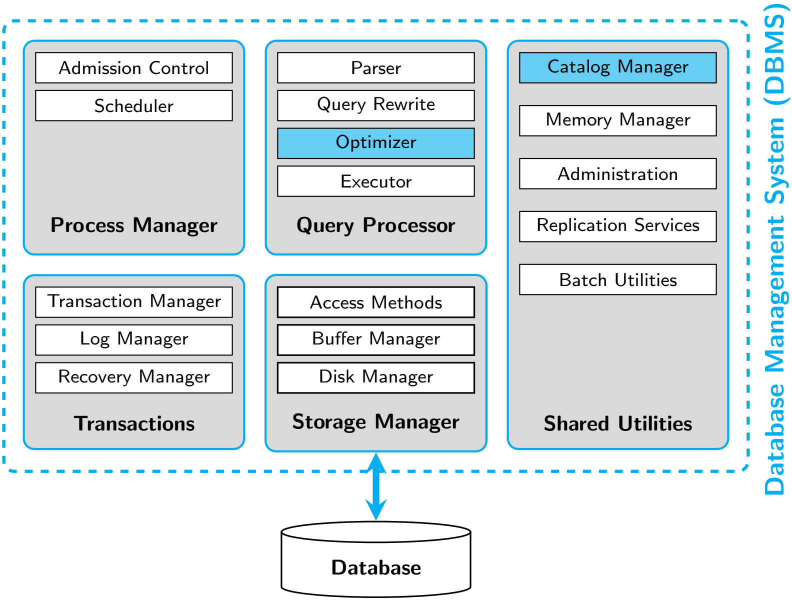
Estimación de cardinalidades

Clase 14

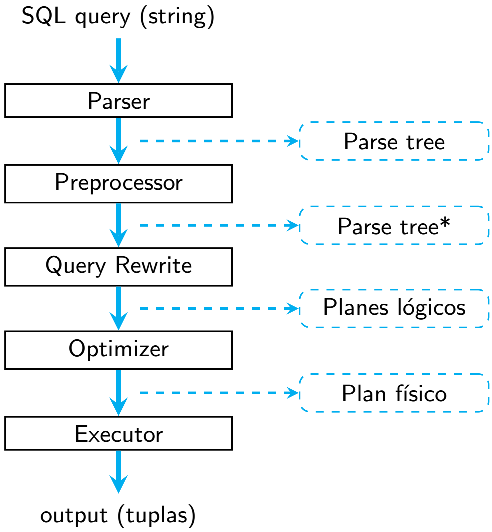
IIC 3413

Prof. Cristian Riveros

Implementación de operadores relacionales



¿cómo estimamos cuál es el mejor plan de consultas?



Estimación de costos y cardinalidades

Para escoger el mejor **plan físico** debemos estimar cual es su **costo total**.

- costo de uno o varios **operadores físicos**.
- tamaño de resultados intermedios.
- selectividad de un predicado.
- cantidad de valores distintos.

"Performance del DBMS esta fuertemente ligado a una buena estimación del costo de sus planes."

Parámetros para medir costo

Parámetros de interés:

cost(R):	costo (en I/O) para computar R.
pages(R):	cantidad de páginas necesarias para almacenar R.
$\lvert R \rvert$:	cantidad de tuplas/records en R.
rsize(R):	tamaño de una tupla/record (promedio) en R.
distinct(R):	cantidad de elementos distintos en R.
$\text{distinct}_a(R)$:	cantidad de elementos distintos en el campo $R.a$.
$\text{sel}_p(R)$:	fracción de tuplas/records en R que satisfacen p.
$\lvert \text{page} \rvert$:	tamaño/espacio de una página*.

$$0 \leq \text{sel}_p(R) = \frac{|\sigma_p(R)|}{|R|} \leq 1$$

Estimación de costos y cardinalidades

Ejemplo

- Selección sin índice (σ_p):

$$
\begin{aligned}
\mathrm{cost}(\sigma_p(R)) &= \mathrm{cost}(R) \\
\mathrm{pages}(\sigma_p(R)) &= \mathrm{sel}_p(R) \cdot \mathrm{pages}(R) \\
|\sigma_p(R)| &= \mathrm{sel}_p(R) \cdot |R| \\
\mathrm{rsize}(\sigma_p(R)) &= \mathrm{rsize}(R)
\end{aligned}
$$

