Exam Review Part 2a – Rational Expressions

MCR3U

SOLUTIONS

Section 1: Simplifying Rational Expressions

1) Simplify each expression. State all restrictions on x.

$2x \times 5$, $1x \times -3$ $\quad$ $2x \times 3$, $1x \times -3$

a) $\frac{x-7}{x^2-4x-21}$

$= \frac{x-7}{(x-7)(x+3)}$

$= \frac{1}{x+3}$; $x \neq 7, -3$

b) $\frac{2x^2+7x-15}{2x^2+3x-9}$

$= \frac{(2x-3)(x+5)}{(2x-3)(x+3)}$

$= \frac{x+5}{x+3}$; $x \neq -3, \frac{3}{2}$

2) Simplify and state any restrictions.

a) $\frac{36x^4}{5x^2} \times \frac{80x^3}{12x}$ (3, 16)

$= \frac{48x^7}{x^3}$

$= 48x^4$; $x \neq 0$

b) $\frac{3x}{32y} \div \frac{27x^2}{96y}$

$= \frac{1}{3x} \times \frac{3}{9x^2}$ (1, 3)

$= \frac{3xy}{9x^2y}$

$= \frac{1}{3x}$; $x \neq 0, y \neq 0$

3) Simplify and state any restrictions

a) $\frac{12}{x-6} \times \frac{x-6}{3}$ (4, 1)

$= 4$; $x \neq 6$

b) $\frac{x-8}{x+2} \times \frac{x+2}{x-6}$

$= \frac{x-8}{x-6}$; $x \neq -2, 6$

c) $\frac{4x-20}{x^2+6x} \times \frac{3x^2}{3x-15}$

$= \frac{4(x-5)(3x^2)}{x(x+6)(3)(x-5)}$

$= \frac{4x^2}{x(x+6)}$

$= \frac{4x}{x+6}$; $x \neq -6, 0, 5$

d) $\frac{x^2+3x+2}{x^2-1} \times \frac{x-1}{x^2-2x-8}$

$= \frac{(x+2)(x+1)}{(x+1)(x-1)} \times \frac{x-1}{(x-4)(x+2)}$

$= \frac{1}{x-4}$; $x \neq -2, -1, 1, 4$

4) Simplify and state any restrictions

a) $\frac{x+1}{x} \div \frac{x+1}{2x}$

$= \frac{x+1}{x} \times \frac{2x}{x+1}$

$= 2 \; ; x = -1, 0$

b) $\frac{x+12}{x+10} \div \frac{x+12}{x-5}$

$= \frac{x+12}{x+10} \times \frac{x-5}{x+12}$

$= \frac{x-5}{x+10} \; ; x = -12, -10, 5$

c) $\frac{6x}{8x-72} \div \frac{9x}{2x-18}$

$= \frac{6x}{8(x-9)} \times \frac{2(x-9)}{9x}$

$= \frac{12x}{72x}$

$= \frac{1}{6} \; ; x \neq 0, 9$

d) $\frac{x^2-7x+10}{x^2-4} \div \frac{x^2-4x-5}{3x+6}$

$= \frac{(x-2)(x-5)}{(x-2)(x+2)} \times \frac{3(x+2)}{(x-5)(x+1)}$

$= \frac{3}{x+1} \; ; x \neq -2, -1, 2, 5$

5) Simplify and state any restrictions.

a) $\frac{5}{7x} - \frac{3}{4x}$ (×4, ×7)

$= \frac{20}{28x} - \frac{21}{28x}$

$= \frac{-1}{28x} \; ; x \neq 0$

b) $\frac{4}{ab} + \frac{9}{2b}$ (×2, ×a)

$= \frac{8}{2ab} + \frac{9a}{2ab}$

$= \frac{8+9a}{2ab} \; ; a \neq 0, b \neq 0$

c) $\frac{2}{x-3} - \frac{5}{x+3}$ ((x+3), (x−3))

$= \frac{2(x+3) - 5(x-3)}{(x-3)(x+3)}$

$= \frac{2x+6-5x+15}{(x-3)(x+3)}$

$= \frac{-3x+21}{(x-3)(x+3)}$

$= \frac{-3(x-7)}{(x-3)(x+3)} \; ; x \neq -3, 3$

d) $\frac{7}{x+4} + \frac{11}{x-5}$ ((x−5), (x+4))

