

# Séance 1 : Circuits résistifs avec sources de tension continue

## Corrigé

### 1 Pré-requis

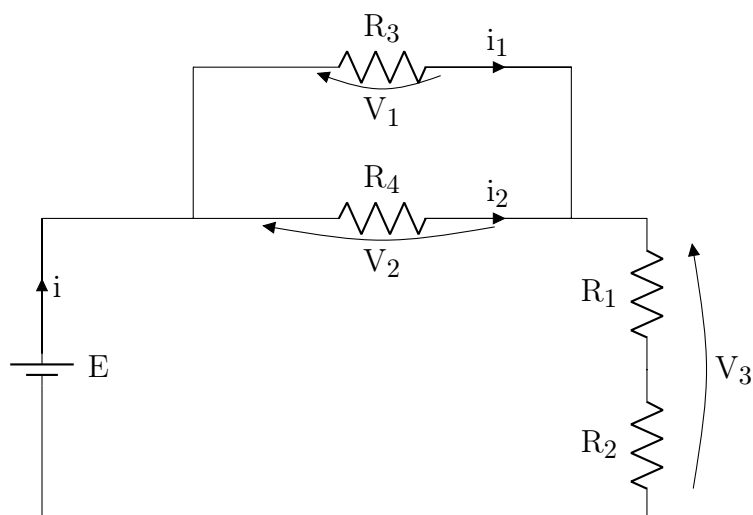
Avant la séance, vous aurez lu attentivement l'énoncé de la manipulation. Vous aurez par ailleurs relu les chapitres et sections suivants :

- Chapitre 1 - Circuits à éléments concentrés
  - Section 1.6 - Puissance instantanée, conventions et passivité
- Chapitre 5 - Résoudre un circuit : procédure de base et accélérateur
  - Section 5.1 - Vocabulaire lié aux circuits
    - 5.1.1 Rappels
    - 5.1.2 Connexions série et parallèle
    - 5.1.3 Branche
    - 5.1.4 Maille
  - Section 5.2 - Lois de Kirchhoff

## 2 Exercices

### 2.1 Predict-Observe-Explain

Soit le circuit ci-dessous :



Avec  $R_1 = R_2 = R$ ,  $R_3 = 2R$  et  $R_4 = 100R$  où  $R$  est une valeur de résistance quelconque (différente de 0)

**Question 1.** *Sans résoudre le circuit, pour chaque question (4 questions), entourer la bonne réponse parmi les trois possibilités :*

- |    |             |             |             |
|----|-------------|-------------|-------------|
| 1) | $V_2 > V_1$ | $V_2 = V_1$ | $V_2 < V_1$ |
| 2) | $V_2 > V_3$ | $V_2 = V_3$ | $V_2 < V_3$ |
| 3) | $i_1 > i_2$ | $i_1 = i_2$ | $i_1 < i_2$ |
| 4) | $i > i_2$   | $i = i_2$   | $i < i_2$   |

#### Réponse :

$V_2 = V_1$ ,  $V_2 < V_3$ ,  $i_1 > i_2$ , et  $i > i_2$ .

- Le but de cet exercice est de vous permettre de vérifier si votre intuition est un bon guide... ou vous induit plutôt en erreur (et sur quoi précisément). Il est donc important d'essayer de trouver les réponses sans résoudre explicitement le circuit, et de comparer avec la résolution ensuite.
- 1)  $V_1$  et  $V_2$  sont en parallèle, donc leurs ddps sont identiques
- 2) A première vue, on peut être tenté de penser que  $V_2 > V_3$  car  $R_4$  (sur laquelle est prise  $V_2$ ) est  $> (R_1 + R_2)$ . C'est oublier qu'il y a une résistance  $R_3$  en parallèle sur  $R_4$ , et que la majorité du courant passera dans  $R_3$ . Le courant dans  $R_4$  et dans  $R_1/R_2$  ne sont pas du tout les mêmes.
- 3) car  $R_3 \ll R_4$
- 4)  $i$  est la somme de  $i_1$  et  $i_2$  qui sont tous les deux positifs
- ... voir confirmations par calcul rigoureux ci-dessous

**Question 2.** Calculer le courant  $i$  délivré par la source ainsi que les courants  $i_1$  et  $i_2$ , et les tensions  $V_2$  et  $V_3$ .

