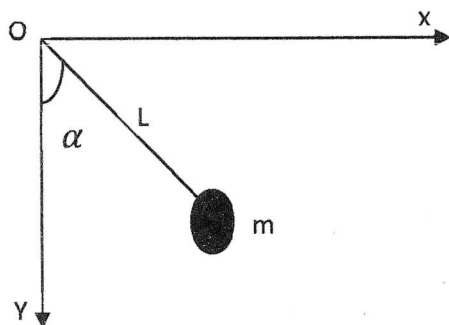
Au tennis, un lob est réussi lorsque la balle passe audessus de l'adversaire et retombe avant la ligne de fond de court (12m du filet). Le joueur 1, situé à  $d_1 = 2\text{m}$  du filet (de hauteur 1m), tape la balle à une hauteur  $z_0 = 30\text{cm}$  et lui communique une vitesse  $\vec{v}_0$  contenue dans un plan vertical, de valeur  $v_0 = 36 \text{ km.h}^{-1}$ , et formant un angle  $\alpha = 60^\circ$  avec l'horizontale. On négligera les forces de frottement. On prendra  $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$ .

1. Déterminer les équations horaires du centre d'inertie G de la balle dans le repère  $(O, \vec{i}, \vec{k})$  représenté sur la figure (la balle est frappée à la date  $t = 0$ ).
2. En déduire l'équation de la trajectoire de la balle.
3. La balle passe-t-elle au dessus du filet ?
4. Le joueur 2 est de l'autre coté du filet. Il tend sa raquette verticalement pour essayer de toucher la balle : le tamis de sa raquette est alors situé à une hauteur  $h = 2,3\text{m}$ . A quelle distance du filet le joueur 2 doit-il se placer ?
5. Si le joueur 2 se trouve à une distance  $d_2 = 4\text{m}$  du filet, peut-il intercepter la balle ? Le lob est-il réussi ?
6. Caractériser le vecteur vitesse  $\vec{v}$  de la balle lors de son impact sur le sol.

## Partie II: Oscillateurs

On considère un pendule simple avec des forces de frottements de la forme :

$\vec{F} = -\beta \overline{v(t)}$  où  $v(t)$  est la vitesse du point  $m$ .



On considère que le pendule est écarté d'un angle  $\alpha$  très faible ;

- 1°) Exprimer l'élongation  $x(t)$  du pendule en fonction de  $L$  et  $\alpha$ .
- 2°) Exprimer la force de rappel  $F_r$  du pendule en fonction de  $m$ ,  $g$  et  $\alpha$ .
- 3°) Exprimer le principe fondamental de la dynamique, et montrer que :

$$\frac{d^2\alpha(t)}{dt^2} + \frac{\beta}{m} \frac{d\alpha(t)}{dt} + \frac{g}{l} \alpha(t) = 0$$

NB : on fera l'approximation  $\cos(\alpha) = 1$  et  $\sin(\alpha) = \alpha$ .

- 4°)
  - a) Résoudre l'équation (1), on posera  $\delta = \frac{\beta}{2m}$  et  $\omega_0^2 = \frac{g}{l}$ , on déterminera la solution oscillante.
  - b) Représenter l'allure de la solution.

Bon travail.

**RATTRAPAGE MECANIQUE 1 (2H)**

(Dr A. EYA'A MVONGBOTE)

**Partie I: Cinématique**

On considère un point matériel  $M$  se déplaçant dans un référentiel  $\mathcal{R}(O, xyz)$  muni de la base  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ . Les coordonnées du point  $M$  dans le référentiel  $\mathcal{R}$  sont données par :

$$x(t) = t + 1 \quad , \quad y(t) = t^2 + 1 \quad \text{et} \quad z(t) = 0 \quad . \quad (t \text{ étant le temps})$$

1. Donner l'équation de la trajectoire de  $M$  dans  $\mathcal{R}$ . En déduire sa nature.
2. Calculer la vitesse  $\vec{V}(M/\mathcal{R})$  et l'accélération  $\vec{\gamma}(M/\mathcal{R})$  du point  $M$ .

**Partie II: Dynamique**

Soient  $\mathcal{R}(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  un repère cartésien muni de la base  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  et  $\mathcal{R}'(O, \vec{e}_\rho, \vec{e}_\varphi, \vec{k})$  le repère cylindrique muni de la base  $(\vec{e}_\rho, \vec{e}_\varphi, \vec{k})$ . Considérons un point matériel  $M$  de coordonnées cartésiennes  $(x, y, z)$  et cylindriques  $(\rho, \varphi, z)$ .