Estimación de costos y cardinalidades

Ejemplo

- Selección con índice **clustered** (σ_p):

$$
\begin{aligned}
\mathrm{cost}(\sigma_p(R)) &= \underbrace{\mathrm{cost}(I)}_{\approx 3} + \mathrm{sel}_p(R) \cdot \mathrm{pages}(R) \\
\mathrm{pages}(\sigma_p(R)) &= \mathrm{sel}_p(R) \cdot \mathrm{pages}(R) \\
|\sigma_p(R)| &= \mathrm{sel}_p(R) \cdot |R| \\
\mathrm{rsize}(\sigma_p(R)) &= \mathrm{rsize}(R)
\end{aligned}
$$

Estimación de costos y cardinalidades

Ejemplo

- Proyección (π_L):

$$\begin{aligned} \text{cost}(\pi_L(R)) &= \text{cost}(R) \\ \text{pages}(\pi_L(R)) &= \frac{\text{rsize}(\pi_L(R))}{\text{rsize}(R)} \cdot \text{pages}(R) \\ |\pi_L(R)| &= |R| \\ \text{rsize}(\pi_L(R)) &= \sum_{att \in L} \mathbb{E}(|\pi_{att}(R)|) \end{aligned}$$

Estimación de costos y cardinalidades

Ejemplo

- Eliminación de duplicados con sorting (δ):

$$\begin{aligned}
\text{cost}(\delta(R)) &= \text{cost}(R) + 2 \cdot \text{pages}(R) \\
\text{pages}(\delta(R)) &= \tfrac{\text{distinct}(R) \cdot \text{rsize}(R)}{|\text{page}|} \\
|\delta(R)| &= \text{distinct}(R) \\
\text{rsize}(\tau(R)) &= \text{rsize}(R)
\end{aligned}$$

Estimación de costos y cardinalidades

Ejemplo

- Block nested loop join ($\bowtie_p$):

$$
\begin{aligned}
\text{cost}(R \bowtie_p S) &= \text{cost}(R) + \tfrac{\text{pages}(R)}{B} \cdot \text{cost}(S) \\
\text{pages}(R \bowtie_p S) &= \text{sel}_p(R \times S) \cdot \text{pages}(R) \cdot \text{pages}(S) \\
|R \bowtie_p S| &= \text{sel}_p(R \times S) \cdot |R| \cdot |S| \\
\text{rsize}(R \bowtie_p S) &= \text{rsize}(R) + \text{rsize}(S)
\end{aligned}
$$

Estimación de costos y cardinalidades

Ejemplo

- Sort-merge join ($\bowtie_{A=B}$):

$$
\begin{aligned}
\text{cost}(R \bowtie_{A=B} S) &= \text{cost}(R) + \text{cost}(S) + 2 \cdot (\text{pages}(R) + \text{pages}(S)) \\
\text{pages}(R \bowtie_{A=B} S) &= \text{sel}_p(R \times S) \cdot \text{pages}(R) \cdot \text{pages}(S) \\
|R \bowtie_{A=B} S| &= \text{sel}_p(R \times S) \cdot |R| \cdot |S| \\
\text{rsize}(R \bowtie_{A=B} S) &= \text{rsize}(R) + \text{rsize}(S)
\end{aligned}
$$

Estimación de costos y cardinalidades

1. El **costo** de un operador físico depende de:
   - $\text{pages}(\cdot)$ y $|\cdot|$ (tamaño del input).
   - $\text{sel}_p(\cdot)$ (selectividad).
2. El tamaño de las **relaciones intermedias** depende de:
   - $|\cdot|$ (tamaño en tuplas/records).
   - $\text{sel}_p(\cdot)$ (selectividad).
   - $\text{distinct}(\cdot)$ (número de tuplas distintas).
   - $\text{distinct}_a(\cdot)$ (número de valores distintos).

Estimación de costos y cardinalidades

Por lo tanto, en esta clase estimaremos:

- **Selectividad** de un predicado: $\text{sel}_p(R)$.
- Output de un operador lógico:

$$|*(R)| \text{ y } |R * S|.$$

- Número de **tuplas distintas**: $\text{distinct}(R)$.
- Número de **valores distintos**: $\text{distinct}_a(R)$.

Outline

Outline

Selectividad

$\mathrm{sel}_p(R)$: fracción de tuplas/records en R que satisfacen p.

