

$$C[a,b] = \mathcal{U}[a,b]$$

$$\forall \delta:[a,b]\rightarrow\mathbb{R}_+^*$$

$$\mathfrak{S}_{\delta}\neq\emptyset$$

*Toute suite bornée*

*admet une sous-suite convergente*

$$\forall f \in \mathcal{D}[a, b]$$

$f' \in \mathcal{I}[a, b]$  et :

$$\int_a^b f' = f(b) - f(a)$$

$$\forall P \in \mathbb{C}[X], \; \exists z \in \mathbb{C},$$

$$P(z)=0$$

$$\forall f \in C[a, b] \cap \mathcal{D}[a, b[$$

$$\exists c \in ]a, b[$$

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

Soient  $f, g \in \mathcal{D}[a, b[$  avec

$g' \neq 0$  au voisinage de  $c$  et

$$\lim_{c} f = \lim_{c} g = 0 \text{ ou } +\infty$$

Alors :

$$\lim_{c} \frac{f'}{g'} = l \in \overline{\mathbb{R}} \Rightarrow \lim_{c} \frac{f}{g} = l$$

Soient  $f \in I[a, b]$ ,  $\epsilon > 0$ , et

$$\delta : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}_+^*$$

$$\forall \sigma \in \mathfrak{S}_\delta, \quad \left| S(f, \sigma) - \int_a^b f \right| \leq \epsilon$$

$\Downarrow$

$$\forall \sigma = ([x_{k-1}, x_k], t_k)_{1 \leq k \leq n} \in \mathfrak{S}_\delta,$$
$$\forall I \subset \llbracket 1, n \rrbracket,$$

$$\left| \sum_{k \in I} \int_{x_{k-1}}^{x_k} (f(t_k) - f) \right| \leq \epsilon$$

*Soit  $E$  euclidien.*

$$\forall \phi \in E^*, \exists! a \in E,$$
$$\phi = \langle a | \square \rangle$$

*Soient  $E$  un espace*

*préhilbertien et  $x, y \in E$*

$$\langle x | y \rangle^2 \leq \langle x | x \rangle \langle y | y \rangle$$

*avec égalité ssi  $(x, y)$  est  
une famille libre*

$$\forall M\in \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$$

$$\operatorname{rg} M + \dim \ker M = p$$

*Soient les suites*

*rationnelles*  $\begin{pmatrix} d_n \\ c_n \end{pmatrix} \nearrow,$

$(a_n) \nearrow \leq (d_n)$  et

$(f_n) \searrow \geq (c_n)$

*Alors :  $(a_n) \leq (f_n)$*

*Soient  $E = \text{vect } \mathcal{G}$  et*

*$\mathcal{L}$  libre de  $E$*

*Alors :  $\# \mathcal{L} \leq \# \mathcal{G}$*

*Si  $f \in C[a, b]$ , alors*

*$f$  admet un minimum  
et un maximum sur  
 $[a, b]$*

*Soient  $E = \text{vect } \mathcal{G}$  de dimension finie et  $\mathcal{L}$  libre de  $E$*

*Il existe une base  $\mathcal{B}$  de  $E$  tq  $\mathcal{B} \in \mathcal{L} \cup \mathcal{G}$*

Soit  $E$  un  $\mathbb{K}$ -espace

vectoriel.

$$\forall x \in E, \forall \lambda \in E,$$

$$0 \cdot x = \lambda \cdot 0 = 0$$

*Soient  $F$  et  $G$  deux  
sev de dimension  
finie de  $E$ .*

$$\dim(F + G) = \dim F + \dim G - \dim(F \cap G)$$

$$\exists! \; (v_p : \llbracket 2, +\infty \rrbracket \rightarrow \mathbb{N})_{p \in \mathcal{P}}$$

$$\forall n \geqslant 2, \; n = \prod_{p \in \mathcal{P}} p^{v_p(n)}$$

$$\forall p\in \mathcal{P},~\forall n\in \mathbb{Z},$$

$$n^p\equiv n~[p]$$

$$\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$$

$\mathcal{P}$  est infini

$$\forall n \geq 1, \forall a \in \mathbb{N},$$

$$a \wedge n = 1$$



$$a^{\phi(n)} \equiv 1 [n]$$

*Toute partie non*

*vide majorée de  $\mathbb{R}$*   
*admet une borne*  
*supérieure*

*Soient  $G$  un groupe*

*fini et  $H \triangleleft G$*

*Alors :  $\# H \mid \# G$*

*Soient  $(a_n)$  et  $(b_n)$  deux suites d'entiers.*

$$(b_n) = \left( \sum_{k \leq n} \binom{n}{k} a_k \right)$$



$$(a_n) = \left( \sum_{k \leq n} (-1)^{n-k} \binom{n}{k} b_k \right)$$

$$\forall A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K}),$$

$$\forall B \in \mathcal{M}_p(\mathbb{K}),$$

$$\forall C \in \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K}),$$

$$\det \left[ \begin{array}{c|c} A & C \\ \hline 0 & B \end{array} \right] = \det A \det B$$

*Toute permutation  
sauf l'identité se  
décompose en un  
produit de cycles à  
supports disjoints  
unique à l'ordre près*

*En notant :*

$$P = \left\{ P_i^j \mid \begin{array}{l} 1 \leq i \leq n \\ 1 \leq j \leq n \end{array} \right\}$$

$$T = \left\{ T_i^j(\lambda) \mid \begin{array}{l} 1 \leq i \leq n \\ 1 \leq j \leq n \\ \lambda \in \mathbb{K} \end{array} \right\}$$

$$D = \left\{ D_i(a) \mid \begin{array}{l} 1 \leq i \leq n \\ a \in \mathbb{K}^* \end{array} \right\}$$

*On a :*

$$\mathrm{GL}_n(\mathbb{K}) = \langle P, T, D \rangle$$

Soient  $M \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$  et

$1 \leq j \leq n$  une colonne.

$$\det M = \sum_{1 \leq i \leq n} {}^i [M]_j M_{i,j}$$

Soit  $f \in C(I) \cap \mathcal{D}(\mathring{I})$

*f est croissante sur I*

$$\Updownarrow$$

*f' est positive sur  $\mathring{I}$*

$$\exists! \; \epsilon : (\mathbf{S}_n, \circ) \rightarrow (\{-1, 1\}, \times)$$

$$\forall 1 \leqslant i < j \leqslant n, \; \epsilon(\tau_i^j) = -1$$

Soit  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$

$$f \in \mathcal{I}[a, b]$$

$\Updownarrow$

$\forall a \leq x < b, f \in \mathcal{I}[a, x]$  et

$x \mapsto \int_a^x f$  continue en  $b$