



UNIVERSITÉ
LAVAL

Mécanique céleste

Réalisé par
Benjamin Trudel (536775214)
Philippe Truchon (536 777 216)
Samuel Fortin (111 261 929)

Dans le cadre du cours
Physique numérique (PHY-3500)

Rapport présenté au professeur
Philippe Després

Du département de physique
Faculté des Sciences et de Génie

26 avril 2024

1 Résumé

De nos jours, il existe plusieurs façons de retrouver les paramètres d'un corps céleste. Dans ce rapport, on présente deux d'entre elles, soit la méthode par accélération isolée et par simulation dans le but de retrouver les paramètres de Neptune, comme sa masse et son orbite, à partir des perturbations qu'elle cause à l'orbite d'Uranus. Cet objectif n'a été atteint qu'avec la méthode par accélération isolée. En effet, cette méthode nous a permis de retrouver la trajectoire de Neptune avec une erreur moyenne de 3.26% avec les données aux deux conjonctions entre Uranus, Neptune et le soleil, tandis que la méthode par simulation aurait nécessité un modèle de force plus complet pour obtenir des résultats convaincants. Il serait donc intéressant de refaire l'expérience avec la méthode par simulation en apportant les bonnes modifications au code pour obtenir des valeurs bien plus précises et potentiellement pouvoir procéder de la même façon avec la possible neuvième planète.

2 Introduction

Au 17^e siècle, les seules planètes connues étaient celles observable à l'oeil nu. L'invention du télescope nous a ensuite permis d'apercevoir pour la première fois Uranus, mais certaines irrégularités dans son orbite restaient sans réponses. Ce n'est qu'au 19^e siècle que Urbain Le Verrier a réussi à corriger la trajectoire prédite d'Uranus en prenant en compte l'influence d'une huitième planète : Neptune. Dans ce rapport, nous aborderons les méthodes qui ont permis à Le Verrier de découvrir Neptune et tenterons de reproduire ses résultats en utilisant des techniques modernes.

3 Histoire

3.1 Découverte de Neptune

La découverte de Neptune ne s'est pas faite en un jour. En effet, les calculs réalisés par Urbain Le Verrier, un astronome français, ont permis de répondre à une question vieille de plus de soixante ans, soit l'irrégularité de l'orbite d'Uranus. Uranus est la septième planète du système solaire et la première à avoir nécessité un télescope pour être observée. Comme toutes les autres planètes avant elles, les astronomes se sont servi des lois de Newton pour tenter de prédire son orbite. Cependant, l'orbite ainsi calculée ne représentait pas correctement la réelle trajectoire d'Uranus. Urbain Le Verrier, qui était convaincu que le problème ne provenait pas des équations de Newton, s'est mis à la recherche de ce qui pourrait expliquer l'étrange orbite d'Uranus et ce n'est qu'après plusieurs mois de recherche qu'il arriva à démontrer mathématiquement la présence de Neptune.

3.2 La Méthode de Le Verrier

Pour expliquer les irrégularités de l'orbite d'Uranus, plusieurs hypothèses ont été émises comme un ralentissement causé par l'éther, un satellite autour d'Uranus, une comète qui aurait influencé momentanément la trajectoire d'Uranus et même les fondements de la loi de gravitation ont été remis en cause. Quant à lui, Urbain Le Verrier est parti du principe que seul un corps très massif au-delà d'Uranus pourrait expliquer les perturbations de son orbite. Pour le prouver, il a d'abord calculé l'orbite d'Uranus sans prendre en compte ce corps en utilisant la loi de gravitation universelle de Newton :

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad (1)$$

Une fois que l'on connaît la force avec laquelle un corps en influence un autre, on peut déterminer son accélération à l'aide de la deuxième loi de Newton ($F = ma$). On peut finalement décomposer l'équation de la deuxième loi de Newton en composantes radiales et tangentielles qui nous permettent de déterminer respectivement la vitesse et la direction de l'objet.

Cette méthode devient bien plus lourde mathématiquement lorsque plus de deux corps interagissent entre eux. Le Verrier devait non seulement prendre en compte l'influence du soleil sur Uranus, mais aussi celle des autres planètes connues en utilisant les équations de perturbations :

$$\ddot{\mathbf{r}} = \frac{GM}{r^3} \mathbf{r} + F_{pert} \quad (2)$$

Une fois que toutes les influences non négligeable du système solaire ont été prises en compte, on peut prédire la trajectoire que suivrait Uranus si aucun autre corps n'interagissait avec elle. Il ne reste maintenant qu'à prendre en compte l'influence du corps inconnu pour expliquer la différence entre la position instantanée calculée et celle observée. Par contre, l'influence du corps inconnu à travers le temps varie en fonction de plusieurs variables, comme la position du corps, sa masse, son ellipse, etc. S'en sont donc suivi plusieurs mois de calculs, d'itération pour trouver le corps inconnu qu'on appelle maintenant Neptune.

Aujourd'hui, il nous est possible d'obtenir les mêmes résultats bien plus rapidement en utilisant la programmation par ordinateur et les base de données des éphémérides. Les pages qui suivent présentent la méthode que nous avons utilisé.

