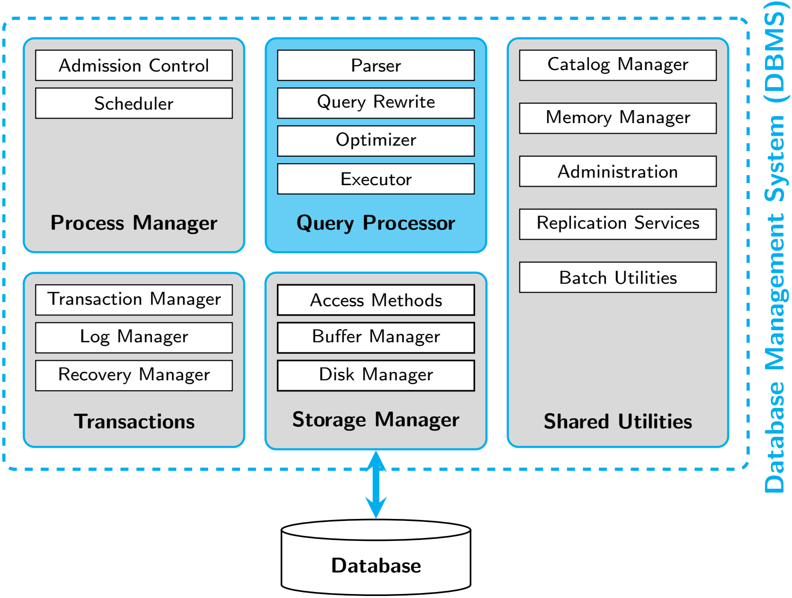
Consultas acíclicas

Clase 24

IIC 3413

Prof. Cristian Riveros

Evaluación eficiente de consultas conjuntivas



¿cuáles son las consultas conjuntivas **difíciles**?

Ejemplo: consultas con cíclos

$$ans(x, y, z) \ := \ R(x, y), S(y, z), T(z, x)$$

con las siguientes relaciones:

R	x	y
	0	a
	0	b
	1	a
	1	b
	a	0
	a	1
	b	0
	b	1

S	y	z
	0	a
	0	b
	1	a
	1	b
	a	0
	a	1
	b	0
	b	1

T	z	x
	0	a
	0	b
	1	a
	1	b
	a	0
	a	1
	b	0
	b	1

- ¿cuál es el tamaño de sus relaciones intermedias?
- ¿cuál es el tamaño del resultado total?

¿cómo definimos cuando una consulta **no tiene cíclos** (acíclica)?

Outline

Outline

Algunas simplificaciones

Para simplificar el análisis supondremos una consulta conjuntiva:

$$Q: \quad ans(\bar{y}) \ := \ R_1(\bar{x}_1), \ldots, R_n(\bar{x}_n)$$

- cada $\bar{x}_i$ no contiene constantes ni variables repetidas,
- $\bar{y}$ contiene todas las variables en Q, y
- cada $R_i \neq R_j$ para $i \neq j$ (no hay self-joins).

Ejemplo

$$ans(x, y, z) \ := \ R(x, y), S(y, z), T(z, x)$$

¿por qué podemos hacer esta simplificación?

Hipergrafo de una consulta conjuntiva

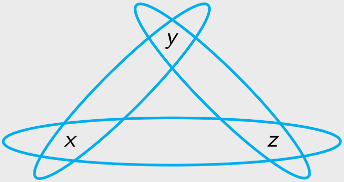
Definición

Para una CQ $Q = R_1(\bar{x}_1), \ldots, R_n(\bar{x}_n)$ definimos su **hipergrafo** $\mathcal{H}_Q = (V, E)$:

- $V = \{x \mid \exists i.\ x \text{ es una variable en } R_i\}$.
- $E = \{\{x_1, \ldots, x_k\} \subseteq 2^V \mid \exists i.\ x_1, \ldots, x_k \text{ son todas las variables de } R_i\}$.

Ejemplo

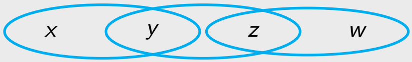
El **hipergrafo** para $R(x, y), S(y, z), T(z, x)$:



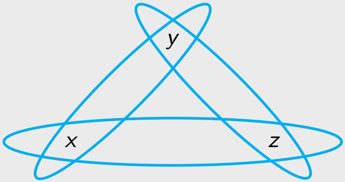
¿cómo definimos aciclicidad para un hipergrafo?

