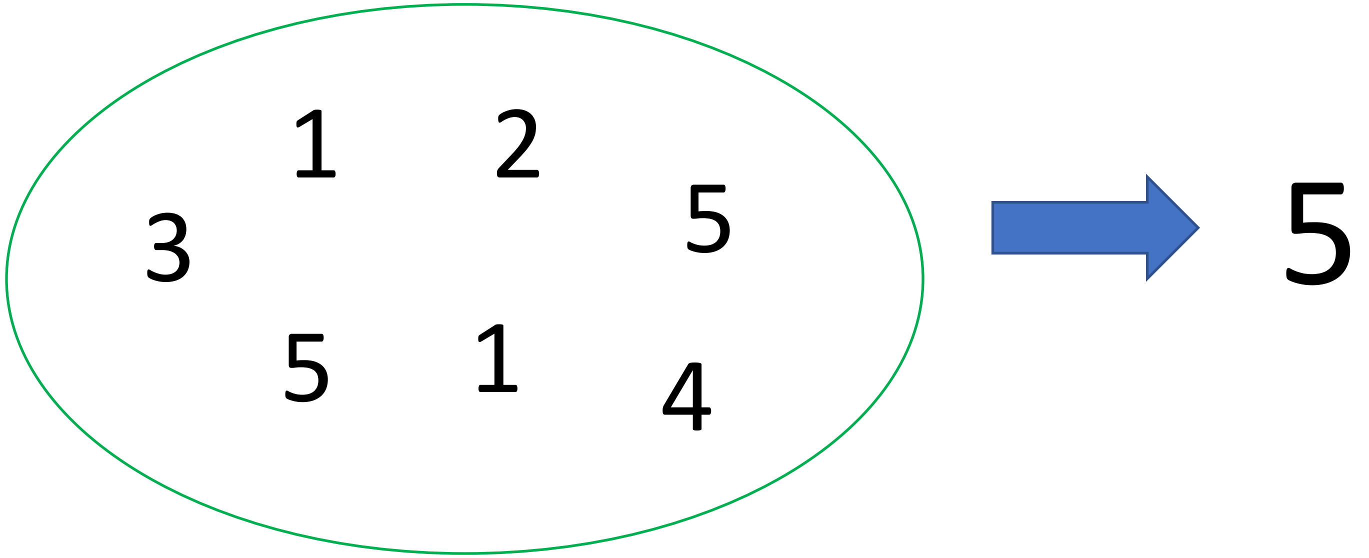
HyperLogLog

- **Integrantes:**
- Ignacio Bascuñán
- Benjamín Farías V.
- Raimundo Martínez

Problema: Cardinalidad (Elementos Distintos)

- Base de datos representada por un conjunto (*multiset*)
- Buscamos la cantidad de elementos **distintos**
- **Sol:** Almacenar cada elemento en alguna estructura eficiente



Problema: Cardinalidad (Elementos Distintos)

- Queremos aplicarlo a bases de datos masivas (ej. redes sociales)
- La solución anterior es **O(n)** en espacio, **no es viable**
- Debemos **estimar**!

???

Algoritmo FM (Flajolet-Martin)

- Almacenar un *bitmap* de tamaño **L**
- **Hashing uniforme** de cada elemento a un *string* binario de **L bits**
- Encontrar la posición *i* del **bit menos significativo que tenga valor 1**
- Marcar la posición *i* del *bitmap* con **1**
- Repetir por cada elemento

hash(1) = 101
hash(2) = 010
hash(3) = 001
hash(4) = 111
hash(5) = 110

Bitmap = 011

Algoritmo FM (Flajolet-Martin)

- Dada *R*, la posición menos significativa del *bitmap* que **tenga valor 0**

- Se estima la cardinalidad como: $2^R/\phi$
- Factor de corrección de sesgo: $\phi \approx 0.77351$
- **Limitación:** Tiene una **alta varianza!**