- 1) Faire une représentation des vecteurs des deux bases associées à  $\mathcal{R}$  et  $\mathcal{R}'$  et des coordonnées du point  $M$ .
- 2) Donner les expressions du vecteur position  $\vec{OM}$  et du déplacement élémentaire  $d\vec{OM}$  dans les deux repères  $\mathcal{R}$  et  $\mathcal{R}'$ .
- 3) En déduire la surface et le volume d'un cylindre d'axe  $(Oz)$ , de hauteur  $h$  et de rayon  $R$ .
- 4) Déterminer les expressions de  $x$ ,  $y$  et  $z$  en fonction de  $\rho$ ,  $\varphi$  et  $z$ .
- 5) Déterminer les expressions de  $\rho$ ,  $\varphi$  et  $z$  en fonction de  $x$ ,  $y$  et  $z$ .
- 6) Déterminer les expressions de  $\dot{x}$ ,  $\dot{y}$  et  $\dot{z}$  en fonction de  $\rho$ ,  $\varphi$  et  $z$  et leurs dérivées par rapport au temps  $\dot{\rho}$ ,  $\dot{\varphi}$  et  $\dot{z}$ .
- 7) Déterminer les expressions des vecteurs de la base  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  en fonction de celles de la base  $(\vec{e}_\rho, \vec{e}_\varphi, \vec{k})$ .

**Bon travail.**

**INTRA MECANIQUE 1 (2H)**

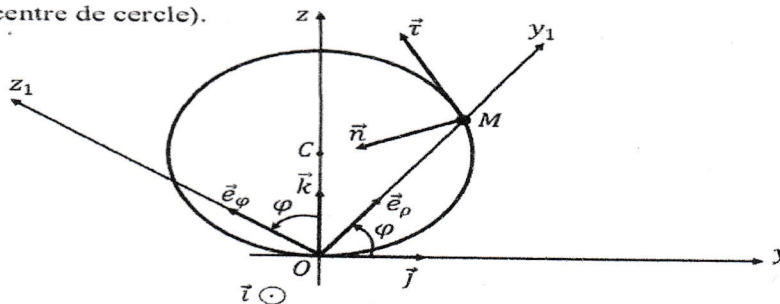
(Dr A. EYA'A MVONGBOTE)

**Partie I : système de coordonnées**

Calculer la position, le déplacement élémentaire et la vitesse en coordonnées cartésiennes, polaire, cylindrique et sphérique.

**Partie II : Mouvement relatif**

Soient  $\mathcal{R}(O, x, y, z)$  un référentiel absolu supposé galiléen muni de la base orthonormée directe  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  et  $\mathcal{R}_1(O, x_1, y_1, z_1)$  un référentiel relatif muni de la base orthonormée directe  $(\vec{e}_\rho, \vec{e}_\varphi, \vec{t})$ . Au cours du temps, les axes  $(Ox)$  et  $(Ox_1)$  restent colinéaires. Dans le plan vertical  $(yOz)$ , une tige circulaire de centre  $C$  et de rayon  $a$  est maintenue fixe. Un anneau  $M$  de masse  $m$  glisse sans frottement sur la tige circulaire. Il est repéré par  $\overrightarrow{OM} = 2a \sin \varphi \vec{e}_\rho$  où  $\varphi = (\vec{j}, \overrightarrow{OM})$ . On désigne par  $(\vec{t}, \vec{n}, \vec{l})$  la base de Frénet comme l'indique la figure ( $\vec{n}$  est le vecteur dirigé vers le centre de cercle).



**N.B :** Toutes les expressions vectorielles doivent être exprimées dans la base  $(\vec{e}_\rho, \vec{e}_\varphi, \vec{t})$ .

