

**IIC 2213 – Lógica para ciencia de la Computación**  
Tarea 6 - Entrega Lunes 7 de Junio a las 20:00 - via siding

Recuerda que esta tarea es individual. Puedes discutir sobre la respuesta con tus compañeros (¡y eso está muy bien!), pero no puedes enviar la respuesta o utilizar la respuesta de alguien más. Haciendo esta tarea vas a aprender a ver cuando un problema es np-duro o no. Aprovecha la oportunidad para aprenderlo!

Vamos a partir con algunas definiciones, son las misma de la tarea 3.

**Conjunto Oscuro** Sea  $G = (V, E)$  un grafo no-dirigido. Un conjunto oscuro en  $G$  es un subconjunto  $O \subseteq V$  de nodos tales que  $G$  no tiene ninguna arista entre ningún par de nodos de  $O$  (en otras palabras,  $\{o_1, o_2\}$  no pertenece a  $E$  para cada par de nodos  $o_1$  y  $o_2$  en  $O$ ).

**Codificar Grafos** Para trabajar con grafos vamos a usar la siguiente codificación  $C(G)$  de grafos. Sea  $G = (V, E)$  un grafo y  $n = |V|$  su cantidad de nodos. Entonces  $C(G)$  es el string  $1^n \# w_1 \# w_2 \# \dots \# w_n$ , donde cada  $w_i$  es un string binario que tiene un 1 en la posición  $j$  si  $\{i, j\}$  es una arista en  $E$ , y un 0 en otro caso.

Por ejemplo, considera el grafo “cuadrado” con  $V = \{1, 2, 3, 4\}$  y  $E = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}, \{3, 4\}, \{4, 1\}\}$ . Nota que tanto  $\{2, 4\}$  y  $\{1, 3\}$  son conjuntos oscuros de nodos. la codificación de  $G$  se genera tomando  $w_1 = 0101$ ,  $w_2 = 1010$ ,  $w_3 = 0101$  y  $w_4 = 1010$ , y luego

$$C(G) = 1111 \# 0101 \# 1010 \# 0101 \# 1010$$

**Problema** Considera el siguiente lenguaje sobre el alfabeto  $\{0, 1, \#\}$ :

$\text{CO}\{w \mid w \text{ existe } k > 1 \text{ y un grafo } G \text{ tal que}$

$$w = 1^k \# C(G) \text{ y } G \text{ tiene un conjunto oscuro de tamaño } k\}$$

Demuestra que CO es NP-completo.

**Formato de entrega** Un solo archivo pdf. Aceptamos documentos pdf escrito en latex, o, excepcionalmente, imágenes escaneadas o fotografiadas en buena calidad.