**Réponse :**

$$i_{\text{source}} = \frac{E}{R_q}$$

$$R_q = R_1 + R_2 + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} = 2R + \frac{200R}{102} = (2 + \frac{200}{102})R = 3,96R$$

$$V_3 = (R_1 + R_2)i = \frac{2E}{2 + \frac{200}{102}} = 0,505E$$

$$V_2 = E - V_3 = E(1 - \frac{2}{2 + \frac{200}{102}}) = 0,495E$$

$$V_1 = V_2$$

$$i_1 = \frac{V_2}{R_3} = \frac{E}{R_3}(1 - \frac{2}{2 + \frac{200}{102}}) = \frac{E}{2R}(1 - \frac{2}{2 + \frac{200}{102}})$$

$$i_2 = i - i_1 = \frac{V_2}{R_4} = \frac{E}{R_4}(1 - \frac{2}{2 + \frac{200}{102}}) = \frac{E}{100R}(1 - \frac{2}{2 + \frac{200}{102}}) = \frac{i_1}{50}$$

**Question 3.** Comparer les résultats obtenus avec vos réponses aux questions précédentes.

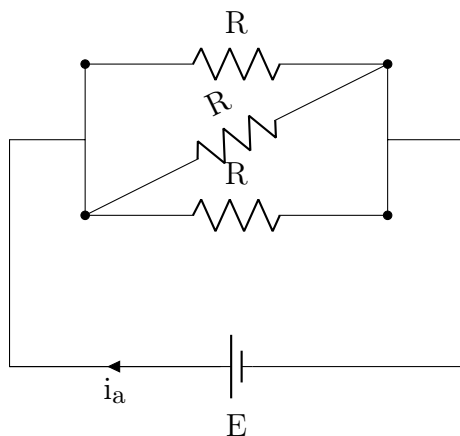
**Réponse :**

La présence de grandes résistances dans un circuit n'est pas synonyme d'un petit courant fourni par la source. En effet, la résistance  $R_4$  est très élevée mais la résistance  $R_3$ , placée en parallèle avec  $R_4$ , permet le passage de la majorité d'un courant important provenant de la source. Le courant  $i_2$  est bien moins important que le courant  $i_1$  (facteur 50).

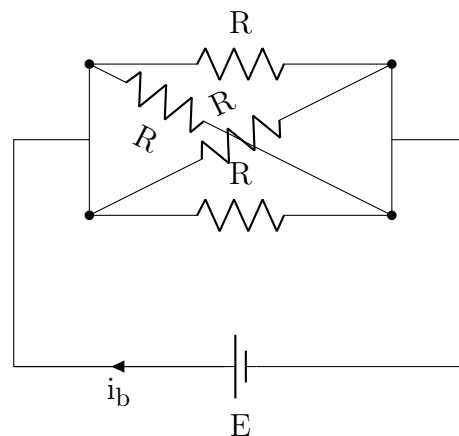
## 2.2 Predict-Observe-Explain 2

Considérer les deux circuits suivants :

Circuit a



Circuit b



**Question 4.** *Sans résoudre les circuits, lequel des deux verra apparaître le courant le plus important fourni par la source ?*

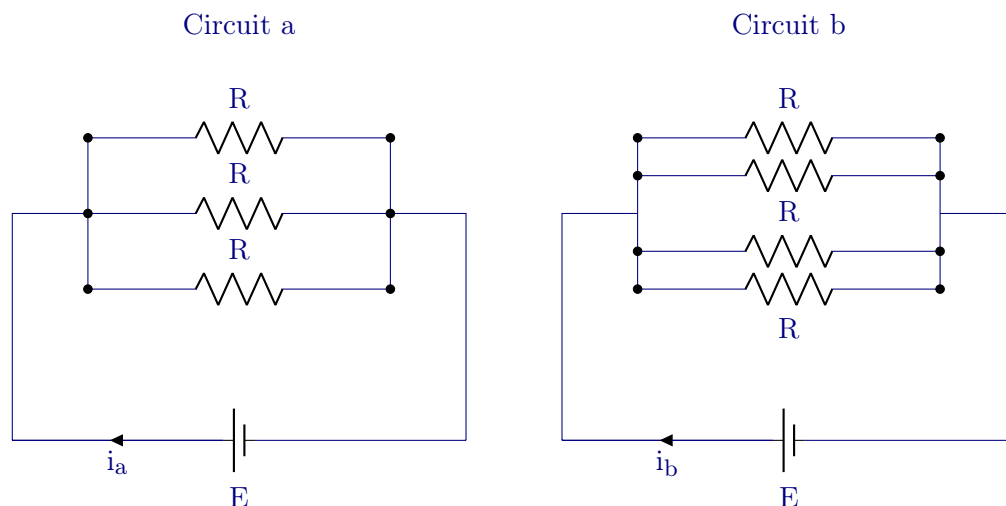
**Réponse :**

Le circuit b. L'ajout d'une résistance ne mène pas toujours à une diminution du courant fourni par la source. Dans les deux circuits a et b, les résistances sont toutes placées en parallèle. Cependant, le circuit a en compte 3 alors que le circuit b en compte 4.

