



西北工业大学  
NORTHWESTERN POLYTECHNICAL UNIVERSITY

# 计算流体力学基础课 程计算实践作业

学 院 :	航空学院
班 级 :	01011708
姓 名 :	卢佐
学 号 :	2017300354
课程教师:	宋文萍

2021 年 6 月 26 日

# 目 录

第一章 计算实践题 1 .....	1
1.1 问题描述 .....	1
1.2 求解步骤 .....	1
1.2.1 O 型网格生成 .....	1
1.3 计算结果及分析 .....	2
1.3.1 网格生成结果 .....	2
1.3.2 无粘流场求解图 .....	3
第二章 计算实践题 2 .....	4
2.1 问题描述 .....	4
2.2 求解步骤 .....	4
2.2.1 Lax-Wendroff 方法 .....	4
2.2.2 MacCormack 方法 .....	5
2.3 计算结果及分析 .....	6
第三章 计算实践题 3 .....	8
3.1 问题描述 .....	8
3.1.1 亚声速入流，超声速出流 .....	8
3.1.2 超声速入流，亚声速出流 .....	8
3.2 求解步骤 .....	8
3.2.1 入口边界条件（网格点 1） .....	9
3.2.2 出口边界条件（网格点 N） .....	9
3.2.3 求解具体步骤 .....	9
3.3 计算结果及分析 .....	12
3.3.1 亚声速入流、亚声速出流 .....	12
3.3.2 超声速入流、亚声速出流 .....	13
3.3.3 结果分析 .....	13
小结 .....	15
致谢 .....	16

# 第一章 计算实践题 1

## 1.1 问题描述

采用偏微分方程数值解法生成 NACA0012 翼型 O 型（C 型）网格，并采用速度势方程求解绕 NACA0012 翼型迎角为零度时的低速不可压无粘流场。

NACA0012 翼型（修形）表面坐标为：

$$y_{u,l} = \pm 0.6[-0.1015x^4 + 0.2843x^3 - 0.3576x^2 - 0.1221x + 0.2969\sqrt{x}]$$

用于网格生成的椭圆型偏微分方程为：

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} &= 0 \\ \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} &= 0 \\ \alpha \frac{\partial^2 x}{\partial \xi^2} - 2\beta \frac{\partial^2 x}{\partial \xi \partial \eta} + \gamma \frac{\partial^2 x}{\partial \eta^2} &= 0 \\ \alpha \frac{\partial^2 y}{\partial \xi^2} - 2\beta \frac{\partial^2 y}{\partial \xi \partial \eta} + \gamma \frac{\partial^2 y}{\partial \eta^2} &= 0 \\ \alpha &= x_\eta^2 + y_\eta^2, \quad \beta = x_\xi x_\eta + y_\xi y_\eta, \quad \gamma = x_\xi^2 + y_\xi^2\end{aligned}\tag{1-1}$$

## 1.2 求解步骤

### 1.2.1 O 型网格生成

#### a) 设定边界条件

首先给定远场坐标，如 30 倍弦长以上的圆上各点。

其次给定翼型表面点坐标，表面点分布原则是保证流动变化剧烈的区域分布密，变化平缓的区域分布稀疏。本文按如下关系式分布：

$$\begin{aligned}x &= \frac{c}{2}(1 + \cos\theta) \\ \theta &= [0, 2\pi]\end{aligned}\tag{1-2}$$

#### b) 给定初始值

根据给定边界值插值出每一网格点的初始值：

$$x_{i,j}(0), y_{i,j}(0)$$

#### c) 迭代求解

用于网格生成的椭圆型偏微分方程的差分方程为：

$$\begin{aligned}
& \alpha \frac{x_{i+1,j} - 2x_{i,j} + x_{i-1,j}}{(\Delta\xi)^2} - 2\beta \frac{x_{i+1,j+1} + x_{i-1,j-1} - x_{i+1,j-1} - x_{i-1,j+1}}{4\Delta\xi\Delta\eta} \\
& + \gamma \frac{x_{i,j+1} - 2x_{i,j} + x_{i,j-1}}{(\Delta\eta)^2} = 0 \\
& \alpha \frac{y_{i+1,j} - 2y_{i,j} + y_{i-1,j}}{(\Delta\xi)^2} - 2\beta \frac{y_{i+1,j+1} + y_{i-1,j-1} - y_{i+1,j-1} - y_{i-1,j+1}}{4\Delta\xi\Delta\eta} \\
& + \gamma \frac{y_{i,j+1} - 2y_{i,j} + y_{i,j-1}}{(\Delta\eta)^2} = 0
\end{aligned} \tag{1-3}$$

其中，

$$\begin{aligned}
x_{i,j} &= \frac{1}{2} [\alpha(x_{i+1,j} + x_{i-1,j}) + \gamma(x_{i,j+1} + x_{i,j-1}) \\
& - \frac{\beta}{2}(x_{i+1,j+1} + x_{i-1,j-1} - x_{i+1,j-1} - x_{i-1,j+1})] / (\alpha + \gamma) \\
y_{i,j} &= \frac{1}{2} [\alpha(y_{i+1,j} + y_{i-1,j}) + \gamma(y_{i,j+1} + y_{i,j-1}) \\
& - \frac{\beta}{2}(y_{i+1,j+1} + y_{i-1,j-1} - y_{i+1,j-1} - y_{i-1,j+1})] / (\alpha + \gamma)
\end{aligned}$$

根据差分方程进行迭代求解，直到达到收敛标准：

$$\begin{aligned}
|x_{i,j}^{(n+1)} - x_{i,j}^{(n)}| &< \varepsilon \\
|y_{i,j}^{(n+1)} - y_{i,j}^{(n)}| &< \varepsilon
\end{aligned}$$

