

Détermination de la charge d'un électron

Yohann Bertrand

William Trudel

Aubert Lamy

3^{ème} année au baccalauréat

Université du Québec à Trois-Rivières

Département de physique

Résumé

L'objectif de ce laboratoire était de déterminer la valeur de la charge électrique d'un électron selon Millikan et mettre en évidence de la quantification de la charge¹. Pour ce faire, nous avons placé des gouttelettes d'huiles ionisées dans un champs magnétique et nous avons observé leur vitesse. Avec cela nous avons pu calculer leur rayon et leur masse. Ceci nous a permis de trouver expérimentalement la charge de l'électron. Nous avons trouvé une charge expérimentale de l'électron de $(1,8 \pm 0,3) \cdot 10^{-19} \text{ C}$, contre une valeur théorique de $1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

¹ Source 1 de la médiagraphie

Introduction

Cette expérience portait sur la charge élémentaire de l'électron, déterminée par l'expérience de Millikan. On détermine la valeur de la charge électrique d'un électron selon Millikan et met en évidence de la quantification de la charge.

Théorie

Tirée de la source 1 de la médiagraphie

Une analyse des forces agissant sur une goutte d'huile en présence d'un champ électrique donnera l'équation pour la détermination de la charge portée par la gouttelette. Ainsi dans cette expérience, de fines gouttes d'huile sont pulvérisées dans l'espace entre les plaques d'un condensateur plan horizontal. En appliquant un champ électrique entre les plaques de ce condensateur, on soumet ainsi les gouttelettes à une force électrostatique.

- **Relation entre la vitesse de la gouttelette d'huile et le champ électrique :**

En l'absence du champ :

La figure 1 montre les forces agissantes sur une gouttelette d'huile quand celle-ci est en chute libre dans l'air (en l'absence du champ appliqué) quand elle a atteint sa vitesse finale. (la vitesse finale ou terminale est atteinte en quelques millisecondes pour les gouttelettes utilisées dans cette expérience.)

Dans la figure 1, F_f représente la force de frottement et F_g , la force due à la pesanteur. On a :

$$F_f = -kv_0$$

$$F_g = -mg$$

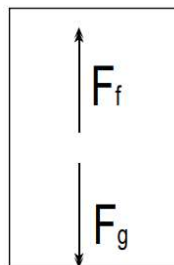


Figure 1

où v_0 est la vitesse finale de chute de la goutte (sa valeur est négative et constante), k est le coefficient de frottement entre l'air et la goutte, m représente la masse de la goutte, et g est l'accélération de la pesanteur. Le coefficient de frottement k est une constante et peut être déterminé quand une gouttelette est en chute libre en absence de champ électrique. En effet, à partir de :

$$F_f + F_g = 0$$

On déduit :

$$k = \frac{-mg}{v_0} \quad (1)$$

En présence du champ :

Il est à noter que dépendamment de la direction du champ appliqué et de sa force, la gouttelette peut monter ou descendre dans l'espace entre les plaques du condensateur. Il est à noter aussi que la force de frottement est toujours dirigée vers le sens contraire du sens du mouvement. La figure 2 montre les forces exercées sur la gouttelette en ascension sous l'influence d'un champ électrique:

électrique:

$$F_f = -kv$$

$$F_g = -mg$$

$$F_E = qE$$

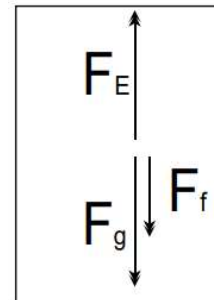


Figure 2

où E est le champ électrique, q est la charge électrique transportée par la gouttelette et v est la vitesse. Après pulvérisation, la gouttelette atteint une vitesse finale constante en quelques millisecondes. Alors :

$$F_f + F_g + F_E = 0$$

$$-kv - mg + qE = 0$$

Ce qui nous donne la vitesse de la charge:

$$v = \frac{-qv_0}{mg} E + v_0 \quad (2)$$

- **Détermination de la masse de la gouttelette :**

La masse m d'une gouttelette est donnée par:

$$m = \frac{4}{3}\pi a^3 \rho \quad (3)$$

où a est le rayon de la gouttelette et ρ la densité de l'huile. Pour calculer le rayon a , nous utiliserons la loi de Stokes, qui établit une relation entre le rayon d'un corps sphérique et sa vitesse de chute dans un milieu visqueux (ayant un coefficient de viscosité η).