**Question 5.** *Calculer le courant fourni par la source pour chaque circuit.*

**Réponse :**

Simplifier le circuit : les schémas a et b de départ sont d'une configuration inutilement complexe, graphiquement parlant. Il vaut mieux réécrire le circuit selon les schémas suivants :



Le courant fourni par la source du circuit a est  $\frac{3E}{R}$ .

Le courant fourni par la source du circuit b est  $\frac{4E}{R}$ .

Le courant fourni par la source du circuit a est donc inférieur au courant fourni par la source du circuit b.

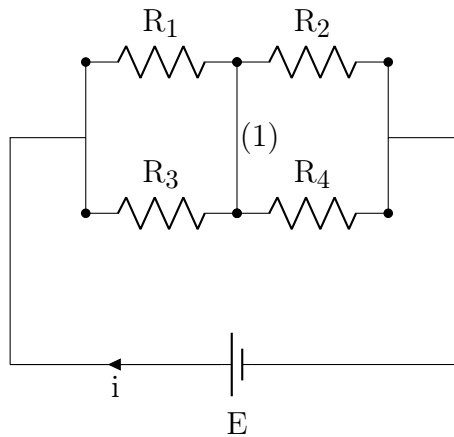
**Question 6.** *La disposition des éléments dans les deux circuits simplifie-t-elle la résolution des circuits ?*

**Réponse :**

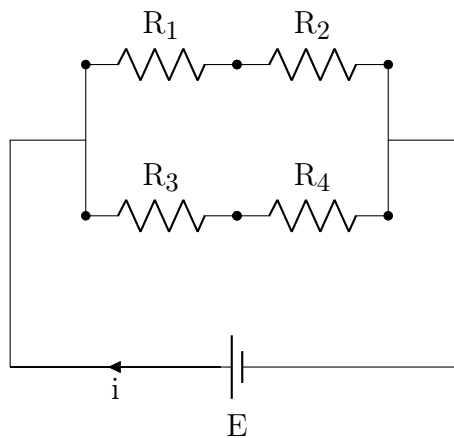
Il est utile de simplifier le circuit avant de le résoudre pour se concentrer sur l'objectif de la question. Comme dans l'exercice précédent, l'ajout d'une résistance dans un circuit n'entraîne pas systématiquement une augmentation de la résistance totale équivalente vue depuis la source. En effet, ici, le circuit b contient plus de résistances (en nombre d'éléments) mais conduit à une résistance équivalente plus faible du point de vue de la source, menant à un courant tiré de la source plus élevé que dans le cas du circuit a.

## 2.3 Démonstration 1

Pour le circuit ci-dessous :



La connexion verticale (1) est une équipotentielle et ne peut donc pas être parcourue par un courant. En effet, la loi d'Ohm renseigne que  $V=RI$ , ce qui implique que s'il n'y a pas de chute de potentiel, il n'y a pas de courant. Comme il n'y a pas de courant, le circuit précédent est équivalent à celui-ci :



Étant donné que  $R_1$  est en série avec  $R_2$  et que  $R_3$  est en série avec  $R_4$ , et que ces deux groupes  $(R_1 + R_2)$  et  $(R_3 + R_4)$  sont en parallèle, on déduit que le courant  $i$  fourni par la source  $E$  vaut :

$$i = \frac{E}{\frac{(R_1+R_2)(R_3+R_4)}{R_1+R_2+R_3+R_4}}$$

**Question 7.** *Démontrer que ce raisonnement est erroné.*

**Réponse :**

La connexion verticale ne peut pas de tout être supprimée car elle est parcourue (en tout cas, elle peut l'être) par un courant. La loi d'Ohm  $V = RI$  peut être appliquée, mais dans celle-ci  $R = 0$  et  $V = 0$ , de sorte que  $i$  peut être non nul.

N.B. : Si l'on prend le cas où toutes les résistances sont égales, pensez-vous qu'on puisse supprimer le fil (1) ?

