

Étude de la cohérence partielle

Yohann BERTRAND

Aubert LAMY

William TRUDEL

2^{ème} année au baccalauréat

Université du Québec à Trois-Rivières

Département de physique

Préface

La cohérence partielle peut être étudiée si nous avons un montage où la différence de chemin optique entre deux faisceaux provenant de la même source quasi monochromatique est beaucoup plus petite que la longueur de cohérence temporelle $l_c \sim c/\Delta\nu$ où $\Delta\nu$ est la largeur de bande de la source quasi-monochromatique¹. Nous obtenons ainsi un patron d'interférence formé par les faisceaux sortant de trous percés dans une feuille d'aluminium. Ces trous sont séparés par une distance d suffisamment petite pour qu'il y ait de l'interférence.

Lors de ce laboratoire, on voulait trouver un patron d'interférence pour une lumière verte de longueur d'onde 546,1nm passant par deux trous percés dans une feuille d'aluminium ainsi que l'intensité minimale I_{max} et I_{min} et la visibilité V pour une distance d de $(0,4 \pm 0,1)$ mm et $(0,8 \pm 0,1)$ mm. Les patrons d'interférences pour une distance d de $(0,4 \pm 0,1)$ mm et $(0,8 \pm 0,1)$ mm sont présentés sur les figures 1 et 2 respectivement, et les valeurs I_{max} et I_{min} et V étaient de (42800 ± 1) A, (10673 ± 1) A et $(0,60081 \pm 0,00006)$ respectivement pour $d = (0,4 \pm 0,1)$ mm et de (35035 ± 1) A, (18789 ± 1) A et $(0,30184 \pm 0,00006)$ respectivement pour $d = (0,8 \pm 0,1)$ mm. On a d'ailleurs déterminé des valeurs de visibilité théorique, qui étaient de $(0,5 \pm 0,1)$ pour $d = (0,4 \pm 0,1)$ mm et de $(0,4 \pm 0,1)$ pour $d = (0,8 \pm 0,1)$ mm.

¹ Tiré de la source 1 de la médiagraphie

Théorie

Tirée de la source 1 de la médiagraphie

La cohérence partielle peut être étudiée si nous avons un montage où la différence de chemin optique entre deux faisceaux provenant de la même source quasi monochromatique est beaucoup plus petite que la longueur de cohérence temporelle $l_c \sim c/\Delta\nu$ où $\Delta\nu$ est la largeur de bande de la source quasi-monochromatique. Si nous faisons référence à la figure 1, la différence de chemin optique entre la lumière qui arrive au point Q en passant P_1 et P_2 est $R_1 + R_A - R_2 - R_B$. Si ΔS était la seule source, nous aurions un patron d'interférence où les lignes claires alterneraient avec les lignes noires à mesure que le point Q se déplacerait. Toutefois, l'effet de ΔS doit être sommé sur toute la source. Si la source est spatialement incohérente, l'effet combiné de n'importe quelle paire de points sur la source est simplement de superposer les patrons d'intensité de chacun. La sommation de tous ces patrons d'intensité pour des différences de chemin optique beaucoup plus petites que le chemin optique lui-même a pu être calculée. Dans le cas où $R_1 = R_2$, nous pouvons calculer une quantité γ_{AB} appelée le degré de cohérence complexe, qui sert à mesurer la corrélation entre les

contributions à Q provenant des différentes parties de la source; elle est donnée par

$$\gamma_{AB} = g_{AB} e^{i\beta_{AB}} \\ = \frac{1}{\sqrt{I_1 I_2}} \int_S j(x, y) \frac{e^{i2\pi/\lambda (R_A - R_B)}}{R_A R_B} dx dy$$

Où I_1 et I_2 sont les intensités des sources secondaires à P_1 et P_2 tandis que $j(x, y)$ est la distribution d'intensité sur la source S . Dans le cas où $I_1 = I_2$, il a été prouvé que la valeur absolue de γ_{AB} est égale à la visibilité V ; nous avons donc;

$$|\gamma_{AB}| = g_{AB} = V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$$

Une mesure des maxima et minima d'intensité nous permet de calculer V et d'ainsi étudier le degré de cohérence.