迭代格式为简单迭代：

$$\begin{aligned}
x_{i,j} &= \frac{1}{2} \left[ \alpha(x_{i+1,j} + x_{i-1,j}) + \gamma(x_{i,j+1} + x_{i,j-1}) - \frac{\beta}{2}(x_{i+1,j+1} + x_{i-1,j-1} - x_{i+1,j-1} - x_{i-1,j+1}) \right] / (\alpha + \beta) \\
y_{i,j} &= \frac{1}{2} \left[ \alpha(y_{i+1,j} + y_{i-1,j}) + \gamma(y_{i,j+1} + y_{i,j-1}) - \frac{\beta}{2}(y_{i+1,j+1} + y_{i-1,j-1} - y_{i+1,j-1} - y_{i-1,j+1}) \right] / (\alpha + \beta)
\end{aligned} \tag{1-4}$$

## 1.3 计算结果及分析

### 1.3.1 网格生成结果

物面周向网格点取 301 个点，物面发现网格点取 300 个点，生成 O 型网格如图 1-1 所示：

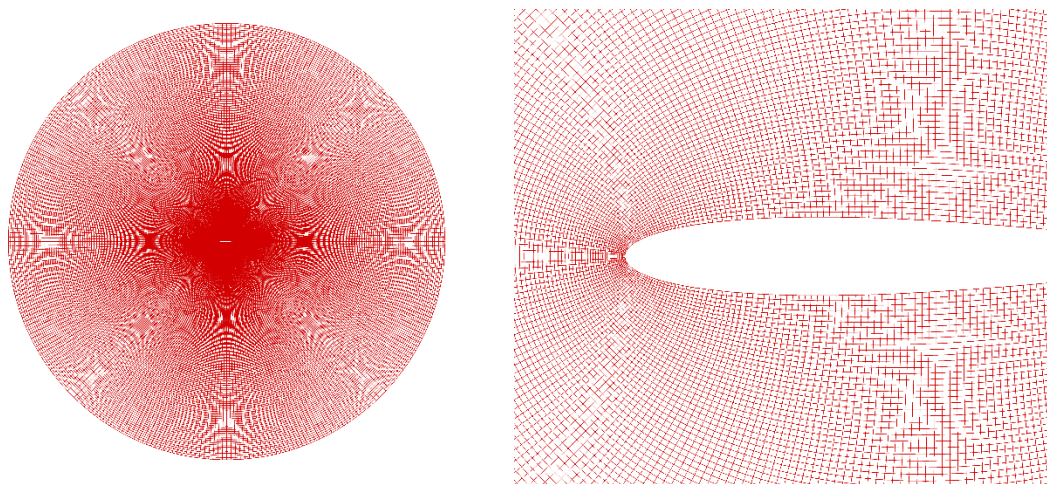


图 1-1 O 型网格生成图

### 1. 3. 2 无粘流场求解图

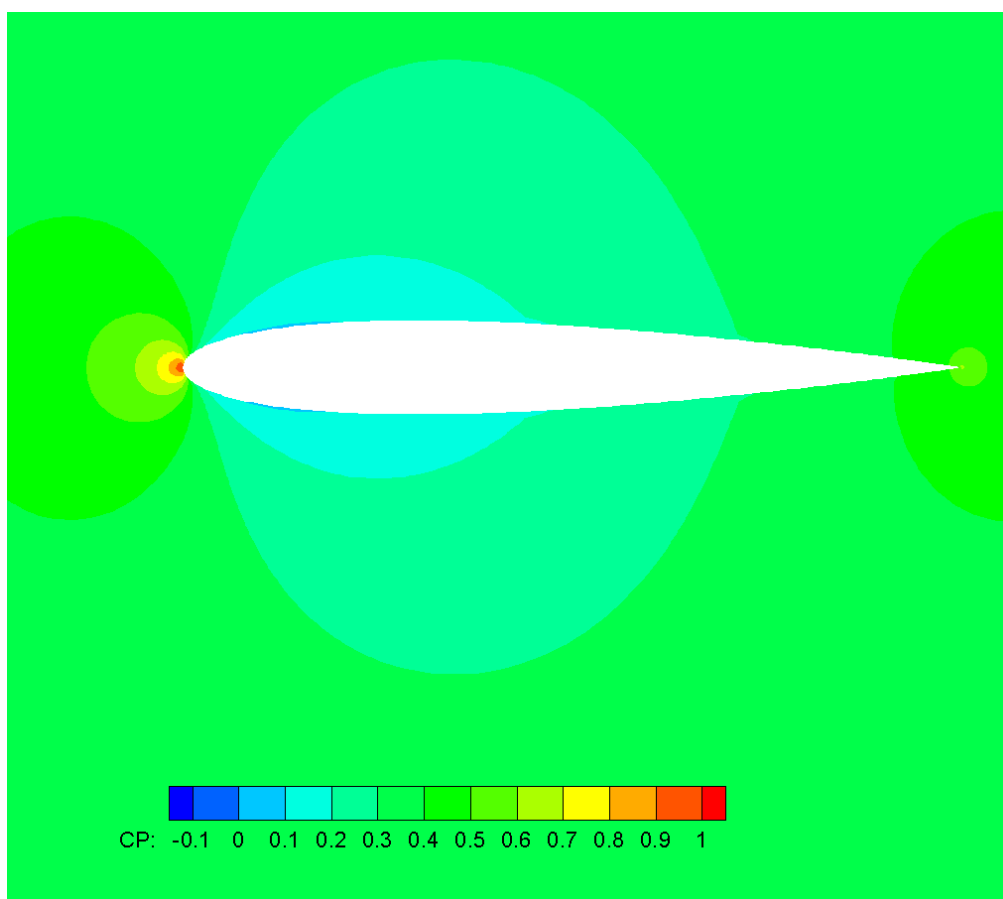


图 2-1 流场求解结果

图 2-1 可以看到，对于本题中的翼型与流动状态 ( $V_x = 50, \alpha = 0$ )，其流场上下对称，且在前后缘各有一个驻点。

## 第二章 计算实践题 2

### 2.1 问题描述

分别用 Lax-Wendroff 格式和 MacCormack 格式求解一维 Burgers'方程，一维 Burgers'方程如下所示：

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (2-1)$$

初始条件为：  $u(x, 0) = -0.5x \quad x \in [-1, 1]$

$$\text{边界条件为：} \begin{cases} u(-1, t) = 0.5 \\ u(1, t) = -0.5 \end{cases}$$

给出  $\mu$  和无量纲时间  $t$  如下值时的计算结果：

$$\begin{aligned} \mu &= 0, 0.05, 0.1, 0.15 \\ t &= 0.8, 1.6, 2.0 \end{aligned}$$

### 2.2 求解步骤

将 Burgers'方程(2-1)转化为守恒型差分方程如下：

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial x} = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (2-2)$$

其中，  $f = \frac{u^2}{2}$ ，则有：

$$\frac{\partial f}{\partial t} = u \frac{\partial u}{\partial t} \quad (2-3)$$

#### 2.2.1 Lax-Wendroff 方法

Lax-Wendroff 方法中，  $t + \Delta t$  时刻  $u$  的计算公式为：

$$u_i^{t+\Delta t} = u_i^t + \left( \frac{\partial u}{\partial t} \right)_i^t \Delta t + \left( \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right)_i^t \frac{(\Delta t)^2}{2} \quad (2-4)$$

其中，

$$\left( \frac{\partial u}{\partial t} \right)_i^t = \mu \frac{u_{i+1}^t - 2u_i^t + u_{i-1}^t}{(\Delta x)^2} - \frac{f_{i+1}^t - f_{i-1}^t}{2\Delta x} \quad (2-5)$$

$$\left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}\right)_i^t = \mu \frac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial t} - \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial t} \quad (2-6)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} &= \mu \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} - \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \\ &= \mu \frac{u_{i+2} - 2u_{i+1} + 2u_{i-1} - u_{i-2}}{2(\Delta x)^3} - \frac{f_{i+1} - 2f_i + f_{i-1}}{(\Delta x)^2} \end{aligned} \quad (2-7)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial t} &= \mu \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} - \frac{\partial^3 f}{\partial x^3} \\ &= \mu \frac{u_{i-2} - 4u_{i-1} + 6u_i - 4u_{i+1} + u_{i+2}}{(\Delta x)^4} - \frac{f_{i+2} - 2f_{i+1} + 2f_{i-1} - f_{i-2}}{2(\Delta x)^3} \end{aligned} \quad (2-8)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial t} &= u \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{\partial u}{\partial t} \frac{\partial u}{\partial x} \\ &= u \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{u_{i+1} - u_{i-1}}{(\Delta t)^2} \frac{u_{i+1} - u_{i-1}}{(\Delta x)^2} \end{aligned} \quad (2-9)$$

由上述公式便可进行迭代，直至收敛。

### 2.2.2 MacCormark 方法

MacCormark 方法中， $t + \Delta t$ 时刻 $u$ 的计算公式为：

$$u_i^{t+\Delta t} = u_i^t + \left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)_{av} \Delta t \quad (2-10)$$

其中， $\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)_{av}$ 为 $\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)$ 在 $t$ 与 $t + \Delta t$ 时刻的平均，由如下预估-校正方法得到：

#### a) 预估步（Predictor step）

在守恒型 Burgers'方程(2-2)中，采用空间向前差分来表示右侧的空间导数，采用中心差分表示粘性项，得到：

$$\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)_i^t = \mu \frac{u_{i+1}^t - 2u_i^t + u_{i-1}^t}{(\Delta x)^2} - \frac{f_{i+1}^t - f_i^t}{\Delta x} \quad (2-11)$$

同理可得：

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_i^t = u_i^t \frac{u_{i+1}^t - u_i^t}{\Delta x} \quad (2-12)$$

由泰勒级数前两项得到 $u$ 和 $f$ 预估值 $(\bar{u})_{i,j}^{t+\Delta t}$ ， $(\bar{f})_{i,j}^{t+\Delta t}$

$$\begin{aligned}
(\bar{u})_i^{t+\Delta t} &= u_i^t + \left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)_i^t \Delta t \\
(\bar{f})_i^{t+\Delta t} &= f_i^t + \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_i^t \Delta t
\end{aligned} \tag{2-13}$$

b) 校正步 (Corrector step)

使用式(2-13)中得到的预估值采用空间向后差分得到  $u$  对  $t$  的导数:

$$\overline{\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)}_i^{t+\Delta t} = \mu \frac{(\bar{u})_{i+1}^{t+\Delta t} - 2(\bar{u})_i^{t+\Delta t} + (\bar{u})_{i-1}^{t+\Delta t}}{(\Delta x)^2} - \frac{(\bar{f})_i^{t+\Delta t} - (\bar{f})_{i-1}^{t+\Delta t}}{\Delta x} \tag{2-14}$$

