Pontificia Universidad Católica de Chile
Escuela de Ingeniería
Departamento de Ciencia de la Computación

IIC2223 - Teoría de Autómatas y Lenguajes Formales

# Ayudantía 11

Franco Bruña y Dante Pinto
3 de Diciembre, 2021

---

## Pregunta 1

Para cada uno de los siguientes *FSA*, escriba su definición y entregue una breve explicación de su utilidad.

- DFA.
- NFA y $\varepsilon$-NFA.
- Transductor.
- Autómata de un patrón.
- k-DFA y Lazy Autómata.
- PDA y PDA alternativo.
- k-PDT.
- Bottom-up PDA.
- Autómata característico.

El objetivo de esta pregunta era repasar las distintas definiciones, pero dado que tienen acceso a las clases para estudiarlas, no tiene mucho sentido escribirlas aquí.

## Pregunta 2

Decimos que $\alpha \in (V \cup \Sigma)^*$ es una *right-sentential form* si $S \overset{*}{\underset{rm}{\Longrightarrow}} \alpha$. Es decir, son todas las palabras (de variables o terminales) que produce una gramática con derivaciones por la derecha.

### 2.1

Considerando la gramática $S \to 0S1 \mid 01$, indica cuál es el *handle* de cada una de las siguientes *right-sentential forms*:

1. 000111
2. $00S11$

**Solución**

Queremos el primer *handle* para ambos casos, es decir, el primer sufijo del stack luego de una serie de *shifts* tal que este sea reducible a través de la gramática. Para cada caso respectivamente nos queda:

1. 01
2. $0S1$

## 2.2

Repita lo mismo del 2.1 para $S \rightarrow SS+ \mid SS* \mid a$ y las siguientes *right-sentential forms*:

1. $SSS + a * +$
2. $SS + a * a+$
3. $aaa * a + +$

**Solución**

De manera análoga al ejercicio anterior:

1. $SS+$
2. $SS+$
3. $a$

## 2.3

Haga, paso por paso, el *bottom-up parsing* para las siguientes palabras y gramáticas:

1. 000111 usando la gramática de 2.1.
2. $aaa * a + +$ usando la gramática de 2.2.

**Solución**

Para el caso de 000111

| Stack | Input | Handle | Operación |
|---|---|---|---|
| $ | 000111$ | | Shift |
| $0 | 00111$ | | Shift |
| $00 | 0111$ | | Shift |
| $000 | 111$ | | Shift |
| $0001 | 11$ | 01 | Reduce $S \rightarrow 01$ |
| $00S | 11$ | | Shift |
| $00S1 | 1$ | 0S1 | Reduce $S \rightarrow 0S1$ |
| $0S | 1$ | | Shift |
| $0S1 | $ | 0S1 | Reduce $S \rightarrow 0S1$ |
| $S | $ | | Accept |

Y en el caso de $aaa * a + +$:

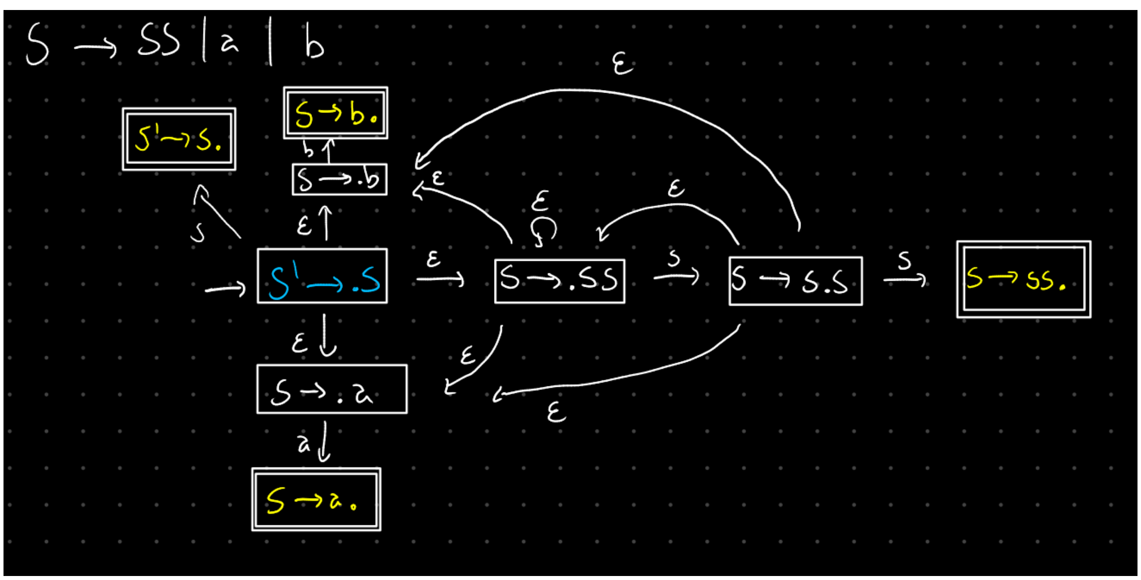
| Stack | Input | Handle | Operación |
|---|---|---|---|
| \$ | $aaa * a + +\$$ | | Shift |
| $\$a$ | $aa * a + +\$$ | $a$ | Reduce $S \to a$ |
| $\$S$ | $aa * a + +\$$ | | Shift |
| $\$Sa$ | $a * a + +\$$ | $a$ | Reduce $S \to a$ |
| $\$SS$ | $a * a + +\$$ | | Shift |
| $\$SSa$ | $*a + +\$$ | $a$ | Reduce $S \to a$ |
| $\$SSS$ | $*a + +\$$ | | Shift |
| $\$SSS*$ | $a + +\$$ | SS* | Reduce $S \to SS*$ |
| $\$SS$ | $a + +\$$ | | Shift |
| $\$SSa$ | ++\$ | a | Reduce $S \to a$ |
| $\$SSS$ | ++\$ | | Shift |
| $\$SSS+$ | +\$ | SS+ | Reduce $S \to SS+$ |
| $\$SS$ | +\$ | | Shift |
| $\$SS+$ | \$ | $SS+$ | Reduce $S \to SS+$ |
| $\$S$ | \$ | | Accept |

