

IMT-Atlantique Finance Quantitative

Patrick Hénaff

Options Réelles
Valorisation
et
Gestion du Risque
Application aux
actifs industriels énergétiques

Objectifs de la séance

A l'issue de cette séance, vous devriez comprendre:

1. La notion d'option réelle
2. Le principe de valorisation d'une option réelle
3. Pourquoi la méthode s'applique bien aux actifs industriels du domaine de l'énergie

Problématique

Valorisation d'une Centrale Électrique

Valorisation par Simulation: Un Réservoir de Gaz Naturel

Conclusion

Outline

Problématique

- Identifier le caractère optionnel d'un actif
- Réaliser la valeur optionelle

Valorisation d'une Centrale Électrique

- Notation
- Exemple de calcul sur une période
- Illustration
- Couverture du Risque

Valorisation par Simulation: Un Réservoir de Gaz Naturel

- L'environnement d'un Réservoir de Gaz Naturel
- Programmation Dynamique Sans Recours
- Programme Stochastique avec Recours
- Application aux Décision d'investissement

Conclusion

Problématique

Identifier le caractère optionnel d'un actif

Réaliser la valeur optionnelle

Valorisation d'une Centrale Électrique

Notation

Exemple de calcul sur une période

Illustration

Couverture du Risque

Valorisation par Simulation: Un Réservoir de Gaz Naturel

L'environnement d'un Réservoir de Gaz Naturel

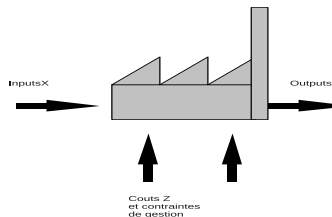
Programmation Dynamique Sans Recours

Programme Stochastique avec Recours

Application aux Décision d'investissement

Conclusion

Optionalité d'un actif



$$V = \max_{\theta \in \Theta} (Y(\theta) - X(\theta) - Z(\theta))$$

$$V = \max(Y - X - \hat{Z}, 0)$$

θ : règle de décision.

Monétiser la valeur optionnelle

Chaque année, on reçoit gratuitement une option 1 an, à l'argent, sur le CAC40 (valeur 14 EUR pour 100 EUR de nominal) . On ne peut pas la revendre.

Monétiser la valeur optionnelle

Chaque année, on reçoit gratuitement une option 1 an, à l'argent, sur le CAC40 (valeur 14 EUR pour 100 EUR de nominal) . On ne peut pas la revendre.

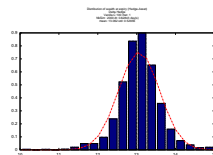
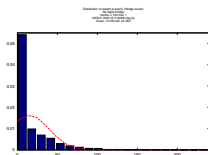
1. Attendre et collecter la valeur d'exercice chaque année

Monétiser la valeur optionnelle

Chaque année, on reçoit gratuitement une option 1 an, à l'argent, sur le CAC40 (valeur 14 EUR pour 100 EUR de nominal) . On ne peut pas la revendre.

1. Attendre et collecter **la valeur d'exercice** chaque année
2. Vendre **synthétiquement** l'option et collecter **la prime**, quelque soit la valeur d'exercice en fin d'année.

Résultat des deux stratégies



Outline

Problématique

- Identifier le caractère optionnel d'un actif
- Réaliser la valeur optionelle

Valorisation d'une Centrale Électrique

- Notation

- Exemple de calcul sur une période

- Illustration

- Couverture du Risque

Valorisation par Simulation: Un Réservoir de Gaz Naturel

- L'environnement d'un Réservoir de Gaz Naturel

- Programmation Dynamique Sans Recours

- Programme Stochastique avec Recours

- Application aux Décision d'investissement

Conclusion

Problématique

Identifier le caractère optionnel d'un actif

Réaliser la valeur optionnelle

Valorisation d'une Centrale Électrique

Notation

Exemple de calcul sur une période

Illustration

Couverture du Risque

Valorisation par Simulation: Un Réservoir de Gaz Naturel

L'environnement d'un Réservoir de Gaz Naturel

Programmation Dynamique Sans Recours

Programme Stochastique avec Recours

Application aux Décision d'investissement

Conclusion

Une centrale électrique simplifiée

- ▶ Un input: Fuel lourd.
- ▶ Un output: Électricité
- ▶ Frais de fonctionnement:
 1. un coût variable fonction de la production
 2. un coût fixe pour démarrer la centrale après un arrêt

