

Séance 1 : Filtrage et analyse fréquentielle Corrigé

Objectifs : à la fin de cette séance, l'étudiant sera capable de :

- Identifier la nature d'un filtre
- Réaliser, lire et interpréter un diagramme de Bode

Exercice 1. Exprimer une pulsation (ou fréquence angulaire) de 250rad/s en fréquence en Hz.

Express an angular frequency of 250rad/s as a cyclic frequency (in Hz).

Réponse :

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = 39.8\text{Hz}$$

Exercice 2. Exprimer une fréquence de 250Hz en pulsation en rad/s.

Express a cyclic frequency of 250Hz as an angular frequency (in rad/s).

Réponse :

$$\omega = 2\pi f = 1571\text{rad/s}$$

Exercice 3. Calculer la réactance d'un condensateur (ou capacité) de 1μF à une fréquence de 10kHz, et la réactance d'une inductance (ou self ou bobine) de 20mH à une pulsation de 100rad/s. Dans chaque cas, inclure les unités dans votre réponse.

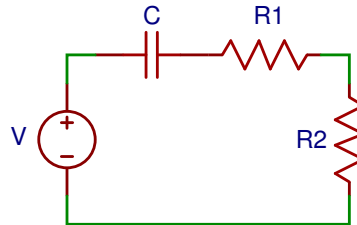
Calculate the reactance of a 1μF capacitor at a frequency of 10kHz, and the reactance of a 20mH inductor at a frequency of 100rad/s. In each case include the units in your answer.

Réponse :

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} = 15.9\Omega$$
$$X_L = \omega L = 2\Omega$$

Exercice 4. Considérant que la tension de sortie de ce circuit est aux bornes de la résistance R_2 , déterminer la fonction de transfert du circuit.

Determine the transfer function of the following circuit. The output is on R_2 .



Réponse :

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{R_2}{R_2 + R_1 + \frac{1}{j\omega C}}$$

Exercice 5. Un circuit RC série est formé d'une résistance de $33k\Omega$ et d'un condensateur de $15nF$. Quelle est la constante de temps du circuit ?

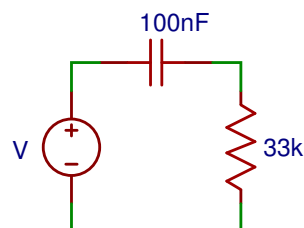
A series RC circuit is formed from a resistor of $33k\Omega$ and a capacitor of $15nF$. What is the time constant of this circuit ?

Réponse :

$$\tau = RC = 495\mu s$$

Exercice 6. Calculer la constante de temps τ , la pulsation de coupure ω_C et la fréquence de coupure f_C du circuit RC série suivant¹. La sortie est sur la résistance, est-ce un filtre passe-bas ou passe-haut ?

Calculate the time constant τ , the angular cut-off frequency ω_C and the cyclic cut-off frequency f_C of the following arrangement. Output is on the resistance, is this a high- or a low-frequency cut-off ?



1. La plupart des logiciels de CAO éludent le symbole Ω dans les schémas lors de la spécification des valeurs de résistances. N'oubliez pas de préciser l'unité lorsque vous utilisez des valeurs extraites d'un schéma.

Réponse :

$$\begin{aligned}\tau &= RC = 3.3\text{ms} \\ \omega_C &= \frac{1}{\tau} = 303\text{rad/s} \\ f_C &= \frac{\omega_C}{2\pi} = 48.2\text{Hz}\end{aligned}$$

C'est un filtre passe-haut ("coupe-bas" ou *low-frequency cut-off* en anglais).

Exercice 7. Déterminer les fréquences qui correspondent à : (a) une octave en-dessous de 30Hz (b) deux octaves au-dessus de 25kHz (c) trois octaves au-dessus de 1kHz (d) une décade au-dessus de 1MHz (e) deux décades en-dessous de 300Hz (f) trois décades au-dessus de 50Hz

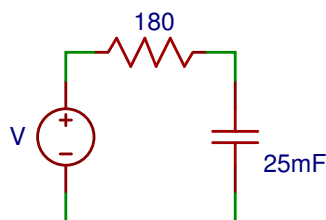
Determine the frequencies that correspond to : (a) an octave below 30Hz (b) two octaves above 25kHz (c) three octaves above 1kHz (d) a decade above 1MHz (e) two decades below 300Hz (f) three decades above 50Hz