$$a = \sqrt{\frac{-9\eta v_0}{2g\rho}} \quad (4)$$

Néanmoins, la loi de Stokes devient incorrecte pour des corps avec des vitesses de chute de moins de 0.1 cm/s. Étant donné que notre cas d'étude, les vitesses de chute sont de l'ordre de 0.01 à 0.001 cm/s, le paramètre de viscosité η dans l'équation 4 doit être remplacé par l'expression de la viscosité effective :

$$\eta_{eff} = \eta \frac{1}{1 + \frac{b}{pa}} \quad (5)$$

où b est une constante tabulée ($b = 8,22 \cdot 10^{-3} Pa m$) et p la pression atmosphérique. En substituant η dans l'équation 4 par η_{eff} , on obtient après avoir solutionné pour le rayon :

$$a = \sqrt{\left(\frac{b}{2p}\right)^2 - \frac{9\eta v_0}{2g\rho}} - \frac{b}{2p} \quad (6)$$

- **Détermination de la charge électrique :**

En mesurant la vitesse des gouttelettes en fonction de la force du champ électrique, nous pouvons utiliser l'équation (2) et faire une régression linéaire de nos mesures. A partir de la pente, nous pouvons déduire la valeur de la charge électrique portée par la gouttelette. En effet, en utilisant les équations 2-6, on obtient :

$$q = \frac{-\frac{4}{3}\pi g s \rho \left[\sqrt{\left(\frac{b}{2p}\right)^2 - \frac{9\eta v_0}{2g\rho}} - \frac{b}{2p} \right]^3}{v_0} \quad (7)$$

Avec :

q = charge électrique portée par la gouttelette.

g = accélération de la pesanteur = 9.80 m/s²

$s = \frac{-qv_0}{mg}$: pente de la droite v en fonction de E selon l'équation (2).

ρ = densité de l'huile = 886 kg/m³

b = constante = $8,22 \cdot 10^{-3} Pa m$

p = pression atmosphérique = $101,3 \cdot 10^3 Pa$

η = viscosité de l'air sec

La viscosité peut s'exprimer en Poise (Ns/m² x 10⁻⁵). La loi de Sutherland relie la viscosité d'un gaz avec sa température. Elle peut être exprimée comme:

$$\frac{\eta(T)}{\eta} \approx \left(\frac{T}{T_0}\right)^{3/2} \frac{T_0 + S}{T + S} \quad (8)$$

où T_0 est la température en °K à laquelle la viscosité de référence η_0 a été prise S la constante de

Sutherland pour le gaz considéré.
(Pour l'air: $S = 120K$, $\eta_0 = 1,827$ Poise,
 $T_0 = 291.15K$)

v_0 = vitesse finale de chute libre de la gouttelette (sa valeur est négative et constante) calculée comme étant l'ordonnée à l'origine en utilisant l'équation (2), ou mesurée directement.

Il est important de constater que le résultat d'une série de mesure sur une goutte d'huile nous donne accès à un multiple entier de la charge de l'électron. Une gouttelette peut avoir un défaut de charge pouvant aller jusqu'à $3e$. Il est donc nécessaire de prendre plusieurs séries de mesure afin d'obtenir le diviseur commun qui sera la charge de l'électron.

