



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERÍA
DEPARTAMENTO DE CIENCIA DE LA COMPUTACIÓN

IIC1253 — Matemáticas Discretas — 1' 2019

TAREA 1

Publicación: Viernes 15 de Marzo.
Entrega: **Viernes 22 de Marzo hasta las 10:15 horas.**

Indicaciones

- Debe entregar una solución para cada pregunta (sin importar si esta en blanco).
- Cada solución debe estar escrita en \LaTeX . No se aceptarán tareas escritas a mano ni en otro sistema de composición de texto.
- Responda cada pregunta en una hoja separada y ponga su nombre, sección y número de lista en cada hoja de respuesta.
- Si usa más de una hoja para una misma pregunta corchetelas.
- Debe entregar una copia escrita durante la ayudantía asignada y una copia digital por el buzón del curso, ambas antes de la fecha/hora de entrega.
- **Se penalizará con 1 punto en la nota final de la tarea por cada regla que no se cumpla.**
- La tarea es individual.

Pregunta 1

En clases definimos la lógica proposicional con los conectivos $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow$ y \leftrightarrow y se demostró que es posible definir cualquier tabla de verdad solo con estos conectivos. Esto motiva la siguiente definición: decimos que un conjunto de operadores es *funcionalmente completo* si se puede construir cualquier tabla de verdad a partir de ellos. Por ejemplo, $\{\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow\}$ y $\{\neg, \wedge, \vee\}$ son conjuntos de conectivos funcionalmente completos, pero es fácil ver que $\{\vee\}$ no lo es.

1. Para dos variables proposicionales p y q se define el conectivo $p \star q$:

p	q	$p \star q$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Demuestre que el conjunto $\{\star, \wedge\}$ es funcionalmente completo.

2. Demuestre que el conjunto $\{\wedge, \vee\}$ NO es funcionalmente completo.

Pregunta 2

Una *formula condicional* es una formula en lógica proposicional que es construida a partir de variables proposicionales y el operador condicional \rightarrow . Por ejemplo,

$$\alpha_1 = (p \rightarrow q) \rightarrow (r \rightarrow s)$$

es una formula condicional. Decimos que una formula condicional α es *cíclica* si el orden de apariciones de variables p_1, p_2, \dots, p_n en α (con repeticiones) cumple que $p_1 = p_n$ y todas las variables p_1, p_2, \dots, p_{n-1} son distintas. Por ejemplo, α_1 no es cíclica ya que en el orden de apariciones de variables p, q, r, s la primera variable p no es igual a la última variable que aparece s . En cambio, la formula condicional:

$$\alpha_2 = p \rightarrow ((q \rightarrow r) \rightarrow (t \rightarrow p))$$

si es cíclica ya que en p, q, r, t, p la última variable es igual a la primera y todas las variables intermedias son distintas. Por último, decimos que una formula condicional α es *simple* si es de la forma $p \rightarrow \alpha'$ con p una variable y α' una formula condicional. Por ejemplo, α_2 es simple pero α_1 no lo es.

1. Demuestre que para toda formula condicional existe una valuación que la hace verdadera.
2. Demuestre que toda formula condicional cíclica y simple es una tautología.
3. Demuestre que toda formula condicional cíclica no simple NO es una tautología.

Evaluación y puntajes de la tarea

Cada **ítem** de cada pregunta se evaluará con un puntaje de:

- 0 (respuesta incorrecta),
- 3 (con errores menores),
- 4 (correcta).

Todas las preguntas tienen la misma ponderación en la nota final.