Réponse :

(a) 15 Hz : $15 * 2^1 = 30$ (b) 100 kHz : $25 * 2^2 = 100$ (c) 8 kHz : $1 * 2^3 = 8$ (d) 10 MHz : $1 * 10^1 = 10$ (e) 3 Hz : $3 * 10^2 = 300$ (f) 50 kHz : $50 * 10^3 = 50000$

Exercice 8. Calculer la constante de temps τ , la pulsation de coupure ω_C et la fréquence de coupure f_C du circuit suivant. La sortie est sur la capacité. Est-ce un filtre passe-bas ou passe-haut ?

Calculate the time constant τ , the angular cut-off frequency ω_C and the cyclic cut-off frequency f_C of the following arrangement. The output is on the capacitor. Is this a high- or a low-frequency cut-off.



Réponse :

$$\begin{aligned}\tau &= RC = 4.5\text{s} \\ \omega_C &= \frac{1}{\tau} = 0.222\text{rad/s} \\ f_C &= \frac{\omega_C}{2\pi} = 35.4\text{mHz}\end{aligned}$$

C'est un filtre passe-bas ("coupe-haut" ou *high-frequency cut-off* en anglais).

Exercice 9. Un circuit RL série est formé d'une résistance de 150Ω et d'une inductance de 30mH . Quelle est la constante de temps de ce circuit ?

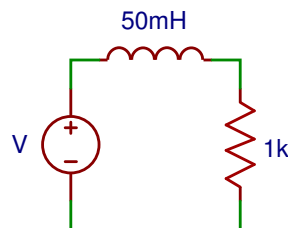
A series RL circuit is formed from a resistor of 150Ω and an inductor of 30mH . What is the time constant of this circuit ?

Réponse :

$$\tau = \frac{L}{R} = 200\mu\text{s}$$

Exercice 10. Calculer la constante de temps τ , la pulsation de coupure ω_C et la fréquence de coupure f_C du circuit suivant. La sortie est sur la résistance. Est-ce un filtre passe-bas ou passe-haut ?

Calculate the time constant τ , the angular cut-off frequency ω_C and the cyclic cut-off frequency f_C of the following arrangement. The output is on the resistor. Is this a high- or a low-frequency cut-off.



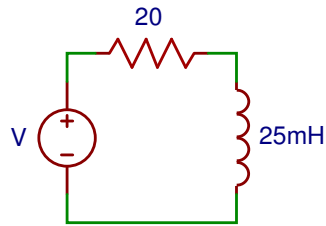
Réponse :

$$\begin{aligned}\tau &= \frac{L}{R} = 50\mu\text{s} \\ \omega_C &= \frac{1}{\tau} = 20000\text{rad/s} \\ f_C &= \frac{\omega_C}{2\pi} = 3.18\text{kHz}\end{aligned}$$

C'est un filtre passe-bas ("coupe-haut" ou *high-frequency cut-off* en anglais).

Exercice 11. Calculer la constante de temps τ , la pulsation de coupure ω_C et la fréquence de coupure f_C du circuit suivant. La sortie est sur la self. Est-ce un filtre passe-bas ou passe-haut ?

Calculate the time constant τ , the angular cut-off frequency ω_C and the cyclic cut-off frequency f_C of the following arrangement. The output is on the inductor. Is this a high- or a low-frequency cut-off ?



Réponse :

$$\tau = \frac{L}{R} = 1.2\text{ms}$$
$$\omega_C = \frac{1}{\tau} = 800\text{rad/s}$$
$$f_C = \frac{\omega_C}{2\pi} = 127.32\text{Hz}$$