On aura aussi besoin, dans cette expérience, de la table de conversion de thermistor, que voici (Source 1 de la médiagraphie) (Elle sera utile lors du calcul de la température à l'intérieur de la cellule) :

THERMISTOR RESISTANCE TABLE					
$^{\circ}C$	$\times 10^6 \Omega$	$^{\circ}C$	$\times 10^6 \Omega$	$^{\circ}C$	$\times 10^6 \Omega$
10	3.239	20	2.300	30	1.774
11	3.118	21	2.233	31	1.736
12	3.004	22	2.169	32	1.700
13	2.897	23	2.110	33	1.666
14	2.795	24	2.053	34	1.634
15	2.700	25	2.000	35	1.603
16	2.610	26	1.950	36	1.574
17	2.526	27	1.902	37	1.547
18	2.446	28	1.857	38	1.521
19	2.371	29	1.815	39	1.496

Montage

Matériel :

- Télescope
- Inverseur de tension
- Multimètre
- Source de haute tension
- Pulvérisateur d'huile
- Huile
- Thorium-232
- Connection électrique
- Fils électrique
- Plaques du condensateur
- Couvercle de l'orifice des gouttelettes
- Encastrement
- Couvercle

Schémas² :



Figure 1 : montage expérimental



Figure 2

Méthodologie : Voir source 1 de la médiagraphie

² Tirés de la source 1 de la médiagraphie

Résultats

Tableaux :

Tableau 1 : Valeurs et constantes initiales

Donnée (unités)	Valeur	Incertitude
Espacement plaques (mm)	9,15	0,01
Résistance ($M\Omega$)	1,90	0,01
Température cellule (K)	300,2	0,5
Pression (kPa)	102,2	0,1
η_0 (Pa*s)	$1,827 \cdot 10^{-5}$	
S (K)	120	
T_0 (K)	291,15	
b (Pa*m)	$8,22 \cdot 10^{-3}$	
g (m/s ²)	9,80665	
ρ (kg/m ³)	886	
charge élémentaire de l'électron théorique (C)	$1,602 \cdot 10^{-19}$	

Tableau 2 : Distance selon le temps sans tension et calcul de v_0

	temps (s) ± 1	distance (mm) $\pm 0,1$
test 1	110	-1,0
test 2	110	-1,0
test 3	109	-1,0
valeur de v_0	Moyenne	Incertitude
v_0 moyen (m/s)	$-91 \cdot 10^{-7}$	$9 \cdot 10^{-7}$

Tableau 3 : Vitesses selon le champ électrique pour différentes tensions

vitesse (m/s) $\pm 2 \cdot 10^{-5}$	Champ électrique (N/C)
$41 \cdot 10^{-5}$	$5,46 \cdot 10^4$
$35 \cdot 10^{-5}$	$4,37 \cdot 10^4$
$25 \cdot 10^{-5}$	$3,27 \cdot 10^4$
$18 \cdot 10^{-5}$	$2,17 \cdot 10^4$
$7,5 \cdot 10^{-5}$	$1,09 \cdot 10^4$

*les incertitudes sur la valeur de champ électrique sont négligeables, car il n'y a pas suffisamment de chiffres significatifs dans la valeur de celui-ci pour atteindre l'incertitude

