

# Circuits logiques et numériques [ELEC-H-305]

## TP 1 : Systèmes de numérotation – Corrigé

v1.1.3

**Question 1.** Convertir dans les autres bases utiles les nombres suivants :

- a)  $(82)_{10}$
- b)  $(122)_{10}$
- c)  $(1001110001)_2$
- d)  $(762)_8$
- e)  $(214)_8$
- f)  $(F6D)_{16}$
- g)  $(B65F)_{16}$
- h)  $(0.625)_{10}$
- i)  $(10110001101011.111100000110)_2$
- j)  $(127.4)_8$
- k)  $(673.12)_8$
- l)  $(3A6.C)_{16}$

**Réponse :**

- Base 10  $\rightarrow$  base 2 par divisions successives :  $(82)_{10} = (1010010)_2$

82	:2	0 (LSB)
41	:2	1
20	:2	0
10	:2	0
5	:2	1
2	:2	0
1	:2	1 (MSB)
0		

- Base 10  $\rightarrow$  base 8 par divisions successives :  $(82)_{10} = (122)_8$

82	:8	2
10	:8	2
1	:8	1
0		

- Base 10  $\rightarrow$  base 16 par divisions successives :  $(82)_{10} = (52)_{16}$

82	:16	2
5	:16	5
0		

- Base 2  $\rightarrow$  base 8 par groupements :  $(1001110001)_2 = (1161)_8$

$$\underbrace{001}_1 \underbrace{001}_1 \underbrace{110}_6 \underbrace{001}_1$$

- Base 2  $\rightarrow$  base 16 par groupements :  $(1001110001)_2 = (271)_{16}$

$$\underbrace{0010}_2 \underbrace{0111}_7 \underbrace{0001}_1$$

- Base 8  $\rightarrow$  base 2 par séparation :  $(762)_8 = (111110010)_2$

$$\underbrace{7}_{111} \underbrace{6}_{110} \underbrace{2}_{010}$$

- Base 16  $\rightarrow$  base 2 par séparation :  $(F6D)_{16} = (111101101101)_2$

$$\underbrace{F}_{1111} \underbrace{6}_{0110} \underbrace{D}_{1101}$$

- Partie décimale en base 10  $\rightarrow$  base 2 par multiplications successives :  $(0.625)_{10} = (0.101)_2$

$$\begin{array}{r|l|l} .625 & \times 2 & 1 \text{ (MSB)} \\ .25 & \times 2 & 0 \\ .5 & \times 2 & 1 \text{ (LSB)} \\ 0 & & \end{array}$$

Le tableau suivant reprend tous les résultats de l'exercice.

Base 2	Base 8	Base 10	Base 16
1010010	122	<b>82</b>	52
1111010	172	<b>122</b>	7A
<b>1001110001</b>	1161	625	271
111110010	<b>762</b>	498	1F2
10001100	<b>214</b>	140	8C
111101101101	7555	3949	<b>F6D</b>
1011011001011111	133137	46687	<b>B65F</b>
0.101	0.5	<b>0.625</b>	0.A
<b>10110001101011.111100000110</b>	26153.7406	11371.93896484375	2C6B.F06
1010111.1	<b>127.4</b>	87.5	57.8
110111011.001010	<b>673.12</b>	443.15625	1BB.28
001110100110.1100	1646.6	934.75	<b>3A6.C</b>

**Question 2.** Effectuer l'addition suivante dans toutes les bases utiles. Vérifier les résultats en les convertissant en base 10 :

$$(3633)_{10} + (254)_{10}$$

**Réponse :**

$$\begin{array}{r} \text{Base 2 : } \quad \begin{array}{cccccccccccc} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ + & & & & & & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ \hline & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{Base 8 : } \quad \begin{array}{cccc} 7 & 0 & 6 & 1 \\ + & 3 & 7 & 6 \\ \hline 7 & 4 & 5 & 7 \end{array} \end{array}$$

$$\text{Base 16 : } \begin{array}{r} \phantom{00} \text{E} \phantom{00} 3 \phantom{00} 1 \\ + \phantom{00} \text{F} \phantom{00} \text{E} \\ \hline \phantom{00} \text{F} \phantom{00} 2 \phantom{00} \text{F} \end{array}$$

