

## IIC2133 – Estructuras de Datos y Algoritmos

### Interrogación 2

Hora inicio: 14:00 del 6 de mayo del 2020

Hora máxima de entrega: 23:59 del 7 de mayo del 2020

Rellena lo siguiente e inclúyelo al principio de tu entrega. Nos reservamos el derecho a no corregir tu prueba si no lo haces:

Yo, Nombre Apellido, doy fe de que todas las respuestas contenidas en esta prueba fueron elaboradas por mí, sin haber consultado sobre la prueba a ninguna persona ajena al cuerpo docente del curso.

Firma

1. La propiedad fundamental de un ABB es que las claves almacenadas en el subárbol izquierdo son todas menores que la clave almacenada en la raíz, la que a su vez es menor que cualquiera de las claves almacenadas en el subárbol derecho. Teniendo presente esta propiedad, responde:
  - a. Considera que tienes un ABB vacío  $T$  sin autobalance y una lista desordenada  $L$  de  $n$  números. ¿Cómo puedes utilizar  $T$  para ordenar  $L$ ? ¿Cuál sería la complejidad de este algoritmo en notación  $\Omega$ ? ¿Qué características tiene  $L$  cuando se da este caso? Da un ejemplo con  $n = 11$ .
  - b. Definimos  $B_x$  como los nodos en la ruta de búsqueda de una hoja  $x$  en un árbol  $T$ . Definimos  $A_x$  como todos los nodos a la izquierda de  $B_x$ , y  $C_x$  como todos los nodos a la derecha de  $B_x$ . ¿Es posible que haya un nodo en  $C_x$  de clave menor a la clave de un nodo en  $A_x$ ? Si la respuesta es sí, da un ejemplo. En caso contrario, demuestra que no es posible.
2. La propiedad fundamental de un AVL, además de ser un ABB, es que las alturas del subárbol izquierdo y del subárbol derecho difieren a lo más en 1. Teniendo presente esta propiedad, responde:
  - a. Considera que tienes un AVL vacío  $T$  y una lista desordenada  $L$  de  $n$  números. ¿Cómo puedes utilizar  $T$  para ordenar  $L$ ? ¿Cuál sería la complejidad de este algoritmo en notación  $\Omega$ ? ¿Qué características tiene  $L$  cuando se da este caso? Ejecuta tu algoritmo con  $L = [17, 29, 53, 61, 73, 37, 43]$ .
  - b. Demuestra que basta con hacer una sola rotación (simple o doble) para corregir el desbalance producto de una inserción en un árbol AVL.

3. Los árboles 2-3 son árboles de búsqueda en que los nodos tienen ya sea una clave y dos hijos, o bien dos claves y tres hijos; y todas las hojas del árbol (que se exceptúan de la regla anterior porque no tienen hijos) están a la misma profundidad. Teniendo presente estas propiedades, responde:
- ¿Cuál es la altura máxima que puede tener un árbol 2-3 con  $n$  elementos? ¿Y la mínima? ¿Cómo es la estructura del árbol cuando ocurre cada uno de estos casos?
  - Queremos insertar una clave  $x$  en un árbol 2-3  $T$  de altura  $h$ , que tiene  $n$  claves. ¿Qué debe cumplirse para que esta inserción aumente la altura de  $T$ ? ¿Para qué valores de  $n$  está garantizado que **sí** aumentará la altura? ¿Para qué valores de  $n$  está garantizado que **no** aumentará la altura?