Estrategias algorítmicas

Backtracking

Algoritmos Codiciosos

Programación dinámica

Estrategias algorítmicas

Backtracking

Algoritmos Codiciosos

Programación dinámica

Tres problemas en grafos *con costos*

a) Grafos no direccionales:

- **encontrar el *árbol de cobertura de costo mínimo***

b) Grafos direccionales:

- **encontrar la *ruta más corta desde un vértice a todos los otros***

c) Grafos direccionales:

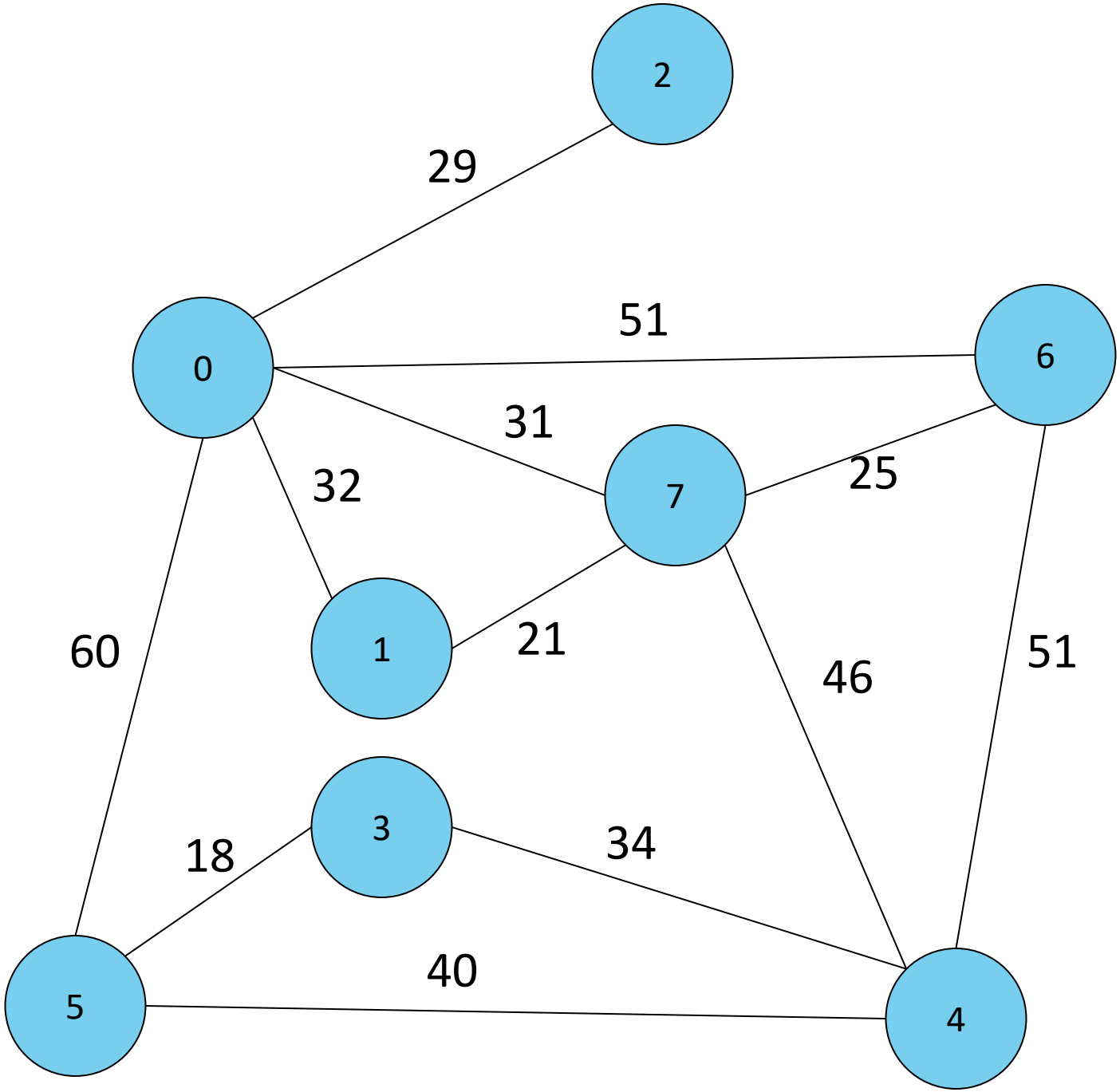
- encontrar las *rutas más cortas entre todos los pares de vértices*

El desastre

- Un terremoto ha devastado la Región del Maule
- Se han caído puentes y destruido caminos enteros
- Hay demasiado que reparar para hacerlo todo de una vez
- Lo prioritario es restaurar la conectividad vial

¿Cuál es la forma más barata de hacer esto?


VI REGION DEL LIB. GRAL. BERNARDO O'HIGGINS
VII REGION DEL MAULE
VII REGION DEL MAULE
VIII REGION DEL BIOBIO
Océano Pacífico
Mar Chileno
ARGENTINA
CHILE
Bucalemu
Boyeruca
Lo Valdivia
Lolol
El Guaico
Chépica
Convento Viejo
Auquinco
Quinta
Codegua
Morza
Huemul
Sierra Bellavista
La Rufina
Vn Tinguiririca 4300
Trompetilla
Termas del Flaco
Río Claro
Río Las Damas
Co Cayetano 2886
RESERVA NACIONAL LAGUNA TORCA
Llico
Lago Vichuquén
San Pedro de Alcántara
Ranguil
Est Las Palmas
Comalle
Teno
Rebeca
Río Teno
Rauco
La Montaña
El Manzano
Culenar
Romeral
Los Queñes
CURICO
Potrero Grande Chico
Río Teno
Cerro Torre de Santa Elena 3820
Las Leñas
Los Molles
60 Kms a Malargüe
Lipimávida
Pichibudi
Vichuquén
Pta Duao
Est Nilahue
Trincao
Hualañé
Iloca
Licantén
Palquibudi
Sagrada Familia
Lontué
Los Niches
Upeo
Monte Oscuro
El Planchón
Paso de Vergara 2502
Laguna Teno
Río Lontué
La Lora
Curepto
Villa Prat
Itahue
Molina
Potrero Grande
Quebrada Honda
Vn Peteroa 4151
Baños de Azufre
Río Claro
La Trinchera
Litú
Cumpeo
Culenar
Aduana
Paso de Potrerillos 2908
Río Colorado
Río Palos de San Pedro
Coipué
Gualleco
Botalcura
San Rafael
Astillero
Radal
RESERVA NACIONAL RADAL SIETE TAZAS
Putú
Junquillar
Quivolgo
Balseo
Batuco
Río Huenchullami
Pelarco
Río Lircay
Vn Descabezado Chico 3750
Vn Descabezado Grande 3830
Constitución
Pencahue
TALCA
Corinto
Curtiduría
Pichaman
Río Maule
Colín
Aurora
San Clemente
Corralones
Corel
Viches
RESERVA NACIONAL ALTOS DEL LIRCAY
Río Claro
Las Cañas
Cta Pellines
Nirivilo
Co Nirivilo 722
Maule
Duao
Río Maule
Hotel Casas El Colorado
Río Loanco
Río Purapel
San Javier
Mingre
Puente Pardo
Santa Ana
Río de la Invernada
Laguna La Invernada
Empedrado
Huerta del Maule
Villa Alegre
Colbún
Posada Paso Nevado
Armerillo
BARRERA
Lago Colbún
Lago Machicura
Paso Trolón 3044
Pahuil
Río Reloca
Las Campanas
Yerbas Buenas
Panimávida
Rari
Baños de La Monja
Quinamávida
Los Rabones
RESERVA NACIONAL LOS BELLOTOS
Las Garzas
Endesa
La Mina
115
Río Puelche
Melozal
Arbolillo
Palmilla
LINARES
Melado
Túnel Canal Melado
Robleria
El Salto
Paso Pehuenche o del Maule 2553
RESERVA NACIONAL FEDERICO ALBERT
La Aguada
Chanco
Tapihue
Río Ancoa
Campamento Ancoa
Co El Toro 3085
Vn San Pedro 3821
Pueblo Hundido
Villa Seca
Miraflores
Llepo
Mesamávida
Pelluhue
RESERVA NACIONAL LOS RUILES
Curanipe
Los Nabos
Los Perales
Longaví
Melado
Aduana Pejerrey
Río Achibueno
Nvdo Longaví 3242
Co El Buitre 2955
Laguna del Maule
Laguna Negra
Laguna Fea
Río Melado
Río d e la Puente
Pya Peuño
Pta Nugurue
CAUQUENES
Los Cristales
Retiro
Paso Hondo
Hualve
Unicavén
Quella
El Tránsito
Río Longaví
Tregualemu
RESERVA NACIONAL LOS QUEULES
Pullay
Coronel
El Peñon
Parral
Ajial
Villa Rosa
San Pablo
Quinchimávida
Cancha Alegre
51 Kms a Quirihue
60 Kms a Chillán
Tres Esquinas
Buchupureo
Cobquecura
El Parrón
Pocillas
Perquilauquén
Emb Digua
Termas de Catillo
San Gregorio
Río Perquilauquén
Laguna Varvaco Campos
SIERRA DE CHOHICO
Río Barrancas
Quirihue
Colmuyao
Torrecilla
San Carlos
Zemita
Ninhue
Cachapoal
El Sauce
BALSEO
Nahueltoro
Lago Dial
Mela
Trehuaco
Coipin
San Nicolás
San Fabián de Alicó
Los Sauces
Vn Domuyo 4709
Vegas de Itata
35°
36°
71°
72°