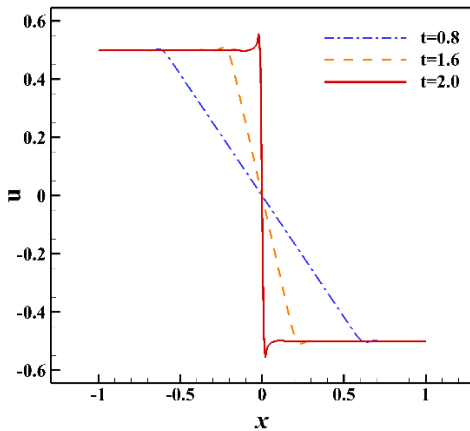
则  $\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)_{av}$  可表示为:

$$\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)_{av} = \frac{1}{2} \left[ \left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)_i^t + \overline{\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)}_i^{t+\Delta t} \right] \tag{2-15}$$

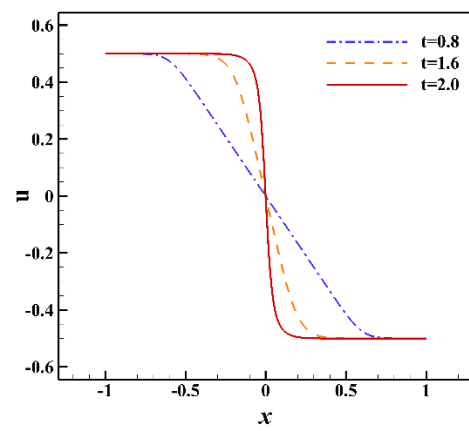
由此可得校正值如式(2-10)所示, MacCormack 方法在预估步使用向前差分,在校正步使用向后差分,通过向前向后差分交叉使用的方法,使其在保持二阶精度的基础上,成功避免了二阶偏导数的求解。

### 2.3 计算结果及分析

两种格式的计算结果如图 2-1 和图 2-2 所示,可以看到,对于本题给出的一维 Burgers' 方程,其最终求解结果为在  $x=0$  处有强间断。且不管是 Lax-Wendroff 格式还是 MacCormack 格式,在粘性系数  $\mu=0$  时,在间断处都出现的震荡。当  $\mu \neq 0$  时,则在间断处比较光滑;且随着  $\mu$  不断增大,光滑的程度越来越明显,同时间断则越来越不明显。