# Pregunta 3

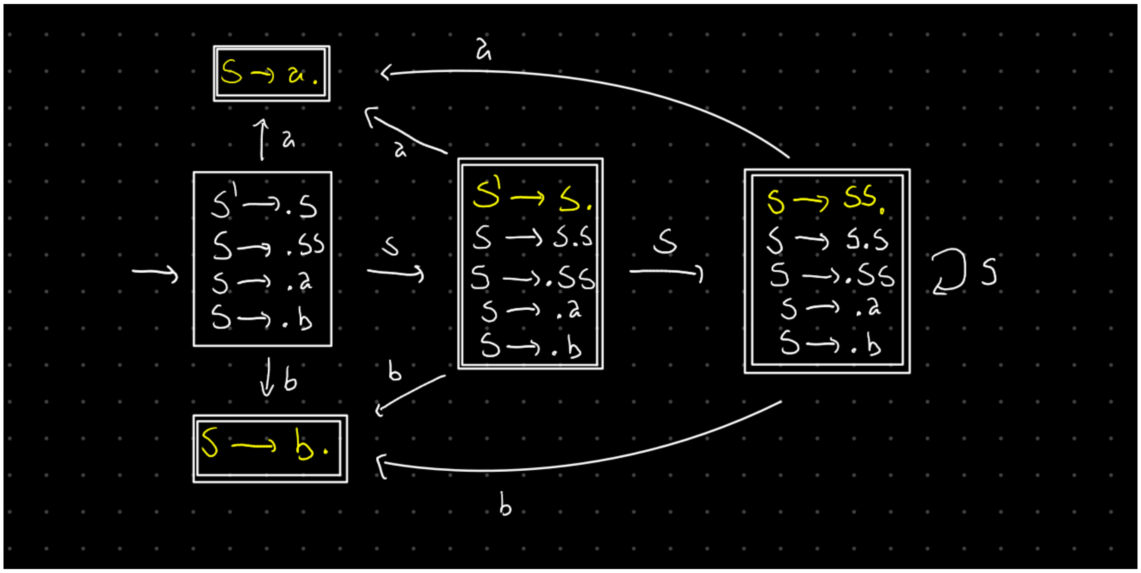
Para cada gramática libre de contexto $\mathcal{G}$ a continuación, encuentre la determinización det$[\mathcal{G}]$ de su autómata característico char$[\mathcal{G}]$:
Debido a la complejidad de los autómatas, estos se dibujaron a mano y se adjuntan a continuación.