Bitmap = 011 $\Rightarrow$ E = 4 / 0.77 ≈ 5.2

LogLog

- Idea similar pero **agrupando** los valores de hash en **registros**
- Los primeros *x* bits indican el registro, y entre los restantes se busca el **primer bit 1**
- Cada registro almacena la **posición máxima** encontrada para este bit

hash(1) = 0101
hash(2) = 1010
hash(3) = 0001
hash(4) = 1001
hash(5) = 1101

→

reg 00 = 1
reg 01 = 1
reg 10 = 1
reg 11 = 1

LogLog

- Se define *R* como el promedio entre los **m registros**: $\mathrm{R} = \frac{1}{m} \sum Reg$
- Estimación de cardinalidad: $\mathrm{E} = \alpha_m * m * 2^R$
- El factor de corrección de sesgo α_m depende de la cantidad **m** de registros
- El error estándar es bajo: $stderr \approx \frac{1.3}{\sqrt{m}}$
- **Mejora:** El promedio sólo considera el 70% menor: $stderr \approx \frac{1.05}{\sqrt{m}}$

reg 00 = 1
reg 01 = 1
reg 10 = 1
reg 11 = 1

$$\mathrm{E} = 0.63 * 4 * 2^{\frac{3}{3}} \approx 5$$

HyperLogLog

- Igual a *LogLog* pero cambiando el **promedio** entre registros por la **media armónica**
- Media armónica aplicada: $\mathrm{Z} = \left(\sum_{j=1}^{m} 2^{-M[j]}\right)^{-1}$
- Estimación de cardinalidad: $\mathrm{E} = \alpha_m * m^2 * Z$
- El error estándar es aún mejor, ya que los *outliers* afectan menos: $stderr \approx \frac{1.04}{\sqrt{m}}$

reg 00 = 1
reg 01 = 1
reg 10 = 1
reg 11 = 1

$$\mathrm{E} = 0.63 * 16 * 0.5 \approx 5$$

HyperLogLog

- Para cardinalidades pequeñas, la estimación de *HLL* presenta un **sesgo**
- Técnica alternativa para **cardinalidades bajas**, denominada *Linear Counting*
- *Linear Counting,* con ***V*** la cantidad de registros **con valor 0**:

$$\mathrm{E}^* = m * \log(m/V)$$

- Si no hay registros con valor 0, se utiliza la estimación común de *HLL*
- Para **grandes cardinalidades** también existe una aproximación:

$$\mathrm{E}^* = -2^{32} * \log(1 - \frac{\mathrm{E}}{2^{32}})$$

HyperLogLog

- Error estándar: $stderr \approx \frac{1.04}{\sqrt{m}}$
- Ocupa espacio en **orden logarítmico** sobre los datos, muy eficiente en memoria!
- Operaciones de conteo y almacenamiento toman **O(1)** con registros fijos

HyperLogLog: Aplicaciones

- *Reddit*: Conteo de vistas totales de una publicación
- *BigQuery*: Conteo de elementos únicos en una base de datos masiva
- Análisis sobre *Big Data (Redis, Amazon Redshift, Facebook Presto, Apache Druid)*