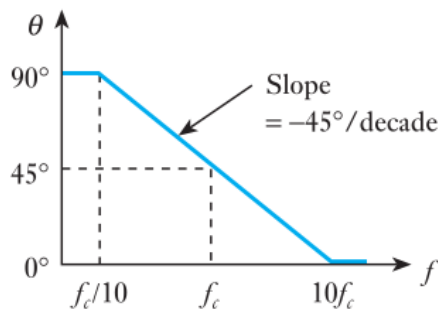
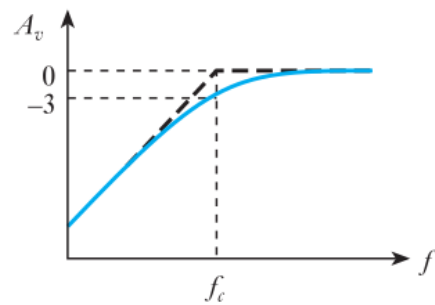
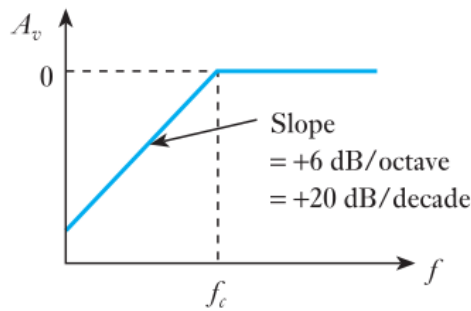
C'est un filtre passe-haut ("coupe-bas" ou *low-frequency cut-off* en anglais).

Exercice 12. Dessiner une approximation asymptotique du diagramme de Bode du circuit des exercices 6, 8, 10 et 11. Utiliser cette approximation pour produire un graphique plus réaliste du gain et de la phase du circuit.

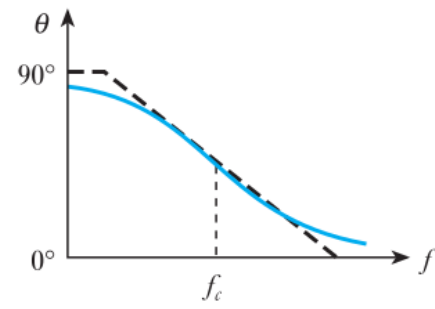
Sketch a straight-line approximation to the Bode diagram of the circuit of exercises 6, 8, 10 et 11. Use this approximation to produce a more realistic plot of the gain and phase responses of the circuit.

Réponse :

Le tracé asymptotique devrait ressembler à celui de la figure 8.13(a) du Storey (ci-dessous à gauche), avec une fréquence de coupure $f_C = 199\text{Hz}$. La courbe de Bode plus réaliste devrait ressembler à la figure 8.14(a) du Storey (ci-dessous à droite), toujours avec $f_C = 199\text{Hz}$.



(a) High-pass circuit



(a) High-pass circuit

Exercice 13. Un circuit contient trois filtres passe-bas d'ordre 1 et deux filtres passe-haut d'ordre 1. Quels sont les taux de variation du gain de ce circuit à très haute et à très basse fréquences ?

A circuit contains three high-frequency cut-offs and two low-frequency cut-offs. What are the rates of change of gain of this circuit at very high and very low frequencies ?

Réponse :

À haute fréquence, le gain va diminuer de 18dB par augmentation d'une octave en fréquence (pente de -18dB/octave, ou -60dB/décade). À basse fréquence, le gain va diminuer de 12dB par diminution d'une octave en fréquence (pente de 12dB/octave, ou 40dB/décade).

Exercice 14. Expliquer ce que signifie le terme « résonance ».

Explain what is meant by the term "resonance".

Réponse :

La résonance est discutée en section 8.12 du Storey.

Exercice 15. Calculer la fréquence de résonance f_0 , le facteur de qualité Q et la bande passante B du circuit suivant.

Calculate the resonant frequency f_0 , the quality factor Q and the bandwidth B of the following circuit.