Il est aussi intéressant de noter que la visibilité V peut être trouvée grâce à l'équation suivante :

$$V = \left| \frac{2J_1(2\pi dh/f_1 \lambda)}{2\pi dh/f_1 \lambda} \right|$$

où J_1 est la fonction de Bessel de la première espèce d'ordre 1, $\lambda = 546,1 \text{ nm}$ est la longueur d'onde de la source, f_1 est la longueur focale de la lentille 1, d est la distance entre les deux trous et h est le rayon du trou circulaire.

Montage

Matériel : Lampe au mercure
 Boîte noire
 Filtre laissant passer la
 lumière verte ($\lambda =$
 546,1 nm)
 Supports pour lentilles
 Lentilles convergentes

Pastilles percées
Support à pastilles
Feuilles d'aluminium
Ruban adhésif opaque
Caméra CCD
Tunnel sombre
Aiguille

Schémas² :

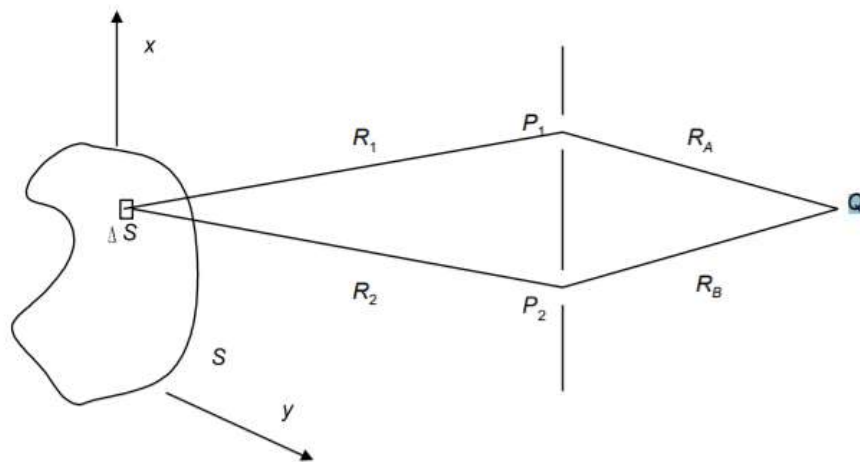


Figure 1. La source quasi monochromatique incohérente irradie au-travers de la surface S . Les ouvertures en P_1 et P_2 sont des sources secondaires.

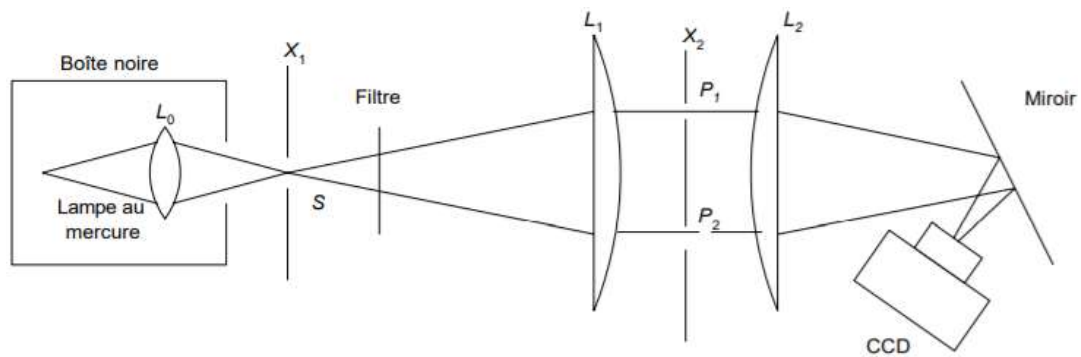


Figure 2. Montage expérimental.

² Tiré de la source 1 de la médiagraphie

Méthodologie

Nous allons étudier la cohérence partielle sur une source S en formant des franges d'interférence dans la limite de Fraunhofer. La figure 2 illustre le montage qui sera utilisé.

Premièrement, nous avons utilisé un montage qui comprenait la lampe au mercure suivit de la lentille convergente L_0 , du filtre vert de $\lambda = 546,1 \text{ nm}$.