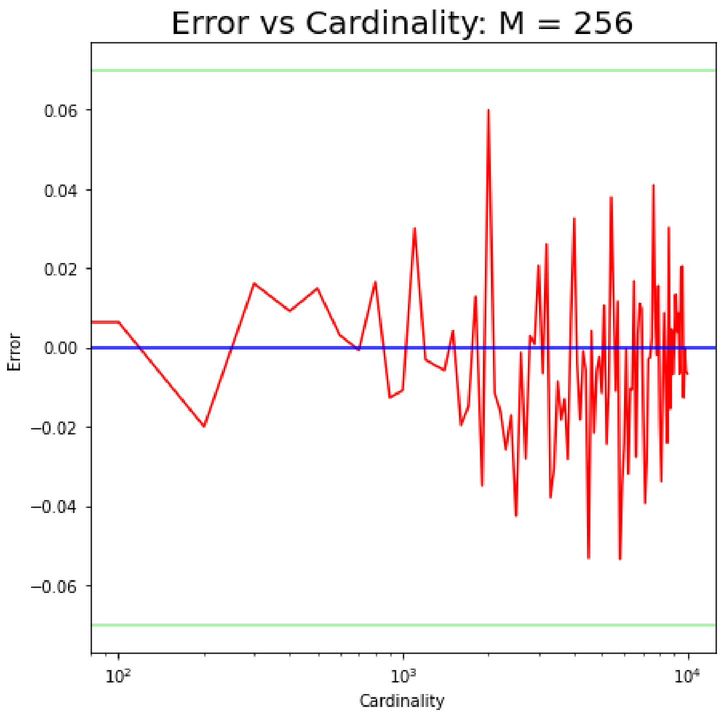
Experimentos

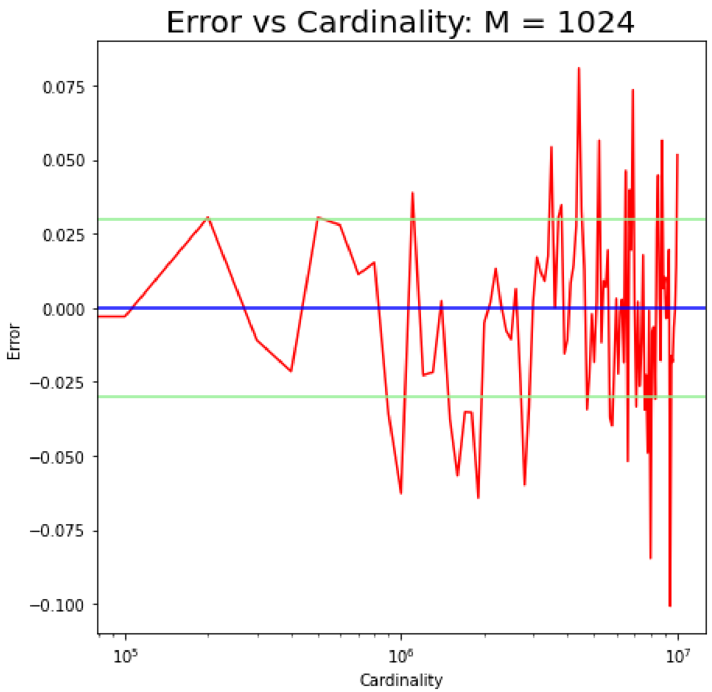
Implementación en C

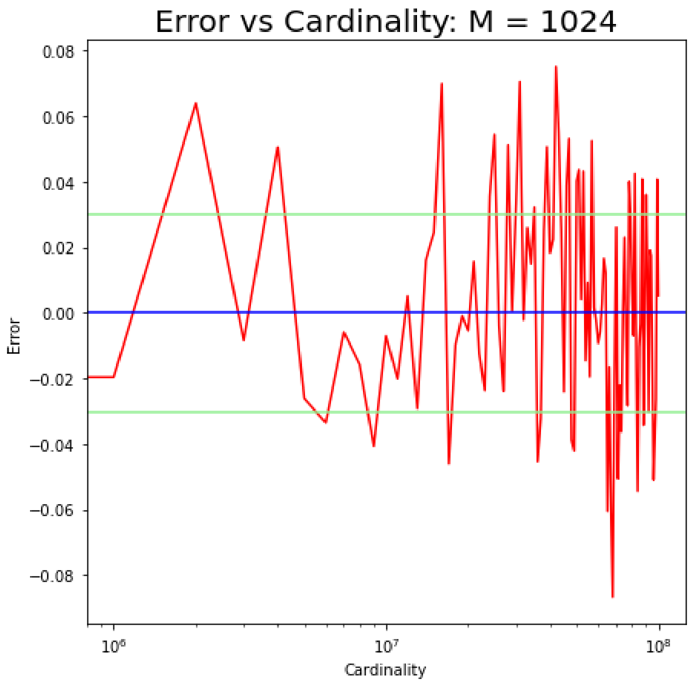
M es la cantidad de registros del HLL

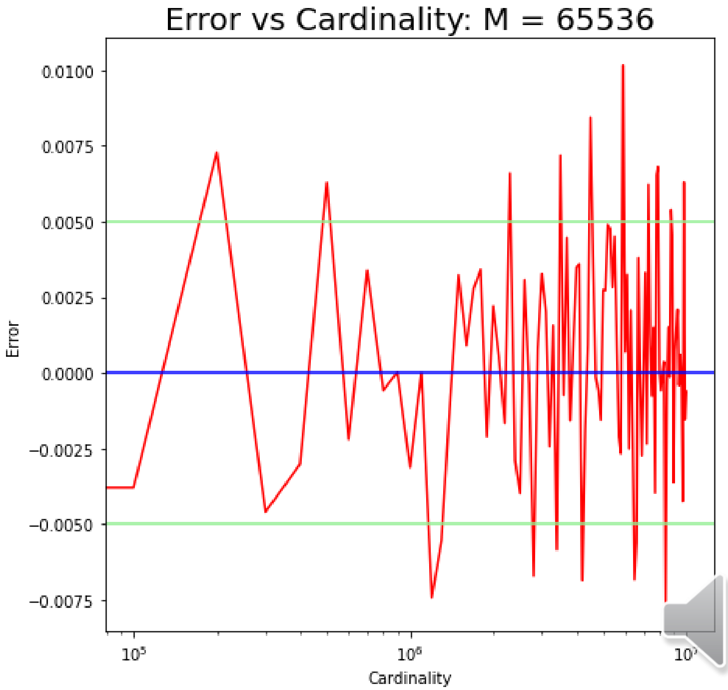
N es la cardinalidad del set de datos