4 Méthodologie

4.1 Méthode de l'accélération isolée

Avant de tenter de retrouver Neptune, nous pouvons prouver son existence à l'aide des équations de perturbations et des données recueillies depuis les années 1800. Comme on connaît la vitesse d'Uranus à travers le temps, on peut retrouver son accélération instantanée grâce à la méthode "five-point stencil" du vecteur vitesse :

```

1 dt = 30/365.24218750 # L'intervalle de temps entre deux points consecutifs en annee
2 A_by_N_T1 = np.tile(np.zeros(Uranus.shape[0]), (3,1))
3
4 A_by_N_T1 = np.transpose(A_by_N_T1)
5 for i in range(Uranus.shape[0]-2):
6     if i not in [0,1]:
7         A_by_N_T1[i]=1/(12*dt)*(Uv[i-2]-8*Uv[i-1]+8*Uv[i+1]-Uv[i+2])

```

Maintenant qu'on connaît l'accélération totale d'Uranus, on peut la séparer en trois termes : le terme d'accélération totale, le terme qui est dû à l'interaction avec le Soleil et le terme dû à l'interaction avec les autres planètes connues du système solaire. L'équation de perturbations d'Uranus aura donc la forme suivante :

$$\vec{A}(t) = \frac{d^2 \vec{r}_U}{dt^2} + G(M_\odot + M_U) \frac{\vec{r}_U}{|\vec{r}_U|^3} - \sum_{j \neq \odot, U, N}^9 GM_j \left(\frac{\vec{r}_j - \vec{r}_U}{|\vec{r}_j - \vec{r}_U|^3} - \frac{\vec{r}_j}{|\vec{r}_j|^3} \right) \quad (3)$$

La fraction due au soleil est calculée à l'aide du code suivants :

```

1 r_US3 = np.sqrt((Ux**2)+(Uy**2)+(Uz**2))**3
2 r_US3 = np.tile(r_US3, (3,1))
3 r_US3 = np.transpose(r_US3)

```

```

4
5 A_by_N_T2 = G*(M_S+M_U)*Uranus/(r_US3)

```

où " r_{US3} " est la distance entre le Soleil et Uranus. Le même calcul peut être fait pour chaque planète de façon similaire à l'aide du code suivant :

```

1 #Jupiter
2 Jx,Jy,Jz=Jupiter.T
3
4 r_UJ3 = ((Jx-Ux)**2+(Jy-Uy)**2+(Jz-Uz)**2)**(3/2)
5 r_UJ3 = np.tile(r_UJ3, (3,1))
6 r_UJ3 = np.transpose(r_UJ3)
7
8 r_JS3 = ((Jx)**2+(Jy)**2+(Jz)**2)**(3/2)
9 r_JS3 = np.tile(r_JS3, (3,1))
10 r_JS3 = np.transpose(r_JS3)
11
12 J = G*M_J*((Jupiter-Uranus)/r_UJ3 - Jupiter/r_JS3)

```

Une variation importante entre la somme de ces deux fractions et l'accélération totale d'Uranus nous permettra de confirmer qu'il y a bien un autre corps qui influence Uranus.

On peut maintenant projeter cette accélération supplémentaire sur le vecteur de vitesse d'Uranus pour tracer la courbe de la variation de l'accélération d'Uranus sur son orbite due à Neptune durant les 200 dernières années. L'allure qu'aura la courbe nous informera sur la position de Neptune à certain moment de sa trajectoire. Une variation nulle indiquera 3 cas de figure : La conjonction des deux astres, l'opposition des deux astres et 2 autres points où les interactions conjointes du système solaire et de Neptune s'annuleront. Si la variation est périodique nous pouvons raisonnablement conclure que Neptune est elle aussi en orbite autour du Soleil. Il sera alors possible de déterminer la période synodique d'Uranus et Neptune, soit le temps entre chaque conjonctions de ces deux planètes avec le Soleil. La période de Neptune peut ensuite être calculée selon l'équation suivante :

$$p_N = \frac{p_U \times p_{syn}}{p_{syn} - p_U} \quad (4)$$

La période nous permet alors de trouver le demi-grand axe de son orbite à l'aide de la troisième loi de Kepler qui stipule que le demi-grand axe d'une planète est égal à la troisième racine de la période au carré :

$$demi_{grand-axe} = \sqrt[3]{p_N^2} \quad (5)$$

Finalement, on peut déterminer la masse de Neptune en utilisant les données aux conjonctions et en isolant la masse dans son équation de perturbation de l'accélération d'Uranus :

$$\vec{A}(t) = GM_N \left(\frac{\vec{r}_N - \vec{r}_U}{|\vec{r}_N - \vec{r}_U|^3} - \frac{\vec{r}_N}{|\vec{r}_N|^3} \right) \quad (6)$$

Les résultats de cette méthode sont présentés dans la section 5.1 ci-dessous.