Nous avons ensuite placé ce montage sous une boîte noire à laquelle était collée la plaque $X1$ avec un trou circulaire d'un diamètre de $2h = 0.25 \text{ mm}$ que nous appellerons la source S et recouvert toutes les sorties lumineuses autres que le trou. La source S doit être placée quelque peu en dehors du point focal de la lentille pour que l'illumination sur la surface de S puisse être considérée comme constant soit ce qui permet de remplacer $j(x, y)$ dans l'équation (1) par une constante.

Nous avons ensuite orienté ce montage vers deux lentilles séparées d'une feuille avec des ouvertures circulaires. La lentille L_1 est positionnée de telle façon que son foyer corresponde à la position de S afin d'obtenir des faisceaux parallèles à l'axe passant au travers des ouvertures circulaires identiques $P1$ et $P2$ dont le diamètre est $2a = 0.5 \text{ mm}$. La lentille $L2$ forme le patron de Fraunhofer sur une caméra CCD. Afin de minimiser les

aberrations, L_1 et L_2 ont la même longueur focale ($f_1 = f_2 = 1 \text{ m}$) et sont orientées comme indiqué sur la figure 2.

Puisque nous avons la longueur nécessaire, nous n'avons pas utilisé de miroir contrairement au schéma 2. Nous nous sommes assurés que toutes les sources lumineuses de la pièce soient bloquées pour avoir le moins de bruit enregistré par notre caméra. Nous avons ensuite enregistré les patrons d'interférence avec la caméra CCD en faisant varier la séparation entre les sources P_1 et P_2 dans l'intervalle $d = 1\text{--}10 \text{ mm}$. Les images obtenues par la caméra CCD sont ensuite analysées afin de trouver la valeur des intensités maximale et minimale.

Pour créer nos graphiques, nous avons pris les fichiers « .tiff » et nous avons créé un programme Python pour transformer cette image en une grande matrice où chaque pixel de chaque couleur est un élément, nous avons ensuite isolé seulement la matrice des pixels verts puis décidé d'additionner successivement plusieurs rangées de la matrice pour avoir un graphique avec une courbe plus lisse, moins sujette au bruit et sans plateau de saturation.

Finalement avec quelques points dans chaque graphique nous avons fait un « curve fitting » pour trouver les enveloppes de la courbe.

Résultat

Tableau 1 : Donnée du montage

λ (nm)	546,1
a (mm)	0,25
f_1 (m)	1
f_2 (m)	1
h (mm)	0,125

Tableau 2 : donnée du patron pour $d = 0,4 \pm 0,1$ mm

Maximum de $I_{\max}(x)$ (A) ± 1	42800
Maximum de $I_{\min}(x)$ (A) ± 1	10673
V expérimental	0,60081 $\pm 0,00006$
V théorique	0,5 $\pm 0,1$

Tableau 3 : donnée du patron pour $d = 0,8 \pm 0,1$ mm

Maximum de $I_{\max}(x)$ (A) ± 1	35035
Maximum de $I_{\min}(x)$ (A) ± 1	18789
V expérimental	0,30184 $\pm 0,00006$
V théorique	0,4 $\pm 0,1$

Graphique 1 : intensité en fonction de la position sur l'écran pour $d=0,4\text{mm}$