**Question 3.** Représenter  $(0.345)_{10}$  en base 2 et en base 8.

**Réponse :**

- $(0.010110\dots)_2$
- $(0.260507\dots)_8$

**Question 4.** Effectuer les opérations suivantes :

- a)  $(10110)_2 - (10010)_2$
- b)  $(10110)_2 - (10011)_2$
- c)  $(5475)_8 - (3764)_8$
- d)  $(540045)_8 - (325654)_8$
- e)  $(E46)_{16} - (59F)_{16}$
- f)  $(4321)_{16} - (2ECD)_{16}$
- g)  $(1011)_2 * (1001)_2$
- h)  $(762)_8 * (45)_8$
- i)  $(543)_8 * (27)_8$
- j)  $(1CF)_{16} * (B6)_{16}$
- k)  $(2ECD)_{16} * (4321)_{16}$
- l)  $(1100)_2 : (011)_2$
- m)  $(110101)_2 : (111)_2$
- n)  $(533)_8 : (26)_8$
- o)  $(2ECD)_{16} : (12)_{16}$

**Réponse :**

- a)  $(00100)_2$
- b)  $(00011)_2$
- c)  $(1511)_8$
- d)  $(212171)_8$
- e)  $(8A7)_{16}$
- f)  $(1454)_{16}$
- g)  $(1100011)_2$

$$\begin{array}{r} \phantom{00} \phantom{00} 1 \phantom{00} 0 \phantom{00} 1 \phantom{00} 1 \\ \phantom{00} \text{x} \phantom{00} 1 \phantom{00} 0 \phantom{00} 0 \phantom{00} 1 \\ \hline \phantom{00} \phantom{00} 1 \phantom{00} 0 \phantom{00} 1 \phantom{00} 1 \\ 1 \phantom{00} 0 \phantom{00} 1 \phantom{00} 1 \phantom{00} \cdot \phantom{00} \cdot \phantom{00} \cdot \\ \hline 1 \phantom{00} 1 \phantom{00} 0 \phantom{00} 0 \phantom{00} 0 \phantom{00} 1 \phantom{00} 1 \end{array}$$

h)  $(43772)_8$

$$\begin{array}{r} \phantom{0}7 \phantom{0}6 \phantom{0}2 \\ \phantom{0}x \phantom{0}4 \phantom{0}5 \\ \hline \phantom{0}4 \phantom{0}6 \phantom{0}7 \phantom{0}2 \\ \phantom{0}3 \phantom{0}7 \phantom{0}1 \phantom{0}0 \phantom{0}\cdot \\ \hline \phantom{0}4 \phantom{0}3 \phantom{0}7 \phantom{0}7 \phantom{0}2 \end{array}$$

i)  $(17745)_8$

j)  $(1492A)_{16}$

k)  $(C45AF6D)_{16}$

l)  $(100)_2$

m)  $(111.100)_2$

$$\begin{array}{r} \phantom{0}1 \phantom{0}1 \phantom{0}0 \phantom{0}1 \phantom{0}0 \phantom{0}1 \\ - \phantom{0}1 \phantom{0}1 \phantom{0}1 \phantom{0}0 \phantom{0}0 \\ \hline \phantom{0}1 \phantom{0}1 \phantom{0}0 \phantom{0}0 \phantom{0}1 \\ - \phantom{0}1 \phantom{0}1 \phantom{0}1 \phantom{0}0 \\ \hline \phantom{0}1 \phantom{0}0 \phantom{0}1 \phantom{0}1 \\ - \phantom{0}1 \phantom{0}1 \phantom{0}1 \\ \hline \phantom{0}1 \phantom{0}0 \phantom{0}0 \phantom{0}\cdot \phantom{0}0 \\ - \phantom{0}1 \phantom{0}1 \phantom{0}\cdot \phantom{0}1 \end{array} \quad \begin{array}{r} \phantom{0}1 \phantom{0}1 \phantom{0}1 \\ \hline \phantom{0}1 \phantom{0}0 \phantom{0}0 \\ \phantom{0}1 \phantom{0}0 \\ \phantom{0}1 \\ + \phantom{0}\cdot \phantom{0}1 \phantom{0}0 \phantom{0}0 \\ \hline \phantom{0}1 \phantom{0}1 \phantom{0}1 \phantom{0}\cdot \phantom{0}1 \phantom{0}0 \phantom{0}0 \end{array}$$