Ejemplos

- $R(x, y), S(y, z), T(z, w)$



- $R(x, y), S(y, z), T(z, x)$

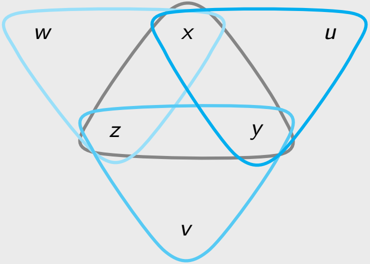


¿cómo definimos aciclicidad para un hipergrafo?

Ejemplos

¿qué sucede con esta consulta?

$$R(x, y, z),\ S(x, y, u),\ T(y, z, v),\ U(z, x, w)$$



Una **oreja** de un hipergrafo

Definición

Para un hipergrafo $\mathcal{H} = (V, E)$, una hiper-arista $O \in E$ es una **oreja** si existe una hiper-arista $C \in E$ (la "cara") tal que para todo $x \in O$, una de dos:

- x esta solo en O (i.e. $x \in O$ y, para todo $H \neq O$, $x \notin H$), o
- x aparece en C.

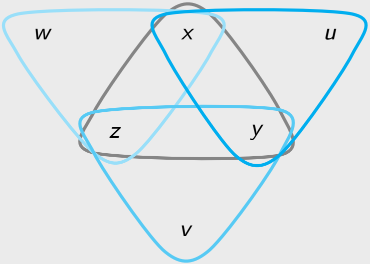
Una **oreja** de un hipergrafo

Definición

Para un hipergrafo $\mathcal{H} = (V, E)$, una hiper-arista $O \in E$ es una **oreja** si existe una hiper-arista $C \in E$ (la "cara") tal que para todo $x \in O$, una de dos:

- x esta solo en O (i.e. $x \in O$ y, para todo $H \neq O$, $x \notin H$), o
- x aparece en C.

Ejemplo



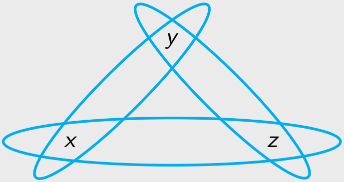
Una **oreja** de un hipergrafo

Definición

Para un hipergrafo $\mathcal{H} = (V, E)$, una hiper-arista $O \in E$ es una **oreja** si existe una hiper-arista $C \in E$ (la "cara") tal que para todo $x \in O$, una de dos:

- x esta solo en O (i.e. $x \in O$ y, para todo $H \neq O$, $x \notin H$), o
- x aparece en C.

Ejemplo



Eliminación de orejas

Definición

Para un hipergrafo $\mathcal{H} = (V, E)$, la **eliminación de una oreja** O produce el hipergrafo $\mathcal{H}' = (V', E')$ tal que:

$$\begin{aligned} E' &= E - \{O\} \\ V' &= \bigcup_{X \in E'} X \end{aligned}$$

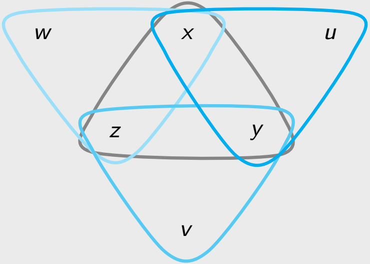
¿qué ocurre con las otras orejas al eliminar una oreja?

Hipergrafos acíclicos y orejas

Definición

Un hipergrafo es **acíclico** si es posible reducirlo **a una sola hiper-arista** por medio de eliminación de orejas.

¿és este hipergrafo acíclico?

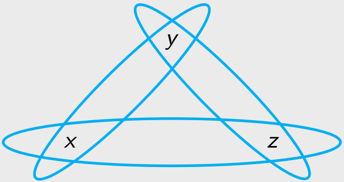


Hipergrafos acíclicos y orejas

Definición

Un hipergrafo es **acíclico** si es posible reducirlo **a una sola hiper-arista** por medio de eliminación de orejas.

¿és este hipergrafo acíclico?



Hipergrafos acíclicos y orejas

Definición

Un hipergrafo es **acíclico** si es posible reducirlo **a una sola hiper-arista** por medio de eliminación de orejas.