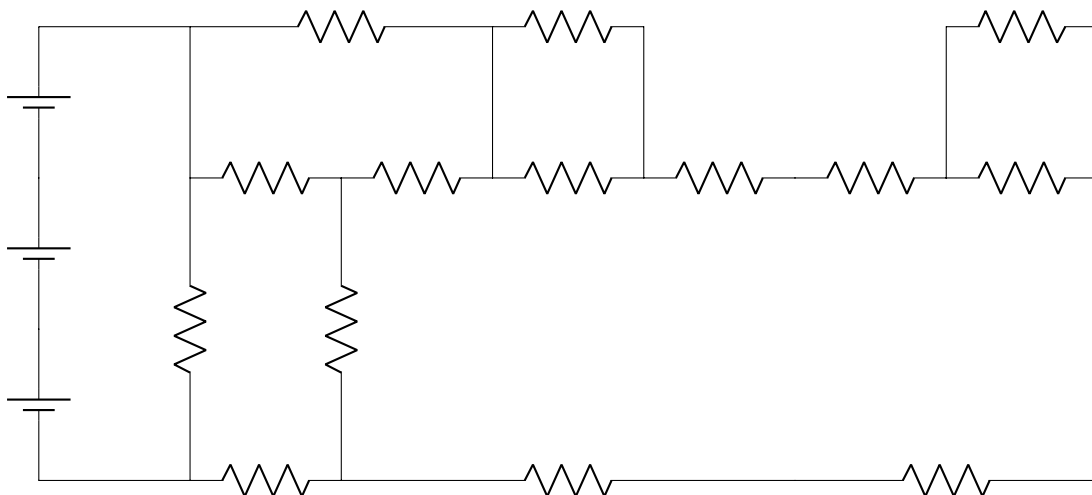
## 2.4 Simplification

**Question 8.** *Deux types de configuration de résistances ont été vus en BA1 : les résistances en série et les résistances en parallèle. Pourquoi ces notions sont-elles utiles pour résoudre un circuit électrique ?*

**Réponse :**

La notion de résistance équivalente série et parallèle est utile pour simplifier un schéma afin de calculer plus efficacement les grandeurs recherchées. Il est néanmoins important de se rendre compte que deux résistances connectées peuvent n'être ni en série ni en parallèle.

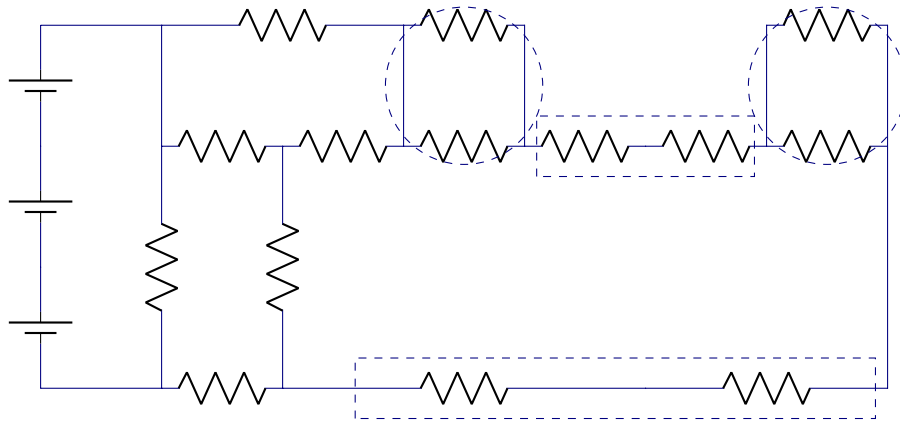
Dans le circuit suivant, où toutes les sources sont égales à  $E$  et toutes les résistances à  $R$ ,



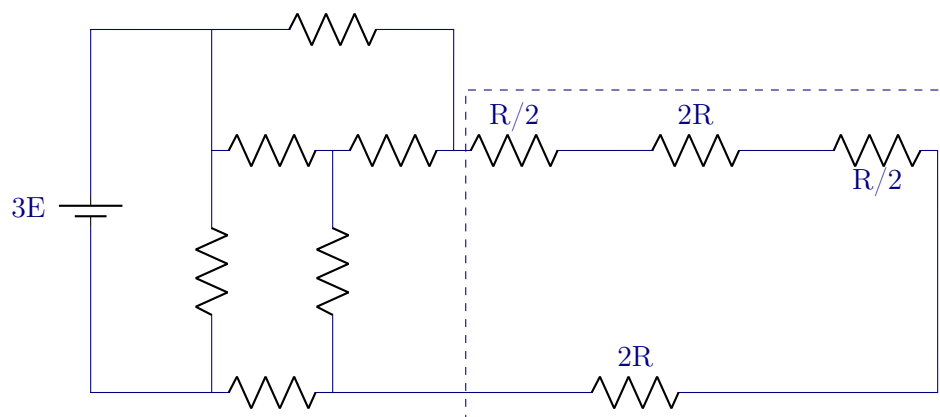
**Question 9.** *Identifier les parties de circuit qui peuvent être redessinées en utilisant les notions de configurations en parallèle et en série. Dessiner le schéma simplifié qui en résulte.*