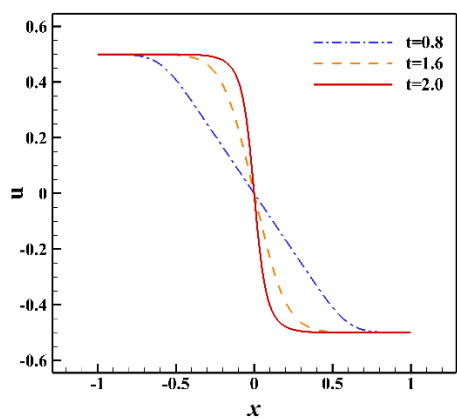


a)  $\mu = 0$

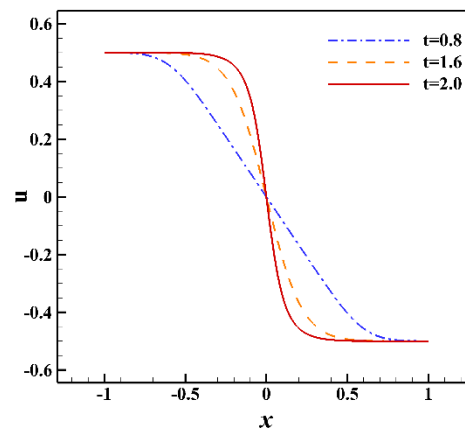


b)  $\mu = 0.005$



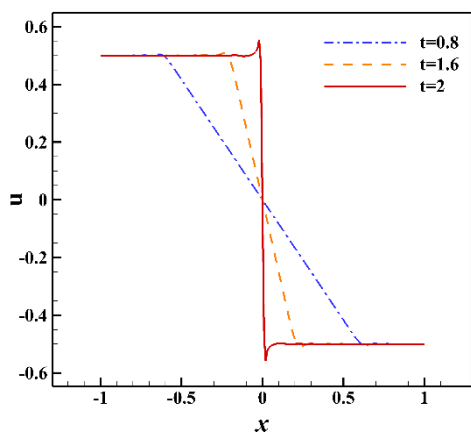


c)  $\mu = 0.01$

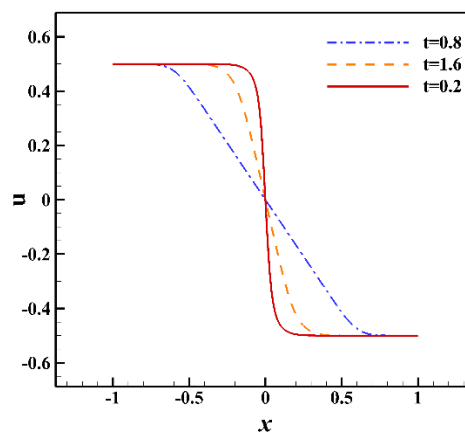


d)  $\mu = 0.015$

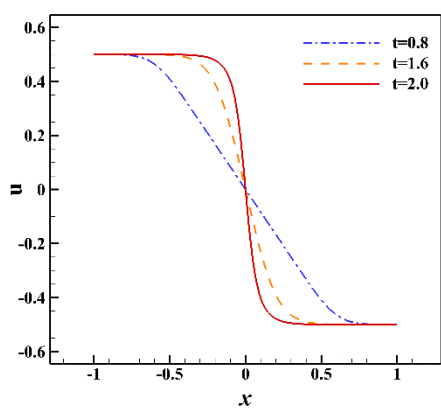
图 2-1 Lax-Wendroff 格式计算结果



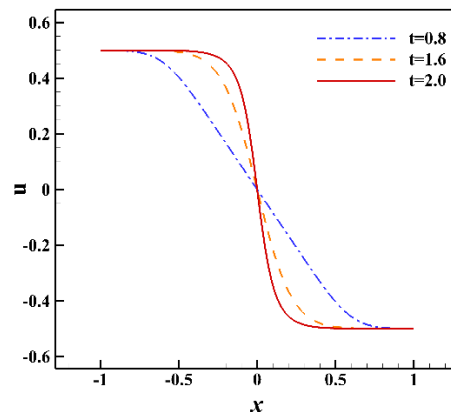
e)  $\mu = 0$



f)  $\mu = 0.005$



g)  $\mu = 0.01$



h)  $\mu = 0.015$

图 2-2 MacCormack 格式计算结果

## 第三章 计算实践题 3

### 3.1 问题描述

求解准一维 Laval 管流动的 Euler 方程。用 Maccormak 格式加人工粘性方法求解；或后面补充的 Jameson 中心有限体积法求解。

#### 3.1.1 亚声速入流，超声速出流

已知条件：

入口给定总压和总密度  $P_0 = 1, \rho_0 = 1$ 。

出口给定出口压力  $P_0 = 0.8785$

Laval 管的面积分布为：  $A(x) = 0.5 + x^2, x \in \left[-\frac{1}{3}, 1\right]$

#### 3.1.2 超声速入流，亚声速出流

已知条件：

入口给定总压和总密度和马赫数  $P_0 = 1, \rho_0 = 1, M_1 = 1.16$

出口给定出口压力：  $P_e = 0.8785$

Laval 管的面积分布为：  $A(x) = 0.5 + x^2, x \in [0.1, 1]$

### 3.2 求解步骤

准一维 Laval 管流动的 Euler 方程为：

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} + \mathbf{H} = 0 \quad (3-1)$$

其中，

$$\begin{aligned} \mathbf{U} &= [\rho \quad \rho u \quad \rho E]^T \\ \mathbf{F} &= [\rho u \quad \rho u^2 + p \quad (\rho E + p)u]^T \\ \mathbf{H} &= \frac{A_x}{A} [\rho u \quad \rho u^2 \quad (\rho E + p)u]^T \\ E &= \frac{1}{\gamma - 1} \frac{p}{\rho} + \frac{1}{2} u^2, A_x = \frac{dA}{dx} \end{aligned}$$

### 3.2.1 入口边界条件（网格点 1）

#### 1) 亚声速入口

有一个量由内场插值得到，两个量根据入口上游条件给定：

$$\begin{aligned} u_1 &= 2u_2 - u_3 \\ \frac{p_1}{\rho_1^\gamma} &= \frac{p_0}{\rho_0^\gamma} \\ \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{p_1}{\rho_1} + \frac{u_1^2}{2} &= \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{p_0}{\rho_0} \end{aligned} \quad (3-2)$$

#### 2) 超声速入口

入口条件三个量必须全部给定：

$$\begin{aligned} M_1 &= \text{给定值} \\ p_1 &= p_0 / (1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2)^{\gamma/(\gamma-1)} \\ \rho_1 &= \rho_0 / (p_0/p_1)^{1/\gamma} \\ u_1 &= M_1 a_1 = M_1 \sqrt{\frac{\gamma p_1}{\rho_1}} \end{aligned} \quad (3-3)$$

### 3.2.2 出口边界条件（网格点 N）

#### 1) 亚声速出口

出口条件只能给定一个量，另外两个量由内场插值得到。

$$\begin{aligned} p_N &= p_e \\ \frac{p_N}{\rho_N^\gamma} &= \frac{p_{N-1}}{\rho_{N-1}^\gamma} \\ u_N &= 2u_{N-1} - u_{N-2} \end{aligned} \quad (3-4)$$

#### 2) 超声速出口

三个量全部由内场插值得到。

$$\begin{aligned} p_N &= 2p_{N-1} - p_{N-2} \\ \frac{p_N}{\rho_N^\gamma} &= \frac{p_{N-1}}{\rho_{N-1}^\gamma} \\ u_N &= 2u_{N-1} - u_{N-2} \end{aligned} \quad (3-5)$$

### 3.2.3 求解具体步骤

1) 输入  $P_0, \rho_0, P_e$ ，求解离散点数  $N$ ，CFL 数，收敛标准  $\varepsilon$  等；

2) 划分离散点网格：

$$\begin{aligned} x_i &= x_1 + (i-1)\Delta x \\ i &= 1, 2, \dots, N, \Delta x = (x_N - x_1)/(N-1) \end{aligned} \quad (3-6)$$

源项中的  $\frac{A_x}{A}$  的离散值可根据  $x_i$  计算得到, 对于本例题,  $\left(\frac{A_x}{A}\right)_i = \frac{2 \times x_i}{0.5 + x_i^2}$ 。

3) 设定初始值 ( $n=0$ ):

$$\begin{aligned} p_i^{(0)} &= p_0 - (i-1) \frac{(p_0 - p_e)}{N-1} \\ \rho_i^{(0)} &= \left(\frac{p_i}{P_0}\right)^{\frac{1}{\gamma}} / \rho_0 \\ u_i^{(0)} &= \sqrt{2 \frac{\gamma}{\gamma-1} \left(\frac{p_0}{\rho_0} - \frac{p_i}{\rho_i}\right)} \\ i &= 2, \dots, N-1 \end{aligned} \quad (3-7)$$