Une centrale électrique simplifiée

X_t Prix du fuel

Y_t Prix de l'électricité

S_t État de la centrale (Arrêt=0, Marche=1)

c Coût variable

f Coût de démarrage d'une centrale à l'arrêt

$Z_t(S_t, S_{t-1})$ Coût total

$$Z_t(S_t, S_{t-1}) = \begin{cases} 0 & \text{if } S_t = 0 \\ c & \text{if } S_t = 1 \text{ and } S_{t-1} = 1 \\ c + f & \text{if } S_t = 1 \text{ and } S_{t-1} = 0 \end{cases}$$

$V_t(X_t, Y_t, S_{t-1})$ Valeur de l'usine en t , pour la décision optimale S_t .

Exemple sur une période

	Prix (€)
X_0 (Fuel)	89
Y_0 (Électricité)	100
c (Coût variable)	10
f (Coût de démarrage)	1

Valeur sur une période

Valeur en fonction de l'état de l'usine

S_{-1}	S_0	Marge Brute	Coût	Valeur (V_0)
Marche	Marche	11	10	1
	Arrêt	0	0	0
Arrêt	Marche	11	$10+1$	0
	Arrêt	0	0	0

- Si l'usine est en marche, il faut la maintenir en marche

Valeur sur une période

Valeur en fonction de l'état de l'usine

S_{-1}	S_0	Marge Brute	Coût	Valeur (V_0)
Marche	Marche	11	10	1
	Arrêt	0	0	0
Arrêt	Marche	11	10+1	0
	Arrêt	0	0	0

- ▶ Si l'usine est en marche, il faut la maintenir en marche
- ▶ Si l'usine est arrêtée, les deux choix sont équivalents

Valeur sur plusieurs périodes

- Il y a deux sources de risque: X_t et Y_t , dont les dynamiques sont connues.

Il s'agit d'un marché complet: la valeur de l'usine est l'espérance actualisée des flux futurs, sous la probabilité risque-neutre.

Valeur sur plusieurs périodes

- ▶ Il y a deux sources de risque: X_t et Y_t , dont les dynamiques sont connues.
- ▶ Les actifs sous-jacents sont traités

Il s'agit d'un marché complet: la valeur de l'usine est l'espérance actualisée des flux futurs, sous la probabilité risque-neutre.

Exemple sur deux périodes

En $t = 1$, 4 valeurs équiprobables pour la marge brute

$$M_1 = Y_1 - X_1:$$

Marge	Fuel (X_1)	
Elec. (Y_1)	80	98
90	10	-8
110	30	12

$$E(M_1) = 11.0.$$

État en $t = 0$	Marche	Arrêt
$E(V_1)$	$\max(E(M_1) - c, 0)$	$\max(E(M_1) - c - f, 0)$
V_0	$0 + 1$	0

Il faut démarrer l'usine à $t = 0$!

Solution Générale

Le coût en t est fonction de la décision prise en t (S_t) et de l'état de l'usine en début de période (S_{t-1}).