Teorema

Un grafo es acíclico si, y solo si,
para todo orden de eliminación de orejas el resultado final es una sola arista.

Esto nos permite verificar eficientemente
si la consulta es acíclica

. . . ¿cómo?

Outline

Consultas acíclicas

Árbol de join

Algoritmo de Yannakakis

Árboles de joins o join trees

Definición

Un **join tree** para $Q = R_1(\bar{x}_1), \ldots, R_n(\bar{x}_n)$ es un árbol $T = (N, A)$ tal que:

- $N = \{R_1(\bar{x}_1), \ldots, R_n(\bar{x}_n)\}$ y
- Para toda variable x, el subgrafo de T de todos los átomos de Q que contienen a x, es **conexo**.

Ejemplo: $R(x, y, z), S(x, y, u), T(y, z, v), U(z, x, w)$

- $R(x, y, z)$
  - $S(x, y, u)$
  - $T(y, z, v)$
  - $U(z, x, w)$

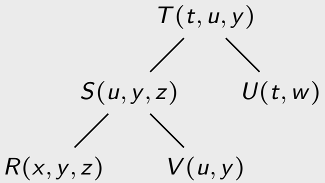
Árboles de joins o join trees

Definición

Un **join tree** para $Q = R_1(\bar{x}_1), \ldots, R_n(\bar{x}_n)$ es un árbol $T = (N, A)$ tal que:

- $N = \{R_1(\bar{x}_1), \ldots, R_n(\bar{x}_n)\}$ y
- Para toda variable x, el subgrafo de T de todos los átomos de Q que contienen a x, es **conexo**.

Ejemplo: $R(x,y,z), S(u,y,z), T(t,u,y), U(t,w), V(u,y)$



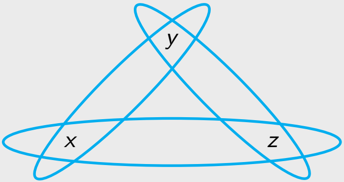
Árboles de joins o join trees

Definición

Un **join tree** para $Q = R_1(\bar{x}_1), \ldots, R_n(\bar{x}_n)$ es un árbol $T = (N, A)$ tal que:

- $N = \{R_1(\bar{x}_1), \ldots, R_n(\bar{x}_n)\}$ y
- Para toda variable x, el subgrafo de T de todos los átomos de Q que contienen a x, es **conexo**.

Ejemplo: $R(x, y), S(y, z), T(z, x)$



¿es posible encontrar un árbol de join para consultas no acíclicas?

Consultas acíclicas y árbol de join

Teorema

Una consulta Q es acíclica si, y solo si, Q tiene un árbol de join.

Demostración: ejercicio.

Outline

Semi-joins

Definición

Un **semijoin** $R_1(\bar{x}) \ltimes R_2(\bar{y})$ se define como:

$$R_1 \ltimes R_2 \ := \ \pi_{\bar{x}}\,(R_1 \bowtie R_2)$$

Ejemplo

T	**t**	**u**	**y**
	1	2	3
	2	4	7
	1	4	6
	1	3	5

$\ltimes$

S	**u**	**y**	**z**
	2	3	9
	3	5	9
	1	2	3
	1	5	9

Un semi-join deja todas las tuplas en R_1 **que hacen match** con R_2.

Semi-joins

Definición

Un **semijoin** $R_1(\bar{x}) \ltimes R_2(\bar{y})$ se define como:

$$R_1 \ltimes R_2 \;:=\; \pi_{\bar{x}}\,(R_1 \bowtie R_2)$$

Ejemplo

T	t	u	y
	1	2	3
	~~2~~	~~4~~	~~7~~
	~~1~~	~~4~~	~~6~~
	1	3	5

$\ltimes$

S	u	y	z
	2	3	9
	3	5	9
	1	2	3
	1	5	9

Un semi-join deja todas las tuplas en R_1 **que hacen match** con R_2.