### Réponse :

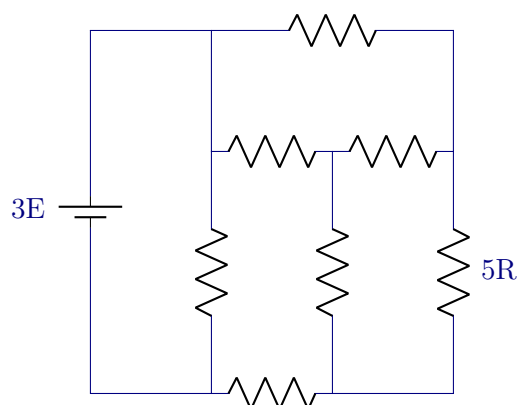
Les résistances encadrées sont en série, et celles entourées sont en parallèle :



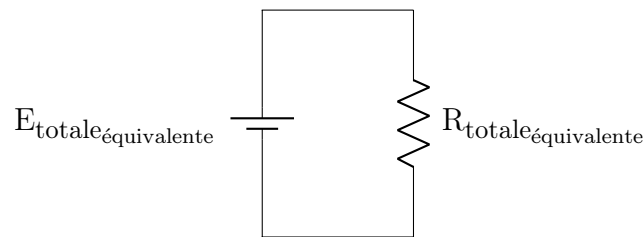
Il en résulte le schéma suivant, où 4 résistances sont encore en série et où la source de tension équivalente a été calculée (trois fois la même source de tension en série) :



Ce schéma peut alors encore être simplifié étant donné la présence de 4 résistances en série encadrées. Il en résulte le schéma suivant :



Il est impossible de réduire le schéma précédent à celui-ci :



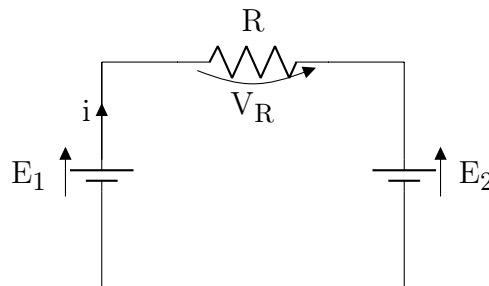
**Question 10.** *Expliquer pourquoi cette affirmation (écrite en italique) est incorrecte.*

### Réponse :

Dans le dernier schéma redessiné, il reste des résistances qui ne sont ni en série, ni en parallèle. Ceci n'empêche pas de trouver par calcul une valeur de résistance équivalente, qui est simplement la ddp de la source divisée par le courant fourni par la source :  $\frac{E_{totale\acute{e}quivalente}}{I_{totale\acute{e}quivalente}} = \frac{3E}{I_{totale\acute{e}quivalente}}$ .

## 2.5 Démonstration 2

Pour le schéma suivant, avec  $R = 100\Omega$ ,  $E_1 = 100V$  et  $E_2 = 50V$ ,



Comme les tensions  $E_1$  et  $E_2$  sont de polarité opposée, en utilisant la loi des mailles, nous trouvons que  $E_1 + V_R = E_2$ .

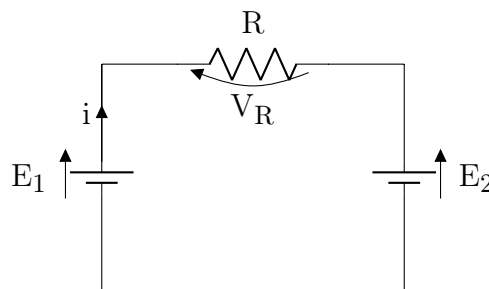
De ceci, nous déduisons, puisque  $V_R = Ri$ ,  $i = -0,5A$

La puissance liée à la source  $E_1$  vaut donc  $p(E_1) = i * E_1 = -0,5A * 100V = -50W$ .