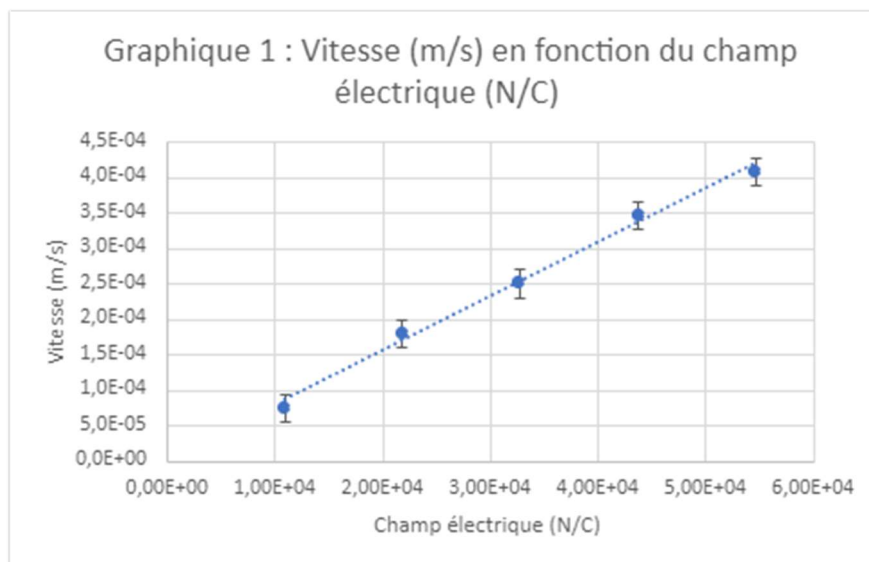
Tableau 4 : Valeurs calculées

Viscosité η (Pa*s)	$1871 \cdot 10^{-8}$	$4 \cdot 10^{-8}$
Rayon de la gouttelette a (m)	$26 \cdot 10^{-8}$	$2 \cdot 10^{-8}$
Masse de la gouttelette m (kg)	$65 \cdot 10^{-18}$	$9 \cdot 10^{-18}$
s (Cm/Ns)	$76 \cdot 10^{-10}$	$4 \cdot 10^{-10}$
q (pour 3e) (C)	$1,8 \cdot 10^{-19}$	$0,3 \cdot 10^{-19}$

*la pente s et son incertitude ont été calculées par la fonction de régression linéaire d'Excel DROITREG

N.B. : Les tableaux des mesures sont en annexe

Graphiques :



Exemples de calculs :

Calcul de la viscosité par la loi de Sutherland.

$$\frac{\eta(T)}{\eta_0} \approx \left(\frac{T}{T_0}\right)^{3/2} \frac{T_0 + S}{T + S}$$

$$\begin{aligned} \eta(T) &\approx 1,827 * 10^{-5} \text{ Pa} * s \\ &* \left(\frac{300,2K}{291,15K}\right)^{3/2} \frac{291,15K + 120 K}{300,2K + 120 K} \\ \eta &\approx 1,871 * 10^{-5} \text{ Pa} * s \end{aligned}$$

Calcul du rayon de la goutte d'huile.

$$a = \sqrt{\left(\frac{b}{2p}\right)^2 - \frac{9\eta v_0}{2g\rho}} - \frac{b}{2p}$$

a

$$\begin{aligned} &= \sqrt{\left(\frac{8,22 * 10^{-3} \text{ Pa} * m}{2 * 102,2 \text{ kPa}}\right)^2 - \frac{9 * 1,87 * 10^{-5} \text{ Pa} * s * -9,12 * 10^{-6} \text{ m/s}}{2 * 9,81 \frac{m}{s^2} * 886 \text{ kg/m}^3}} \\ &- \frac{8,22 * 10^{-3} \text{ Pa} * m}{2 * 102,2 \text{ kPa}} \\ a &= 2,6 * 10^{-7} \text{ m} \end{aligned}$$

Exemple de calcul d'incertitude (rayon de la goutte).

$$\delta a = a \sqrt{\frac{5}{2} \left(\frac{\delta p}{p}\right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\delta \eta}{\eta}\right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\delta v_0}{v_0}\right)^2}$$

δa

$$\begin{aligned} &= 2,6 \\ &* 10^{-7} \sqrt{\frac{5}{2} \left(\frac{0,1}{102,2}\right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{0,004}{1,871}\right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{0,9}{9,1}\right)^2} \\ \delta a &= 0,2 * 10^{-7} \text{ m} \end{aligned}$$

Calcul de la masse de la goutte.

$$m = \frac{4}{3} \pi a^3 \rho$$

$$\begin{aligned} m &= \frac{4}{3} \pi (2,6 * 10^{-7} \text{ m})^3 * 886 \text{ kg/m}^3 \\ m &= 6,5 * 10^{-17} \text{ kg} \end{aligned}$$

Calcul du champ électrique³.

$$E = \frac{\Delta V}{d}$$

$$E = \frac{500V}{9,15 \text{ mm}}$$

$$E = 5,46 * 10^4 \text{ N/C}$$

³ Voir source 2 de la médiagraphie

Calcul de la charge électrique (selon l'équation 2).