Algoritmo de Yannakakis

En dos pasos:

1. Desde las hojas hasta la raíz, actualizar cada relación R de la forma:

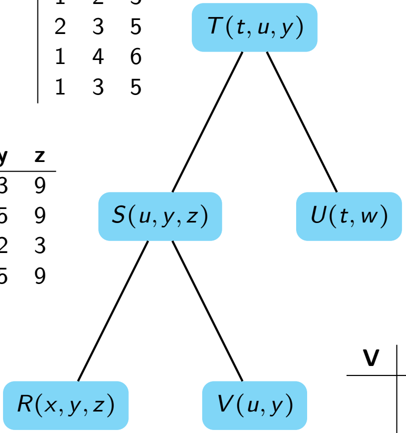
   $$R \ := \ R \ltimes S$$

   para cada hijo S de R en el árbol de join de Q.

Algoritmo de Yannakakis: Paso 1.

T	t	u	y
	1	2	3
	2	3	5
	1	4	6
	1	3	5

S	u	y	z
	2	3	9
	3	5	9
	1	2	3
	1	5	9



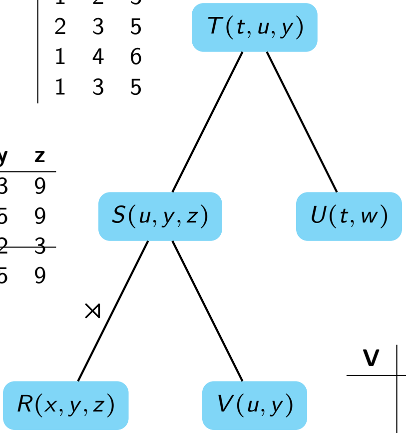
U	t	w
	1	2
	3	3

R	x	y	z
	3	2	7
	6	3	9
	4	5	9

V	u	y
	2	3
	3	5
	1	2

Algoritmo de Yannakakis: Paso 1.

T	t	u	y
	1	2	3
	2	3	5
	1	4	6
	1	3	5



S	u	y	z
	2	3	9
	3	5	9
	~~1~~	~~2~~	~~3~~
	1	5	9

U	t	w
	1	2
	3	3

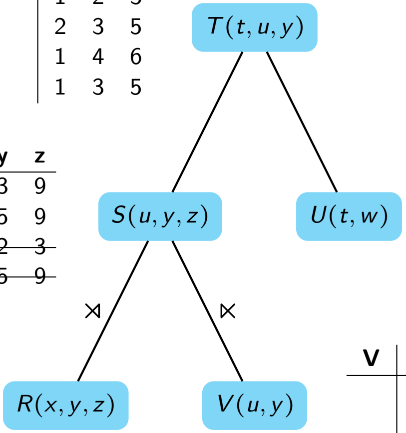
R	x	y	z
	3	2	7
	6	3	9
	4	5	9

V	u	y
	2	3
	3	5
	1	2

Algoritmo de Yannakakis: Paso 1.

T	t	u	y
	1	2	3
	2	3	5
	1	4	6
	1	3	5

S	u	y	z
	2	3	9
	3	5	9
	~~1~~	~~2~~	~~3~~
	~~1~~	~~5~~	~~9~~



U	t	w
	1	2
	3	3

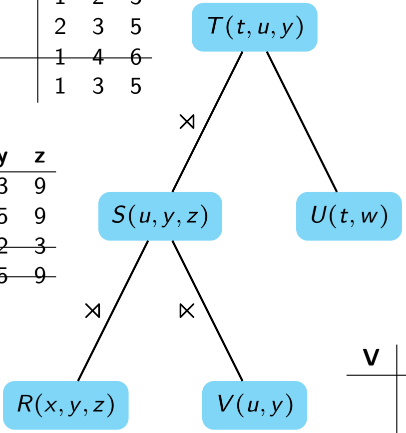
R	x	y	z
	3	2	7
	6	3	9
	4	5	9

V	u	y
	2	3
	3	5
	1	2

Algoritmo de Yannakakis: Paso 1.

T	t	u	y
	1	2	3
	2	3	5
	~~1~~	~~4~~	~~6~~
	1	3	5

S	u	y	z
	2	3	9
	3	5	9
	~~1~~	~~2~~	~~3~~
	~~1~~	~~5~~	~~9~~



U	t	w
	1	2
	3	3

R	x	y	z
	3	2	7
	6	3	9
	4	5	9

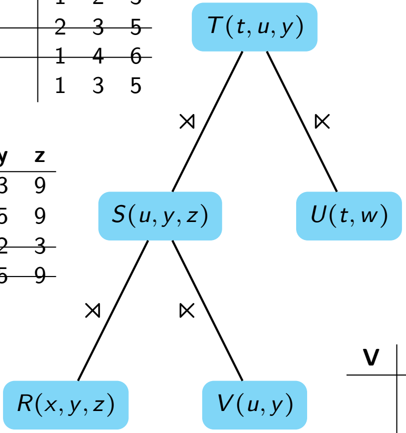
V	u	y
	2	3
	3	5
	1	2

Algoritmo de Yannakakis: Paso 1.