入口处 ( $i=1$ ) 与出口处 ( $i=N$ ) 由对应边界条件得到。

4) 应用稳定性判据 ( $CFL \leq 1$ ) 计算推进步长:

$$(\Delta t)_i = \frac{CFL \cdot \Delta x}{u_i + a_i} \quad (3-8)$$

5) 预估步计算

进行预估步计算, 并添加人工粘性, 得到预估导数及预估值。具体公式如下:

$$\left(\frac{d\mathbf{U}^{(n)}}{dt}\right)_i = -\left(\frac{\mathbf{F}_{i+1}^{n-} - \mathbf{F}_i^n}{\Delta x}\right) + \mathbf{J}_i^n \quad (3-9)$$

$$\mathbf{S}_i^n = \frac{C_x |p_{i+1}^n - 2p_i^n + p_{i-1}^n|}{p_{i+1}^n + 2p_i^n + p_{i-1}^n} (\mathbf{U}_{i+1}^n - 2\mathbf{U}_i^n + \mathbf{U}_{i-1}^n) \quad (3-10)$$

$$\overline{\mathbf{U}_i^{n+1}} = \mathbf{U}_i^n + \left(\frac{d\mathbf{U}^{(n)}}{dt}\right)_i \Delta t_i + \mathbf{S}_i^n \quad (3-11)$$

其中,  $i=2, \dots, N-1$

6) 求解原始变量

由守恒变量  $\overline{\mathbf{U}_i^{n+1}}$  求出原始变量:

$$\begin{aligned}\overline{\rho_i^{(n+1)}} &= \overline{(U_1)_i^{n+1}} \\ \overline{u_i^{(n+1)}} &= \frac{\overline{(U_2)_i^{n+1}}}{\overline{(U_1)_i^{n+1}}}\end{aligned}\quad (3-12)$$

$$\overline{p_i^{(n+1)}} = (\gamma - 1) \left[ (U_3)_i^{n+1} - \frac{1}{2} \rho_i^{(n+1)} \overline{u_i^{(n+1)}}^2 \right]$$

其中,  $i = 2, \dots, N-1$ 。

用相应方法处理边界条件得到  $\overline{\rho_1^{(n+1)}}, \overline{u_1^{(n+1)}}, \overline{p_1^{(n+1)}}, \overline{\rho_N^{(n+1)}}, \overline{u_N^{(n+1)}}, \overline{p_N^{(n+1)}}$ 。

#### 7) 校正步

校正步计算, 得到校正步导数、平均导数和校正步的值。具体计算公式如下:

$$\left( \frac{d\mathbf{U}^{(n+1)}}{dt} \right)_i = - \left( \frac{\overline{\mathbf{F}_i^{n+1}} - \overline{\mathbf{F}_{i-1}^{n+1}}}{\Delta x} \right) + \overline{\mathbf{J}_i^{n+1}} \quad (3-13)$$

$$\left( \left( \frac{d\mathbf{U}^{(n)}}{dt} \right)_i \right)_{av} = \frac{1}{2} \left\{ \left( \frac{d\mathbf{U}^{(n)}}{dt} \right)_i + \left( \frac{d\mathbf{U}^{(n+1)}}{dt} \right)_i \right\} \quad (3-14)$$

$$\overline{\mathbf{S}_i^n} = \frac{C_x |\overline{p_{i+1}^{n+1}} - 2\overline{p_i^{n+1}} + \overline{p_{i-1}^{n+1}}|}{\overline{p_{i+1}^{n+1}} + 2\overline{p_i^{n+1}} + \overline{p_{i-1}^{n+1}}} \left( \overline{U_{i+1}^{n+1}} - 2\overline{U_i^{n+1}} + \overline{U_{i-1}^{n+1}} \right) \quad (3-15)$$

得到新时间推进层的值, 完成 MacCormack 格式的一步推进:

$$\mathbf{U}_i^{n+1} = \mathbf{U}_i^n + \left( \left( \frac{d\mathbf{U}}{dt} \right)_i \right)_{av} \Delta t_i + \overline{\mathbf{S}_i^{n+1}} \quad (3-16)$$

其中,  $i = 2, \dots, N-1$ 。

#### 8) 求解原始变量

由守恒变量  $\mathbf{U}_i^{n+1}$  求出原始变量:  $u_i^{(n+1)}, \rho_i^{(n+1)}, p_i^{(n+1)}, i = 2, \dots, N-1$ ,

根据相应边界条件得到  $u_1^{(n+1)}, \rho_1^{(n+1)}, p_1^{(n+1)}$  和  $u_N^{(n+1)}, \rho_N^{(n+1)}, p_N^{(n+1)}$ 。