$$v = \frac{-qv_0}{mg}E + v_0$$

$$v = 7,62 * 10^{-9}E + 2,8 * 10^{-6}$$

Où $\frac{-qv_0}{mg}$ correspond à la pente du graphique 1, et v_0 est mesuré durant la partie sans champ. Ainsi,

$$\frac{-qv_0}{mg} = \text{pente}$$

$$q = -\text{pente} \frac{mg}{v_0}$$

$$q = -7,62 * 10^{-9} \frac{6,5 * 10^{-1} \text{ kg} * 9,81 \text{ m/s}^2}{-9,1 * 10^{-6} \text{ m/s}}$$

$$q = 5,3 * 10^{-19} \text{ C}$$

Analyse

Dans cette expérience, nous voulions obtenir une valeur expérimentale pour la charge élémentaire de l'électron. Nous avons trouvé une valeur de $(1,8 \pm 0,3) \cdot 10^{-19} \text{ C}$. La valeur théorique, quant à elle, est de $1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ⁴. Nous voyons que notre valeur recoupe la valeur théorique dans son incertitude, mais que notre valeur n'est pas très précise. En effet, l'erreur minimale de cette méthode doit être très près de 10 % car lors de la mesure de la vitesse de chute libre V_0 il est très difficile d'avoir une précision plus grande que 10 % car les gouttes se déplaçaient de manière très erratique, n'avait pas une direction ou une vitesse constante et elle n'avait pas beaucoup de division à franchir (seulement 10 petite division). Une façon d'améliorer les mesures aurait été de faire des séries de

mesures pour plusieurs gouttes au vitesse différentes parce que dans notre expérience, nous avons tenté de sélectionner toujours des gouttes au vitesse semblable ce qui nous a donné une série de donnée très similaire, mais nous nous sommes rendu compte que notre valeur de q était celle pour des gouttes chargé 3 fois. Avec le recul nous aurions fait plusieurs séries de mesure en faisant monter tous les types de gouttes que nous avons identifiés y compris les quelques gouttes qui allait en sens inverse. Nous avons aussi remarqué que nos gouttes disparaissaient après quelques mesures ce qui empêchait de prendre toujours la même goutte pour nos mesures.

Aussi nous aurions pu prendre une dizaine de mesure pour la vitesse de chute libre pour tenter de réduire l'imprécision de chaque mesure en prenant une moyenne qui elle pourrait être beaucoup plus précise. Nous aurions aussi pu essayer de prendre une mesure plus longue de chute libre (attendre que la goutte parcoure 2mm) et alors nous aurions eu une précision plus grande, mais la mesure serait compliquée à prendre car plusieurs gouttes se déplaçaient de biais et vers la fin de la mesure était aux confins de l'échelle du télescope. La mesure qui influait le plus sur la valeur finale est sans conteste le rayon de la goutte a que nous avons calculé à $(26 \pm 2) \cdot 10^{-8} \text{ m}$. Puisque pour calculer la masse de la goutte le rayon est porté au cube, une très petite variation sur sa mesure fait grandement varier la valeur finale. De plus, en ayant pris la moyenne de plusieurs gouttes, il est normal que notre valeur de rayon ait une grande incertitude, car non seulement il dépendait de V_0 qui comme nous l'avons dit était très difficile de

⁴ Selon la source 3 de la médiagraphie

mesurer avec précision, mais les différentes gouttes observées n'avaient certainement pas tout le même rayon, en fait, avec le télescope certaine goutte semblait plus grosse que d'autre donc calculé un rayon commun pour toute les goutte est une grossière approximation.

Malgré ce qui était conseillé dans la section analyse des résultats du guide de ce laboratoire, nous n'avons pas pu faire un graphique pour chacune des gouttes observées car nous n'avons pas réussi à garder une goutte assez longtemps pour faire toutes les mesures demandées. À la place, nous avons sélectionnées des gouttes qui nous semblaient semblables et qui se déplaçaient d'une vitesse constante et moyenne comparée aux autres gouttes. Avec rétrospective, nous gouttes sélectionnées se sont avérés être des goutte chargé 3 fois, et donc, les gouttes les plus lentes devaient certainement être ceux qui détenait seulement une charge q . Malgré tout, le fait que nous avons pris la moyenne de nos mesures nous assure que notre pente est assez précise, d'ailleurs toute nos mesures touches la droite de régression avec leur incertitude.