En formula:

$$0 \leq \mathrm{sel}_p(R) = \frac{|\sigma_p(R)|}{|R|} \leq 1$$

Donde p es una combinación booleana $(\wedge, \vee)$ de términos:

$$\begin{array}{ccc} \mathit{attributo}_1 & \mathrm{op} & \mathit{attributo}_2 \\ \mathit{attributo} & \mathrm{op} & \mathit{constante} \end{array}$$

con op $\in \{=, \leq, \geq, <, >\}$.

Estimación del output de una selección: $\sigma_{A=c}(R)$

Suposición **uniformidad de duplicados** (S1):

> *"La cantidad de valores duplicados en $\pi_A(R)$ se distribuye uniformemente sobre los valores distintos en $\pi_A(R)$."*

En formulas:

$$\text{sel}^*_{A=c}(R) = \frac{N}{N \cdot \text{distinct}_A(R)} = \frac{1}{\text{distinct}_A(R)}$$

Estimación del output para $\sigma_{A=c}(R)$:

$$|\sigma_{A=c}(R)|^* = \text{sel}^*_{A=c}(R) \cdot |R| = \frac{|R|}{\text{distinct}_A(R)}$$

¿es $\text{sel}^*_{A=c}(R)$ una buena estimación? ¿que tan mala puede ser?

Estimación del output de una selección con $\leq$: $\sigma_{A \leq c}(R)$

Suposición **uniformidad de distribución** (S2):

> *"Los valores se distribuyen*
> *uniforme en el dominio de $\pi_A(R)$."*

En formulas:

$$\mathrm{sel}^*_{A \leq c}(R) = \frac{c - \mathrm{low}_A(R)}{\mathrm{high}_A(R) - \mathrm{low}_A(R)}$$

Estimación del **output** para $\sigma_{A \leq c}(R)$:

$$\begin{aligned} |\sigma_{A \leq c}(R)|^* &= \mathrm{sel}^*_{A \leq c}(R) \cdot |R| \\ &= \tfrac{c - \mathrm{low}_A(R)}{\mathrm{high}_A(R) - \mathrm{low}_A(R)} \cdot |R| \end{aligned}$$

Estimación del output de una selección con $\neq$: $\sigma_{A \neq c}(R)$

De nuevo, suposición **uniformidad de duplicados** (S1):

> *"La cantidad de valores duplicados en $\pi_A(R)$ se distribuye uniformemente sobre los valores distintos en $\pi_A(R)$."*

En formulas:

$$\mathrm{sel}^*_{A \neq c}(R) = \frac{N \cdot (\mathrm{distinct}_A(R) - 1)}{N \cdot \mathrm{distinct}_A(R)} = \frac{\mathrm{distinct}_A(R) - 1}{\mathrm{distinct}_A(R)}$$

Estimación del output para $\sigma_{A \neq c}(R)$:

$$|\sigma_{A \neq c}(R)|^* = \frac{\mathrm{distinct}_A(R) - 1}{\mathrm{distinct}_A(R)} \cdot |R|$$

Estimación del output con conjunción: $p := p_1 \ \texttt{AND} \ p_2$

Suposición **independencia de predicados** (S3):

> *"La selectividad de cada subpredicado es independiente del resto."*

En formulas para la selección $p_1 \ \texttt{AND} \ p_2$:

$$\text{sel}^*_{p_1 \texttt{AND} p_2}(R) = \text{sel}^*_{p_1}(R) \cdot \text{sel}^*_{p_2}(R)$$

Ejemplo

Sea una relación $R(A, B)$ con $|R| = 10.000$, tal que:

$$\begin{aligned} \text{distinct}_A(R) &= 50 \\ \text{high}_B(R) &= 100 \\ \text{low}_B(R) &= 0 \end{aligned}$$

- ¿cuál es la estimación del output de $\sigma_{A=10 \ \texttt{AND} \ B \leq 20}(R)$?