#### 9) 判断收敛

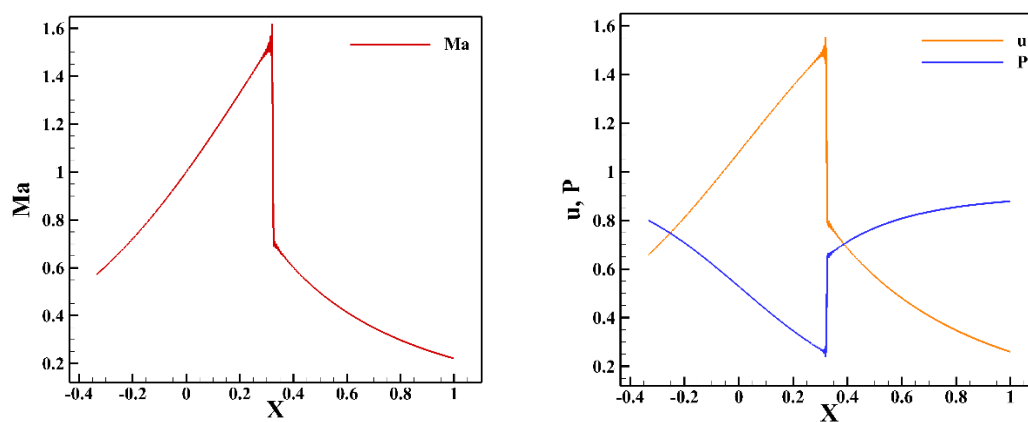
如果有:

$$\frac{\sum_{i=2}^{N-1} \left| \left( \frac{dU}{dt} \right)_{i,av} \right|}{N-1} < \varepsilon \quad (3-17)$$