Conclusion

Nous avons déterminé une valeur de la charge électrique d'un électron selon Millikan qui est de $1,8 \cdot 10^{-19} C$, contre une valeur théorique de $1,602 \cdot 10^{-19} C$ et mis en évidence la quantification de la charge⁵ parce que notre valeur de charge était triplée pour nos gouttes d'huiles. Si nous avions à refaire cette expérience, nous aimerions mesurer la vitesse de plusieurs types de goutte d'huile car plusieurs se déplaçaient à des vitesses différentes, et donc, elles avaient sûrement des charges différentes certaine semblaient même avoir une charge opposée. De plus, nous arions pu calculer une masse pour chaque type de goutte ce qui aurait grandement amélioré l'exactitude de nos résultats. Une cause d'erreur qui a grandement affectée nos mesures est que les gouttes après quelques minutes disparaissaient et en plus elle se déplaçait souvent de travers (surtout en chute libre).

⁵ Source 1 de la médiagraphie

Médiagraphie

- [1] Département de physique de l'Université du Québec à Trois-Rivières. « Labo 7 : Expérience de Millikan : Détermination de la charge d'un électron », Automne 2022
- [2] https://physique.cmaisonneuve.qc.ca/svezina/nyb/note_nyb/NYB_XXI_Chap%202.8.pdf
- [3] <https://www.britannica.com/science/electron-charge>

Annexe

Annexe 1 : Tableaux des mesures

Tableau 5a : Distance selon le temps pour une tension de 500V

	temps (s) $\pm 0,1$	distance (mm) $\pm 0,1$
test 1	4,2	-2,0
test 2	3,1	-2,0
test 3	3,8	-2,0
test 4	3,3	-2,0
test 5	3,3	-2,0
test 6	5,0	2,0
test 7	4,9	2,0
test 8	4,9	2,0
test 9	5,0	2,0
test 10	4,7	2,0

Tableau 5b : Distance selon le temps pour une tension de 400V

	temps (s) $\pm 0,1$	distance (mm) $\pm 0,1$
test 1	5,4	-2,0
test 2	5,5	-2,0
test 3	5,6	-2,0
test 4	5,6	-2,0
test 5	5,5	-2,0
test 6	5,9	2,0
test 7	5,7	2,0
test 8	5,7	2,0
test 9	5,8	2,0
test 10	5,7	2,0

Tableau 5c : Distance selon le temps pour une tension de 299V

	temps (s) $\pm 0,1$	distance (mm) $\pm 0,1$
test 1	5,5	-1,5
test 2	5,4	-1,5
test 3	6,7	-1,5
test 4	4,6	-1,5
test 5	6,0	-1,5

test 6	5,4	1,5
test 7	5,9	1,5
test 8	6,9	1,5
test 9	5,3	1,5
test 10	6,4	1,5

Tableau 5d : Distance selon le temps pour une tension de 199V

	temps (s) $\pm 0,1$	distance (mm) $\pm 0,1$
test 1	6,1	-1,0
test 2	4,9	-1,0
test 3	4,7	-1,0
test 4	5,0	-1,0
test 5	5,4	-1,0
test 6	6,4	1,0
test 7	5,2	1,0
test 8	5,4	1,0
test 9	5,3	1,0
test 10	5,5	1,0

Tableau 5e : Distance selon le temps pour une tension de 100V

	temps (s) $\pm 0,1$	distance (mm) $\pm 0,1$
test 1	5,4	-0,5
test 2	4,7	-0,5
test 3	4,9	-0,5
test 4	4,4	-0,5
test 5	6,4	-0,5
test 6	6,7	0,5
test 7	5,5	0,5
test 8	6,8	0,5
test 9	5,5	0,5
test 10	8,9	0,5