4.2 Méthode par simulation du système solaire

Une autre approche explorée pour la prédiction de la position de Neptune est une approche par la simulation du système solaire. Cette approche consiste à créer une simulation du système solaire sans Neptune et d'observer la différence entre les positions connues d'Uranus et celles prédites par la simulation.

La première version de la simulation réalisée était une simple simulation du système solaire considérant que les composantes x et y de la position et vitesse des planètes. Cette simulation utilise la méthode de Verlet comme intégrateur et simule l'accélération causée par tous les planètes et le soleil sur la planète étudiée pour chaque planète une à la fois. La méthode de Verlet est choisie, car la méthode est symplectique, c'est-à-dire qu'elle conserve l'énergie totale du système. Pour commencer, le calcul de la force est réalisé à l'aide de la fonction suivante :

```

1 def gravity(self, other):
2     distance_x = other.pos.x - self.pos.x
3     distance_y = other.pos.y - self.pos.y
4     distance = math.sqrt(distance_x**2 + distance_y**2)
5     # F = GMm/d^2
6     force = G * self.mass * other.mass / distance**2
7     force_angle = math.atan2(distance_y, distance_x)
8     force_x = force * math.cos(force_angle)
9     force_y = force * math.sin(force_angle)
10
11     return force_x, force_y

```

Avec *other* représentant un objet contenant les propriétés (masse et position) d'une planète. Cette fonction est utilisée dans une boucle contenant tous les planètes simulées et ces valeurs de force en x et y sont retournées pour tous les planètes, sauf la planète actuellement étudiée. Autrement, les variables *distance_x* et *distance_y* représentent la distance entre les deux planètes étudiées à ce moment. La force est par la suite calculée avec l'équation 1. Finalement, l'angle de cette force est trouvé afin de la décomposer en ces composantes.

Une fois les composantes de la force gravitationnelle calculées, il reste simplement à les diviser par la masse de la planète étudiée et d'appliquer la première partie de l'intégrateur de Verlet avec le code suivant :

```

1 self.x_vel_h = self.x_vel + 0.5 * (total_force_x / self.mass) * TIME_STEP
2 self.y_vel_h = self.y_vel + 0.5 * (total_force_y / self.mass) * TIME_STEP
3
4 # F = ma, a = F / m
5 self.pos.x = self.pos.x + self.x_vel_h * TIME_STEP
6 self.pos.y = self.pos.y + self.y_vel_h * TIME_STEP

```

La méthode Verlet nécessite le calcul d'une vitesse de demi pas qui est stocker par les variables `self.x_vel_h` et `self.y_vel_h`. Le pas pour la prochaine position utilise cette nouvelle vitesse.

Par la suite, la force lié à la gravité est recalculé avec la même fonction à partir des nouvelles valeurs de position et vitesse, puis la dernière étape de la méthode de Verlet est appliqué comme ceci :

```
1 self.x_vel = self.x_vel_h + 0.5*(total_force_x2 / self.mass) * TIME_STEP
2 self.y_vel = self.y_vel_h + 0.5*(total_force_y2 / self.mass) * TIME_STEP
```

À l'aide de ce modèle et de cet intégrateur, la position d'Uranus simulée est comparée à chaque itération de pas de 2 jours à celle fourni par le module *Horizons* de *astroquery.jplhorizons*. Cependant, les résultats obtenus ne sont pas dans les ordres de grandeur attendu comme illustrer ci-dessous dans la section 5.2.

Alors, la deuxième version de la simulation est d'ajouter les composantes z de la position et de la vitesse de tous les planètes simulées et de réduire le pas à 1 jour. Ceci a pour effet de stabiliser les orbites des planètes intérieures, mais a très peu d'effet sur la donnée mesurée de la différence entre la position calculée et la position expérimentale. Afin de généraliser le calcul des composantes de la force, la fonction utilisée est modifiée comme ceci :

```
1 def gravity(self, other):
2     distance_x = other.pos.x - self.pos.x
3     distance_y = other.pos.y - self.pos.y
4     distance_z = other.pos.z - self.pos.z
5     distance = math.sqrt(distance_x**2 + distance_y**2 + distance_z**2)
6     # F = GMm/d^2
7     force = G * self.mass * other.mass / distance**2
8     x_angle = math.acos(distance_x / distance)
9     y_angle = math.acos(distance_y / distance)
10    z_angle = math.acos(distance_z / distance)
11
12    force_x = force * math.cos(x_angle)
13    force_y = force * math.cos(y_angle)
14    force_z = force * math.cos(z_angle)
15    return force_x, force_y, force_z
```

La principale différence provient du calcul des angles permettant de retrouver les composantes x , y et z de la force.

La troisième version de la simulation consiste à utiliser les positions connues de toutes les planètes à chaque itération de la simulation, afin de seulement observer la différence entre la mesure simulée et réelle sur un pas pour différentes positions d'Uranus. De plus, le pas est réduit à 1 heure pour minimiser l'erreur d'intégration. Les résultats de cette dernière simulation sont analysés dans la section 5.2 ci-dessous.

