1. Square Root, Powers, and Exponent Laws

平方根 (Square Root):

- **平方根是一个数，乘以它自身会得到原数。**例如，$\sqrt{9} = 3$，因为 $3 \times 3 = 9$。
- **平方根公式：**

$$\sqrt{a} = b \quad (\text{如果 } b^2 = a)$$

- **负数的平方根：**在实数范围内，没有负数的平方根。

指数 (Powers) 和指数法则 (Exponent Laws):

- **乘方：**a^n 表示将 a 乘以自己 n 次。
- **指数法则：**
  1. **乘法法则：**$a^m \times a^n = a^{m+n}$
  2. **除法法则：**$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
  3. **幂的幂：**$(a^m)^n = a^{m \times n}$
  4. **乘方与乘法：**$a \times a^n = a^{n+1}$
  5. **0次幂：**$a^0 = 1$ (对于 $a \neq 0$)
  6. **负指数：**$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

2. Finance: Simple Interest / Compound Interest

简单利息 (Simple Interest):

- **简单利息公式:**

$$I = P \times r \times t$$

  其中:

  - I 是利息
  - P 是本金
  - r 是年利率（小数形式）
  - t 是时间（年）

- **总金额:**

$$A = P + I = P(1 + r \times t)$$

复利 (Compound Interest):

- **复利公式:**

$$A = P\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt}$$

  其中:

  - A 是复利后的金额
  - P 是本金
  - r 是年利率（小数形式）
  - n 是每年复利次数
  - t 是时间（年）

3. Rational Numbers (有理数)

- **有理数 (Rational Numbers)**：有理数是可以表示为 $\frac{a}{b}$ 的数，其中 a 和 b 是整数，且 $b \neq 0$。
- **加减法举例**：
  - 计算 $\frac{3}{4} + \frac{5}{6}$：
    1. 找到公分母：4和6的最小公倍数是12。
    2. 将分数转换为相同的分母：
    $$\frac{3}{4} = \frac{9}{12}, \quad \frac{5}{6} = \frac{10}{12}$$
    3. 进行加法：
    $$\frac{9}{12} + \frac{10}{12} = \frac{19}{12}$$
    结果为 $\frac{19}{12}$，也可以表示为带分数 $1\frac{7}{12}$。
  - 计算 $\frac{7}{8} - \frac{3}{10}$：
    1. 找到公分母：8和10的最小公倍数是40。
    2. 将分数转换为相同的分母：
    $$\frac{7}{8} = \frac{35}{40}, \quad \frac{3}{10} = \frac{12}{40}$$
    3. 进行减法：
    $$\frac{35}{40} - \frac{12}{40} = \frac{23}{40}$$
    结果为 $\frac{23}{40}$。

4. Linear Relations

- **线性关系 (Linear Relations)**：是形如 $y = mx + b$ 的关系，其中 m 是斜率，b 是 y 截距。
- **斜率 (Slope)**：斜率 m 可以通过两个点 (x_1, y_1) 和 (x_2, y_2) 计算：

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

- **y 截距 (Y-Intercept)**：线性方程的 b 值，表示当 $x = 0$ 时，y 的值。

5. Polynomials (多项式)

- **多项式 (Polynomials)**：是由常数、变量和非负整数次幂组成的表达式。一般形式为：

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0$$

  其中，$a_n, a_{n-1}, \ldots, a_0$ 为常数，且 n 为多项式的最高次幂。

- **多项式的加减法**：将同类项相加或相减。
- **多项式的乘法**：使用分配律进行乘法运算。

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

6. Linear Equations (线性方程) 与 Inequality (不等式)

线性方程 (Linear Equations)：

线性方程是形如 $ax+b=0$ 的方程，解线性方程的方法是通过代数运算解出 x。

- **标准形式**：$ax+b=0$，其中 a 和 b 为常数，x 为未知数。
- **解法**：

$$ax+b=0 \quad \Rightarrow \quad x=-\frac{b}{a}$$

  例如：解方程 $3x-5=0$：

$$3x=5 \quad \Rightarrow \quad x=\frac{5}{3}$$

  所以，$x=\frac{5}{3}$ 是方程的解。

线性不等式 (Linear Inequality)：

线性不等式类似于线性方程，但它表示的是两个表达式之间的大小关系。其形式一般为：

$$ax+b>0, \quad ax+b\geq 0, \quad ax+b<0, \quad ax+b\leq 0$$

这些不等式代表了一个范围，而不是一个具体的解。

- **不等式解法**：解线性不等式的步骤类似于解线性方程，只不过解的形式通常是一个范围。
  - **步骤 1**：将常数项移到另一边。
  - **步骤 2**：如果不等式的两边同时乘或除以一个负数，记得要反转不等式的方向。

示例 1：解不等式 $2x-3>5$

1. **移项：**

$$2x>5+3$$

$$2x>8$$

2. **两边同时除以 2：**

$$x>\frac{8}{2}$$

$$x>4$$

所以，解为 $x>4$，即 x 必须大于 4。

示例 2：解不等式 $-3x+7\leq 4$

1. **移项：**

$$-3x\leq 4-7$$

$$-3x\leq -3$$

2. **两边同时除以 -3**（注意：除以负数时不等式方向要反转）：

$$x\geq 1$$

所以，解为 $x\geq 1$，即 x 必须大于或等于 1。

7. Similarity and Scale Factors (相似性与比例系数)

相似三角形 (Similar Triangles)：

两个三角形是相似的，意味着它们的形状相同，大小不同，且对应的角相等，边的比例相同。

如何判断三角形是否相似?

要判断两个三角形是否相似，通常使用以下几个条件（定理）：

1. **AA（角角相似准则）**：
   - 如果两个三角形的**两个对应角相等**，则这两个三角形相似。
   - 例如，若三角形 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中，$\angle A = \angle D$ 和 $\angle B = \angle E$，则 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$。
2. **SSS（边边边相似准则）**：
   - 如果两个三角形的**对应边的比**相等，则这两个三角形相似。
   - 例如，若 $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{CA}{FD}$，则 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$。
3. **SAS（边角边相似准则）**：
   - 如果两个三角形的**两边的比相等**，**且夹角相等**，则这两个三角形相似。
   - 例如，若 $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF}$ 且 $\angle A = \angle D$，则 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$。

相似三角形的性质：

- **对应角相等**：如果两个三角形相似，则它们的对应角相等。
- **对应边成比例**：如果两个三角形相似，则它们的对应边的比是相同的，称为**比例系数**（scale factor）。

  比例系数 k 是两个相似三角形对应边的比，且满足：

$$\frac{\text{对应边1}}{\text{对应边2}} = k$$

  例如，如果 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 相似，且 $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{CA}{FD} = k$，那么 k 就是它们的比例系数。

面积和体积的比例：

- **面积比例**：相似三角形的面积比例是它们的比例系数的平方。

$$\frac{A_1}{A_2} = k^2$$

  其中，A_1 和 A_2 分别是两个相似三角形的面积。

- **体积比例**：如果是相似的立体图形，体积比例是比例系数的立方。

$$\frac{V_1}{V_2} = k^3$$

  其中，V_1 和 V_2 分别是两个相似立体图形的体积。