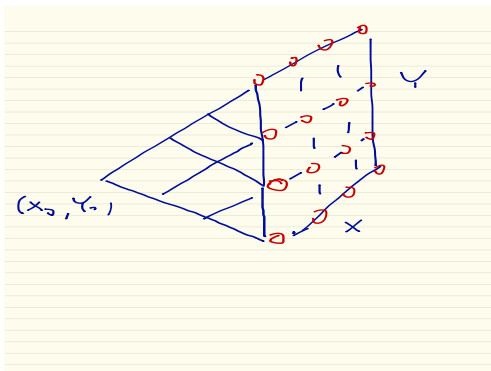
On choisit la décision optimale en S_t pour maximiser la valeur de l'usine:

$$V_t(X_t, Y_t, S_{t-1}) = \max_{S_t} (Y_t - X_t - Z_t(S_t, S_{t-1}) \\ + e^{-rT} E(V_{t+1}(X_{t+1}, Y_{t+1}, S_t)))$$

Raisonnement sur plusieurs périodes

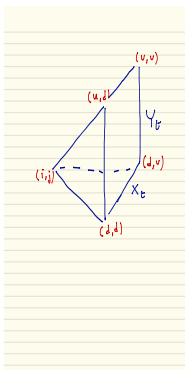
L'aléa sur la marge est représenté dans un arbre à deux dimensions.

$$M_t^{i,j} = Y_t^j - X_t^i$$



Raisonnement sur plusieurs périodes

Chaque noeud de l'arbre a 4 successeurs:



Valeur espérée future avec
 $S_{i,j} = 1$ (usine en activité):

$$\begin{aligned} & \frac{1}{4} [V_t(Y_u, X_u | S_{i,j} = 1) \\ & \quad + V_t(Y_u, X_d | S_{i,j} = 1) \\ & \quad + V_t(Y_d, X_u | S_{i,j} = 1) \\ & \quad + V_t(Y_d, X_d | S_{i,j} = 1)] \end{aligned}$$

Raisonnement sur plusieurs périodes

Procédure de calcul:

1. Partir de la dernière période (T), et calculer pour chaque noeud (i, j) :

Raisonnement sur plusieurs périodes

Procédure de calcul:

1. Partir de la dernière période (T), et calculer pour chaque noeud (i, j) :
 - Valeur si l'usine est en marche à la période précédente:
 $V_T(Y_i, X_j, S_{T-1} = 1)$.

Raisonnement sur plusieurs périodes

Procédure de calcul:

1. Partir de la dernière période (T), et calculer pour chaque noeud (i, j) :
 - ▶ Valeur si l'usine est en marche à la période précédente:
 $V_T(Y_i, X_j, S_{T-1} = 1)$.
 - ▶ Valeur si l'usine n'est pas en marche à la période précédente:
 $V_T(Y_i, X_j, S_{T-1} = 0)$.

Raisonnement sur plusieurs périodes

Procédure de calcul:

1. Partir de la dernière période (T), et calculer pour chaque noeud (i, j) :
 - ▶ Valeur si l'usine est en marche à la période précédente:
 $V_T(Y_i, X_j, S_{T-1} = 1)$.
 - ▶ Valeur si l'usine n'est pas en marche à la période précédente:
 $V_T(Y_i, X_j, S_{T-1} = 0)$.
2. Reculer au temps $T - 1$, et calculer la valeur optimale et la décision optimale à chaque noeud (i, j) :

Raisonnement sur plusieurs périodes

Procédure de calcul:

1. Partir de la dernière période (T), et calculer pour chaque noeud (i, j) :
 - ▶ Valeur si l'usine est en marche à la période précédente:
 $V_T(Y_i, X_j, S_{T-1} = 1)$.
 - ▶ Valeur si l'usine n'est pas en marche à la période précédente:
 $V_T(Y_i, X_j, S_{T-1} = 0)$.
2. Reculer au temps $T - 1$, et calculer la valeur optimale et la décision optimale à chaque noeud (i, j) :
 - ▶ Si l'usine est en marche en $(T - 2)$:

Raisonnement sur plusieurs périodes

Procédure de calcul:

1. Partir de la dernière période (T), et calculer pour chaque noeud (i, j) :
 - ▶ Valeur si l'usine est en marche à la période précédente:
 $V_T(Y_i, X_j, S_{T-1} = 1)$.
 - ▶ Valeur si l'usine n'est pas en marche à la période précédente:
 $V_T(Y_i, X_j, S_{T-1} = 0)$.
2. Reculer au temps $T - 1$, et calculer la valeur optimale et la décision optimale à chaque noeud (i, j) :
 - ▶ Si l'usine est en marche en $(T - 2)$:
 - ▶ Si l'usine n'est pas en marche en $(T - 2)$:

Raisonnement sur plusieurs périodes

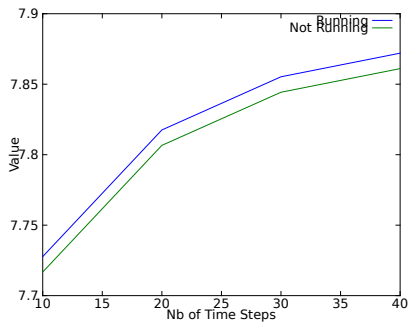
Procédure de calcul:

1. Partir de la dernière période (T), et calculer pour chaque noeud (i, j) :
 - ▶ Valeur si l'usine est en marche à la période précédente:
 $V_T(Y_i, X_j, S_{T-1} = 1)$.
 - ▶ Valeur si l'usine n'est pas en marche à la période précédente:
 $V_T(Y_i, X_j, S_{T-1} = 0)$.
2. Reculer au temps $T - 1$, et calculer la valeur optimale et la décision optimale à chaque noeud (i, j) :
 - ▶ Si l'usine est en marche en $(T - 2)$:
 - ▶ Si l'usine n'est pas en marche en $(T - 2)$:
3. Répéter jusqu'à $t = 0$.

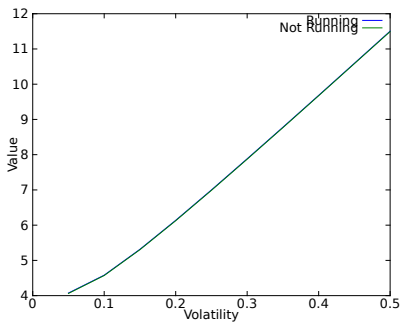
Paramètres de l'Usine

X_0 (Fuel)	80
Y_0 (Électricité)	100
c (Coût variable)	16
f (Coût de démarrage)	4/365
σ_X (s.d. Fuel)	30%
σ_Y (s.d. Électricité)	30%
ρ (corrélation)	70%

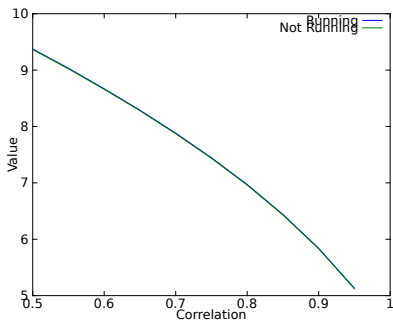
Influence du Nombre de Décisions



Influence de la Volatilité



Influence de la Corrélation



Gestion Statique vs. Dynamique

Gestion statique d'usine:

- ▶ L'usine fonctionne en permanence, quelque soit la marge
- ▶ Le risque peut être couvert en achetant l'input et vendant l'output à terme: on bloque la marge.

Gestion dynamique en fonction de l'option d'arrêt:

- ▶ L'usine fonctionne selon l'exercice optimal de l'option d'arrêt
- ▶ Couverture de l'espérance de production et consommation, ajustée dynamiquement.

Indicateurs de risque

Variation de la valeur de l'usine et des indicateurs de risque en fonction de la marge observée (1 an d'exploitation, optimisation en 20 pas de temps).

M_0	V_0	$\frac{\partial V}{\partial Y}$	$\frac{\partial V}{\partial X}$
4	7.92	.73	-.65
2	6.62	.67	-.60
0	5.43	.61	-.51
-2	4.41	.52	-.45
-4	3.54	.49	-.38

Les indicateurs de risque donnent les quantités de fuel et d'électricité à vendre à terme pour couvrir le risque de marché de la centrale.