5 Résultats et Analyses

5.1 Méthode de l'accélération isolée

Pour la méthode de l'accélération isolée, la première donnée que nous avons calculée est l'accélération totale d'Uranus au cours du temps et la contribution de chaque corps connu du système solaire. Voici ce qu'on obtient :

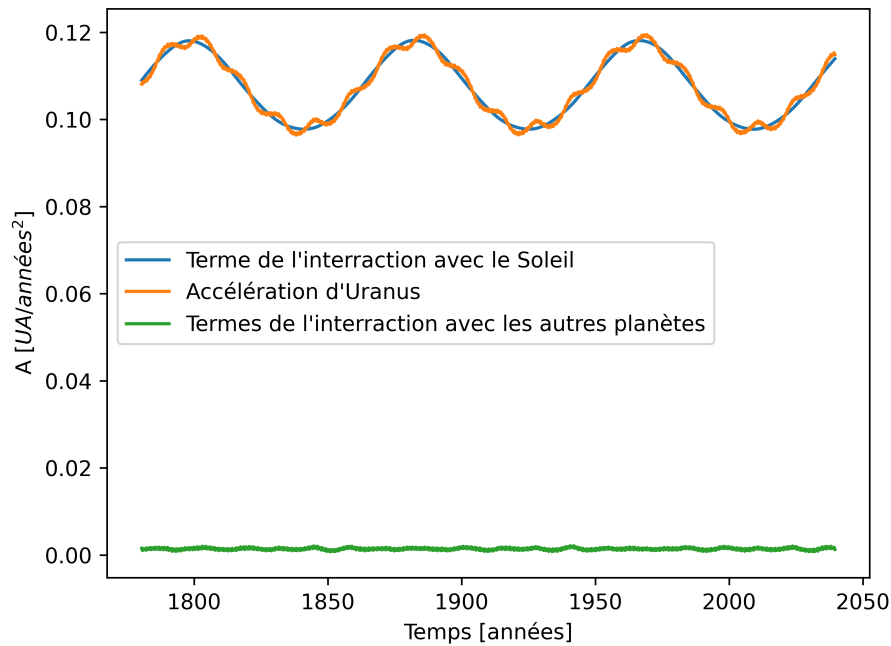


FIGURE 1 – Comme on peut observer sur le graphique, les courbes de l'accélération totale d'Uranus et celle de la contribution du soleil sont très similaires et la contribution des autres planètes du système solaire sont très petites en comparaison. On peut donc en conclure que le soleil est responsable de la majeure partie de l'accélération d'Uranus comme attendu.

Pour déterminer si Neptune influence Uranus, on soustrait les contributions du soleil et des autres planètes et on compare aux données théoriques des 200 dernières années. On obtient donc le graphique suivant :

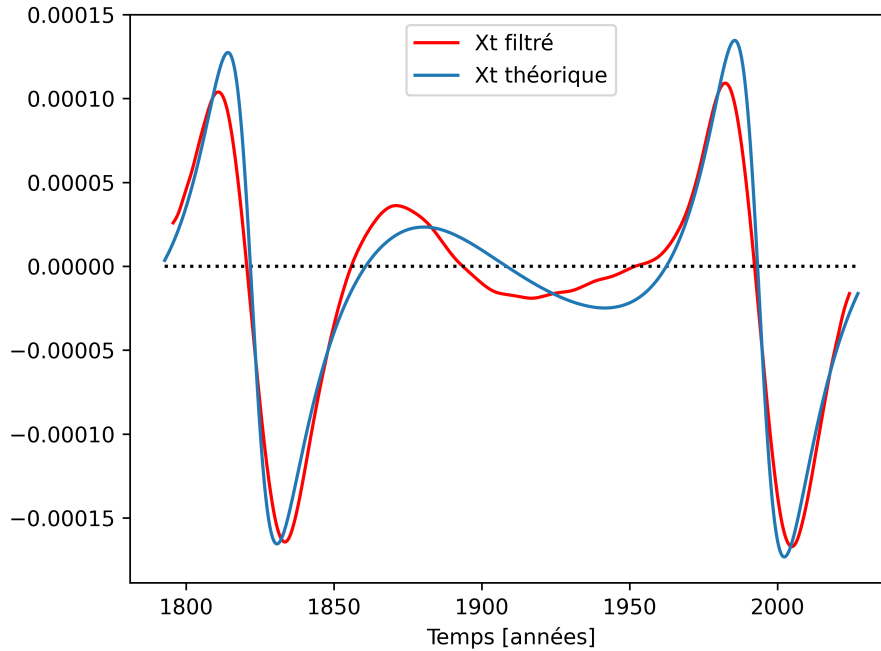


FIGURE 2 – Sur cette figure, on peut voir que l’influence de Neptune sur Uranus est non nulle et périodique. En effet, la contribution de Neptune sur l’accélération d’Uranus projeté sur son vecteur de vitesse semble se répéter à intervalle régulier, ce qui confirme sa présence en orbite autour du soleil.