$= \frac{7(x-5) + 11(x+4)}{(x+4)(x-5)}$

$= \frac{7x-35+11x+44}{(x+4)(x-5)}$

$= \frac{18x+9}{(x+4)(x-5)}$

$= \frac{9(2x+1)}{(x+4)(x-5)} \; ; x \neq -4, 5$

6) Simplify and state any restrictions

a) $\frac{4x}{x^2-9x+18}+\frac{2x-1}{x-6}$

$= \frac{4x}{(x-3)(x-6)} + \frac{2x-1}{x-6}\cdot\frac{(x-3)}{(x-3)}$

$= \frac{4x+2x^2-6x-x+3}{(x-3)(x-6)}$

$= \frac{2x^2-3x+3}{(x-3)(x-6)}$; $x \neq 3, 6$

b) $\frac{2x}{x-2}-\frac{3}{x^2-4}$

$= \frac{2x}{x-2}\cdot\frac{(x+2)}{(x+2)} - \frac{3}{(x-2)(x+2)}$

$= \frac{2x^2+4x-3}{(x-2)(x+2)}$; $x \neq -2, 2$

c) $\frac{3x+9}{x^2+5x+6}-\frac{2x-2}{x^2+x-2}$

$= \frac{3(x+3)}{(x+2)(x+3)} - \frac{2(x-1)}{(x+2)(x-1)}$

$= \frac{3}{x+2} - \frac{2}{x+2}$

$= \frac{1}{x+2}$; $x \neq -3, -2, 1$

d) $\frac{4x^2-20x}{x^2+2x-35}+\frac{3x-6}{x^2-12x+20}$

$= \frac{4x(x-5)}{(x+7)(x-5)} + \frac{3(x-2)}{(x-10)(x-2)}$

$= \frac{4x}{x+7}\cdot\frac{(x-10)}{(x-10)} + \frac{3}{x-10}\cdot\frac{(x+7)}{(x+7)}$

$= \frac{4x^2-40x+3x+21}{(x-10)(x+7)}$

$= \frac{4x^2-37x+21}{(x-10)(x+7)}$; $x \neq -7, 10$

7) Simplify and state the restrictions.

a) $\frac{1}{x-5}-\frac{1}{5-x}$

$= \frac{1}{x-5} + \frac{1}{x-5}$

$= \frac{2}{x-5}$; $x \neq 5$

b) $\frac{3x+2}{3-4x}+\frac{2x+1}{4x-3}$

$= \frac{3x+2}{3-4x} - \frac{2x+1}{3-4x}$

$= \frac{3x+2-2x-1}{3-4x}$

$= \frac{x+1}{3-4x}$; $x \neq \frac{3}{4}$

Answers

1) a) $\frac{1}{x+3}$; $x \neq -3, 7$ **b)** $\frac{x+5}{x+3}$; $x \neq -3, \frac{3}{2}$

2) a) $48x^4$; $x \neq 0$ **b)** $\frac{1}{3x}$; $x \neq 0, y \neq 0$

3) a) 4; $x \neq 6$ **b)** $\frac{x-8}{x-6}$; $x \neq -2, 6$ **c)** $\frac{4x}{x+6}$; $x \neq -6, 0, 5$ **d)** $\frac{1}{x-4}$; $x \neq -2, -1, 1, 4$

4) a) 2; $x \neq -1, 0$ **b)** $\frac{x-5}{x+10}$; $x \neq -12, -10, 5$ **c)** $\frac{1}{6}$; $x \neq 0, 9$ **d)** $\frac{3}{x+1}$; $x \neq -2, -1, 2, 5$

5) a) $-\frac{1}{28x}$; $x \neq 0$ **b)** $\frac{8+9a}{2ab}$; $a \neq 0, b \neq 0$ **c)** $\frac{-3(x-7)}{(x-3)(x+3)}$; $x \neq -3, 3$ **d)** $\frac{9(2x+1)}{(x+4)(x-5)}$; $x \neq -4, 5$

6) a) $\frac{2x^2-3x+3}{(x-6)(x-3)}$; $x \neq 3, 6$ **b)** $\frac{2x^2+4x-3}{(x-2)(x+2)}$; $x \neq -2, 2$ **c)** $\frac{1}{x+2}$; $x \neq -3, -2, 1$ **d)** $\frac{4x^2-37x+21}{(x+7)(x-10)}$; $x \neq -7, 2, 5, 10$

7) a) $\frac{2}{x-5}$; $x \neq 5$ **b)** $\frac{-x-1}{4x-3}$; $x \neq \frac{3}{4}$

OR

$\frac{x+1}{3-4x}$