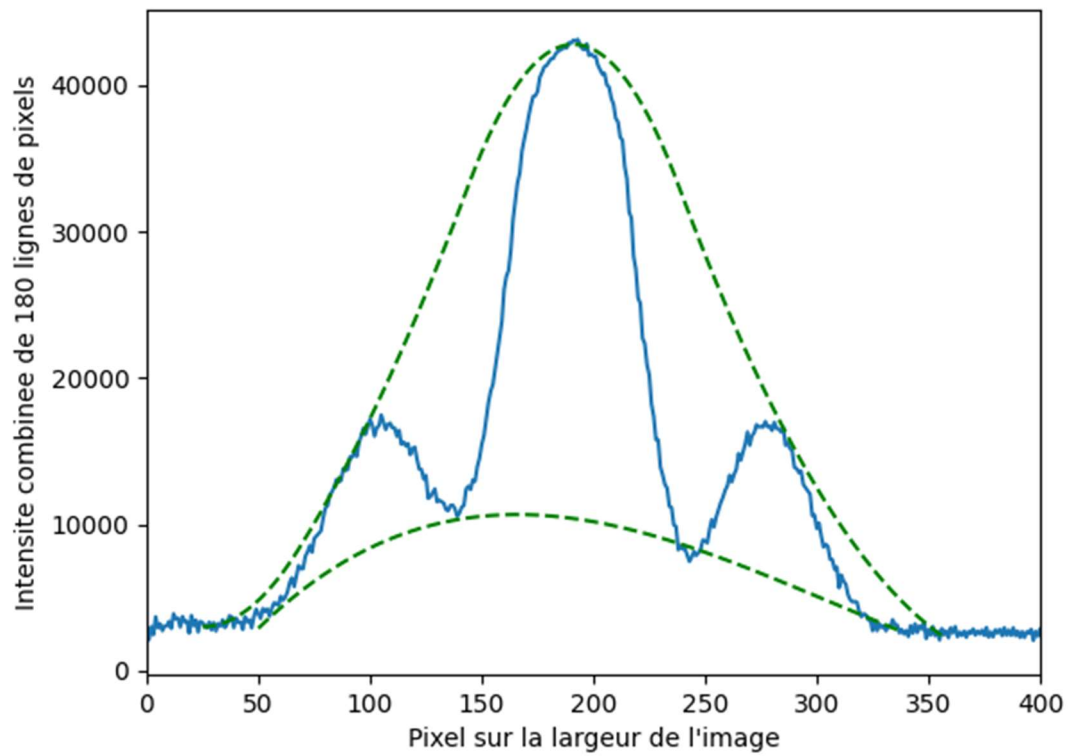


Figure 1 : patron d'interférence avec $d = 0,4\text{ mm}$

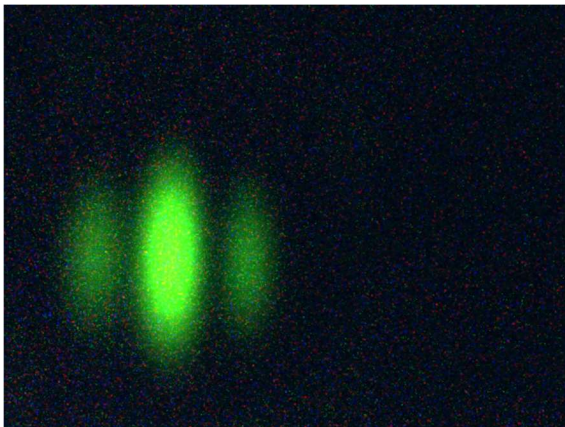
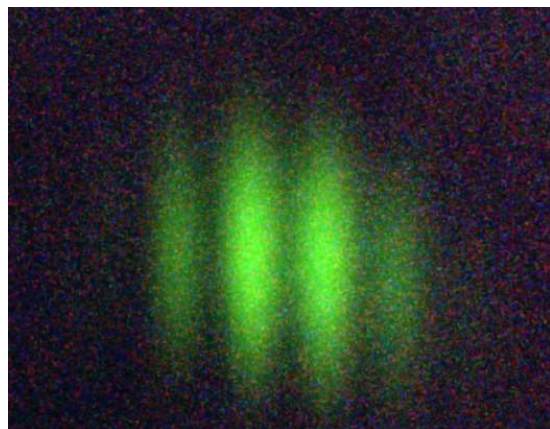


Figure 2 : patron d'interférence avec $d = 0,8\text{ mm}$



Graphique 2 : intensité en fonction de la position sur l'écran pour $d = 0,8 \text{ mm}$

