AMC 10A解析

题目稳定，高分困难

李现伟 2022年11月12日

1. 下列式子的值是多少？ $3+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{3}}}$

$(A)\ \frac{31}{10}$ $(B)\ \frac{49}{15}$ $(C)\ \frac{33}{10}$ $(D)\ \frac{109}{33}$ $(E)\ \frac{15}{4}$

2. 麦克骑车57分钟可以骑15圈，假设他匀速骑行，那么前27分钟他可以骑多少圈？

(A). 5 (B). 7 (C). 9 (D).11 (E). 13

3. 三个数字之和是96。第一个数字是第三个数字的6倍，第三个数比第二个数少40。第一个数字和第二个数字之差的绝对值是多少？

(A). 1 (B). 2 (C). 3 (D).4 (E). 5

4.在一些国家，汽车燃油效率以每100公里消耗每x公升为单位，而其他国家则以每加仑英里为单位。假设1公里等于m英里，1加仑等于l升。以下哪项公式表明了每加仑行驶x英里的汽车的燃油效率（升/100公里）？

(A) $\dfrac{x}{100 \quad \ell\, m}$ (B) $\dfrac{x\,\ell\, m}{100}$ (C) $\dfrac{\ell\, m}{100 \quad x}$ (D) $\dfrac{100}{x\,\ell\, m}$ (E) $\dfrac{100 \quad \ell\, m}{x}$

5.正方形ABCD的边长为1.点P、O、R和S都位于ABCD的一侧，因此APQCRS是边长为S的等边凸六边形。S的值是多少？

(A) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $2-\sqrt{2}$ (D) $1-\frac{\sqrt{2}}{4}$ (E) $\frac{2}{3}$

6.哪个表达式等于 $\left|a-2-\sqrt{(a-1)^2}\right|$ 当a<0？

(A). 3-2a (B). 1-a (C). 1 (D).a+1 (E). 3

7.正整数n和18的最小公倍数是180，n和45的最大公因数是15。n的位数之和是多少?

(A). 3 (B). 6 (C). 8 (D).9 (E). 12

8.一个数据集由6个（不一定不同的）正整数组成：1、7、5、2、5和X。6个数字的平均值（算术平均值）等于数据集中的一个值。X的所有可能值之和是多少？

(A). 10 (B). 26 (C). 32 (D).36 (E). 40

9.如图所示，矩形被划分为5个区域。每个区域都要涂上颜色，颜色为：红色、橙色、黄色、蓝色或绿色，这样触摸的区域就会涂上不同的颜色，并且每种颜色可以多次使用。有多少种不同的颜色搭配？

(A). 120 (B). 270 (C). 360 (D).540 (E). 720

10.丹尼尔找到一张矩形索引卡，测量其对角线为8厘米。然后他在索引卡的两个相对角切出边长1cm的等边正方形，并测量这些正方形的两个最近顶点之间的距离为$4\sqrt{2}$厘米。如下所示。原始索引卡的面积是多少？

$(A)14$ $(B)10\sqrt{2}$ $(C)16$ $(D)12\sqrt{2}$ $(E)18$

11.泰德把 $2^m \cdot \sqrt{\frac{1}{4096}}$ 写错成了 $2\cdot\sqrt[m]{\frac{1}{4096}}$ 使这两个表达式具有相同值时的所有实数m的和是多少？

(A). 5 (B). 6 (C). 7 (D).8 (E). 9

12.万圣节那天，31个孩子走进校长办公室要糖果。孩子们可以分类为三种类型：有的总是说谎;有的总是说真话;有的有时撒谎有时说真话。有时撒谎有时说真话的孩子任意选择他们的第一个回答，要么是谎言，要么是真相，但随后的每一个回答都具有与前一个相反的真相价值。校长按顺序问了所有人同样的三个问题。

“你是讲真话的人吗？校长给了22个回答是的孩子每人一块糖果。

“你是有时撒谎有时说真话的人吗？”校长给了15个回答是的孩子每人一块糖果。

“你是个撒谎的人吗？”校长给了9个回答是的孩子每人一块糖果。

校长总共给了那些只说真话的孩子多少块糖果？

(A). 7 (B). 12 (C). 21 (D).27 (E). 31

13.让△ABC是一个不等边三角形。点P位于$\overline{BC}$上，使得$\overline{AP}$平分∠BAC。垂直于$\overline{AP}$且穿过点B的线与平行于$\overline{BC}$的穿过A的线在点D处相交。假设BP=2，PC=3，AD长为多少？