Estimación de selección con disyunción: $p := p_1 \texttt{ OR } p_2$

Posibilidades:

1. Suponer **selección disjunta**.

   "Ninguna tupla/record satisface ambos predicados a la vez."

$$\mathrm{sel}^*_{p_1 \texttt{ OR } p_2}(R) \;=\; \min\{\mathrm{sel}^*_{p_1}(R) + \mathrm{sel}^*_{p_2}(R), 1\}$$

2. Usar el complemento de $p = \neg(\neg p_1 \texttt{ AND } \neg p_2)$:

$$\begin{aligned}
\mathrm{sel}^*_{p_1 \texttt{ OR } p_2}(R) &= 1 - \mathrm{sel}^*_{\neg p_1}(R) \cdot \mathrm{sel}^*_{\neg p_2}(R) \\
&= 1 - (1 - \mathrm{sel}^*_{p_1}(R)) \cdot (1 - \mathrm{sel}^*_{p_2}(R))
\end{aligned}$$

Estimación de selección con disyunción: $p := p_1 \ \texttt{OR} \ p_2$

Ejemplo

Sea una relación $R(A, B)$ con $|R| = 10.000$, tal que:

$$\begin{aligned} \text{distinct}_A(R) &= 50 \\ \text{high}_B(R) &= 100 \\ \text{low}_B(R) &= 0 \end{aligned}$$

- ¿cuál es la estimación del output de $\sigma_{A=10 \ \texttt{OR} \ B \leq 20}(R)$?

Outline

Estimación del output de un join

Para nuestros análisis solo consideraremos **natural joins**:

- Equi-joins se pueden transformar en natural joins.
- *p*-joins puede verse como una selección compuesto de un natural join.

Problemas de estimar el output de un join

Para un join $R(X,Y) \bowtie S(Y,Z)$:

1. Si $\pi_Y(R) \cap \pi_Y(S) = \varnothing$, entonces

$$|R(X,Y) \bowtie S(Y,Z)| \;=\; 0$$

2. Si Y en S es una **llave foránea** de R, entonces

$$|R(X,Y) \bowtie S(Y,Z)| \;=\; |S(Y,Z)|$$

3. Si $\pi_Y(R)$ y $\pi_Y(S)$ tienen el mismo y único valor, entonces

$$|R(X,Y) \bowtie S(Y,Z)| \;=\; |R(X,Y)| \cdot |S(Y,Z)|$$

¿cómo podemos estimar el output de un **join**?

Suposición para estimación de joins

Suposición **contención de conjunto de valores** (S4):

> *"Si Y es una atributo que aparece en varias relaciones, entonces cada relación escoge sus valores desde el comienzo de una lista fija de valores $y_1, y_2, y_3, \ldots$ y tiene todos los valores de este prefijo."*

Ejemplo

Las siguientes relaciones satisfacen la suposición:

$$\begin{aligned} R(X, Y) &= \{(a, 1), (a, 2), (b, 2), (c, 1)\} \\ S(Y, Z) &= \{(2, x), (3, y), (1, z), (4, x)\} \end{aligned}$$

¿la siguiente?

$$\begin{aligned} R(X, Y) &= \{(a, 4), (a, 3), (b, 7), (c, 9)\} \\ S(Y, Z) &= \{(7, x), (2, y), (3, z), (9, x)\} \end{aligned}$$

Suposición para estimación de joins

Suposición **contención de conjunto de valores** (S4):

> *"Si Y es una atributo que aparece en varias relaciones, entonces cada relación escoge sus valores desde el comienzo de una lista fija de valores $y_1, y_2, y_3, \ldots$ y tiene todos los valores de este prefijo."*

Una **consecuencia** de esta suposición es que, si $\text{distinct}_Y(R) \leq \text{distinct}_Y(S)$, entonces:

$$\delta(\pi_Y(R)) \subseteq \delta(\pi_Y(S))$$

¿es realista esta suposición?

- claves foráneas.
- joins con pocos valores "sin match".

Estimación del output de un join: $R(X, Y) \bowtie S(Y, Z)$

Suponiendo:

1. **contención de conjunto de valores** (S4).
2. **uniformidad de duplicados** (S1).

Estimación del output de un join: $R(X, Y) \bowtie S(Y, Z)$

Suponiendo (S4) y (S1):

- si $\text{distinct}_Y(R) \leq \text{distinct}_Y(S)$ entonces:

$$\begin{aligned}
\text{sel}^*_{R.Y=S.Y}(R \times S) &= \frac{|\sigma_{R.Y=S.Y}(R \times S)|}{|R \times S|} \\
&= \frac{\sum_{v \in \pi_Y(R)} |\sigma_{Y=v}(S)|}{|R| \cdot |S|} \quad (S4) \\
&= \frac{\sum_{v \in \pi_Y(R)} \frac{|S|}{\text{distinct}_Y(S)}}{|R| \cdot |S|} \quad (S1) \\
&= \frac{1}{\text{distinct}_Y(S)}
\end{aligned}$$