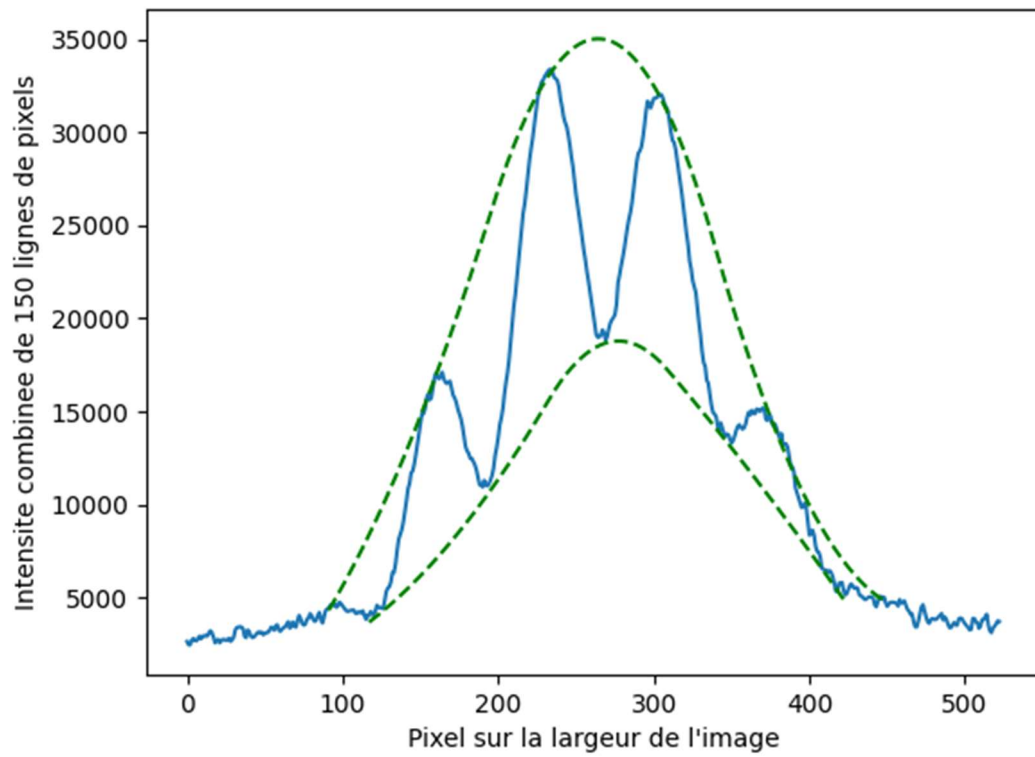


Figure 3 : patron d'interférence avec $d = 1,5 \text{ mm}$

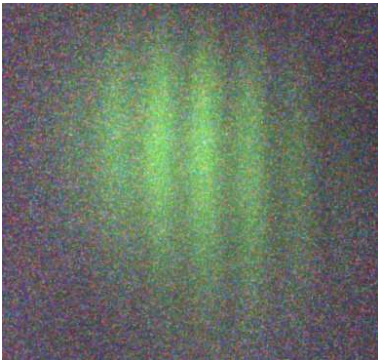


Figure 4 : patron d'interférence avec $d = 2,0 \text{ mm}$

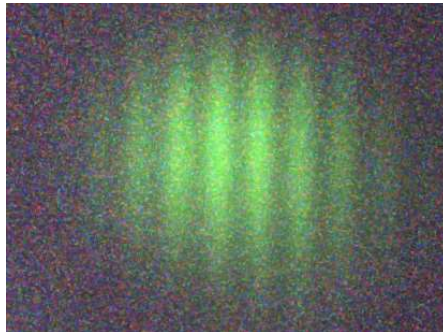


Figure 5 : patron d'interférence avec trois trous disposés en triangle

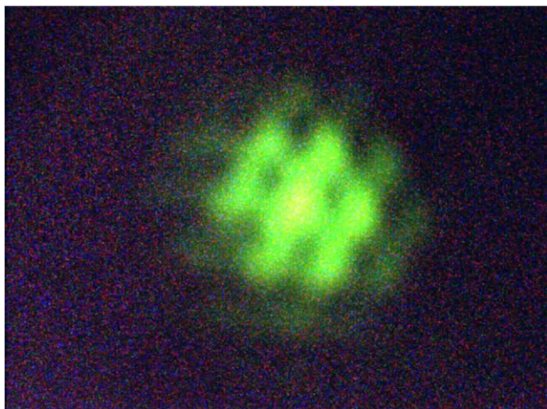


Figure 3 : patron d'interférence avec quatre trous disposés en carré

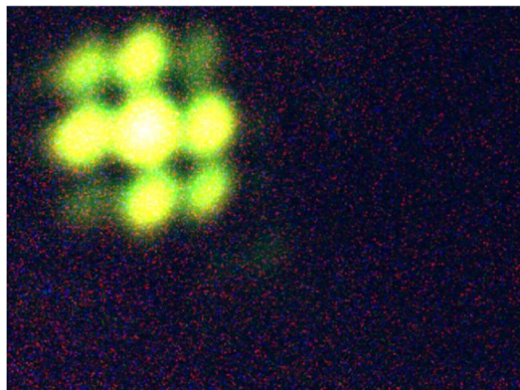


Figure 4 : Trou de 0,4 mm



Figure 8 : Trou de 0,8 mm



Figure 9 : 4 trou disposé en carré



Exemple de calcul

Calcul de V expérimentale :

$$V = \frac{I_{max}(x) - I_{min}(x)}{I_{max}(x) + I_{min}(x)}$$

$$V = \frac{42800 - 10673}{42800 + 10673}$$

$$V = 0,60081$$

Calcul de l'incertitude de V expérimentale :

$$\frac{\delta(V)}{V} = \sqrt{\left(\frac{\delta I_{max}(x)}{I_{max}(x)}\right)^2 + \left(\frac{\delta I_{min}(x)}{I_{min}(x)}\right)^2}$$

$$\delta V = 0,60081 \sqrt{\left(\frac{1}{42800}\right)^2 + \left(\frac{1}{10673}\right)^2}$$

$$\delta V = 0,00006$$

Calcul de V théorique :

$$V = \left| \frac{2J_1(2\pi dh/f_1\lambda)}{2\pi dh/f_1\lambda} \right|$$

V

$$= \left| \frac{2J_1\left(\frac{2\pi \times 0,4 \times 10^{-3} \times 0,125 \times 10^{-3}}{1 \times 546,1 \times 10^{-9}}\right)}{\frac{2\pi \times 0,4 \times 10^{-3} \times 0,125 \times 10^{-3}}{1 \times 546,1 \times 10^{-9}}} \right|$$

