



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERÍA
DEPARTAMENTO DE CIENCIA DE LA COMPUTACIÓN

IIC1253 — Matemáticas Discretas — 1' 2019

PAUTA TAREA 2

Pregunta 1

Pregunta 1.1

Como Σ es satisfacible sabemos que existe una valuación σ tal que $\sigma(\Sigma)$ es verdadero. Luego podemos ver solo dos casos para una formula cualquiera φ y una valuación σ que satisface a Σ :

1. $\sigma(\varphi) = 1$ por lo cual $\{\Sigma, \varphi\}$ es satisfacible, y finalmente $\Sigma \not\models \neg\varphi$
2. $\sigma(\neg\varphi) = 1$ por lo cual $\{\Sigma, \neg\varphi\}$ es satisfacible, y finalmente $\Sigma \not\models \varphi$

Por lo tanto queda demostrado que, para una formula cualquiera φ se cumple que:

$$\Sigma \not\models \varphi \vee \Sigma \not\models \neg\varphi$$

Dado lo anterior, el puntaje asignado es el siguiente:

- **(4 puntos)** Demostración correcta y clara.
- **(3 puntos)** Demostración con pequeños errores u omisiones.
- **(0 puntos)** Otros casos.

Pregunta 1.2

Dado la definición de Σ se debía **argumentar** que, dada una valuación σ :

$$\sigma(\Sigma) = 1 \iff \sigma = \{1, 1, \dots, 1\}$$

Luego, como σ es única se cumple una de las siguientes opciones:

- $\sigma(\varphi) = 1 \wedge \sigma(\neg\varphi) = 0$ y por lo tanto $\Sigma \models \varphi$
- $\sigma(\varphi) = 0 \wedge \sigma(\neg\varphi) = 1$ y por lo tanto $\Sigma \models \neg\varphi$

Dado lo anterior, el puntaje asignado es el siguiente:

- **(4 puntos)** Demostración correcta y clara.
- **(3 puntos)** Demostración con pequeños errores u omisiones.
- **(0 puntos)** Otros casos.

Pregunta 2

Una posible solución es:

1. $\forall x. \exists y. \exists z. C(x, y, z) \vee C(y, x, z)$
2. $\exists x. \exists y. \exists z. (C(x, y, z) \vee C(y, x, z)) \wedge \neg E(x, z)$
3. $\exists x. \exists z. C(x, x, z)$
4. $\exists x. \forall y. \forall z. \neg C(x, y, z) \wedge \neg C(y, x, z)$
5. $\forall x. \neg C(x, x, x)$
6. $\forall z. \exists x. \exists y. C(x, y, z) \wedge (\forall u. \forall v. C(u, v, z) \rightarrow (E(u, x) \wedge E(v, y)))$
7. $\forall x. \forall y_1. \forall y_2. \forall z_1. \forall z_2. ((C(x, y_1, z_1) \vee C(y_1, x, z_1)) \wedge (C(x, y_2, z_2) \vee C(y_2, x, z_2)) \rightarrow E(y_1, y_2)$
8. $\forall x. \forall y. \forall z. \forall w. (C(x, y, z) \vee C(y, x, z)) \rightarrow (\neg C(z, w, x) \wedge \neg C(w, z, x))$
9. $\exists x. \exists y_1. \exists z_1. \exists y_2. \exists z_2. ((C(x, y_1, z_1) \vee C(y_1, x, z_1)) \wedge (C(x, y_2, z_2) \vee C(y_2, x, z_2)) \wedge \neg E(z_1, z_2) \wedge (\forall y_3. \forall z_3. ((C(x, y_3, z_3) \vee C(y_3, x, z_3)) \rightarrow (E(z_3, z_1) \vee E(z_2, z_1))))$

Tomando en cuenta que se debe incluir una pequeña explicación de la correctitud de cada fórmula, el puntaje asignado es el siguiente:

- **(4 puntos)** Si todas las fórmulas son correctas (i.e. son lógicamente equivalentes a las recién descritas y poseen una breve explicación).
- **(3 puntos)** Si existen errores pero hay al menos 6 fórmulas correctas.
- **(0 puntos)** Otros casos (e.g. no incluir explicaciones para cada fórmula).