- 1) Vérifier que la vitesse de rotation de  $\mathcal{R}_1$  par rapport à  $\mathcal{R}$  est donnée par  $\vec{\Omega}(\mathcal{R}_1/\mathcal{R}) = \dot{\varphi} \vec{l}$ .
- 2) a) Calculer  $\vec{v}_r(M)$  et  $\vec{v}_a(M)$  respectivement les vitesses relative et absolue de  $M$ .
- b) En déduire  $\vec{t}$  le vecteur tangent à la trajectoire.
- c) Déterminer  $\vec{n}$  le vecteur normal à la trajectoire.
- 3) Déterminer  $\vec{a}_r(M)$  l'accélération relative de  $M$ .
- 4) Déterminer  $\vec{a}_e(M)$  l'accélération d'entraînement de  $M$ .
- 5) Déterminer  $\vec{a}_c(M)$  l'accélération de Coriolis de  $M$ .
- 6) En déduire  $\vec{a}_a(M)$  l'accélération absolue de  $M$ .

**NB :**

$$\vec{Y}_e(M) = \frac{d^2 \overrightarrow{OO'}}{dt^2} + \frac{d\vec{\Omega}}{dt} \wedge \overrightarrow{O'M} + \vec{\Omega} \wedge (\vec{\Omega} \times \overrightarrow{O'M}) \text{ ou } \vec{\Omega} \text{ est la vitesse angulaire, et}$$

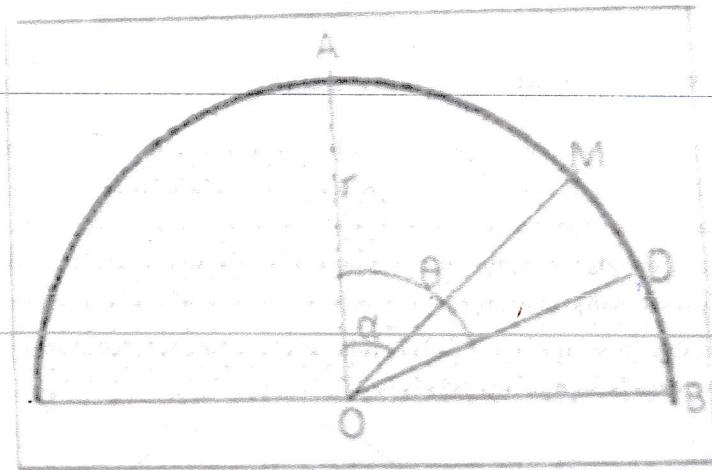
$$\vec{Y}_c(M) = 2 \vec{\Omega} \wedge \vec{v}_r(M) \text{ Ou } \vec{v}_r(M) \text{ est la vitesse relative du point } M.$$



### Partie III: Théorème énergie cinétique

On laisse glisser sans vitesse initiale au sommet A d'une sphère de rayon  $r = 2\text{ m}$  un morceau de glace suppose ponctuelle et de masse  $m = 100\text{ g}$ .

- 1) En négligeant tout frottement, donner l'expression de la vitesse  $V$  du glaçon pour une position M tel que  $\text{AOM} = \alpha$  en fonction de  $r$ ,  $g$ , et  $\alpha$ .
- 2) Donner les composantes des forces qui s'exercent sur la sphère dans le repère de Frenet où  $\vec{T}$  est le vecteur tangentiel et  $\vec{N}$  le vecteur normal en M.
- 3) Déterminer l'accélération au point M (préciser ses composantes tangentiels et normales).
- 4) Donner l'expression de la réaction  $\vec{R}$  de la sphère sur le glaçon en M.
- 5) En quel point D le glaçon va-t-il quitter la sphère ?  
(Cette position sera repérée par l'angle  $\theta = \text{AOD}$ )  
Donner la valeur numérique de  $\theta$ . On donne  $\alpha = 30$



**BON TRAVAIL**

Analyse  
Optique fond

Acoustique I, F

Système d'exploitation

Bureautique

## Partie II : THEOREME DE L'ENERGIE CINETIQUE

Un point matériel de masse  $m$  est lancé avec une vitesse initiale  $\vec{v}_A$  sur un plan incliné faisant un angle  $\alpha$  avec l'horizontal. Après avoir parcouru une distance  $d$  ce point matériel arrive sur un ressort de longueur à vide  $l_0$  et de raideur  $k$ .

Ce dernier subit alors une compression.

- 1) Déterminer les forces appliquées sur le point matériel.
- 2) Calculer les travaux de toutes ces forces le long du trajet allant de la position A à la position correspondant au ressort comprimé.
- 3) Calculer la vitesse maximale atteinte par le point matériel.
- 4) Déterminer la compression maximale du ressort.