$$V = 0,5$$

Calcul de l'incertitude de V théorique:

$$\frac{\delta(V)}{V} = \frac{\delta d}{d}$$

$$\delta V = 0,5 \frac{0,1}{0,4}$$

$$\delta V = 0,1$$

Ici l'incertitude pourrait être beaucoup plus grand ou plus petite, mais nous ne connaissons pas l'incertitude de h, de λ et de f₁.

Analyse

Dans cette expérience, on voulait obtenir un patron d'interférence pour une lumière verte de longueur d'onde 546,1nm passant par deux trous percés dans une feuille d'aluminium (voir figures 7 et 8). De plus, on voulait trouver l'intensité minimale I_{max} et I_{min} ainsi que la visibilité V. On a fait l'expérience pour plusieurs distances d entre les trous, soit (0,4±0,1)mm, (0,8±0,1)mm, 1,5mm et 2,0mm, mais les mesures les plus claires et précises étaient celles pour (0,4±0,1)mm et (0,8±0,1)mm. Soit dit en

passant, pour les trous distancés de 1,5mm et 2,0mm, on a plutôt utilisé des pastilles de métal percées au centre. En effet, on a obtenu des patrons d'interférences assez clairs (figures 1 et 2) pour les trous distancés de (0,4±0,1)mm et (0,8±0,1)mm, alors que pour les trous distancés de 1,5mm et 2,0mm (figures 3 et 4), on observe beaucoup de bruit autour du patron d'interférence. C'est la raison pour laquelle on n'étudiera que les résultats obtenus pour une distance d de (0,4±0,1)mm et (0,8±0,1)mm. On a d'ailleurs, par simple curiosité et non dans un but expérimental, cherché le patron