Experimentos

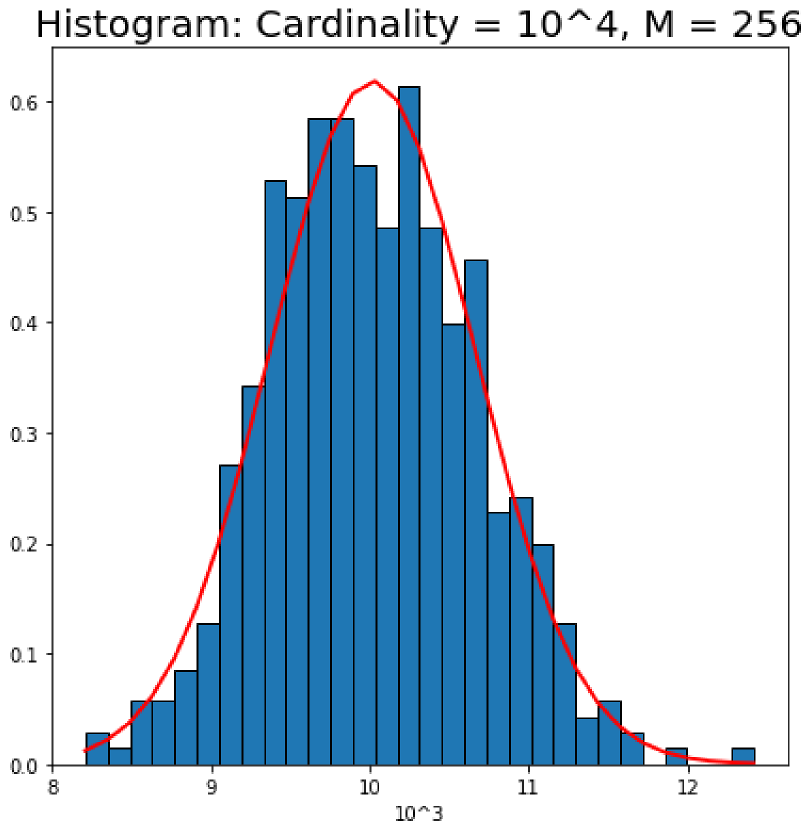


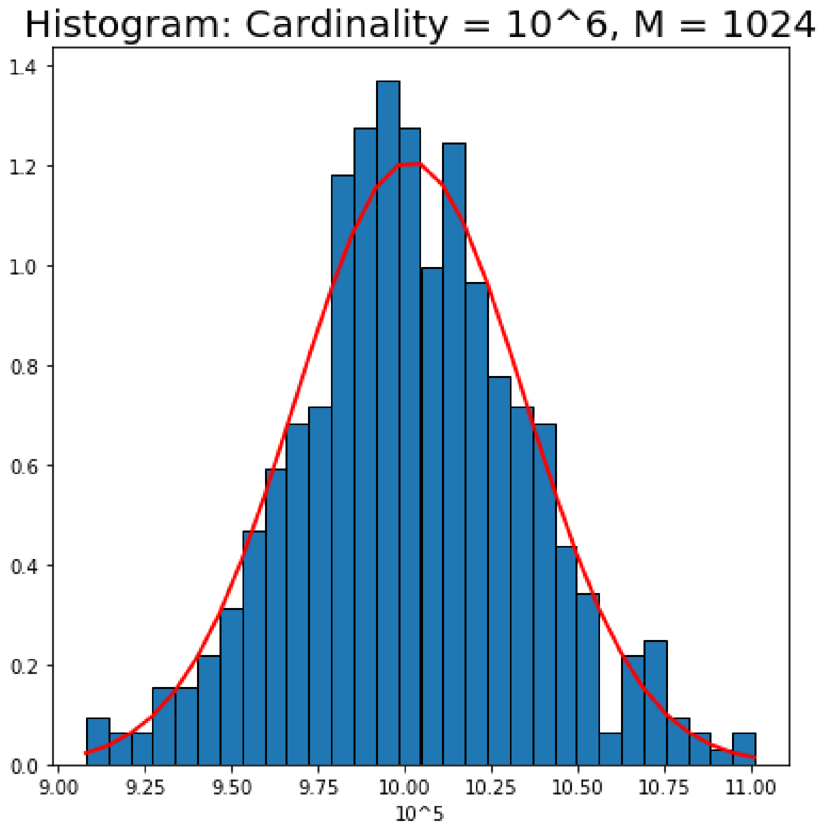






Experimentos





Mejora: HyperLogLog++

- Propuesto en el año 2013 en el paper *"HyperLogLog in Practice: Algorithmic Engineering of a State of The Art Cardinality Estimation Algorithm"*

- Mejoras respecto al **uso de memoria y precisión** para ciertos rangos de cardinalidades:
  - **1.** Uso de una función de hash de 64 bits
  - **2.** Corrección de sesgo para cardinalidades bajas
  - **3.** Representación *sparse* de registros