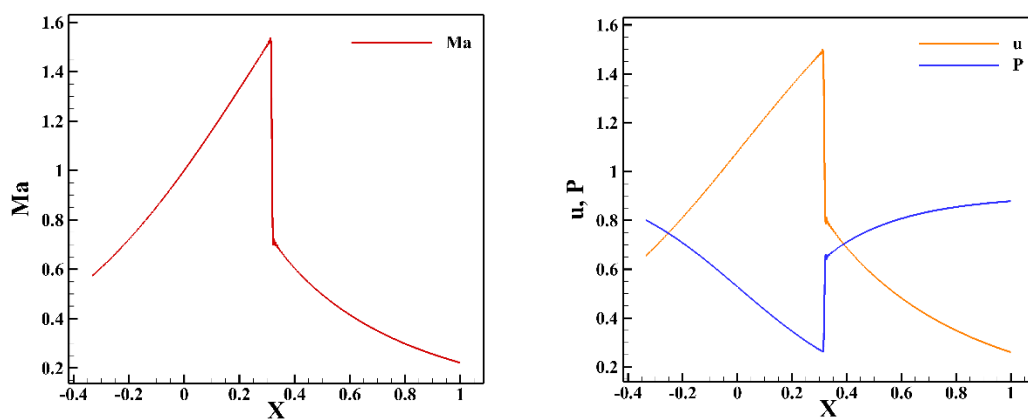
则结束迭代, 否则:  $n = n + 1$ 。

### 3.3 计算结果及分析

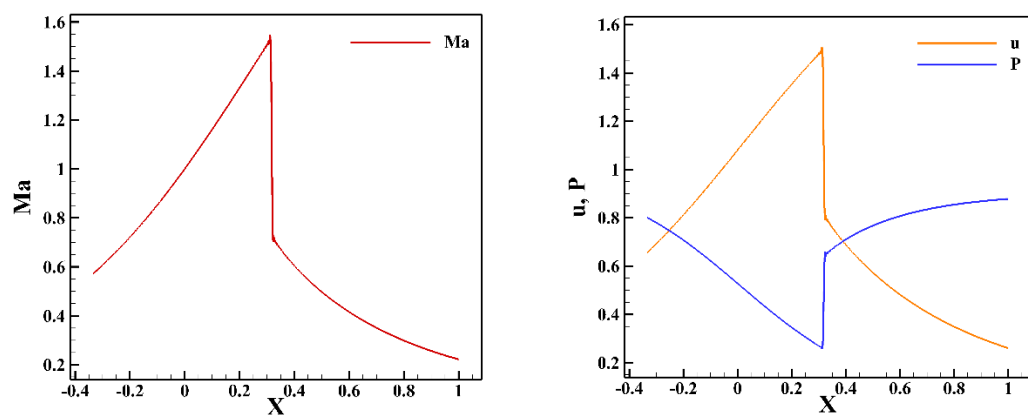
#### 3.3.1 亚声速入流、亚声速出流



a)  $C_x = 0.05$



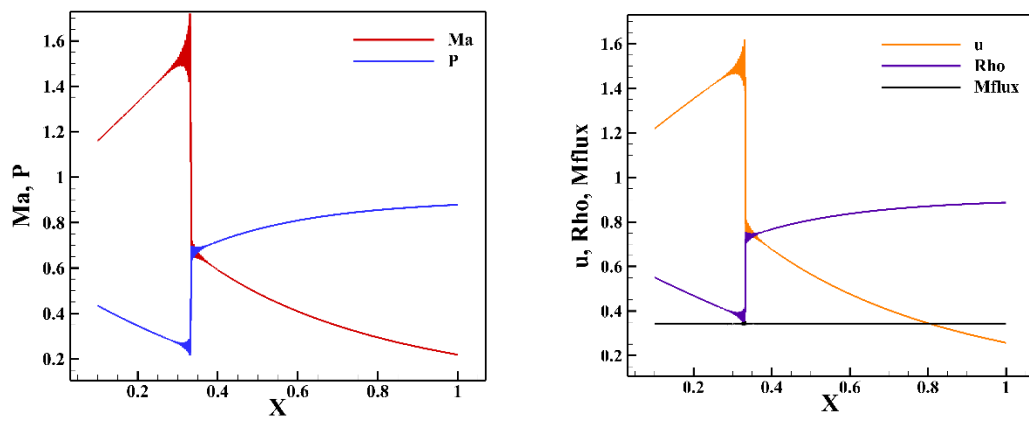
b)  $C_x = 0.15$



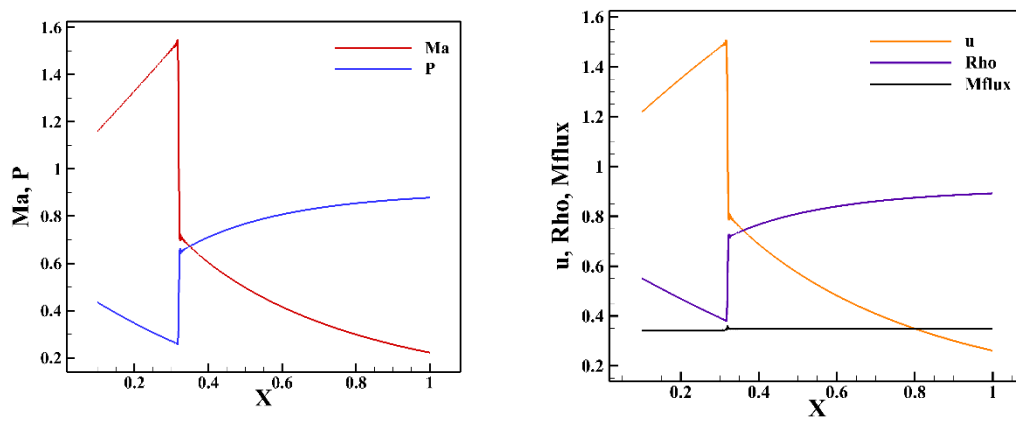
c)  $C_x = 0.2$

图 3-1 亚声速入流 Laval 管流场求解

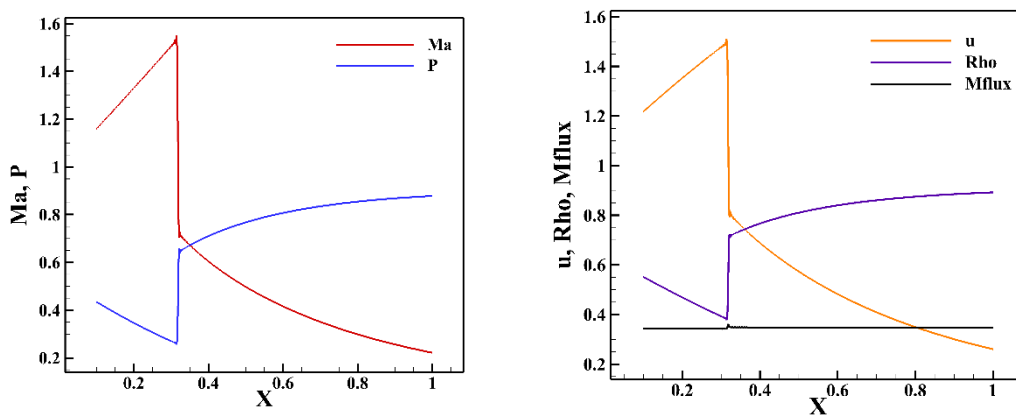
### 3.3.2 超声速入流、亚声速出流



a)  $C_x = 0.05$



b)  $C_x = 0.15$



c)  $C_x = 0.2$

图 3-2 超声速入流 Laval 管流场求解结果

### 3.3.3 结果分析

图 3-1 给出了亚声速入流、亚声速出流条件下不同人工粘性系数的马赫数、

速度以及压力沿  $x$  方向的分布，图中可以看出，对于亚声速入流、亚声速出流的 Laval 管流动，其流动速度不断增加，在喉道处马赫数  $Ma = 1$ ，且会在管道某一处产生一道激波。

图 3-2 给出了超声速入流、亚声速出流条件下不同人工粘性系数的马赫数、速度、密度、压力以及质量流量沿  $x$  方向的分布，图中可以看出，对于本题中的超声速入流、亚声速出流条件下的 Laval 管流动，其流动速度不断增加，在管道某一处产生一道激波。同时，其质量流量为一常数，保持不变。

从两幅图中也可以看出，随着人工粘性系数的不断增大，求解结果在激波处的振荡明显减弱，人工粘性系数有效地减小地数值振荡。



## 小结

通过参加计算流体力学基础这么课程的学习，我对计算流体力学的基本原理有了更加深入的认识，脱离了原来的使用商用软件进行计算的浅显认识。在这门课程中，我学习了差分方法、网格生成以及计算流体力学技术等，并对现代的计算格式有了初步的了解，初步进入了计算流体力学的门槛。

而完成本次编程实践作业的过程，让我对计算流体力技术的应用过程有了更加深入的了解，对差分迭代、计算格式的特点、边界条件处理、收敛性、CFL 数、人工粘性项等计算流体力学技术的概念以及影响作用有了更加深刻的了解。同时，这次编程的经历，也让我对编写程序的能力得到了锻炼，我的程序框架编写、debug 的能力有了非常多的影响。

但在完成本次编程实践作业的过程中，我仍有许多的不足之处。最主要的是时间规划不够合理，最后完成大作业的进度比较着急，导致最后大作业完成的质量没有达到预期的目标，这个问题不仅对这次大作业的影响较大，对我之后的科研生涯也有很大的影响，我亟需改正的问题。

## 致谢

首先感谢宋文萍老师让我有幸在本科阶段就进行计算流体力学基础课程的学习，同时经常关心我的学习情况，在我学习的过程中给予了非常多的指导。

其次感谢路宽、高昌昊两位师兄，在我完成大作业的时候给予了非常多的帮助，经常帮我检查代码的问题，耐心回答我的问题。

最后感谢陈晴、王奕衡两位同学，在学习计算流体力学课程的时候我们相互学习、共同进步。