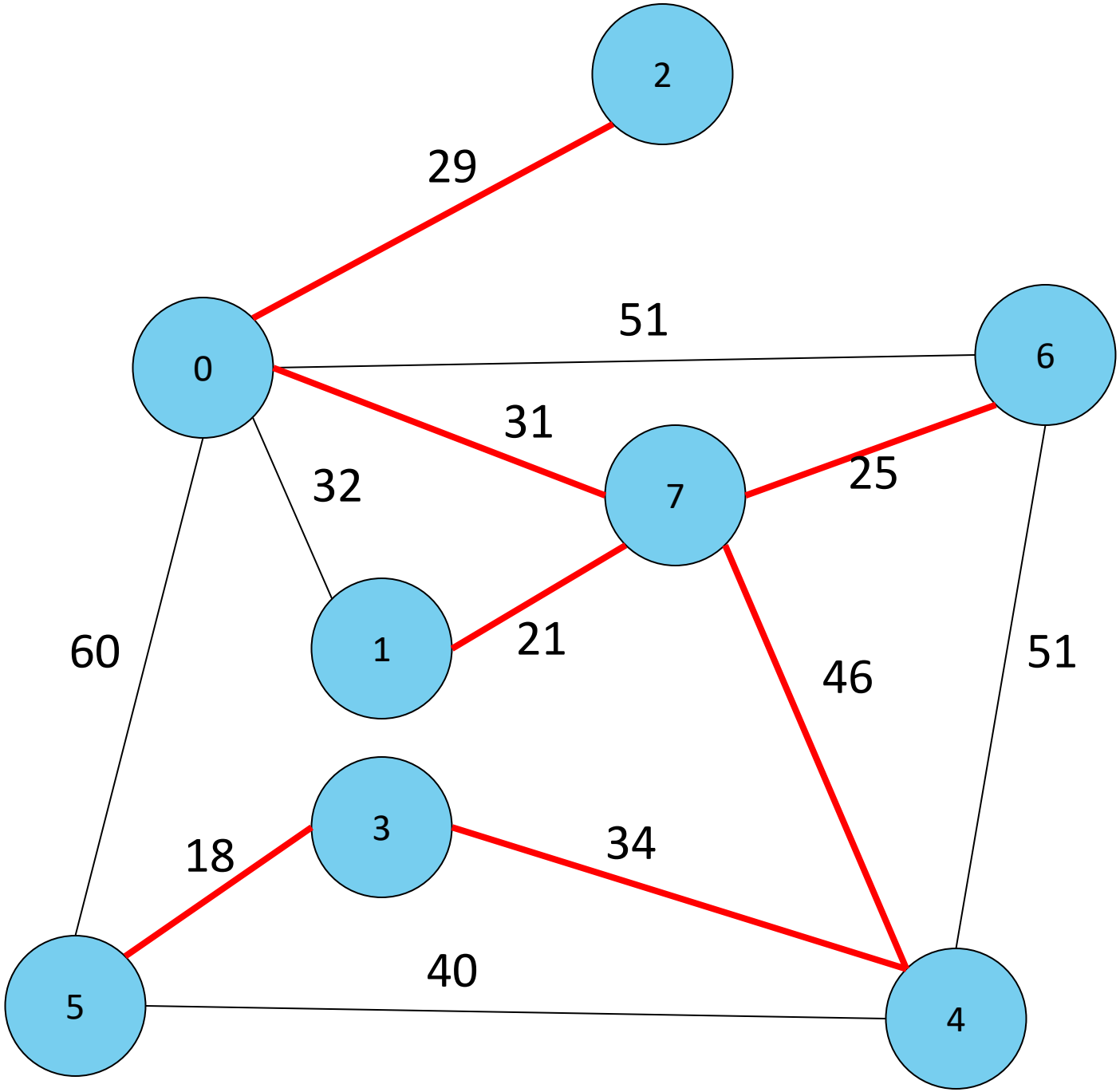

2
29
0
51
6
31
32
7
25
1
21
60
46
51
3
18
34
5
40
4

MST: *Minimum spanning tree*

Es un **árbol**: sus aristas no forman ciclos

Es de **cobertura**: el grafo es conexo

Es **mínimo**: no existe otro árbol de cobertura con menor costo total


2
29
0
51
6
31
32
7
25
60
1
21
46
51
3
18
34
5
40
4

MSTs, **cortes** y aristas que **cruzan** el corte

Cortemos (particionemos) el grafo en dos conjuntos de vértices V_1 y V_2

Una arista **cruza** el corte si un extremo está en V_1 y el otro en V_2

¿Qué podemos afirmar respecto a estas aristas y los **MST**?