On peut maintenant déduire la période synodique d’Uranus et Neptune en prenant l’intervalle entre les points de conjonctions qui sont représentés par le passage obligé par zéro juste après un pic maximal. Les périodes synodiques théoriques et analytiques qui en découlent sont donc respectivement de 171.4 ans [8] et de 171.7 ans. On obtient ainsi une période sidérale pour Neptune de 164.45 ans [5], soit 0.34 ans de moins que la valeur théorique. Finalement, le demi-grand axe prédit qui en résulte est de 30.02 unités astronomiques qui est 0.05 ua plus petit que la valeur théorique de 30.07 ua [5].

Pour ce qui est de la masse de Neptune, on isole tout simplement la masse dans l’équation 6 aux deux conjonctions car c’est le seul moment où on connaît raisonnablement sa position réelle. Sachant tous les autres paramètres, on fait la moyenne des deux masses obtenues. La masse qui en résulte est de $2.432e26 \pm 0.022e26$ kg, alors que la masse théorique est de $1.024e26$ kg [5]. Bien que la masse obtenue est environ 2 fois plus grande elle reste dans le bon ordre de grandeur.

Enfin, comme toutes les données sont maintenant connues, on peut tenter de prédire la trajectoire de Neptune en assumant une trajectoire circulaire. Cette hypothèse est valide car la circularité des autres planètes sont toutes très faible. et la comparer à son orbite théorique. La figure suivante montre l’orbite que nous avons obtenue :

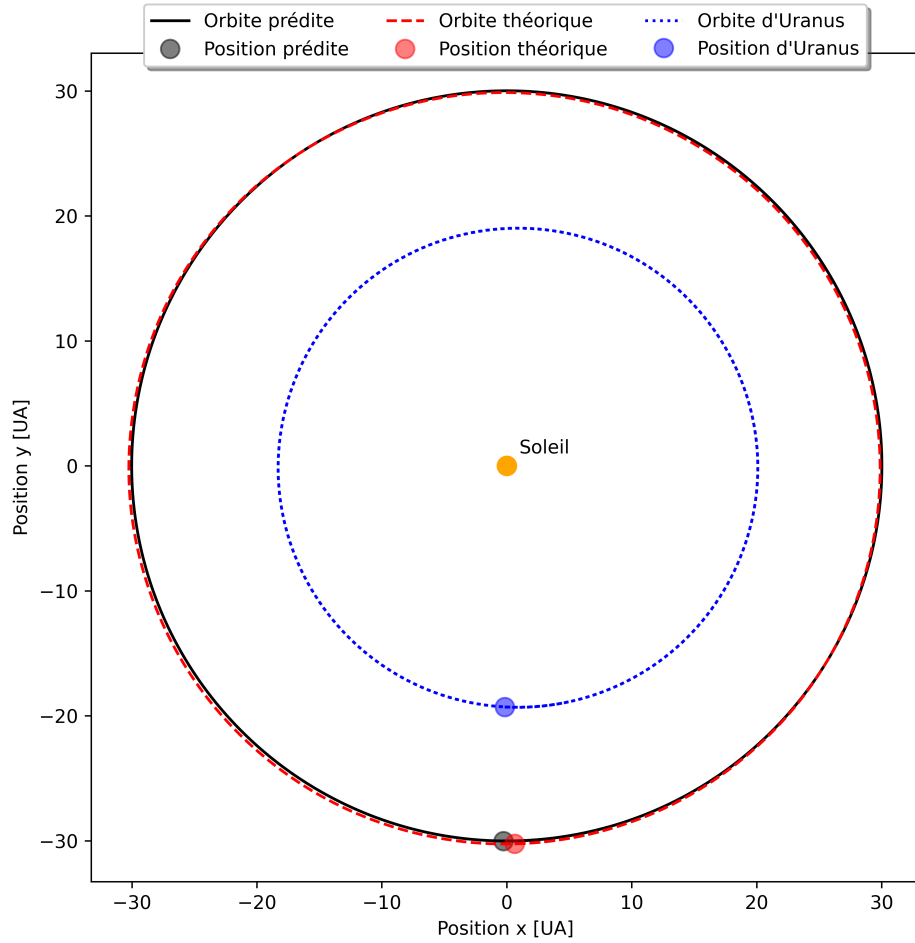


FIGURE 3 – Représentation graphique de la position prédite vs théorique de Neptune au moment d'une conjonction avec Uranus.

Comme on peut le voir sur la figure 3, la position et l'orbite calculées se rapprochent beaucoup des valeurs théoriques. L'erreur sur la position à la première conjonction est de 3% et cette erreur varie entre 1.08% et 4.81% tout au long de la simulation entre les deux conjonctions.

5.2 Méthode par simulation du système solaire

La simulation réalisée permet d'extraire la valeur de la position en x et y d'Uranus après chaque pas. Cette coordonnée est comparée à la position expérimentale recensée par le module *Horizons* de *astroquery.jplhorizons*. Cette valeur permet de vérifier la précision et la justesse de la simulation.

