NOMBRE: Benjamín Farías Valdés

N.ALUMNO: 17642531

Pontificia Universidad Católica de Chile
Escuela de Ingeniería
Departamento de Ciencias de la Computación

IIC2213 — Lógica para Ciencias de la Computación — 1' 2021

Tarea 2

1. A) Recursivamente Enumerable

Comenzamos definiendo una Máquina de Turing universal modificada, a la que llamaremos $\hat{M}$. Esta máquina funcionará de la siguiente manera:

- Verifica si la palabra de entrada cumple con el formato $C(M_1)0000C(M_2)$, en caso de que no cumpla la rechaza inmediatamente. Si el formato es correcto, se pasa a la siguiente fase.
- Se compilan las máquinas de Turing M_1 y M_2, y cada una se ejecuta con la codificación de la otra como entrada.
- La ejecución se realiza de forma **paralela**, alternando entre ambas máquinas tras cada instrucción. Esto se puede lograr con una cinta siguiendo la idea de guardar la posición del cabezal y el estado actual utilizando símbolos (y espacios en blanco) en la cinta, de forma que se pueda recuperar cada vez que se alterna entre las máquinas.
- Si cualquiera de las 2 máquinas termina y acepta la palabra, entonces la máquina $\hat{M}$ también aceptará su palabra de entrada. En otro caso, se rechaza. Para esto, se definen 2 estados finales para $\hat{M}$, los que son alcanzados cuando M_1 o M_2 **aceptan** en su salida, respectivamente.

Ahora verificamos cada caso posible en la ejecución de la máquina $\hat{M}$ definida:

- Si ambas máquinas terminan, se verifica la salida de la que lo haga primero. Si esta máquina acepta, entonces se alcanza su estado final respectivo y por lo tanto $\hat{M}$ también acepta. Si es que rechaza, entonces se espera a que termine la otra máquina, y se hace la misma verificación. Si es que ambas máquinas rechazan, entonces $\hat{M}$ no logra alcanzar ningún estado final y también rechaza.
- Si sólo una de las máquinas **NO se detiene**, entonces eventualmente se detendrá la otra, gracias a que se ejecutan en paralelo. En este caso simplemente se verifica la salida de la máquina que termina. Si es que esta acepta, entonces $\hat{M}$ alcanza un estado final y también lo hace. Si es que rechaza, entonces se espera que termine la otra máquina, pero como esta nunca se detendrá, la máquina $\hat{M}$ tampoco se detendrá y no aceptará.

- Si ambas máquinas **NO se detienen**, entonces lo mismo ocurrirá con $\hat{M}$, por lo que no aceptará.

Revisando estos casos, se puede ver que siempre que una palabra cumpla con la condición del lenguaje MoM, la máquina $\hat{M}$ la aceptará, incluso considerando los casos en los que alguna máquina (o ambas) no se detiene(n). Por otro lado, cualquier palabra que no pertenezca a MoM será rechazada, ya sea por formato, por que ninguna de las 2 condiciones del **OR** se cumple, o por que no termina su ejecución. Por lo tanto, se tiene que el lenguaje MoM es precisamente el lenguaje de la máquina $\hat{M}$, demostrando así que es un lenguaje **Recursivamente Enumerable**.