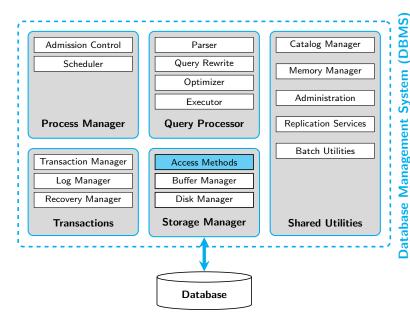
Índices Multidimensionales

Clase 07

IIC 3413

Prof. Cristian Riveros

Índices multidimensionales



Motivación

Supongamos la siguiente consulta:

SELECT *

FROM Customers

WHERE cAge BETWEEN 30 AND 60 AND

cSalary BETWEEN 1MM AND 3.5MM

- Tabla Customers cuenta con un B+tree-index sobre cAge.
- Tabla *Customers* cuenta también con un B+tree-index sobre *cSalary*.

¿qué tan útiles son estos índices para responder la consulta?

Índices multidimensionales o "spatial"

Índices 1-dimensionales (B+-trees, static hashing, etc):

busqueda basada en un search key único.

Índices multidimensionales (IM):

- multiples search key para una misma tupla.
- cada search key es igualmente importante.

¿qué ventajas tenían los índices 1-dimensionales en comparación a IM?

1. Partial match queries.

```
Ejemplo

SELECT *

FROM Customers

WHERE cAge = 31 AND cSalary > 3MM
```

- 1. Partial match queries.
- 2. Range queries.

```
Ejemplo

SELECT *
FROM Customers
WHERE cAge BETWEEN 30 AND 60 AND cSalary BETWEEN 1MM AND 3.5MM
```

- 1. Partial match queries.
- 2. Range queries.
- 3. Nearest-neighbor queries.

Ejemplo

Dada una BD de ciudades y una ubicación en un mapa:

"¿cuáles son las ciudades mas cercanas a mi ubicación actual?"

- 1. Partial match queries.
- 2. Range queries.
- 3. Nearest-neighbor queries.
- 4. Where-am-I queries.

Ejemplo

Dada una base de datos de polígonos en un plano 2D (o 3D).

• "¿qué polígonos contienen mi punto (x_0, y_0) ?"

Aplicaciones de índices multidimensionales

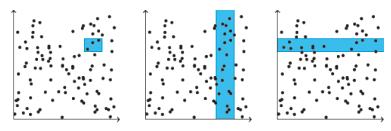
- 1. Consultas SQL con filtros sobre varios campos.
- 2. Datos geográficos.
 - GIS: Geographical Information Systems.
- 3. Datos astronómicas.
- 4. Diseño de circuitos.
- 5. Diseño asistido por computadora.

¿podemos usar B+-trees para estas aplicaciones?

SELECT *
FROM Customers
WHERE cAge BETWEEN 30 AND 60 AND cSalary BETWEEN 1MM AND 3.5MM

Podemos responder esta consulta:

¿consultando un índice para cAge? ¿o un índice para cSalary?



¿podemos usar B+-trees para estas aplicaciones?

SELECT *

FROM Customers

WHERE cAge BETWEEN 30 AND 60

AND

cSalary BETWEEN 1MM AND 3.5MM

Podemos responder esta consulta:

- ¿consultando un índice para cAge? ¿o un índice para cSalary?
- intersección de ambos índices?
- ¿consultando un índice sobre la llave compuesta (cAge, cSalary)?

B+-trees como índices multidimensionales

B+-trees están restrigidos a 1-dimension.

Objetivo de índices multidimensionales:

- 1. simétrico con respecto a cada dimension.
- 2. agrupe los datos según su posición en el espacio.
- 3. provee la mayor cantidad de consultas distintas.

Muchas propuestas para índices multidimensionales

Quad Tree [Finkel 1974] K-D-B-Tree [Robinson 1981] R-tree [Guttman 1984] Grid File [Nievergelt 1984] R+-tree [Sellis 1987] LSD-tree [Henrich 1989] R*-tree [Geckmann 1990] hB-tree [Lomet 1990] Vp-tree [Chiueh 1994] TV-tree [Lin 1994] UB-tree [Bayer 1996] hB-pi-tree [Evangelidis 1995] SS-tree [White 1996] X-tree [Berchtold 1996] M-tree [Ciaccia 1996] SR-tree [Katayama 1997] Pyramid [Berchtold 1998] Hybrid-tree [Chakrabarti 1999] IQ-tree [Böhm 2000] DABS-tree [Böhm 1999] Slim-tree [Faloutsos 2000] Landmark file [Böhm 2000] P-Sphere-tree [Goldstein 2000] A-tree [Sakurai 2000]

Ninguna de ellas entrega una solución 100% satisfactoria en todos los casos.