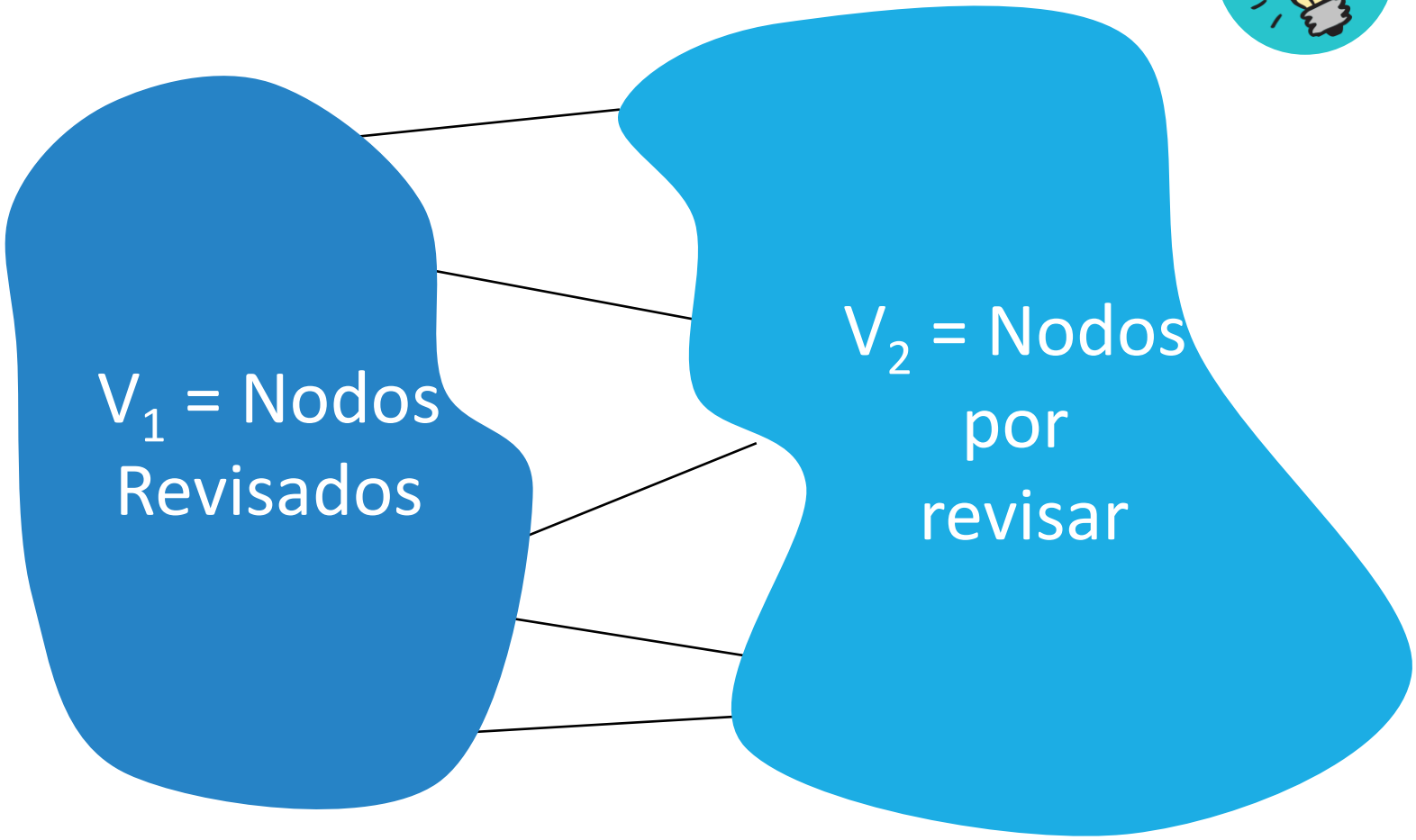
Buscando un MST

Si para cada corte la arista de menor costo está en un **MST**

… ¿cómo podemos encontrar un **MST**?

… ¿podremos construirlo una arista a la vez?

El plan general



¿Cuál debería ser el siguiente nodo a revisar?

Algoritmo de Prim

Para un grafo $G(V, E)$, y un nodo inicial x

1. Sean $R = \{x\}$, $\overline{R} = V - R$, los nodos revisados y los que no.
2. Sea e la arista de menor costo que cruza de R a $\overline{R}$
3. Sea u el nodo de e que pertenece a $\overline{R}$
4. Agregar e al MST. Eliminar u de $\overline{R}$ y agregarlo a R
5. Si quedan elementos en $\overline{R}$, volver a 2.

$\boldsymbol{prim}(\boldsymbol{G}(\boldsymbol{V},\boldsymbol{E}),\boldsymbol{x})$:

$\boldsymbol{T} \leftarrow \emptyset$, $\boldsymbol{H} \leftarrow$ una **cola de prioridades** únicamente con $\boldsymbol{x}$

$\boldsymbol{x}.\boldsymbol{key} \leftarrow \boldsymbol{0}$, $\boldsymbol{x}.\boldsymbol{parent} \leftarrow \emptyset$,

while $\boldsymbol{H} \neq \emptyset$:

$\boldsymbol{u} \leftarrow$ extraer el vértice de $\boldsymbol{H}$ con menor clave, y pintarlo

if $\boldsymbol{u}.\boldsymbol{parent} \neq \emptyset$, agregar la arista $(\boldsymbol{u}.\boldsymbol{parent}, \boldsymbol{u})$ a $\boldsymbol{T}$

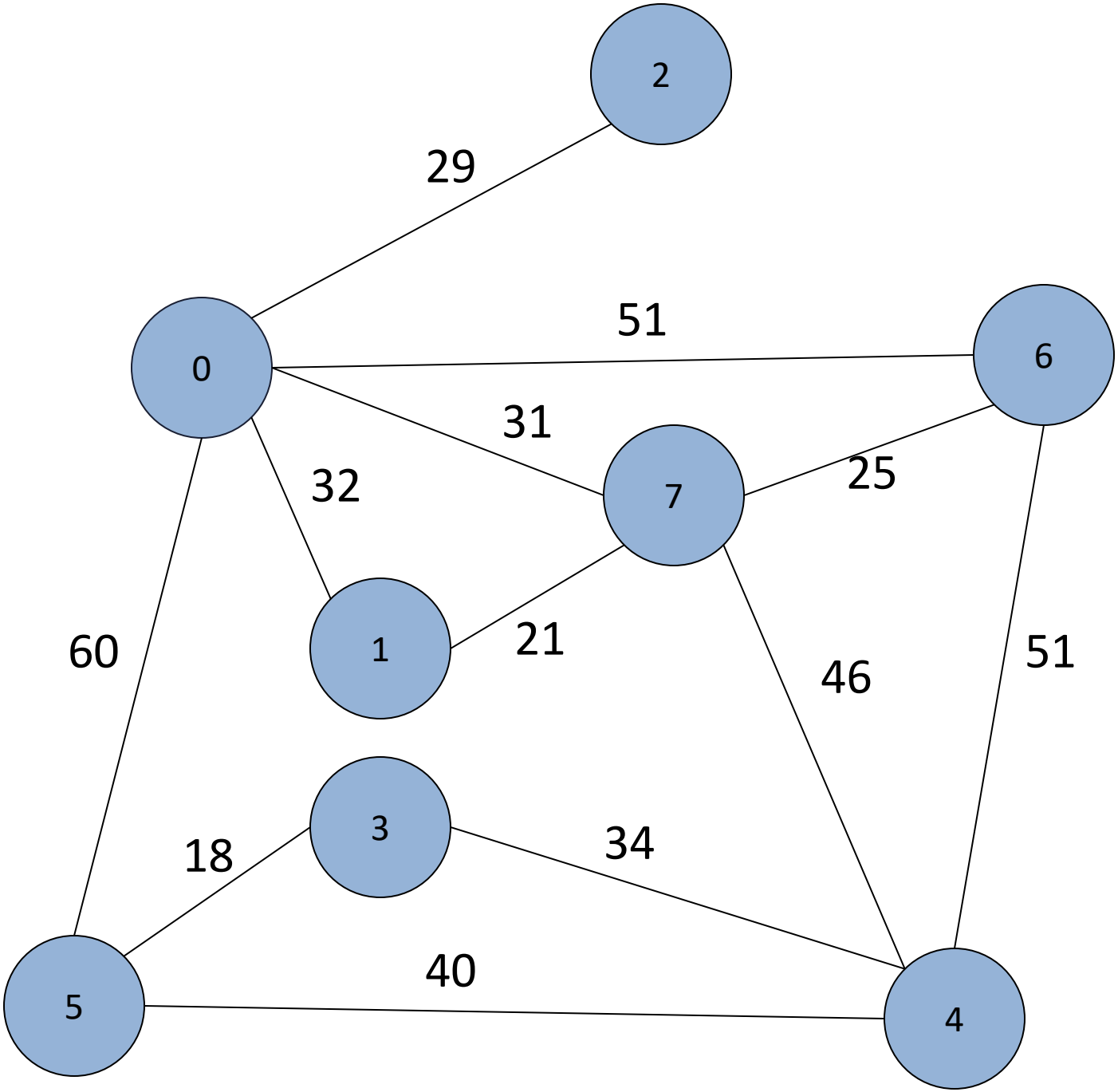
foreach vecino no pintado $\boldsymbol{v}$ de $\boldsymbol{u}$:

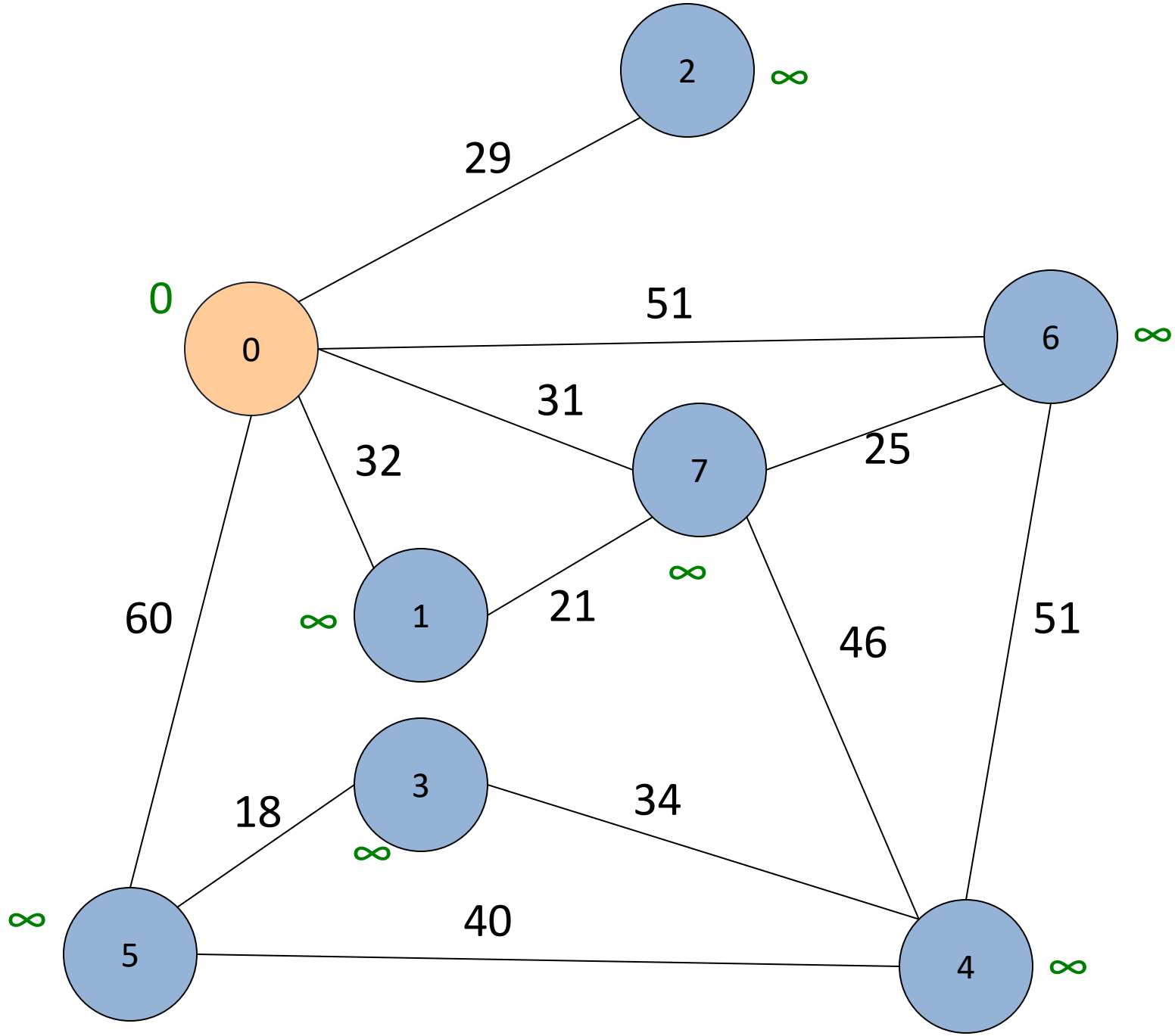
if $\boldsymbol{v} \notin \boldsymbol{H}$, insertar $\boldsymbol{v}$ en $\boldsymbol{H}$

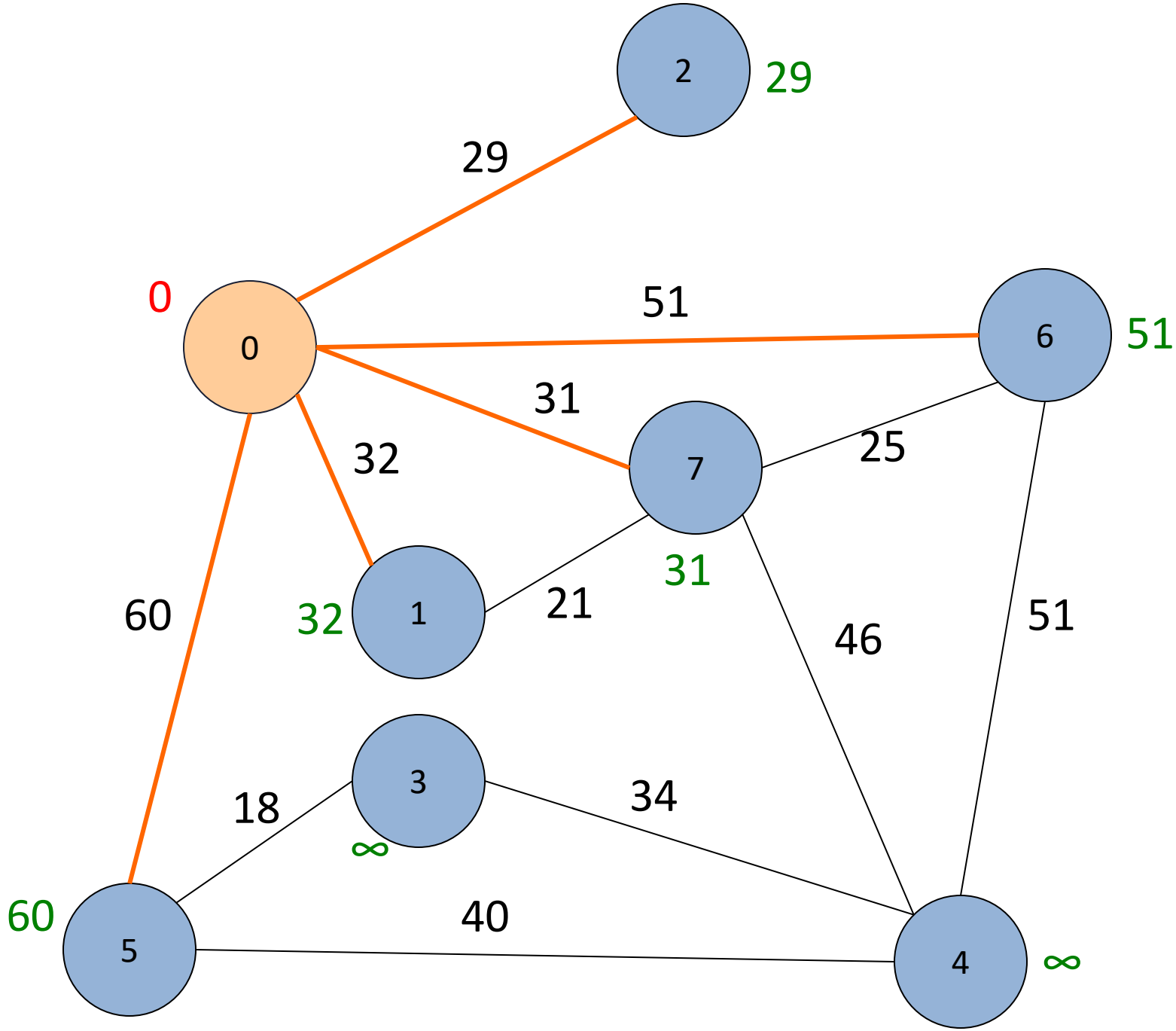
if $\boldsymbol{w}(\boldsymbol{u},\boldsymbol{v}) < \boldsymbol{v}.\boldsymbol{key}$:

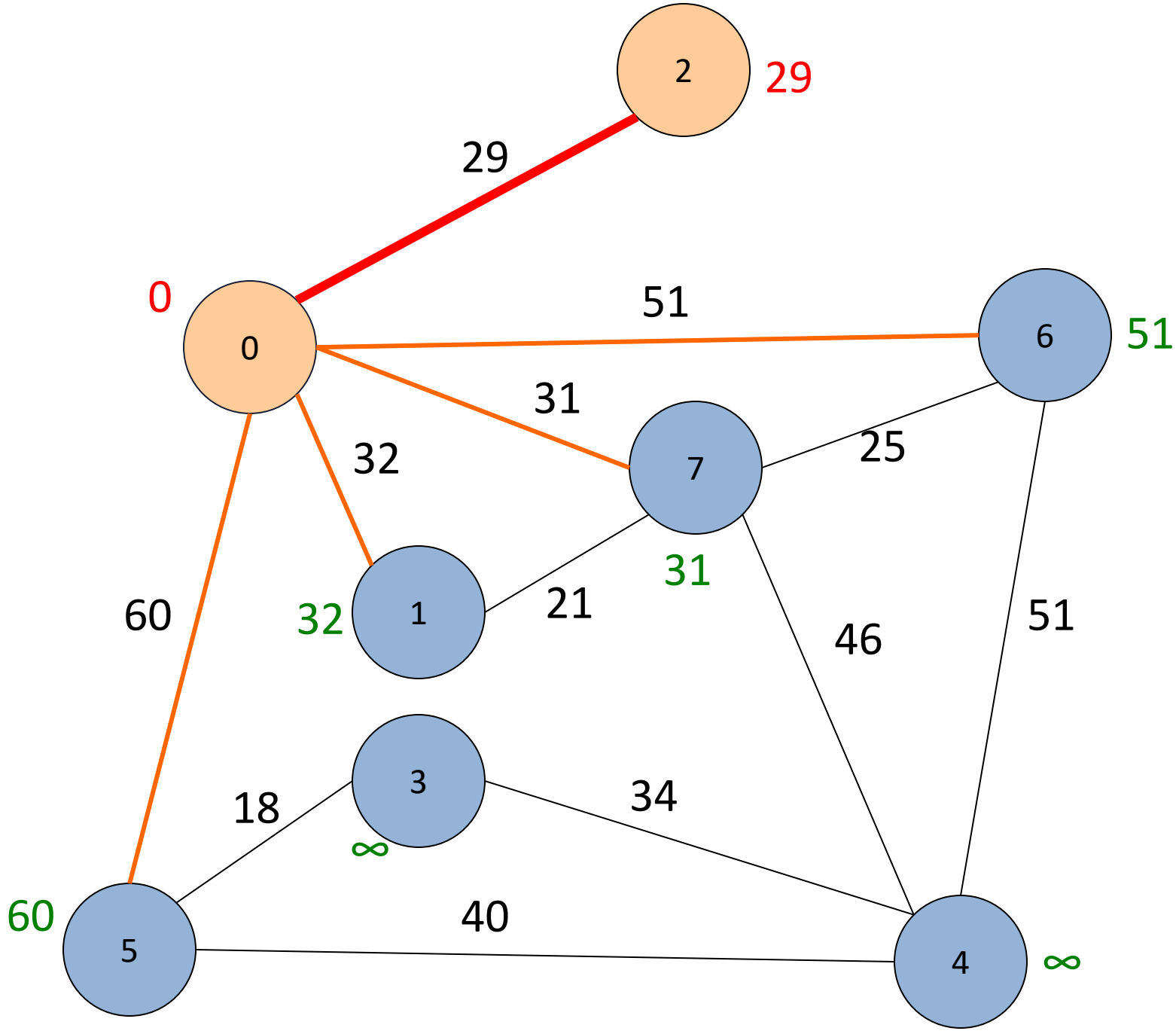
$\boldsymbol{v}.\boldsymbol{key} \leftarrow \boldsymbol{w}(\boldsymbol{u},\boldsymbol{v})$, $\boldsymbol{v}.\boldsymbol{parent} \leftarrow \boldsymbol{u}$