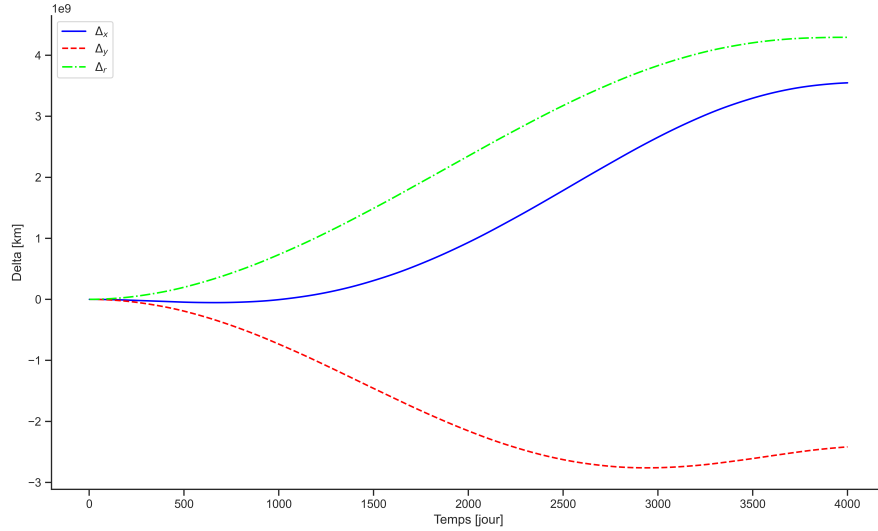


FIGURE 4 – Déviation de la valeur simulée de la position d’Uranus en comparaison avec la valeur expérimentale connue pour une simulation en 2 dimensions avec un pas de 2 jours.

Cette comparaison peut être observée à la figure 4 et il est clair que cette simulation n’est pas un modèle fiable pour le type de précision souhaitée, car une déviation de l’ordre des milliards de kilomètres par année est observée, alors qu’une déviation de l’ordre du millier de kilomètres par année est attendue selon les valeurs obtenues avec la méthode par accélération isolée. Ceci indique que la simulation doit être peaufinée, afin d’avoir une déviation inférieure au millier de kilomètres par année, pour que la principale cause de la déviation provienne de Neptune.

Une première tentative d’améliorer la simulation est d’inclure la troisième dimension, c’est-à-dire la composante z . Cependant, le graphique obtenu avec cette simulation ressemble exactement à celui de la figure 4 obtenue avec la simulation en deux dimensions. Cependant, il est observé qualitativement dans la simulation que l’ajout de la composante z permet de stabiliser les orbites des planètes proche du soleil, particulièrement mercure, donc cette inclusion est quand même un ajout pertinent au modèle de la simulation.

Une dernière tentative d’améliorer la simulation est d’utiliser les points expérimentaux connus à chaque nouveau pas afin d’éliminer les déviations importantes dans le temps. De plus, le pas est réduit à 1 h afin d’augmenter la précision de l’intégration.

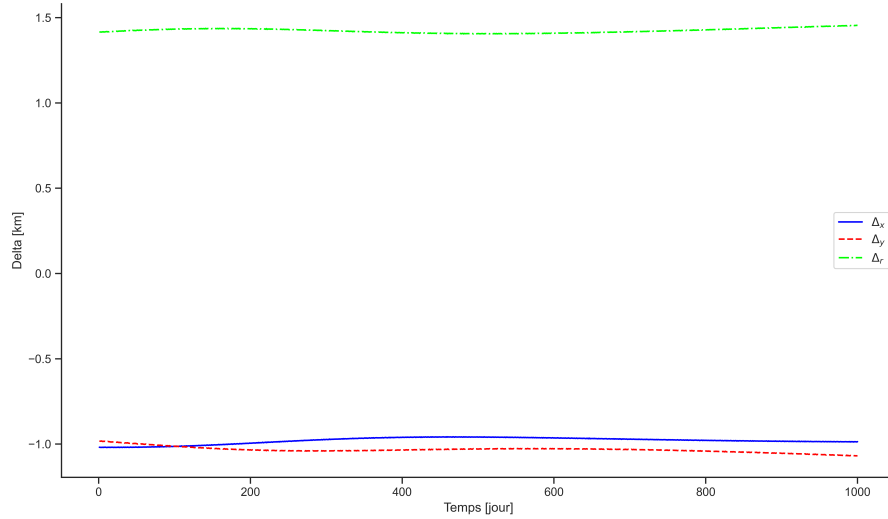


FIGURE 5 – Déviation de la valeur simulée de la position d’Uranus en comparaison avec la valeur expérimentale connue pour une simulation en 3 dimensions avec un pas de 1 heure et une correction de la position à tous les pas.

Cette nouvelle simulation pouvant être observée à la figure 5 prédit une déviation de l’ordre du kilomètre par heure, au lieu du milliard de kilomètre par année, ce qui équivaut à 100 000 km/h. Alors, environ 5 magnitudes de précision sont gagnées avec la nouvelle simulation, cependant la déviation causée par Neptune est plutôt de l’ordre du mètre par heure, donc la simulation ne peut toujours pas être utilisée pour prédire la position de Neptune.