d'interférence obtenu par plus de deux trous (trois et quatre trous). On a ainsi obtenu les figures 5 et 6 qui, à défaut d'apporter plus d'informations expérimentales pour ce laboratoire en particulier, permettent de mieux comprendre et confirmer certaines connaissances sur le concept d'interférence. En effet, on peut remarquer que la lumière est bel et bien concentrée en certains points et quasi-absente en d'autres, ce qui concorde avec le concept habituel d'interférence obtenue pour deux trous, avec la simple différence que pour l'interférence formée par deux trous, le patron d'interférence est normalement un cercle strié, alors que pour trois trous, on a obtenu une forme ressemblant à un hexagone, et pour quatre trous, un carré. Pour ce qui est de l'intensité minimale I_{max} et I_{min} et de la visibilité V , on a obtenu des valeurs de $(42800 \pm 1)A$, $(10673 \pm 1)A$ et $(0,60081 \pm 0,00006)$ pour $d = (0,4 \pm 0,1)mm$ et de $(35035 \pm 1)A$, $(18789 \pm 1)A$ et $(0,30184 \pm 0,00006)$ pour $d = (0,8 \pm 0,1)mm$. On a d'ailleurs déterminé des valeurs de visibilité théorique, qui étaient de $(0,5 \pm 0,1)$ pour $d = (0,4 \pm 0,1)mm$ et de $(0,4 \pm 0,1)$ pour $d = (0,8 \pm 0,1)mm$. Ainsi, on peut voir que nos données expérimentales étaient très précises, puisque leurs incertitudes relatives sont minimales, mais inexactes, puisque leurs valeurs théoriques et expérimentales ne se recoupent pas en un seul point en tenant compte des incertitudes. Pour avoir de meilleurs résultats expérimentaux lors de ce laboratoire, il aurait fallu faire l'expérience dans un environnement complètement isolé de la lumière, afin d'avoir le moins de bruit lumineux possible lors de la prise de mesures. La pièce dans laquelle l'expérience a été faite n'était évidemment pas complètement sombre, dû à la lumière

émise par les ordinateurs et par la pièce adjacente. De plus, simplement au niveau des calculs, il aurait été intéressant d'avoir l'incertitude sur h , λ et f_1 , afin de trouver une incertitude théorique plus précise.

Conclusion

En conclusion, on a bel et bien trouvé un patron d'interférence pour une lumière verte de longueur d'onde $546,1nm$ passant par deux trous percés dans une feuille d'aluminium ainsi que l'intensité minimale I_{ma} et I_{min} et la visibilité V pour une distance d de $(0,4 \pm 0,1)mm$ et $(0,8 \pm 0,1)mm$. Les patrons d'interférences pour une distance d de $(0,4 \pm 0,1)mm$ et $(0,8 \pm 0,1)mm$ sont présentés sur les figures 1 et 2, et les valeurs I_{max} et I_{min} et V étaient de $(42800 \pm 1)A$, $(10673 \pm 1)A$ et $(0,60081 \pm 0,00006)$ respectivement pour $d = (0,4 \pm 0,1)mm$ et de $(35035 \pm 1)A$, $(18789 \pm 1)A$ et $(0,30184 \pm 0,00006)$ respectivement pour $d = (0,8 \pm 0,1)mm$. On a d'ailleurs déterminé des valeurs de visibilité théorique, qui étaient de $(0,5 \pm 0,1)$ pour $d = (0,4 \pm 0,1)mm$ et de $(0,4 \pm 0,1)$ pour $d = (0,8 \pm 0,1)mm$.

Plusieurs causes d'erreurs ont pu altérer les résultats expérimentaux, mais l'une d'entre elles semble occasionner des déviations de résultats plus importantes. En effet, la lumière émise par les ordinateurs dans la pièce dans laquelle l'expérience s'est produite ainsi que celle émise par la pièce adjacente ont pu occasionner du bruit lumineux lors de la prise de mesures, ce qui a pu modifier les données recueillies dans les graphiques 1 et 2, et incidemment, dans les tableaux 2 et 3.

Médiagraphie

1. Département de physique de l'Université de Trois-Rivières. « L'étude de la cohérence partielle », Automne 2021