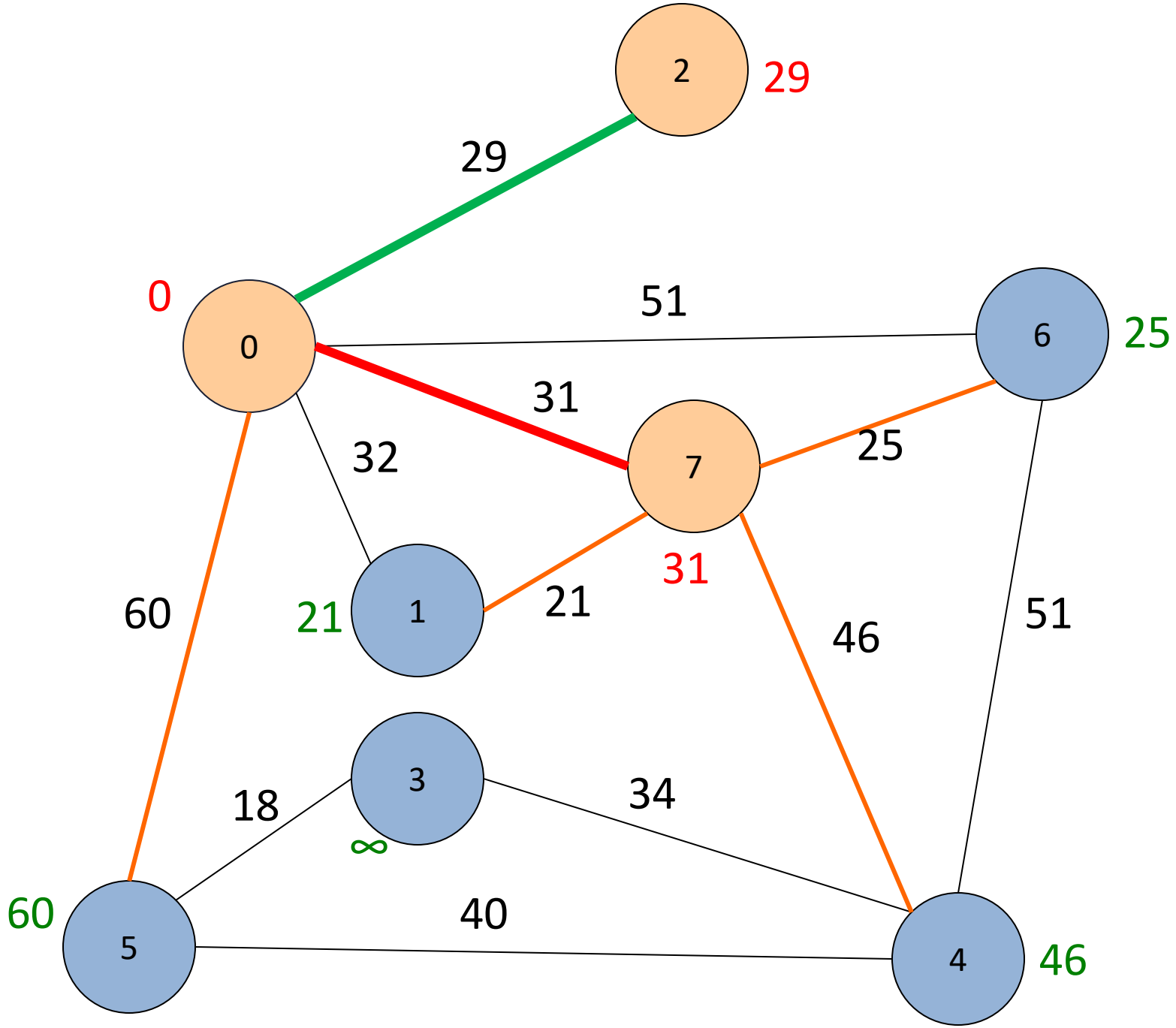
return $\boldsymbol{T}$

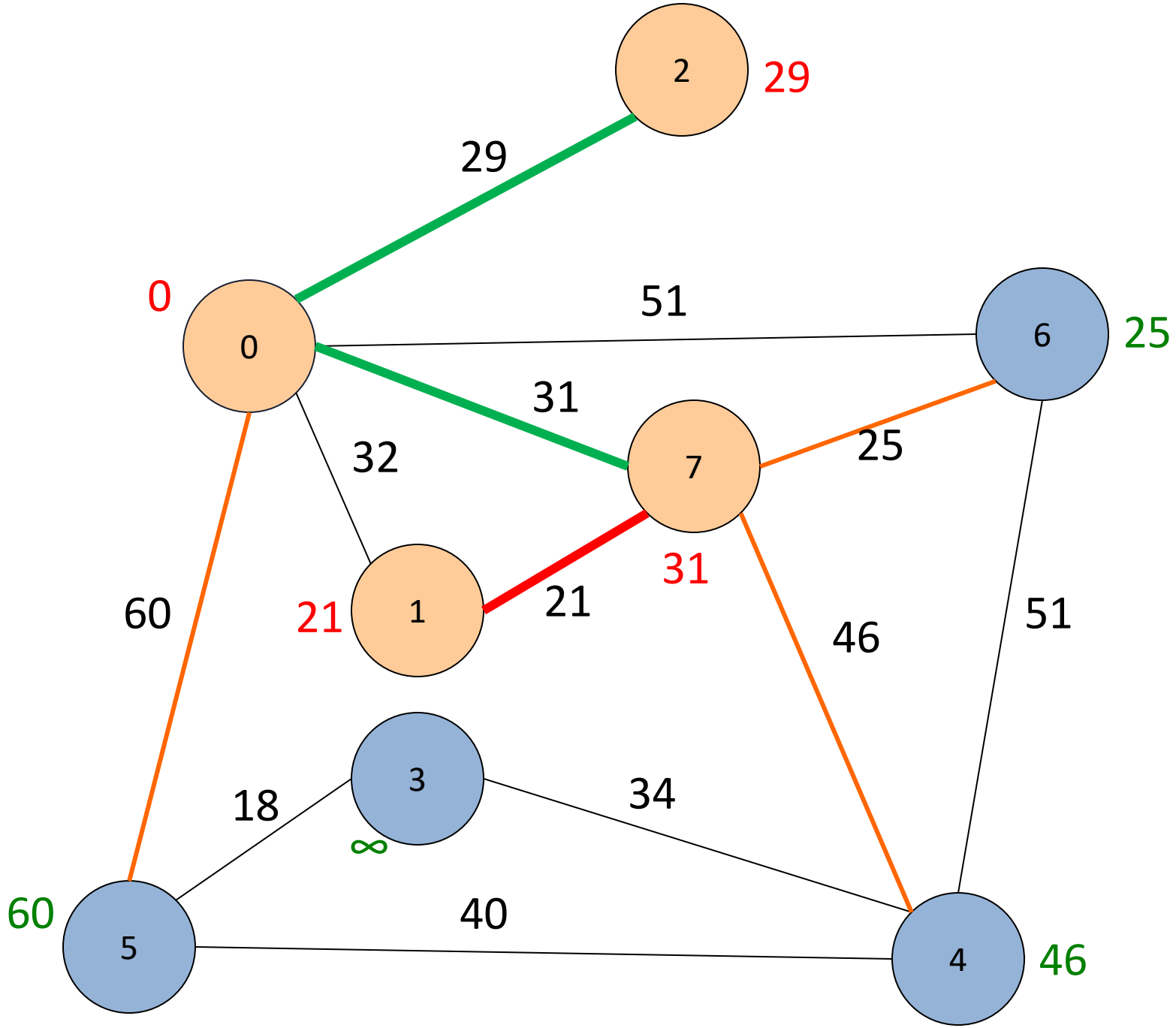

2
29
0
51
6
31
32
7
25
1
21
60
46
51
3
18
34
5
40
4

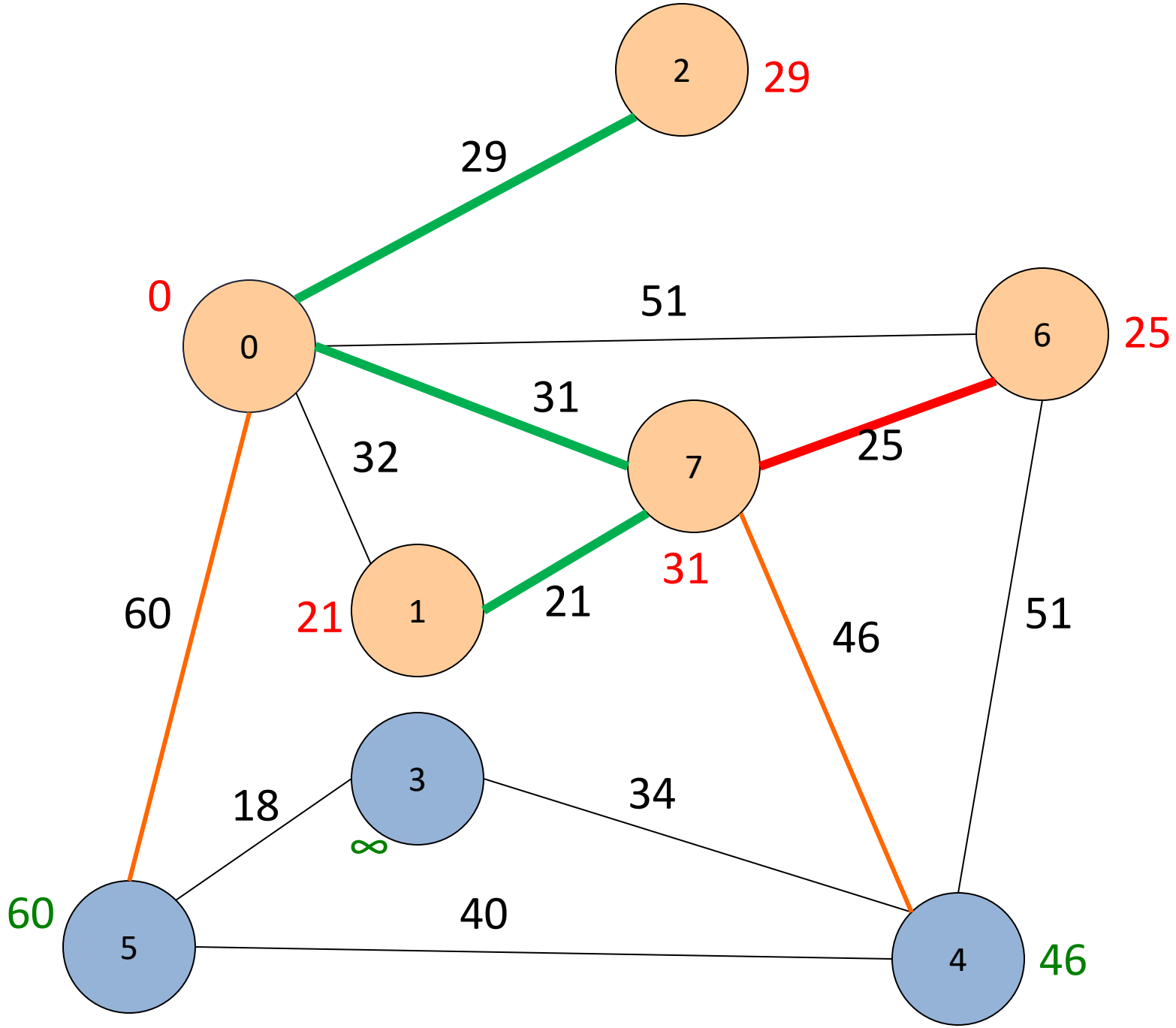

2
∞
29
0
0
51
6
∞
31
32
7
25
∞
60
∞
1
21
46
51
3
18
34
∞
∞
5
40
4
∞

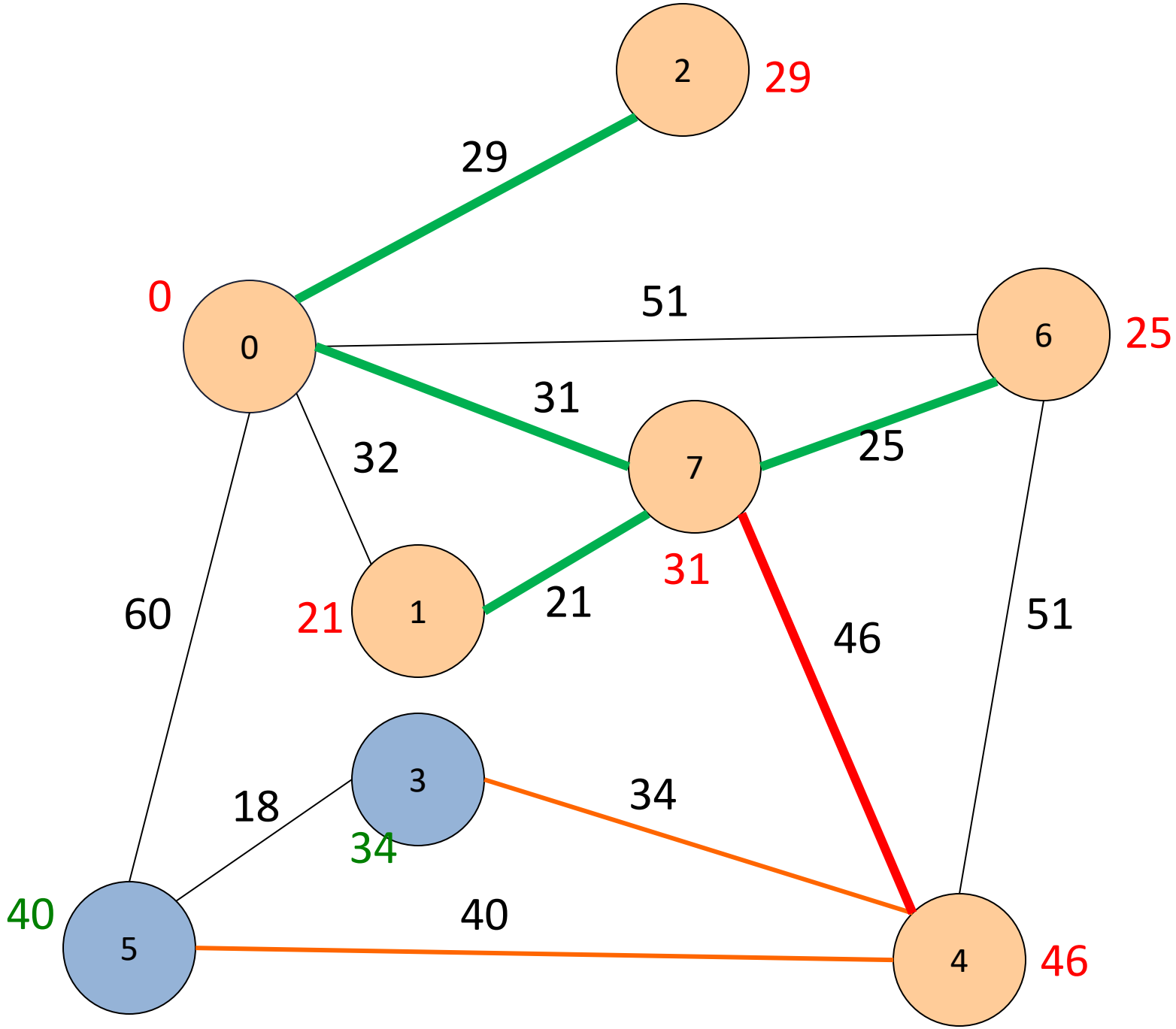

2
29
29
0
0
51
6
51
31
7
25
32
31
60
32
1
21
46
51
3
18
34
∞
60
5
40
4
∞

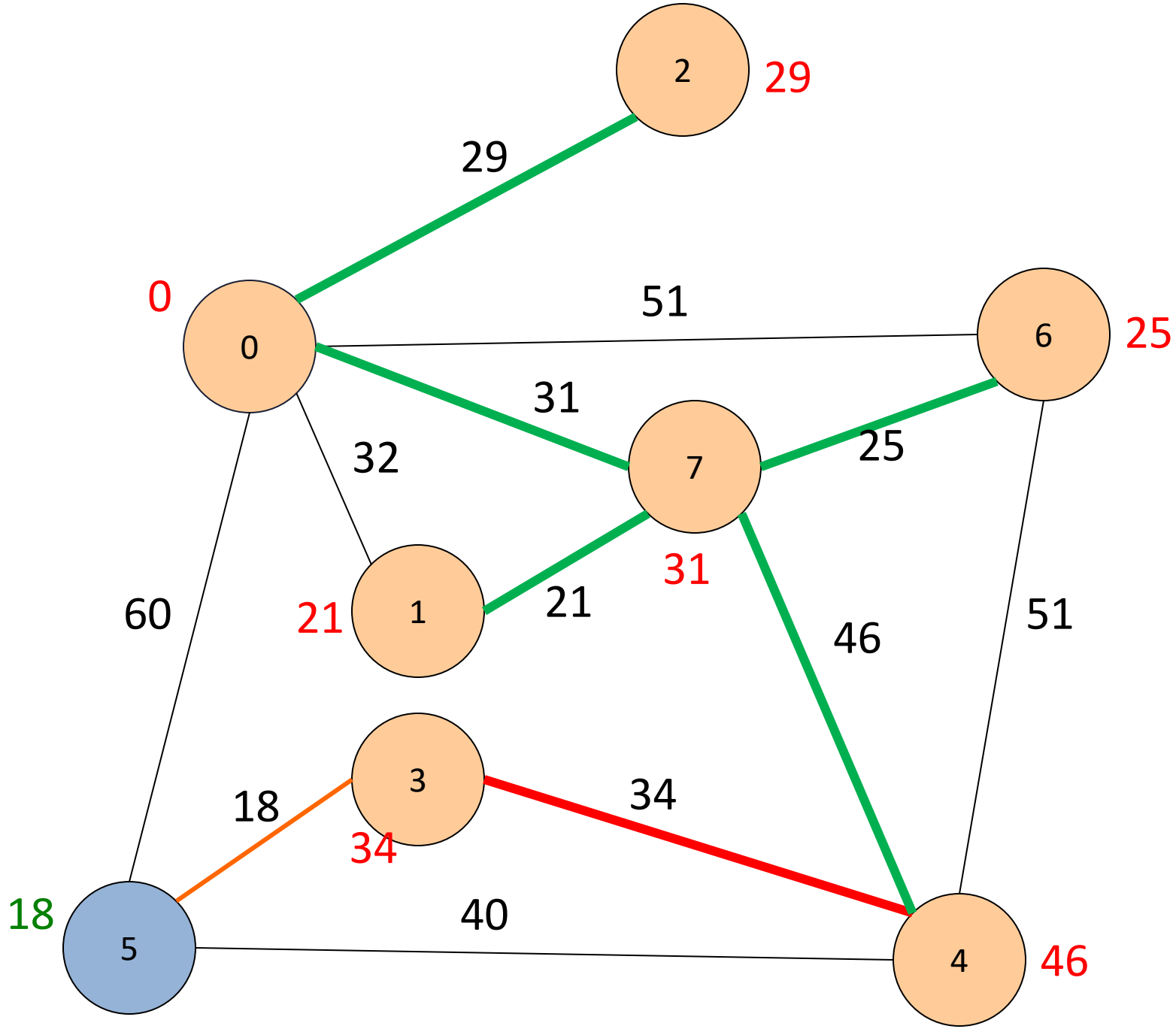

2
29
29
0
0
51
6
51
31
7
25
32
31
60
32
1
21
46
51
3
18
34
∞
60
5
40
4
∞