Conclusions

- ▶ La flexibilité opérationnelle d'un actif industriel est une option que l'on peut valoriser.
- ▶ Si les facteurs de risque sont traités, alors il faut valoriser l'option sous la probabilité risque-neutre
- ▶ La valeur de l'actif se décompose alors en une valeur intrinsèque et une valeur optionnelle
- ▶ La volatilité accroît la valeur de l'option

Outline

Problématique

- Identifier le caractère optionnel d'un actif
- Réaliser la valeur optionnelle

Valorisation d'une Centrale Électrique

- Notation
- Exemple de calcul sur une période
- Illustration
- Couverture du Risque

Valorisation par Simulation: Un Réservoir de Gaz Naturel

- L'environnement d'un Réservoir de Gaz Naturel
- Programmation Dynamique Sans Recours
- Programme Stochastique avec Recours
- Application aux Décision d'investissement

Conclusion

Problématique

Identifier le caractère optionnel d'un actif

Réaliser la valeur optionnelle

Valorisation d'une Centrale Électrique

Notation

Exemple de calcul sur une période

Illustration

Couverture du Risque

Valorisation par Simulation: Un Réservoir de Gaz Naturel

L'environnement d'un Réservoir de Gaz Naturel

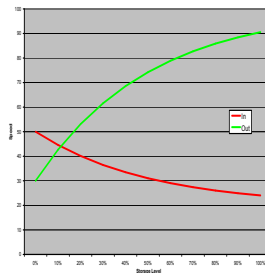
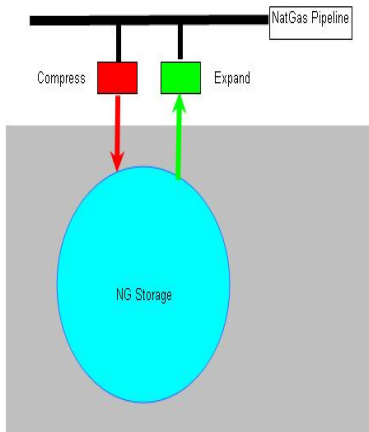
Programmation Dynamique Sans Recours

Programme Stochastique avec Recours

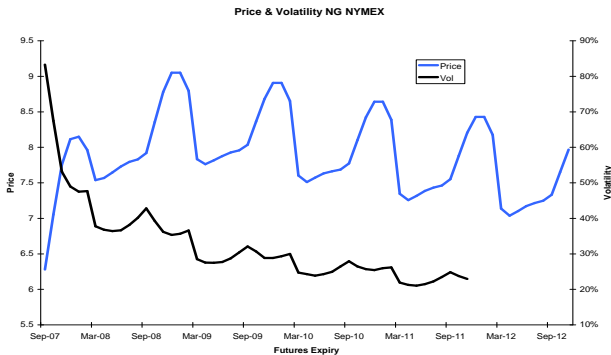
Application aux Décision d'investissement