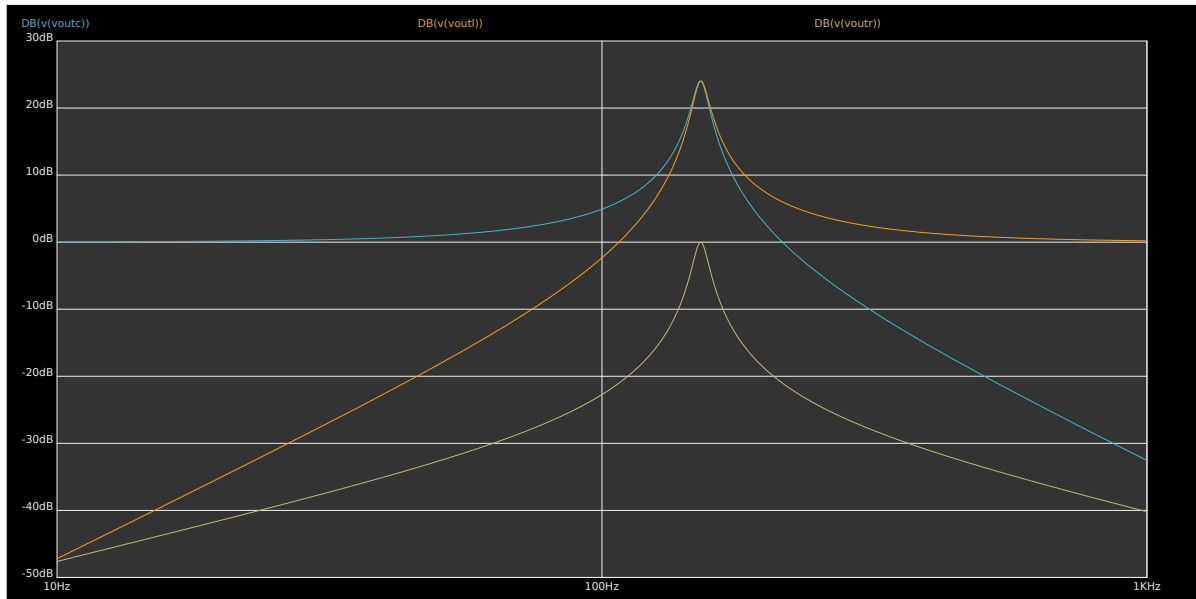


Réponse :

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 152\text{Hz}$$

$$Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}} = 15.9$$

$$B = \frac{R}{2\pi L} = 9.55\text{Hz}$$



Exercice 16. Expliquer la différence entre filtre passif et actif.

Explain the difference between a passive and an active filter.

Réponse :

Les filtres passifs ne contiennent pas de composants actifs, comme par exemple les filtres RL et RC. Les filtres actifs contiennent des composants amplificateurs actifs, comme par exemple un amplificateur opérationnel ou un transistor.

Exercice 17. Pourquoi les inductances sont souvent évitées dans la construction de filtres ?

Why are inductors often avoided in the construction of filters ?

Réponse :

Parce qu'elles sont chères, volumineuses et souffrent de pertes plus conséquentes que les autres composants passifs. De plus elles peuvent être bruyantes et sont sujettes à couplage électromagnétique, avec d'autres inductances du circuit ou avec des champs extérieurs au circuit.

Exercice 18. Quel type de filtre actif est optimisé pour produire une réponse fréquentielle plate dans sa bande passante ?

What form of active filter is optimised to produce a flat response within its pass band ?

Réponse :

Le filtre de Butterworth.

Exercice 19. Quel filtre est optimisé pour produire une transition nette entre la bande passante et la bande rejetée ?

What form of active filter is optimised to produce a sharp transition from the pass band to the stop band ?

Réponse :

Les filtres de Chebyshev.

Exercice 20. Quel filtre est optimisé pour produire une phase linéaire ?

What form of filter is optimised for a linear phase response ?

Réponse :

Le filtre de Bessel est un filtre à phase linéaire.

Exercice 21. Expliquer pourquoi les capacités parasites et les inductances parasites affectent la réponse en fréquence d'un circuit électronique.

Explain why stray capacitance and stray inductance affect the frequency response of electronic circuits.

Réponse :

Les effets des capacités et inductances parasites sont discutées en Section 8.14 du Storey. Les effets indésirables sont (a) pour les capacités parasites : l'introduction de filtres passe-bas dans les circuits, des couplages de signaux entre circuits résultant en de nombreux effets indésirables telle que des interférences (diaphonie ou crosstalk), (b) pour les inductances parasites : l'introduction de filtres passe-bas (par exemple si l'inductance parasite est en série avec une résistance de charge), effet dramatique sur la stabilité des circuits. Ces capacités et inductances parasites sont généralement faibles et donc ont tendance à avoir un impact relativement faible à basse fréquence (BF). Cependant, à haute fréquence (HF), elles peuvent avoir des effets dramatiques sur le fonctionnement des circuits. En général, c'est la présence de ces éléments indésirables qui limite les performances à haute fréquence des circuits électroniques.