Afin de vérifier la qualité du modèle utilisé la même simulation est refaite, mais cette fois ci avec les données expérimentales connues de Neptune. Ceci a pour but de vérifier si la méthode serait fonctionnelle avec une simulation de très haute précision, car la comparaison de la déviation de la simulation avec et sans Neptune permet d’isoler la déviation dû à la simulation de celle dû à Neptune.

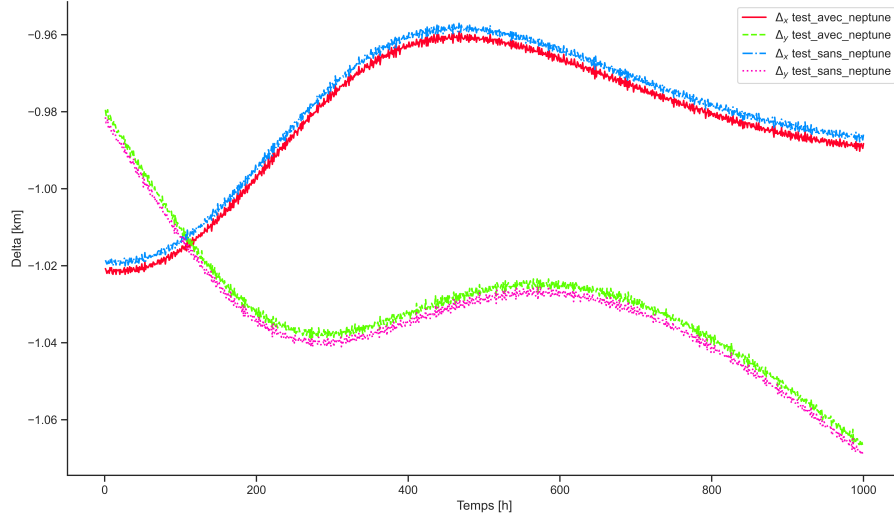


FIGURE 6 – Déviation de la valeur simulée de la position d’Uranus en comparaison avec la valeur expérimentale connue pour une simulation en 3 dimensions avec un pas de 1 heure et une correction de la position à tous les pas et la même simulation incluant Neptune.

Cette comparaison est présentée à la figure 6. Il est bien observé que la majorité de la déviation provient de la simulation en elle-même, mais que Neptune a tout de même une influence observable de l’ordre du mètre par heure attendue. Finalement, il est aussi remarqué qu’à ce niveau de précision les méthodes utilisées produisent un bruit sur les mesures qui est de l’ordre du dixième de mètre. Ceci indique donc que réduire le pas d’avantage deviendrait contre-productif, car la magnitude de l’influence de Neptune sur Uranus diminuerait, mais pas le bruit, noyant la valeur recherchée dans le bruit.

6 Discussion

6.1 Méthode de l’accélération isolée

Il y a des différences entre la courbe théorique et la courbe analytique à la figure 2. Ces différences s’expliquent par le bruit du calcul de la variation de l’accélération d’Uranus due à Neptune. En effet, puisque les valeurs sont très proche de 0 et que nous avons dû filtrer le signal, la courbe est très sensible au bruit. Cela n’aura pas d’influence sur le résultat car les régions d’intérêt ne sont pratiquement pas influencées par ce bruit. Ces régions d’intérêt sont le premier zéro après chaque pic positif. Voilà pourquoi la valeur théorique de la période synodique est si près de la valeur prédite. Une autre cause d’erreur est que nous assumons que les orbites sont parfaitement coplanaires. Ce qui est presque le cas en pratique mais cela induit nécessairement des erreurs.

Puisque les valeurs de période sidérale et de demi grand-axe découlent directement de la période synodique, les mêmes causes d’erreurs s’appliquent.

Quant à lui, le calcul de masse est moins exact. En effet, la différence entre la valeur théorique et pratique est un facteur 2.375. La meilleure façon d'estimer la masse d'une planète est d'utiliser la période de rotation des satellites qui gravitent autour d'elle. Comme nous n'avions pas accès à ces informations, notre estimation est moins précise. Elle reste tout de même suffisante pour obtenir l'ordre de grandeur de cette valeur.

Pour ce qui est de l'orbite prédite, la valeur est très proche (moins de 5% tout au long de l'orbite entre les deux conjonctions) de l'orbite théorique. Puisque l'erreur change en fonction du temps, il est raisonnable de conclure que l'orbite réelle n'est pas circulaire comme assumé lors de l'analyse. Elle est plutôt quasi-circulaire car l'erreur ne varie pas beaucoup. Il est cependant impossible de déterminer la circularité de Neptune avec cette analyse car nous ne disposons pas d'assez d'information. L'objectif de trouver les paramètres de Neptune selon la méthode de l'accélération isolée est, à la vue des résultats, considéré comme atteint.

6.2 Méthode par simulation du système solaire

Suite à la tentative d'utiliser la méthode par simulation du système solaire pour trouver la position prédite de Neptune, il est noté que cette méthode peut paraître simple à première vue à cause de la simplicité des mathématiques nécessaire à créer une première simulation, cependant cette méthode amène aussi son lot de défi.