1. $S \to \ SS \mid a \mid b$

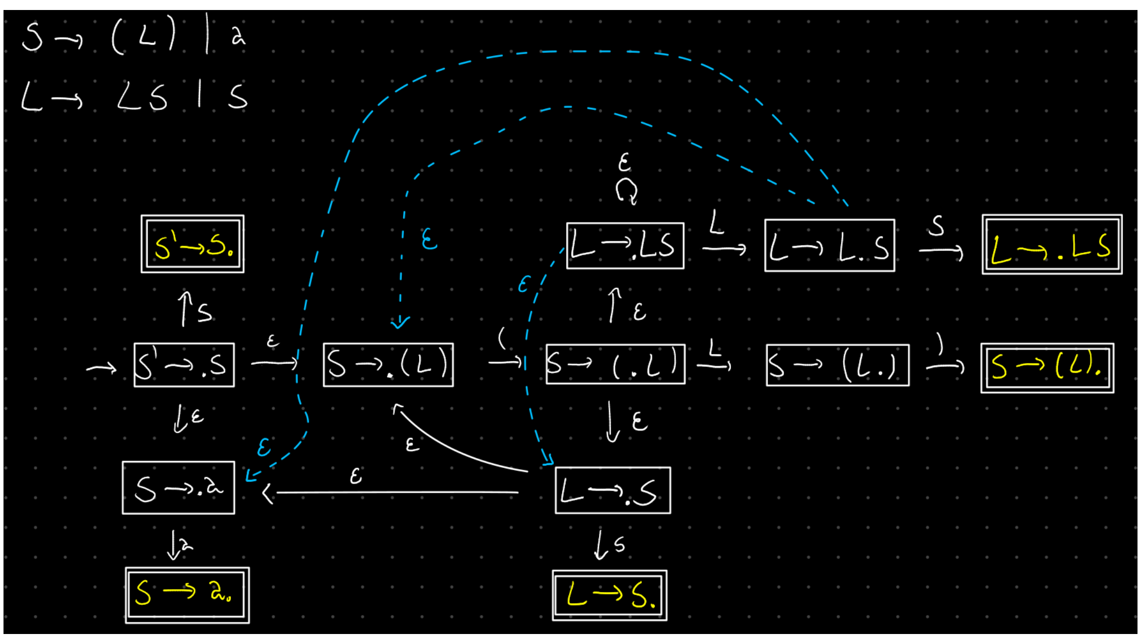
   Construyendo el autómata característico, encontramos:



Realizando la determinización del autómata anterior, tenemos:

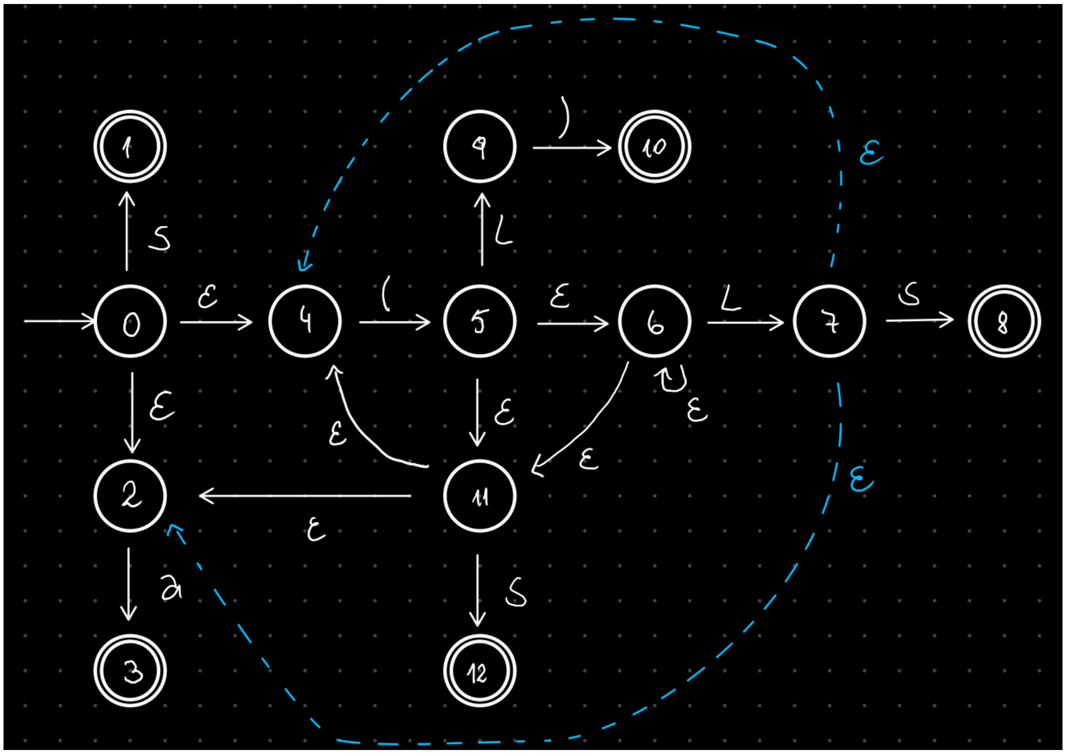



2. $S \to (L) \mid a$
   $L \to LS \mid S$
   Construyendo el autómata característico, encontramos:

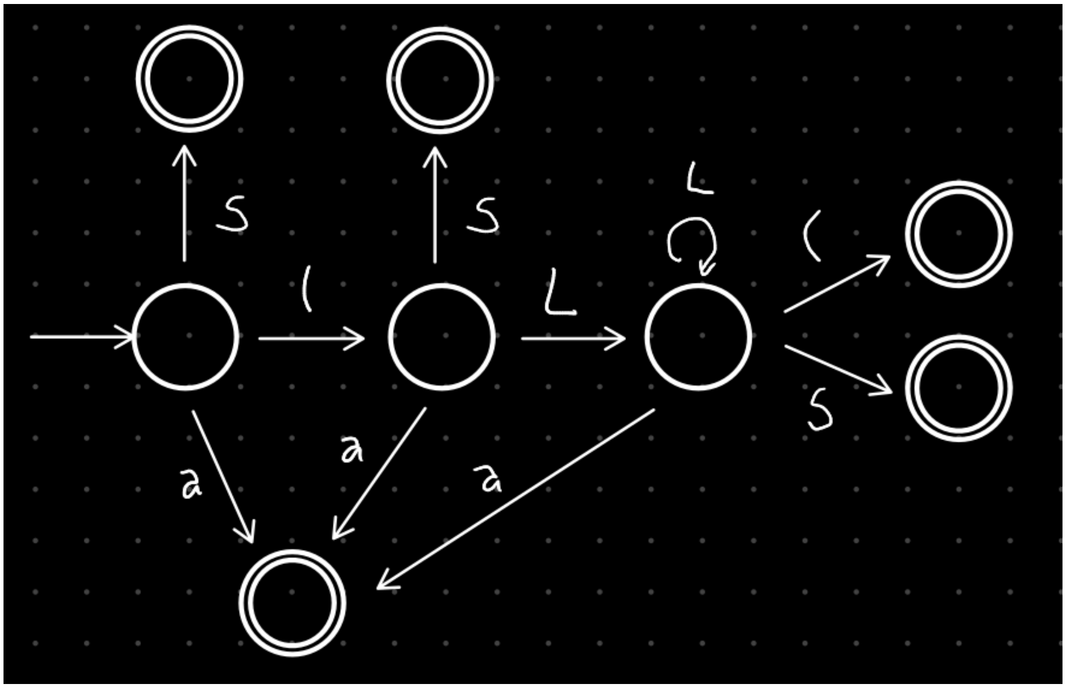


Dado que ya encontramos el autómata, podemos facilitar la determinización olvidándolos de los labels y determinizando el autómata como si lo haríamos con cualquier otro.

El autómata (sin determinizar) al abstraerse de los labels es:



Finalmente, realizando la determinización del autómata anterior, tenemos:




## Pregunta 4

Sea $\mathcal{G}$ una gramática libre de contexto y char[$\mathcal{G}$] su autómata característico.

1. Demuestre que existe $\mathcal{G}$ tal que $\mathcal{L}(\mathcal{G})$ es un lenguaje finito y $\mathcal{L}(\text{char}[\mathcal{G}])$ es un lenguaje infinito.

   Sea $\mathcal{G}$ una gramática dada por:

   $$S \to aXX \to XX|\varepsilon$$

   Es claro que la única palabra que puede producir esta gramática es $a$, por lo que su lenguaje es finito.

   Por otra parte, se puede ver que $aX^n$ será prefijo reducible para todo $n > 0$, con handle $X \to XX$. Además, todos estos prefijos son también viables, pues para cada uno de ellos existirá una derivación tal que el lado derecho de la derivación corresponde a $X^n$ o $aX^n$, por lo tanto, el lenguaje del autómata característico de esta gramática, es infinito.

2. Demuestre que existe $\mathcal{G}$ tal que $\mathcal{L}(\mathcal{G})$ es un lenguaje infinito y $\mathcal{L}(\text{char}[\mathcal{G}])$ es un lenguaje finito.

   Sea $\mathcal{G}$ una gramática dada por:

   $$S \to Sa|a$$

   Esta gramática corresponde al lenguaje $L = \{a^n : n \geq 0\}$, el cual claramente es infinito.

   Por otra parte, podemos ver que los prefijos viables que son reducibles en esta gramática son solamente $a$ y $Sa$, por lo que el lenguaje definido por su autómata característico será finito.