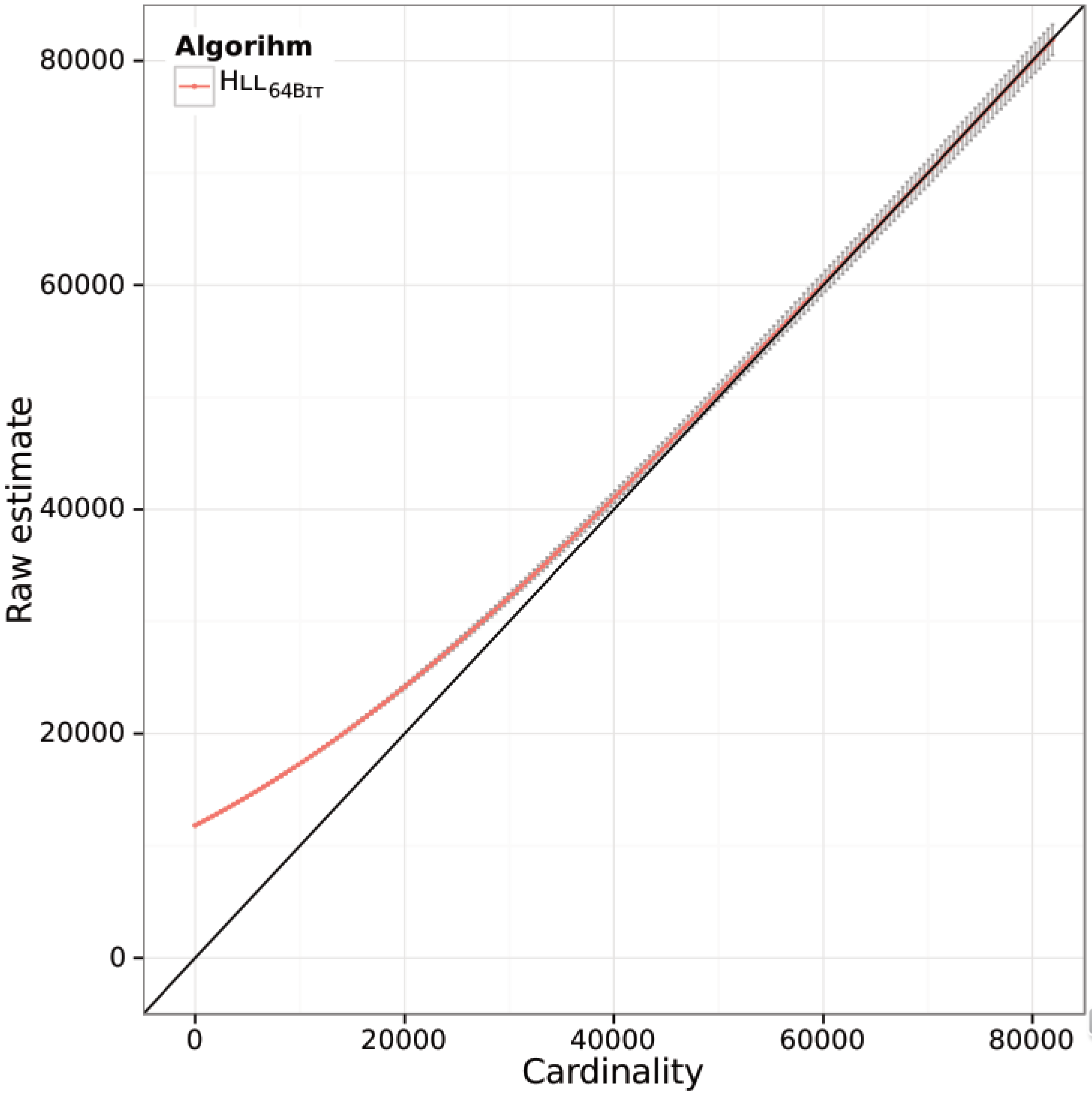
1. Uso de una Función de Hash de 64 Bits

- *HyperLogLog* original: hash de 32 bits
- Colisiones más probables con cardinalidades cercanas a 2**32
- Bajo impacto en uso de memoria: depende de la posición del primer bit 1 y del número de registros
  - Máxima posición del bit 1: $L + 1 - p$
  - Bits necesarios: $\lceil \log_2(L + 1 - p) \rceil \cdot 2^p$
  - Hash de 32 bits: $5 \cdot 2^p$ Hash de 64 bits: $\boxed{6} \cdot 2^p$