Tipos de índices multidimensionales

Es posible dividir estas propuestas en dos categorías:

- Basados en Hashing.
- Basados en árboles.
- Otros.

Nosotros veremos una de ellas: Bitmap index

Bitmap index

- Permite consultas multidimensionales.
- Basado en una codificación alternativa de las tuplas de una relación.
- Distinto a otros índices multidimensionales.

Estructura de un bitmap index

Para una relación R:

1. Enumeramos sus tuplas del 1 a |R| de forma permanente:

$$R = \{t_1, t_2, \ldots, t_{|R|}\}$$

2. Para un atributo c de R y un valor $v \in \pi_c(R)$ definimos un string binario b_v^c de largo |R| tal que:

$$b_v^c[i] = \begin{cases} 1 & \text{si } t_i(c) = v. \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

3. Un bitmap index sobre un atributo c se define como el conjunto:

$$B^c = \{ b_v^c \mid v \in \pi_c(R) \}$$

Estructura de un bitmap index

Ejemplo

Suponga la relación de alumnos y notas:

	sName	sMark	-0/		_		3	4		6
1	Pedro	6.0	$b_{Pedro}^{sName} =$		1	0	0	1	0	0
2	Juan	6,0	aN/a				,			
3	Diego	4,0	B^{sName}	': _	Pedro Juan		_	Bitmap		
4	Pedro	5,0						.0010		
5	Diego	6,0						010001		
6	Juan	7,0			D	iego	0	010:	10	

Aplicación de bitmap index

SELECT *

FROM Students

WHERE sName = 'Pedro' AND sMark = 6,0

¿cómo calculamos esta consulta usando B^{sName} y B^{sMark}?

Resultado:

$$b_{Pedro}^{sName}$$
 AND $b_{6,0}^{sMark}$

donde AND es aplicado bitwise (por cada bit):

$$(b \text{ AND } b')[i] = b[i] \wedge b'[i]$$
 para todo i.

Aplicación de bitmap index

SELECT *

FROM Customers

WHERE cAge BETWEEN 30 AND 60

cSalary BETWEEN 1MM AND 3.5MM

¿cómo calculamos esta consulta usando B^{cAge} y $B^{cSalary}$?

Resultado:

$$\mathsf{OR}\left\{b_x \in B^{\mathit{cAge}} \mid 30 \le x \le 60\right\}$$

AND

$$OR\{b_y \in B^{cSalary} \mid 1MM \le y \le 3.5MM\}$$

¿cuáles son los inconvenientes de un Bitmap Index?

- $1.\ \mathsf{Tama\~no}\ \mathsf{de}\ \mathsf{indice}\ \mathsf{usa}\ \mathsf{mucho}\ \mathsf{espacio}.$
- 2. ¿cómo insertamos/eliminamos una tupla?
- 3. ¿cómo buscamos el bitmap que necesitamos en B^c ?
- 4. ¿cómo encontramos (al final) las tuplas del resultado?

Compresión de bitmaps

Para n tuplas con m valores distintos tenemos:

Tamaño de cada bitmap =
$$n$$
 bits
Tamaño índice = $n \times m$ bits

Peor caso m = n y tenemos que el tamaño del índice es n^2 , pero:

 \blacksquare si m es grande, entonces cada bitmap b se ve como:

$$b = 0 0 0 \cdots 0 0 1 0 0 \cdots 0 0 1 0 0 \cdots 0 0 0$$

■ si m es **pequeño**, entonces $|B^c| \approx n$ bits.

Conclusión: bitmaps son altamente comprimibles!

Run-length-encoding (RLE)

Deseamos comprimir largas secuencias de 0's delimitados por 1:

$$b = \underbrace{ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \underbrace{ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 5 & 3 \end{bmatrix} \underbrace{ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \end{bmatrix} }_{3} \underbrace{ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} }_{3} \underbrace{ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} }_{3} \underbrace{ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} }_{3} \underbrace{ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} }_{3} \underbrace{ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} }_{3} \underbrace{ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} }_{3} \underbrace{ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} }_{3} \underbrace{ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} }_{3} \underbrace{ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} }_{3} \underbrace{ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} }_{3} \underbrace{ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} }_{3} \underbrace{ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} }_{3} \underbrace{ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} }_{3} \underbrace{ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} }_{3} \underbrace{ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} }_{3} \underbrace{ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} }_{3} \underbrace{ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} }_{3} \underbrace{ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} }_{3} \underbrace{ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} }_{3} \underbrace{ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} }_{3} \underbrace{ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} }_{3} \underbrace{ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} }_{3} \underbrace{ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} }_{3} \underbrace{ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} }_{3} \underbrace{ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} }_{3} \underbrace{ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} }_{3} \underbrace{ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} }_{3} \underbrace{ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} }_{3} \underbrace{ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} }_{3} \underbrace{ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} }_{3} \underbrace{ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} }_{3} \underbrace{ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} }_{3} \underbrace{ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} }_{3} \underbrace{ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} }_{3} \underbrace{ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} }_{3} \underbrace{ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} }_{3} \underbrace{ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} }_{3} \underbrace{ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} }_{3} \underbrace{ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} }_{3} \underbrace{ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} }_{3} \underbrace{ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} }_{3} \underbrace{ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} }_{3} \underbrace{ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} }_{3} \underbrace{ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} }_{3} \underbrace{ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} }_{3} \underbrace{ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} }_{3} \underbrace{ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} }_{3} \underbrace{ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} }_{3} \underbrace{ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} }_{3} \underbrace{ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} }_{3} \underbrace{ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} }_{3} \underbrace{ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} }_{3} \underbrace{ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} }_{3} \underbrace{ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} }_{3} \underbrace{ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 &$$

Podemos guardar los largos de cada secuencia y así comprimir b.

$$comprimir(b) = 3053 \ o \ (11)(0)(101)(11)$$

¿cuál es el problema de guardar los largos en binario?

Run-length-encoding (RLE)

Solución: cada largo *n* lo guardamos como:

$$\underbrace{1 \ 1 \ 1 \cdots 1}_{k-1 \text{ veces}} \cdot 0 \cdot \text{bin}(n)$$

- Largo k de bin(n) en unario.
- Seguido de bin(n).

Eficiencia de Run-length-encoding

Para n tuplas con m valores distintos.

■ Cada secuencia de *i*-ceros y un uno, se codifica en:

$$2 \cdot \log_2(i)$$
 bits

■ Si $m \approx n$, entonces cada bitmap tiene aproximadamente un único 1.

$$2 \cdot \log_2(n)$$
 bits (approx.)

Por lo tanto, B^c queda de tamaño $2 \cdot n \cdot \log_2(n)$. (asumiendo $m \approx n$)

$$2 \cdot n \cdot \log_2(n) << n^2$$

Operaciones AND y OR en Run-Length-Encoding

Para dos bitmaps b_1 y b_2 :

- Descomprimimos $RLE(b_1)$ y $RLE(b_2)$ en línea (de izq. a der.).
- Comparamos bit a bit ejecutando AND u OR.

¿cuáles son los inconvenientes de un Bitmap Index?

- 1. Tamaño de índice usa mucho espacio. 🗸
 - Solución: bitmaps son altamente comprimibles.
- 2. ¿cómo insertamos/eliminamos una tupla?
- 3. ¿cómo buscamos el bitmap que necesitamos en B^c ?
- 4. ¿cómo encontramos (al final) las tuplas del resultado?

¿cómo insertamos/eliminamos una tupla en bitmap index?

Optimización de RLE para bitmap indexes

- Dado que conocemos la cantidad de tuplas, entonces podemos omitir la última secuencia de 0 en cada bitmap.
- Esto nos permite
 agregar un 1 en cualquier posición mayor o igual al último 1.

Explotamos esta propiedad para hacer insert.

¿cómo insertamos/eliminamos una tupla en bitmap index?

¿cómo insertamos una tupla?

- Para cada atributo c, buscamos el bitmap b_v^c con v el nuevo valor.
- Insertamos un nuevo 1 al final de b_v^c .

¿cómo eliminamos una tupla?

Marcamos con un tombstone su posición.

¿cuáles son los inconvenientes de un Bitmap Index?

- 1. Tamaño de índice usa mucho espacio. 🗸
 - Solución: bitmaps son altamente comprimibles.
- 2. ¿cómo insertamos/eliminamos una tupla? ✓
 - Solución: Run-length-encoding facilita las operaciones de update.
- 3. ¿cómo buscamos el bitmap que necesitamos en B^c ? \checkmark
 - Solución: B+-tree sobre c en B^c para encontrar bitmaps.
- 4. ¿cómo encontramos (al final) las tuplas del resultado? ✓
 - Solución: índice sobre la posición asignada a cada tupla.

Conclusiones sobre bitmap index

Muy útil para :

- consultas con filtros complejos.
- columnas con baja cardinalidad.
- datos con poco updates (e.g. OLAP).

Deficientes:

datos con updates frequentes.

Implementado por DB comerciales (Oracle)