Conclusion

Vitesse d'injection et d'extraction



Prix et Volatilité

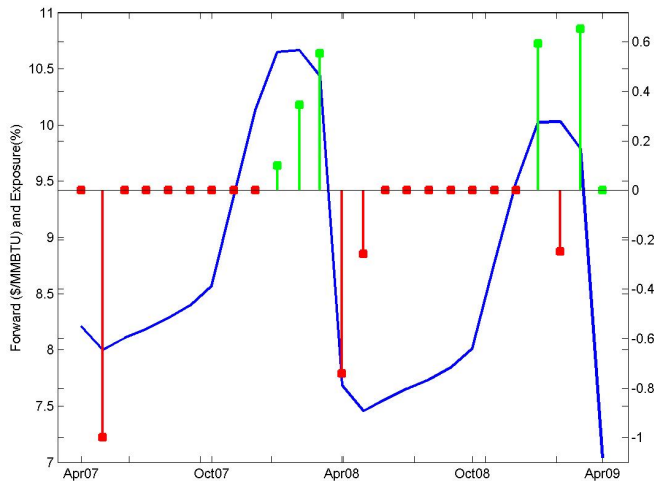


Acheter au plus bas, vendre au plus haut

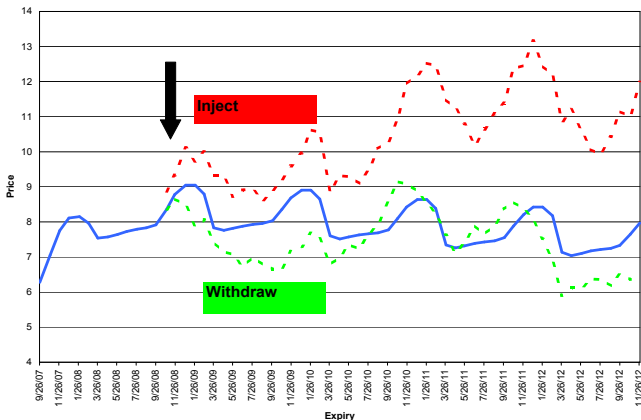


Planification des flux d'achat et vente.

Solution...



Pourquoi est-ce sous-optimal?



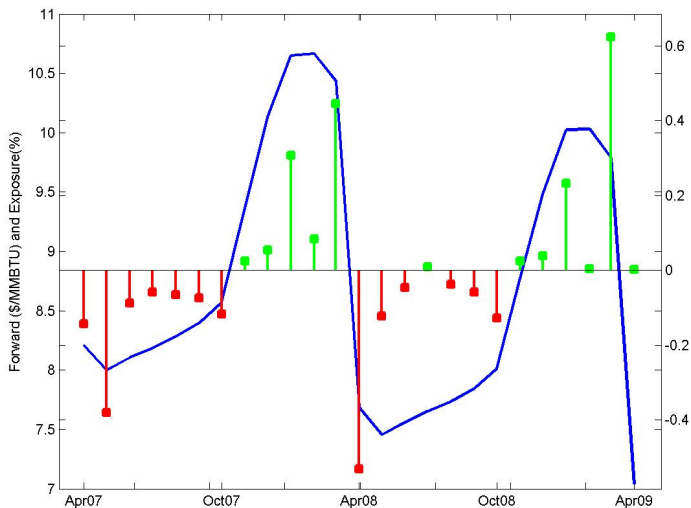
Programmation Stochastique avec Recours

Principe de la solution:

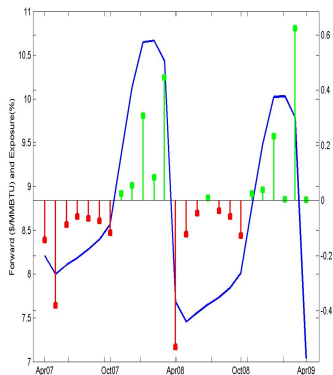
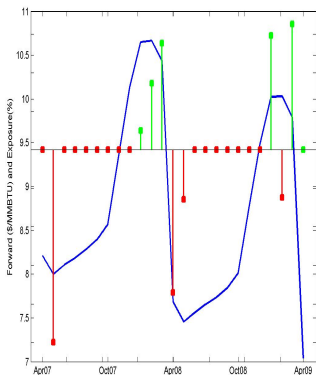
- ▶ Déterminer l'espérance de valeur future correspondant aux actions décidées à chaque étape
- ▶ Optimiser chaque décision pour maximiser la somme du coût présent et de l'espérance de valeur future.

La solution donne à la fois la valeur de l'actif et la règle de décision optimale pour tous les instants.