Étant donné que cette puissance est négative, nous en déduisons que  $E_1$  agit comme une charge. En effet, pour une puissance positive, une source fournit de l'énergie au circuit (typiquement, la batterie se décharge), alors que pour une puissance négative, la source consomme de l'énergie du circuit (typiquement, la batterie est chargée). Comme l'énergie ne peut pas venir de nulle part, nous en déduisons que  $E_2$  est une source.

Cependant, selon le circuit suivant :





L'équation de maille devient :  $E_1 = V_R + E_2$  menant à un courant  $i = +0,5\text{A}$ . Nous en déduisons que la puissance associée à la source  $E_1$  vaut  $p(E_1) = i * E_1 = +0,5\text{A} * 100\text{V} = 50\text{W}$ .

Comme la puissance est positive, la source  $E_1$  est une source. Nous en déduisons que  $E_2$  agit comme une charge pour respecter le principe de conservation de l'énergie.

**Question 11.** *Comment peut-on expliquer cette contradiction ?*

### Réponse :

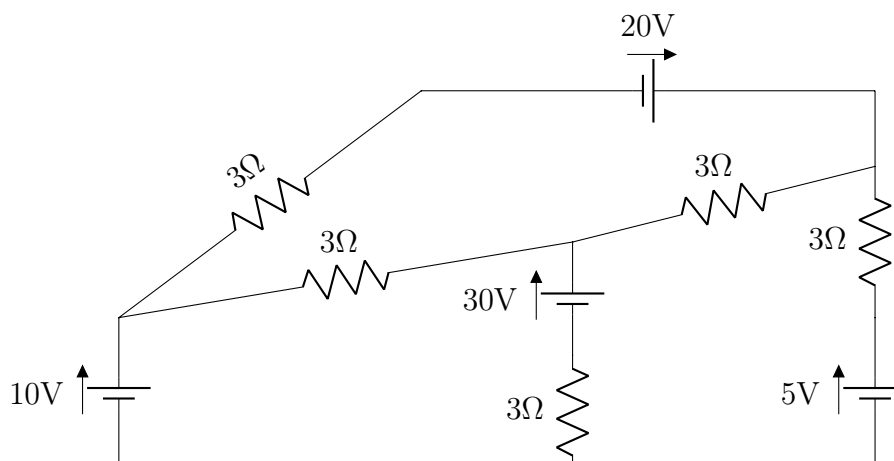
Cet exercice se base sur le principe de la fausse démonstration. Il met l'accent sur l'importance des conventions de signes et de flèches associés aux grandeurs électriques. Les conventions générateur/récepteur devraient ressortir comme étant indispensables.

Dans les deux cas, les lois des mailles sont correctement écrites. Par contre, pour le premier schéma, on doit écrire, vu les sens des tensions et courants choisis,  $V_R = -RI$ , ce qui donne  $i = +0,5\text{A}$  et donc la même réponse que pour le second schéma.

En effet : pour une résistance, en écrivant la loi constitutive, si la tension est définie dans le sens opposé du courant, la loi est  $V = RI$ . Si la tension est définie dans le même sens que le courant, la loi est  $V = -RI$ . On ne peut donc pas écrire la loi  $V = RI$  sans faire attention au sens du courant et de la tension utilisés (et à fortiori si on n'a défini aucun sens !). L'utilisation systématique des conventions générateur et récepteur permet justement d'éviter de faire des erreurs de ce type.

## 2.6 Du circuit aux équations

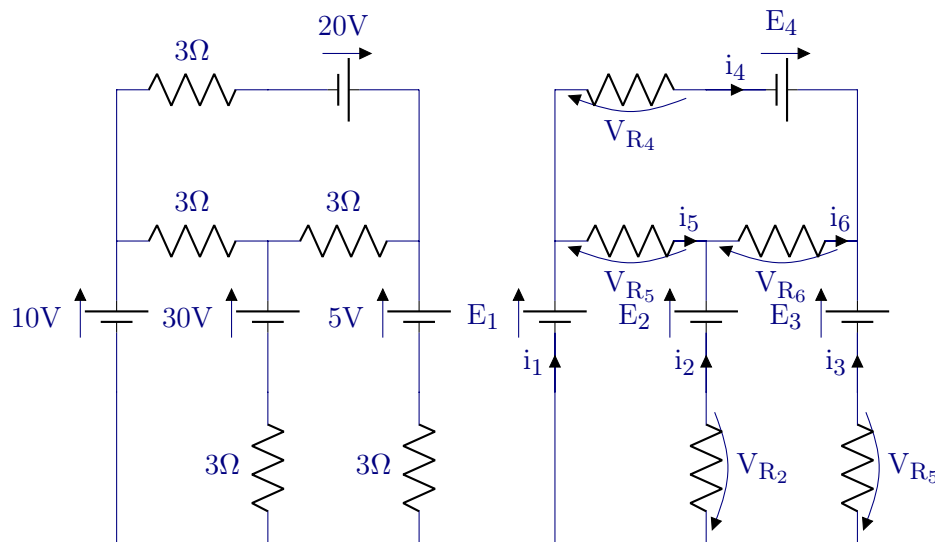
Soit le circuit suivant :