2. Corrección de Sesgo para Cardinalidades Bajas

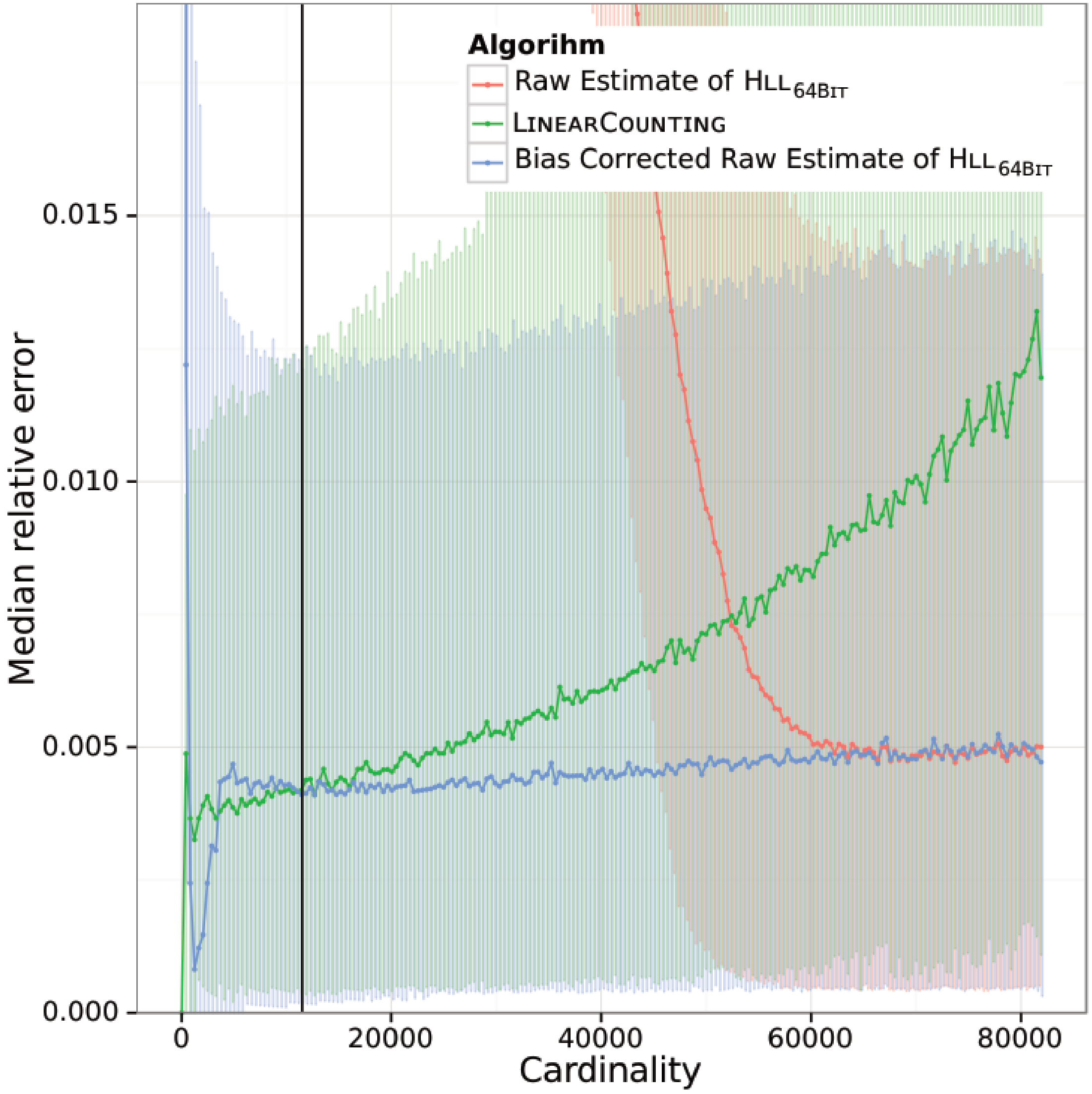
- *HyperLogLog* sobreestima la cardinalidad si ésta es baja
  - Cardinalidad = 0 -> E = 0.7m

- *HyperLogLog* usa *LinearCounting* para mejorar estos resultados, pero el error persiste para un rango importante de cardinalidades



2. Corrección de Sesgo para Cardinalidades Bajas

- **Sol:** Corrección empírica con 200 sesgos precalculados e interpolación con *KNN*
- Dependiendo de la estimación se decide entre esta solución o *LinearCounting*
- Reducción de error para un rango considerable de cardinalidades



3. Representación *Sparse* de Registros

- *HyperLogLog* usa una cantidad de memoria constante para los registros, independiente de la cardinalidad
- Con cardinalidades pequeñas, muchos registros **no son usados**
- **Sol:** Guardar pares (índice de registro, posición del primer bit 1) como un entero en una lista ordenada
- Además, se mantiene un set con nuevos enteros en base a nuevos datos
- ***Merge*** entre el set y la lista para actualizar esta última

3. Representación *Sparse* de Registros

- Representación *sparse* con mayor precisión: **p’ > p, (idx, pos1) -> (idx’, pos1’)**

- Regreso a precisión original si el uso de memoria crece demasiado **(> 6m bits)**:
  - **idx’** contiene los **p’** bits más significativos
  - Como **p’ > p**, para obtener **idx** se obtienen los **p** bits más significativos de **idx’**
  - Para obtener **pos1** se revisan los bits **63 – p** a **64 – p’** contenidos en **idx’**:
  - Si alguno de esos bits es 1, podemos obtener **pos1** a partir de **idx’**
  - Si todos son 0, entonces **pos1 = pos1’ + (p’ – p)**