(A). 8 (B). 9 (C). 10 (D).11 (E). 12

14.有多少种方法可以将整数1到14分成7对，以便每对中较大的数至少是较小数的2倍？

(A). 108 (B). 120 (C). 126 (D).132 (E). 144

15.边长AB=7、BC=24、CD=20和DA=15的四边形ABCD内接在一个圆中。圆内部但四边形外部的区域可以写成 $\frac{a\pi - b}{c}$ 形式，其中a、b和c是正整数，并且a和c没有公共质数因子。那么a+b+c的值是多少？

(A). 260 (B). 855 (C). 1235 (D).1565 (E). 1997

16.多项式 $10x^3-39x^2+29x-6$ 的根是长方体的高度、长度和宽度。通过将原始长方体盒子的每个边延长2个单位，形成一个新的长方体盒子。则新盒子的体积是多少？

(A). 24/5 (B). 42/4 (C). 81 (D).30 (E). 48

17.有一串数字由 $\underline{a}\ \underline{b}\ \underline{c}$ 组成，这串数字的每个数字是正整数并且只有三位数。并且a,b,c需要满足：

$$0.\overline{abc}=\frac{1}{3}(0.\overline{a}+0.\overline{b}+0.\overline{c})$$

那么这样的数字有多少个？ ____

（条形表示数字重复；因此 $0.\overline{abc}$ 是无限重复的十进制0. $\underline{a}\ \underline{b}\ \underline{c}\ \underline{a}\ \underline{b}\ \underline{c}$...）

(A). 9 (B). 10 (C). 11 (D).13 (E). 14

18.设Tk序列为坐标平面中的变形，它表明使一个平面首先围绕原点逆时针旋转平面k度，然后以y轴为对称轴翻转。变换序列为T1、T2、T3…………Tn。那么请问将点（1，0）返回自身的最小正整数n是多少？

(A). 359 (B). 360 (C). 719 (D).720 (E). 721

19.设Ln表示数1、2、3、…n的最小公倍数，且设h为唯一正整数，使得

$$\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\ldots+\frac{1}{17}=\frac{h}{L_{17}}$$

那么h除以17的余数是多少？

(A). 359 (B). 360 (C). 719 (D).720 (E). 721

20.有一个只有四项的数列，它是由将正整数的四项算术序列的每个项与正整数的三项几何序列的相应项相加而组成的。所得四项序列的前三项是57、60和91。这个序列的第四项是什么？

(A). 190 (B). 194 (C). 198 (D).202 (E). 206

21.通过将边为1的四个正六边形连接到边为1的正方形来形成碗。相邻六边形的边缘重合，如图所示。通过连接位于碗边缘的四个六边形顶部八个顶点获得的八边形的面积是多少？

(A). 6 (B). 7 (C). $5+2\sqrt{2}$ (D).8 (E). 9

22.假设编号为1、2、3、...13的13张卡片排成一行。现在有个任务是以数字递增的顺序拾取它们，从左到右重复工作。在下面的示例中，卡1、2、3在第一遍中被拾取，4和5在第二遍中被拾起，6在第三遍中被捡起，7、8、9、10在第四遍中被拾起，11、12、13在第五遍中被拾起。

7	11	8	6	4	5	9	12	1	13	10	2	3

请问有多少种排列顺序是可以让这13张卡片在两次拾起中就能捡完的？

(A). 4082 (B). 4095 (C). 4096 (D).8178 (E). 8191

23.等腰梯形ABCD具有平行边 $\overline{AD}$和 $\overline{BC}$，其中BC<AD，AB=CD。平面中有一个点P，使得PA=1，PB=2，PC=3，PD 4。那么BC/AD的值是多少？

(A). 1/4 (B). 1/3 (C). 1/2 (D).2/3 (E). 3/4

24.假设有这么一串数字，由数字0、1、2、3、4形成且它的位数是5。若j代表数字里的每个数字，j ∈(1、2，3、4），并且该串数字至少包含小于j的j位数字，那么这样的数字组合有多少种？（例如，02214满足此条件，因为它至少包含小于1的1位数字，至少包含小于2的2位数字，最少包含小于3的3位数字，以及至少包含小于4的4位数字。字符串23404不满足条件，因为其不包含至少2位小于2的数字。）

(A). 500 (B). 625 (C).1089 (D).1199 (E). 1296

25.设R、S和T是在坐标平面中的格点（即坐标均为整数的点）处具有顶点的正方形，以及它们的内部的正方形也是如此。每个正方形的底边位于x轴上。R的左边缘和S的右边缘在y轴上，R包含9/4个与S相同的格点。T的顶部两个顶点在RUS中，T包含RUS中的1/4个格点。见图（未按比例绘制）。

S中位于S ∩ T中的点阵点的分数是R中位于R T中点阵点分数的27倍。R的边长加上S的边长再加上T的边长的最小可能值是多少？

(A) 336 (B). 337 (C).338 (D).339 (E). 340