Premièrement, cette méthode a comme premier défaut de rendre très dur d'identifier la provenance des déviations. Dans ce cas, la magnitude de la perturbation recherchée est connue, permettant de vérifier notre modèle, mais dans le cas d'une nouvelle découverte ce genre d'information peut être inconnue ou peu fiable.

Deuxièmement, le modèle de force et le nombre d'objet à considérer est difficile à évaluer sans avoir beaucoup d'informations sur le système général, ce qui peut aussi être plus difficile à obtenir en cas de nouvelles découvertes.

Troisièmement, le choix d'intégrateur est aussi important, car il doit être à la fois symplectique et avoir une très haute précision, car ce genre d'application implique de petites perturbations sur de grande distance et que l'énergie totale soit préservée à tout prix.

Quatrièmement, ce genre de technique est intensive en calcul. Peu de trucs mathématique sont employés afin de simplifier et réduire la charge de calcul, donc cette technique pourrait être considérée comme une méthode par force brute.

Finalement, malgré tous ces défis une fois un modèle fiable et précis établi et un accès aux ordinateurs et techniques de calculs numérique moderne, il est possible d'utiliser ce genre de simulation afin de résoudre des problèmes comme ceux de la découverte de Neptune. Ceci n'est pas atteint dans ce cas, mais des institutions comme la NASA ont bâti des outils de simulation répondant aux critères de précisions et de justesse nécessaire pour ce genre de problème. Par exemple, selon la documentation du logiciel ouvert GMAT (General Mission Analysis Tool) de la NASA, il est possible d'atteindre une précision de l'ordre du dixième de mètre pour une manoeuvre comme le transfert de Hohmann

[3], qui est un problème encore plus complexe que celui de la découverte de Neptune.

7 Conclusion

Pour conclure, l'objectif de ce projet qui était de retrouver expérimentalement les paramètres de Neptune a été atteint. Parmi les deux méthodes qui ont été réalisées, la méthode de l'accélération isolée est celle qui nous a donné les meilleurs résultats. En effet, cette méthode nous a permis de retrouver la trajectoire de Neptune avec une erreur moyenne de 3.26% entre les deux conjonctions. Quant à la méthode par simulation, elle ne nous a pas permis de prédire avec assez de précision la trajectoire d'Uranus, nous n'avons donc pas réussi à isoler l'influence de Neptune correctement et à retrouver ses paramètres. Par contre, la méthode par simulation est celle qui a le plus de potentiel. Il serait donc intéressant de refaire l'expérience en apportant des modifications au code, comme choisir un meilleur intégrateur et prendre en compte un modèle de force plus complet qui prendrait par exemple en compte les effets relativistes en jeux et tenter de retrouver le plus exactement possible les valeurs théoriques.

Références

- [1] FUTURA-SCIENCE. *Urbain Le Verrier*. URL : <https://www.futura-sciences.com/sciences/personnalites/astronomie-urbain-verrier-717/> (visité le 10/10/2023).
- [2] Muhammad Haider KHAN. *A Computational Rediscovery of Neptune and other Applications in Numerical Astronomy*. URL : <https://physlab.org/wp-content/uploads/2022/06/Muhammad-Haider-Khan-A-Computational-Rediscovery-of-Neptune-and-other-Applications-in-Numerical-Astronomy-2022-Final.pdf> (visité le 28/04/2024).
- [3] NASA. *General Mission Analysis Tool - Overview of Propagator*. URL : https://documentation.help/GMAT/Propagator.html#Propagator_NumericalPropagator (visité le 24/04/2024).
- [4] TECHWITHTIM. *Python-Planet-Simulation*. URL : <https://github.com/techwithtim/Python-Planet-Simulation> (visité le 28/04/2024).
- [5] WIKIPÉDIA. *Neptune (planète) — Wikipédia, l'encyclopédie libre*. [En ligne ; Page disponible le 26-avril-2024]. 2024. URL : [http://fr.wikipedia.org/w/index.php?title=Neptune_\(plan%C3%A8te\)&oldid=214595378](http://fr.wikipedia.org/w/index.php?title=Neptune_(plan%C3%A8te)&oldid=214595378).
- [6] WIKIPEDIA CONTRIBUTORS. *Kepler's laws of planetary motion — Wikipedia, The Free Encyclopedia*. [Online ; accessed 28-April-2024]. 2024. URL : https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Kepler%27s_laws_of_planetary_motion&oldid=1221083352.
- [7] WIKIPEDIA CONTRIBUTORS. *Urbain Le Verrier — Wikipedia, The Free Encyclopedia*. [Online ; accessed 28-April-2024]. 2024. URL : https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Urbain_Le_Verrier&oldid=1199041809.
- [8] WOLFRAM-ALPHA. *synodic period*. URL : [https://www.wolframalpha.com/input?i=1%2F\(1%2Furanus+orbital+period+-+1%2Fneptune+orbital+period\)](https://www.wolframalpha.com/input?i=1%2F(1%2Furanus+orbital+period+-+1%2Fneptune+orbital+period)) (visité le 28/04/2024).