**Question 12.** Écrire les équations de Kirchhoff de ce circuit. Indiquer quelles sont les charges et quelles sont les sources selon les conventions utilisées. Ne pas résoudre les équations.

**Réponse :**

Simplifiez d'abord le circuit visuellement parlant. On arrive au schéma de gauche :



Ensuite, il faut définir les tensions et les courants (schéma de droite)

En respectant les conventions récepteur-générateur systématiquement : on définit tous les courants puis on définit les tensions dans le même sens pour l'élément source, et dans le sens opposé pour l'élément résistance.

Conseil : éviter d'utiliser les valeurs numériques lors de l'écriture d'équations. Même si toutes les valeurs sont fournies directement, nommer les éléments  $E_1, E_2, \dots, R_1, R_2, \dots$  pour éviter une source d'erreurs de distraction.

Les 3 équations de mailles sont :

$$\begin{aligned} E_1 - V_{R_5} - E_2 + V_{R_2} &= 0 \\ E_2 - V_{R_6} - E_3 + V_{R_3} - V_{R_2} &= 0 \\ E_4 + V_{R_6} + V_{R_5} - V_{R_4} &= 0 \end{aligned}$$

Les équations de nœuds sont (3 suffisent) :

$$\begin{aligned} i_1 - i_4 - i_5 &= 0 \\ i_5 + i_2 - i_6 &= 0 \\ i_4 + i_6 + i_3 &= 0 \\ -i_1 - i_2 - i_3 &= 0 \end{aligned}$$

Et les équations constitutives sont  $V_{R_k} = R_k I_k$  pour  $k = 2, 3, \dots, 6$  car le courant a toujours un sens choisi opposé à celui de la tension sur le schéma ci-dessus.

Souvent, la tension associée à une source continue sera caractérisée par une flèche allant de la borne négative à la borne positive. Dans les deux schémas ci-dessus, cette habitude a été suivie.

**Question 13.** Comparer les sens définis par un de vos voisins. Cela influence-t-il le résultat ?

**Réponse :**

Le résultat final (c'est-à-dire, les tensions et courants associés aux différents éléments, compte tenu des sens choisis) ne change pas, quels que soient les sens associés aux différents éléments.

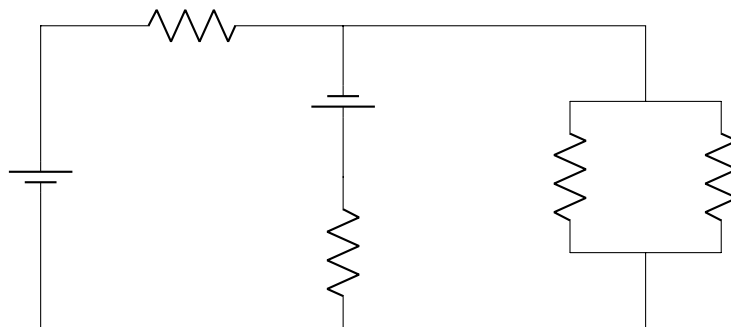
## 2.7 Résolution d'un circuit

**Question 14.** Écrire votre démarche de résolution de circuits en phrases.

**Réponse :**

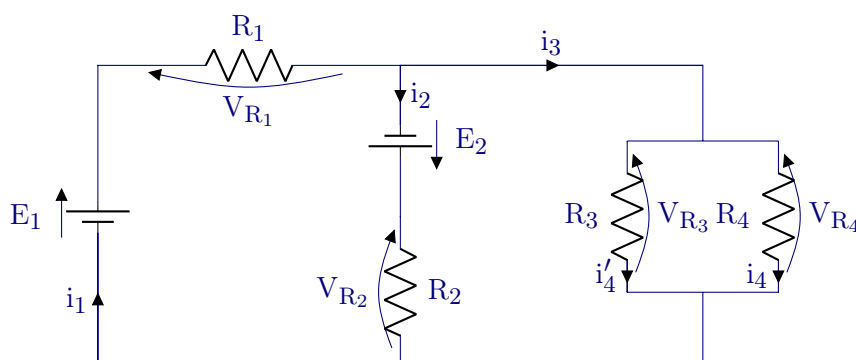
Cfr slides du cours

Soit le circuit suivant où toutes les sources se le SMS a bien été envoyé par le numéro de téléphone rattaché au comptant égales à 10V et toutes les résistances à  $10\Omega$  :