T	**t**	**u**	**y**
	1	2	3
	~~2~~	~~3~~	~~5~~
	~~1~~	~~4~~	~~6~~
	1	3	5

S	**u**	**y**	**z**
	2	3	9
	3	5	9
	~~1~~	~~2~~	~~3~~
	~~1~~	~~5~~	~~9~~

U	**t**	**w**
	1	2
	3	3



R	**x**	**y**	**z**
	3	2	7
	6	3	9
	4	5	9

V	**u**	**y**
	2	3
	3	5
	1	2

Algoritmo de Yannakakis

En dos pasos:

1. Desde las hojas hasta la raíz, actualizar cada relación R de la forma:

$$R \;:=\; R \ltimes S$$

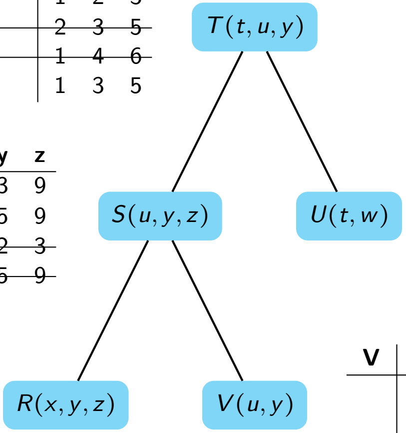
para cada hijo S de R en el árbol de join de Q.

2. Si $R_1, R_2, \ldots R_n$ es el **preorden** de los nodos del árbol de join:

foreach $t_1 \in R_1$ **do**
  foreach $t_2 \in R_2$ *and* $t_1 \bowtie t_2 = \mathtt{TRUE}$ **do**
    foreach $t_3 \in R_3$ *and* $t_1 \bowtie t_2 \bowtie t_3 = \mathtt{TRUE}$ **do**
      $\vdots$
      foreach $t_n \in R_n$ *and* $t_1 \bowtie t_2 \bowtie \cdots \bowtie t_n = \mathtt{TRUE}$ **do**
        enumerate $t_1 \bowtie t_2 \bowtie \cdots \bowtie t_n$

Algoritmo de Yannakakis: Paso 2.

T	t	u	y
	1	2	3
	~~2~~	~~3~~	~~5~~
	~~1~~	~~4~~	~~6~~
	1	3	5



S	u	y	z
	2	3	9
	3	5	9
	~~1~~	~~2~~	~~3~~
	~~1~~	~~5~~	~~9~~

U	t	w
	1	2
	3	3

R	x	y	z
	3	2	7
	6	3	9
	4	5	9

V	u	y
	2	3
	3	5
	1	2

Algoritmo de Yannakakis: correctitud

Teorema

Dado una consulta acíclica Q y una base de datos $\mathcal{D}$, el algoritmo de Yannakakis enumera todas las tuplas en $Q(\mathcal{D})$ tal que toma:

- tiempo polinomial en Q y $\mathcal{D}$ para entregar la **primera tupla** de $Q(\mathcal{D})$, y
- tiempo polinomial en Q y $\mathcal{D}$ entre cada **siguiente tupla** de $Q(\mathcal{D})$.

Tiempo de algoritmo de Yannakakis

Sea $Q : R_1, \ldots, R_n$ una consulta acíclica y
$|R|$ el tamaño de la relación más grande en la BD $\mathcal{D}$.

Tiempo Paso 1: $\mathcal{O}\big(\, |Q| \cdot |R| \cdot \log(|R|) \,\big)$

Tiempo Paso 2: $\mathcal{O}\big(\, |Q| \cdot |R| \cdot |Q(\mathcal{D})| \,\big)$

Tiempo total: $\mathcal{O}\big(\, |Q| \cdot |R| \cdot (\log(|R|) + |Q(\mathcal{D})|) \,\big)$

¿es posible mejorar el tiempo del algoritmo de Yannakakis?