- si $\text{distinct}_Y(R) \geq \text{distinct}_Y(S)$ entonces (analogamente):

$$\text{sel}^*_{R.Y=S.Y}(R \times S) = \frac{1}{\text{distinct}_Y(R)}$$

Estimación del output de un join: $R(X, Y) \bowtie S(Y, Z)$

Suponiendo:

1. **contención de conjunto de valores** (S4).
2. **uniformidad de duplicados** (S1).

obtenemos el siguiente estimador:

$$\text{sel}^*_{R.Y=S.Y}(R \times S) \;=\; \frac{1}{\max\{\text{distinct}_Y(R), \text{distinct}_Y(S)\}}$$

Estimación del output para $R(X, Y) \bowtie S(Y, Z)$:

$$|R(X, Y) \bowtie S(Y, Z)|^* \;=\; \frac{|R| \cdot |S|}{\max\{\text{distinct}_Y(R), \text{distinct}_Y(S)\}}$$

Estimación del output de un join: $R(X, Y) \bowtie S(Y, Z)$

Suponiendo:

1. **contención de conjunto de valores** (S4).
2. **uniformidad de duplicados** (S1).

Ejemplo

	$R(A, B)$	$S(B, C)$
$\lvert \cdot \rvert$	1000	2000
$\text{distinct}_B(\cdot)$	20	50

¿cuál es la estimación del output de $R(A, B) \bowtie S(B, C)$?

Estimación del output de un join con multiples variables

Joins de la forma:

$$R(X,Y,Z) \bowtie S(Z,Y,W) \qquad\qquad o$$

$$R(X,Y,Z) \bowtie_{R.Y=S.Y \ \texttt{AND} \ R.Z=S.Z} S(Z,Y,W)$$

Suponemos la independencia de los predicados.

Estimación del output de un join con multiples variables

Suponiendo:

1. **contención de conjunto de valores** (S4).
2. **uniformidad de duplicados** (S1).
3. **independencia de predicados** (S3).

Selectividad de join de multiples variables:

$$\text{sel}^*_{X=Y \texttt{ AND } Z=W}(R \times S) \;=\; \text{sel}^*_{X=Y}(R \times S) \cdot \text{sel}^*_{Z=W}(R \times S)$$

Estimación de output para $R \cup S$

- Si es **bag-union**:

$$|R \cup S| = |R| + |S|$$

- Si es **set-union**:

$$\max\{|R|, |S|\} \leq |R \cup S|^* \leq |R| + |S|$$

Un posible estimador para **set-union**:

$$|R \cup S|^* = \max\left\{|R| + \frac{|S|}{2}, |S| + \frac{|R|}{2}\right\}$$

Estimación de output para $R \cap S$

- Para **bag-intersection** o **set-intersection**:

$$0 \leq |R \cap S|^* \leq \min\{|R|, |S|\}$$

Un posible estimador para **intersection**:

$$|R \cap S|^* = \frac{\min\{|R|, |S|\}}{2}$$

Estimación de tamaño para duplicados y groupby

Tanto para **eliminación de duplicados** $\delta(R)$ y **groupby** $\gamma_L(R)$:

$$
\begin{aligned}
|\delta(R)| &= \text{distinct}(R) \\
|\gamma_L(R)| &= \text{distinct}_L(R)
\end{aligned}
$$

¿cómo estimamos $\text{distinct}(R)$ y $\text{distinct}_L(R)$?

Outline

Estimación de elementos distintos

Debemos hacer dos tipos de estimaciones:

1. (**Relación**) Dado una relación R, como mantener:

$$\text{distinct}_L(R)$$

2. (**Operador**) Dado las relaciones R y S y un operador $*$, como estimar:

$$\text{distinct}_L(*(R)) \quad o \quad \text{distinct}_L(R * S)$$

donde L es una lista de atributos.

Estimación de elementos distintos para una **relación**

Para una relación R, podemos calcular $\text{distinct}_L(R)$:

1. Periódicamente y almacenarlo en el catálogo.

2. En cada actualización.

Estimación de elementos distintos para **operadores**

Para una **selección*** (suponiendo uniformidad):

$$\text{distinct}^*_{A'}(\sigma_p(R)) \;=\; c(\text{distinct}_{A'}(R), |\sigma_p(R)|)$$

Donde:

$$c(m, r) \;=\; \begin{cases} r & \text{si } r \;<\; \frac{m}{2} \\ \frac{r+m}{3} & \text{si } \frac{m}{2} \;\leq\; r \;\leq\; 2m \\ m & \text{si } 2m \;<\; r \end{cases}$$

estimador del **número de colores distintos** obtenidos al sacar r **elementos** de una bolsa que tiene m colores distintos.