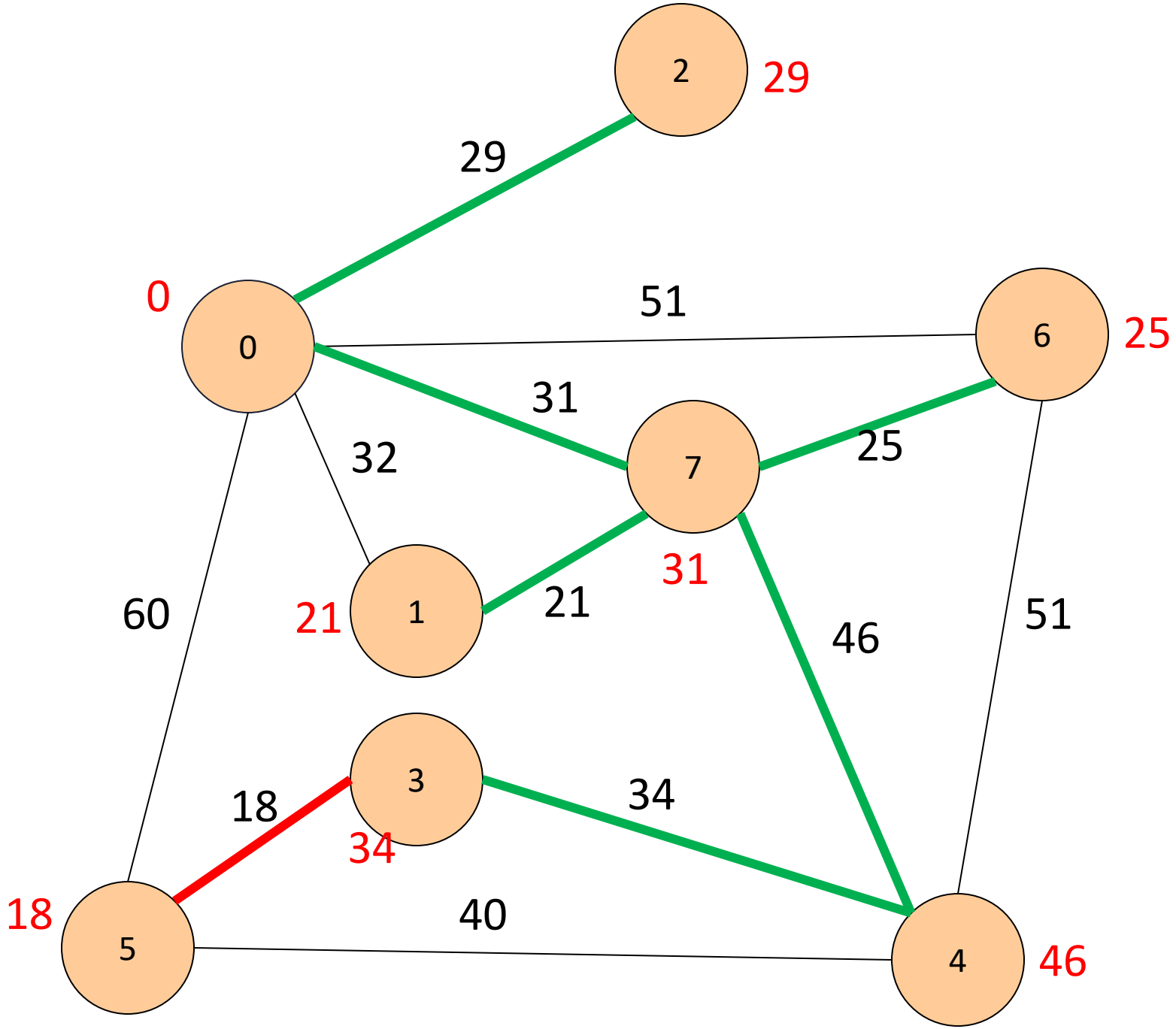

2
29
29
0
0
51
6
25
31
32
7
25
31
60
21
1
21
46
51
3
18
34
∞
60
5
40
4
46

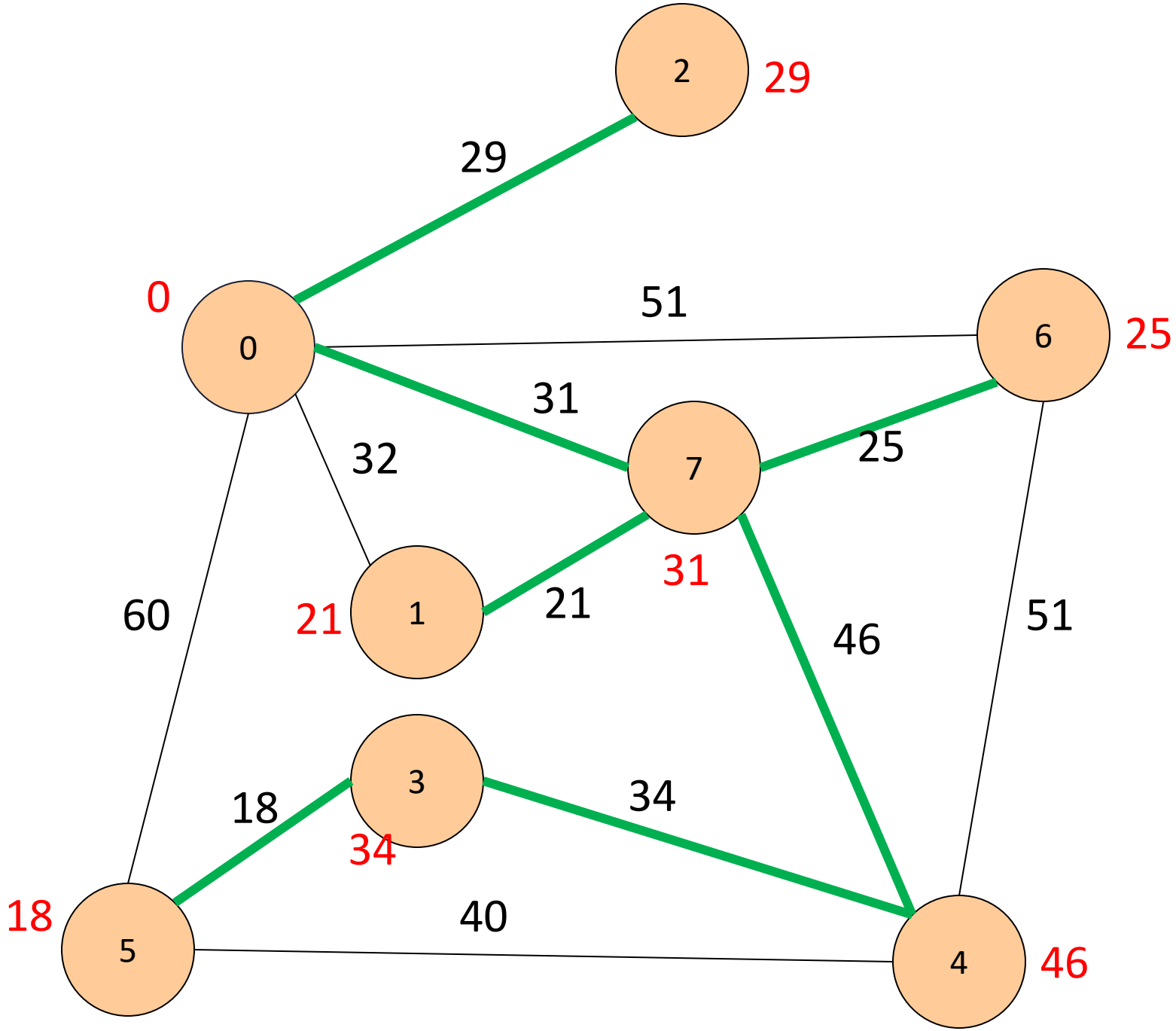

2
29
29
0
0
51
6
25
31
32
7
25
31
60
21
1
21
46
51
3
18
34
∞
60
5
40
4
46


2
29
29
0
0
51
6
25
31
32
7
25
31
60
21
1
21
46
51
3
18
34
∞
60
5
40
4
46


2
29
29
0
0
51
6
25
31
32
7
25
31
60
21
1
21
46
51
3
18
34
34
40
40
5
4
46


2
29
29
0
0
51
6
25
31
32
7
25
31
60
21
1
21
46
51
3
18
34
34
18
40
5
4
46


2
29
29
0
0
51
6
25
31
32
7
25
31
60
21
1
21
46
51
3
18
34
34
18
40
5
4
46


2
29
29
0
0
51
6
25
31
32
7
25
31
60
21
1
21
46
51
3
18
34
34
18
40
5
4
46

Corrección

¿Cómo demostramos que Prim es correcto?

¿Cuál es su complejidad?

Algoritmos *codiciosos*

Esta estrategia algorítmica es conocida como **codiciosa**

En cada paso, el algoritmo escoge un **óptimo local**

… con la esperanza de llegar al **óptimo global**

Optimalidad *codiciosa*

Los algoritmos ***greedy*** son muy veloces

Pero no siempre sirven para encontrar el **óptimo**

¿Qué debe cumplirse en un problema para esto?