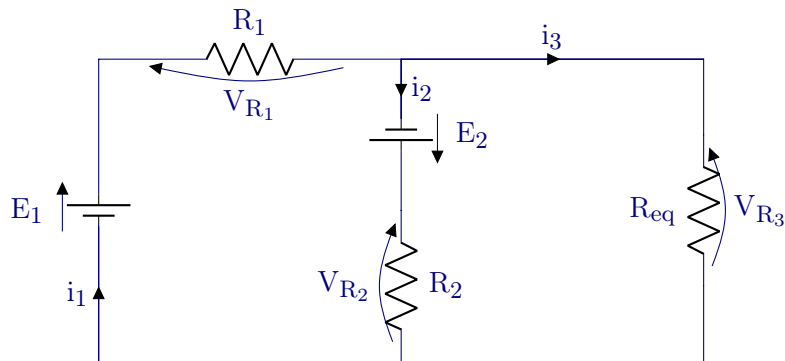


**Question 15.** Trouver tous les courants et toutes les tensions de ce circuit (sources comprises).

**Réponse :**



$V_{R_4} = V_{R_3}$  et on transforme le schéma en :



Les équations de maille sont, selon les sens pour les  $i$  et  $v$  choisis sur le schéma :

$$E_1 + E_2 = V_{R_1} + V_{R_2} \text{ et } E_2 = V_{R_2} - V_{R_3}$$

La loi des noeuds :

$$i_1 - i_2 - i_3 = 0$$

Et les équations constitutives sont, selon les sens choisis pour les  $i$  et  $v$  sur le schéma (respect de la convention récepteur sur les résistances) :

$V_{R_1} = R_1 i_1$ ,  $V_{R_2} = R_2 i_2$  et  $V_{R_3} = R_3 i_3$  On trouve donc :

$$E_1 + E_2 = R_1 i_1 + R_2 i_2$$

$$E_2 = R_2 i_2 - R_3 (i_1 - i_2)$$

Résultats finaux pour les valeurs choisies :

$$E_1 = 10V = E_2$$

$$i_1 = i_2 = 1A$$

$$i_3 = 0A = i'_4 = i_4$$

$$V_{R_3} = 0V = V_{R_4}$$

$$V_{R_1} = 10V = V_{R_2}$$

**Question 16.** *Comment vérifier ces résultats numériques ? Choisir une méthode pour vérifier les résultats.*

**Réponse :**

La conservation de l'énergie peut être utilisée via un bilan de puissance. Remarquer que c'est un critère nécessaire mais non suffisant pour vérifier vos résultats, mais il est, en pratique, peu probable de se tromper de telle manière que le bilan de puissance soit tout de même correct.

Suivant les conventions de signes choisies sur le schéma, le bilan de puissance s'écrit :

$$p(E_1) + p(E_2) = p(V_{R_1}) + p(V_{R_2})$$

soit  $10W + 10W = 10W + 10W$ , le bilan de puissance est donc respecté.

**Question 17.** *Quels éléments agissent comme des sources et quels éléments agissent comme des charges ?*

**Réponse :**

Si vous choisissez de mettre le courant dans le même sens que la tension, et que vous supposez que les valeurs numériques obtenues via ce choix seront positives, alors vous supposez que l'élément se comportera comme une charge.

Dans ce cas-ci, les sources sont :  $E_1$  et  $E_2$ . Et les charges sont : les résistances  $R_1$  et  $R_2$ .

Attention, il pourrait très bien arriver qu'une source joue le rôle de charge (par contre une résistance ne deviendra jamais une source).

**Question 18.** *Si une des deux sources était polarisée dans le sens inverse de celui indiqué sur le schéma, y aurait-il encore un courant dans le circuit ?*

**Réponse :**

Dès le moment où, en suivant les conventions de signe choisies sur le schéma ci-dessus, la source  $E_1$  est différente de la source  $E_2$  (même si la valeur absolue est la même), les trois courants  $i_1$ ,  $i_2$  et  $i_3$  seront différents de zéro.