Estimación de elementos distintos para **operadores**

Suposición **conservación del conjunto de valores** (S5):

> *"Los valores R de un atributo A, que NO participan en un join, se conservan en el resultado."*

En formulas, si A no es atributo de S entonces:

$$\text{distinct}^*_A(R \bowtie S) \;=\; \text{distinct}_A(R)$$

¿Es esta suposición realista?

- claves foráneas.

Outline

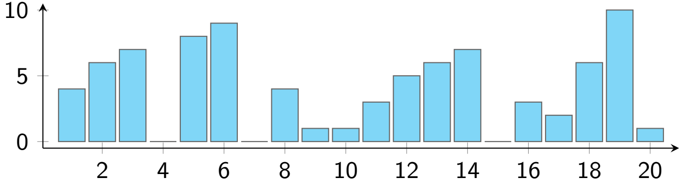
Histogramas

- En la práctica, valores NO siguen una distribución uniforme.
- DBMS usan **histogramas** para modelar esta no-uniformidad.
  - Dominio es dividido en intervalos.
  - Por cada intervalo se mantiene:
    1. Frecuencia (cantidad) de elementos.
    2. Cantidad de elementos distintos.

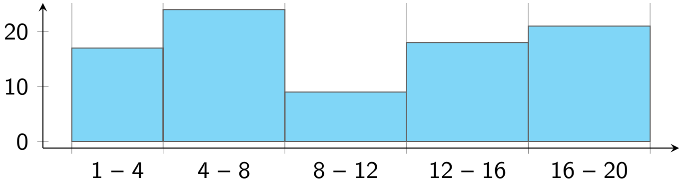
Todo DBMS mantiene histogramas actualizados en su catálogo

Tipos de Histogramas

Histogramas **equi-width**

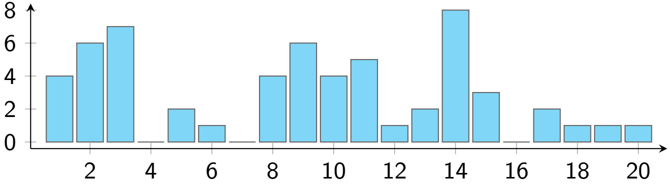


Distribución de datos real

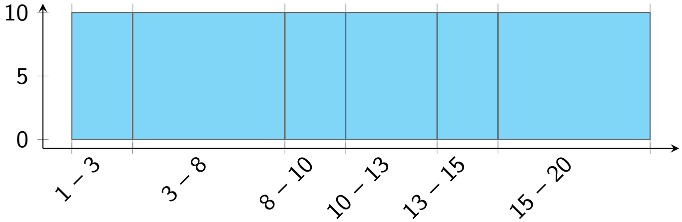


Tipos de Histogramas

Histogramas **equi-depth**



Distribución de datos real



Tipos de Histogramas

1. Equi-width:
   - Cada intervalo tiene el mismo largo.
   - Cada bucket mide la cantidad de elementos en ese intervalo.
2. Equi-depth:
   - Intervalos de tamaño variable.
   - Cada intervalo tiene el mismo porcentaje de elementos.
   - Menos susceptible a datos sesgados.
   - Mas difícil de mantener.

Número de buckets marca el trade-off entre
resolución y **espacio** para mantener el histograma.

Tipos de Histogramas

Para un histograma **equi-depth** o **equi-width**:

1. ¿cómo actualizamos los histogramas?
2. ¿cómo usamos los histogramas para calcular consultas?

Usamos técnicas anteriores!

Estadísticas e histogramas son útiles hasta cierto punto

Estadísticas e histogramas:

1. susceptibles a **errores**.
2. solo disponibles para relaciones **bases**.
3. composición de operadores produce
   un aumento **exponencial** del error en la estimación.

Ver paper:

"On the Propagation of Errors in the Size of Join Results",
Ioannidis y Christodoulakis, 1993.

Otros métodos de estimación

1. Basado en estadísticas y histogramas.
2. Basado en **sampling**.
    - muestreo de los datos.
    - ejecución de la consulta en un subconjunto de los datos.