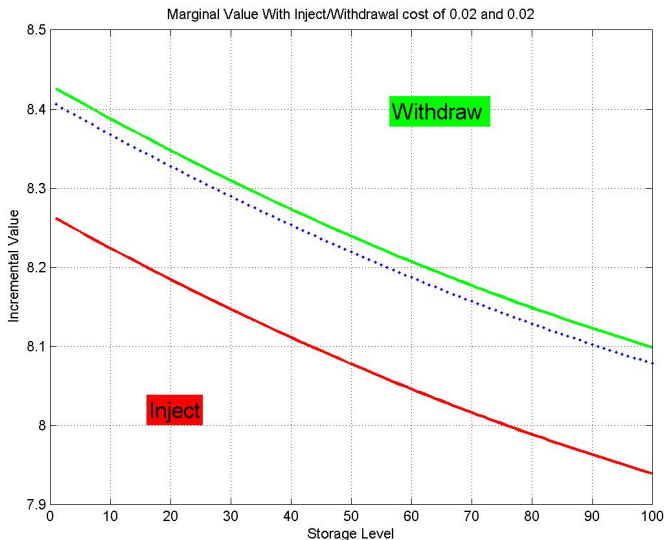
Illustration



Comparaison des Solutions: sans/avec Recours



Règle de Décision

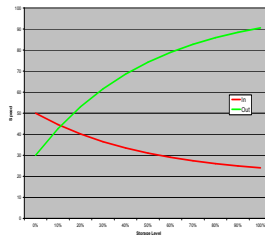
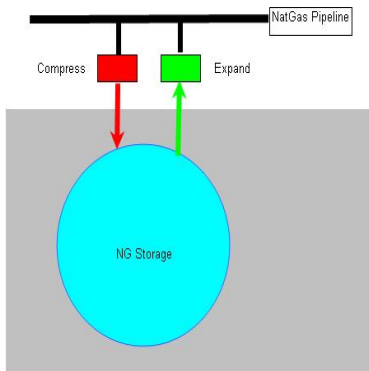


Détail des calculs

- ▶ 1000 scénarios,
- ▶ Stock q_k discrétisé en 100 niveaux,
- ▶ Recours quotidien à l'horizon plusieurs années.

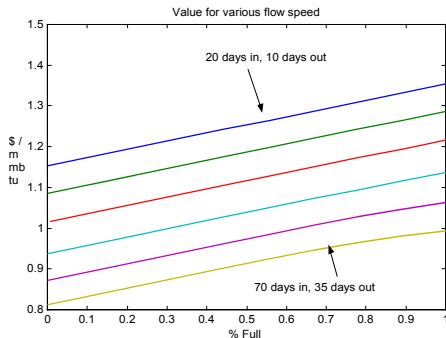
Décision d'investissement

La valeur d'un réservoir est fonction de la vitesse d'injection et d'extraction.



Décision d'investissement

Valeur de l'actif en fonction de la vitesse d'injection et d'extraction.



Outline

Problématique

- Identifier le caractère optionnel d'un actif
- Réaliser la valeur optionnelle

Valorisation d'une Centrale Électrique

- Notation
- Exemple de calcul sur une période
- Illustration
- Couverture du Risque

Valorisation par Simulation: Un Réservoir de Gaz Naturel

- L'environnement d'un Réservoir de Gaz Naturel
- Programmation Dynamique Sans Recours
- Programme Stochastique avec Recours
- Application aux Décision d'investissement

Conclusion

Conclusion

- ▶ Les réservoirs de matières premières sont aussi des réservoirs d'options!

Conclusion

- ▶ Les réservoirs de matières premières sont aussi des réservoirs d'options!
- ▶ La même analyse s'applique aux tankers, pipelines, barrages hydro-électriques, etc.

Conclusion

- ▶ Les réservoirs de matières premières sont aussi des réservoirs d'options!
- ▶ La même analyse s'applique aux tankers, pipelines, barrages hydro-électriques, etc.
- ▶ Cette approche permet non seulement de valoriser l'actif, mais aussi de calculer une règle de gestion permettant de monétiser la valeur optionnelle de l'actif.

Conclusion

- ▶ Les réservoirs de matières premières sont aussi des réservoirs d'options!
- ▶ La même analyse s'applique aux tankers, pipelines, barrages hydro-électriques, etc.
- ▶ Cette approche permet non seulement de valoriser l'actif, mais aussi de calculer une règle de gestion permettant de monétiser la valeur optionnelle de l'actif.
- ▶ La méthode de Monte-Carlo est l'outil préféré, bien que le temps de calcul et la stabilité numérique restent des axes de recherches.