# Serie di Fourier in forma complessa

Data:

$$\frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos(kx) + b_k \sin(kx) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} r_k e^{ikx}$$

questo perché:

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} r_k e^{ikx} =$$

$$r_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (r_k \cos(kx) + i\, r_k \sin(kx) + r_{-k} \cos(-kx) +$$

$$i\, r_{-k} \sin(-kx)) =$$

$$r_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (r_k + r_{-k}) \cos(kx) + i\,(r_k - r_{-k}) \sin(kx)$$

ottenendo che:

$$r_0 = \frac{a_0}{2}$$

$$r_k + r_{-k} = a_k$$

$$i(r_k + r_{-k}) = b_k$$

sommando:

$$r_k = \frac{1}{2}(a_k - i b_k)$$

sottraendo:

$$r_{-k} = \frac{1}{2}(a_k + i b_k)$$

## Serie di Fourier per funzioni periodiche di $T \neq 2\pi$

I coefficienti risultano:

$$a_k = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t)\cos\left(\frac{2k\pi}{T}t\right)dt$$

$$b_k = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t)\sin\left(\frac{2k\pi}{T}t\right)dt$$