n)  $(17.61)_8$

o)  $(299.9)_{16}$

### Question 5. Représentation des nombres négatifs

a) Représenter  $(-14)_{10}$  sur 8 bits en base 2 dans les 3 modes de représentation.

**Réponse :**

SVA	C1	C2
10001110	11110001	11110010

b) Si on utilise 4 bits, quels sont, dans les 3 modes de représentation, les plus petites et les plus grandes valeurs représentables ? Comment se représente la valeur 0 ?

**Réponse :**

	min	0	max
SVA	1111	0000 1000	0111
C1	1000	0000 1111	0111
C2	1000	0000	0111

À titre de bonus, ci-suit un tableau comparatif des différents modes de représentation (sur 4 bits) :

Base 10	Signé	C1	C2
7	0111	0111	0111
6	0110	0110	0110
5	0101	0101	0101
4	0100	0100	0100
3	0011	0011	0011
2	0010	0010	0010
1	0001	0001	0001
0	0000 1000	0000 1111	0000
-1	1001	1110	1111
-2	1010	1101	1110
-3	1011	1100	1101
-4	1100	1011	1100
-5	1101	1010	1011
-6	1110	1001	1010
-7	1111	1000	1001
-8	N/A	N/A	1000

- c) Effectuer les additions suivantes (sur 8 bits) dans les trois modes de représentation et repérez les problèmes d'overflow :

**Réponse :**

Base 10	52	-52	84	-84
SVA	00110100	10110100	01010100	11010100
C1	00110100	11001011	01010100	10101011
C2	00110100	11001100	01010100	10101100

- $52 + 84$

**Réponse :**

- SVA : Overflow.
- C1 et C2 : overflow car le résultat n'est pas du même signe que les opérandes.

- $52 - 84$

**Réponse :**

- SVA : Soustraction classique.
- C1 et C2 : Additionner 52 et -84.

- $84 - 52$

**Réponse :**

- SVA : Soustraction classique.
- C1 :  $84 + (-52)$  provoque un report de 1 sur le MSB qu'il faut ajouter au LSB.
- C2 : Provoque aussi un report, mais on l'ignore.

- $-84 - 52$

**Réponse :**

- SVA : Les deux opérandes étant du même signe, on peut additionner 52 et 84, mais on a de nouveau un overflow.
- C1 et C2 : On additionne  $-52$  et  $-84$ , mais le résultat n'est pas du même signe  $\rightarrow$  underflow.

**Question 6.** Représentation en virgule flottante (IEEE standard)

- a) Si on vous donne le nombre  $(10100.10011)_2$  et sachant que la partie entière et fractionnaire sont toutes les deux exprimées sur six bits, quel est son équivalent en virgule flottante ?

**Réponse :**

- Signe : 0
- Exposant :  $127 \text{ (base)} + 4 \text{ (décalage)} = 131_{10} = 10000011_2$
- Mantisse : 010010011000000000000000

$$(10100.10011)_2 = 01000001101001001100000000000000$$

- b) Convertir en binaire les nombres suivants représentés en virgule flottante :

- 0 10000010 10000010 ... 000

**Réponse :**

- Signe : +
  - Exposant :  $10000010_2 = 130_{10}$
  - Mantisse : 100000100000000000000000
- $$0 \ 10000010 \ 10000010 \ \dots \ 000 = (1100.0001)_2$$
- 1 01111000 01000110 ... 000

**Réponse :**

- Signe : -
  - Exposant :  $01111000_2 = 120_{10}$
  - Mantisse : 010001100000000000000000
- $$1 \ 01111000 \ 01000110 \ \dots \ 000 = -(0.00000010100011)_2$$