



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE  
 ESCUELA DE INGENIERÍA  
 DEPARTAMENTO DE CIENCIA DE LA COMPUTACIÓN

IIC2223 — Teoría de autómatas y lenguajes formales — 2' 2021

## TAREA 1

Publicación: Viernes 27 de agosto.

Entrega: **Jueves 2 de septiembre hasta las 23:59 horas.**

### Indicaciones

- Debe entregar una solución para cada pregunta (sin importar si está en blanco).
- Cada solución debe estar escrita en  $\text{\LaTeX}$ . No se aceptarán tareas escritas a mano ni en otro sistema de composición de texto.
- Responda cada pregunta en una hoja separada y ponga su nombre en cada hoja de respuesta.
- Debe entregar una copia digital por el buzón del curso, antes de la fecha/hora de entrega.
- **Se penalizará con 1 punto en la nota final de la tarea por cada regla que no se cumpla.**
- La tarea es individual.

### Pregunta 1

Sea  $\Sigma$  un alfabeto cualquiera. Para un lenguaje  $L \subseteq \Sigma^*$  se define el lenguaje:

$$L - 1 = \{w \in \Sigma^* \mid \exists a \in \Sigma. w \cdot a \in L\}$$

Demuestre que para todo lenguaje regular  $L$ , el lenguaje  $L - 1$  es regular.

### Pregunta 2

Considere el conjunto  $\{0, 1\}^3$  de vectores columna de dimensión 3. Considere también la suma y multiplicación en  $\{0, 1\}$  dado por la siguiente tabla:

		+
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

		$\times$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Para dos vectores  $\vec{v}_1$  y  $\vec{v}_2$  en  $\{0, 1\}^3$  se define  $\vec{v}_1 + \vec{v}_2 \in \{0, 1\}^3$  como la suma punto a punto de los vectores  $\vec{v}_1$  y  $\vec{v}_2$ . En cambio se define  $\vec{v}_1^t \cdot \vec{v}_2$  como la multiplicación de vectores donde  $\vec{v}_1^t$  es la transpuesta de  $\vec{v}_1$ . Por ejemplo, si  $\vec{v}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^t$  y  $\vec{v}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}^t$  entonces:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = 1$$

Demuestre que los siguientes lenguajes son regulares sobre el alfabeto  $\{0,1\}^3$ . Para cada caso muestre un autómata finito determinista o no-determinista, y explique brevemente su correctitud.

$$1. L_1 = \{\vec{v}_1 \vec{v}_2 \dots \vec{v}_n \in (\{0,1\}^3)^* \mid n \geq 1 \wedge \sum_{i=1}^n \vec{v}_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^t\}$$

$$2. L_2 = \{\vec{v}_1 \vec{v}_2 \dots \vec{v}_n \in (\{0,1\}^3)^* \mid n \geq 1 \wedge \exists i, j. i \neq j \wedge \vec{v}_i^t \cdot \vec{v}_j = 0\}$$

## Evaluación y puntajes de la tarea

Cada ítem de cada pregunta se evaluará con un puntaje de 0, 1, 2, 3 o 4 puntos. Todas las preguntas tienen la misma ponderación en la nota final y cada ítem tiene la misma ponderación en cada pregunta.