Mejoras Adicionales de Memoria

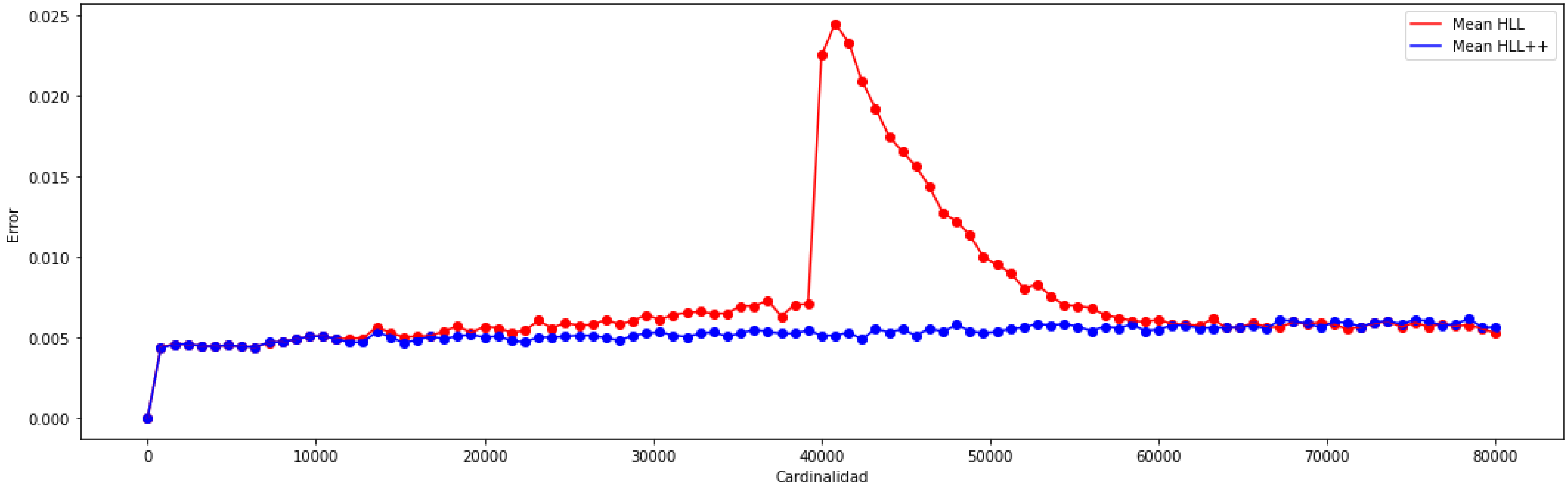
- Codificación de largo variable de enteros, en vez de usar un número fijo de bits

- Codificación de diferencias entre elementos de la lista:

  - **Lista Original:** a1, a2, a3, …

  - **Lista con Codificación de Diferencias:** a1, a2 – a1, a3 – a2, ...

Experimentos: HyperLogLog++



Conclusiones

- El algoritmo *HyperLogLog* permite estimar la cardinalidad de forma muy precisa para grandes cantidades de datos
- Ocupa muy poco espacio en su estructura de datos, siendo efectivo en la práctica
- Es un algoritmo flexible, permitiendo agregar constantes mejoras a partir de la versión inicial, con el fin de aumentar su precisión y eficiencia

Bibliografía y Referencias

[1] Flajolet, P., Fusy, É., Gandouet, O., Meunier, F. (2007). *HyperLogLog: the analysis of a near-optimal cardinality estimation algorithm*.

[2] Flajolet, P., Martin G. N. (1985). *Probabilistic Counting Algorithms for Data Base Applications*.

[3] Durand, M., Flajolet, P. (2003). *LogLog Counting of Large Cardinalities*.

[4] Hall, A., Heule, S., Nunkesser, M. (2013). *HyperLogLog in Practice: Algorithmic Engineering of a State of The Art Cardinality Estimation Algorithm*.

[5] Dial, T. (2022). C/C++ Implementation of the HyperLogLog++ cardinality estimation algorithm [Source Code]. http://dialtr.github.io/libcount/

Mi titulo

- Primero que decir
- Segundo que decir

Frase bacan → Exito